St. civ. 8° Handbuch

44 K / I, 1

<36620190680019

<36620190680019

Bayer. Staatsbibliothek

Hülfswissenschaften

zur

Baukunde.

Unter Mitwirkung

von

Fachmännern der verschiedenen Einzelgebiete

bearbeitet

von

den Herausgebern der Deutschen Bauzeitung und des Deutschen Baukalenders.

Erster Band.

Mit etwa 1100 Holzschnitten im Text und 4 Tafeln in Farbendruck.

BERLIN,
Kommissions-Verlag von Ernst Toeche.
1885.

490 D

Das

Handbuch der Baukunde

soll in drei Abtheilungen, wovon jede zwei Bände umfasst, bandweise — nicht lieferungsweise — ausgegeben werden.

Abtheilung I. behandelt die gesammten Hülfswissenschaften zur Baukunde,
Abtheilung II. die Baukunde des Architekten,
Abtheilung III. die Baukunde des Ingenieurs.

Obwohl vom einheitlichen Gesichtspunkte aus bearbeitet, besteht doch nicht nur mit Bezug auf die einzelnen Theile, sondern auch mit Bezug auf die Bände eine so weit gehende Sonderung des Stoffes, dass jeder Band für sich ein abgerundetes Ganzes bildet, welcher auch für sich käuflich ist.

Der 2. Band der Abtheilung I. wird enthalten: Chemie und chemische Technologie (Feuerungsanlagen, Keramik, Glas, hydraulische Mörtel, Farben, Gasbereitung und Leitung u. s. w.); mechanische Technologie (Eisen und andere Metalle); Bauhölzer und natürliche Bausteine; einfache Maschinentheile und Baumaschinen; Lehre von den Motoren; Elektrotechnik (elektr. Telegraphie in ihren verschiedenen Formen und Anwendungsarten, elektr. Beleuchtung und Kraftübertragung).

Die Abtheilung II. wird im 1. Bande die gesammte Baukonstruktionslehre, im 2. Bande die Disposition und Einrichtung der Gebäude behandeln.

Von der Abtheilung III. der „Baukunde des Ingenieurs“ wird der 1. Band die Feldmesskunst, Erd- und Tunnelbau, Wasserbau, Wasserversorgungs- und Entwässerungswesen, Strassenbau, den allgemeinen Theil der Bauhygiene und den auf Beleuchtung, Wasserversorgung und Entwässerung bezüglichen spezielleren Theil enthalten.

Der 2. Band umfasst Fundirungen, Brückenbau, Strassenbau, Eisenbahnbau und Eisenbahn-Signal- und Maschinenwesen.

☛ Es ist Absicht, zunächst die „Hülfswissenschaften zur Baukunde“ und darnach die „Baukunde des Ingenieurs“ erscheinen zu lassen. Die „Baukunde des Architekten“ wird, wie sie beim Deutschen Bauhandbuch zuletzt vollendet worden ist, auch bei Bearbeitung des Handbuchs der Baukunde als letzte Abtheilung in Angriff genommen werden.

Handbuch der Baukunde.

Neubearbeitung des Deutschen Bauhandbuchs.

Eine

systematische und vollständige Zusammenstellung

der

Resultate der Bauwissenschaften mit den zugehörigen Hülfswissenschaften.

Veranstaltet

von

den Herausgebern der Deutschen Bauzeitung und des Deutschen Baukalenders.

In 3 Abtheilungen:

I. Hülfswissenschaften zur Baukunde, 2 Bände.
II. Baukunde des Architekten, 2 Bände.
III. Baukunde des Ingenieurs, 2 Bände.

BERLIN,
Kommissions-Verlag von Ernst Toeche.
1885.

Hülfswissenschaften zur Baukunde.

Unter Mitwirkung

von

Fachmännern der verschiedenen Einzelgebiete

bearbeitet

von

den Herausgebern der Deutschen Bauzeitung und des Deutschen Baukalenders.

Abtheilung I.

BAND I.

Mit etwa 1100 Holzschnitten im Text und 4 Tafeln in Farbendruck.

BERLIN,
Kommissions-Verlag von Ernst Toeche.
1885.

Verzeichniss

der an diesem Bande betheiligten Autoren.

Kapitel I.	Bauführung.	Stadtbaurath **Krüger** in Königsberg und Regier.-Baumeister F. Posern in Berlin.
„ II.	Grundzüge der Baurechts- u. Baupolizei-Wissenschaften.	Dr. jur. et phil. **C. Hilse**, Rechtslehrer an der techn. Hochschule in Berlin.
„ III.	Ausführung perspektivischer Zeichnungen.	**J. M. Frangenheim**, Architekt, vormal. Direktor der K. Baugewerkschule zu Erfurt.
„ IV.	Resultate aus der reinen Mathematik.	Regier.-Baumeister F. **Posern** in Berlin.
„ V.	Mechanik fester Körper, und Baumechanik.	Eisenbahn-Bau- u. Betriebs-Inspektor **G. Mehrtens** in Frankfurt a. O.
„ VI.	Mechanik tropfbar-flüssiger Körper.	**L. Pinzger**, Professor an der techn. Hochschule in Berlin.
„ VII.	Hydrometrie.	**W. Frauenholz**, Professor an der techn. Hochschule in München.
„ VIII.	Mechanik der Wärme.	**L. Pinzger**, Professor an der techn. Hochschule in Aachen.
„ IX.	Mechanik der gas- u. dampfförmigen Körper.	**Derselbe.**
„ X.	Grundzüge der Lehre vom Schall und von der Wellenbewegung.	Dr. **Wüllner**, Professor an der techn. Hochschule in Aachen.
„ XI.	Elektrizität u. Magnetismus.	Regier.-Baumeister F. **Posern** in Berlin.
„ XII.	Lehre vom Licht.	Dr. **H. Kayser**, Professor an der techn. Hochschule in Hannover und Dr. **O. Lummer**, Assistent am Physikal. Institut der Universität Berlin.
„ XIII.	Die Lichtpaus-Verfahren.	**H. J. Kolk**, Ingenieur u. techn. Chemiker in Berlin.
„ XIV.	Grundzüge der Meteorologie. Wettervorausbestimmungen.	Regier.-Baumeister **Möller** in Hamburg.

BIBLIOTHECA REGIA MONACENSIS

Vorwort.

Als wir vor etwa 15 Jahren mit dem Plane an die Oeffentlichkeit traten, ein kurz gefasstes Kompendium der gesammten Bauwissenschaften heraus geben zu wollen, begegnete derselbe vielfacher Zustimmung. Es hat diese auch in dem spätern Absatz des fertig gestellten Werkes ihre vollinhaltliche Bestätigung gefunden ungeachtet wir im Laufe der Ausführung bald die Unmöglichkeit erkannten, in dem selbst gesteckten engen Rahmen Dasjenige völlig leisten zu können, was uns als Ziel vorgeschwebt hatte, und ungeachtet wir in Folge davon nur einem Theile des Werks diejenige Vollkommenheit der Durchführung zu verschaffen wussten, welche zu erreichen uns beim Beginn allerdings als möglich erschienen war.

So ist gewissermaassen eine Ehrenschuld auf uns lasten geblieben, mit deren Einlösung wir den Anfang machen, indem wir in dem gegenwärtigen Bande den ersten Theil eines neuen Werkes in die Oeffentlichkeit geben, dessen Plan derselbe ist, wie wir ihn im „Deutschen Bauhandbuch" zu verwirklichen dachten, dessen äusserer Rahmen und Inhalt aber über denjenigen des Deutschen Bauhandbuchs ziemlich hinaus gehen.

Auch dies neue Werk soll, zur Unterscheidung von andern Sammelwerken der Gegenwart, die sich die Aufgabe einer auch die Einzelheiten erschöpfenden Bearbeitung besonderer Gebiete des Bauwesens zur Aufgabe machen — ein Kompendium der gesammten Bauwissenschaften sein, incl. der zugehörigen Hülfswissenschaften, indessen doch nicht ein blosses Nachschlagebuch, in welchem der einzelne Gegenstand nur von seiner allgemeinen Seite gefasst wird, sondern ein Werk, in welchem neben dem Ganzen eines Gegenstandes auch die Einzelnheiten desselben zur Darstellung gelangen — selbstverständlich in der Knappheit der Form, die durch Plan und Rahmen des Werkes gezogen sind.

In dieser Weise durchgeführt wird das neue Werk, nicht wie dessen Vorgänger, in seiner Brauchbarkeit vornehmlich nur den Anforderungen jüngerer in die Praxis eintretender Kräfte, oder Unterrichtszwecken entsprechen, sondern als nützlicher Rathgeber auch den Bedürfnissen der Fachmänner von Erfahrung genügen, wenn sie über Besonderheiten Information suchen — ohne dass ihnen eine grössere Büchersammlung unmittelbar zur Hand ist.

Dass das neue Werk ausser seinem Hauptzwecke auch dem andern genügen kann, eine umfassende Ergänzung seines Vorgängers zu bilden, ist hiernach selbstverständlich. —

Die praktischen Erfahrungen, welche wir beim Deutschen Bauhandbuch zu machen Gelegenheit fanden, sind bei dem neuen Werke nach mehrfacher Richtung hin verwerthet worden:

Zunächst sind die früher angeknüpften zahlreichen persönlichen Beziehungen uns dazu dienlich gewesen, die Zahl der Mitarbeiter am Werk wesentlich auszudehnen, insofern als wir durch eine tiefer gehende Gliederung des Stoffes als die frühere genöthigt wurden, bei der Auswahl der Mitarbeiter das Augenmerk mehr wie früher auf ein ausgesprochenes „Spezialistenthum“ zu richten.

Alsdann ist ein erheblich grösserer Raum für bildliche Darstellungen als früher verwendet, beispielsweise die Zahl der Holzschnitte im Text des vorliegenden Bandes auf nahezu 1100 gebracht worden; ausserdem sind dem Bande einige farbige Tafeln eingefügt. Derselbe Reichthum an Illustrationen wird selbstverständlich auch in den folgenden Bänden festgehalten werden.

Indessen nicht nur die Zahl sondern auch die Beschaffenheit der Illustrationen hat erheblich gewonnen, indem an die Stelle der kleinen, theilweise sehr summarisch gehaltenen Skizzen im Deutschen Bauhandbuch, nach grösserm Maassstabe ausgeführte, und für die Darstellung auch der kleinen Einzelnheiten Raum gewährende Abbildungen getreten sind. Zu dieser Vergrösserung des Maassstabes der Abbildungen sind wir in den Stand gesetzt worden durch eine nicht unbedeutende Vergrösserung im Format des Buches, wie durch eine Verbesserung in der Qualität des verwendeten Druckpapiers. Die bedruckte Fläche der Seite ist um etwa 25 Prozent grösser als beim Deutschen Bauhandbuche. —

Gehen wir kurz auf die inhaltlichen Erweiterungen ein, so ist zunächst hervor zu heben, dass wir den frühern ausschliesslichen Zuschnitt auf die Bedürfnisse des Architekten und des Bauingenieurs aufgegeben und bis zu einem erheblichen Grade auch den Anforderungen des Maschinentechnikers Rechnung getragen haben — entsprechend den in den letzten 8 Jahren erfolgten wesentlichem Umgestaltungen auf fach-sozialem Gebiete, deren Resultat ein engerer als der früher bestandene, nur lose Anschluss der Maschinentechniker an die Vertreter des Bauingenieurwesens und der Architektur gewesen ist.

Das Buch wird demzufolge die Disziplinen Maschinenbau und Maschinenlehre in mehreren Abschnitten behandeln, als namentlich: die Lehre von den Motoren, die Lehre von den Maschinentheilen und von den einfachen Arbeitsmaschinen — gewöhnlich Baumaschinen genannt — endlich den Eisenbahnmaschinenbau.

Nahe zusammen gehörig hiermit ist die erfolgte Aufnahme des zum Theil erst in der jüngsten Zeit geschaffenen Lehrgebiets der Elektrotechnik; dasselbe wird an vier Stellen zur Behandlung gezogen: in der Lehre von der Elektrizität und dem Magnetismus, in der elektrischen Telegraphie, in der Darstellung der elektrischen Beleuchtung und Kraftübertragung, endlich im Signalwesen der Eisenbahnen.

Die früher als etwas abseits liegend betrachteten Spezialgebiete des Tunnelbaues und des Seebaues werden vollinhaltlich zur Bearbeitung gelangen.

Ein Gebiet welches für die Zwecke des Technikers bisher noch keine zusammen hängende Bearbeitung gefunden hat, trotzdem der Mangel einer solchen vielfältig empfunden worden, ist das der Hygiene, so weit dasselbe durch die Betrachtung von Baugrund, Wasser, Entwässerung, Luft und Licht mit dem Bauwesen in unmittelbare Berührung tritt. Bei der Neuheit dieser Wissenschaft und der noch bestehenden Flüssigkeit ihrer Grenzen liegen die Schwierigkeiten der Bearbeitung

insbesondere in der Systematik. Es hat uns Befriedigung gewährt, für die Lösung der Aufgabe eine hervor ragende Spezialisten-Kraft gewinnen zu können, in der sich der sicherern Beherrschung der schwierigen Aufgabe eine besondere Neigung für den Versuch der Bearbeitung zugesellte.

Es mangelte ferner bisher eine einheitliche Bearbeitung des Gebietes der sogen. „Bauführung", unter welche im weitern Sinne alles Dasjenige zu verstehen ist, was zur Kunst gehört: Bauten zu projektiren, zu veranschlagen, auszuführen und über die bewirkte Ausführung Rechnung zu legen. Eine langjährige Vorbereitung dieser Arbeit, insbesondere die Sammlung eines grossen Materials statistischer und anderer Natur, haben uns in den Stand gesetzt, die Lösung dieser Aufgabe in die Hand zu nehmen. Manches, was in das Gebiet einer derartigen Arbeit fällt, wird in seiner Gültigkeit von gewissen räumlichen Grenzen, von Gewohnheiten, von Verfügungen der Behörden, von dem was Verwaltungs- und Büreau-Einrichtung mit sich gebracht, abhängig sein, und deshalb wenig Raum für Betrachtungen lassen, die von einer Anknüpfung an solche Grenzen nothwendig Abstand nehmen müssen, wenn Aussicht bestehen soll, etwas von allgemeinerer Benutzbarkeit zu schaffen. Hier galt es, das, was unter allen Umständen brauchbar ist, die prinzipiellen Gesichtspunkte, auszusondern, und mit demjenigen kleinern Theile des Materials, dessen Gültigkeit von räumlichen Grenzen oder von „Ressort-Mechanismus" unabhängig ist, zu einem Ganzen zu verbinden, bezw. abzurunden. Darnach kann es nicht anders sein, als dass in dem Abschnitte über „Bauführung", den wir, nach unserer Ansicht, passender Weise an den Anfang des ganzen Werkes gestellt haben, eine Anzahl Verfügungen oder Reglements von Regierungen oder Behörden zum Abdruck kamen. Doch ist die Zahl derselben auf ein möglichst kleines Maass eingeschränkt worden zu gunsten der Berücksichtigung anderer Gegenstände, welche durch die freie Thätigkeit der fachlichen Vereinigungen ins Leben gerufen wurden, und deshalb überall anerkannt sind. Es rechnen dahin z. B. die deutschen, österreichischen, schweizerischen etc. Honorar- und Konkurrenznormen, die Normen über hydraulische Bindemittel, Ziegel- und Formsteine und mehres Andere noch. Es sind diese Dinge, wie ebenso eine grosse Sammlung sorgfältig durchgearbeiteter Muster zu sogen. speziellen (technischen) Bedingungen in Kontrakten, in dem Abschnitt über Bauführung in ganzer Vollständigkeit aufgenommen worden.

Den Schluss des Abschnitts über Bauführung bildet eine grundlegende Arbeit über Baustatistik, welche geeignet sein dürfte, den Inhalt der Baustatistik und die Verfahrensweise allseitig fest zu stellen, sowie in die etwas gar zu empirische und auch wechselvolle Art und Weise in der bis heute Baustatistik hier und da getrieben wird, einige Uebereinstimmung zu bringen, die noth thut, sollen nicht Opfer an Zeit und Geld für wichtige baustatistische Leistungen mehr oder weniger vergeblich aufgewendet sein.

Im übrigen mag hinzu gefügt werden, dass insbesondere wegen der regen Thätigkeit, die nach der reglementarischen Seite hin auf dem Gebiete der preussischen Allgem. Bauverwaltung im letzten Jahre entwickelt worden ist, einige „Nachträge" zum Kapitel Bauführung nothwendig geworden sind, welche sich am Schluss von Band I. zusammen gestellt finden. Diese Nachträge berücksichtigen alle Aenderungen etc. früherer Vorschriften, die während der Drucklegung des Bandes eingetreten sind; sie sind, um Irrthümern zu begegnen, im Inhaltsverzeichniss

unmittelbar bei den Angaben über die Auffindung der ältern Vorschriften etc. berücksichtigt worden.

Ein drittes Gebiet, welches eine spezielle auf die Benutzung in technischen Kreisen berechnete Bearbeitung bisher nicht gefunden hat, ist das des Bau-, Bauverwaltungs- und Baupolizei-Rechts. Hätte schon allein dieser Mangel ausgereicht, um bei unserm Streben nach Vollständigkeit auch dieser besondern Seite der Baukunde gerecht zu werden, so wurde uns das ausserdem nahe gelegt, einmal durch den Umstand, dass neuerdings eine Vorlesung über Baurecht in die Lehrpläne wohl aller deutschen technischen Hochschulen eingefügt ist, und sodann durch gewisse Schwierigkeiten, die sich bei der Bearbeitung des Abschnitts über Bauführung heraus stellten. Vielfach gelangte man hier an eine Grenze, an der das Bedürfniss nach Ueberschreitung in das Gebiet der Rechtskunde hinein sich lebhaft geltend machte. Beispielsweise trat dies ein bei der Darstellung des Verdingungs- und Kontraktswesens, bei der Stempelpflicht, der zivilrechtlichen Verantwortlichkeit der Techniker und Anderem. Diese Weiterführungen unmittelbar an den betr. Stellen vorzunehmen, wie es im allgemeinen erwünscht gewesen sein würde, lag ausserhalb des Bereichs der Möglichkeit, sowohl mit Bezug auf die Gewinnung eines geeigneten Autors, als auch mit Bezug auf Erzielung einer sachgemässen, zu einem tiefern Verständniss des Gegenstandes führenden Lösung der Aufgabe. Daher die Nothwendigkeit der Zusammenfassung aller auf Fragen des Bau-, Bauverwaltungs- und Baupolizei-Rechts bezüglichen Ausführungen zu einem besondern Abschnitte, der im Interesse der Systematik allerdings auch Einzelnes berücksichtigt, was als etwas abseits liegend betrachtet werden kann. Wo es anging, bezw. nothwendig erschien, ist durch Beifügung von Noten der Zusammenhang mit den Abschnitt Bauführung hergestellt worden, und es gewährt ausserdem die Benutzung des „Sachregisters“ die Möglichkeit, Stellen beider Abschnitte, die in Konnex stehen, einigermassen leicht aufzufinden. Endlich sei bemerkt, dass zur Erleichterung des Gebrauchs, von dem Inhalt des in Rede befindlichen Abschnitts dasjenige abgetrennt ist was den engern Rechts-Gebieten bezw. des Wege-, Wasser- und Eisenbahnwesens angehört; diese Theile der Darstellung werden den betr. Abschnitten, die erst in den weitern Bänden folgen, unmittelbar vorangestellt werden.

Ein verhältnissmässig grosser Raum ist im vorliegenden 1. Bande der Lehre vom Licht eingeräumt. Durch die hier gebotene gründliche Bearbeitung des Gegenstandes wurde indess Mehreres vorweg genommen, was gewöhnlich bei der Lehre von den Instrumenten der Messkunst zur Besprechung gezogen zu werden pflegt; diese Vorwegnahme schien uns im Interesse einer durchsichtigern Behandlung der betr. Dinge mindestens erwünscht zu sein. Eine andere Erweiterung ergab sich durch die Nothwendigkeit der Berücksichtigung der für den Eisenbahnbetrieb wichtigen Erscheinung der sogen. Farbenblindheit und deren nähere Untersuchung.

Sehr ausgiebig behandelt sind die Verfahren der zeichnerischen Darstellung von Bauprojekten und die Mittel zur Vervielfältigung von Zeichnungen, die Lichtpaus-Verfahren. Ein besonderer Abschnitt über „praktische Perspektive“ enthält eine wesentlich für Büreauzwecke gearbeitete erschöpfende Darstellung dieses Gegenstandes, während ein anderer grösserer, aus der Feder eines bewanderten Spezialisten dieses Gebiets hervor gegangener Abschnitt über Lichtpaus-Verfahren eine gründliche Bearbeitung dieses speziellen Zweiges der Photochemie bietet. Jeder wird darnach im Stande sein, nicht nur einzelne Ver-

fahren praktisch und mit voller Sicherheit über den Erfolg auszuüben, sondern sich auch ein klares Urtheil über Werth und Kosten, wie nicht minder die Chancen des Erfolgs der einzelnen Verfahrens-Arten zu bilden. Bisher hat es an einer derartigen, alle bis jetzt versuchten Lichtpaus-Verfahren gleichmässig berücksichtigenden Darstellung, wie die im vorliegenden Bande enthaltene, gefehlt. Uns schien angesichts der raschen Zunahme an Bedeutung, welche die Lichtpaus-Verfahren in den Bau-Büreaus und den Ateliers gewinnen, die Aufnahme einer solchen grössern Arbeit über dieselbe geradezu nothwendig zu sein.

Die Abschnitte über allgemeine Mechanik, Baumechanik, Mechanik der Wärme, der Gase und Dämpfe, sowie der tropfbar-flüssigen Körper, wie auch die Lehre vom Schall haben den erweiterten Zwecken des Buchs entsprechende Erweiterungen erfahren.

Von der Mechanik der tropfbar-flüssigen Körper ward ein spezieller Zweig, die Hydrometrie abgetrennt und zu einem selbständigen Abschnitt ausgestaltet. Maassgebend für dies Verfahren war die bekannte Thatsache, dass die Hydrometrie, weil zum Theil in das Gebiet der theoretischen Mechanik, zum andern Theil in das Gebiet des praktischen Wasserbaues eingreifend, keine ihrer Bedeutung entsprechende Bearbeitung zu erfahren pflegt, sobald man sie entweder ganz dem einen oder dem andern der beiden genannten Gebiete zuweist, oder auch sobald man bei der bisher üblichen, etwas willkürlichen Theilung stehen bleibt. Wir dürfen hoffen, dass die hier gewählte Abtrennung und die erschöpfende Darstellungsweise des Gegenstandes den Beifall der Fachmänner, und vielleicht Nachahmung in andern Fällen finden wird.

Den Schluss des vorliegenden Bandes bildet ein in 2 Abtheilungen zerfallender Abschnitt über Meteorologie. Die Abtheilung II. bespricht in Kürze die Witterungskennzeichen und giebt Anleitung zur Ausübung der sogen. lokalen Wetter-Vorausbestimmung". Der Werth dieser, auch für die praktische Ausübung der Baukunst, wird bis heute noch nicht überall ausreichend gewürdigt, vielleicht blos deshalb, weil der Blick zur Zeit noch allzu fest an die Leistungen sich heftet, welche die berufsmässigen Wetterkundigen auf dem Gebiete der Wetter-Vorausbestimmung aufzuweisen haben, wenn sie ihr Beobachtungsgebiet möglichst weit ausdehnen und ihre Prognosen in möglichst allgemeinen Umrissen halten. — Die Abtheilung I. des Abschnitts über Meteorologie zieht alles das von ihrem Gegenstande in Betracht, was für Bauwissenschaft und Baupraxis von unmittelbarer Bedeutung ist. Einen werthvollen Theil dieser Arbeit dürften die zahlreich eingeflochtenen Tabellen und Angaben bilden über: Dampfgehalt der Luft, mittlere und äusserste Temperaturen, monatliche, tägliche und stündliche Regenhöhen, Regenfälle aussergewöhnlicher Art, endlich Windgeschwindigkeiten und Winddruck betreffend. Derartig reichhaltige Angaben wie die gebotenen dürften in der engen Form wie hier, anderweitig nicht abermals aufzufinden sein.

Schon oben wurde kurz des beigefügten Sachregisters gedacht, einer Zuthat, die für ein Buch vorliegender Art eine Nothwendigkeit ist, soll dasselbe seinen Zweck ausreichend erfüllen. Ebenso ungünstig fast wie ein „Zuwenig" am Inhalt des Sachregisters wirkt aber ein „Zuviel". Wir haben das Sachregister auf diejenigen Abschnitte beschränkt, bei denen vermöge der Eigenartigkeit der Gegenstände eine so weit gehende Gliederung des Stoffes unthunlich ist, dass schon aus den Ueberschriften der einzelnen Theile der Inhalt derselben klar über-

sehbar ist. Für die übrigen Abschnitte genügt das Inhalts-Verzeichniss, dem eine sehr tief greifende Theilung gegeben worden ist.

Zum Schluss erübrigen noch einige Bemerkungen über Plan, Umfang und Erscheinen des Werkes. Den bereits oben berührten Erweiterungen des Programms, wird der Umfang des Werkes entprechen. Dasselbe soll in drei Abtheilungen, wovon jeder zwei Bände umfasst, angelegt werden und bandweise — nicht lieferungsweise — erscheinen.

Abtheilung I. wird die gesammten Hülfswissenschaften zur Baukunde,
Abtheilung II. die Baukunde des Architekten,
Abtheilung III. die Baukunde des Ingenieurs
behandeln.

Obwohl ein gemeinsamer Faden das ganze Werk durchzieht, besteht doch nicht nur mit Bezug auf die einzelnen Theile, sondern auch mit Bezug auf die Bände eine so weit gehende Sonderung des Stoffes, dass jeder Band für sich ein abgerundetes Ganzes bildet, welches, wie für sich käuflich, so auch für sich gebrauchsfähig ist.

Von der Abtheilung I. wird der 1. Band hiermit der Oeffentlichkeit übergeben; sein Inhalt hat oben Besprechung gefunden.

Der 2. Band wird enthalten: Chemie und chemische Technologie (Feuerungsanlagen, Keramik, Glas, hydraulische Mörtel, Farben, Gasbereitung und Leitung u. s. w.); mechanische Technologie (Eisen und andere Metalle); Bauhölzer und natürliche Bausteine; einfache Maschinentheile und Baumaschinen; Lehre von den Motoren; Elektrotechnik (elektr. Telegraphie in ihren verschiedenen Formen und Anwendungsarten, elektr. Beleuchtung und Kraftübertragung).

Die Abtheilung II. wird im 1. Bande die gesammte Baukonstruktionslehre, im 2. Bande die Disposition und Einrichtung der Gebäude behandeln.

Von der Abtheilung III., der „Baukunde des Ingenieurs", wird der 1. Band die Feldmesskunst, Erd- und Tunnelbau, Wasserbau, Wasserversorgungs- und Entwässerungswesen, Strassenbau, den allgemeinen Theil der Bauhygiene und den auf Beleuchtung, Wasserversorgung und Entwässerung bezüglichen spezielleren Theil, der 2. Band, Fundirungen, Brückenbau, Strassenbau, Eisenbahnbau und Eisenbahn-Signal- und Maschinenwesen behandeln.

Die Abfassung der Manuskripte ist so weit vorbereitet, bezw. vollendet, dass wir das Erscheinen je eines Bandes gegen Ende jedes Jahres, also ein rasches Erscheinen des ganzen Werkes in sichere Aussicht glauben stellen zu können.

Mit diesen Darlegungen das Vorwort beschliessend, drängt es uns noch unsern Herren Mitarbeitern an gegenwärtiger Stelle für ihre eifrige Förderung der Arbeit unsern verbindlichsten Dank zu sagen. Möge der Erfolg, auf den sie, wie wir hoffen, nicht ausbleiben, sondern das neue Werk einer gleich günstigen Aufnahme wie sein Vorläufer, das Deutsche Bauhandbuch, sich zu erfreuen haben!

Berlin, Ende September 1885.

Die Herausgeber.

Inhalts-Verzeichniss.

Seiten.

I. Die Bauführung. Seite 1—217.

Einleitung . 1—2

A. Maasse und Gewichte. Seite 2—8.

1. Das metrische Maass- und Gewichts-System 2—3
a. Geschichtliches. — b. Bildung der Einheiten und Bezeichnung derselben. — c. Definitionen. — d. Geltungsbereich des metrischen Systems.
2. Aeltere deutsche Landesmaasse 4—6
3. Maasse ausserdeutscher Gebiete 6—7
4. Einige besondere Maasse 7
a. Antike Maasse. — b. Maasse aus dem See- und Schifffahrtswesen.
5. Vergleichung der Fusspfunde und spezif. Belastungen 7
6. Abkürzung der Maasse und Gewichte 8
7. Münzvergleichungs-Tabelle 8

B. Normen für Fabrikation und Lieferung von Baumaterialien; Hülfsmittel zur Berechnung von Materialmengen und Kosten. Seite 9—31.

1. Ziegel und andere Fabrikate aus Thon etc. 9—12
a. Deutsche Normen für Hintermauerungs-, Verblend- und Formsteine. Aeltere Formate. — b. Oesterreichische Normalien für Formsteine. — c. Ziegelformate verschiedener Länder. — d. In Deutschland vorkommende Formate von Klinkern, Dachsteinen etc. — e. Normalien für deutsche glasirte Thonrohre. — f. „Normalien des Berliner Baumarkt“ über die Klassifizirung der Kachelöfen. — g. Abmessungen der Kacheln und Kachelöfen.
2. Platten und Fliesen aus natürlichem u. künstlichem Stein; Schwemmsteine 13
3. Mörtelmaterialien . 13—17
a. Normen über hydraulische Bindemittel. — b. Einige spezielle Angaben über Mörtelmaterialien. — c. Mörtel- und Beton-Mischungen; Ergiebigkeit der Mischungen.
4. Handelsformate rechteckiger und sonstiger Schablonen-Schiefer . . 17
5. Handelsnormen für Glas 17—18
a. Tafelglas. — b Spiegelglas.
6. Bauhölzer . 19—24
a. Normen über unbearbeitete Bauhölzer. — b. Normen über Schnitthölzer, Bretter, Latten. — c. Holzberechnungs-Tabellen.

Seiten.

7. Verschiedene Metallgegenstände für Bauzwecke 25 — 31
a. Neue deutsche Lehre für Draht, Blech und Bandeisen. — b. Eisen-, Messing- und Kupferdraht. — c. Schmiedenägel und Drahtstifte. — d. Gewichte von Schraubenbolzen. — e. Gewichte von Quadrat- und Rundeisen. — f. Handelsformate von Eisen- und Stahlblechen. — g. Gewichts-Tabelle über Band- und Stangeneisen. — h. Handelsformate für Zink-, Kupfer- und Bleibleche. — i. Gewichts-Tabelle über Bleche und Platten verschiedener Metalle. — k. Rohre. — l. Drahtseile und Ketten.

8. Hanfseile . 31

9. Transportmengen auf Landwegen und Chausseen 31

10. Bedarf an Maurer-, Dachdecker- und Ofensetzer-Materialien . . . 32 — 34

C. Behandlung der Zeichnungen und Projekte. Seite 35—47.

1. Maassstäbe . 35

2. Konventionelle Darstellungsweisen 35 — 47
a. Topographische und geometr. Karten und Pläne. — b. Hochbauprojekts-Zeichnungen. — c. Formelle Beschaffenheit von Baupolizeï-Zeichnungen und deren Zubehör. — d. Vorschriften über die formelle Behandlung von Hochbau-Projekten im Ressort der preuss. Allgem. Bauverwaltung.

D. Kosten-Anschläge. Seite 48—65.

1. Der generelle Kostenanschlag (Kostenüberschlag) für Neubau (Vergl. auch Nachträge, S. 1174) 48 — 50

2. Der spezielle Kostenanschlag für Neubau 50 — 62
a. Methoden der Veranschlagung der Maurerarb., Zimmerarb., Steinmetzarb., Dachdeckerarb.
b. Eintheilung des Kostenanschlags. Anschlags-Titel. Massenberechnung von: Erdarb.; Maurerarb.; Maurermaterialien; Steinmetzarb.; Zimmerarb. und -Materialien; Staakerarb.; Eisenarb. Masseneinheits-Sätze für die Massenberechnung.
c. Kostenberechnung von: Erdarb.; Maurerarb.; Asphaltarb.; Steinmetzarb.; Zimmerarb. und -Material; Staakerarb.; Schmiede- und Eisenarb.; Dachdeckerarb.; Klempnerarb.; Tischler-, Schlosser-, Glaser- und Anstreicherarb.; Anstreicher- und Tapeziererarb.; Stuckarb.; Ofenarb.; Zentralheiz- und Ventilations-Anlagen; Gas- und Wasserleitungs-Anlagen; Bauführungskosten; Insgemein.

3. Veranschlagung von grössern Reparatur- und Umbauten 62 — 64

4. „ „ Unterhaltungskosten 64 — 65

E. Ueberschlägige Kosten-Bestimmungen und Werth-Ermittelungen. Seite 66—89.

1. Neuwerth von Bauanlagen 66 — 71
a. Berechnung nach Einheitskosten-Sätzen. Antheile der Titel an den Gesammtkosten für Massivbau.
b. Summarische Kosten-Bestimmung. Masseneinh. benutzbar zur Ermittelung der Maurerarbeiten und -Materialien für Ziegelbau der Umfangs- und Scheidewände. Masseneinh. benutzbar zur Ermittelung des Holzbedarfs.

2. Kapitalwerth von Bauanlagen 71 — 75
a. Ertragswerth.
b. Oekonom. Werth von Bauanlag. mit nicht darstellbaren Erträgen.

3. Ablösung von Bau- und Unterhaltungs-Verpflichtungen 76 — 79
a. Ablösung von Bau-Verpflichtungen durch einmalige Kapitalzahlung, bezw. durch Rente. — b. Ablösung von Unterhaltungs-Verpflichtungen.

Seiten.

4. Taxen (Schätzungen) 79 — 81
a. Taxen nach dem Material- u. Arbeitswerthe. — b. Taxen unter Berücksichtigung des Ertrags u. des Materialwerthes. — c. Grundbuch-Feuersicherungs- u. Feuerschäden-Taxen.

5. Summarische Angaben über Bau- und Unterhaltungskosten, sowie Amortisations-Beträge von Bauwerken für: 82 — 89
Wohngebäude.
Kirchen. — Schulen. — Krankenhäuser. — Gefängnisse. — Verwaltungs- u. Gerichtsgebäude; Rathhäuser.
Theatergebäude.
Stationsgebäude. — Perronhallen. — Güterschuppen. — Lokomotiv-Schuppen. — Wagenschuppen. — Reservoir-Thürme der Wasserstationen. — Sonstige Schuppenbauten; Werkstätten-Gebäude. — Speicher. — Fabrikgebäude. — Fabrik-Schornsteine.
Scheunen und landwirthschaftliche Schuppenbauten. — Ställe. — Reitbahnen. — Abtrittsgebäude. — Backöfen.
Umwehrungen. — Schmuckanlagen und Wege.
Innere Einrichtungen von: bezw. Kirchen. — Schulen. — Verwaltungsgebäuden. — Theatern. — Diversen.
Maschinelle Anlagen und Einrichtungen; Dampfkessel und Dampfmaschinen.

F. Beschaffung von Bauplänen auf dem Wege d. Konkurrenz.
Seite 90 — 92.

1. Grundsätze für das Verfahren bei öffentlichen Konkurrenzen in Deutschland . 90 — 91
2. Grundsätze zur Regelung des Verfahrens bei öffentl. Konkurrenzen in Oesterreich . 91
3. Grundsätze über das Verfahren bei öffentl. Konkurrenzen in der Schweiz . 92
4. Auszug aus den Grundsätzen für das Verfahren bei architektonischen Konkurrenzen in England 92

G. Honorare für baukünstlerische u. technische Leistungen.
Seite 93 — 103.

1. Honorare für technische Leistungen in Deutschland 93 — 98
a. Honorar-Norm für baukünstlerische Leistungen. — b. Honorirung von Arbeiten aus dem Gebiete des Bau- und Maschinen-Ingenieurwesens wie der Feldmesskunst. (Vergl. auch Nachträge, S. 1174).
2. Auszug aus den Normen zur Berechnung des Honorars für technische und architektonische Arbeiten in Oesterreich 98 — 101
a. Honorar für Ingenieur-Arbeiten. — b. Honorare für Hochbauten und architektonische Arbeiten.
3. Auszug aus der Honorar-Norm für architektonische Arbeiten in der Schweiz. (Vergl. auch Nachträge, S. 1176) 102
4. Auszug aus der Honorar-Norm der englischen Architekten . . . 102 — 103
5. Honorar der amerikanischen Architekten 103
6. Honorar der französichen Architekten. (Vrgl. auch Nachträge, S. 1176) 103

H. Verdingung der Bau-Arbeiten. Seite 104 — 167.

1. Verdingungs-Systeme 104 — 105
a. Nach Tagelohns-Sätzen. — b. In Regie. — c. An Einzelunternehmer. — d. An Grossunternehmer; General-Entreprise.
2. Berechnungsweise oder Bezahlungsmodus d. Leistungen 105 — 106
a. Nach Einheitspreisen. — b. Mittels Pauschal-Summen.

Seiten.

3. Ermittelung des Unternehmers 106
a. Die Vergebung aus freier Hand. — b. Das Unterbietungs-Verfahren.

4. Anwendbarkeit der Verfahrensweisen zu 3. 107
a. Die freihändige Vergebung. — b. das Lizitations-Verfahren. — c. Das Verfahren der engern Submission. — d. das Verfahren der öffentlichen Submission. (Vergl. auch Nachträge, S. 1176).

5. Beurtheilung und Durchführung d. Submissions-Verfahrens . . . 107 — 110
a. Prinzipielle Gesichtspunkte. — b. Formales.

6. Auszug aus den Submissions-Bedingungen für die öffentl. Vergebung von Arbeiten und Lieferungen der preussischen Bauverwaltung. (Vergl. auch Nachträge, S. 1177) 110 — 111

7. Kontrakt-Bedingungen 111 — 157
a. Die allgemeinen Bedingungen. — b. Die speziellen, insbesondere technischen Bedingungen; hierzu Muster bezw. für:
Ausführung der Erdarbeiten zur Herstellung der Baugrube. — Herstellung eines Pfahlrostes. —
Ausführung von Maurer-Arbeiten. — Lieferung von Bruchsteinen. — Lieferung von Hintermauerungs-Ziegeln. — Desgl. von Formsteinen und Terrakotten. — Desgl. von Mauersand. — Desgl. von gelöschtem Kalk. (Vergl. auch Nachträge, S. 1185). — Desgl. von hydraulischem Kalk. — Desgl. von Trass- und Tuffsteinen. — Desgl. von Portlandzement. (Vergl. auch Nachträge, S. 1186). — Desgl. von Romanzement.
Ausführung von Asphaltarbeiten.
Ausführung von: Steinmetz-Arbeiten, — von Zimmerarbeiten, — von Staakerarbeiten, — von Schmiedearbeiten.
Lieferung und Aufstellung von: Eisenkonstruktionen. (Vergl. auch Nachträge, S. 1185). — Schlosser-Arbeiten. — Schieferdecker-Arbeiten. — Ausführung eines Holzzementdaches.
Klempner- (Spengler-, Flaschner-) Arbeiten. — Tischler-Arbeiten. — Glaser-Arbeiten. — Anstreicher- und Maler-Arbeiten. — Stuck-Arbeiten.
Ofen-Arbeiten. — Zentralheizungs-Anlagen. Bestimmungen darüber im Ressort der preuss. Allgem. Bauverwaltung.
Gas-, Wasser- und Entwässerungs-Leitungen in einem Wohngebäude. — Herstellung einer Entwässerungs-Anlage.
Lieferung von Pflaster-Materialien. — Ausführung von Pflaster-Arbeiten.
Bedingungen für einen Generalentreprise-Vertrag. (Vergl. hierzu auch S. 322 ff.). — Lieferung und Verlegung der Rohre und Formstücke der Absperrschieber und Hydranten für eine städtische Wasserwerks-Anlage. — Lieferung und Aufstellung einer Wasserschöpf-Anlage für eine Baugrube.

8. Mündliche Verabredungen und Akkord-Verhandlungen 157 — 158

9. Grundzüge der Einrichtung des Verdingungswesens in Deutschland 159 — 167
a. Der Reichs-Ressorts. — b. Der Landes-Verwaltung von Elsass-Lothringen. — c. Preussens. — d. Bayerns. — e. Sachsens. — f. Württembergs. — g. Badens. — h. des Grossherzogth. Sachsen-Weimar. — i. Oldenburgs. — k. Der beiden Mecklenburg. — l. Der Freien- und Hansestadt Hamburg. — m. Der Freien- und Hansestadt Bremen. — n. Lübecks. — o. Der Stadt Berlin. (Vergl. auch Nachträge, S. 1186).

I. **Die Bau-Ausführung.** Seite 168—198.

1. Organisation des Baudienstes 168 — 172
a. Typus der Organisation im allgemeinen. — b. Die Bau-Oberleitung und das Zentral-Büreau. — c. Die spezielle Bauleitung.

Seiten.

2. Der dienstliche und geschäftliche Verkehr 172 — 181
a. Allgemeine Grundsätze. — b. Schriftliche Behandlung. — c. Registratur-Ordnung. — d. Behandlung der Zeichnungen und Berechnungen. — e. Persönlicher Verkehr auf der Baustelle.

3. Reihenfolge und Verlauf der Bauarbeiten. Bauzeit einiger grossen Hochbauten der Neuzeit 181 — 185

4. Einrichtung der Baustelle und Einiges zu den praktischen Seiten der Bau-Ausführung 185 — 187

5. Geschäftsführung auf der Baustelle 188 — 198
a. Baujournal-Führung: Rapporte. Korrespondenz-Journal. Inventarien-Verzeichniss. Namen-Register. Bestellbuch.
b. Rechnungsführung: Ausgaben. Zahlungs-Anweisungen. Einnahmen. Auktions-Protokolle. Einnahme-Beläge. Kontrakts-Kontrolle.
c. Baurapporte.
d. Bau-Abschlussarbeiten: Bau-Uebergabe. Bau-Rechnungslegung. Bau-Inventarisation.

K. Baustatistik. Seite 199 — 217.

1. Statistik im allgemeinen 199 — 200

2. Aufgabe der Baustatistik im allgemeinen 200 — 201

3. Die statistische Methode 201 — 210
a. Eigenthümlichkeit der statist. Beobachtungsweise. — b. Theorie der Massen-Erscheinung; Gesetz der grossen Zahl. — c. Die statist. Operationen; rechnerische und grafische.

4. Anwendung der statist. Methode im Hochbauwesen 210 — 217
Gegenstand der Erhebungen. Dispositions-Statistiken. Betriebs-Statistiken. Massen-Statistiken. Baukosten-Statistiken. Statistiken über Dauer von Bauobjekten, Betriebs- und Unterhaltungskosten. Ausführung der Erhebungen und Erhebungs-Formulare.

II. Grundzüge der Baurechts- und Baupolizei-Wissenschaften.

A. Einleitende Erörterungen. Seite 218 — 224.

I. Begründung von Recht und Gesetz 218

II. Unterscheidungen des Rechts 219

III. Das Gesetz . 219 — 224
a. Sein Entstehen und Aufhören. — b. Grenze seiner Anwendbarkeit. — c. In Deutschland geltende Rechts-Systeme und deren Quellen.

IV. Gesetzes-Anwendungs-Regeln 224
a. Auslegung der Gesetze. — b. Kollision der Gesetze. — c. Analogie.

B. Das Privat-Baurecht. Seite 225 — 332.

I. Die Träger der Rechts-Verhältnisse 225 — 238
a. Das Rechts-Subjekt im allgemeinen. Die natürliche Person. Die juristische Person. (Vergl. auch Nachträge, S. 1186).
b. Die Personen bei Bau-Ausführungen. Der Bauherr. Der Bauunternehmer. Die Bau-Arbeitnehmer. Der Bau-Lehrherr. (Vergl. auch Nachträge, S. 1186).

II. Gegenstand des Rechts 239 — 245
a. Begriff der Sache.
b. Natürliche Verschiedenheit der Sache: Aeussere Beschaffenheit. Beweglichkeit. Vertretbarkeit. Verbrauchbarkeit. Theilbarkeit. Verkehrsfähigkeit. Schätzbarkeit. Haupt- und Nebensache.
c. Sach-Gesammtheit.

Seiten.

d. Zubehör (Pertinenz).
e. Sach-Erweiterungen: An- und Zuwüchse als: Anspülungen; abgerissenes Land; die Insel; verlassene Flussbetten; Bauen an der Grenze. Arbeits-Erzeugnisse; Früchte.

III. Die Privatrechte in ihrer Entstehung und Endigung 246 — 264
a. Die Berechtigung. Wesen derselben. Endigung der Rechte.
b. Rechte erzeugende Begebenheiten. Grundlage der gesetzlichen Privatrechte: Im allgemeinen. Die Unfalls-Haftpflicht — Betriebs-Unfalls-Versicherungs-Pflicht. (Vergl. auch Nachträge, S. 1186). — Die Verjährung: Begriff u. Arten; Ersitzung; Unterbrechung; Verschweigung. — Die selbstgeschaffenen Privatrechte: Handlungen; Willenserklärungen; Rechtsgeschäfte; Verträge; der Scherz im Geschäfts-Verkehr; Simulation. — Förmlichkeiten der Rechtsgeschäfte: Neben-Bestimmungen der Rechtsgeschäfte. Stempelpflichtigkeit. Ausübung der Privatrechte.

IV. Schutz und Verfolgung der Rechte 264 — 279
a. Verfahrens-Arten.
b. Das ordentliche Verfahren. Die Gerichts-Behörden. Gang des Verfahrens. Der Angriff. Die Vertheidigung. Beweis. Urtel und Vergleich. Rechtskraft. Rechtsmittel. Zwangsvollstreckung. Arrest und einstweilige Verfügung. — Besondere Verfahrens-Arten.
c. Ausserordentl. Rechts-Verfahren: Gewerbe-Gerichte. Schiedsgerichte. Schiedsmanns-Vergleich.
d. Selbsthülfe.
e. Sicherung der Rechte.

V. Das Eigenthum und seine Erwerbsarten 279 — 292
a. Begriff und Inhalt des Eigenthums.
b. das Grundeigenthum: Besonderheiten. Die Grundbuch-Verfassung.
c. Eigenthums-Erwerb: Ursprüngliche Erwerbs-Arten. Abgeleiteter Erwerb: Beerbung; Veräusserung; Ersitzung.
d. Besondere Erwerbs-Arten des Grundeigenthums: Freiwilliger Erwerb: Eintragung in das Grundbuch; Auflassung. — Zwangs-Erwerbs-Arten: Subhastation; Zwangsenteignung. — Verwirken des Eigenthums.
e. Anrecht auf Eigenthums-Ueberlassung: Das vertragsmässige Vorkaufsrecht. Näherrecht oder Retrakt.
f. Die Grundstücks-Belastungen: Endgültige Beschwerungen: Pfandbriefe; Grundschulden; Hypothek; Vorrechts-Bewilligung; Entpfändung; Kautions-Hypothek. — Die vorbereitenden Belastungen.

VI. Beschränkungen der Bau-Freiheit 292 — 316
a. Die Bau-Freiheit: Begriff. Grenze zwischen Baurecht und Baupolizei. Inhalt des Baurechts.
b. Bauen auf fremden Boden: Bauen im Einvernehmen des Eigenthümers: Ausdrückliche Bewilligung; die Superficies. — Eigenmächtiger Bau auf fremdem Grundstück: Einbau (Inädifikation); Ueberbau; Vorbau.
c. Beschränkungen der Bau-Freiheit: Die freiwilligen Beschränkungen der Bau-Freiheit. — Die gesetzlichen Bau-Beschränkungen: Bauflucht; Bebauungspflicht der Grundeigenthümer; Beschränkung bei gewerblichen Anlagen; die Rayon-Gesetzgebung. — Nachbar-Rechte: Begriff und Wesen; Aussichts-, Luft- und Lichtrecht; Vorbau-Recht; Zugangs-Recht; Recht des Zwischenraums; Raine; gemeinschaftliche Mauer; Grenzscheidungen; Erhöhungen und Erniedrigungen des Bodens;

Seiten.

Brunnen; schädliche Anlagen; Rinnen und Kanäle. — Nothwendige Dienstbarkeiten (Servituten): Hammerschlag- und Leiterrecht; Hausumgang-Recht; der Nothweg; Bewässerungs-Anlagen. — Grund-Gerechtigkeiten: Begründung; Aufhebung; Ausübung; besondere Arten: Traufrecht und Recht des Ausgusses; Balkenlagsrecht; Lichtrecht.

VII. Die Rechtsgeschäfte bei Bau-Ausführungen 316 — 330
a. Der Materialien-Bezug: Der Kauf; der Lieferungs-Vertrag; die Werkverdingung. — b. Beschaffung der Hülfskräfte. — c. Vergebung der Bau-Ausführung: Bauleistungs-Miethe. Normativ-Bestimmungen zwischen Techniker und Auftraggeber; Bau-Verdingung; Muster zu Verträgen.

VIII. Schadens-Ansprüche aus Unfällen bei Bauten 330 — 332
a. Die Schuldgrade. — b. Die Schadensarten. — c. Wechselwirkung zwischen Schuldgraden und Schadensarten. — d. Die Schadensleistung. — e. Begrenzung der Verantwortlichkeit. — f. Mitschuld Anderer. — g. Eigene Schuld des Beschädigten.

C. Bauverwaltungs-Recht. Seite 333—344.

I. Grundbegriffe . 333 — 334
a. Begriff und Umfang. — b. Unterscheidungen. — c. Quellen. — d. Litteratur.

II. Die Bauverwaltungs-Behörden 335 — 339
a. Des Reichs. — b. Die Staats-Bauverwaltungs-Behörden: Gemeinsame Grundsätze. Die preussischen Baubehörden. Baubehörden der übrigen deutschen Staaten. — c. Gemeinde-Baubehörden.

III. Verwaltungs-Grundsätze 339 — 343
a. Des Reichsrechts: Schutz des Grundeigenthums. Reichs-Bauwerke. Einfluss des Reichs-Schatzamts. — b. Der einzelnen Staaten: Budget-Recht. Kassen-Verwaltung. Der Bau-Entwurf. Formelle Behandlung der Staats-Bauausfürungen. — c. Gemeindebauten.

IV. Erhaltung geschichtlicher Denkmäler 344

D. Das Baupolizei-Recht. Seite 344—374.

I. Inhalt und Wesen 344

II. Gesetzliche Unterlage 344 — 345

III. Strafrechtliche Verantwortlichkeit 346 — 348
a. Das materielle Recht: Die strafrechtliche Fahrlässigkeit bei Bau-Ausführungen. Verstoss gegen die Regeln der Technik. Sach-Beschädigung. Störung der öffentlichen Ordnung.
b. Das Verfahren: Das ordentliche Verfahren. Besondere Verfahrens-Arten.

IV. Haupt-Grundsätze des deutschen Baupolizei-Rechts 349 — 367
a. Bau-Erlaubniss: Die allgemeine Bau-Erlaubniss. Genehmigung gewerblicher Anlagen. Besondere Genehmigungen. —
b. Polizeiliche Bau-Beschränkungen: Bau-Beschränkungen aus Verkehrs-Rücksichten: Gründung neuer Ansiedelungen und Kolonien; Bebauungspläne und Baufluchten; Baulinien; Verengung der Strassen; Bürgersteig. — Wahrung der Sicherheit: Die Festigkeit; Einfriedigung. — Feuerpolizeiliche Gesichtspunkte: Das Auseinanderbauen; Bedachung; Umfassungswände; Treppen; Gebäudehöhe; Dachrinnen; Feuerungen; Schornsteine und Kamine; Durch- und Zufahrten; Beleuchtung. — Gesundheitspolizeiliche Gesichtspunkte: Hofräume; Höhe der Wohnräume; Keller- und Dachwohnungen; Begräbnissplätze,

Seiten.

Brunnen und Zisternen; Gewerbliche Anlagen; das Beziehen von Neubauten; Anstrichsfarben; Abtritte und Dunggruben; Stallungen; Zwischendecken.

c. Bau-Aufsicht: Aufsicht während der Ausführung; Aufsicht bei bestehenden Bauwerken.

d. Bau-Abnahme: Rohbau-Abnahme; Schluss-Abnahme.

V. Baupolizei-Behörden und das Verfahren in Baupolizei-Angelegenheiten . 367 — 374

a. Reichs-Baupolizei-Behörden.

b. Landes-Baupolizei-Behörden: Preussen. Bayern. Sachsen. Württemberg. Baden. Hessen. Sächsische Herzogthümer. Braunschweig. Hamburg. Bremen. Lübeck. Elsass-Lothringen.

III. Ausführung perspektivischer Zeichnungen.
Seite 375—407.

I. Projektions-Arten 375

II. Die Zentral-Projektion 376 — 389

a. Durchschn. oder Glastafel-Methoden. — b. Bestimmung des günstigsten Standpunktes. — c. Ausführung des Bildes. — d. Benutzung der Verschwindepunkte. — e. Ersetzen der Verschwindepunkte. — f. Darstellung geneigter Geraden. — g. Frontale Lage. — h. Freie Perspektive. — i. Perspekt. eines im Raume liegenden Punktes. — k. Perspekt. Maassstäbe. — l. Benutzung der Theilpunkte. — m. Anwendung des perspektiv. Grundrisses. — n. Perspekt. geneigter Geraden. — o. Perspekt. von Monumenten. — p. Perspekt. krummer Linien und krummer Flächen.

III. Besondere Apparate zur Anfertigung perspekt. Bilder 390 — 394

a. Der Rittersche Perspektograph. — b. Die Methode und der Apparat von Prof. Hauck.

IV. Physiologische Begründung der Perspektive 394 — 396

V. Auffindung der Bestimmungsstücke gegebener Perspektiven . . 396 — 401

a. Photogrammetrisches Verfahren. — b. Rekonstruktion des geometr. Grund- und Aufrisses.

VI. Decken-Perspektive 401 — 402

VII. Theater-Perspektive 402 — 404

VIII. Schattenkonstruktion in perspektiv. Zeichnungen 404 — 407

a. Zentral-Beleuchtung. — b. Natürliche Beleuchtung.

IX. Zeichnen nach der Natur 407

IV. Resultate aus der reinen Mathematik.
Seite 409—486.

A. Arithmetik und Algebra. Seite 409 — 415.

I. Reihen . 409 — 411

a. Einfache arithm. Reihen. — b. Höhere arithm. Reihen. — c. Geometr. Reihen. — d. Einige besondere Reihen. — e. Binomische Reihe. — f. Transzendente Reihen. — g. Konvergenz der Reihen. — h. Interpolation.

II. Zinseszinsen- u. Rentenrechnung 411

III. Kombinatorik . 411 — 412

a. Permutationen. — b. Variationen und Kombinationen.

IV. Determinanten . 412 — 413

V. Gleichungen . 413 — 415

a. Gleichgn. 1. Grades. — b. Gleichgn. 2. Grades. — c. Gleichgn. 3. Grades. — d. Näherungsweise Lösung der Gleichgn.

Seiten.

B. Einiges aus der ebenen Geometrie. Seite 416 — 420.

I. Lehrsätze und Formeln 416 — 418
II. Auflösung geometr. Konstruktions-Aufgaben 418 — 419
a. Methode der Hülfsfiguren. — b. Meth. der geometr. Oerter. — c. Meth. der ähnlichen Figuren. — d. Meth. der algebr. Analyse.
III. Reguläre Polygone 419
IV. Näherungs-Berechnung ebener Flächen 419 — 420

C. Stereometrie. Seite 420 — 422.

D. Goniometrie und ebene Trigonometrie. Seite 422 — 423.

I. Goniometrische Formeln 422 — 423
a. Besondere Werthe. — b. Beziehungen zwischen den Funktionen desselben Winkels. — c. Beziehungen zwischen den Funktionen des einfachen Winkels und seines Vielfachen. — d. Beziehungen der Funktionen zweier Winkel. — e. Potenzen von sin und cos. — f. Bogen-Funktionen.
II. Berechnung ebener Dreiecke 423

E. Sphärische Trigonometrie. Seite 423 — 424.

I. Das rechtwinklige sphärische Dreieck 423 — 424
II. Gemeines sphärisches Dreieck 424
III. Berechnung sphärischer Dreiecke 424

F. Differential-Rechnung. Seite 425 — 431.

I. Differential-Formeln 425 — 426
a. Einfache Differentiation. — b. Mehrfache Differentiationen.
II. Die Reihen von Taylor und Maclaurin 427
III. Unbestimmte Werthe 427
IV. Maxima und Minima 427 — 429
V. Zerlegung rationaler Brüche in Partial-Brüche 429 — 431

G. Integral-Rechnung. Seite 431 — 440.

I. Ausführung der Integration 431 — 432
II. Integrations-Formeln 432 — 438
a. Hauptformeln. — b. Rationale Funktionen. — c. Irrationale Funktionen. — d. Transzendente Funktionen. — e. Bestimmte Integrale. — f. Näherungsweise Berechnung best. Integrale.
III. Differential-Gleichungen 438 — 440
a. Different.-Gleichung 1. Ordnung. — b. Different.-Gleichungen 2. Ordnung. — c. Höhere Different.-Gleichungen.

H. Analytische Geometrie der Ebene. Seite 441 — 458.

I. Die Koordinaten in der Ebene 441
II. Gerade Linie 441 — 442
III. Allgemeine Kurvenlehre 442 — 446
IV. Spezielle Kurvenlehre 446 — 458
a. Kegelschnitte. — b. Transzendente Kurven. — c. Gleichungen einiger transzendent. und algebr. Kurven höherer Ordnung.

I. Analytische Geometrie des Raumes. Seite 459 — 469.

I. Die Koordinaten im Raume 459
II. Punkt, Ebene, Gerade 459 — 461
III. Kurven doppelter Krümmung 461 — 462
a. Allgemeine Theorie. — b. Zylindrische Schraubenlinie.

Seiten.

IV. Krumme Flächen 462 — 469
a. Allgemeine Theorie. — b. Flächen 2. Ordnung.

K. Wahrscheinlichkeits-Rechnung. Seite 469—486.

I. Hauptsätze 469 — 471
II. Methode der kleinsten Quadrate 471 — 477
a. Theorie der Beobachtungsfehler. — b. Bestimmung der wahrscheinlichsten Werthe unbek. Grössen aus gegebenen Beobachtgn.
III. Grafisches Rechnen 477 — 486
a. Die einfachen Rechnungs-Operationen. — b. Grafische Integration. — c. Der Rechenstab und sein Gebrauch.

V. Mechanik fester Körper. Seite 487—717.

A. Grundbegriffe; Aufgabe und Geschichte der Mechanik. Seite 488—500.

I. Kraft und Bewegung 488
II. Die Schwerkraft 488
III. Aeussere und innere Kräfte; Gleichgewicht 488
IV. Masse . 488
V. Der materielle Punkt und das System von materiellen Punkten 489
VI. Arbeit . 489
VII. Arbeitsvermögen einer bewegten Masse 489
VIII. Prinzip von der Erhaltung der Kraft 489
IX. Aufgabe der Mechanik 490
X. Kurze Geschichte der Prinzipien der Mechanik 490 — 496
XI. Kurze Geschichte der Bau-Mechanik 496 — 500
XII. Methoden der Mechanik 500

B. Allgemeine Mechanik. Seite 501 — 552.

I. Statik. Seite 501—523.

a. Die Kräfte wirken auf einen Punkt 501 — 502
α. Die Kraftrichtungen fallen in eine und dieselbe Gerade. — β. Die Kraftrichtungen schneiden sich unter einem beliebigen Winkel. — γ. Das Kräftepolygon. — δ. Kräfte im Raume.
b. Kräfte, die in einer Ebene wirken 502 — 504
α. Wirkung einer Einzelkraft. — Eigenschaften der Kräftepaare. — γ. Parallelkräfte. — ε. Grafische Zusammenstellung der Kräfte; Seilpolygon. — ζ. Die Summen der Momente beliebig vieler Kräfte.
c. Kräfte, die im Raume oder auf einen Körper wirken 504 — 506
α. In verschiedenen Ebenen wirkende Kräftepaare. — β. In beliebigen Punkten angreifende Einzelkräfte. — γ. Gleichgewicht der Kräfte.
d. Eigenschaften und Anwendung des Seilpolygons 506 — 508
α. Die Polaraxe. — β. Legung eines Seilpolygons durch 3 gegebene Punkte. — γ. Resultanten-Polygon oder Mittelkraft-Linie. — δ. Statisches Moment der Resultante beliebig gerichteter Kräfte. — ε. Kraftkurve und Seilkurve.
e. Mittelpunkt der parallelen Kräfte; Schwerpunkt 508 — 513
α. Allgemeine Gleichungen für die Lage des Schwerpunkts. — β. Schwerpunkte geometr. Linien, Flächen u. Körper. — γ. Grafische Schwerpunkts-Bestimmungen: Schwerp. von Linien und Flächen. Schwerp. von Körpern.

Seiten.

f. Widerstände fester Stützpunkte 513 — 516
α. Ein einziger Stützpunkt. — β. Zwei Stützpunkte. Statisch bestimmte und unbestimmte Fälle. — γ. Kennzeichen statisch bestimmter Fälle der Ebene. — δ. Stabilitäts-Moment und dynamische Stabilität. — ε. Zwei sich gegenseitig stützende Stäbe. — ζ. Mehrere sich gegenseitig stützende Stäbe.

g. Reibungswiderstand 516 — 519
α. Gleitende Reibung. — β. Reibungswinkel. — γ. Schiefe Ebene. — δ. Rollende Reibung. — ε. Zapfenreibung. — ζ. Umwandlung gleitender Reibung in rollende. — η. Zahnreibung. — ϑ. Seilreibung. — ι. Kettenreibung und Seilbiegungs-Widerstände.

h. Einfache Maschinen und deren Theile 519 — 523
α. Hebel. — β. Feste und lose Rolle. — γ. Rollenzug. — δ. Flaschenzug. — ε. Differential-Flaschenzug. — ζ. Wellrad, Haspel und Göpel. — η. Keil. — ϑ. Schraube. — ι. Friktionsräder. — κ. Bremsräder. — λ. Riemenscheiben.

II. Dynamik. Seite 523 — 549.

a. Bewegung des geometrischen Punktes 523 — 526
α. Geschwindigkeit und Beschleunigung der geradlinigen Bewegung. — β. Zusammensetzung mehrerer geradlinigen Bewegungen. — γ. Geschwindigk. und Beschleunigung mehrerer krummlinigen Bewegungen. — δ. Tangential- und Normal-Beschleunigung.

b. Bewegung des geometr. Körpers 526 — 530
α. Vorbemerkungen. — β. Drehung um eine feste Axe. — γ. Drehung um bewegliche Axen. — δ. Augenblicklicher Drehpunkt und augenblickliche Drehaxe. — ε. Anwendung der Lehre vom augenbl. Drehpunkt. — ζ. Drehung des Körpers um einen festen Punkt. — η. Freie Bewegung des geometr. Körpers.

c. Relative Bewegung des geometr. Körpers 531 — 532
α. Bewegung in Bezug auf den bewegten Raum. — β. Bewegung eines Körpers in Bezug auf einen andern bewegten Körper. — γ. Beschleunigung.

d. Bewegung des materiellen Punktes 532 — 534
α. Prinzip der lebendigen Kraft. — β. Bewegung auf vorgeschriebener Bahn. — γ. Bewegung in einer Kurve. — δ. Relative Bewegung.

e. Beispiele zur Bewegungslehre des materiellen Punktes 534 — 539
α. Freier Fall im luftleeren Raume. — β. Freier Fall mit Berücksichtigung des Luftwiderstandes. — γ. Wurfbewegung mit Berücksichtigung des Luftwiderstandes. — δ. Bewegung auf schiefer Ebene. — ε. Prinzip der Zentrifugalbahn. — ζ. Mathematisches Kreispendel. — η. Cykloidenpendel. — ϑ. Zentrifugal-Regulatoren. — ι. Schienen-Ueberhöhung in Eisenbahnkurven. — κ. Aberration des Lichts. — λ. Wahres und scheinbares Gewicht der Körper.

f. Gleichgewicht und Bewegung eines Systems materieller Punkte . 539 — 544
α. Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten. — β. d'Alembert's Prinzip und Gesetz der Bewegung des Schwerpunkts. — γ. Drehung des Systems um eine feste Axe. — δ. Allgemeine Eigenschaften der Trägheitsmomente. — ε. Trägheitsmomente verschiedener Körper.

g. Beispiele zur Bewegungslehre des Systems materieller Punkte . . 544 — 547
α. Beschleunigte Drehung einer Radwelle. — β. Schwungräder Berechnung. — γ. Physikalisches Pendel. — δ. Rollende Bewegung auf horizontaler und schiefer Ebene. — ε. Fuhrwerke; Zugkraft; Widerstandskraft. — ζ. Gleitende Bewegung eines rotirenden Körpers auf schiefer Ebene. — η. Schrauben-Bewegung.

Seiten.

h. Der Stoss . 547 — 549
α. Gerader, zentraler und vollkommen unelastischer Stoss. — β. Beispiele zum unelastischen Stoss. — γ. Gerader, zentraler und vollkommen elastischer Stoss. — δ. Gerader, zentraler und unvollkommen elastischer Stoss. — ε. Stoss rotirender Körper; exzentrischer Stoss. — ζ. Zentraler, schiefer Stoss.

Anhang. Arbeitsleistungen und Widerstände beim Bewegen von Lasten durch Menschen und Thiere.

Seite 549 — 552.

a. Koeffizienten der gleitenden Reibung für Ruhe und Bewegung . . 549 — 550
b. „ „ „ „ „ die Bewegung 550
c. „ „ rollenden „ 551
d. Zapfenreibungs-Koeffizienten 551
e. Arbeitsleistungen von Menschen und Thieren 551
f. Widerstands-Koeffiz. beim Fortbewegen von Lasten auf horizontalen und geneigten Wegen 552
g. Widerstands-Koeffiz. für Seilrollen, Kettenrollen und Flaschenzüge 552

C. Baumechanik. Seite 553 — 717.

I. Elastizitäts-Lehre, Seite 553 — 620.

a. Grundbegriffe und Aufgabe der Elastizitäts-Lehre 553 — 557
α. Elastizität. — β. Festigkeit. — γ. Aufgabe der Elastizitäts-Lehre. δ. Innere Kräfte oder Spannungen. — ε. Spannungs-Ellipsoid und Haupt-Spannungen. — ζ. Deformations-Ellipsoid. — η. Formen der zu untersuchenden Körpertypen. — ϑ. Formänderung eines Stabes unter Einwirkung äusserer Kräfte.
b. Einfache Elastizität und Festigkeit 557 — 562
α. Normalspannung. — β. Axiale Längen-Aenderung. — γ. Transversale Längen-Aenderung. — δ. Schubspannung. — ε. Gleitung und Gleitungs-Koeffiz. — ζ. Stäbe von konstanter Normalfestigkeit. — η. Torsionsspannung und Torsionswinkel.
c. Biegungs-Elastizität gerader Stäbe 562 — 568
α. Aeussere Kräfte. — β. Innere Kräfte. — γ. Allgemeine Eigenschaften der Trägheitsmomente. — δ. Faserspannung des Querschnitts. — ε. Neutrale Axe. — ζ. Kern des Querschnitts. — η. Schubspannung bei konstantem Querschnitt. — ϑ. Schubspannung bei veränderlichem Querschnitt. — ι. Spannungs-Ellipse und Hauptspannungen. — ϰ. Deformations-Ellipse und ideale Hauptspannungen.
d. Allgemeine Behandlung der Querschnitte 568 — 573
α. Analytische Bestimmung der Querschn.-Grössen. — β. Grafische Bestimmung der Querschn.-Grössen. — γ. Konstruktion der Trägheits-Ellipse. — δ. Fixpunkte der Zentral-Ellipse. — ε. Konstruktion der neutralen Axe und des Korns. — ζ. Benutzung des Korns bei Bestimmung der Maximal-Faserspannung.
e. Spezielle Behandlung der Querschnitte 573 — 585
α. Rechteckige Querschnitte. — β. Rechteckige Querschnitte von konstanter Biegungsfestigkeit. — γ. Elliptische Querschnitte. — δ. Zusammengesetzte Querschn. — ε. Näherungs-Regeln für I ⊥ und ⊔ förmigen Querschn. — ζ. Minimum der Querschn.-Fläche bei gegebener Inanspruchnahme. — η. Tabellen: Trägheitsmom. für zusammengesetzte Querschn. — ϑ. Beispiele.
f. Formänderung . 585 — 590
α. Elastische Linie. — β. Grafische Darstellung der elast. Linie. — γ. Durchbiegung vertikal belasteter Stäbe mit konstantem Quer-

Seiten.

schnitt. — δ. Näherungs-Regeln für die Bestimmung der Durchbiegung. — ε. Der Kreisbogen als elastische Linie; Federwerke.

g. Formänderungs-Arbeit 590 — 596
α. Allgemeiner Ausdruck für die Formänderungs-Arbeit. — β. Die Abgeleitete des Ausdrucks der Formänderungs-Arbeit. — γ. Formänderungs-Arbeit in Fällen der Normal- und Biegungs-Elastizität. — δ. Formänderungs-Arbeit in Fällen der Torsions- oder Drehungs-Elastizität. — ε. Virtuelle Arbeit. — ζ. Prinzip der kleinsten Formänderungs-Arbeit. — η. Dynamische Formänderung.

h. Zusammengesetzte Elastizität und Festigkeit 596 — 606
α. Kombination von Biegungs- und Normal-Elastizität. — β. Exzentrische Druck- oder Zugbeanspruchung. — γ. Gefährlichste Lage der Kraftebene bei exzentr. Belastung. — δ. Knickfestigkeit. — ε. Erfahrungs-Regel von Rankine zur Bestimmung der Knickfestigkeit. — ζ. Neuere Formeln für die Knickfestigkeit. — η. Grenze zwischen Druck- und Knickfestigkeit. — ϑ. Knicken eines Stabes in Folge Temperatur-Erhöhung. — ι. Weitere Beispiele zur Knickfestigkeit. — ϰ. Gleichzeitiges Vorkommen von Normal- und Torsions-Elastizität. — λ. Gleichzeitiges Vorkommen von Biegungs- und Torsions-Elastizität.

i. Normal- und Biegungs-Elastizität einfach gekrümmter Stäbe . . 606 — 611
α. Normal-Elastizität. — β. Biegungs-Elastizität im allgemeinen. — γ. Schubspannung.

k. Festigkeits-Koeffizienten und Festigkeit von Seilen und Ketten . . 611 — 617
α. Elastizitätskoeff. und Grenzkoeff. — β. Koeffiz. der Transversal-Elastizität. — γ. Festigkeit im allgemeinen. — δ. Festigkeitskoeff. — ε. Arbeitsfähigkeit des Materials. — ζ. Festigkeit von Seilen. — η. Festigkeit von Ketten.

l. Berechnung einfacher Holz- und Eisen-Verbindungen. (Beispiele zur Elastizitäts-Lehre) 617 — 620
α. Holzverbindung durch Verzapfung, mit und ohne Versatzung. — β. Holzverbindung durch Bolzen, mit Versatzung. — γ. Holzverbindung durch Verdübelung. — δ. Auf Abscheren beanspruchte Bolzenverbindung. — ε. Auf Abscheren und Biegung beanspruchte Bolzenverbindung. — ζ. Auf Zug und Torsion beanspruchte Schraubenverbindung. — η. Nietverbindungen.

II. Statik der Baukonstruktionen. Seite 621 — 717.

a. Die Konstruktions-Systeme und deren Berechnung im allgemeinen 622 — 630
α. Die Träger. — β. Statisch unbestimmte Systeme. — γ. Methoden zur Ermittelung der Spannungen im allgemeinen. — δ. Schnittmethode (Ritter's Methode). — ε. Grafische Schnittmethode. — ζ. Cremona'sche oder Polygonal-Methode. — η. Methode der Influenzlinien. — ϑ. Methode zur Berechnung der innern Kräfte elastisch unbestimmter Stabsysteme. — ι. Verschiebung der Knotenpunkte eines Stabsystems.

b. Aeussere Kräfte einfacher Träger 630 — 636
α. Unmittelbare und unveränderliche Belastung. — β. Gefährlichste Lastlage bei veränderlicher Belastung. — γ. Grafische Darstellung der Maximal-Momente. — δ. Grafische Darstellung der Maximal-Transversalkräfte. — ε. Rechnungs-Ergebnisse.

c. Aeussere Kräfte der Träger auf mehreren Stützen 636 — 646
α. Konstruktion der elastischen Linie. — β. Das Seilpolygon und die Drittels-Vertikalen. — γ. Die Fixpunkte. — δ. Anwendung der Kreuzlinien zur Bestimmung der Mom. und Transversalkräfte für ein beliebig belastetes Feld. — ε. Zeichnung der Kreuzlinien eines belasteten Feldes für besondere Belastungsfälle. — ζ. Gefährlichste

Seiten.

Lastlage. — η. Träger auf beliebig vielen Stützen. — ϑ. An beiden Enden horizontal unwandelbar befestigter Träger. — ι. An einem Ende unwandelbar horizont. befestigt. und am andern Ende frei gestützter Träger. — $\varkappa$. Träger auf 3 Stützen. — λ. Zweckmässigste Höhenlage der Stützen kontinuirl. Träger.

d. Belastung und zulässige Inanspruchnahme der Hoch- und Brückenbau-Konstruktionen , ... 646 — 652
α. Belastung der Zwischendecken. — β. Belastung der Stützen. — γ. Belastung der Dächer. — δ. Verkehrslast der Eisenbahn-Brücken. — ε. Horizontalkräfte bei Eisenbahn-Brücken. — ζ. Eigengewicht der Eisenbahn-Brücken. η. Eigengewicht der Strassen-Brücken.

e. Zulässige Inanspruchnahme oder Methode der Querschnitts-Bestimmung im allgemeinen 653 — 655
α. Die gewöhnliche Methode zur Festsetzung des Sicherheits-Grades. — Die neuere Methode zur Bestimmung der Querschnitte: Verf. von Winkler. Verf. nach Weyrauch-Launhardt.

f. Decken und Stützen , ... 655 — 664
α. Hölzerne und eiserne Decken. — β. Eiserne Treppen. — γ. Gitterpfeiler. — δ. Konsolen. — ε. Unterlagsplatten. — ζ. Verschiedene Beispiele: Säulen, Mauern, Pfeiler, Konsolen.

g. Dächer . 665 — 675
α. Ermittelung der Spannungen in einer Dachkonstruktion im allgemeinen. — β. Einfaches Polonceau-Dach. — γ. Zusammengesetztes Polonceau-Dach. — δ. Englischer Dachstuhl. — ε. Kuppeldächer. — ζ. Zeltdächer.
η. Ergebnisse für einige hölzerne Dachstühle: Einfaches Sparrendach. Einfaches Kehlbalkendach. Doppelt stehender Kehlbalken-Dachstuhl. Doppelt stehender Pfetten-Dachstuhl. Liegender Kehlbalken-Dachstuhl. Pfettendach. Pultdach. Walmdach.

h. Balkenbrücken . 675 — 684
α. Blechträger. — β. Parallel-Gitterträger. — γ. Parallel-Träger mit mehrtheiligem Gitterwerk. — δ. Polygonal-Gitterträger. — ε. Parabelträger. — ζ. Pauli-Träger. — η. Schwedler- oder Hyperbel-Träger. — ϑ. Hänge- und Sprengwerks-Träger. Armirte Träger. — ι. Rechnungs-Ergebnisse für verstärkte Balken.

i. Bogenbrücken . 684 — 693
α. Grösse und Lage der Kämpferdrücke. — β. Gefährlichste Belastungs-Lage und Belastungs-Scheiden. — γ. Bestimmung der Spannungen mit Hülfe der 2. Kämpferdruck-Linie. — δ. Dreigelenk-Bogenträger. — ε. Bogenträger mit 2 Gelenken. — ζ. Parabelbogen mit 2 Kämpfergelenken, mit konstanter Höhe und konstantem Querschnitt. — η. Kreisbogen mit 2 Kämpfer-Gelenken und konstantem Querschnitt. — ϑ. Symmetrischer Gitter-Bogenträger ohne Gelenk. — ι. Beispiel: Berechung einer Strassenbrücke mit 2 Kämpfer-Gelenken.

k. Hängebrücken . 693 — 696
α. Parabolische Gleichgewichts-Form der unversteiften Kette. — β. Gemeine Kettenlinie. — γ. Kettenbrücken-Linie. — δ. Spannungen der unversteiften Kette. — ε. Kombinirte Balken- und Kettenbrücke.

l. Gewölbe und Lehrgerüste 696 — 706
α. Die Stützlinie. — β. Die Lage der Stützlinie. — γ. Grenzlagen der Stützlinie. — δ. Die Stützlinie für labiles Gleichgewicht. — ε. Stabilitäts-Untersuchung eines Widerlagers oder Pfeilers. — ζ. Form und Stärke eines Gewölbes. — η. Der Fugendruck. — ϑ. Form und Stärke des Widerlagers. — ι. Stützlinie (Seilkurve) für beliebige Belastung. — $\varkappa$. Druck eines Wölbsteins auf das Lehrgerüst. —

Seiten.

λ. Grösster Druck auf das Lehrgerüst. — μ. Kreuzgewölbe, Klostergewölbe, Kuppelgewölbe.

m. Stützmauern . 706 — 712
α. Beschaffenheit der Hinterfüllung. — β. Richtung und Grösse des Erddrucks im allgemeinen. — γ. Lage der Gleitfläche und Grösse des Erddrucks für eine ebene Wandfläche. — δ. Lage der Gleitfläche und Grösse des Erddrucks für eine gebrochene Wandfläche. — ε. Angriffspunkt des Erddrucks. — ζ. Konstruktion und Lage der Stützlinie. — η. Pressung in den Fugen und auf den Unter grund. — ϑ. Analytische Ergebnisse über die Grösse des Erddrucks.

Anhang: Verschiedene Tabellen zur Baumechanik.
Seite 712—717.

1. Aeussere Kräfte eines kontinuirl. Trägers auf 3 Stützen. — 2. Aeussere Kräfte eines kontinuirl. Trägers auf 4 Stützen. —
3. Zur Bestimmung der Dimensionen von Konsolen in Gusseisen. — 4. Zur Bestimmung von α in der Gleichg. $b = \alpha Q$ bezw. β in der Gleichg. $b = \beta Q$ Seite 659. —
5. Trägheitsmoment der Lamellen bei 10 mm Breite. — 6. Trägheitsmoment der Stehbleche und der 4 L Eisen (Biquadrat). —
7. Nietloch-Abzug für 1 Niet von 10 mm Durchmesser 712 — 717

VI. Mechanik tropfbar flüssiger Körper. Seite 718—752.

I. Statik. Seite 718—729.

a. Allgemeines . 718 — 719
b. Allgemeine Gleichgewichts-Bedingung 719
c. Einfluss der Schwerkraft 719
d. Fortpflanzung des Drucks 719
e. Druck des Wassers auf Gefäss-Wandungen 720 — 722
f. Kommunizirende Röhren 722 — 723
g. Flüssigkeits-Spiegel ruhenden und bewegten Wassers 723 — 725
h. Auftrieb . 725 — 726
i. Gleichgewicht schwimmender Körper; Metacentrum 726 — 727
k. Dichte; spezifisches Gewicht 727 — 729

II. Dynamik. Seite 729—752.

a. Allgemeines . 729
b. Hydraulischer Druck 729 — 732
c. Ausfluss unter konstantem Druck 732 — 738
α. Ausfluss durch eine Oeffnung im Gefässboden. — β. Ausfluss durch eine Oeffnung in vertikaler Seitenwand. — γ. Erfahrungs-Koeffizienten. — δ. Ausfluss durch rechteckige Mündungen in dünner Wand. — ε. Ausfluss aus rechteckigen Mündungen mit Ansatz-Gerinnen. — ζ. Ueberfall mit rechteckiger Mündung. — η. Kurze zylindrische Ansatzröhren. — ϑ. Kurze konische Ansatzröhren.

d. Ausfluss unter veränderlichem Druck; Ausflusszeit 738 — 739
α. Gefässe von konstantem Querschnitt. — β. Ausfluss aus Gefässen mit veränderlichem Querschnitt.

e. Bestimmung kleinerer Wassermengen 739 — 740
α. Durch Aichung mittels Ausflusses in kalibrirte Gefässe. — β. Mittels des Brunnenzolls.

Seiten.

f. Leitungswiderstand gerader zylindrischer Röhren 740 — 742
g. Besondere Widerstände 742 — 745
α. Plötzlicher Querschnitts-Wechsel im allgemeinen.
β. Besondere Fälle: Verengung des Rohrquerschn. durch Schieber. Verengung des Rohrquerschn. durch Hähne. Verengung des Rohrquerschn. durch Drosselklappen. Verengung des Rohrquerschn. durch Teller- oder Kegelventile. Knierohre und Rohr-Verkröpfungen.
h. Steighöhe springender Strahlen 745 — 746
i. Stoss des Wassers in Röhrenleitungen.; Hydraulischer Widder . . 746 — 748
k. Stoss- und Reaktionsdruck des Wassers gegen feste Körper . . 748 — 750
α. Stoss eines isolirten Strahls. — β. Stoss des unbegrenzten Wassers.
l. Schiffswiderstände 750 — 751
m. Druck des Wellenschlags 751
n. Bewegung des Wassers durch Sandfilter 751 — 752

VII. Hydrometrie. Seite 753—796.

I. Nivellement . 753 — 754
a. Längen-Eintheilungen. — b. Höhenmessungen. — c. Auftragen der Längenprofile.
II. Querprofile; Tiefenmessungen 754 — 756
a. Aufnahme der Querprofile. b. Auftragen der Querprofile.
III. Pegel-Beobachtungen 756 — 760
a. Eintheilung und Aufstellung der Pegel. — b. Zeit und Auftragen der Beobachtungen. — c. Besondere Pegel-Einrichtungen: Schwimmende Pegel. Selbstregistrirende Pegel. Mareographen. Aichpfähle.
IV. Geschwindigkeits- und Mengen-Messungen 760 — 790
a. Unmittelbare Bestimmung der Geschwindigk. Wahl, Einrichtung und Gebrauch der Apparate (Hydrometr. Flügel. Reichenbach'scher Strommesser u. Darcy'scher Strommesser. Oberflächen-Schwimmer). Messungs-Methoden. Geschwindigkeits-Skala. Mittlere Profil-Geschwindigkeit und Geschw. einzelner Stromfäden.
Verwerthung der Messungs-Ergebnisse. Ermittelung der Wassermengen. Wassermengen-Kurve.
b. Mittelbare Bestimmung der Geschwindigkeit: Gleichförmige Bewegung: Formeln von Chezy-Eytelwein, de Prony, Humphreys-Abbot. Darcy-Bazin, Gauckler, Hagen, Ganguillet u. Kutter, Harder.
Wassermengen bei verschiedenen Wasserständen in Kanälen und Flüssen. Ungleichförmige Bewegung. Stau- und Wehr-Anlagen. Staukurve. Vollkommenes Ueberfalls-Wehr. Unvollkommenes Ueberfallswehr. Schleusenwehr.
Wassermengen-Bestimmung an Strömen im Fluthgebiet.
V. Günstige Querprofile bei Kanälen; Sinkstoffe; Normalprofile bei Flüssen . 790 — 793
VI. Anhang . 794 — 796
a. Tabelle der Werthe *k* in der Geschwindigk.-Formel von Darcy-Bazin. — b. Fluss- oder Stromkarten. — c. Uebersichts- und Flussgebiets-Karten.

VIII. Mechanik der Wärme. Seite 797—820.

I. Grundbegriffe . 797 — 798
II. Wärmeeinheit; spezifische Wärme 798 — 799

Seiten.

III. Ausdehnung der Körper durch die Wärme 799 — 801
a. Ausdehnung fester Körper. — b. Ausdehnung flüssiger Körper. — c. Volumen-Aenderung gasförmiger Körper.

IV. Aenderung der Aggregatform der Körper durch die Wärme . . 801 — 802

V. Apparate zur Messung höherer Temperaturen tropfbar-flüssiger und gasförmiger Körper; Pyrometer und Kalorimeter 802 — 806
a. Pyrometer, deren Angaben auf der Ausdehnung von Metallen beruhen. Quecksilber-Pyrometer. Metall-Pyrometer. Graphit-Pyrometer von Steinle & Hartung. — b. Spannungs-Pyrometer. Das Luftpyrometer. Thalpotasimeter. — c. Elektrisches Widerstands-Pyrometer von C. W. Siemens. — d. Kalorimeter.

VI. Wärmedurchgang 806 — 816
a. Durch ebene feste Wände von überall gleicher Dicke. — b. Durch eine aus n Schichten von ungleicher Beschaffenheit zusammen gesetzte ebene Wand. Durch Mauern. Durch Hohlmauern und Mauern mit Isolirschicht. Durch Holzwände. Durch Zwischendecken. — c. Durch Glastafeln. — d. Durch zylindrische Gefässwände. — e. Durch die Wände eines Kanals von quadrat. Querschnitt.

VII. Strom-Heizflächen 816 — 819
a. Einstrom-Heizflächen. — b. Doppelstrom-Heizflächen. Parallelstrom-Heizfl. Gegenstrom-Heizfl.

VIII. Direkte und indirekte Heizfläche 819 — 820

IX. Beziehung zwischen Wärme und mechanischer Arbeit 820

IX. Mechanik der gas- und dampfförmigen Körper.
Seite 821 — 844.

I. Statik. Seite 821 — 835.

a. Allgemeines . 821 — 822

b. Apparate zum Messen der spezif. Pressung (Spannung) von Gasen und Dämpfen . 822 — 824

c. Zustandsgleichung der Gase. Gesetz von Mariotte und von Gay-Lussac 824

d. Spezifische Wärme für konstantes Volumen und für konstante Pressung 824 — 825

e. Gesättigter Wasserdampf. Beziehung zwischen Pressung und Temperatur desselben 825

f. Innere und äussere spezif. Verdampfungswärme. Gesammtwärme. Spezif. Volumen und spezif. Gewicht gesättigten trocknen Wasserdampfes . 825 — 828

g. Umkehrbare und nicht umkehrbare Zustandsänderungen. Inneres Arbeitsvermögen. Expansions-Arbeit 828 — 831
α. Bei der Zustandsänderung bleibe die spezif. Pressung konstant. — β. Bei der Zustands-Aenderung bleibe das spezif. Volumen konstant. — γ. Bei der Zustands-Aenderung soll dem Gase weder Wärme zugeführt noch entzogen werden.

h. Zustands-Aenderungen des Wasserdampfes 831 — 834
α. Zustands-Aenderung bei konstantem Volumen. — β. Zustands-Aenderung bei konstantem Gewichts-Verhältniss von Dampf und Flüssigkeit. — γ. Zustands-Aenderung ohne Mittheilung oder Entziehung von Wärme.

i. Ueberhitzter Wasserdampf 834 — 835

k. Mischung von athmosphär. Luft und Wasserdampf 835

II. Dynamik. Seite 836 — 844.

a. Gleichung des gesammten Arbeitsvermögens. Wärme-Gleichg. Gleichg. der lebend. Kraft gas- oder dampfförm. Körper 836

Seiten.

b. Bewegung der Gase in Gefässen und Röhren 836 — 838
α. Bewegung in Röhren ohne Rücksicht auf Wärmeleitung der Rohrwand. — β. Bewegung mit Rücksicht auf die Wärmeleitung der Rohrwand.

c. Ausfluss der Gase aus Gefässen 838 — 840

d. Erfahrungs-Koeffizienten 840

e. Bewegung des Dampfes in Röhren 841 — 842
α. Bewegung ohne Rücksicht auf die Wärmeleitung der Rohrwand. — β. Bewegung mit Rücksicht auf die Wärmeleitung der Rohrwand.

f. Ausfluss des Dampfes aus Gefässen 842 — 844

g. Druck unbegrenzter Luft auf feste Körper bei ihrer relat. Bewegung 844

X. Grundzüge der Lehre vom Schall und von der Wellenbewegung. Seite 845 — 884.

I. Grundbegriffe . 845 — 848

II. Schwingende Bewegung eines Punktes 848 — 850

III. Fortpflanzung des Schalls in einer Punktreihe 850 — 852

IV. Gleichung der Wellenbewegung 852 — 857

V. Zusammensetzung mehrerer Bewegungen; Interferenz 857 — 860

VI. Zusammensetzung mehrerer nach entgegen gesetzten Richtungen sich fortpflanzender Bewegungen 860 — 862

VII. Fortpflanzung der schwingenden Bewegung in einem räumlich ausgedehnten Punktsystem 862 — 866

VIII. Fortpflanzungs-Geschwindigkeit des Schalls 866 — 867

IX. Abnahme der Schallstärke mit der Entfernung von der Schallquelle 867 — 870

X. Reflexion des Schalls 871 — 875

XI. Echo; nachhallende Räume; Sprachrohr 875 — 876

XII. Resonanz . 876 — 877

XIII. Entstehung der Töne und Klänge 877 — 880

XIV. Einiges über die Akustik der Glocken 880 — 884

XI. Elektrizität und Magnetismus. Seite 885—948.

A. Das absolute Maasssystem. S. 886 — 887.

B. Grundzüge der Potential-Theorie. Seite 887 — 899.

I. Elektrisches und magnetisches Kraftgesetz 887 — 888

II. Elektr. und magnetische Einheit der Quantität des Agens . . 888

III. Elektr. und magn. Feld- und Kraft-Intensität 888

IV. Das Potential 888 — 891

V. Niveauflächen 891

VI. Potential-Gefälle 891

VII. Vorzeichen . 891 — 892

VIII. Potential der Kugel 892 — 893

IX. Potential eines Systems auf ein anderes und auf sich selbst . . 893 — 894

X. Arbeit bei der Verschiebung und beim Laden eines Systems . 894

XI. Kraftlinien . 894 — 895

XII. Verzeichnung von Potential-Niveaus und Kraftlinien 895 — 897

XIII. Das Flächen-Integral der Induktion 897 — 898

Seiten.

XIV. Der 2. Differential-Quotient von V 898
XV. Charakteristische Gleichung des Potentials an einer geladenen Flasche . 898 — 899

C. Elektrostatik. Seite 899 — 911.

I. Allgemeine Voraussetzungen der Theorie 899 — 901
II. Anordnung der Elektrizität auf einem Konduktor 901 — 902
III. Kapazität eines Konduktors 902
IV. Potential der Erde 902
V. Potentielle Energie des Konduktors 902
VI. Potentielle Energie eines Systems von Konduktoren 902 — 903
VII. Kugelförmiger Konduktor 903
VIII. Kraftlinien im elektr. Felde 903
IX. Substitution einer belegten Fläche für ein eingeschlossenes elektr. System 904
X. Influenz-Wirkungen 904 — 905
XI. Induktionswirkungen einer Schale. Elektrischer Schirm . . 905
XII. Kugel und elektr. Punkt 906
XIII. Konzentrische Kugelschalen 906
XIV. Prinzip der Kondensatoren 907 — 908
XV. Spezif. induktive Kapazität der Dielektrika 908
XVI. Kondensator aus 2 parallelen leitenden Ebenen 908 — 909
XVII. Allgemeine Näherungs-Formel für Kondensatoren 909
XVIII. Kugelförmige Flasche 909 — 910
XIX. Koaxiale Zylinderflächen von unendlicher Ausdehnung . . . 910
XX. Beispiele . 910 — 911

D. Der konstante elektrische Strom. Seite 911 — 921.

I. Allgemeine Voraussetzungen 911
II. Gesetz von Ohm . 912 — 913
III. Der Leitungswiderstand 913 — 914
IV. Verbindung von Elektro-Motoren 914 — 915
V. Stromverzweigung in linearen Leitern (Kirchhoff'sche Gesetze) . 915 — 917
VI. Arbeit im Stromkreise 917
VII. Wärme-Entwickelung im Stromkreise; Gesetz von Joule . . . 917
VIII. Verrichtung äusserer Arbeit durch den Strom 917 — 918
IX. Elektrolyse . 918 — 919
X. Elektromotorische Kraft eines Volta'schen Elektro-Metors . . 919 — 920
XI. Empirische Einheiten 920
XII. Beispiele . 920 — 921

E. Magnetismus. Seite 921 — 930.

I. Allgemeine Voraussetzungen der Theorie 921 — 922
II. Vorzeichen . 922
III. Potential eines molekularen Magnets 922
IV. Magnetisches Moment und Magnetisirungs-Intensität 923
V. Potential eines Magnets von endlicher Grösse 923 — 924
VI. Vertheilung und Dichte des freien Magnetismus 924 — 925

Seiten.

VII. Potentielle Energie eines Magnets im magnet. Felde 925 — 926
VIII. Magnetische Induktion 926 — 927
IX. Weber's Theorie der magnetischen Induktion 927 — 929
X. Experimentelle Ergebnisse 929
XI. Erdmagnetismus 929 — 930

F. Elektro-Magnetismus. Seite 930—946.

I. Grundgesetze elektro-magnetischer Wirkungen 930 — 931
II. Elektromagnetisches Maasssystem 931 — 932
III. Praktische Einheiten 932 — 933
IV. Magnetisches Potential eines elektr. Stromkreises 933 — 934
V. Bewegung eines Stromkreises im Felde eines magnet. Systems 934 — 935
VI. Magnet. Kraftwirkung an einer verbiegbaren Strombahn . . . 935 — 936
VII. Kraftwirkung eines magnet. Systems an einem Strom-Element. 936
VIII. Kraftwirkung zwischen einem Magnetpol und einem Strom-Element 936 — 937
IX. Wirkung eines unendlichen geradlinigen Stroms auf einen Magnet 937 — 938
X. Wirkung eines ebenen Kreisstroms auf einen Magnet 938
XI. Wirkung einer stromdurchflossenen Spirale auf einen Magnetpol 939
XII. Wirkung von Stromkreisen auf einander 940
XIII. Potential zweier geschlossener Stromkreise auf einander . . . 940 — 941
XIV. Ampère's Satz über die Kraftwirkung zweier Stromkreise . . 941 — 942
XV. Arbeitsleistung bei den Verschiebungen von Stromkreisen . . 942
XVI. Induktion von Strömen 942 — 944
XVII. Ampère's Theorie über die Konstitution der Magnete . . . 945
XVIII. Elektromagnete 945 — 946

G. Anhang; Tabellen, Seite 946—948.

Tab. I. Widerstands-Einheiten 946
„ II. Strom-Einheiten 946
„ III. Einheiten der elektromotorischen Kraft 947
„ IV. Arbeitsgrössen 947
„ V. Widerstände bei 0° 947
„ VI. Horizontale Intensität des Erdmagnetismus in Mittel-Europa 947
„ VII. Jahresmittel der Tagesmittel der westlichen Abweichungen der Magnetnadel für Berlin 948

XII. Lehre vom Licht. Seite 949—1058.

I. Entstehung des Lichts 949 — 950
II. Fortpflanzung des Lichts 950 — 952
a. Geradlinige Fortpflanzung. — b. Geschwindigkeit des Lichts.
III. Intensität des Lichts; Photometrie 953 — 954
IV. Prinzip von der Koexistenz kleiner Bewegungen und Prinzip von Huyghens . 954 — 955
V. Reflexion des Lichts 955 — 965
a. Reflexion und Brechung der Wellen. — b. Optische Länge eines Strahls. — c. Bilder ebener Spiegel.
d. Anwendung des Reflexions-Gesetzes (Spiegelablesung. Reflexions-Goniometer. Sextant. Heliostat.) e. Reflexion an gekrümmten Flächen. — f. Reflexion an Kugelflächen. —

Seiten.

g. Gestalt der katakaustischen Fläche.
h. Optische Konsequenzen. — i. Beziehung zwischen der Entfernung konjugirter Punkte vom Spiegelscheitel. — k. Bilder ausgedehnter Objekte; deren Lage und Grösse. — l. Intensität der Spiegelbilder.

VI. Brechung des Lichts 965 — 979
a. Brechung ebener Flächen. — b. Grenze der Brechung. — c. Brechung an planparallelen Platten.
d. Brechung an Prismen. — e. Experimentelle Bestimmung der Brechungs-Exponenten fester Körper. — f. Bestimmung der Brechungs-Expon. flüssiger Substanzen. — g. Brechungsexpon. von Gasen. — h. Resultate vielfacher Messungen von Brechungsexpon. Brechungsexpon. fester, flüssiger und gasförmiger Substanzen.
i. Foucault's Versuch zur Widerlegung der Emissions-Theorie.
k. Brechung an gekrümmten Flächen. — l. Brechung an Kugelflächen. — m. Beziehungen zwischen den Abständen konjungirter Punkte. — n. Die durch eine brechende Fläche entworfenen Bilder und deren Grössen. — o. Brechung durch beliebig viele konzentrische Kugelflächen. — p. Verallgemeinerung von: $\frac{H_1}{h_1} + \frac{H_2}{h_2} = 1.$
q. Definition der Kardinalpunkte eines optischen zentrirten Systems. — r. Bestimmung der Lage der Kardinalpunkte eines aus 2 einzelnen Systemen zusammenges. Systems, wenn von den einzelnen Syst. die Haupt- und Brennpunkte gegeben sind.
s. Spezialisirung der allgem. Gleichungen für ein System zweier brechenden Flächen, welches vorn und hinten von demselben Medium begrenzt wird.

VII. Ueber die Linsen in ihren verschiedenen Formen 979 — 987
a. Sammellinsen. — b. Zerstreuungslinsen. — c. Unendlich dünne Linsen. — d. Abweichungen wegen der Kugelgestalt; sphärische Aberration. — e. Sphär. Aberration an Linsen. — f. Aplanatisches Linsen-System. — g. Achromatische Linsen. — h. Experimentelle Bestimmung der Brennweiten und Brennpunkte von Linsen.

VIII. Die optische Apparate 987 — 998
a. Die Lupe oder das einfache Mikroskop.
b. Die Camera obscura.
c. Das zusammengesetzte Mikroskop.
d. Von den Fernröhren. (Astronomisch. Fernrohr. Terrestrisches Fernrohr. Holländisches oder Galilei'sches Fernrohr. Spiegelteleskope.)
e. Projektions-Apparate.
f. Die optischen Erscheinungen der Atmosphäre: Astronom. Refraktion. Terrestrische Refraktion. Luftspiegelung.

IX. Dispersion des Lichts 998 — 1001

X. Wirkungen des Lichts 1001 — 1002
a. Optische Wirkungen. — b. Wärme-Wirkungen. — c. Chemische Wirkungen. (S. auch S. 1056.) — d. Fluoressenz und Phosphoressenz.

XI. Emission des Lichts 1002 — 1009
a. Emission durch feste Körper. — b. Lichtemission der Dämpfe. — c. Beziehungen zwischen Licht und Wärme. —
d. Entstehung verschiedener Spektra. — e. Wirkung der Elektrizität. — f. Gesetze der spektral-analyt. Erscheinungen. — g. Methoden der Untersuchung. — h. Spektral-Apparate. — i. Spektra der Elemente. — k. Blitz und Nordlicht.

Seiten.

XII. Absorption des Lichts 1009 — 1014
a. Arten der Absorption. — b. Absorption durch Gase. — c. Das Kirchhoff'sche Gesetz. —
d. Sonnenspektrum. — e. Protuberanzen. — f. Verschiebung der Linien eines Spektrums.

XIII. Interferenz des Lichts 1014 — 1024

XIV. Polarisation und doppelte Brechung 1024 — 1044
a. Erscheinungen beim Kalkspath. — c. Fresnel-Arago's Gesetze. — c. Nikol'sches Prisma. — d. Polarisation durch Reflexion und Brechung. — e. Fresnel's Theorie der Reflexion und Brechung.
f. Elliptische und zirkulare Polarisation. — g. Doppelbrechung. — h. Optisch einaxige Kristalle. — i. Wellenfläche einaxiger Kristalle. — k. Elastizitäts-Fläche. — l. Zweiaxige Kristalle.
m. Interferenz-Erscheinungen durch Kristallplatten. — n. Rotations-Polarisation.
o. Saccharimetrie.
p. Polarisations-Photometrie. — q. Künstliche Doppelbrechung. — r. Dichroismus.

XV. Physiologische Optik 1045 — 1056
a. Das Auge als optischer Apparat. Gang der Lichtstrahlen im Auge. Akkomodation des Auges. Deutliche Sehweite. Kurzsichtigkeit, Fernsichtigkeit, Brillen. Das Auge verglichen mit künstlichen optischen Apparaten. Der Augenspiegel. Die Gesichtsempfindung. Ort, Schärfe und Stärke der Lichtempfindung. Dauer der Lichtempfindung. Irradiation.
b. Ueber Farben und Farben-Empfindung. Die Young-Helmholtz'sche Farbenlehre. Farbenblindheit. Die Hering'sche Farbenlehre. Subjektive Farben und Nachchbilder. Kontrast-Erscheinungen.
c. Die Gesichts-Wahrnehmung.

XVI. Chemische Wirkungen des Lichts mit speziellem Bezug auf photographische Zwecke 1056 — 1058

XIII. Die Lichtpaus-Verfahren. Seite 1059—1113.

I. Allgemeines . 1059 — 1061

II. Chemische Wirkungen des Lichts insbes. auf anorganische Stoffe 1061 — 1062

III. Beschaffenheit der Originale zu Lichtpausen 1062 — 1063

IV. Unterscheidungen der Lichtpaus-Arten 1063 — 1064

V. Geschichtlicher Ueberblick der Erfindung und Entwicklung der Lichtpaus-Verfahren 1064 — 1069

VI. Apparate, Utensilien und Einrichtungen 1069 — 1084
a. Dunkelraum und Belichtungsraum. — b. Kopirrahm. — c. Kopirrahm-Gestelle. — d. Pinsel. — e. Schwämme. — f. Schwammhalter. — g. Heftzwecken; Vorrichtung zum Papierspannen. — h. Aufbewahrungs-Büchsen, -Kästen, -Pressen. — i. Diverse Laboratoriums-Geräthe: Wage und Gewichte. Mensuren. Glastrichter. Filtrirpapier, Glaswolle. Filtrirgestelle. Spritzglas oder Spritzflasche. Thermometer. Aräometer. Glasstäbe. Heber.

VII. Ausführung der bekannten Lichtpaus-Verfahren 1084 — 1111
a. Verfahren mit Silbersalzen: Auswahl der Rohpapiere. Vorpräparation der Rohpapiere. Selbst-Ausführung der Vorpräparation der Rohpapiere. Lichtempfindlichmachen der Papiere und Trocknen.

Seiten.

Verfahren zur Erzielung von Lichtpausen auf gesilbertem Papier.
b. Verfahren mit Eisensalzen: Negatives Cyanotyp.-Verfahren.
c. Verfahren mit Chromsalzen: Der Anilindruck. Verfahren mit Chromsalzen direkt auf Papier ohne Leim und Gummi. Chromsalze und Leim (Gelatine) auf Papier.
d. Verfahren mit Uransalzen.
e. Verfahren mit Platinsalzen.

VIII. Praktische Erfahrungen und Bemerkungen zur Ausführung des Lichtpausens . 1111 — 1113

IX. Summarischer Ueberblick nebst Beurtheilung der beschriebenen Lichtpaus-Verfahren 1113 — 1115

XIV. Grundzüge der Meteorologie. Seite 1115—1173.

Theil I.: Temperatur und Feuchtigkeit der Luft; Niederschläge; Bewegung und Druck der Luft. Seiten 1115—1148.

I. Allgemeines 1115

II. Temperatur . 1115 — 1122

III. Feuchtigkeit der Luft 1122 — 1127

IV. Atmosphärische Niederschläge 1127 — 1142
a. Messinstrumente. — b. Entstehung der Niederschläge. — c. Regenzonen.
d. Regenmengen: Tabellen bezw. über monatliche, vierteljährliche und jährliche Niederschlagshöhen, über Zahl der Regentage und Regendichte, über die grössten monatlichen und täglichen Niederschlagshöhen, über besondere Fälle grösster täglicher Niederschlagshöhen, über grösste stündliche Niederschlagshöhen und Dauer stärkerer Niederschläge.

V. Luftbewegung und Luftdruck 1142 — 1148

Theil II.: Wetter-Vorausbestimmungen, Prognosen. Seiten 1149—1170.

I. Allgemeines . 1149 — 1150

II. Erfahrungsmässiges Wissen 1150 — 1167
a. Wetter-Indizien: Das Barometer. Der Wind. Die Temperatur. Die Niederschläge. Fallender und steigender Nebel. Die Wolken.
b. Wetterreihen. Beispiele für bezw.: Uebergang zu Schnee und Kälte; Uebergang zu Thauwetter; Sturm und Regen; Typus zu sehr viel Regen; Gewitter-Typus; Uebergang zu besserm Wetter im Winter; Uebergang zu gutem Wetter im Herbst; Uebergang zu gutem Wetter im Sommer.

III. Aufstellung der Prognose 1167 — 1170
a. Durch die Zentralstationen.
b. Aufstellung auf Grund eigener Beobachtung, unter Mitbenutzung von Wetterkarten. Schlussfolgerung auf Grund der allgemeinen Witterungs-Vertheilung. Absolute Höhe des Luftdrucks. Gang des Barometers. Bewölkung;
c. Aufstellung des Resultats. d. Beurtheilung des Wetters auf Grund lokaler Beobachtung ohne Benutzung von Wetterkarten. e. Zeitbestimmung. f. Zukunft der Wetterkunde.
Anhang: Wettersäulen 1171 — 1173

Sach-Register

zu den **Abschnitten I. und II.**, Seiten 1—374,

betr. Bauführung, bezw. Baurecht, Bauverwaltungs-Recht und Baupolizei.

A.

Abfallrohre 134.
Abfuhr-Systeme 364.
Abgerissenes Land 243.
Abkürzungen, der Maasse und Gewichte 3, 8; der Raumbezeichnungen in Hochbau-Projekten 44.
Ablösung von Bau- und Unterhaltungs-Verpflichtungen 76.
Abrechnungs-Verfahren 197.
Abschlags-Zahlungen 114, 192.
Abschnürung von Bauplätzen 186.
Absteckung von Bauplätzen 113, 186.
Abtritts-Anlagen, in polizeilicher Hinsicht 364; für Arbeiter 113, 186; Kosten-Einheitssätze 87.
Abtrittsgruben an der Nachbargrenze 363, 364.
Administration 279 (s. a. Zwangsverwaltg.)
Aegypten, Maasse 3; Münzen 8.
Akademie des Bauwesens 338.
Akkord-Verhandlungen 157.
Akkord-Zettel 157, 260.
Akten, Eintheilung und Behandlung s. Registratur-Ordnung.
Aktien-Gesellschaften 227.
Allgemeine (Kontrakts-) Bedingungen 111, 1182, s. a. Verdingung der Bauarbeiten.
Altan 297, s. a. Erker und Balkon.
Amerika, Vereinigte Staaten von N. A., Maasse und Gew. 7, Münzen 8.
Amerika, Zentral-A., Münzen 8.
Amortisation 71.
Amortisations - Koeffizienten für verschiedene Arten von Bauten 82 ff.
Amortisations-Hypothek 290.
Amtsgerichte, Einrichtung, Zuständigkeit 264 ff.
Analogie, des Rechts, der Gesetze 224.
Angriff, im Zivilprozess 268.
Anhalt, ältere Maasse und Gewichte 4.
Anlagen zu Schriftstücken 175, 177; schädliche an der Nachbargrenze 311.
Anrecht a. Eigenthums-Ueberlassung 288.
Anschlag, Kosten - A., genereller 48; spezieller 50; für Zentralheiz-Anlagen 141.
Ansiedlungen und Kolonien 354.
Anspülungen 243.
Anstreicher-Arbeiten 187; Veranschlag. 61; Kontrakts-Bedingungen 136.
Anstrich auf Holz, Eisen, Stein, Kalk- und Zementputz, Bedingungen dafür 136; f. Facaden 363.
Antike Maasse 7.
An- und Zuwüchse 243.
Arbeitgeber, Arbeitnehmer 236.
Arbeiterhäuser, Kosten 82.
Arbeits-Erzeugnisse 242, 244.
Arrest, persönlicher, dinglicher 276, 279.
Asphalt-Arbeiten, Veranschlagung 59; Verdingung 126.
Aufgebots-Verfahren 299.
Auflassung 280, 283.
Aufsicht, polizeiliche b. Bauten und bei bestehenden Bauwerken 364.
Augenschein, richterlicher 271.
Auktion, rechtlich aufgefasst 282, 284; entbehrlicher Gegenstände 193.
Ausguss-Recht 314.

Ausländische Baumaterialien 159, 163.
Auslegung der Gesetze, authentische und doktrinelle 224.
Aussichts-Recht 303.
Ausschreibung von Submissionen 109.

B.

Baden, ältere Maasse und Gewichte 47; Baupolizei-Behörden und Verfahren in B.-P.-S. 372; Verdingungswesen 166; Landrecht 223.
Balkenlags-Recht 316.
Balkon 298.
Bau, auf fremdem Boden 293, 295; an der Grenze (Ueberbau Vorbau) 296, 297; im Festungs-Rayon 301.
Bau-Abnahme 113, 327, 366, 367.
Bau-Abschlussarbeiten 196.
Bauarbeiten, Reihenfolge derselben 181.
Bauarbeiten, Verdingung ders. 104 ff; 159 ff., 321.
Bauarbeiter, rechtliche Verhältnisse 238; Versicherung gegen Betriebsunfälle 250.
Bau-Arbeitnehmer 237.
Bau-Aufsicht des Technikers 326.
Baubeamte des Reichs und der Einzelstaaten 335 ff.; der Gemeinden 339.
Baubehörden s. Baubeamte.
Bau-Befugniss 293.
Bau-Beschränkungen (s. a. Baufreiheit), Natur und Begründung ders. 298; bei gewerblichen Anlagen 300, 363, 370, 371; durch die Rayon-Gesetzgebung 301; Nachbarrechte 303 ff.; polizeiliche 353 ff.
Bau-Beschreibung 198.
Bau-Disposition 181. ff.
Bau-Erlaubniss 349, 353, 370, 371, 372, 373; s. a. Genehmigung gewerblicher Anlagen.
Bau-Firmen, Baugeschäfte 228, 237.
Bau-Flucht 300, 350, 354, 372; s. a. Baulinien und Bebauungspläne.
Bau-Fortschritt 181 ff.
Bau-Freiheit 292.
Bauführer 237, 319, 338.
Bauführungs-Kosten 62; s. a. Honorare.
Baugelder-Hypothek 291.
Bau-Gewerbe 236 s. a. Bau-Unternehmer.
Bauherr 168, 235, 236.
Bauhölzer, Eintheilung 19.
Bau-Inventar 189.
Bau-Inventarisation 198.
Bau-Journale 181, 188 ff.
Bau-Konto 48, 191, 196, 214.
Baukosten, Ermittelungen 66 ff., nach Flächen- oder kubischen Einheiten 82 ff.; Statistiken 212, 214 ff.
Bau-Krankenkassen 232.
Bauleistung 168 ff. 319, 325.
Bauleistungs-Miethe 319 ff.; s. a. Honorar
Baulinie 355.
Bau-Lehrherr 238.
Baum an der Grenze 244.
Baumaterialien, ausländische 159, 163.
Baumeister 236, 237, 319, 338.
Bau-Ordnungen 334.
Bau-Pläne, Behandlung derselben 35 ff.; Beschaffung mittels Konkurrenz 90 ff.; Honorar für B.-P. 93 ff.
Bau-Polizei, Grenze zwischen B.-P. und Baurecht 292.
Bau-Polizei-Angelegenheiten, Verf. 367 ff.
Bau-Polizei-Behörden, des Reichs und der Einzelstaaten 367 ff.
Bau-Polizei-Zeichnungen 45.
Bau-Rapporte 195, 196.
Bau-Rechnungen 192, 197, 341, 342.
Baurecht, das Privat-B.-R. 225 ff.
Baustatistik 210 ff.
Baustelle, Einrichtung derselben 185.
Baustelle, persönlicher Verkehr auf der B.-St. 180.
Bau-Unternehmer 106, 111 ff., 237.
Bau-Verdingung 319, 321 ff. 329, 330.
Bau-Verpflichtungen, Ablösung derselben 76 ff.
Bau-Verträge, Muster zu B.-V. 149, 322 ff.; s. a. Kontrakts-Bedingungen.
Bau-Verwaltungs-Behörden 335 ff.
Bau-Verwaltungs-Recht 333 ff.
Bau-Zeichnungen, s. Baupläne.
Bauzeit einiger grösseren Hochbauten 184; s. a. Bau-Fortschritte.
Bayern, ältere Maasse und Gewichte 3, 4, 7; Ziegelformat 9; Baupolizei-Behörden und Verfahren in B.-P.-S. 370; geltendes Recht 221; Verdingungswesen 163.
Bebauungs-Pläne 354, 371, 372.
Bedachung, in feuerpolizeilicher Hinsicht 358, im Festungs-Rayon 301.
Bedarf, an Maurer-, Dachdecker- und Ofen-Materialien 32.
Bedingungen für die Vergebung von Bauarbeiten; Submissions-Bed. und allgem. Bed. 110 ff., 161, 164, 1177 ff.
Bedingungen, spezielle: Muster für die hauptsächlichst. Bauarbeiten 177 ff.
Beerbung 282.

Befähigungs-Nachweis der Bauhandwerker 236; s. a. Innung.
Begebenheiten, Rechte erzeugende 247.
Begräbnissplätze 363.
Behandlung der Zeichnungen und Projekte 35.
Belastungen der Grundstücke 289.
Beleuchtung von Gebäuden, künstliche in baupolizeilicher Hinsicht 361.
Belgien, Münzen 8, Ziegelformat 11.
Berechnung von Bauhölzern, Tabellen dazu 20 ff. 55.
Berechnung des bebaueten und umbaueten Raums b. Gebäuden 66, 214.
Berechnung der Massen nach Einheits-Sätzen 57, 69.
Berechnung der Kosten nach Einheits-Sätzen 66.
Berechnung, Vor-B. für Hochbau-Anschläge 52.
Berechnung, Massen-B. für Hochbau-Anschläge 52 ff.
Berechnung, überschlägliche von Baukosten 48, 66 ff
Berechnung der Leistungen bei Bauarbeiten 105.
Berechnung von Zentralheiz-Anlagen 140 ff.
Berechnung v. Abschlags-Zahlungen 192.
Bergschraffirung 36, 38.
Berlin, Bau-Observanzen 308, 310, 311.
Berlin, Gewicht, minimales der Bleirohre der Wasserleitung 145.
Berlin, Rohbau-Abnahme 184.
Berlin, Verdingungswesen der städt. Verwaltung 167.
Berufung 274, 275.
Berufung gegen Festsetzung von Rechnungen über Feldmesser-Arbeiten 1176.
Berufs-Genossenschaften 251.
Bescheinigung der Bau-Rechnungen 193.
Beschlagnahme 276.
Beschluss-Verfahren in Baupolizei-Angelegenheiten 368.
Beschränkte Submission 106, 107, 108, 159, 161, 162, 164, 165, 167.
Beschwerde 172, 274.
Besitz-Ergreifung 282.
Bestärkung der Verträge 256, 260.
Bestell-Schreiben 158, 260.
Bestell-Zettel 191.
Beton-Mischungen und Ergiebigkeit 16.
Beton-Kanal, Bedingungen für die Ausführung 146.
Betriebs-Krankenkassen 232, 1186.
Betriebs-Statistiken 211.
Betriebs-Unfalls-Versicherungspflicht 248, 250 1186.
Bewässerungs-Anlagen, Duldung derselben 313.
Beweis 271; Aufnahme zu ewigem Gedächtniss 273; -Pflicht 272; -Beschluss 272; -Mittel 271.
Beziehen von Neubauten 184, 363.
Biberschwänze 11, 34.
Bleche aller Art, Abmessungen und Gewichte 25, 26, 27, 28, 29.
Bleibleche 29.
Bleirohre 30, 145.
Boden-Erhöhungen u. s. w. an der Nachbargrenze 309.
Bohlen, Abmessungen 19; Rundholzbedarf dazu 23, 24.
Brandmauern 359; s. a. Wände.
Brasilien, Münzen 8.
Braunschweig, ältere Maasse und Gewichte 4, 7; Baupolizei-Behörden u. Verfahren in B.-P.-S. 373.
Bremen, ältere Maasse u. Gewichte 4, 7; Verdingungswesen 167; Baupolizei-Behörden u. Verfahren in B.-P.-S. 373.
Bretter, Abmessungen 19; Rundholzbedarf dazu 23, 24; -Arbeiten, Bedingungen dazu 128.
Bruchsteine, Bedarf 32; Aufsetzen derselben 186; Lieferungs-Bedingungen dafür 122; -Mauerwerk, Mörtelbedarf dazu 34; Bedingungen dafür 120.
Brücken-Inventarisation 198.
Brunnen an der Nachbargrenze 310, 363.
Buchung, s. Baukonto.
Büreau und Büreaudienst 170 ff.
Budgetrecht in Beziehung zu Bau-Ausführungen 341.
Bürgersteige 356.
Bürgschaft 114, 278.

C.

Chamotte-Steine, Formate 11; Platten 12.
Chaussee-Klinker 11.
Clementinae sc. constitutiones in concilio Viennensi 222.
Codex constitutionum Iustinianeus (*codex repetitae*) 222.
Code Napoléon 223.
Corpus juris civilis 221.
Corpus juris canonici 222.

D.

Dachdeckung, Materialbedarf 34; Veranschlagung 51; Unterhaltungskosten 64; Bedingungen für die Ausführung eines Schieferdaches 132; Zeit der Ausführung 187; in feuerpolizeilicher Hinsicht s. Bedachg.
Dachgesimse an der Nachbargrenze 297.
Dachpfannen, Abmessungen 11; Materialbedarf 34.
Dachrinnen in feuerpolizeilicher Hinsicht 360.
Dachschiefer 17, 34.
Dampfheizung und Dampf-Wasserheizung s. Zentralheizungen.
Dampfkessel, Dampfmaschinen, Kosten 89.
Dänemark, Maasse u. Gew. 6; Münzen 8.
Dauer, von Gebäuden 82 ff; von Umwehrungen 87; von Maschinen 89.
Decken, Berechnungsweise 70; Putz, Materialbed. 32, 33; Ausführg. 122, 187.
Denkmäler, Aufstellung im Festungs-Rayon 301.
Denkmäler, Erhaltung geschichtlicher 344, 1186.
Deterioration von Grundstücken 293.
Deutschland Konkurrenz- und Honorar-Normen 90, 93.
Deutsches Reich, Bauverwaltungs-Behörden 335; Einführung d. metrischen Maass- und Gew.-Systems 3, Münzen 8; Einrichtung des Verdingungswesens 159 ff.; gesetzgebende Faktoren 219; Rechts-Systeme 220.
Dielung von Fussböden 128.
Dienstbarkeiten, (Servituten) 312.
Dienstlicher Verkehr 172; auf der Baustelle 180.
Dispositionsplan für einen Bau 181; der Baustelle 185.
Dispositions-Statistiken f. Hochbauten 210.
Domanial-Bauten, Verfahren bei der Veranschlagung 58; Besonderheiten der Verdingungs-Einrichtungen 163.
Draht, -Lehre, -Arten 25; Bedarf beim Rohren 33.
Drahtseile 31.
Drahtstifte 25
Dresden, Beziehbarkeits-Termin neuer Wohnungen 184.
Dunggruben in polizeil. Hinsicht 364.
Durchfahrten „ „ „ 361.

E.

Eid, freiwilliger, zugeschobener u. s. w., Wahrheits-E. 272.
Eigenthum 279.
Eigenthums-Erwerb 281.
Eigenthums-Ueberlassung, Anrecht darauf 288.
Eigenthums-Verwirkung 287.
Einbau (Inädifikation) 294.
Einfriedigungen, nach der Strasse 358, s. a. Grenzscheidungen und gemeinschaftliche Mauer; Kosten und Dauer 87.
Eingeschriebene Hülfskassen 229.
Einhegungen im Festungs-Rayon 301.
Einheitssätze für Massenberechnungen 57, 69; für Kosten-Berechnungen 66.
Einheitssätze, Zusammenstellung von Kosten-E.-S. für Bauwerke 82 ff.
Einlassungs-Fristen 267.
Einnahmen bei Ausführung von Bauten 193.
Einnahme-Beläge 194.
Einreden im Zivilprozess 266, 271.
Einrichtungen, innere von Gebäuden, Kosten ders. 89.
Einrichtungs-Gegenstände, Angabe ders. in Zeichnungen 44.
Einspruch im Zivilprozess 274.
Einstandsrecht 288; s. a. Näherrecht.
Einsturz, zivilrechtliche Folgen für den Unternehmer 321.
Eintragung ins Grundbuch 283.
Eisen, Quadrat und Rundeisen, Gewichte 26; Handelsformate von E.-Blechen 26.
Eisenarbeiten, Massenberechnung dazu 56, Kosten-Berechnung dazu 60; Bedingungen für die Ausführung 128.
Eisenbahnen, Haftpflicht derselben für Unfälle 249, 1186.
Eisenbahnen, Behandlung d. Zeichnungen, Signaturen, 35, 39, 40; Verdingungswesen der Reichs-E. 160; Verdingungs-Einrichtungen der preussischen Staats-E. 161; Verdingungs-Einrichtungen d. Bayer. Staats-E. 163.
Eisenbahn-Hochbauten, Kosten ders. 85.
Eisenkonstruktionen, Bedingungen für Lieferung und Aufstellung 129, 1185.
Elsass-Lothringen, Verdingungswesen der Landes-Verwaltung 161; s. a. Verdingungswesen der Reichs-Eisenb.
Elsass-Lothringen, Baupolizei-Behörden und Verfahren in B.-P.-S. 374.

England, Maasse, Gewichte und Münzen 6, 7, 8; Ziegelformate 11.
Enteignung (Expropriation) 285.
Entpfändung 291.
Entreprise 104, 163, 166; Entreprise-Verträge, Muster dazu 149, 151, 156.
Entschädigung für abzutretende Grundstücke 80, s. a. Enteignung.
Entschädigung bei Fluchtlinien-Festsetzungen 300.
Entschädigung für Baubeschränkungen im Festungs-Rayon 302.
Entschädigung beim Entlaufen eines Lehrlings 238.
Entschädigung bei Flussregulirungen 243.
Entschädigung aus dem Haftpflicht-Gesetz 248.
Entwässerungs-Anlage einer Baugrube, Muster zu einem Kontrakt darüber 156.
Entwässerungs-Anlagen, Darstellung in Bauprojekten 42;
Entwässerungs-Anlage, Kontrakts-Bedingungen für Herstellung 146, 156;
Entwässerungs-Anlagen in Wohngebäuden, Kosten 71, 88, s. a. Rinnen und Kanäle, Traufrecht.
Entwerthung von Bauwerken 79.
Erdarbeiten bei Hochbauten, Massenberechnung 53; Veranschlagung 58; Bedingungen für Ausführung von Erdarb. 117, 146, 154, 155.
Erhebungen, statistische, 210, 213.
Erker, in rechtlichem Sinne 297.
Erläuterungs-Bericht 47.
Ersitzung 251, 282, 298.
Erwerb der An- und Zuwüchse, der Insel u. verlassener Flussbetten 242, 243, 244.
Erwerb, der Rechte 246; durch Verjährung, s. Ersitzung; von Grund-Eigenthum 281, 283; ursprünglicher und abgeleiteter 282.
Erwerbs-Genossenschaften 228.
Esplanade 301.

F.

Fabrikgebäude und Fabrik-Schornsteine, Kosten-Einheitssätze 86.
Façaden, Veranschlagung 70.
Façaden, Anstrichsfarben in baupolizeil. Hinsicht 363.
Fahrlässigkeit, strafrechtliche, bei Bauausführungen 237. 346.
Fahrnisse 239.
Falzziegel, Formate 11; Bedarf 34.
Feldmesser-Arbeiten, Honorar 95 ff. 1174 ff.
Feldstein-Mauerwerk, Bedingungen für Herstellung 120.
Fensterrecht 303.
Feriensachen bei Gerichten 267.
Festigkeit von Bauten in baupolizeil. Hinsicht 357.
Feuerungs-Anlagen in baupolizeil. Hinsicht 360.
Feuerversicherungs- und Feuerschädentaxen 81.
Finanzieller Rapport über Bau-Ausführungen 195.
Fiskus, als juristische Person 227.
Fliesen, Formate 13.
Fluchtlinienpläne 35 ff.
Flussbetten verlassene, Erwerbsrecht daran 244.
Förmlichkeiten der Rechtsgeschäfte 258 ff.
Format, amtlicher Schriftstücke 176, von Zeichnungen 47.
Formsteine, Normalien dafür 9; Bedingungen für Lieferung von F.-St. 123.
Formular für Akkord-Verhandlungen und Akkordzettel 157, 158.
Formular für Aktenausgabe-Journal und Akten-Repertorium 179.
Formular für Anschläge 49, 52 ff.
Formular für Auktions-Protokolle 194.
Formular für Baukonto-Führung 191.
Formular für Baurapporte 188, 195.
Formular für Baustatistik 215 ff.
Formular für Bestellschreiben 158.
Formular für Bestellzettelbuch 191.
Formular für Einnahme-Beläge 194.
Formular für Inventarien-Verzeichnisse 189.
Formular für Kontrakts-Kontrolle 194.
Formular für Korrespondenz-Journal 177, 189.
Formular für Kostenberechnung von Bau-Arbeiten 58, 61.
Formular für Massenberechnungen von Bau-Arbeiten 53, 54, 55, 56, 57.
Formular für Materialien-Verzeichniss 190.
Formular für Offerten 149.
Formular für Rammregister 190.
Formular für Reprodukt-Kalender 178.
Formular für Revisions-Nachweise bei Abrechnung von Bauten 197.
Formular für Submissions-Verhandlungen 110.
Formular für Tagebuchführung 188.
Formular für Tagelohns-Listen 191.
Formular für Taxen 81.

Formular für Zahlungs-Anweisungen 192, 193.
Formular für Zentralheizungs-Berechnungen 142.
Formular für Zuschlags-Ertheilung. 110.
Forstbauten, zur Veranschlagung von F.-B. 58; Verdingung von F.-B. 163.
Frankfurt a. M., ältere Maasse 4, 7.
Frankreich, Einführung des metrischen Systems 2; ältere Landesmaasse 6; Münzen 7; Ziegelformate 11.
Französisches Recht 221, 223.
Freihändige Verdingungen 106, 107, 159, 160, 161, 162, 163, 166, 167.
Fristen, Zuschlags-F. b. Submissionen 110; Vollendungs-F. bei Bauten 115.
Fristen, Einlassungs-F. u. Präklusiv-F. im Zivilprozess 267; Noth-F. 274, 275.
Fristen, Lauf 267, 275, 277, 317, 318.
Fristen, Verjährungs-F. 252, 253, 254, 318.
Früchte, im rechtlichen Sinne 245.
Fugungs-Arbeiten, 120, 127; Berechnungsweise 54, Ausführung 120, 121.
Fuhren, Transportmengen bei F. 31; Zahlungs-Anweisung für F. 193.
Fundament-Mauerwerk, Materialbedarf 32, 34; Bedingungen für die Herstellung 120.
Fundirungen, Veranschlagung von F. 58.
Fungible Sachen 240.
Fussboden, Bedingungen für die Herstellung von F. 128.
Fusspfunde, Vergleichungs Tabelle über F.-P. 7.

G.

Garantie, im allgemeinen 116, 262, 329; bei Zentralheiz-Anlagen 138; s. a. Verjährung, Kautionen, Konventional-Strafen.
Garnison-Bauwesen 159.
Gasbeleuchtungs-Einrichtungen, Veranschlagung 62; Kosten 71; Bedingungen für Herstellung 144; polizeiliche Anforderungen 361.
Gartenanlagen, Kosten 88.
Gebäude, Höhe der G. nach polizeil. Rücksichten 360, im Festungs-Rayon 301; Inventar, 198, 242.
Gefahrentarif, nach dem Unfall-Versicherungs-Gesetz 251.
Gefängnisse, Baukosten-Sätze 84.
Gehülfen, Gesellen der Bauhandwerker 236, 238.
Gemeinde, die als juristische Person 227.
Gemeinde-Krankenversicherung 232; s. a. Zwangskassen.
Genehmigung, landesgesetzliche G. gegewerblicher Anlagen 352, 363, 370; zu Anlagen im Festungs-Rayon 302; besondere zu gewissen gewerblichen Anlagen 353.
Genehmigungs-Vorbehalt zu Verträgen 261.
General-Entreprise, s. Entreprise.
Genereller Kosten-Anschlag 48 ff., 66 ff.; Einheitssätze für den gen. K.-A. 82 ff.
Genossenschaften, Erwerbs-G., Schutz-G., 228; Berufs-G. 251, 330; Streit-G. 268.
Gerichte, ordentliche, ausserordentl. G., Amts-G., Land-G., O.-Landes-G., Reichs-G., Schieds-G., Verwaltungs-G. Gewerbe-G. 264, 265, 275, 277, 348.
Gerichte, Zuständigkeit 259, 264, 265.
Gerichtliche Aufnahme, Bestätigung, Verlautbarung 259.
Gerichtsgebäude, Kosten-Einheitssätze 84.
Gerichtsschreiber 259.
Gerichtsstand 270.
Gerichtsvollzieher 275.
Gesellschaften, Aktien-G. 227; Handels-G. Kommandit-G. auf Aktien, Erwerbs-G. 228; korporative G. 229.
Geschäfts-Behandlung und geschäftlicher Verkehr 172 ff.
Geschäfts-Genehmigung, -Führung ohne Auftrag 236.
Geschäfts-Vertretung 235.
Gesetz, der grossen Zahl 203.
Gesetz und Gesetzgebungsrecht 218, 219, 220.
Gesetzes-Auslegung, Kollision, Analogie 224.
Gesimse, Materialbedarf dazu 32, Längen-Berechnung in Anschlägen 54, 55.
Gesimse an der Nachbargrenze 297.
Gewerbliche Anlagen, rechtliche Beschränkungen g. A. 300; konzessionspflichtige 351; landesgesetzlicher Genehmigung bedürftige 352; Untersagung fernerer Benutzung 370; Kosten-Einheitssätze 85.
Gewerkschaften 228.
Gewichte, metr. Systems 3, anderer Systeme 6, 7; Abkürzung der Einheiten 8.
Gewichts-Tabellen über Band- und Stangeneisen, Bleche verschiedener Metalle, Draht, Röhren, Schraubenbolzen 25 ff.

Gewölbebauten, im Festungs-Rayon 302.
Glas, Handelsnormen 17; Aufbewahrung von G. 187.
Glaserarbeiten, Kostenberechnung 61; Bedingungen für die Ausführung 135.
Gips, Bedarf für verschiedene Ausführungen 33.
Grenze, s. Bau an der Grenze.
Grenzscheidungen, Zäune u. s. w. 309.
Grundbuch, auch Grundbuch-Amt und Grundbuch-Verfassung 280 ff.
Grundeigenthum 279; freiwilliger Erwerb von G.-E. 283; Zwangs-Versteigerung 284, Zwangs-Enteignung 285 ff.; Belastungen von G.-E. 289, 291.
Grunddienstbarkeiten (Servituten) 312.
Grundgerechtigkeiten 313 ff.
Grundschulden 281, 289, 290.
Grundstücks-Belastungen, s. Grundeigenthum.
Grundstücks-Kauf, rechtliche Wirksamkeit desselben 317.
Gusseiserne Rohre (Muffen- und Flanschen-R.) 29, 30; Lieferungs- und Verlegungs-Bedingungen 145, 151.
Güter, im rechtlichen Sinne 241.

H.

Haftpflicht für Betriebs-Unfälle 248, 330, 346; des Technikers 320 ff.
Hamburg, ältere Maasse 4, 7; Ziegelformate 10; Verdingungswesen 166; Baupolizeibehörden und Verfahren in B.-P.-S. 373.
Handfesten 289.
Handlungen, im jurist. Sinne 254.
Hanfseile 31.
Hannover, ältere Maasse 4, 7; Verfahren in Baupolizei-Angelegenheiten 369.
Haustelegraphen, Darstellung in Zeichnungen 43.
Heizungen, Zentral-H., Kosten-Einheitssätze 71; Aufstellung der Projekte und Verdingungs-Verfahren 137.
Hessen-Darmstadt, ältere Maasse 4, 7; geltendes Recht 221; Baupolizei-Behörden und Verfahren in Bau-P.-S. 372.
Hessen, Kur-H., ältere Maasse 5, 7.
Hinterlegung 279.
Hochbau-Projekte, formelle Behandlung derselben 35, 42 ff., 46, 47.
Höhe der Gebäude aus baupolizeil. Rücksichten 360.
Hofräume nach baupolizeilichen Rücksichten 362.
Hohenzollern, ältere Maasse und Gewichte 4.
Holstein, Ziegelformat 10.
Holz, Handelsnormen 19; Holzberechn.-Tabellen 20 ff.; Holzberechnung in Anschlägen 55, 56. Holzmassen-Berechnung für Decken, Dächer und Wände 69; Holz-Verdingungen 118, 127, 128.
Holzzement-Dach, Verdingung der Herstellung 133.
Honorar-Normen für baukünstlerische Leistungen 93, 94, 101, 102, 103, 1176.
Honorar-Normen für feldmesserische Leistungen 95, 97 1174 (auch in Meliorat.-Sachen).
Honorar-Normen für Bau- u. Maschinen-Ingenieur-Arbeiten 97, 98, 99, 100, 1174, 1176.
Honorar-Normen, Anerkennung derselben durch die Gerichte 329.
Hülfskassen, eingeschriebene 229.
Hydraulische Bindemittel, Normen für Lieferung und Prüfung ders. 13 ff.; Mischungs- und Ergiebigkeits-Verhältnisse 16.; Bedingungen für Lieferung 125.
Hypothek 287, 289, 290, 291; Baugelder-H. 291; Kautions-H. 291.

J.

Jahres-Rapporte 195.
Inädifikation 294.
Inhibitorium, beim Ueberbau 297.
Innung, I.-Aussch., I.-Verb. 234, 238 1186.
Insel, Definition, Eigenthum an der I. 243.
Insgemein, Buchung auf den Tit. J. 62, 214.
Intervention, im Zivilprozess 269.
Inventar, als Zubehör der „Sache" 242.
Inventarisation von Bauten 198.
Inventarien-Verzeichnisse 189; J.-Uebergabe 196, 197.
Journalführung, im Bau-Büreau 188; in der Registratur 176.
Irren-Anstalten, s. Krankenhäuser.
Italien, ältere Maasse 6, 7; Münzen 8; Ziegelformate 11.

K.

Kabelseile 31.
Kacheln und Kachelöfen 12, 33.
Kalk, Mischungen 16; Bedarf 32, 69, 70; Lieferungs-Bedingungen 124, 125; Kalkgruben 186.
Kalkulatur 52, 170, 180.
Kanalisation, s. Entwässerungs-Anlagen.
Kapitalwerth von Bauanlagen 71 ff.
Karten, Maassstäbe, Signaturen u. s. w. 35; Bezahlung von Kartenarbeiten 96, 97, 1175; Behandlung 177, 179, 180.
Kassen, eingeschr. Hülfs-K. 229; Zwangs-K., Bau-Kranken-K., Betriebs-Krank.-K. Innungs-Kranken-K. 231, 1186.
Kassen-Verwaltung 342.
Kauf, beweglicher Sachen 316; Grundstücks-K. 282.
Kauf, Rücktrittsrecht vom K. 329.
Kaution, Real- u. Verbal-K. 278; bei Verdingungen 114, 1177, 1180; rechtliche Natur als „Vertragsstrafe" 262; s. a. Kautions-Hypothek.
Kessel, Dampf-K., Kosten-Einheitssätz. 89.
Ketten 31.
Kirchen, Kosten-Einheitssätze 83; K.-Gestühl, Kosten 89; Bauzeit einiger Kirchen 185.
Klage, im allgem. 266, 268.
Klage-Arten 269, 275, 317, 331.
Klage-Erhebung, -Antrag, -Schrift, -Verbindung, -Aenderung, -Rücknahme 266, 267, 268, 269, 270.
Klage gegen Erwerbs-Gesellschaften 229.
Klempner-Arbeiten, Veranschlagung 16; Bedingungen für die Herstellung 133.
Klinker, Formate 11.
Knoten, Geschwindigk.-Maass aus dem Seewesen 7.
Kohlen-Beschaffung 163.
Kollision der Gesetze 224.
Kommandit-Gesellschaften 228.
Konkurrenz-Normen für die Beschaffung von Bauplänen in Deutschland, Oesterreich, Schweiz, England 90 ff.
Kontrakte, s. Verträge.
Kontrakts-Kontrolle 194.
Konzentrations - Schemata, in der Baustatistik 214.
Konventionalstrafen 112, 262.
Kopirpresse 175.
Korrespondenz, in Bausachen 173.
Korrespondenz-Journal 187, 189.
Korporative Gesellschaften 229.
Kosten-Anschläge 50 ff.; K.-Ueberschläge 48, 66 ff.; K.-Zusammenstellung 197.
Krankenhäuser, genereller Kosten-Anschlag 49; Kosten-Einheitssätze 83; Kosten der innern Einrichtung 89; Kosten der Umgebungs-Arbeiten 88.
Krankenkassen 229, 232 ff., 1186.
Kündigungsfristen 237, 238, 319.
Kupfer-Bleche und -Rohre 28, 29.

L.

Ladung, im Zivilprozess 266, 267.
Ladungsgewichte, von Fuhrwerken 31.
Land, abgerissenes, Eigenthumsrechte daran 243.
Landgericht 265, 266.
Landrecht, preussisches 221, 222, badisches und sächsisches 223.
Landwirthschaftliche Gebäude, Kosten-Einheits-Sätze 86, 87.
Last (Gewicht) 7.
Latten, Handelsnormen 19.
Lattnägel 34.
Legitimation, Aktiv- und Passiv-L. im Zivilprozess 269.
Lehm, Bedarf zu Decken und Oefen 33.
Lehre für Draht, Bleche und Bandeisen 25.
Lehrlinge, Ausbildung, Prüfung, auch Lehrvertrag 238, 1186.
Lehrlinge, Schadens-Ansprüche an den Werkmeister 330.
Lieferungs-Verträge 263, 316, 317, 322.
Liegenschaften 239.
Lippe (-Detmold und -Schaumburg) ältere Maasse 5.
Lichtrecht 303.
Lizitation 106, 107, 159, 166.
Lohnlisten 191.
Luftheizung, Längenmessung der Kanäle 54; Behandlung der Projekte und der Verdingung 140, 141; spezielle Bedingungen für eine L.-H.-Anl. 143.
Luftrecht 303.
Lübeck, ältere Maasse 5, 7.

M.

Maler-Arbeiten, s. Anstreicher-Arb.
Mahnverfahren 277.
Marginal-Schreiben 173, 174.
Marmorplatten, Formate 13.

Maass-Einheiten und abgekürzte Bezeichnung derselben 3.
Maasse, Systeme 2 ff., besondere M. 7; Abkürzung der M. 8; Einschreiben der M. in Zeichnungen 46.
Maassstäbe 35.
Mahnverfahren 266, 277.
Malzdarren 361.
Massen-Berechnungen 52 ff.; -Einheiten 57, 69.
Massen-Statistiken 212, 217.
Massen-Erscheinung, Theorie derselben 201 ff.
Massivbau, Antheile der Anschlagstitel an den Gesammtkosten b. M.-B. 67.
Materialien-Bezug 316; -Verzeichniss 190.
Mauer, gemeinschaftliche 308; s. auch Brandmauer, Wände, Einfriedigungen.
Maurerarbeiten, Veranschlagung 51, 53, 57, 58, 69; Antheil an den Gesammtkosten 67; Bedingungen für die Ausführung 118.
Maurermaterial, Bedarf 32, Veranschlagung 54, 57, 60, 67, 69, 217; Verdingungszeit 181, 185; Lagerung 185, 186; Buchung 190, Verwendung und Verwendungs-Nachweis 119, 197; Lieferungs-Bedingungen 122 ff.; s. a. Materialien-Bezug und Lieferungs-Verträge.
Mecklenburg, ältere Maasse 5; Verdingung der Bauarbeiten 166.
Messingdraht 25.
Messing-Rohre 30.
Messlatten 186.
Metrisches System 2, 3.
Mettlacher Platten, Formate 13.
Möbel, Signaturen in Bauprojekten 44; Kosten der Ausstattung m. Möbeln 89; Inventarisirung 189.
Mobilien 239, 242, 280, s. auch Eigenthum.
Mörtel, Normen über Mörtelmaterial. 13 ff.; Mischungsverhältnisse u. Ergiebigkeit 16; Mengen 32, 54; Lieferung von M.-Materialien 124 ff.; M.-Bereitung 120; s. a. hydraul. Bindemittel.
Mosaikpflaster, Bedingungen für Herstellung 149.
Mündliche Verabredungen 157, 260, 262.
Münz-Vergleichungen 8.

N.

Nachtritt s. Vorrechts-Bewilligung
Nägel 25, 33.
Näherrecht 289; s. a. Einstandsrecht.
Nassau ältere Maasse 5.
Nichtigkeits-Klage 275.
Niederlande, ältere Maasse 6.
Nivellement, Zeichnung. 39, 40 Kost. 96, 97.
Normen, für Bauhölzer 19 ff.
„ Bandeisen, Bleche, Draht 25.
„ Rohre, gusseiserne, schmiedeis., patentgeschweisste, Blei-, Zinn-, Kupfer-, Messing-R. 29, 30, 145.
„ glasirte Thon-R. 11.
„ Verblend- und Formsteine 9.
„ Glas 17.
„ hydraul. Bindemittel 13 ff.
„ Kachelöfen 12.
„ Konkurrenzen 90 ff.
„ Honorare f. techn. Leistungen 93 ff.
Normen für Verträge zwischen Techniker und Auftraggeber 321, 1186.
Nordamerika, Maasse und Münzen 7, 8. Honorar der Architekten 103.
Norwegen, Maasse 6.
Notarieller Abschluss 260.
Nothfrist 274, 275, 276.
Nothweg 313.
Nothwehr 278.
Numerirung, von Räumen in Hochbau-Zeichnungen 46, 47; der Positionen in Anschlägen 52; der Rechnungs-Beläge 196, 197.
Nutzbarkeit der Sache 240; s. auch Servituten und Superficies.
Nutzeinheiten, in d. Baustatistik 211, 214.; Kostenangaben bezogen auf N.-E. 82 ff.
Nutzungen, von Früchten 245.

O.

Ober-Landesgerichte 264.
Oekonomischer Werth v. Bauanlag. 74, 75.
Oesterreich, ältere Maasse 6, 7; Münzen 8; Ziegelformate 11; Formsteine 10; Normen über hydraul. Bindemittel 13 ff.; Konkurrenz- und Honorar-Normen 91, 98 ff.
Ofen und Ofenarbeiten 12, 33, 62; Bedingungen für O.-A. 137.
Offenbarungs-Eid 276.

Offerte, Offert-Formulare 109 ff., 149.
Oldenburg, ältere Maasse 5, 7; Einrichtung des Verdingungswesens 166.
Organisation des Baudienstes 168, s. a. Bauverwaltungs-Recht.
Ostfriesland, Ziegelformate 10; Landrecht 221.

P.

Papierformat amtlicher Schriftstücke 176.
Pappe, Bedarf zu Deckarbeiten 34.
Pauschal-Bezahlung und -Verdingung 106, 323, 329.
Person, die natürliche und juristische; Eigenschaften und Arten 225 ff.
Personalhaft 276.
Pfahlrost-Hölzer und -Arbeiten, Verdingung 118; s. a. Ramm-Register.
Pfandbriefe 289.
Pfandrecht 278, 279; s. a. Retentionsrecht und Zwangsvollstreckungen.
Pfändungen 276.
Pfarrbauten 58.
Pflasterungs Anlagen, ökonomischer Werth 75; Bedingungen für die Herstellung 148.
Pflaster-Materialien, Bedingungen für die Lieferung 147.
Platten, aus natürlichen und künstlichen Steinen, Formate 13.
Portlandzement, Handels- und Prüfungsnormen 13 ff.; Bedingungen für die Lieferung 125; spezif. Gewicht, Feinheit, Packung 16; Bedarf für verschiedene Zwecke 13, 17 33.
Post-Verwaltung, R.-P.-V., Verdingungswesen 160; Betriebs-Unfalls-Haftpflicht 1186.
Präklusivfristen 267.
Preussen, ältere Maasse 5, 7; Abkürzung der Maasse und Gewichte 8; Ziegelformate 9.
Preussen, Maassstäbe zu Karten, Zeichnungen 35; Behandlung von Hochbau-Projekten 46; Verdingungswesen 110 ff., 139 ff., 161 ff.; Abrechnungs-Verfahren 197; baustatistische Erhebungen 214.
Preussen, Rechtsgebiete 221.
Privatrecht und Privatrechte, persönliche, dingliche, Haupt- und Neben-P.-R., Erwerb und Endigung der P.-R. 246, 247.
Privatrechte, selbstgeschaffene 254; erzeugende Begebenheiten 247; Ausübung 263.
Privilegien 219.
Prokuristen 236.
Prozess-Verbindung 269.
Protokoll-Formen und Muster 110, 157, 194; rechtliche Bedeutung der P.-F. bei Verträgen 260.
Prüfung, von Wasserleitungs-Anlagen 146, 152 ff.; kalkulatorische P. 180.
Putz, Materialbedarf 32, 33; Berechnungsweise in Anschlägen 54; Bedingungen für die Herstellung 122.

R.

Rane 307.
Ramm-Arbeiten, Bedingungen für die Ausführung 118.
Ramm-Register 190.
Randschreiben 173.
Rapporte 188, 195, 196.
Räucherkammern 361.
Rayon-Gesetzgebung, R.-Plan, R.-Kataster, 301, 334; R.-Kommission 340, 367.
Rechnungs-Revision, auch Rechnungshof 328, 341.
Recht, Erklärung, Begründung, Unterscheidungen 219, 220, 333, 344.
Recht, des Ausgusses 314, 315.
„ Aussichts-, Luft- u. Licht-R. 303, 316.
„ Balkenlags-R. 316.
„ das zu Bewässerungs-Anlagen 313.
Recht, Hammerschlag- u. Leiter-R. 313.
„ das Nothwegs-R. 313; Hausumgangs-R. 313.
„ Trauf-R. 314.
„ Zugang-R. 306.
„ Zwischenraum-R. 306.
„ Vorbau-R. 305.
„ Reichs-R. (auch R.-Gericht) 220, 222, 223, 264, 340.
„ Retentions-R. 278.
„ Rücktritts-R. vom Werkverdingungs-Vertrage 319.
Regiebau 104, 160, 164.
Register-Tonne 7.
Registratur- u. R.-Ordnung 170, 176.
Rechts-Erwerb, ursprünglicher und abgeleiteter 246; s. a. Privatrechte.
Rechts-Gebiete, in Deutschland 221.

Rechts-Gegenstand 239.
Rechts-Geschäfte, die verschiedenen Arten 258; Förmlichkeiten 157, 258, 260; Nebenbestimmungen 261, 322.
Rechts-Hängigkeit 268, 270, 271.
Rechts-Kraft 274, 276.
Rechts-Nachfolge 247.
Rechts-Mittel 266, 274, 275.
Rechts-Quellen 221 ff.
Rechts-Streit, Betheiligung Dritter am R.-St. 269.
Rechts-Subjekt 225; s. a. Person.
Rechts-Uebergang 247.
Rechts-Untergang 247.
Rechts-Verfahren 264.
Rechts-Verhältniss 246.
Reich, Deutsches, Maass- u. Gewichts-System 3; Verdingungswesen 159.
Reichs-Baubehörden u. -Baubeamte 335.
Reichs-Bauwerke, rechtliche Verhältnisse 340.
Reihenfolge der Bauarbeiten an einem Wohnhause 182.
Reitbahnen, Kosten-Einheitssätze 87.
Rente, nach d. Unfallshaftpflicht-Ges. 249.
Rentabilität von Bauwerken 72.
Reparaturen, Veranschlagung 62.
Reproduktions-Kalender 178.
Retrakt 289.
Reugeld 256.
Revision 180; Revisions-Anschlag 197; als Rechtsmittel 275.
Rinnen und Kanäle, in Beziehung zur Nachbargrenze 312.
Rohr, Bedarf beim Putzen 33.
Rohre und Rohrleitungen, aus gebranntem Thon 11; aus Eisen und andern Metallen 29, 30, 42, 145, 147, 151.
Romanzement 14, 16, 126.
Rücktrittsrecht, vom Kauf 329.
Rundholz-Berechnung 20 ff.
Russland, Maasse, Gewichte, Münz. 6, 7, 8.

S.

Saargemünder Platten 13.
Sache, Begriff, Eigenschaften, Unterscheidungen 239 ff.
Sach-Beschädigungen bei Bauausführungen und Verfahren in Straffällen 346 ff.
Sach-Erweiterungen 242.
Sach-Gesammtheit 241.
Sachsen, Königreich und sächs. Herzogthümer, ältere Maasse 5, 7; Verdingungswesen 165, 166.
Sachverständige 272.
Sand zu Zementprüfungen 15; Gewicht und Beschaffenheit von Mörtel-S. 16; Antheil bei Mörtelmischungen und Beton 16, 17; Bedarf 32, 33; Bedingungen für Lieferung von Mörtel-S. 124.
Sandsteinplatten- u. Fliesen, Formate 13.
Schädliche Anlagen an der Nachbargrenze 311.
Schadens-Arten, -Ansprüche u. Leistung aus Unfällen b. Bauten 330, 331.
Schätzbarkeit der Sache 240; Schätzungen 325; s. a. Taxen.
Schemata s. Formulare.
Scherz im Geschäftsverkehr, rechtliche Bedeutung 257.
Scheunen, Kosten-Einheitssätze 86.
Schichtentheilung, des Ziegelmauerwerks 186.
Schiedsgericht, auch Schiedsspruch 112, 114, 235, 264, 277.
Schiedsmänner und Schiedsmanns-Vergleich 264, 278.
Schiefer-Platten, Schiefer-Fliessen 13; Handelsformate 13, 17; Bedarf zur Dachdeckung 34; Bedingungen für die Eindeckung 132.
Schindeln, Bedarf 34.
Schlosserarbeiten, Veranschlagung 61; Bedingungen für die Herstellung 132.
Schlusszahlung 114, 115, 193.
Schmiedearbeiten, Veranschlagung 60; Bedingungen für die Herstellung 128.
Schmuckanlagen, Kosten-Einheitssätze 88.
Schornsteine, Kosten-Einheitsätze f. Fabr.-Sch. 86; Zeit der Aufmauerung 187; baupolizeiliche Vorschriften 360.
Schraubenbolzen, Gewichts-Tabelle 26.
Schreibpapier, amtliches Format 176.
Schriftform bei Verträgen, rechtliche Bedeutung 260.
Schriftliche Geschäfts-Behandlung, in formeller Hinsicht 173.
Schulgebäude, genereller Anschlag 49; Kosten-Einheitssätze 83; Einrichtung, Umgebungsarbeiten, Abtrittsgebäude, Kosten-Einheitss. 87, 88, 89.
Schuldgrade, aus Unfällen bei Bauten 236, 320, 331, 346.
Schuppenbauten, Kosten-Einheitssätze 86.
Schutz, des Grundeigenthums 340.
Schleswig-Holstein, ältere Maasse 5; Ziegelformate 10.
Schweden, Maasse, Münzen 7, 8.
Schweiz, ältere Maasse 7; Ziegelformate 11; Normen über hydraul. Bindemittel 13 ff.; Konkurrenz-Normen, Honorar-Norm. 92, 102, 1176.

Schwemmsteine, Format u. Gewicht 13.
Schwemm-System 364.
Seen, Erwerbsrecht a. verlass. Land-S. 244.
Seile, Draht-S., Hanf-S. 31.
Selbsthülfe 278.
Sequestration 279.
Servituten 312.
Shedbauten, Kosten-Einheitssätze 86.
Simulation im Geschäftsverkehr, rechtl. Bedeutung 257.
Sinziger Mosaikplatten, Formate 13.
Sollinger Platten, Formate 13.
Solnhofener Platten, Format 13.
Spanien, Honorar der Architekten 1176.
Speicher-Bauten, Kosten-Einheitssätze 85.
Spengler-Arbeiten, s. Klempner-A.
Sperr-Vermerke im Grundb. 279, 284, 285.
Spiegelglas, Handelsnormen 17.
Staaker-Arbeiten, Veranschlagung 33, 56, 60; Bedingungen für Herstellung 128.
Stadion 7.
Stahlbleche, Handelsformate 27.
Stall-Anlagen, Kosten-Einheitssätze 87; St.-A. in Gebäuden nach gesundheitspolizeil. Rücksichten 364.
Statistik als Wissenschaft 199.
Statistik über Dauer von Bauobjekten, Betriebs- und Unterhalt.-Kosten 213.
Statistische Methode 201, 210; statist. Operation. 204; statist. Einheit. 212 ff.
Steinkohlen-Beschaffungs-Modus für die preuss. Bauverwaltung 163.
Steinmetz-Arbeiten, Veranschlagung 51, 55, 59; Bedingungen für die Ausführung 126.
Stellvertretung, bei Geschäftsführung 235.
Stempelpflichtigkeit 262, 322.
Störung der öffentl. Ordnung bei Bau-Ausführungen 347.
Strassen, Charakteristik in Projekten 38; Verengung der Str. baupolizeilich aufgefasst 356.
Streitgenossenschaft 268.
Streitverkündung 269.
Stuckarbeiten, Bedingungen für die Herstellung 136.
Subhastation 284.
Submission, s. Verdingung.
Substanz 245; s. a. Zubehör.
Sühne-Verfahren 266, 276.
Superficies 294.

T.

Tage-Arbeiter, Tagelöhner 238.
Tagebuch 188;
Tagelöhne, Listen u. Rechnungen 191, 193.
Tapezier-Arbeiten 61, 187.
Taxen, von Gebäuden, Grundbuch-, Feuerversicherungs- und Feuerschäden-T. 79 ff.; s. a. Enteignung und Rayon-Gesetzgebung.
Telegraphen- und Telephon-Leitungen in Gebäuden, Darstellung derselben in Projekten 43.
Termins-Bestimmung 266.
Termin-Kalender 178, 188.
Terrakotten, Bedingungen für Lieferung 123.
Theater, Grösse und Kosten-Einheitssätze für Bau und Einrichtung 184, 189; Bauzeit und Baukosten einiger grösseren T. 185.
Theilbarkeit bei Sachen 240.
Thonrohre, glasirte, Normen 11; Lieferungs-Bedingungen 145; Verlegung 146, 147.
Thon-Platten und -Fliesen 13.
Thüren an der Nachbargrenze, s. Zugangrecht; Verding. v. Th.-Arbeiten 135.
Thürme, Kosten-Einheitssätze 83; umbauter Raum 67.
Tischlerarbeiten, Veranschlagung 61; Bedingungen für die Herstellung 134, s. a. Zimmerarbeiten.
Titel-Eintheilung, des Kostenanschlags 52 ff.; Antheile der Haupttitel an den Gesammtkosten von Massivbau 67.
Tonne, Maasseinheit 3, 6, 7.
Transportmengen, von Fuhrwerken 31.
Trass 16, 17; Lieferungs-Beding. 125.
Traufrecht 315.
Treppen, feuerpolizeil. Gesichtsp. 359.
Trottoir, Pflasterungen, Bedingungen für Herstellung 148, 149.
Tuffsteine, s. Trass.
Turnhallen, bei Schulen, Kosten-Einsätze 83.

U.

Ueberbau, an der Nachbargrenze 294, 296.
Ufer, Rechts-Verhältnisse bei Veränderungen 243.
Unfälle bei Bauausführungen u. Unfalls-Haftpfl. 237, 248, 249, 250, 330, 346.
Unterhaltungskosten, Veranschlagung 64,

von Dächern 65; von verschiedenen Gebäudegattungen und Anlagen 82 ff.; Statistik 213.
Unterhaltungs-Verpflichtg., Ablösung 78.
Unternehmer, der Bau-U. im rechtlichen Sinne 236.
Unterstützungs-Kassen 229.
Umbauten, Veranschlagung 62 ff.
Umbauter Raum, Berechnungsweise 66, 214 ff.
Umwehrungen, Kosten-Einheitssätze 87; s. a. Einfriedigungen.
Unterbrechung, von Bauausführungen 112, 165, 1182; s. a. Verjährung.
Urkunden 259, 272.
Urkunden-Prozess 277.
Urteil, Arten 273; Zustellung 274; Vollstreckung 278.

V.

Ventilation, s. Zentralheizung.
Veranschlagung 48 ff., 66 ff.
Verantwortlichkeit, des Bauunternehmers 237, 331, 332, 346, d. Technikers 321 ff.
Veräusserung 282.
Verbau fremden Materials 294.
Verblendung und Verblendsteine 9, 121.
Verdingung der Bauarbeiten 104 ff., 159 ff., 321, 1176, 1177.
Verfahren, im Zivilprozess 264 ff.; bei Zwangsenteignungen 286; bei Zwangsversteigerungen 284; bei Verdingungen 104 ff., 159 ff. 319 ff., 1177; in Baupolizei-Angelegenheiten 367 ff.
Verfügungen, einstweilige d. Gerichte 276.
Vergleich 273.
Verjährung, Fristen 251, 253, 254, 271; bei Unfalls-Haftflicht 249; s. a. Ersitzung.
Verkauf, entbehrlicher Gegenstände 193; s. a. Kauf.
Vernachlässigung, Verwirken des Eigenthums wegen V. 282, 287.
Versäumniss-Urtel 268.
Verschweigung s. Verjährung.
Versicherungspflicht, der Baugewerbe gegen Betriebsunfälle 250; -Taxe 81.
Versteigerung 193; Zwangs-V. 284.
Verstoss gegen die Regeln der Technik 346, 348, 322 ff.
Vertheidigung im Zivilprozess 271.
Verträge 255 ff., 316 ff.
Vertretbarkeit der Sache 239.
Verwaltungsstreit-Verfahren 368.
Verwirken des Eigenthums 282, 287.
Vollmacht, Arten, Bedeutung 235, 236.
Vollstreckbarkeit 275.
Vollstreckungs-Urkunde 273.
Vorbau 294, 297, 305.
Vorberechnung, bei Kostenanschlägen 52.
Vorkaufsrecht 288.
Vormerkungen, im Grundbuch 279, 291.
Vorrecht, bei Pfändungen 276; -Bewillligung 291, -Einräumung 294.

W.

Wände, in baupolizeilicher Hinsicht 358.
Wasserbauliche Anlagen, Inventarisation 198.
Wasserleitungs-Anlagen, Charakterisirg. in Zeichnungen 42, 43; Veranschlag. 62, 71; Bedingungen für Herstellung 144, 151.
Wasserschöpf-Anlage, für eine Baugrube, Bedingungen für die Herstellung 156.
Wellbleche 27, 28.
Weissbleche 27.
Werkführer 319.
Werkstein-Arbeiten, Bedingungen für die Herstellung 121, 126; Mörtelbedarf 32, 34.
Werkverdingung 316, 318, 322, 262.
Werth, Arten 71 ff., 79 ff., 241; s. a. Sache.
Widerklage 268, 270.
Widerspruch, im Zivilprozess 274.
Wiedereinsetzung in d. vorigen Stand 274.
Willens-Erklärungen, Arten 255.
Wohngebäude, Kosten-Einheitssätze 82; Reihenfolge der Bauarbeiten 182.
Wohnungen, Keller-W., Dach-W. 362.
Wohnräume, Höhe der W.-R. 362.
Württemberg, ältere Maasse 6, 7; Einrichtung des Verdingungswesens 165; Baupolizei-Behörden und Verfahren in B.-P.-S. 371.

Z.

Zahl, Gesetz der grossen Z. 201; relative, charakterisirende Z. 205.
Zahlungen, Abschlags-Z., Schluss-Z. 112, 114, 115, 193, 194, 1184.

Zahlungs-Befehl 277.
Zäune, s. Einfriedigungen.
Zeichnungen, Ausführung u. Behandlung der Z. 35 ff., 52, 179, 180.
Zement, Platten 13; Normen für Lieferung und Prüfung 13 ff.; in Mörtel und Beton-Mischungen 16, 17; Bedingungen für Lieferung 125, 126.
Zement-Bedarf für verschiedene Zwecke 33, 69.
Zentral-Büreau 170.
Zentralheizungen, Charakterisirung in Zeichnungen 41, 42, 43.
„ Veranschlagungsart u. Kosten 62, 70.
„ Projektirungs-Berechnungs- u. Verdingungsweise, Programme u. s. w. 137 ff.
„ Statistik über Z.-H. 212, 213, 215.
Zeugen 272.
Ziegel, Formate 9; Bedarf 32, 69, 70; Lieferungs-Bedingungen 123; Aufstapeln auf der Baustelle 186.
Ziegel-Mauerwerk 120, 186.
Zimmerarbeiten, Veranschlagung 51, 55, 60; Bedingungen für Ausführung 127.
Zinkbleche 28, s. a. Klempnerarbeiten.
Zinn-Blei-Rohre 30.
Zubehör (Pertinenz) 241.
Zufahrten, in feuerpolizeil. Hinsicht 361.
Zuschlag, bei Submissionen 110, 111; Z.-Fristen 110; Z.-Urtel 284.
Zuständigkeit, der Gerichte 265, 266, 270; in Baupolizei-Angelegenheiten 367 ff.
Zustellung und Z.-Urkunde 267, 268.
Zwang, bei der Willensbestimmung 226.
Zwangs-Enteignung 282, 285; -Versteigerung 276, 282, 283, 284, 291; -Verwaltung 276; -Vollstreckung 276.
Zwangskassen 231.
Zwischendecken, baupolizeilich betrachtet 364.
Zwischenraum, bei Bauten 358.

I.

DIE BAUFÜHRUNG.

Bearbeitet von **J. Krüger**, Stadtbaurath in Königsberg i. Pr. und Reg.-Baumeister **F. Posern** zu Berlin.

Einleitung.

Wird unter Bauführung im weiteren Sinne die Kunst verstanden: Bauten zu projektiren, zu veranschlagen, auszuführen und über die Ausführung Rechnung zu legen, so ergeben sich vier gleich wichtige Thätigkeiten, nämlich: 1) die Anfertigung des Bauplans; 2) die Aufstellung des Kostenanschlags; 3) die Verdingung der Bauarbeiten und 4) die Leitung und Ueberwachung des Baues. —

Bei der nachstehenden Darstellung der Aufgaben der Bauführung und deren Lösung ist spezieller nur das Hochbauwesen ins Auge gefasst worden. Zahlreiche Grundsätze und Formen, wie z. B. diejenigen für das Verdingungswesen und die Organisation der Bauleitung, besitzen indessen allgemeine Gültigkeit und finden daher auch auf Bauausführungen sonstiger Art Anwendung.

Privates und staatliches Bauwesen weisen in den Einzelheiten manches Verschiedene auf; doch sind die Grundlagen und die Formen der Geschäfts-Behandlung in den Hauptzügen bei beiden dieselben; jene sind aber naturgemäss am schärfsten, klarsten und konsequentesten im staatlichen Bauwesen ausgebildet. Daher sind nachstehend insbesondere diejenigen Grundsätze berücksichtigt worden, welche für die geschäftliche Behandlung im Bauwesen des Staats und der grossen Kommunen maassgebend sind.

Die Kenntniss der von den Zentralbehörden erlassenen, zu dem hier behandelten Thema Bezug habenden Vorschriften und Bestimmungen ist für den Baubeamten unerlässlich, eine Vereinigung in einem Buche wie das vorliegende sehr wünschenswerth. Da indessen die Aufgabe des Buches die einseitige Berücksichtigung der Verhältnisse eines einzelnen deutschen Staates ausschliesst, auch die Aufnahme der für die verschiedenen Staaten erlassenen Direktiven den Stoff zu umfänglich und unübersichtlich gemacht haben würde, hat man sich darauf beschränkt, die für die preussische Bauverwaltung erlassenen Vorschriften (wie beispielsw. die über die formelle Behandlung der Kostenanschläge) aufzunehmen, u. z. meist in der Form einer zwanglosen Verschmelzung des Inhalts derselben in den Text des Buches.

Was dem Bauleitenden aus den Gebieten der Rechts- und Gesetzeskunde zu wissen unerlässlich ist, ist in einem besonderen Abschnitte nachgefügt worden.

Bei Behandlung des Veranschlagungswesens konnte nur die formale Seite desselben berücksichtigt werden, das Material für die mit Zeit und Ort so sehr schwankende Preisbemessung keine Aufnahme finden. Doch ist ein grösseres Material für die generelle Veranschlagung von Bauten aufgenommen worden, aus dem Grunde, dass das Material dieser Art bisher nur in ganz zerstreuter Weise vorliegt. Auch das nachstehend mitgetheilte Material kann weder als erschöpfend noch als allgemein gültig betrachtet werden und der Gebrauch von Zahlen, wie sie hier vorkommen, setzt stets Umsicht und grosse persönliche Erfahrung voraus. Die Aufnahme dieses Materials verfolgt daher wesentlich den Zweck der Sichtung und den, Anregung zur weiteren Ausbildung der dasselbe begründenden Statistik zu geben. Zur Anwendnng der Statistik so weit es nach der bisherigen Ausbildung derselben möglich, ist an allen betr. Stellen Gelegenheit genommen und dieser selbst ein besonderer Abschnitt gewidmet worden.

Bei Behandlung des Verdingungswesens ist der neuern bezüglichen Litteratur und den in derselben erhobenen Anforderungen die entsprechende Beachtung zugewendet worden. Die grofse Wichtigkeit einer sorgfältigen Bearbeitung der sogen. speziellen Bedingungen in Bau-Kontrakten hat die Aufnahme einer relativ grossen Anzahl von Vorlagen zu solchen veranlasst. Bei Formulirung dieser Vorlagen haben die Verfasser sich allerdings dem Gefühl der Bedenklichkeit einer solchen Arbeit nicht wohl entziehen können, da die richtige praktische Anwendung der Bedingungen an die Voraussetzung persönlicher Erfahrung und Fähigkeit in Berücksichtigung der besonderen Verhältnisse des Einzelfalles gebunden ist.

Bei Besprechung der Bauleitung im engeren Sinne ist der Grundsatz maassgebend gewesen, die Thätigkeit des Bauleitenden stets im Rahmen und als Glied eines gröfseren Organismus zu zeigen und die Beziehungen desselben gegenüber der oberen Instanz sowohl als gegenüber den betheiligten Handwerkern und Unternehmern klar zu legen.

Das in der Beigabe litterarischer Nachweise verfolgte Prinzip ist ohne weiteres aus der Form, in der diese Nachweise gegeben sind, erkennbar. Als Werke, die das hier bearbeitete Gesammtgebiet berühren — wenn auch theils nur in sehr abgekürzter Weise — werden an gegenwärtiger Stelle passend zu nennen sein:

Handbuch der Ingenieurwissenschaften. Bd. I. Kap. 4. Leipzig, Engelmann. — Busch. Die Bauführung. Berlin 1875, E. Toeche. — v. Prittwitz u. Gaffron. Die Leitung grosser Bauten, mit besonderer Beziehung auf die Festungsbauten von Posen und Ulm. Berlin 1860, Bath. — Grapow. Anleitung zur Aufsicht bei Bauten. Berlin 1872, Ernst & Korn.

A. Maasse und Gewichte; Münzen.

Litteratur.

Chr. Noback und Fr. Noback. Vollständiges Taschenbuch der Münz-, Maass- und Gewichts-Verhältnisse. Leipzig 1876, Brockhaus.

Mäurer. Deutsches Maass- u. Gewichtsbuch. Weimar 1872, B. F. Voigt.

Hübner's statistische Tafel.

1. Das metrische Maass- und Gewichts-System.

a. Geschichtliches.

Das metrische Maass- u. Gewichts-System basirt auf der Absicht der Feststellung eines unveränderlichen Naturmaasses als Einheit. Eine Kommission der französischen Akademie, der Borda, Lagrange, Laplace, Monge und Condorcet angehörten, machte den Vorschlag, als Einheit des Maasses den 10 000 000sten Theil des Erdmeridians mit dem Namen *mètre* und als Einheit des Gewichts das Gewicht von $^1/_{1000}$ ^{cbm} destillirten Wasser im luftleeren Raume bei 4° C. Temperatur, zusammen mit der Zehntheilung der neu zu schaffenden Maasse anzunehmen. Diese Vorschläge wurden am 31. März 1791 in Frankreich zum Gesetz erhoben und nach Beendigung der umfangreichen Messungs-Arbeiten ward die Länge des *mètre* auf 443,296 alte pariser Linien fest gestellt. Das bezeichnete Maass ist am 9. *Frimaire* des Jahres VIII. (29. November 1800) als wahres und definitives *mètre* gesetzlich proklamirt worden.

Obwohl die Resultate späterer Gradmessungs-Arbeiten auf eine Ungenauigkeit der ersten Bestimmung hinwiesen — Bessel hat den Fehler zu mindestens — 0,025 par. Linien berechnet — so ist es doch bei der französischen gesetzlichen Definition geblieben und alle Staaten, die später das Meter zum Landesmaass erhoben, haben dieselbe adoptirt. Neuerdings ist von der internationalen Maass- und Gewichts-Kommission in Paris das Maass dahin fixirt worden, dass jene wahre Länge ausschliesslich nach dem im Archiv der Kommission befindlichen Normalmeter zu bestimmen sei.*) —

b. Bildung der Einheiten und Bezeichnung derselben.

Die Namen der Grundeinheiten des Systems werden durch Vorsetzung der dem Griechischen entlehnten Zahlwörter: Deka — Hecto — Kilo — Myria zu solchen der 10-, 100-, 1000-, 10,000fachen Einheiten, wie durch Vorsetzung der dem Lateinischen entlehnten Zahlwörter: Dezi — Centi — Milli — zu denen der $^1/_{10}$ — $^1/_{100}$ — $^1/_{1000}$ — Einheiten gemacht.

*) Internationale Meter-Konvention zwischen Deutschland, Oesterreich, Belgien, Frankreich, Portugal, Spanien, Italien, Schweiz, Dänemark, Schweden, Norwegen, Russland, Türkei, Nordamerika, Venezuela, Peru u. d. Argentin. Conföderation v. 20. Mai 1875 (R. Ges. Bl. 1876 S. 191).

Die Einführung des metrisch. Systems in Deutschland erfolgte durch die „Maass- u. Gewichtsordnung für den Norddeutsch. Bund“ v. 17. August 1868*). Die Uebertragung auf die süddeutschen Staaten erfolgte mit der Errichtung des deutschen Reiches, doch durch spezielle Anordnungen, so für Bayern durch Gesetz v. 26. Nov. 1871.

Durch die preussische Bekanntmachung vom 13. März 1869**) wurden Vorschriften über die Verhältnisszahlen für die Umrechnung der bisherigen Landesmaasse und Gewichte in metrisches Maass und Gewichte gegeben. — Den Bezeichnungen der französ. Maasse wurden im Gesetze deutsche hinzu gefügt, welche indessen nicht in Aufnahme gekommen sind; auch hat das Gesetz eine Anzahl der in Frankreich eingeführten metr. Einheiten — die in der nachfolgenden Uebersicht in Klammern [—] beigefügten — weggelassen, dagegen andere Einheiten — ebenda in Kursivschrift angegeben — hinzu gefügt. — Durch ein im Mai 1884 im Reichstage beschlossenes Gesetz ist die deutsche Maass- u. Gew.-Ordnung v. 17. Aug. 1868 in der Weise abgeändert worden, dass die deutschen Bezeichnungen sowohl, als die besonderen deutschen Einheiten wieder beseitigt worden sind. Darnach gelten als gesetzliche Einheiten hinfort nur die in nachstehender Zusammenstellung durch fette Schrift hervor gehobenen. Die „Meile“ von 7 500 m ist schon durch Reichs-Ges. v. 7. Dez. 1873 beseitigt.

Die in Klammer (—) gestellten abgekürzten Bezeichnungen der Einheiten sind auf Grund eines Bundesraths-Beschlusses in den einzelnen deutschen Staaten für den amtlichen Verkehr obligatorisch gemacht worden, auch ausserdem in Deutschland ziemlich allgemein in Gebrauch gekommen. Die abgekürzten Bezeichnungen sind auf die Zeile zu setzen, bei mehrstelligen Ziffern die Gruppen zu je 3 Ziffern durch Zwischenräume zu markiren.***)

c. Definitionen.

α. Längenmaasse.

1 **Meter** oder Stab (m) = [10 Dezimeter] = 100 **Centimeter** oder Neuzoll (cm) = 1000 **Millimeter** oder Strich (mm).

1 Decameter oder Kette = 10 m [1 Hectometer = 100 m]; 1 **Kilometer** (km) = 1000 m [1 Myriameter = 10 000 m].

β. Flächenmaasse

sind die Quadrate der Längenmaasse: **Quadratmeter** (qkm, qm, qcm, qmm). Ausserdem sind besonders benannt:

1 **Ar** (a) = 100 qm.
1 **Hectar** (ha) = 100 a = 10 000 qm.
[1 Myriar = 100 ha = 10 000 a = 1 000 000 m.]

γ. Raummaasse

sind die Kuben der Längenmaasse: **Kubikmeter** (cbm, ccm, cmm). (Das cbm wird in Frankreich auch mit „*stere*“ bezeichnet.) Ausserdem sind besonders benannt:

1 **Liter** oder Kanne (l) = 1 000 ccm.
1 **Hectoliter** oder Fass (hl) = 100 l = 0,1 cbm.
[*Scheffel* = $1/2$ *hl* = *50 l*.]

δ. Gewichte.

1 **Kilogramm** (kg) ist das Gewicht von 1 Liter destillirten Wasser im Zustande der grössten Dichte bei + 4° C., im luftleeren Raum gewogen.

1 kg = 1 000 **Gramm** (g).
1 g = 10 Dezigramm = 100 Centigramm = 1 000 **Milligramm** (mg).
1 Pfund = 500 g = 0,5 kg. — 50 Pf. = 1 Zentner [100 kg = 1 *Quintal**)].
1 **Tonne** (t) = 1000 kg.

*) Vielfach ist die Einheit von 100 kg unter dem Namen Meter-Zentner oder metrischer Zentner in Gebrauch gekommen; im Verein deutscher Eisenbahn-Verwaltungen ist diese Einheit allgemein eingeführt und der Berechnung der Tarifsätze zu Grunde gelegt (Beschluss zu Baden-Baden v. 2./4. August 1875).

d. Geltungsbereich des metrischen Systems.

Das metrische System ist aufserhalb Deutschlands, zum Theil mit anderen Bezeichnungen, zur gesetzlichen Einführung gelangt in:

Aegypten	Ecuador	St. Marino	Mexico	Schweiz
Belgien	Frankreich	Monaco	Niederlande	Spanien
Brasilien	Griechenland	Liechtenstein	Oestr.-Ungarn	Venezuela.
Chile	Italien	Luxemburg	Portugal	

In England ist die Anwendung des metrischen Systems zulässig, in Russland dieselbe im Eisenbahnwesen obligatorisch. —

*) Illing. Die deutsche Gewerbe-Ordnung. Berlin 1884, A. Haack. — **) Preuss. Gesetz-Sammlg. 1869, S. 746. — ***) Ministerial-Bl. f. die innere Verwaltg. in Preussen 1878, S. 12, sowie Zeitschr. für Bauw. 1878, S. 145.

2. Aeltere deutsche Landesmaasse.

Für das Gewicht galt bis zur Einführung des metrischen Systems das Zollpfund (= 500 g) und der Zollzentner = 100 Pfund. 1 Pfund = 32 (bezw. 30) Loth à 10 Quentchen.

Anhalt: wie Preussen, ältere Maasse.

Baden.

a. Längenmaasse: 1 Zoll = 10 Linien = 0,0300 m. — 1 Fuss = 10 Zll. = 0,3000 m. — 1 Ruthe = 10 Fss. = 3,0000 m. — 1 Elle = 2 Fss. = 0,6000 m. — 1 Meile = 8888,89 m.

b. Flächenmaasse: 1 □Zll. = 9,0000 qcm. — 1 □Fss. = 0,0900 qm. — 1 □Ruthe = 9,0000 qm. — 1 Morgen = 400 □Ruthen = 36,0000 a. — 1 □Meile = 7901,235 ha.

c. Raummaasse: 1 Kub.-Zll. = 27,0000 ccm. — 1 Kub.-Fss. 27,0000 l. — 1 Maass = 1,5000 l. — 1 Ohm = 100 Maass = 1,500 hl. — 1 Malter = 10 Sester = 100 Mässlein = 1,500 hl.

Bayern.

a. Längenmaasse: 1 Dezimal-Zll. = 10 Linien = 0,0292 m. — 1 Fss. = 10 Dezimal-Zll. = 0,2919 m. — 1 Feld-Ruthe = 10 Fss. = 2,9186 m. — 1 Elle = $2\frac{41}{48}$ Fss. = 0,8330 m. — 1 Lachter = 1,9455 m. — 1 Klafter = 6 Fss. = 1,7512 m. — 1 Meile = 2 Wegstunden = 25 406 Fss. = 7414,97 m. — Abweichd. in der Rheinpfalz: 1 Fss. = 10 Zll. = 0,3333 m. — 1 Elle = 1,2000 m.

b. Flächenmaasse: 1 □Fss. = 0,0852 qm. — 1 □Ruthe = 8,5182 qm. — 1 Tagewerk oder Morgen = 100 Dezimalen = 400 □Ruthen = 34,0727 a. — 1 □Meile = 5498,178 ha.

c. Raummaasse: 1 Kub.-Fss. = 24,8611 l. — 1 Schachtruthe = 24,861 hl. — 1 Kub.-Klafter = 53,6998 hl. — 1 Maasskanne = 0,043 Kub.-Fss. = 1,0690 l. — 1 Fass = 25 Visireimer à 64 Maasskannen = 17,1044 hl. — 1 Metze à 2 Viertel, à 4 Mässlein, à 4 Dreissiger = 37,0596 l. — 1 Scheffel (= 8,944 Kub.-Fss.) à 6 Metzen = 2,2236 hl.

Braunschweig.

a. Längenmaasse: 1 Zll. = 12 Linien = 0,0238 m. — 1 Fss. = 12 Zll. = 0,2854 m. — 1 Ruthe = 16 Fss. = 4,5658 m. — 1 Lachter = 80 Zll. 8½ Linie = 1,9193 m. — 1 Elle = 2 Fss. = 0,5707 m. — 1 Meile = 26 000 Fss. = 7419,42 m.

b. Flächenmaasse: 1 □Fss. = 0,0814 qm. — 1 □Ruthe = 20,8465 qm. — 1 Feldmorgen = 120 □Ruthen = 25,0158 a. — 1 Waldmorgen = 160 □Ruthen = 33,3544 a. — 1 □Meile = 5504,782 ha.

c. Raummaasse: 1 Kub.-Fss. = 23,2375 l. — 1 Schachtruthe = 59,4880 hl. — 1 Quartier = $69\frac{2}{3}$ Kub.-Zll. = 0,9368 l. — 1 Himten à 16 Metzen à $144\frac{3}{4}$ Kub.-Zll. = 31,145 l. — 1 Wispel = 40 Himten = 12,4579 hl.

Bremen.

a. Längenmaasse: 1 Zll. = 0,0241 m. — 1 Fss. = 12 Zll. = 0,2894 m. — 1 Ruthe = 16 Fss. = 4,6296 m. — 1 Elle = 2 Fss. = 0,5787 m.

b. Flächenmaasse: 1 □Fss. = 0,0837 qm. — 1 □Ruthe = 21,4332 qm.

c. Raummaasse: 1 Kub.-Fss. = 24,2254 l. — 1 Stübchen = 4 Quart = 3,2214 l. — 1 Ohm = 45 Stübchen = 4 Anker = 1,4497 hl. — 1 Oxhoft = 1½ Ohm = 2,1745 hl. — 1 Scheffel = 4 Viertel à 4 Spint = 74,104 l. — 1 Last = 40 Scheffel = 29,6415 hl.

Frankfurt a. M.

a. Längenmaasse: 1 Zll. = 12 Linien = 0,0237 m. — 1 Fss. oder Schuh = 12 Zll. = 0,2846 m. — 1 Feldruthe = 12½ Fss. = 3,5576 m. — 1 Waldruthe = 15,8489 Fss. = 4,5108 m. — 1 Stab = 1,1820 m. — 1 Elle = 0,5473 m. — 1 brabanter Elle = 0,6992 m.

b. Flächenmaasse: 1 □Fss. = 0,0810 qm. — 1 □Feldruthe = 12,6567 qm. — 1 □Waldruthe = 20,3470 qm. — 1 Feldmorgen = 160 □Feldruthen = 20,2508 a. — 1 Waldmorgen = 160 □Waldruthen = 32,5552 a.

c. Raummaasse: 1 Kub.-Fss. = 23,0543 l. — 1 Aichmaass à 90,38 par. Kub.-Zll. = 4 Schoppen = 1,7928 l. — 1 Malter = 4 Simmer à 4 Sechter à 4 Gescheid (= 1 Aichmaass) = 1,1475 hl.

Hamburg.

a. Längenmaasse: 1 Zll. = 8 Linien = 0,0239 m. — 1 Fss. = 12 Zll. = 0,2866 m. — 1 (Geest-) Werkruthe = 16 Fss. = 4,5851 m. — 1 Marschruthe = 14 Fss. = 4,0120 m. — 1 Elle = 2 Fss. = 0,5731 m. — 1 brabanter Elle = 2,4 Fss. = 0,6878 m.

b. Flächenmaasse: 1 □Fss. = 0,0821 qm. — 1 □Geestruthe = 21,0235 qm. — 1 □Marschruthe = 16,0962 qm. — 1 Morgen Marschland = 600 □Marsch-Ruthen = 96,5769 a. — 1 Scheffel Saatland = 200 □Geestruthen = 42,0471 a.

c. Raummaasse: 1 Kub.-Fss. = 23,5342 l. — 1 Quartier = 66½ Kub.-Zll. = 0,9057 l. — 1 Fass (= 1 preuss. Scheffel) à 2 Himten à 4 Spint = 54,961 l. — 1 Wispel = 10 Scheffel à 2 Fass = 10,9922 hl.

Hannover.

a. Längenmaasse: 1 Zll. = 0,0243 m. — 1 Fss. = 12 Zll. = 0,2921 m. — 1 Ruthe = 16 Fss. = 4,6735 m. — 1 Elle = 2 Fss. = 0,5842 m. — 1 Lachter = 1,9198 m. — 1 Meile = 25 400 Fss. = 7419,2054 m.

b. Flächenmaasse: 1 □Fss. = 0,0853 qm. — 1 □Ruthe = 21,8417 qm. — 1 Morgen = 120 □Ruthen = 26,2101 a. — 1 □Meile = 5504,460 ha.

c. Raummaasse: 1 Kub.-Fss. = 24,9213 l. — 1 Klafter = 35,887 hl. — 1 Quartier = 67½ Kub.-Zll. = 0,9735 l. — 1 Stübchen = 4 Quartier = 3,894 l. — 1 Metze = 1280 Kub.-Zll. = 7,7879 l. — 1 Himten = 4 Metzen = 31,1516 l. — 1 Last = 16 Malter à 6 Himten = 29,9055 hl.

Hessen-Darmstadt.

a. Längenmaasse: 1 Zll. = 0,0250 m. — 1 Fss. = 10 Zll. = 0,2500 m. — 1 Klafter = 10 Fss. = 2,5000 m. — 1 Elle = 24 Zll. = 0,6000 m. — 1 Meile = 1,5 Wegstund. = 5000,0000 m.

b. Flächenmaasse: 1 □Fss. = 0,0625 qm. — 1 □Klafter = 6,2500 qm. — 1 Morgen = 400 □Ruthen = 25,0000 a. — 1 □Meile = 2500 ha.

c. Raummaasse: 1 Kub.-Fss. = 15,6250 l. — 1 Maass à 4 Schoppen = 2,0000 l. — 1 Ohm = 4 Viertel à 20 Maass = 1,6000 hl. — 1 Malter = 4 Simmer à 4 Kumpf à 4 Gescheid = 1,2800 hl.

Hessen-Homburg.

a. Längenmaasse: 1 Ruthe = 145,54 Frankf. Zll. = 3,7519 m.

b. Flächenmaasse: 1 □Ruthe = 11,9153 qm. — 1 Morgen = 160 □Ruthen = 19,0644 a.

Im übrigen ganz wie Frankfurt a. M.

Hohenzollern: wie Württemberg.

Kurhessen.

a. Längenmaasse: 1 Werkzll. = 12 Linien = 0,0240 ^{m}. — 1 Werkfss. (11 Zll. preuss.) = 12 Zll. = 0,2877 ^{m}. — 1 Katasterfss. (= 126,3 par. Lin.) = 0,2849 ^{m}. — 1 Kub.-Ruthe = 14 Katasterfss. = 3,9888 ^{m}. — 1 Elle = 2 Katasterfss. = 0,5684 ^{m}.

b. Flächenmaasse: 1 □Werkfss. = 0,0828 ^{qm}. — 1 □Katasterfss. = 0,0812 ^{qm}. — 1 □Katasterruthe = 15,9102 ^{qm}. — 1 Acker = 150 □Katast.-Ruthen = 23,8653 a,

c. Raummaasse: 1 Kub.-Fss.(Werk) = 23,8131 l. — 1 Kub.(-Katast.)-Fss. = 23,1274 l. — 1 Maass = 1,9495 l. — 1 Metze à 4 Mässchen = 10,0460 l. — 1 Viertel = 2 Scheffel à 8 Metzen = 1,6074 hl.

Lippe-Detmold.

a. Längenmaasse: 1 Fss. = 12 Zll. = 0,2895 ^{m}. — 1 Ruthe = 8 Ellen = 16 Fss. = 4,6322 ^{m}.

b. Flächenmaasse: 1 □Fss. = 0,0838 ^{qm}. — 1 □Ruthe = 21,4574 ^{qm}. — 1 Morgen = 120 □Ruthen = 25,7488 a.

c. Raummaasse: 1 Kub.-Fss. = 24,2664 l. — 1 Scheffel = 44,2917 l.

Schaumburg-Lippe.

a. Längenmaasse: 1 Fss. = 12 Zll. = 0,2901 ^{m}. — 1 Ruthe = 8 Ellen = 16 Fss. = 4,6416 ^{m}.

b. Flächenmaasse: 1 □Fss = 0,0842 ^{qm}. — 1 □Ruthe = 21,5445 ^{qm}. — 1 Morgen = 120 □Ruthen = 25,8533 a.

c. Raummaassse: 1 Kub.-Fss. = 24,4142 l.

Lübeck.

a. Längenmaasse: 1 Zll. à 12 Linien = 0,0240 ^{m}. — 1 Fss. = 12 Zll. = 0,2876 ^{m}. — 1 Ruthe = 8 Ellen = 16 Fss. = 4,6019 ^{m}.

b. Flächenmaasse: 1 □Fss. = 0,0827 ^{qm}. — 1 □Ruthe = 21,1774 ^{qm}.

c. Raummaasse: 1 Kub.-Fss. = 23,7930 l. — 1 Tonne = 4 Scheffel à 4 Fass = 1,3878 hl.

Mecklenburg.

a. Längenmaasse: Fss. wie Hamburg. — 1 Ruthe = 16 Feldfss. (10theilig) = 4,6560 ^{m}.

b. Flächenmaasse: 1 □Ruthe = 21,6786 ^{qm}. — 1 Morgen = 300 □Ruthen = 65,0359 a.

c. Raummaasse: 1 Last = 8 Drömt à 12 Scheffel (nahezu $^{7}/_{18}$ hl) à 4 Fass à 4 Metzen = 37,33 hl.

Nassau.

a. Längenmaasse: Werk-Fss. u. Werkruthen: wie Baden. — 1 Feldruthe = 10 Feldschuh = 5,0000 ^{m}.

b. Flächenmaasse: 1 Morgen = 100 □Feldruthen = 25,0000 a.

c. Raummaasse: 1 Klafter = 35,89 hl. — 1 Maass = 2 Flaschen = 2,0000 l. — 1 Malter = 4 Viertel = 10 Zehntel = 1,000 hl.

Oldenburg.

a. Längenmaasse: 1 Zll. = 0,0247 ^{m}. — 1 Fss. = 12 Zll. = 0,2959 ^{m}. — 1 neüe Ruthe = 18 Fss. = 5,3258 ^{m}. — 1 Kataster-Ruthe = 10 Fss. = 2,9588 ^{m}.

b. Flächenmaasse: 1 □Fss. = 0,0875 ^{qm}. — 1 □Ruthe (neu) = 28,3644 ^{qm}. — 1 □Kataster-Ruthe = 8,7544 a. — 1 Morgen = 1400 □Kat.-Rth. = 122,562 a. — 1 neues Jûck = 160 n. □Ruthen = 45,383 a.

c. Raummaasse: 1 Kub.-Fss. = 25,9025 l. — 1 Kanne = 40 Quartier = 1,3687 l. — 1 Scheffel = 22,8027 l. — 1 Last = 12 Malter à $1^{1}/_{2}$ Tonnen à 8 Scheffel = 32,8359 hl.

Preussen (im Geltungsbezirk der Maass- und Gewichtsordnung von 1816).

a. Längenmaasse: 1 Zll. à 12 Linien = 0,026 ^{m}. — 1 Fss. = 12 Zll. = 0,31385 ^{m}. — 1 Ruthe = 12 Fss. = 3,7662 ^{m}. — 1 Elle = 0,6669 ^{m}. — 1 Klafter = 6 Fss. = 1,8831 ^{m}. — 1 Lachter = 2,0924 ^{m}. 1 Meile = 2000 Ruthen = 7532,484 ^{m}.

b. Flächenmaasse: 1 □Fss. = 0,0985 ^{qm}. — 1 □Ruthe = 14,1846 ^{qm}. — 1 Morgen = 180 □Ruthen = 25,5322 a. — 1 □Meile = 5673,831 ha.

c. Raummaasse: 1 Kub.-Fss. = 30,9158 l. — 1 Schachtruthe = 44,5188 hl. — 1 Klafter = 108 Kub.-Fss. = 33,3891 hl. — 1 Quart (= 64 Kub.-Zll.) = 1,1450 l. — 1 Ohm. à 2 Eimer à 2 Anker à 30 Quart = 1,3740 hl. — 1 Oxhoft = $1^{1}/_{2}$ Ohm = 2,0611 hl. — 1 Tonne = 100 Quart = 1,1450 hl. — 1 Metze (= $^{1}/_{9}$ Kub-Fss.) = 3,4351 l. — 1 Scheffel = 16 Metzen = 54,9614 hl. — 1 Tonne (fälschlich Wispel) Kalk, Salz, Kohlen = 4 Scheffel = 2,1985 hl.

Königreich Sachsen.

a. Längenmaasse: 1 Zll. = 10 Linien = 0,0236 ^{m}. — 1 Fss. = 12 Zll. = 0,2832 ^{m}. — 1 Elle = 2 Fss. = 0,5664 ^{m}. — 1 Ruthe = $15^{1}/_{6}$ Fss. = 4,2950 ^{m}. — (1 Leipziger Elle = 0,565 ^{m}.) — (1 brabanter Elle = 0,6856 ^{m}.) — 1 Meile = 32000 Fss. = 9062,080 ^{m}.

b. Flächenmaasse: 1 □Fss. = 0,0802 ^{qm}. — 1 □Elle = 0,3208 ^{qm}. — 1 □Ruthe — 18,4474 ^{qm}. — 1 Acker = 300 □Ruthen = 55,3423 a. — 1 □Meile = 8212,130 ha.

c. Raummaasse: 1 Kub.-Fss. = 22,7109 l. — 1 Kub.-Elle 1,8169 hl. — 1 Klafter = 108 Kub.-Fss. = 24,528 hl. — 1 Kanne à 2 Nösl. = 0,9356 l. — 1 Eimer à 72 Kannen = 67,3626 l. — 1 Fass à 2 Viertel à 2 Tonnen à 105 Kannen = 3,9295 hl. — 1 Metze à 4 Mässchen = 6,571 l. — 1 Scheffel à 4 Viertel à 4 Metzen = 1,0514 hl.

Sachsen-Altenburg und **Sachsen-Coburg-Gotha:** wie Königreich Sachsen.

Sachsen-Meiningen und **Sachsen-Weimar-Eisenach:** wie Frankfurt a. M.

a. Längenmaasse: 1 Zll. = 0,0235 ^{m}. — 1 Fss. = 12 Zll. = 0,2820 ^{m}. — 1 Ruthe = 8 Ellen = 16 Fuss = 4,5117 ^{m}.

b. Flächenmaasse: 1 □Fss. = 0,0795 ^{qm}. — 1 □Ruthe = 20,3551 ^{qm}. — 1 Acker = 140 □Ruthen = 28,4971 a.

c. Raummaasse: 1 Kub.-Fss. = 22,4207 l. — 1 Steinruthe = 114,79 hl. — 1 Ohmmaass = 0,9960 l. — 1 Schenkmaass = 0,8964 l. — 1 Eimer = 72 Ohmmaass = 80 Schenkmaass = 71,7085 l. — 1 Scheffel = 4 Viertel à 4 Metzen à 5 Maass = 76,965 l.

Schleswig-Holstein: verschiedene Maasse von lokaler Bedeutung.

Schwarzburg und Waldeck: wie Preussen.

Württemberg.

a. Längenmaasse: 1 Fss. = 10 Zll. = 0,2865 ^{m}. — 1 Ruthe = 10 Fss. = 2,8649 ^{m}. — 1 Meile = 26 000 Fss. = 7448,748 ^{m}.

b. Flächenmaasse: 1 □Fss. = 0,0821 ^{qm}. — 1 □Ruthe = 8,2077 ^{qm}. — 1 Morgen = 384 □Ruthen = 4 Viertel = 31,5175 a. — 1 Jauchart (Tagewerk) = $1^1/_2$ Morgen = 47,2762 a.

c. Raummaasse: 1 Kub.-Fss. = 23,5142 l. — 1 Klaft. = 144 Kub.-Fss. = 33,8604 hl. — 1 Eimer Helleich à 16 Immi à 10 Maass = 2,9393 hl. — 1 Scheffel = 8 Simri à 4 Vierling à 4 Mässlein = 1,7723 hl.

3. Ausserdeutsche Gebiete.

Aeltere wie auch im Gebrauch stehende Landesmaasse.

(Zahlreiche Angaben hierzu siehe u. a. in: Wach; Baurathgeber. Prag 1874, Tempsky.)

Italien.

1 *Palmo:* älteres Längenmaass von örtlich wechselnder Grösse; in Rom = 0,2233 ^{m}, in Neapel = 0,2645 ^{m}; Mittelwerth etwa 0,25 ^{m}.

Dänemark und Norwegen.

a. Längenmaasse: 1 Elle *(alen)* = 2 *fot* = 0,627707 ^{m}. Sonst wie Preussen ält. M.

b. Flächenmaasse: 1 □Elle = 0,394016 ^{qm}. — 1 Tonne Land = 560 □Ruthen = 55,16224 a,

c. Raummaasse; 1 Kub.-Elle = 0,2473266 ^{cbm}. — 1 *pot* = 0,96612 l. — 1 Korntonne à 8 Scheffel = 1,39120 hl.

d. Gewichte: 1 Schiffspfund à 20 *Liespfund* = 160 ^{kg}. — 1 Last = $16^1/_4$ Schiffspfd. = 2600 ^{kg}.

Grossbritannien.

a, Längenmaasse: 1 Zll. *(inch)* = 0,0253995 ^{m}. — 1 Fss. *(foot)* = 12 Zll. = 0,304795 ^{m}. — 1 *yard* = 3 Fss. = 0,914384 ^{m}. — 1 Ruthe *(pole)* = $5^1/_2$ *yard* = 5,029109 ^{m}. — 1 Faden *(fathom)* = 2 *yards* = 1,828766 ^{m}. — 1 Kette *(chain)* à 100 *links* = 22 *yards* = 66 *feet* = 20,11644 ^{m}. — 1 Meile *(statute mile)* = 8 *furlongs* (à 100 *chains*) = 320 Ruthen = 1609,315 ^{m}. — 1 *knot* = 1 geogr. Meile = 7420,43854 ^{m}. — 1 *Admirality knot* = 1,1515 *miles* = 6080 *feet* = 1853,1536 ^{m}.

b. Flächenmaasse: 1 □Zll. *(square inch)* = 6,45137 ^{qcm}. — 1 □Fss. = 0,09290 ^{qm}. — 1 □*yard* = 0,836097 ^{qm}. — 1 □Ruthe = 25,29194 ^{qm}. — 1 *acre* = 40,4671 a. — 1 □Meile = 258,9895 ha.

c. Raummaasse: 1 Kub.-Zll. *(cubic inch)* = 16,3862 ^{ccm}. — 1 Kub.-Fss. = 28,3153 l. — 1 *cub. yard* = 0,764513 ^{cbm}. — 1 *quart* = 2 *pints* = 1,13586 l. — 1 *imperial gallon** = 4 *quart* = 4,543457 l. — 1 *peck* = 2 *gallons* = 9,086915 l. — 1 *bushel* = 4 *pecks* = 36,34766 l. — 1 *quarter* = 8 *bushels* = 2,907813 hl. — 1 Tonne *(wey)* = 5 *quarters* = 1,45391 ^{cbm}. — 1 *last* = 2 *weys* = 2,90781 ^{cbm}. — 1 Tonne *(ton)*, insbes. für Wasser-Untersuchungszwecke, aber auch für Messung von Boden-, Stein- etc. Massen gebräuchliches Maass = 35,9 Kub.-Fss. = 1,0165 ^{cbm}.

d. Handels *(avoir du poids)* Gewicht: 1 *drachme* = 1,771836 ^{g}. — 1 Unze *(ounze)* = 16 *dr.* = 28,34937 ^{g}. — 1 Pfund *(pound)* = 16 Unz. = 453,59265 ^{g}. — 1 *quarter* = 28 Pfd. = 12,7006 ^{kg}. — 1 Zentner *(hundred weight)* = 50,80238 ^{kg}. — 1 *ton* = 20 Zentn. = 1016,0475 ^{kg}.

Münz- und Medizinal- *(Troy)* Gewicht: 1 *grain* = 0,0647990 ^{g}. — 1 *penny weight* = 24 *grains* = 1,555175 ^{g}. — 1 *ounze* = 20 *penny weights* = 31,1034615 ^{g}. — 1 Pfund = 12 Unzen = 373,2419 ^{g}.

Frankreich.

Von den seit Ende des vorigen Jahrhunderts ausser Gebrauch gesetzten Maassen werden noch zuweilen und hauptsächlich zum Zweck der Definition anderer Maasse gebraucht:

Längenmaasse: 1 par. Linie = 2,255829062 ^{mm}. — 1 par. Zll. = 12 Linien = 2,706994875 ^{cm}. — 1 par. Fss. = 12 Zll. = 0,324839385 ^{m}. = 1 *toise* à 6 Fss. = 1,949036310 ^{m}. — 1 *lieue* = 4444,444 ^{m}.

Niederlande.

Raummaasse: 1 Alte Amsterdamer Last = 3004 l.

Gewichte: 100 *Pond* Alt Amsterdamer Gewicht = 49,449 ^{kg}.

Oesterreich-Ungarn (auch **Liechtenstein**); ältere Maasse.

a. Längenmaasse: 1 Zll. = 0,026340 ^{m}. — 1 Fss. = 12 Zll. = 0,316081 ^{m}. — 1 Klafter = 6 Fss. = 1,896484 ^{m}. — 1 Elle = 0,41 Klafter = 0,777558 ^{m}. — 1 östr. Meile = 4000 Klafter = 7,585936 ^{km}. — 1 ungar. Meile = 8,35360 ^{km}.

b. Flächenmaasse: 1 □Zll. = 6,937986 ^{qcm}. — 1 □Fss. = 0,099907 ^{qm}. — 1 □Klafter = 3,596652 ^{qm}. — 1 Katastral-Joch = 1600 □Klafter = 57,54642 a. — 1 ungar. Joch = 1200 □Fss. = 43,15982 a. — 1 □Meile = 10000 Joch = 57,54642 ^{qkm}. — 1 ungar. □Meile = 69,78 ^{qkm}.

c. Raummaasse: 1 Kub.-Zll. = 18,274691 ^{ccm}. — 1 Kub.-Fss. = 0,031579 ^{ccm}. — 1 Kub.-Klafter = 6,820992 ^{cbm}. — 1 Schachtruthe = 3,157867 ^{cbm}. — 1 Wiener Maass = 4 Seidel = 1,414724 l. — 1 Wiener Eimer = 40 Maass = 56,589 l. — 1 ungar. Eimer = 54,30 l. — 1 Wiener Metze = 16 Maassl = 61,48682 l. — 1 Pressburger Metze = 62,53 l. — 1 Wiener Muth = 30 Metzen = 18,44604 hl.

d. Gewichte: 1 Loth = 4 Quentchen à 60 gran = 17,50187 ^{g}. — 1 Pfund = 32 Loth = 560,060000 ^{g}. — 1 Zentner = 100 Pfund = 56,0060 ^{kg}.

Russland. (Im Eisenbahnwesen ist das metrische Maass-System eingeführt.)

a. Längenmaasse: Fuss und Zoll wie England. — 1 *Arschin* = $2^1/_3$ Fss. = 0,711187 ^{m}. — 1 *Saschehn* = 3 *Arschin* = 2,133562 ^{m}. — 1 Werst = 500 *Saschehn* = 1,066781 ^{km}.

b. Flächenmaasse: 1 □*Arschin* = 0,505787 ^{qm}. — 1 □*Saschehn* = 4,552085 ^{qm}. — 1 Kron-*Dessätine* (gesetzl. Feld-Maass) = 2400 □*Saschehn* = 1,092500 ha; die grosse Dessätine ist um $^1/_{}$ grösser.

c. Raummaasse: 1 *Kub.-Arschin* = 0,3597 ^{cbm}. — 1 *Kruschka* (Krug) = 1,22989 l. — 1 *Wedro* (Eimer) à 10 *Kruschka* = 12,2989 l. — 1 Fass = 40 *Wedro* = 4,9196 hl. — 1 *Tschetwerka* = 6,5594 l. — 1 *Tschetwerik* = 4 *Tschetwerka* = 26,2377 l. — 1 *Tschetwert* = 8 *Tschetwerik* = 2,0990 hl.

d. Gewichte: 1 *Doli* = 0,004 ^{g}. — 1 *Solotnik* = 96 *Doli* = 4,265 ^{g}. — 1 Loth = 3 *Solotnik* = 12,797 ^{g}. — 1 Pfund = 32 Loth = 409,5116 ^{g}. — 1 *Pud* = 40 Pfund = 16,38046 ^{kg}. — 1 Tonne = 12 *Berkowetz* à 10 *Pud* = 1965,656 ^{kg}.

*) Ausser der *imp. gallon* wird im Handel mit den Kolonien und in den Vereinigten Staaten das alte engl. Weingallon = 3,7852 l. angewandt.

Schweden.

a. Längenmaasse: 1 Duodezimal-Zll. *(Verk-tum)* 0,02474 m. — 1 Dezimal-Zll. *(decimal-tum)* = 0,029690 m. — 1 Fss. *(Fot)* = 12 bezw. 10 Zll. = 0,296901 m. — 1 Faden *(Famn)* = 3 *Alnar* = 6 Fss. = 1,781406 m. — 1 Ruthe *(Stång)* = 16 Fss. = 4,7504 m. — 1 Meile *(Mil)* = 6000 *Famnar* = 10,68844 km.

b. Flächenmaasse: 1 □Duodezim.-Zll. = 6,12154 qcm. — 1 □Dezim.-Zll. = 8,81502 qcm. — 1 □Fss. = 0,08150 qm. — 1 □Faden = 3,17341 qm. — 1 Tonne Land *(Tunnland)* = = 49,3641 a.

c. Raummaasse: 1 Kub.-Duodezim.-Zll. = 15,1458 ccm. — 1 Kub.-Dezim.-Zll. = 26,1719 ccm. — 1 Kub-Fss. = 26,1719 l. — 1 *Kanna* = 2 *Stop* = 2,6172 l. — 1 Anker = 15 *Kanna* = 39,2578 l. — 1 *Spann* à 16 *Kappar* = 28 *Kannar* = 0,7328 hl. — 1 Tonne *(Tunna)* = 2 *Spann* = 1,4656 hl.

d. Gewichte: 1 Loth = 13,2839 g. — 1 *Skalpund* = 32 Loth = 100 *Ort* à 100 *Korn* = 425,3395 g. — 1 Zentner = 100 *Skalpund* = 42,534 kg. — 1 schwedische Last = 2450 kg.

Schweiz. Aeltere Maasse u. Gew. wie Baden (ält. G.) u. frühere deutsche Zoll-Gewichte.
Längenmaasse: 1 Wegstunde = 16 000 Fss. = 4,8 km.

Vereinigte Staaten von Nordamerika: wie England.

4. Einige besondere Maasse.

a. Antike Maasse.

1 olymp. Stadion = 600 Fss. = 192,27 m. } (Nach Doerpfeld.)
1 olympischer Fss. = 0,3205 m. }
1 attischer Fss. = 0,308 m.
1 römischer Fss. = 0,296 m.

b. Maasse aus dem See- und Schifffahrtswesen.

Da die geograph. Meile durch eine Winkelgrösse definirt ist, schwanken die Angaben über ihre Länge, je nach der Annahme über das Verhältniss der Meterlänge zu 1^0 des Aequators, welche Länge der Berechnung zu Grunde liegt. Nach Bessels Gradmessung ist:

1 geograph. Meile = $^1/_{15}$ Aequatorgrad = 7420,43854 m. — 1 Seemeile = $^1/_4$ geogr. Meile = 1855,11 m.
1 Knoten (Geschwindigkeits-Maass) = 1 Seemeile in 1 Stunde.

Die Abtheilungen der Logleine heissen ebenfalls Knoten. 1 Knoten der Logleine = $^1/_{120}$ Seemeile = 15,46 m. Danach die Regel: So viel Knoten ein Schiff in $^1/_2$ Minute von der Logleine ablaufen lässt, so viel Seemeilen durchläuft dasselbe in 1 Stunde.

Register-Tonne. Wenn G den Inhalt des Schiffsraumes — eingerechnet den Raum von an Deck befindlichen Deckhäusern — bezeichnet, so ist:

$\frac{G}{100}$ für G in engl. Kubikfuss und $\frac{G}{2,832}$ für G in cbm das „Register" des Schiffs.

Die Art und Weise, wie der Werth G bestimmt wird, ist für Schiffe deutscher Reichangehörigkeit in der Schiffsvermessungs-Ordnung v. 5. Juli 1872 (R.-Ges.-Bl. 1873, auch „Hütte" 11. Aufl. S. 440) speziell geordnet. An letztangegebener Stelle sind auch die englischen und französischen Schiffs-Vermessungs-Methoden mitgetheilt; die meisten europäischen Staaten haben die deutsche Vermessungs-Ordnung adoptirt.

Gross- oder Brutto-Register ist der kub. Inhalt aller geschlossenen Räume des Schiffes, gleichgültig ob dieselben zu Ladungszwecken dienen oder nicht.

Netto-Register ist der kub. Inhalt von zur Beförderung von Gütern, Passagieren etc. dienenden Räumen, der nicht umfasst: Maschinen-, Kessel-, Kohlen-, Mannsch.-, Kielraum etc.

Wird vom Register im allgemeinen gesprochen, so ist immer das Netto-Register verstanden.

Zu der Umrechnung des Registers von Raummaass auf Gewicht wird nach deutscher Vorschrift die Reduktion benutzt:

$\frac{G}{2,832} \cdot \frac{1}{2,12}$ welche Tons à 1000 kg giebt.

1 preuss. Normal-Last = 2000 kg. — 1 hamburger Commerz-Last = 3000 kg.

5. Vergleichung der Fusspfunde und spezifischen Belastungen.

Gebiete	1 Fusspfd. = Meter-Kilogr.	Belastungen in Pfund pro Fuss = Kilogramm pro m	Belastungen in Pfund pro □Fuss = Kilogramm pro □m	Belastungen in Pfund pro □Zoll = Kilogramm pro □cm	Meter-Kilogr. = Fusspfd.	Belastungen in kg pro m = Pfund pro Fuss	Belastungen in kg pro □m = Pfund pro □Fuss	Belastungen in kg pro □cm = Pfund pro □Zoll
Baden (500 Fsspfd. = 1 Pfdkr.)	0,150000	1,666667	5,555556	0,055556	6,666667	0,600000	0,180000	18,00000
Bayern	0,145930	1,713155	5,869800	0,058698	6,852621	0,583718	0,170364	17,03635
Braunschweig	0,142681	1,752158	6,140116	0,088418	7,008633	0,570725	0,162863	11,30996
Bremen	0,144675	1,728011	5,972044	0,085997	6,912044	0,578700	0,167447	11,62825
Frankfurt a. M.	0,142305	1,756787	6,172603	0,088885	7,027149	0,569221	0,162006	11,25043
Hamburg	0,143286	1,744765	6,088412	0,087673	6,979061	0,573143	0,164246	11,40600
Hannover (516 Fsspfd.)	0,146047	1,711774	5,860339	0,084389	6,847095	0,584189	0,170639	11,84990
Hessen-Darmstadt	0,125000	2,000000	8,000000	0,080000	8,000000	0,500000	0,125000	12,50000
Kurhessen	0,143850	1,737927	6,040782	0,086987	6,951709	0,575398	0,165541	11,49594
Lübeck	0,143809	1,738416	6,044178	0,087036	6,953663	0,575236	0,165448	11,48948
Oldenburg	0,147939	1,689880	5,711390	0,082244	6,759521	0,591758	0,175089	12,15894
Preussen (480 Fsspfd.)	0,156927	1,593100	5,075935	0,073093	6,372400	0,627707	0,197008	13,68111
Sachsen (530 Fsspfd.)	0,141595	1,765599	6,234680	0,089779	7,062396	0,566380	0,160393	11,13841
Sachsen-Weimar	0,140989	1,773184	6,288363	0,090552	7,092736	0,563957	0,159024	11,04333
Württemberg (525 Fsspfd.)	0,143245	1,745260	6,091864	0,060919	6,981039	0,572981	0,164153	16,41534
England (550 Fsspfd.)	0,138253	1,488192	4,882607	0,070310	7,233140	0,671956	0,204809	14,22282
Oesterreich (430 Fsspfd.)	0,177024	1,771889	5,605814	0,080724	5,648947	0,564369	0,178386	12,38793
Russland	0,124817	1,343566	4,408105	0,063477	8,011738	0,744288	0,226855	15,75381
Schweden	0,126208	1,431739	4,822277	0,069441	7,923424	0,698451	0,207371	14,40076

6. Abkürzung der Maasse und Gewichte.

Zur Vereinfachung des Anschlags- und Rechnungswesens hat der preufs. Minister der öffentl. Arb. unterm 25. August 1879 nachstehende Bestimmungen getroffen, die sich zu ganz allgemeiner Anwendung empfehlen:

1) Mit Rücksicht auf die den vorgängigen oder späteren Aufmessungen ohnehin anhaftenden Fehler genügt es, wenn für jede der Raum-Abmessungen (Länge, Breite, Stärke) bei Berechnung von Arbeiten resp. Materialien in Bau-Anschlägen und Abrechnungen durchweg das Meter mit zwei Dezimalstellen als Einheit zu Grunde gelegt wird. Bei Metallarbeiten ist jedoch die Stärken-Dimension mit drei Dezimalstellen in Rechnung zu stellen. Wenn es sich um die Ermittelung von Gewichtszahlen handelt, wie solche namentlich bei Eisenarbeiten vorkommen, so ist die Kilogramm-Zahl als Gewichtseinheit im allgemeinen mit einer Dezimalstelle einzusetzen; die Einschaltung einer zweiten ist nur bei einer Bezugnahme auf kleine Einheitsmaasse z. B. qcm gerechtfertigt.

2) Sind 3 oder mehr Faktoren zu multipliziren, so sind der Regel nach zunächst die beiden grössten mit einander zu multipliziren; alsdann ist der dritte Faktor heran zu ziehen. Sofern die Anschlags-Formulare eine bestimmte Reihenfolge der Multiplikation bereits vorschreiben, ist diese abweichend von dem vorstehend aufgestellten Grundsatze beizubehalten.

Bei Ausführung der Multiplikation ist zunächst das aus der Multiplikation der beiden ersten Faktoren sich ergebende Produkt auf 4 Dezimalstellen zu ermitteln. Die beiden letzten Dezimalstellen werden sodann abgestrichen und die verbleibende letzte Stelle in dem Falle um 1 erhöht, dass die weggestrichene 3. Dezimalstelle = 5 oder grösser als 5 ist. Demnächst wird das so ermittelte 2stellige Resultat mit dem dritten Faktor multiplizirt, das Produkt auf 2 Dezimalstellen wie vor gekürzt und in dieser Form in die Massenberechnung eingestellt.

Ist der 3te Faktor (Metall-Stärken) dreistellig, so wird das Produkt zunächst mit 5 Dezimalstellen ermittelt, jedoch ebenfalls auf 2 Dezimalstellen gekürzt.

3) Bei Kostenanschlägen ist das aus den Massenberechnungen zu entnehmende Resultat auf 1 Dezimalstelle in der Weise, wie oben angegeben, zu kürzen oder als Vordersatz in die Kostenberechnung zu übertragen. Bei Bauabrechnungen sind jedoch die in den Massenberechnungen ermittelten 2 Dezimalstellen auch für die Vordersätze der Kostenberechnung beizubehalten.

4). Die Pfennig-Rubriken in den Spalten für die Kosten-Einzelnbeträge (nicht Einheitspreise) der Anschläge sind fort zu lassen; bei Abrechnungen ist von dieser Kürzung abzusehen.

7. Münz-Vergleichungs-Tabelle. (Nach Hübners statistischer Tafel.)

	M.
Aegypten: 1 Piaster = 40 Para à 3 Courant-Asper	0,21
1 Beutel = 500 Piaster	106,00
Belgien: wie Frankreich.	
Brasilien: 1 Milrēis Silber à 1000 Rēis	2,19
Zentral-Amerika: 1 Peso à 100 Centavos	4,05
1 Condor Gold à 2 Doblons	38,29
Dänemark: 1 Krone à 100 Oere	1,125
Deutschland: 1 Mark à 100 Pfennig (1 kg feines Gold = 2790 Mk. 1 kg feines Silber = 200 Mk. 1 kg Gold = 15,5 kg Silber).	1,00
Frankreich: 1 Franc à 100 Centimes	0,81
1 20 Francstück Gold	16,20
(1 kg Gold bei 0,900 Feingehalt = 3100 Fr., 1 kg Silber bei 0,900 Feingehalt = 198,50 Fr.)	
Griechenland: 1 Drachme à 100 Cent	0,81
Grossbritannien u. Irland: 1 Pfund Sterling Gold à 20 Shilling à 12 Pence à 4 Farthings	20,43
Italien: 1 Lire à 100 Centesimi	0,81
Luxemburg: wie Deutschland und Belgien.	
Mexico: 1 Piaster à 8 Reales à 100 Centimes	4,13
1 Unze Gold = 16 Piaster	66,11
Niederlande: 1 Gulden à 100 Cents	1,69
1 Goldstück à 10 Gulden	16,88
Oesterreich-Ungarn u. Liechtenstein: 1 Gulden = 100 Neukreuzer	2,00
Goldmünzen à 8 Gulden = 20 Francs	16,20
Portugal: 1 Goldkrone (Corŏa) à 10 Milrēis	45,35
1 Conto = 1000 Milrēis	
Rumänien: 1 Piaster (Lei) = 100 Bani (Para)	0,81
1 20 Leistück Gold	16,20
Russland: 1 Silberrubel à 100 Kopeken	3,224
3 Rubel Goldmünze	9,672
1/2 Imperial Gold à 5 Rubel	16,74
Polen: wie Russland.	
Finnland: 1 Marka à 100 Penni	0,81
Schweden und Norwegen: Goldmünze à 20 Kronen	22,50
1 Krone à 100 Oere	1,125
Schweiz: 1 Franc à 100 Rappen	0,81
Serbien: 1 Dinar à 100 Para	0,81
Spanien: 1 Peseta à 100 Cents	0,81
1 Escudo (Coronna) à 10 Reales à 10 Decima	2,103
1 Gold-Doblon de Isabel = 10 Escudos.	21,06
Gerechnet wird meistens nach Duros, Peso fuerte à 20 Reales à 34 Maravedis	4,14
Türkei: 1 Piaster à 40 Para à 3 Kurant Asper	0,19
1 Medjidié Goldmünze von 100 Piastern	18,44
1 Medjidié Silbermünze von 20 Piastern	3,60
1 Beutel = 5 Goldmedjidié	
Vereinigte Staaten von Nord-Amerika: 1 Gold-Dollar à 100 Cents	4,19
½ Silber-Dollar	2,00
1 Eagle à 10 Dollars	41,96

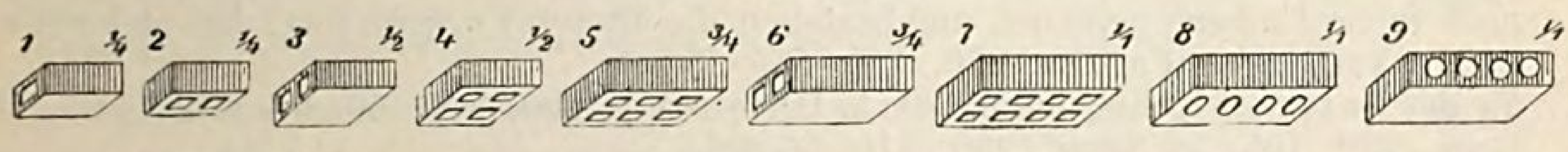
B. Normen für Fabrikation und Lieferung von Baumaterialien; Hülfsmittel zur Berechnung von Material-Mengen und -Kosten.

1. Ziegel und andere Fabrikate aus Thon etc.

a. Deutsche Normen f. Hintermauerungs-, Verblend- u. Formsteine; auch ältere Formate.

In Folge Anregung und auf Grund von Beschlüssen des deutschen Vereins f. Fabrikation von Ziegeln etc. und des Verbandes deutsch. Archit.- u. Ingen.-Ver. ist ein einheitliches Ziegelformat von 250 mm Länge, 120 mm Breite, 65 mm Dicke zur allgemeinen Anwendung empfohlen worden.

Fig. 1 (No. 1—9).



Riemstücke. Verblendstein. Eckstücke. Verblendstein. Hohlstein.

Für Preussen ist der Gebrauch dieses Normalformats bei allen Staatsbauten durch Ministerial-Reskript v. 13./10. 1870 vorgeschrieben worden. Dieses lautet:

1. „Zu allen gewöhnlichen Staatsbauten sind, sofern deren Verhältnisse nicht schon an sich ein anderes Format bedingen, in der Regel nur Mauersteine anzukaufen und zu verwenden, welche in gebranntem Zustande 25 cm lang, 12 cm breit und 6,5 cm dick sind. (Fig. 1, No. 1—9.)

2. Die Verwendung etc. anders geformter Steine bleibt — wenn besondere Umstände sie erfordern — der K. Regierung vorbehalten.

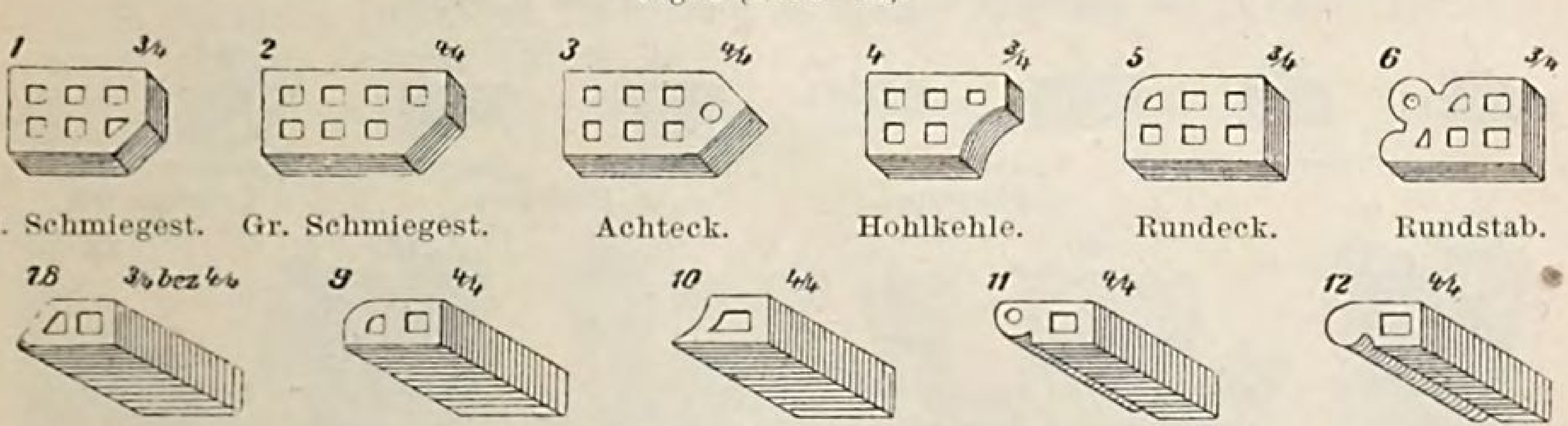
3. Allen Kosten-Anschlägen ist das bezeichnete Normalformat zu Grunde zu legen.

4. Die bisherig. Vorschriften über Abmessungen d. Mauer- u. Dachsteine treten ausser Kraft. Hinsichtlich der Dachziegel ist ein Bedürfniss zur Feststellung eines neuen allgemeinen Maassstabes als nicht vorhanden angenommen."

Das Normalformat ist in der Folge auch bei mehreren der übrigen deutschen Regierungen für staatliche Bauausführungen vorgeschrieben worden. Bayern macht eine Ausnahme in Folge davon, dass in der Allgem. Bayer. Bauordnung v. 30. August 1877 Vorschriften über Mauerstärken enthalten sind, die mit den Steinen des Normalformats nicht in bequemer Weise hergestellt werden können. Diese Vorschriften setzen nämlich für Hochbau-Ausführungen in Ziegelsteinen fest, dass ohne Einrechnung des Verputzes Mauerstärken von 0,145 m — 0,30 m zu wählen sind und bei grösserer Stärke Zunahmen von je 0,145 m erfolgen müssen. —

Für die Fabrikation von Verblend- und Formsteinen ist auf der Gener.-Versammlung des deutsch. Ver. für Fabrikat. von Ziegeln etc. im J. 1879 beschlossen, wie folgt (vergl. Dtsch. Bauztg. 1879, S. 95. — Notizbl. d. dtsch. Ver. für Fabrikation von Ziegeln etc. 1879. H. 1):

Fig. 2 (No. 1—12).



Kl. Schmiegest. Gr. Schmiegest. Achteck. Hohlkehle. Rundeck. Rundstab.

Abwässerung. Rundkant. Hohlkant. Wulst. Wassernase.

Zur Herstellung von feineren Rohbauten sind die Verblendsteine (gegen die Grösse des „Normalformats") so weit zu vergrössern, dass Lager- und Stossfugen eine gleichmässige Breite von 8 mm erhalten; d. h. $^4/_4$ Verblendsteine sind 252 zu 122 zu 69 mm gross, $^3/_4$, $^1/_2$ und $^1/_4$ Steine entsprechend gross zu fertigen.

Die zulässigen Abweichungen sind nach der Feinheit des Materials und der beanspruchten Eleganz des Baues in jedem Falle fest zu setzen. Bei feinen Verblendern sollen die Abweichungen in den Abmessungen der Steine unter einander 1 mm nicht überschreiten.

Die Wandstärken (des Steins) hängen von dem Material und dem Zweck der Verwendung ab (Verblendung, Ausmauerung von Fachwerkswänden, leichte Gewölbe etc.). Bei äusseren Verblendsteinen sollen die Wandstärken nicht weniger als 20 mm betragen. Bei senkrecht gelochten Steinen (Ecksteinen, Profil- und Bogensteinen) dürfen die Löcher, zur Vermeidung von Mörtelverlust und starkem Setzen des Mauerwerks, nicht grösser sein als von 15 mm Durchmesser.

Es ist wünschenswerth und der Verbreitung des Ziegelrohbaues förderlich, dass auf den Ziegeleien neben den gewöhnlichen Verblendsteinen, Dreiquartieren etc. auch eine Anzahl ein-

facher und häufig wiederkehrender Profilsteine vorräthig gehalten wird. Diese Steine sind auf allen Ziegeleien als Normalsteine mit denselben fortlaufenden Nummern zu bezeichnen, welche sich nur auf das Profil beziehen, wogegen Steine desselben Profils, jedoch in abweichenden Längen, keilförmig etc., durch hinzu gefügte Buchstaben zu bezeichnen sind, also z. B. 4 a, 4 b. u. s. w. Behufs leichterer Einbürgerung solcher Normalformen sind davon zunächst nur 12 anzunehmen. Fig. 2 (No. 1—12).

No. 1: kleinerSchmiegestein, 187^{mm} (Schmiege 70^{mm} lang); No. 2: grosser Schmiegestein, 252^{mm} l.;
No. 3: Achteckstein, wie 2, jedoch mit rechteckiger Stossfuge;
„ 4, 5, 6 u. 7: einfache Profilsteine (letztere wie No. 8, aber $^3/_4$ Stein);
„ 8 — 12: einfache Gesims-Steine, 252 : 122 : 60^{mm} gross; Profil an der langen Seite.

Zu den Steinen No. 8 — 12 sind möglichst auch Ecksteine (im rechten Winkel) 122^{mm} und in den Seiten so lang vorräthig zu halten, dass nach Abzug des Profils $^1/_2$ bez. $^3/_4$ Stein von der Ecke aus übrig bleibt.

Im nordwestlichen und nördlichsten Deutschland hat das Normalformat bisher noch wenig Eingang gefunden und bestehen die älteren Formate fort; beispielsweise:
in Holstein das Format: 230. 110. 50—55^{mm}.
an der unteren Elbe, besonders in Hamburg: 200. 200. 50, bezw. 215. 95. 53, bezw. 220. 105. 56, bezw. 230. 110. 56^{mm}.
an der unteren Weser: 230. 110. 52, bezw. (230—240) (115—120) (49—55)^{mm}.
in Ostfriesland: (235—250) (112—120) (50—54)^{mm}.

b. Oesterreichische Normalien für Formsteine.

Angenommen vom Oesterr. Ingen.- u. Archit.-Ver. am 14. April 1883.
(Vergl. Zeitschr. d. Oesterr. Ingen.- u. Archit.-Ver. Jahrg. 1883 u. Dtsch. Bauztg. 1883.)

Fig. 3 (Normalformen I. Serie).



Fig. 4a u. b (Normalformen II. Serie).

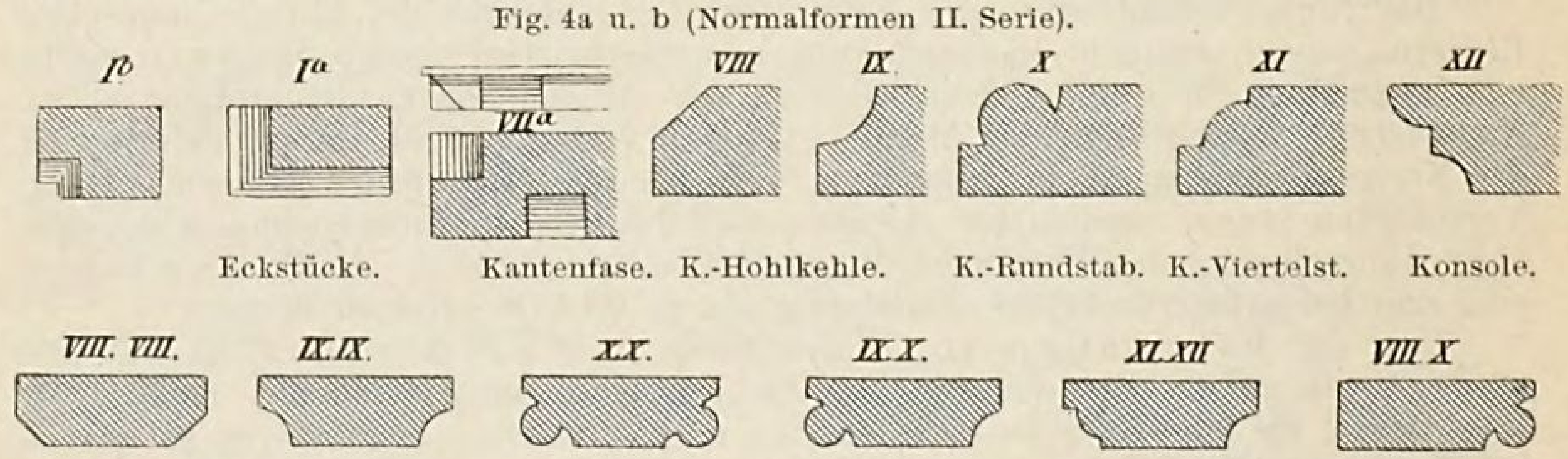
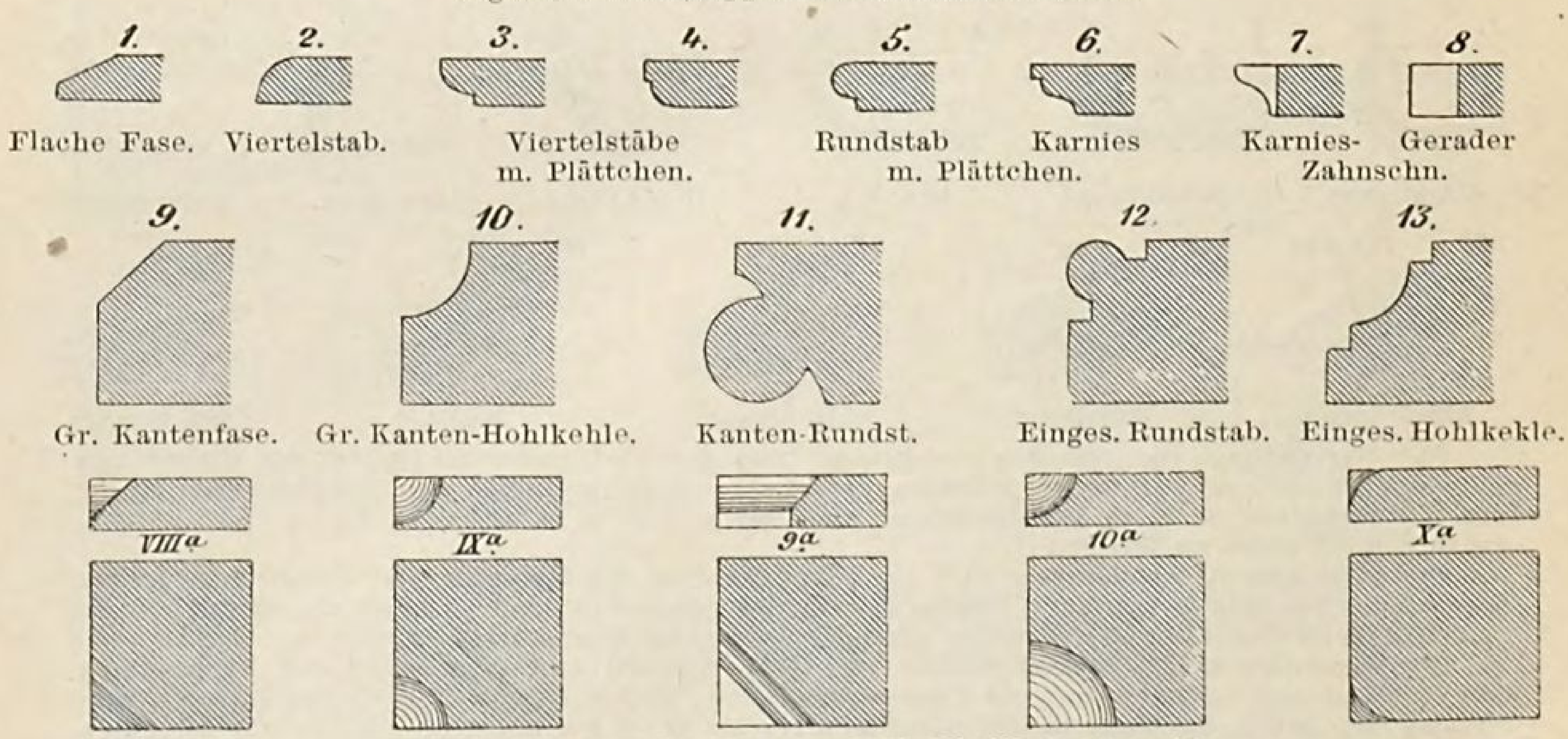


Fig. 5a, b u. c (Supplementarformen II. Serie).



Anfangssteine zu den Formen VIII, IX, XI, 9, 10 u. 13.

Die dargestellten Normalien basiren hinsichtlich der Abmessungen auf dem österr. Normal-Ziegelformat von 290 × 140 × 65^{mm}.

Dieselben enthalten neben den (mit latein. Ziffern bezeichneten) 12 einfachen Profilsteinen (7 aus der Steindicke gebildeten Sockel- und Gesims-Gliederungen, 4 aus der Steinbreite geschnittene Eckprofile für Pfeiler und Fenstergewände, 1 der Steinbreite entsprechendem Konsolstein) 13 Supplementar-Formen. Zu den Gesims-Steinen gehören ferner äussere und innere, bez. rechte und linke Eckstücke, zu den Kantensteinen Anfangssteine und Steine mit doppeltem Profil.

c. Ziegelformate verschiedener Länder.

	Länge cm	Breite cm	Dicke cm
Italien. Verschiedene Formate	22—33	11—17	5—7
Frankreich. Sogen. briques de Bourgogne, briques de Vaugirard, briques de Passy	22	11	5,5; 6 u. 7
Vornemlich in Nord- und Mittelfrankreich in Gebrauch	24	10	7
	27	17	6
England. Sehr verschiedene Formate; vornemlich in Gebrauch	22	11	6 u. 5,5
	26	13	7 u. 6
Belgien und Niederlande. Vornemlich in Gebrauch sind:			
Mercilbecks und Brabanter	22	11 u. 10,5	6 u. 5
Derdelings	15	7,3	3,8
Waalsteine	22	10,5	5
Pflasterziegel	24	12	6 u. 6,5
Oesterreich. Die Wiener Bauordnung v. 17. Januar 1883 schreibt folgende Abmessungen vor	29	14	6,5
Schweiz. Sehr zahlreiche Formate. Nach Beschluss des Schweizer. Archit.- und Ingen.-Vereins soll die Einführung des Formats angestrebt werden von	250	120	60

d. In Deutschland vorkommende Formate von Klinkern, Dachsteinen etc.

a. Klinker. Die Abmessungen der Klinker, wie sie in Berlin und Umgegend zur Verwendung kommen, sind 240. 115. 55 mm.

Die Chaussee-Klinker, wie sie im Oldenburg'schen fabrizirt werden, sind in der Form wenig beständig und haben die mittleren Abmessungen: 220—230 zu 105—115 zu 50—55 mm.

b. Chamottesteine haben verschiedene Formate:

262 mm bez. 236 mm lang, 131 mm bez. 123 mm breit, bei 65 mm Dicke.

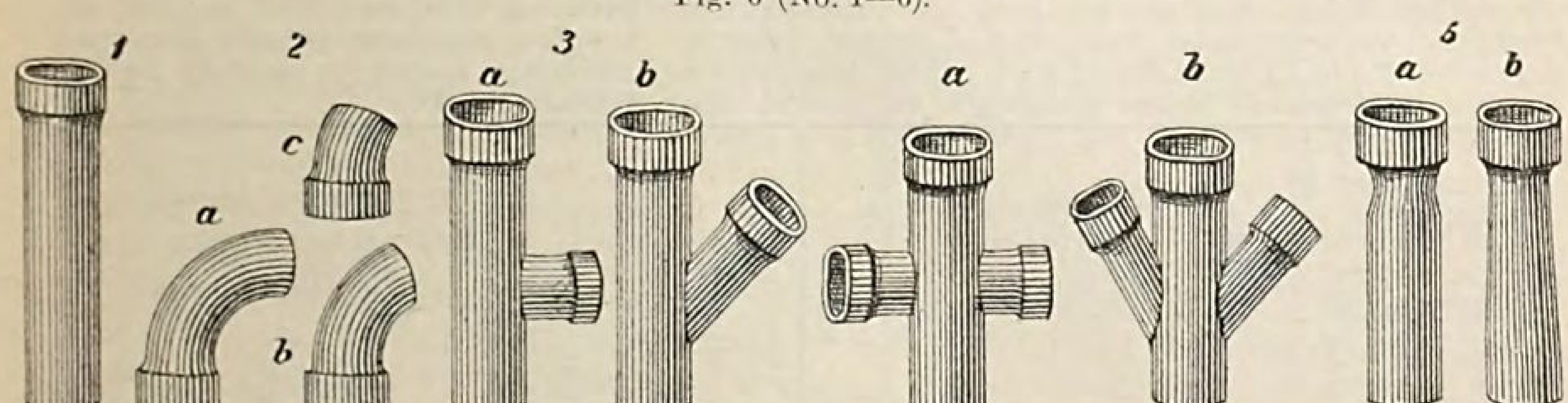
c. Biberschwänze: 350 — 400 mm lang, 140 — 160 mm breit, 10 — 20 mm dick. In einigen Gegenden werden diese Platten 450 mm lg. und 200 mm breit angefertigt. Grösse und Stärke sind dem Material angepasst. Vielfach gebräuchlich ist das Mittelmaass von 360 zu 150 zu 12—15 mm.

d. Sogen. holländische Pfannen: Grosse Pfannen 390 mm lg., 260 mm brt., 15 mm st.; kleine Pfannen 340 mm lg., 240 mm brt,

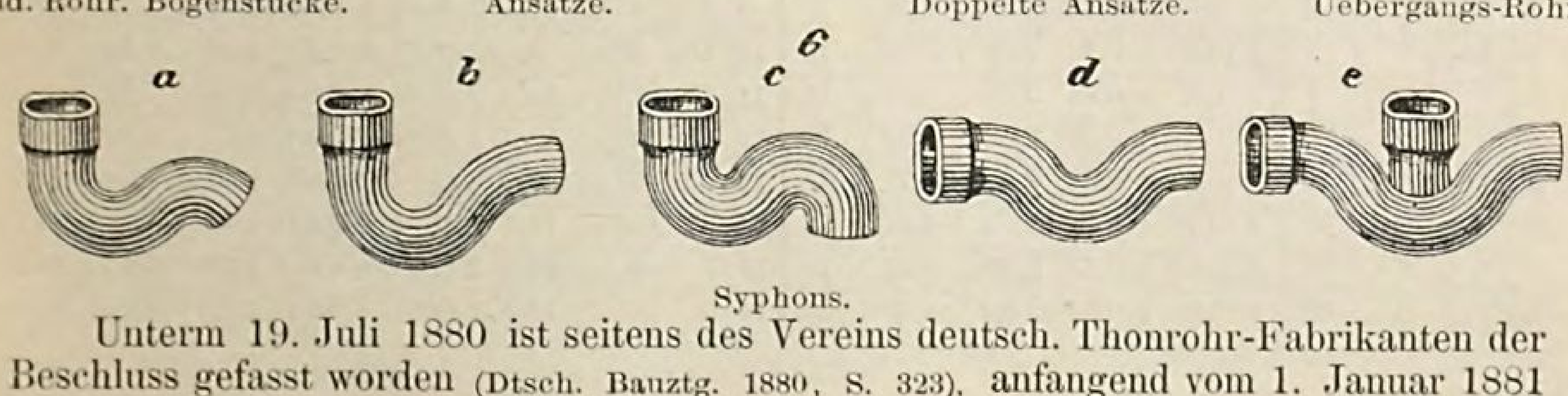
e. Falzziegel. Die in Norddeutschland am meisten gebräuchlichen (auch die französischen) Falzziegel haben 380 mm Länge und 230 mm Breite; daneben kommen mehrere kleinere Formate vor. —

e. Normalien für deutsche glasirte Thonrohre.

Fig. 6 (No. 1—6).



Gerad. Rohr. Bogenstücke. Ansätze. Doppelte Ansätze. Uebergangs-Rohre.



Syphons.

Unterm 19. Juli 1880 ist seitens des Vereins deutsch. Thonrohr-Fabrikanten der Beschluss gefasst worden (Dtsch. Bauztg. 1880, S. 323), anfangend vom 1. Januar 1881

eine feste Norm über die Weiten der Rohre eintreten zu lassen. Die (bis 1 m gehenden) Rohrlängen sind unbestimmt geblieben, dagegen folgende Weiten-Dimensionen angenommen worden:

50 75 100 125 150 175 200 225 250 275 300 350 400 450 500 600 mm.

Das gerade Rohr (Fig. 6, No. 1) kommt in allen Dimensionen vor. Bogenstücke (No. 2, a. b. c.) in den Weiten 100 — 225; Ansätze (No. 3, a. b.), doppelte Ansätze (No. 4. a. b.), Uebergangsrohre (No. 5, a. b.) und Syphons (No. 6, a. — e.) desgleichen. —

f. Auszug aus den Normalien des Vereins „Berliner Baumarkt" über die Klassifizirung der Kachelöfen. (Vom 14. Dezember 1882.)

Der Verein „Berliner Baumarkt" hat in seinem Marktbericht die Qualitäts-Unterscheidung der Oefen in „fein weiss", „weiss", „halbweiss", „bunt" u. s. w. als undurchführbar aufgegeben; er führt statt jener nur 3 Klassen, nämlich: Weiss: I., II. und III. Qualität auf.

A. Das Material.

1. Die Kacheln der äussern Umkleidung müssen in Thon und Glasur möglichst gleiches Schwindmaass haben, damit sich keine Haarrisse bilden. Das Material muss eben durchgeschliffen und nicht windschief sein. Bei der äusseren Erscheinung kommen in Betracht: Farbe, Glanz und Reinheit; chemische Bestandtheile und Prozesse bleiben unberücksichtigt.

2. Feuerkasten und Zugdecken sind mit möglichster Vermeidung von sogen. Ofeneisen, aus Chamotte, bezw. Chamotteplatten herzustellen.

B. Das Setzen umfasst:

1. Sorgfältiges Kouleuren; 2. Korrektes Behauen und Schleifen der Kachelkanten; 3. Gründliches Abreiben des Materials vor dem Setzen mit feuchtem Lehm; 4. Genaue Innehaltung der Wage und des Loths so wie des sachgemässen Verbandes.

Unterscheidungen der 3 Klassen von Oefen:

I. Ein Ofen 1. Klasse darf keine Haarrisse zeigen und muss in sich gleichmässig in der Kouleur sein. Farben-Nüancen, die sich auf alle Kacheln gleichmässig erstrecken, gelten nicht als fehlerhaft; dagegen müssen Glanz und Reinheit des Materials untadelig sein. Die Fugen müssen durch sauberes Behauen und Schleifen — und zwar ohne Unterwinkelung — scharf, in wagerechter und senkrechter Richtung gleichmässig breit, hergestellt sein.

II. Ein Ofen 2. Klasse kann entweder durch 2. Wahl aus Material der 1. Klasse, oder aus solchem hergestellt werden, dessen Glasur durch geringeren Zinngehalt eine weniger vorzügliche ist. Haarrisse dürfen nur unbedeutend sein; das Material ist möglichst gut kouleurt, wenn auch nicht absolut gleichfarbig; wie bei der Klasse 2 sind Farbennüancen, die allgemein vorkommen, gestattet. Der Glanz muss mittelstark sein, farbige Pünktchen dürfen die Reinheit nicht zu sehr trüben. Die Fugen sollen möglichst gleichmässig und eng sein.

III. Ein Ofen 3. Klasse kann ebenfalls, entweder durch Auswahl weniger guten Materials aus solchem 1. oder 2. Klasse, oder aus besonders fabrizirtem Material hergestellt werden. Haarrisse dürfen nur in beschränkter Weise vorkommen. Die Farbe darf keine auffallenden Verschiedenheiten zeigen. Farbennüancen sind wie bei den Oefen der Klassen 1. und 2. statthaft. Der Glanz braucht nur matt zu erscheinen; Verunreinigungen dürfen das Material höchstens hellgrau erscheinen lassen. Beim Setzen müssen auch hier die Kanten behauen und geschliffen werden; doch ist keine so exakte Ausführung wie bei den Oefen der 1. und 2. Klasse zu fordern; indessen müssen alle Fugen gleichmässige Breite haben. —

g. Abmessungen der Kacheln und Kachelöfen.

Die Abmessungen der gewöhnlichen Ofenkacheln sind 21 zu 24 cm. Dieselben lassen die in folgender Tabelle angegebenen Kombinationen zu Ofen-Grössen u. Formen zu.

In der Tabelle ist gleichzeitig die sich ergebende Heizfläche der bezügl. Oefen verzeichnet. Als solche ist nur diejenige Fläche des Ofens in Betracht gezogen, welche oberhalb des Rostes liegt: Sockel, Bekrönung und obere Abdeckung sind ausgeschlossen. — Die in Kol. 4 der Tabelle verzeichneten Angaben über den Zimmerraum, welcher durch 1 qm Heizfläche eines Kachelofens heizbar ist, sind approximative; sie beziehen sich auch nur auf den am häufigsten vorkommenden Fall, dass der betr. Raum an 3 Seiten eingebaut ist und nur eine gegen das Freie liegende Wand hat. Unter anderweiten Umständen reduziren sich die Zahlen der Kol. 4. (Näheres hierzu findet sich im Abschn. über Heizung Bd. IV).

1	2			3		4	1	2			3		4
Ofen No.	Ofen-grösse in Kacheln (21 cm breit 24 cm hoch)			Berechnung der Heiz-Oberfläche des Ofens		1 qm Heizfl. erwärmt.	Ofen No.	Ofen-grösse in Kacheln 21 cm breit 24 cm hoch)			Berechnung der Heiz-Oberfläche des Ofens		1 qm Heizfl. erwärmt.
	breit	tief	hoch		qm	cbm		breit	hoch	tief		qm	cbm
1	2½	2	6	2 (0,53 + 0,42) 1,59	2,98	10	9	4	2½	11	2 (0,83 + 0,53) 2,77	7,53	22
2	2½	2	8	2 (0,53 + 0,42) 2,05	3,90	10	10	4½	2½	9	2 (0,93 + 0,53) 2,29	6,69	20
3	3	2½	8	2 (0,63 + 0,53) 2,05	4,76	11	11	4½	2½	10	2 (0,93 + 0,53) 2,53	7,39	22
4	3	2½	9	2 (0,63 + 0,53) 2,29	5,31	12	12	4½	2½	11	2 (0,93 + 0,53) 2,77	8,09	24
5	3½	2½	9	2 (0,73 + 0,53) 2,29	5,77	15	13	5	2½	10	2 (1,04 + 0,53) 2,53	7,94	24
6	3½	2½	10	2 (0,73 + 0,53) 2,53	6,37	18	14	5	2½	11	2 (1,04 + 0,53) 2,77	8,70	27
7	4	2½	9	2 (0,83 + 0,53) 2,29	6,23	18	15	5	3	10	2 (1,04 + 0,63) 2,53	8,45	27
8	4	2½	10	2 (0,83 + 0,53) 2,53	6,88	20	16	5	3	11	2 (1,04 + 0,63) 2,77	9,25	30

2. Platten u. Fliesen aus natürlichem u. künstlichem Stein; Schwemmsteine.

a. Marmorplatten sind bei quadratischer Form mit Seitenlängen gängig, die zwischen 20 und 31,5 cm wechseln; häufig ist das Format 26 zu 26 cm.

b. Schiefer-Fliesen: quadratische Form und Grösse wie vor.

c. Solnhofer Platten (aus Kalkstein.; Preiskourant des Solnhofer Aktien-Vereins): quadratisch mit Seitenlängen von bezw.:

| 22 | 24,3 | 26,8 | 29,2 | 31,6 | 32,8 | 36,5 | 39,5 | 43,8 | 47,4 | 58,4 cm.

desgl. Malztennen-Format mit 34, 37, 40 cm Seitenlänge.

d. Sandstein-Platten und Fliesen in verschiedenen Graden der Bearbeitung (Weser-Platten). Die „Administration der Sollinger Sandstein-Brüche in Holzminden a. W.“ giebt ab: quadratische Formen mit folgenden Seitenlängen.

| 20 | 22 | 24 | 26 | 29 | 34 | 41 | 50 | 58 | 65 cm

rechteckige Platten desgl. von $^{29}/_{58}$ und $^{58}/_{72,5}$ cm.

Die Firma Wenck in Karlshafen desgl. quadrat. Platten von:

25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 cm Seitenlänge.

Die Firma Rothschild in Stadtoldendorf desgl. quadrat. Platten von:

20 | 22 | 24 | 26 | 29 | 34 | 41 | 50 | 58 cm Seitenlänge,

rechteckige desgl. von $^{58}/_{72,5}$ cm.

e. Thonplatten und Fliesen. Mettlacher von Villeroy & Boch:

Geriffelte Trottoir-Fliesen	$16^2/_3$ zu $16^2/_3$ cm	3,3 cm stark,
Fussboden-Fliesen	14,4 „ 14,4 „	2,0 „ „ .

Sinziger aus der Sinziger Mosaikplatten-Fabrik. Quadratische von 17 cm Seitenlänge; 8eckige in verschiedenen Grössen bis 20 cm breit und hoch.

Saargemünder von Utzschneider u. Jaunez. Quadratische mit 16 cm und 20 cm Seitenlänge; 8eckige mit 20 cm Breite und Höhe und quadrat. Einsatzstücken von 6,5 cm Seite. — 6eckige glatt von 10 cm Seitenlänge (17 cm Breite, 20 cm Höhe). — 6eckige geriffelt von 9,2 cm Seitenlänge (16 cm Breite, 18,5 cm Höhe).

f. Holländische Porzellanplättchen zu Wandbekleidungen: quadratisch mit 13 cm Seitenlänge.

g. Zementplatten auch Terazzoplatten: verschiedene Grössen und Formaten am häufigsten ist die quadratische Form mit 17 cm Seitenlänge.

h. Rheinische Schwemmsteine (Bimsandsteine). Die gebräuchlichste Sorte ist 25 cm lang, 12 cm breit und 10 cm dick; eine zweite Sorte, gleich lang und breit wie vor., hat 8 cm Dicke; von der grösseren Sorte wiegt 1 Stück trocken 2,25 kg.

3. Mörtel-Materialien.

a. Normen über hydraulische Bindemittel.*)

Durch Zusammenwirken verschiedener deutscher technischer Vereine sind im Jahre 1877 Normen für die einheitliche Lieferung und Prüfung von Portlandzement vereinbart; diese Normen sind für den Bereich der preussischen Bauverwaltung durch Ministerial-Verfügung v. 10. November 1878 in Geltung gesetzt worden. Durch Ministerial-Verfügung v. 16. August 1880 ist sodann die Kgl. Prüfungs-Station f. Baumaterialien in Berlin als entscheidende Instanz in Streitfällen zwischen den staatlichen Baubehörden und den Portlandzementfabriken- bez. -Händlern über die Qualität der Waare eingesetzt worden. — Neuerdings sind Bestrebungen im Zuge zu wesentlichen Abänderungen der deutschen Normen; die bis jetzt in bestimmte Aussicht genommenen Abänderungen sind in der nachstehenden Zusammenstellung durch Beifügung in Klammern und in *Cursiv*-Schrift angedeutet.

Später als in Deutschland sind gleichartige Normen auch in Russland, Oesterreich und der Schweiz, ferner in Schweden und Dänemark ans Licht getreten. Die schweizerischen Normen, welche in ihrer ersten Fassung v. 16. Oktob. 1881 den deutschen Normen durchaus ähnlich waren, sind 1883 einer Umarbeitung unterzogen worden, bei welcher als entscheidende Probe diejenige auf Druckfestigkeit eingeführt ist. Die russischen Normen, im Ressort des Ministers für Wegebau amtlich eingeführt, sind fast gleich den deutschen Normen.

Die nachfolgende Zusammenstellung enthält in auszugsweiser Wiedergabe das Wesentlichste aus den schweizerischen, österreichischen und deutschen Normen.

*) Deutsche Bauztg. 1877, S. 39, 43, 124, 181 und 1878, S. 485; ferner Zeitschr. für Bauw. 1879. — Normen f. d. einheitl. Lieferung u. Prüfung von Portlandzement; Riga 1881. Druck v. W. F. Häcker. — Wochenschr. des österr. Ingen.- u. Archit.-Ver. 1878 u. 1880. — Normen für die einheitl. Nomenclatur, Klassifikation und Prüfung der Bau- und Konstrukt-Mat.; hydraul. Bindemittel. Bearb. von Prof. L. Tetmajer; Zürich 1883.

Schweizer. Normen für Lieferung, Prüfung u. Klassifikation hydraul. Bindemittel.	**Oesterreichische Normen** für die einheitl. Benennung der hydraul. Bindemittel f. d. einheitl. Lieferung u. Prüfg. v. Portlandzem. u. dsgl. f. Zem.-Kalk.	**Deutsche Normen** für einheitliche Lieferung und Prüfung von Portlandzement.
Bezeichnungen.		
1. Hydraulischer Kalk a. leichter hydr. K. *(chaux hydraulique légère ou mixte);* b. schwerer hydraul. Kalk *(chaux hydr. lourde).*	1. Hydraulischer Kalk, in Stücken oder Pulverform; auf den Markt gebrachter magerer Kalk, der die Eigenschaft besitzt, einige Zeit nach seiner Verwendung im Wasser zu erhärten.	Thesen des Deutsch. Zem.-Fabrik.-Vereins von Ende Februar 1883:
2. Romanzementu. z. als schnell und halb langsam bindend oder *(ciment romain prompt ou demi lent).*	2. Zementkalk (Romanzem., hydraul. Zement), ein Kalk von so wesentlich hydraul. Eigenschaften, dass das aus den gebrannt. Steinen durch Mahlen künstlich erzeugte Pulver in kurzer Zeit unter Wasser erhärtet.	Portlandzement ist ein Produkt, entstanden durch innige Mischung von Kalk und Thon, als wesentlichen Bestandtheilen nach bestimmten Verhältnissen, darauf folgendem Brennen bis zur Sinterung und Zerkleinerung bis zur Mehlfeinheit.
3. Portlandzement a. natürlicher P. Z. *(ciment-portland naturel)* b. künstlich. Portlandzement *(ciment portl. artificiel)*	3. Portlandzement, ein in bestimmt. Verhältn. aus Thon u. Kalk zusammen gesetztes Material bis zum Sintern gebrannt u. dann gemahlen.	Jedes Produkt, welches auf andere Weise entstanden ist, oder welchem während oder nach dem Brennen fremde Körper beigemischt werden, ist nicht als Portlandzement zu betrachten. Ein Zusatz bis 2 % Gips behufs Regulirung der Abbindezeit ist jedoch gestattet.
4. Die hydraul. Zuschläge	4. Hydraul. Zuschläge. Vulkanische Massen mit geringem Kalkgehalt, welche gemahlen dem Fettkalk zugesetzt, ein langsam erhärtendes Bindemittel liefern.	
Preisstellung		
pro 100 kg	Portlandzement und Zementkalk pro 100 kg.	per Tonne *(Fass).*
Packung		
Portlandzement in Fässern à 200 kg und in Säcken à 50 kg.	Portlandzement und Zementkalk in Fässern à 250 kg Brutto und 238 kg Netto, in Säcken à 50 kg Brutto.	In Tonnen *(Fass)* von 180 kg Brutto u. 170 kg Netto; halbe Tonnen von 90 kg Brutto u. 83 kg Netto; Säcke von 60 kg *(nach vereinbartem Gewicht)* Brutto.
Streuverluste und Schwankungen im Einzelgewicht können bis 2 % nicht beanstandet werden.		
Bindezeit		
Für rasch bindende Zem. ohne Sandzusatz innerh. 10 Min.; für langsam bind. über 30 Min.; zwischen schnell u. langs. bind. Zem. rangiren die halb-langs. bind.	Ohne Sandzusatz für rasch bindende Zementkalke höchstens 15 Minuten; für langsam bindende Zemente nicht vor ½ Stunde.	Für langsam bindende Zemente nicht unter ½ *(2)* Stunde.
Probe des Abbindens.		
Ein steifer Brei wird in eine auf Glasplatte gelegte Dose von 4 cm Höhe u. 8 cm Drchm. gefüllt. Der Moment, wo eine mit 300 g belastete Normalnadel von 1 qmm Querschnitt, den Kuchen nicht mehr ganz durchdringt, bezeichnet den Erhärtungsbeginn. Bei Erstarrung so weit, dass die Nadel keinen Eindruck hinterlässt, ist das Material abgebunden. Die Versuche sind bei einer mittl. Temperat. von 15° C. vorzunehmen; event. die Temper.-Verhältn. zu berücksichtigen.	Aus einem steifen Brei wird auf einer Glasplatte ein ca. 1,5 cm dicker, nach den Rändern dünn auslaufender Kuchen gebildet. Sobald derselbe so weit erstarrt ist, dass er einem leichten Druck mit dem Fingernagel oder einem Spatel widersteht, ist der Zement als abgebunden zu betrachten. Die Versuche sind bei einer mittleren Temperatur des Wassers und der Luft von 15—18° vorzunehmen, event. sind die Temperatur-Verhältnisse zu berücksichtigen.	
Volumbeständigkeit und Probe derselben.		
Ein an den Rändern dünn auslaufender Kuchen aus Portlandzem. wird auf eine Glasplatte gesetzt 1 bis 24 Stunden unter Wasser — bei anderen Bindemitteln an einem vor Zugluft und unmittelbarer Einwirkung der Sonnenstrahlen geschützten Orte aufbewahrt. Es dürfen auch nach längerer Beobachtungszeit an den Rändern keine Verkrümmungen oder nach den Rändern sich erweiternde radiale Risse auftreten.		
Feinheit der Mahlung.		
Hydraul. Mörtelmaterialien, Zementkalke und Zemente sollen so fein als möglich gemahlen sein. Sie dürfen auf einem Siebe von 900 Maschen pro qcm nicht mehr als:		
20 %	20 %	25 % *(10 %)*
Rückstand hinterlassen. — Drathdicke des Siebes 0,1 mm.		

Die Prüfung.

der hydraul. Bindemittel | der Zementkalke und Zemente | des Portlandzements

soll durch Bestimmung der Festigkeit an Probekörpern mit 3 Th. Sandzusatz geschehen, welche die ersten 24 Stunden an der Luft, von da an bis zur Prüfung unter Wasser erhärtet sind.

Proben nach 7 — 28 und 84 tägiger normaler Wasser-Erhärtung. Entscheidend sind die 28 Tagesproben.

Zugprobe. Zerreiss.-Quersehn. 5 qcm. Minim.-Zugfestigk.:
für hydr. Kalke 8 kg pr. qcm
„ Romanzem. 10 „ „ „
„ Portlandzem. .. 15 „ „ „

Druckprobe an Würfeln mit 10 cm Kantenlänge Ausschlag gebend und Werth bestimmend.
Minim.-Druckfestigk.:
für hydr. Kalk ... 50 kg pr. qcm
„ Romanzement 80 „ „ „
„ Portlandzem.. 150 „ „ „

Für die Untersuchung auf Zugfestigk. sind 10, auf Druckfestigk. 6 Probek. zu untersuchen. Der Durchschn. aus den 5 höchsten für Zug, aus den 4 höchsten für Druck ist maassgebend.

Zugproben nach 7 Tagen u. nach 28 Tagen an Probekörpern mit 5 qcm Zerreiss.-Querschnitt.
Minim.-Zugfestigkt. nach 7 Tagen:
f. schnell bind. Zem.-K. 1,5 kg p. qcm
„ langsam „ „ 3,0 „ „ „
„ Portlandzement 8,0 „ „ „
nach 28 Tagen:
f. schn. bind. Zem.-K. 4,0 kg p. qcm
„ langsam „ „ 6,0 „ „ „
„ Portlandzement 12,0 „ „ „
Bei schnell bindenden Portlandzem. können ob. Festigk.-Zahlen nicht beansprucht werden.

Für jede Probe sind 10 Probekörper zu zerreissen. Maassgebend ist der Durchschnitt aus: 10 Proben bei Portlandzement, 6 höchsten Probe-Ergebnissen bei Zementkalk.

Zugprobe nach 28 Tagen; bereits geprüfte Zemente können einer Kontrolprobe nach 7 Tagen unterworfen werden.
Minim.-Zugfestigkeit für Portlandzem. nach 28 Tagen 10 kg *(16 kg, wobei aber nur die fünf höchsten unter den 10 erlangten Zahlen berücksichtigt werden)* pro qcm.

Maassgebend ist der Durchschnitt aus mindestens 10 Proben. Abnorm niedrige Zahlen sind, als durch Fehler bei Herstellung der Probekörper veranlasst, auszuschliessen.

(Künftig Probe auf Druck und Zug).

Zur Prüfung verwendeter Normalsand.

In der Natur vorkommender reiner gewaschener oder durch Pochen erzeugter Quarzsand. | In der Natur vorkommender gewaschener trockener Sand.

Die gröberen Theile sind durch ein Sieb von:

64 Maschen à qcm | 64 Maschen à qcm | 60 Maschen à qcm,

die feineren Theile durch ein Sieb von:

144 Maschen à qcm | 144 Maschen à qcm | 120 Maschen à qcm,

abzusieben. Der Rückstand auf letzterem Siebe bildet den Normalsand.

Zur Prüfung verwendeter Wasserzusatz (in Gewicht der Trocken-Substanz angegeb.).

Sofern nicht der Fabrikant ein anderes Verhältniss empfiehlt:

	Zug	Druck
Für norm. Portland-zem.-Mörtel	10%	8%
Für norm. Roman-zem.-Mörtel:		
Schnell bind. Mater.	13%	12%
Langs. bind. Mater.	11%	9%
Für hydr. Kalkmört.	12%	10%

Für Portlandzement 10%.
„ Zementkalk 12%.

10%.

Anfertigung der Probekörper.

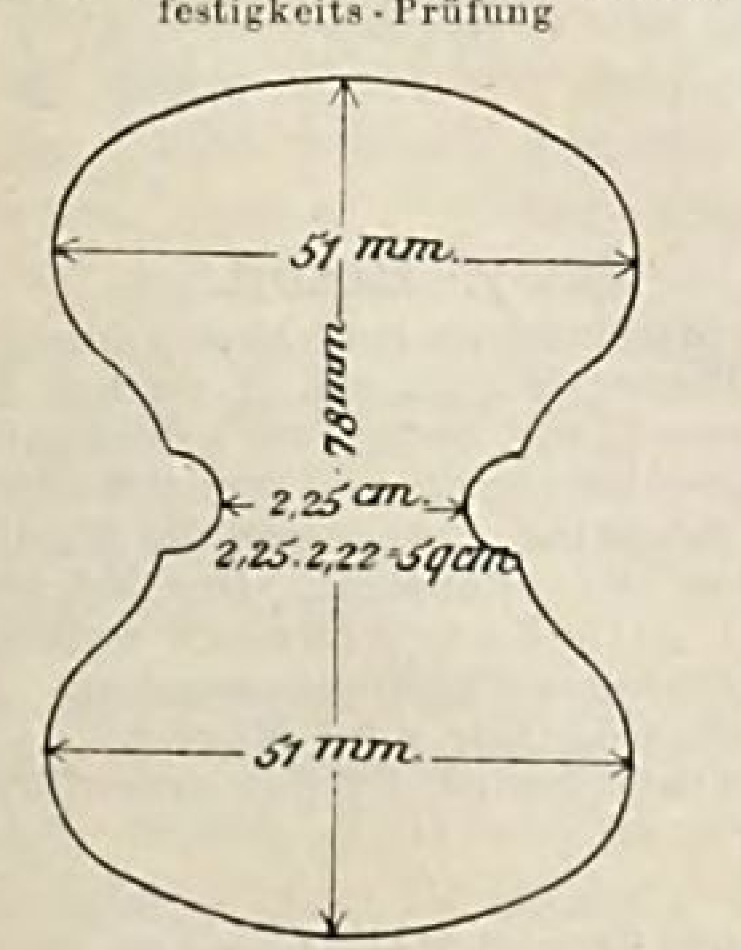
Die gehörig gereinigten und mit Wasser benetzten Formen setzt man:

auf eine Metallplatte | auf mit Wasser getränkte Blättchen Fliesspapier auf einer Glasplatte | Metall- oder Marmorplattte.

Man wiegt die Mörtel-Substanzen ab, mischt Zem. u. Sand gut durch einander, setzt das Wasser zu und arbeitet mit einem Spatel die Masse gut durch, bis dieselbe ein gleichmässiges Ansehen erhält. Man füllt die Formen mit einem Male so hoch an, dass sie stark gewölbt voll werden, schlägt mittels eines eisernen Anmach-Spatels im Gewicht von 150 — 200 g anfangs schwach dann stärker den überstehenden Mörtel in die Formen so lange ein, bis derselbe elastisch wird und auf seiner Oberfläche sich Wasser zeigt. Nachträgliches Aufbringen und Einschlagen von Mörtel ist unstatthaft. Den die Form überragenden Mörteltheil streicht man mit einem Messer ab und glättet mit demselben die Oberfläche.

Für Druckproben wird der wie vor gef. Mörtel in 4 Portionen in die Form gebracht und jede Lage mit einer 2,5 kg schweren eisernen Ramme von 25 qcm Basisfläche so lange gestampft, bis die Masse elast. und Wasser-Absonderung bemerkb. wird. Beim Aufgeben einer neuen Portion ist die Oberfläche leicht aufzukratzen. Zur Herstellung ebener und paralleler Druckflächen wird die oberste Lage mit einem 2—3 mm starken Zem.-Bestrich versehen, der vor der Erhärtung zu ebnen oder unmittelb. vor dem Versuch vollk. glatt abzuschleif. ist. Die Dauer der Durcharbeitg. wird für schnell bindende Zem. auf 1 Min., für langs. bindende auf 5 Min. fest gesetzt.

Fig. 7. Form der Probekörper für Zugfestigkeits-Prüfung



übereinstimmend in allen 3 Normen.

Eine Kontroll-Probe nach 7 Tagen kann mit Sandzusatz oder an reinem Zement ausgef. werden; die Verhältnisszahlen im Vergleich zur 28-Tagesprobe mit Sandzusatz müssen aber bekannt sein. Die Probe mit reinem Zement kann auf undurchl. oder auf absaugender Unterlage ausgef. werden, in ersterem Falle mit 20—27,5%, im letzten Falle mit 33% Wasserzusatz. Luftblasen in der Masse werden durch Anklopfen mit dem Spatel entfernt. Bei absaugender Unterlage kehrt man die Form, sobald leichte Erstarrung eingetreten ist, um und lässt auch die obere Seite absaugen. Die Masse muss event. nachgefüllt werden.

b. Einige spezielle Angaben über Mörtel-Materialien.

Die Mischung der Mörtel-Materialien erfolgt in der Praxis nach Raumtheilen; eine grössere Genauigkeit der Mischung, (die bei hydraulischen Mörteln von Bedeutung sein kann und für Probe-Versuche unerlässlich ist) wird bei Benutzung von Gewichts-Theilen erzielt. Will man hiervon Gebrauch machen, so können die nachstehenden Angaben über die Beziehungen zwischen Gewicht und Volumen der gängigsten Mörtel-Materialien benutzt werden.

Portlandzement hat ein spezif. Gewicht nicht unter 3,10. Das auf einem Siebe von 900 Maschen pro ^{qcm} bis 10 % Rückstand lassende Pulver wiegt pro hl: lose gelagert 130 — 140 ^{kg}, fest gelagert 160 — 175 ^{kg}. — 1 Fass der Normen-Packung mit etwa 1,25 hl Inhalt hat das Gewicht von 165 bis 170 ^{kg}.

Romanzement hat ein mit der Herkunft sehr wechselndes spezifisches Gewicht, ist aber immer leichter als Portlandzement. Er wird nach Tonnen sehr ungleicher Grösse, zuweilen auch nach Gewicht gehandelt.

Trass. Das Gewicht des losen Pulvers, von der üblichen Mahlfeinheit, dass auf dem 500 Maschen-Siebe 40 — 50 Prozent Rückstand bleiben, ist 90 — 100 ^{kg} pro hl. Die Beschaffung erfolgt nach Gewicht. Ebenfalls wird der Tuffstein — das Rohmaterial — nach Gewicht gehandelt.

Hydraulischer Kalk wird in gebrannten Stücken nach Gewicht beschafft. 1 ^{cbm} Stückenkalk wiegt 750 — 900 ^{kg}, 1 ^{cbm} zu Pulver gelöschter Kalk 650 — 725 ^{kg}.

Fettkalk (Luftkalk, Aetzkalk) wird entweder nach Raummaass, häufiger aber nach Gewicht beschafft. 1 „Tonne" Kalk hat 2,2 hl Inhalt; 1 hl wiegt 90 bis 110 ^{kg} und liefert:
trocken gelöscht 1,5 — 1,7 hl Kalkpulver;
nass „ 1,7 — 2,4 „ Sumpfkalk (Kalkteig).

1 hl Kalkpulver wiegt 80 — 100 ^{kg}. 1 hl Kalkteig wiegt bei 50 % Wasser-Antheil etwa 140 ^{kg}.

Mörtelsand in einigermaassen trocknem Zustande wiegt bei gemischtem Korn pro hl etwa 140 ^{kg}. —

c. Mörtel- und Beton-Mischungen; Ergiebigkeit der Mischungen.*)

α. 1. Kalkmörtel.

1 Theil Kalk und 2 Theile Sand geben höchstens 2,4 Theile Mörtel.

β. Hydraulische Mörtel.

2. Mörtel aus hydraulischem Kalk				3. Trassmörtel				4. Mörtel aus Portland-zement				
Hydr. Kalk	Sand	Wasser	Mörtel	Trass	Fett-kalk	Sand	Mörtel	Ze-ment	Sand	Kalk	Wasser	Mörtel
Raumtheile				Raumtheile				Raumtheile				
1	1	—	1,50	1	0,5	0,50	1,20	1	—	—	0,45	0,90
1	2	—	2,10	1	0,5	0,75	1,50	1	1	—	0,55	1,50
1	3	—	2,75	1	0,75	0,50	1,30	1	2	—	0,80	2,30
1	4	—	3,50	1	1	1	2,00	1	3	—	1,05	3,10
1	2	1,05	2,35	1	1	2	3,10	1	4	—	1,30	3,80
	Portl.-Zem.			1	2	3	4,30	1	5	0,5	1,30	4,90
1	0,70	0,65	1,40	1	2	6	7,50	1	0,7	0,85	—	1,60
				Hydr.				1	6	1,0	1,35	6,00
				Kalk.		Wasser		1	7	1,0	1,60	6,80
				1	1	1	2,20	1	8	1,5	1,50	7,70
								1	10	2,0	1,70	9,40

γ. Beton.

Die nachstehend angegebenen Mischungen sind theils für trockne, theils für nasse Betonirung geeignet. Bei letzterer ist ein höherer Mörtelantheil als bei der trocknen erforderlich.

Für die trockne Betonirung bestimmt man den günstigsten Mörtelantheil, indem man den Gesammt-Hohlraum, den der Steinschlag etc. enthält (von 0,3 — 0,5 betragend) genau ermittelt; dieser Hohlraum, plus einem geringen Zuschlag, für schwache Umhüllung der Stein- und Kiesstücke bestimmt, bildet den erforderlichen Mörtelantheil. Der Mörtelantheil ist geringer, wenn in dem Steinschlag, Kies etc. möglichst alle Korngrössen zwischen 5 und 50 ^{mm} Durchmesser vertreten sind, weil dann die Hohlräume verkleinert werden. Beton von so gemischtem Korn verträgt zudem einen höheren Sandzusatz zum Mörtel.

Bei Beton, welcher eingestampft wird, ist der erforderliche Mörtelantheil kleiner, als bei blos eingeschüttetem Beton.

*) Sehr zahlreiche Angaben über Mörtel-Mischungen für die verschiedensten Verwendungs-Zwecke finden sich: Bayer. Industr. u. Gew. Bl., 16. Jahrg., Heft 1 S. 62 ff.

Hydr. Kalk	Trass	Portl.-zem.	Fett-kalk	Sand	Kies	Stein-schlag	Ziegel-schlag	Betonmenge angemacht	Betonmenge eingestampft
Raumtheile					Raumtheile			Raumtheile	
1	1,33	—	—	0,65	—	4,2	—	5,0	—
1	—	1,2	—	0,80	0,85	1,30	—	3,7	3,5
1	—	0,65	—	0,70	0,60	1,80	—	2,8	—
1	1	—	—	1	0,80	—	2,50	—	4,4
—	1	—	0,75	2	—	6	—	—	—
—	1	—	0,45	0,50	—	3,25	—	4,0	—
—	—	1	—	3	—	5	—	—	—
—	—	1	—	3	—	6	—	—	—
—	—	1	—	2	—	7	—	—	—
—	—	1	—	2	12	—	—	—	—
—	—	1	—	6	—	5	—	—	—
—	—	1	1	2,4	—	4,6	—	5,5	—

Portl.-Zem.	Fett-kalk	Sand	Kies	Stein-schlag	Ziegel-schlag	Betonmenge angemacht	Betonmenge eingestampft
Raumtheile			Raumtheile			Raumtheile	
1	—	2	—	—	4,5	6,0	—
1	—	3	—	—	7	9,0	—
1	—	2,75	—	3,75	—	5,5	—
1	—	2,85	—	5,65	—	6,5	—
1	—	1	2	—	—	2,9	—
1	—	2	3	—	—	4,0	—
1	—	2	4	—	—	—	4,4
1	—	3	6	—	—	—	6,6
1	—	4	8	—	—	—	8,8
1	—	5	10	—	—	—	11,2
1	—	6	12	—	—	—	13,4

4. Handels-Formate rechteckiger und sonstiger Schablonen-Schiefer.

Englische Schiefer. (Die gangbarsten Formate sind die in den ersten 9 Kolonnen angegebenen.)	Zoll engl.	26/16	26/15	24/14	24/12	22/12	22/11	20/10	18/10	18/9	16/10	16/9
	cm	66/41	66/38	61/36	61/31	56/31	56/28	51/25	46/25	46/23	41/25	41/23
	Zoll engl.	16/8	14/12	14/10	14/8	14/7	13/10	13/7	12/8	12/6	11/5,5	10/8
	cm	41/20	36/31	36/25	36/20	36/18	33/25	33/18	31/20	31/15	28/14	25/10
Blaue französische und desgl. grüne Rimogner.	Zoll engl.	24/14	24/12	22/12	20/10	18/10	18/9	16/10	16/8	14/10	14/8	14/7
	cm	60/36	60/30	56/30	50/25	46/25	46/23	40/25	40/20	36/25	36/20	36/18
	Zoll engl.	12/7	12/6	10¼/7	—	—	—	—	—	—	—	—
		30/18	30/15	26/18								
Rothe und violettrothe (St. Anne Fumay).	Zoll engl.	24/12	20/11	20/10	18/10	18/9	16/10	16/8	14/10	14/8	14/7	13/7
	cm	60/30	50/28	50/25	46/25	40/23	40/25	40/20	36/25	36/20	36/18	33/18
Deutsche Schiefer.	Zoll engl.	24/14	24/12	22/12	22/11	20/10	18/10	18/9	16/10	16/9	16/8	14/8
	cm	61/36	61/31	56/31	56/28	51/25	46/25	46/23	41/25	41/23	41/20	36/31
	Zoll engl.	14/7	13/7	13/6	12/8	12/6	10/7	10/6	10/5	—	—	—
	cm	36/18	33/18	33/15	31/20	31/15	25/18	25/15	25/13			

5. Handels-Normen für Glas.

a. Tafelglas.

Das Tafelglas zerfällt seiner Qualität nach in 4 „Wahlen", von denen die 1ste, ihres hohen Preises wegen, nur ausnahmsweise verwendet wird. Bei besseren Bauten benutzt man Glas der 2ten und 3ten Wahl, bei geringen die 4te Wahl.

Der Stärke nach werden unterschieden: 4/4, 6/4 und 8/4 Glas, welchen Bezeichnungen Stärken von bezw. etwa 2, 3 und 4 mm nebst Gewichten von bezw. etwa 5, 7,5 und 10 kg pro qm entsprechen.

Die aus dem 8/4 Glas ausgeschiedenen, am wenigsten reinen Tafeln gehen unter der Bezeichnung Doppelglas und sind für Oberlicht-Verglasungen und ähnliche Zwecke im Gebrauch.

Gehandelt wurde Glas früher durchgängig nach „Bunden" und „Kisten"; 1 „Bund" enthält 21—24 Scheiben von verschiedenen Grössen; 1 Kiste enthält 20 qm Glas, 1/2 Kiste ca. 10 qm; neuerdings bürgert sich mehr und mehr der Handel nach qm ein.

Die Preisbestimmung erfolgt nicht nach der Tafelgrösse, sondern nach sogen. addirten Centimetern. Z. B. eine Tafel von 40 und 60 cm Seitenlänge, welche 100 addirte cm giebt, rechnet im Preise ebenso wie eine Tafel von 36 und 64 cm Seitenlänge, von ebenfalls 100 add. cm etc. Zu beachten ist, dass bei Berechnung der addirten Centimeter-Zahl für die in ungeraden Zahlen gegebenen Seitenlängen die nächst höhere gerade Zahl angesetzt wird; z. B. werden 35 und 47 cm Seitenlänge = 82 add. cm gerechnet wie 36 und 48 cm, welche 84 add. cm geben.

Die Preissätze in den Tarifen beziehen sich auf das 4/4 Glas; 6/4 Glas ist etwa 50, 8/4 Glas etwa 100 Prozent theurer als jenes.

b. Spiegelglas (Rohglas).

Spiegelglas, im unbearbeiteten Zustande Rohglas genannt, wird in mehren (gewöhnlich 3) Qualitäten erzeugt, wovon die 1te und auch die 2te durch Schleifen und Poliren zum eigentlichen Spiegelglas verarbeitet werden; die 3te Qualität bleibt unbearbeitet und dient für Bauzwecke.

Die übliche Stärke des Rohglases — welches sowohl glatt als geriffelt als auch mattirt hergestellt wird — ist, je nach der Grösse der Tafeln 5 — 15 mm; für besondere Zwecke kommen auch Stärken von 20 und 25 mm vor. Bis zu Anfang der 1878er Jahre war die Aachener Spiegel-Manufaktur in Stollberg bei Aachen die einzige von erheblicher Bedeutung in Deutschland. Seitdem sind mehre Fabriken grössern Umfangs hinzu getreten (Schalke in Westfalen, Freden in Hannover, Altwasser in Schlesien, Herzogenrath bei Aachen, Fürth in Bayern etc.); eine Anzahl von denselben ist zu einem Kartell verbunden, welches einen gemeinsamen Preiskourant (Tarif) fest hält. Der neueste Preiskourant datirt vom 1. Januar 1884.

Die Grösse der Glastafeln, wie dieselben als fungible Waare erzeugt werden, beginnt bei 6 cm Breite und 18 cm Höhe = 0,011 qm und wächst, indem sowohl die Breiten- als die Längen-Dimension regelmässig um 3 cm zunimmt, auf 204 cm Breite bei 324 cm Höhe = 6,60 qm. Die Anfangs- und Endtheile der betr. Tabelle weisen daher folgende Tafelgrössen auf:

cm	qm	cm	qm	cm	qm	cm	qm	cm	qm	cm	qm	cm	qm
6×18	0,011	9×18	0,017	12×18	0,022	15×18	0,027	18×18	0,032	21×21	0,044	24×24	0,058
„ 21	0,013	„ 21	0,019	„ 21	0,025	„ 21	0,032	„ 21	0,038	„ 24	0,050	„ 27	0,065
„ 24	0,014	„ 24	0,022	„ 24	0,029	„ 24	0,036	„ 24	0,043	„ 27	0,057		
„ 27	0,018	„ 27	0,024	„ 27	0,032	„ 27	0,041	„ 27	0,049	—	—	cm	qm
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	27×27	0,073
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
186×318	5,91	189×318	6,01	192×318	6,11	195×318	6,20	198×318	6,30	201×318	6,39	204×318	6,49
„ 321	5,97	„ 321	6,07	„ 321	6,16	„ 321	6,26	„ 321	6,36	„ 321	6,45	„ 321	6,55
„ 324	6,03	„ 324	6,12	„ 324	6,22	„ 324	6,32	„ 324	6,42	„ 324	6,51	„ 324	6,60

Für jede innerhalb der Tabelle liegende Tafelgrösse ist ein Preis (Tarif) fixirt, gegen welchen beim Kauf abgeboten wird u. z. in Prozenten: bis 50 und mehr herab. Der Tarif enthält sonach die Maximal-Preise, welche von etwa 20 M. pro qm bei den kleinen Tafeln progressiv auf 52 M. bei Tafeln von 6,6 qm Grösse anwachsen. Gegenwärtig (Mitte 1884) stehen die Preise ca. 30 Prozent unter Tarif, d. h. auf etwa 14 M. pro qm bei kleinen und 35 M. pro qm bei grossen Tafeln.

Tafeln von Abmessungen, die noch innerhalb der für die Tabelle gegebenen Grenzen liegen, d. h. von weniger als 6,60 qm Grösse, werden ebenfalls angefertigt und zu denselben Preisen geliefert, wie die der Fläche nach gleich grossen in der Tabelle speziell aufgeführten Tafeln. Z. B. wird die Tafelgrösse von 150 × 348 (cm) = 5,22 qm, welche in der Tabelle nicht vorkommt, berechnet zu dem Preise der Tafel von 174 × 300 (cm) = 5,22 qm etc.

Tafelgrössen von über 6,60 qm bedingen Spezialpreise, die mit einer um je 0,20 qm steigenden Grössen-Skala wachsen. Der Preiskourant vom 1. Januar 1884 verzeichnet als Grenze in der Tafelgrösse 15 qm und lässt den Preis von 52 M. pro qm bei 6,60 qm Tafelgrösse durch die gleichmässig fortschreitende Erhöhung um 0,80 M. für je 0,2 qm Zuwachs an Tafelgrösse gleichförmig auf 85,60 M. pro qm bei der 15 qm grossen Tafel ansteigen. Darnach berechnet sich der Preis einer Tafel, z. B. von 8,4 — 8,6 qm Grösse wie folgt:

$$\frac{8{,}60 - 6{,}60}{0{,}2} \cdot 0{,}80 + 52{,}0 = 60{,}0 \text{ M.}$$

Auch die Preise dieses Spezialtarifs unterliegen wie diejenigen des Tarifs über gewöhnliche Tafelgrössen der Abbietung nach Prozenten.

Tafeln von mehr als 15 qm Grösse werden auf besondere Bestellung angefertigt und nach verabredeten Preisen bezahlt; die Fabrikation hat bisher jeder in Bezug auf die Grösse der Tafeln erhobenen Anforderung Genüge leisten können; so sind schon Tafeln von 5 × 5 = 25 qm Grösse und noch darüber fabrizirt worden; doch ist zu beachten, dass den Tafelgrössen Grenzen gezogen sind durch das vorgeschriebene Ladeprofil der Eisenbahn-Fahrzeuge, welches nicht überschritten werden darf. Hierüber so wie über die Verladungs-Eigenthümlichkeiten sind vor Aufgabe von Bestellungen an geeigneter Stelle Erkundigungen einzuziehen.

6. Bauhölzer.*)

a. Normen über unbearbeitete Hölzer.

Die Bauholz-Stämme werden klassifizirt wie folgt:

1. Extra starkes übergriffiges Bauholz; man rechnet hierzu Stämme von 14 — 16^{m} Länge, 34 — 36^{cm} Zopfstärke und 48^{cm} Stärke am Stammende.

2. Starkes griffiges Bauholz, mit der Länge von 12 — 14^{m}, einer Zopfstärke von 29 — 34^{cm} und einer Stärke am Stammende von 42^{cm}.

3. Mittel-Bauholz (Riegelholz) 9 — 12^{m} lang bei 20 — 26^{cm} Stärke am Zopf- und (durchschn.) 36^{cm} Stärke am Stammende.

4. Kleines Bauholz (Sperrholz), Hölzer von 9 — 11^{m} Länge und 15 — 20^{cm} Zopfstärke.

5. Bohlstämme, 7 — 9^{m} lang, 12 — 14^{cm} Zopfstärke.

6. Lattstämme, 6 — 7^{m} lang, 8 — 11^{cm} Zopfstärke.

7. Schwemmbäume oder rindschäliges Holz, 9—12^{m} lang, 21—26^{cm} Zopfstärke.

8. Sägelblöcke, Abschnitte von Langholz, 5—8^{m} lang, von 36—47^{cm} Zopfstärke.

Die Zopfstärke der Rundhölzer wird in geraden Zahlen von 2 zu 2^{cm} Abstufung ausgedrückt. Die Länge der Rundhölzer wird von 20 zu 20^{cm} bestimmt und das 20^{cm} nicht erreichende Uebermaass bleibt unberücksichtigt.

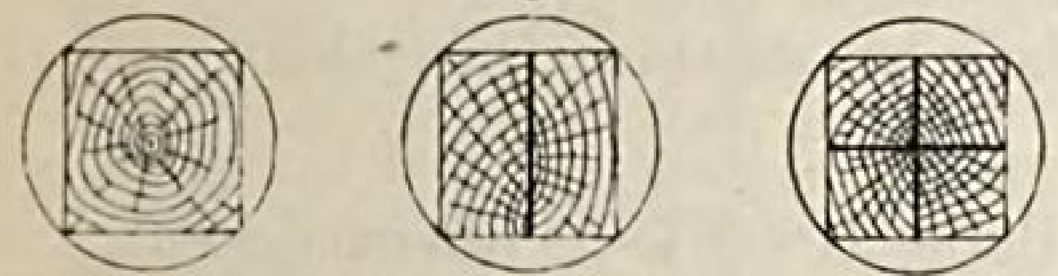
Letztere Berechnungsweise gilt auch bei der Längenmessung der Kanthölzer.

Bei Bearbeitung von Hölzern in der Forst wird den Rundhölzern in Blöcken ein Längenaufmaass (Uebermaass) von mindestens 10^{cm}, Langhölzern ein solches von mindestens 15^{cm} gewährt.

b. Normen über Schnitthölzer, Bretter, Latten.

Das stärkere Bauholz wird ungetrennt als Ganzholz, ein Mal getrennt als Halbholz, und zwei Mal getrennt als Kreuzholz bezeichnet (Fig. 8).

Fig. 8.



Beim Kant-(Verband-)Holz sind folgende Dimensionen allgemein gängig, die auf dem alten Zollmaass basiren. Für die zu Fachwerkswänden gebrauchten Hölzer ist die Holzstärke mit Rücksicht auf das Normal-Ziegel-Format von 13 auf 12^{cm} reduzirt.

Die Angaben im alten Maass sind in der Tabelle hinzu gefügt; die Uebereinstimmung zwischen den Angaben im alten und neuen Maass ist indessen keine genaue; zudem kommen im Handel lokal auch vielfach Abweichungen von den aufgeführten Maassen vor.

cm	pr. Zll.	cm	pr. Zll.	cm	pr. Zll.	cm	pr. Zll.	cm	pr. Zll.	cm	pr. Zll.	cm	pr. Zll.
8/8	3/3	12/12	5/5	13/21	5/8	15/18	6/7	18/18	7/7	21/21	8/8	24/24	9/9
8/10	3/4	12/15	5/6	13/24	5/9	15/21	6/8	18/21	7/8	21/24	8/9	24/26	9/10
10/10	4/4	13/16	5/6	13/26	5/10	15/24	6/9	18/24	7/9	21/26	8/10	24/28	9/11
10/12	4/5	13/18	5/7	15/15	6/6	15/26	6/10	18/26	7/10	21/28	8/11	25/31	10/12

Das Schnittholz wird eingetheilt in:

Bohlen, von 5 — 6,5 — 8 13^{cm} stark.

Bretter, von 0,6 — bis 4,5^{cm} stark.

Latten, starke: 8^{cm} breit, 4^{cm} hoch (Doppellatten),
schwache: 6,5^{cm} breit, 4^{cm} hoch (Dachlatten),
" 4 " " 4 " " (Spalierlatten).

Für Bretter und Bohlen sind im Handel vielfach bestimmte Abmessungen üblich. In den östlichen Provinzen Preussens und Schlesiens ist die Brettlänge von 7,5^{m} gebräuchlich; im Elbholz-Handel kommen Längen vor von: 3,5 — 4,0 — 4,5 — 5,0 und 5,5^{m}. Am Rhein und Main sind die Brettlängen von 3^{m} (sog. 10 füssige), 4^{m} (14 füssige) und 4,5^{m} (16 füssige), in Oberbayern (München) die Brettlänge von 4,7^{m} (16′) und 5,8^{m} (20′) üblich.

Für die Brettstärken sind im Gebrauch:

1,3^{cm} (1/2″) — 1,7^{cm} (5/8″) — 2,0^{cm} (3/4″) — 2,6^{cm} (4/4″) — 3,3^{cm} (5/4″) — 4^{cm} (6/4″) — 5,2^{cm} (8/4″) — 6,5^{cm} (10/4″) — 8^{cm} (12/4″).

*) Vergl. auch den viele Ergänzungen der nachstehenden Angaben enthaltenden Abschnitt des gegenwärtigen Bandes über Baumaterialien-Lehre: „Die Bauhölzer"

Für unbehobelte Bretter sind dies nominelle Stärken: die wirklichen Stärken werden 3,5 ^{mm} ($^1/_8$") grösser geliefert als die nominellen, desgl. die wirklichen Längen 5—8 ^{cm} (2—2") grösser als die nominellen. Die Maasse gelten im trockenen Zustande.

Berechnet werden: Rundhölzer, Verbandhölzer, Balken, Doppellatten und Stollen nach ^{cbm}; die übrigen Hölzer werden am Berliner Markt wie folgt berechnet:

Bohlen pro ^{cbm};

Bretter nach Schock à 450 ^{m} Länge oder auch nach ^{cbm}.

Schwache Latten nach Schock à 450 ^{m} Länge.

c. Holz-Berechnungs-Tabellen.

α. Kubikinhalt von Kantholz und Bedarf an Rundholz zu einer bestimmten Menge Kantholz. (Vom Bauinspektor Rodde.)

Ein Kantholz der Länge L und des Querschnitts bh hat den Kubikinhalt $J = Lbh$. Wenn der Querschnitt in ^{qcm} gegeben ist, findet man den Kubikinhalt von L^{m} Länge des betr. Holzes in ^{cbm} ausgedrückt durch Multiplikation der Querschnittszahl mit dem Faktor 0,0001 L (^{m}).

Kantholz der Seiten b und h des Querschn. kann ohne Verlust geschnitten werden aus Rundholz vom Durchmesser excl. Borke $d_1 = \sqrt{b^2 + h^2}$. Dabei muss der Querschn. des Holzes genau kreisförmig sein; bei abweichender Querschnitts-Form ist der Querschnitt bh nicht erreichbar (s. unten).

Die Borkendicke des Holzes kann i. M. zu $^1/_{41}$ des Durchm. der reinen Holzmasse angenommen werden; d. h. es ist der Durchm. des abgeborkten Holzes:

$$d_1 = d\ (1 - {}^1/_{21}).$$

Die auf den S. 21 u. 22 mitgetheilte Tabelle enthält für die Kantholz-Stärken von 5 zu 5 bis 43 zu 60 ^{cm}, und zwar immer vom quadratischen Querschnitt bis zu demjenigen Querschnitt fortschreitend, bei dem das Verhältniss der Seitenlängen entweder genau = 5 : 7 ist, oder diesem Werthe möglichst nahe kommt:

a) Den Netto-Querschnitt des Nutzholzs-Stücks (bh);

b) den zur Erreichung desselben erforderlichen Stamm-Querschnitt inclusive Borke $\left(d^2 \frac{\pi}{4}\right)$;

c) den bezügl. Stamm-Durchm. incl. Borke ($\sqrt{b^2 + h^2}$ + 2 Rindendicken);

d) den Stamm-Querschnitt excl. Borke $\left(d_1^2 \frac{\pi}{4}\right)$;

e) den Stamm-Durchmesser excl. Borke ($\sqrt{b^2 + h^2}$).

Nimmt man zum Kantholz Lbh ein Rundholz vom mittleren Durchm., so lässt sich der Querschn. bh vollkantig nur in der Mitte der Stammlänge herstellen. Am unteren Ende erfolgt Abfall, am oberen wird das Stück wahnkantig u. z. in seiner halben Länge. Soll dasselbe auf ganze Länge L vollkantig werden, so muss das Rundholz den aus der Tabelle wie oben ermittelten Durchm. d am Zopfende haben.

Man kann bei normalem Wuchs annehmen, dass auf 1 ^{m} Länge im Mittel ein Durchmesser-Zuwachs von 1,4 ^{cm} statt hat; für den L (^{m}) langen Stamm erhält man also als mittlere Stärke (in ^{cm}), wenn das Kantholz in der ganzen Länge vollkantig werden soll: $D = d + 0{,}5\ L\,.\,1{,}4$ (^{cm}).

Zu verschiedenen Zwecken kann Bauholz in verschiedenem Grade wahnkantig verwendet werden. Die folgende kleine Tabelle ergiebt für Holzlängen von 1 — 10 ^{m}, um wie viel ^{cm} die aus der Tabelle S. 21 u. 22 entnommene Holzstärke d_1 (excl. Borke) vermindert oder vermehrt werden muss, um den mittleren Durchm. des erforderl. Rundholzes incl. Borke, bei verschiedenen Graden von event. zulässiger Wahnkantigkeit zu erhalten.

Bei Wahnkanten gestattet auf die Länge		Für eine Holzlänge von ^{m} 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Bei Wahnkanten gestattet auf die Länge	
1,0	sind v. d. aus d. Tab.	0,70	1,40	2,10	2,80	3,50	4,20	4,90	5.60	6,30	7,00	sind zu d. aus d. Tab.	0
0,8	entnomm. Durchm. d. Rundh. (incl. Borke)	0,42	0,84	1,26	1,68	2,10	2,52	2,94	3,36	3,78	4,20	entnommen. Durchm. des Rundh. (incl.	0,2
0,6	zu subtrahiren	0,14	0,28	0,42	0,56	0,70	0,84	0,98	1,12	1,26	1,40	Borke) zu addiren	0,4
0,5	(cm)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	(cm)	0,5

Bei Durchschnitts-Rechnungen pflegt man, um zu einer Quantität Kantholz die erforderl. Rundholz-Menge zu finden, die Quantität des Kantholzes mit einem sogen. Reduktions-Faktor zu multipliziren. Einen Reduktions-Faktor,

der für alle Querschnittsverhältn. und alle Längen zutrifft, giebt es nicht. Für quadratisch-geschnittenes Holz ist der Red.-Faktor am kleinsten. Für Kantholz der Breite 4 und Höhe 5 ist der Red.-Faktor, wenn man auf die Hälfte der Länge wahnkantiges Holz zulässt:

= 1,61 für abgeborktes Holz und 1,76 für unentrindetes Holz.

Ein Red.-Faktor von 1,5 für Holz mit Borke giebt etwa auf $1/3$ der Länge vollkantiges Bauholz.

┌ Querschnitt b h.		○ Querschnitt und Durchmesser				□ Querschnitt b h.		○ Querschnitt und Durchmesser				□ Querschnitt b h.		○ Querschnitt und Durchmesser			
		mit Rinde		ohne Rinde				mit Rinde		ohne Rinde				mit Rinde		ohne Rinde	
cm	qcm	qcm	cm	qcm	cm	cm	qcm	qcm	cm	qcm	cm	cm	qcm	qcm	cm	qcm	cm
5×5	25	43	7,5	39	7,1	17×20	340	597	27,6	541	26,3	24×29	696	1227	39,5	1112	37,6
„ 6	30	53	8,2	48	7,8	„ 21	357	632	28,4	573	27,0	„ 30	720	1278	40,3	1159	38,4
„ 7	35	64	9,0	58	8.6	„ 22	374	669	29,2	607	27,8	„ 31	744	1331	41,2	1207	39,2
6×6	36	62	8,9	57	8,5	„ 23	391	708	30,0	642	28,6	„ 32	768	1385	42,0	1256	40,0
„ 7	42	74	9,7	67	9,2	„ 24	408	749	30,9	679	29,4	„ 33	792	1442	42,8	1307	40,8
„ 8	48	87	10.5	78	10,0	18×18	324	561	26,8	509	25,5	„ 34	816	1500	43,7	1360	41,6
7×7	49	85	10,4	77	9,9	„ 19	342	593	27,5	538	26,2	25×25	625	1082	37,2	981	35,4
„ 8	56	98	11,2	90	10,6	„ 20	360	627	28,2	568	26,9	„ 26	650	1127	37,9	1021	36,1
„ 9	63	113	12.0	102	11,4	„ 21	378	662	29,0	601	27,6	„ 27	675	1173	38,6	1063	36,8
„ 10	70	129	12,8	117	12,2	„ 22	396	700	29,8	634	28,4	„ 28	700	1220	39,4	1106	37,5
8×8	64	111	11,9	100	11,3	„ 23	414	739	30,7	670	29,2	„ 29	725	1269	40,2	1151	38,3
„ 9	72	126	12,6	114	12,0	„ 24	432	779	31,5	707	30,0	„ 30	750	1324	41,0	1197	39,0
„ 10	80	142	13,4	129	12,8	„ 25	450	822	32,3	745	30,8	„ 31	775	1372	41,8	1245	39,8
„ 11	88	160	14,3	145	13,6	19×19	361	625	28,2	567	26,9	„ 32	800	1428	42,6	1294	40,6
9×9	81	140	13,3	127	12,7	„ 20	380	659	29,0	597	27,6	„ 33	825	1484	43,5	1345	41,4
„ 10	90	157	14,1	142	13.4	„ 21	399	695	29,7	629	28,3	„ 34	850	1542	44,3	1398	42,2
„ 11	99	175	14,9	159	14,2	„ 22	418	732	30,5	663	29,0	„ 35	875	1602	45,2	1452	43,0
„ 12	108	195	15,8	177	15,0	„ 23	437	771	31,3	699	29,8	26×26	676	1171	38,6	1061	36,8
„ 13	117	217	16,6	196	15,8	„ 24	456	811	32,1	736	30,6	„ 27	702	1217	39,4	1103	37,5
10×10	100	173	14,8	157	14,1	„ 25	475	854	33,0	774	31,4	„ 28	728	1264	40,1	1146	38,2
„ 11	110	191	15,6	173	14,9	„ 26	494	898	33,8	814	32,2	„ 29	754	1314	40,8	1191	38,9
„ 12	120	211	16,4	192	15,6	„ 27	513	944	34,7	836	33,0	„ 30	780	1365	41,6	1237	39,6
„ 13	130	233	17,2	211	16,4	20×20	400	693	29,7	628	28,3	„ 31	806	1418	42,4	1285	40,4
„ 14	140	256	18,1	232	17,2	„ 21	420	728	30,5	660	29,0	„ 32	832	1472	43,3	1335	41,2
11×11	121	210	16,4	190	15,6	„ 22	440	766	31,2	694	29,7	„ 33	858	1523	44,1	1386	42,0
„ 12	132	229	17,1	208	16,3	„ 23	460	804	31,9	729	30,4	„ 34	884	1586	44,9	1438	42,8
„ 13	143	251	17,9	228	17,0	„ 24	480	845	32,8	766	31,2	„ 35	910	1646	45,8	1492	43,6
„ 14	154	275	18,7	249	17,8	„ 25	500	888	33,6	805	32.0	„ 36	936	1708	46,6	1548	44,4
„ 15	165	300	19,5	272	18,6	„ 26	520	932	34,4	845	32,8	27×27	729	1263	40,1	1145	38,2
12×12	144	249	17,9	226	17,0	„ 27	540	978	35,3	886	33,6	„ 28	756	1310	40,8	1188	38,9
„ 13	156	271	18,6	246	17,7	„ 28	560	1026	36,1	930	34,4	„ 29	783	1360	41,6	1232	39,6
„ 14	168	294	19,3	266	18,4	21×21	441	764	31,2	692	29,7	„ 30	810	1411	42,4	1279	40,4
„ 15	180	320	20,2	290	19,2	„ 22	462	801	31,9	726	30,4	„ 31	837	1463	43,2	1327	41,1
„ 16	192	346	21,0	314	20,0	„ 23	483	840	32,7	761	31,1	„ 32	864	1518	44,0	1376	41,9
„ 17	204	375	21,8	340	20,8	„ 24	504	881	33,5	798	31,9	„ 33	891	1574	44,7	1427	42,6
13×13	169	293	19,3	265	18,4	„ 25	525	923	34,3	837	32,7	„ 34	918	1632	45,6	1480	43,4
„ 14	182	316	20,1	287	19,1	„ 26	546	967	35,2	877	33,5	„ 35	945	1692	46,4	1534	44,2
„ 15	195	341	20,8	307	19,8	„ 27	567	1013	35,9	918	34,2	„ 36	972	1753	47,3	1590	45,0
„ 16	208	368	21,6	334	20,6	„ 28	588	1061	36,8	962	35,0	„ 37	999	1817	48,1	1647	45,8
„ 17	221	396	22,5	360	21,4	„ 29	609	1110	37,6	1006	35,8	„ 38	1026	1882	48,9	1706	46,6
„ 18	234	427	23,3	387	22,2	22×22	484	838	32,7	760	31,1	„ 39	1053	1948	49,8	1766	47,4
14×14	196	339	20,8	308	19,8	„ 23	506	877	33,4	795	31,8	28×28	784	1358	41,6	1231	39,6
„ 15	210	365	21,5	330	20,5	„ 24	528	918	34,2	832	32,6	„ 29	812	1407	42,3	1276	40,3
„ 16	224	391	22,4	355	21,3	„ 25	550	960	35,0	871	33,3	„ 30	840	1458	43,2	1322	41,1
„ 17	238	420	23,1	381	22,0	„ 26	572	1005	35,8	911	34,1	„ 31	868	1511	43,9	1370	41,8
„ 18	252	450	23,9	408	22,8	„ 27	594	1050	36,5	952	34,8	„ 32	896	1566	44,6	1419	42,5
„ 19	266	482	24.8	437	23,6	„ 28	616	1098	37,4	995	35,6	„ 33	924	1622	45,4	1470	43,2
„ 20	280	516	25,6	468	24,4	„ 29	638	1147	38,2	1040	36,4	„ 34	952	1680	46,2	1523	44,0
15×15	225	390	22,3	353	21,2	„ 30	660	1198	39,1	1086	37,2	„ 35	980	1740	47,0	1577	44,8
„ 16	240	417	23,1	378	22,0	„ 31	682	1251	39,9	1134	38,0	„ 36	1008	1801	47,9	1633	45,5
„ 17	255	445	23,8	403	22,7	23×23	529	916	34,1	831	32,5	„ 37	1036	1864	48,7	1690	46,4
„ 18	270	475	24.7	431	23,5	„ 24	552	957	34,9	867	33,2	„ 38	1064	1929	49,6	1749	47,2
„ 19	285	507	25.4	460	24,2	„ 25	575	999	35,7	906	34,0	„ 39	1092	1996	50,4	1809	48,0
„ 20	300	541	26,3	491	25,0	„ 26	598	1043	36,4	946	34,7	29×29	841	1457	43,1	1320	41,0
„ 21	315	577	27,1	523	25,8	„ 27	621	1089	37,3	988	35,5	„ 30	870	1508	43,8	1367	41,7
16×16	256	443	23,7	402	22,6	„ 28	644	1137	38,0	1031	36,2	„ 31	899	1560	44,6	1415	42,5
„ 17	272	472	24,6	428	23,4	„ 29	667	1186	38,9	1075	37,0	„ 32	928	1615	45,4	1464	43,2
„ 18	288	502	25,3	455	24,1	„ 30	690	1237	39,7	1122	37,8	„ 33	957	1671	46,2	1515	44,0
„ 19	304	534	26,0	484	24,8	„ 31	713	1290	40,5	1170	38,6	„ 34	986	1729	46,9	1568	44,7
„ 20	320	568	26,9	515	25,6	„ 32	736	1345	41,4	1219	39,4	„ 35	1015	1789	47,8	1622	45,5
„ 21	336	604	27,7	547	26,4	24×24	576	995	35,6	904	33,9	„ 36	1044	1850	48,5	1678	46,2
„ 22	352	641	28,6	580	27,2	„ 25	600	1040	36,3	943	34,6	„ 37	1073	1914	49,4	1735	47,0
17×17	289	501	25,2	454	24,0	„ 26	624	1084	37,2	983	35,4	„ 38	1102	1979	50,2	1794	47,8
„ 18	306	528	25,9	481	24,7	„ 27	648	1130	37,9	1024	36,1	„ 39	1131	2045	51,0	1854	48,6
„ 19	323	567	26,8	510	25,5	„ 28	672	1177	38,7	1068	36,9	„ 40	1160	2110	51,9	1916	49,4

□ Querschnitt b h.		○ Querschnitt und Durchmesser			
		mit Rinde		ohne Rinde	
cm	qcm	qcm	cm	qcm	cm
30×30	**900**	**1559**	**44,5**	**1413**	**42,4**
" 31	930	1611	45,3	1461	43,1
" 32	960	1666	46,0	1510	43,8
" 33	990	1722	46,8	1561	44,6
" 34	1020	1780	47,6	1614	45,3
" 35	1050	1840	48,4	1668	46,1
" 36	1080	1902	49,2	1724	46,9
" 37	1110	1965	50,0	1781	47,6
" 38	1140	2030	50,8	1840	48,4
" 39	1170	2096	51,7	1900	49,2
" 40	1200	2165	52,5	1963	50,0
" 41	1230	2235	53,.	2026	50,8
" 42	1260	2307	54,2	2091	51,6
31×31	**961**	**1664**	**46,0**	**1509**	**43,8**
" 32	992	1719	46,7	1558	44,5
" 33	1023	1775	47,6	1609	45,3
" 34	1054	1833	48,3	1662	46,0
" 35	1085	1893	49,0	1716	46,7
" 36	1116	1954	49,9	1772	47,5
" 37	1147	2018	50,6	1829	48,2
" 38	1178	2082	51,5	1888	49,0
" 39	1209	2149	52,3	1948	49,8
" 40	1240	2218	53,1	2010	50,6
" 41	1271	2288	54,0	2075	51,4
" 42	1302	2360	54,8	2139	52,2
" 43	1333	2433	55,7	2206	53,0
32×32	**1024**	**1773**	**47,6**	**1608**	**45,3**
" 33	1056	1821	48,3	1659	46,0
" 34	1088	1879	49,0	1711	46,7
" 35	1120	1939	49,8	1765	47,4
" 36	1152	2000	50,5	1821	48,1
" 37	1184	2064	51,3	1879	48,9
" 38	1216	2128	52,2	1937	49,7
" 39	1248	2190	52,9	1998	50,4
" 40	1280	2263	53,8	2060	51,2
" 41	1312	2334	54,6	2123	52,0
" 42	1344	2406	55,4	2189	52,8
" 43	1376	2479	56,3	2255	53,6
" 44	1408	2554	57,1	2324	54,4
" 45	1440	2631	58,0	2393	55,2
33×33	**1089**	**1886**	**48,9**	**1710**	**46,6**
" 34	1122	1944	49,7	1762	47,3
" 35	1155	2004	50,5	1816	48,1
" 36	1188	2065	51,2	1872	48,8
" 37	1221	2128	52,0	1930	49,5
" 38	1254	2193	52,8	1988	50,3
" 39	1287	2260	53,7	2049	51,1
" 40	1320	2328	54,4	2111	51,8
" 41	1353	2399	55,2	2174	52,6
" 42	1386	2470	56,1	2240	53,4
" 43	1419	2544	56,9	2306	54,2
" 44	1452	2619	57,8	2375	55,0
" 45	1485	2696	58,6	2444	55,8
" 46	1518	2775	59,4	2516	56,6
34×34	**1156**	**2002**	**50,5**	**1815**	**48,1**
" 35	1190	2062	51,2	1869	48,8
" 36	1224	2123	52,0	1925	49,5
" 37	1258	2186	52,7	1982	50,2
" 38	1292	2251	53,4	2041	50,9
" 39	1326	2318	54,3	2101	51,7
" 40	1360	2386	55,1	2163	52,5
" 41	1394	2457	55,9	2227	53,2
" 42	1428	2528	56,6	2292	53,9
" 43	1462	2602	57,4	2359	54,7
" 44	1496	2677	58,3	2427	55,5
" 45	1530	2755	59,1	2497	56,3
" 46	1564	2833	60,0	2569	57,1
" 47	1598	2913	60,8	2642	57,9
" 48	1632	2996	61,6	2716	58,7
35×35	**1225**	**2121**	**52,0**	**1923**	**49,5**
" 36	1260	2183	52,7	1979	50,2
" 37	1295	2246	53,4	2036	50,9
" 38	1330	2311	54,2	2095	51,6
" 39	1365	2378	55,0	2156	52,4

□ Querschnitt b h.		○ Querschnitt und Durchmesser			
		mit Rinde		ohne Rinde	
cm	qcm	qcm	cm	qcm	cm
5 × 40	1400	2445	55,8	2218	53,1
" 41	1435	2516	56,6	2281	53,9
" 42	1470	2588	57,3	2346	54,6
" 43	1505	2662	58,2	2413	55,4
" 44	1540	2737	59,0	2481	56,2
" 45	1575	2814	59,9	2551	57,0
" 46	1610	2892	60,7	2623	57,8
" 47	1645	2974	61,5	2696	58,6
" 48	1680	3056	62,4	2770	59,4
" 49	1715	3140	63,2	2846	60,2
36×36	**1296**	**2244**	**53,4**	**2035**	**50,9**
" 37	1332	2308	54,2	2092	51,6
" 38	1368	2373	54,9	2151	52,3
" 39	1404	2439	55,8	2211	53,1
" 40	1440	2508	56,5	2273	53,8
" 41	1476	2578	57,2	2336	54,5
" 42	1512	2650	58,1	2402	55,3
" 43	1548	2723	58,8	2469	56,0
" 44	1584	2799	59,6	2537	56,8
" 45	1620	2876	60,5	2606	57,6
" 46	1656	2955	61,3	2678	58,4
" 47	1692	3035	62,2	2751	59,2
" 48	1728	3117	63,0	2826	60.0
" 49	1764	3201	63,8	2902	60,8
" 50	1800	3279	64,7	2980	61,6
37×37	**1369**	**2371**	**54,9**	**2149**	**52,3**
" 38	1406	2436	55,7	2208	53,0
" 39	1443	2502	56,5	2269	53,8
" 40	1480	2571	57,2	2331	54,5
" 41	1517	2641	58,0	2394	55,2
" 42	1554	2713	58,8	2459	56,0
" 43	1591	2787	59,5	2526	56,7
" 44	1628	2862	60,4	2594	57,5
" 45	1665	2939	61,2	2664	58,3
" 46	1702	3017	62;1	2736	59,1
" 47	1739	3098	62,9	2809	59,9
" 48	1776	3180	63,6	2883	60,6
" 49	1813	3265	64,5	2959	61,4
" 50	1850	3350	65,3	3037	62,2
" 51	1887	3438	66,2	3116	63,0
" 52	1924	3527	67,0	3197	63,8
38×38	**1444**	**2501**	**56,4**	**2267**	**53,7**
" 39	1482	2567	57,1	2328	54,4
" 40	1520	2636	57,9	2390	55,1
" 41	1558	2706	58,7	2453	55,9
" 42	1596	2778	59,4	2518	56,6
" 43	1634	2852	60,2	2585	57,3
" 44	1672	2927	61,0	2653	58,1
" 45	1710	3004	61,7	2723	58,8
" 46	1748	3083	62,6	2795	59,6
" 47	1786	3163	63,4	2868	60,4
" 48	1824	3245	64,3	2942	61,2
" 49	1862	3329	65,1	3018	62,0
" 50	1900	3415	65,9	3096	62,8
" 51	1938	3503	66,8	3175	63,6
" 52	1976	3592	67,6	3256	64,4
" 53	2014	3683	68,5	3339	65,2
" 54	2054	3775	69,3	3423	66,0
39×39	**1521**	**2634**	**58,0**	**2388**	**55,2**
" 40	1560	2703	58,7	2450	55,9
" 41	1599	2773	59,4	2514	56,6
" 42	1638	2845	60,2	2579	57,3
" 43	1677	2918	61,0	2645	58,1
" 44	1716	2993	61,7	2714	58,8
" 45	1755	3070	62,6	2784	59,6
" 46	1794	3149	63,3	2855	60,3
" 47	1833	3230	64,2	2928	61,1
" 48	1872	3312	64,9	3003	61,8
" 49	1911	3396	65,7	3079	62,6
" 50	1950	3482	66,6	3156	63,4
" 51	1989	3569	67,4	3236	64,2
" 52	2028	3658	68,3	3317	65.0
" 53	2067	3749	69,1	3399	65,8
" 54	2106	3842	69,9	3483	66,6

□ Querschnitt b h.		○ Querschnitt und Durchmesser			
		mit Rinde		ohne Rinde	
cm	qcm	qcm	cm	qcm	cm
40×40	**1600**	**2771**	**59,4**	**2512**	**56,6**
" 41	1640	2841	60,2	2576	57,3
" 42	1680	2913	60,9	2641	58,0
" 43	1720	2987	61,6	2707	58,7
" 44	1760	3061	62,4	2776	59,4
" 45	1800	3139	63,2	2846	60,2
" 46	1840	3218	64,1	2917	61,0
" 47	1880	3298	64,8	2990	61,7
" 48	1920	3380	65,5	3065	62,4
" 49	1960	3465	66,4	3141	63,2
" 50	2000	3550	67,2	3219	64,0
" 51	2040	3638	68,0	3298	64,8
" 52	2080	3727	68,9	3379	65,6
" 53	2120	3818	69,7	3461	66,4
" 54	2160	3910	70,6	3545	67,2
" 55	2200	4005	71,4	3631	68,0
" 56	2240	4101	72,2	3718	68,8
41×41	**1681**	**2911**	**60,9**	**2639**	**58,0**
" 42	1722	2990	61,6	2704	58,7
" 43	1763	3057	62,4	2771	59,4
" 44	1804	3132	63,1	2839	60,1
" 45	1845	3209	63,9	2909	60,9
" 46	1886	3288	64,7	2981	61,6
" 47	1927	3368	65,5	3054	62,4
" 48	1968	3451	66,3	3128	63,1
" 49	2009	3535	67,1	3204	63,9
" 50	2050	3620	67,8	3282	64.6
" 51	2091	3708	68,7	3361	65,4
" 52	2132	3797	69,5	3442	66,2
" 53	2173	3888	70,4	3525	67,0
" 54	2214	3981	71,2	3609	67,8
" 55	2255	4075	72.0	3694	68,6
" 56	2296	4171	72,9	3781	69,4
" 57	2337	4269	73,7	3870	70,2
42×42	**1764**	**3055**	**62,4**	**2769**	**59,4**
" 43	1806	3129	63,1	2836	60.1
" 44	1848	3204	63,8	2905	60,8
" 45	1890	3277	64,6	2974	61,5
" 46	1932	3360	65,3	3046	62,2
" 47	1974	3440	66,2	3119	63,0
" 48	2016	3522	67,0	3193	63,8
" 49	2058	3606	67,8	3270	64,6
" 50	2100	3692	68,6	3347	65,3
" 51	2142	3780	69,4	3427	66,1
" 52	2184	3869	70,2	3507	66,9
" 53	2226	3960	71,1	3590	67,7
" 54	2268	4052	71,8	3674	68,4
" 55	2310	4147	72,7	3759	69,2
" 56	2352	4243	73,5	3847	70,0
" 57	2394	4341	74,3	3935	70,8
" 58	2436	4440	75,2	4025	71,6
" 59	2478	4541	76,0	4117	72,4
43×43	**1849**	**3202**	**63,3**	**2903**	**60,8**
" 44	1892	3277	64,6	2971	61,5
" 45	1935	3355	65,3	3041	62,2
" 46	1978	3433	66,0	3113	62,9
" 47	2021	3514	66,9	3186	63,7
" 48	2064	3596	67,6	3260	64,4
" 49	2107	3680	68,5	3336	65,2
" 50	2150	3766	69,2	3414	65,9
" 51	2193	3853	70,0	3493	66,7
" 52	2236	3942	70,9	3574	67,5
" 53	2279	4033	71,7	3656	68,3
" 54	2322	4126	72,5	3740	69,0
" 55	2365	4220	73,3	3826	69,8
" 56	2408	4317	74,1	3913	70,6
" 57	2451	4414	75,0	4001	71,4
" 58	2494	4514	75,8	4092	72,2
" 59	2537	4615	76,7	4184	73,0
" 60	2580	4718	77,5	4277	73,8

β. Tabellen über die aus Rundhölzern zu schneidende Bretter-, Bohlen- u. Schalstück-Mengen.

Der Querschnitt der Hölzer ist genau kreisförmig gedacht; als Durchmesser der mittlere angenommen. Die Rindenstärke ist im Mittelzu $^1/_{41}$ des Durchmessers der reinen Holzmasse, der Abzug vom Stammdurchmesser also zu $2 \cdot {}^1/_{42} = {}^1/_{21}$ des Durchmessers angesetzt.

Die in den Tabellen angegebenen Breiten der Bretter etc. sind die in reiner Holzmasse excl. Borke gemessenen.

Wenn man die Stärke jedes Sägeschnitts = 0,5 cm rechnet, so erhält man aus den Rundhölzern die in der Tab. I angegebene Zahl von Brettern oder Bohlen, bezw. 2, 10 cm stark, die gleichf. angegebene Gesammtbreite dieser Bretter oder Bohlen und die in Tab. II angegebenen Schalstücke. Als Minimalbreite der Bretter sind 16 cm fest gehalten worden. Die Schalstücke haben eine grösste Stärke von 2 bis 4,5 cm excl. Borke.

Wenn Bretter oder Bohlen von in ganzer Länge gleicher Breite verlangt werden, so ist das in der Tab. I angegebene Maass als Durchm. des Zopfes zu nehmen; der mittlere Durchm. ermittelt sich dann, wenn man als Stärkezuwachs auf 1 m Länge 1,4 cm rechnet.

Tabelle I. Es erfolgen Bretter resp. Bohlen.

Mittl. Durchm. incl. Rinde cm	Holzdurchm. cm	2 cm Zahl	2 cm Ges.-Br. cm	2,5 cm Zahl	2,5 cm Ges.-Br. cm	3 cm Stärke Zahl	3 cm Ges.-Br. cm	3 cm Ausserd. Bretter Stück 2 cm stk.	3 cm Ausserd. Bretter Ges.-Br. cm	3,5 cm Stärke Zahl	3,5 cm Ges.-Br. cm	3,5 cm Ausserd. Bretter Stück 2 cm stk.	3,5 cm Ausserd. Bretter Ges.-Br. cm	4 cm Stärke Zahl	4 cm Ges.-Br. cm	4 cm Ausserd. Bretter Stück	4 cm Ausserd. Bretter Stärke cm	4 cm Ausserd. Bretter Ges.-Br. cm	5 cm Stärke Zahl	5 cm Ges.-Br. cm	5 cm Ausserd. Bretter Stück 2 cm stk.	5 cm Ausserd. Bretter Ges.-Br. cm	6 cm Stärke Zahl	6 cm Ges.-Br. cm	6 cm Ausserd. Bretter Stück	6 cm Ausserd. Bretter Stärke cm	6 cm Ausserd. Bretter Ges.-Br. cm	7 cm Stärke Zahl	7 cm Ges.-Br. cm	7 cm Ausserd. Bretter Stück	7 cm Ausserd. Bretter Stärke cm	7 cm Ausserd. Bretter Ges.-Br. cm	8 cm Stärke Zahl	8 cm Ges.-Br. cm	8 cm Ausserd. Bretter Stück	8 cm Ausserd. Bretter Stärke cm	8 cm Ausserd. Bretter Ges.-Br. cm	9 cm Stärke Zahl	9 cm Ges.-Br. cm	9 cm Ausserdem Bretter Stück	9 cm Ausserdem Bretter Stärke cm	9 cm Ausserdem Bretter Ges.-Br. cm	10 cm Stärke Zahl	10 cm Ges.-Br. cm	10 cm Ausserdem Bretter Stück	10 cm Ausserdem Bretter Stärke cm	10 cm Ausserdem Bretter Ges.-Br. cm
31	29,5	10	243	8	196	6	152	—	—	5	128	—	—	4	104	2	2,0	38	4	95	—	—	3	74	2	2,0	34	2	51	2	2,0	44	2	49	2	2,0	40	1	28	4	2,0	86	1	27	4	2,0	89
32	30,5	10	255	8	205	6	159	—	—	5	133	2	36	4	108	2	2,0	41	4	100	—	—	3	77	2	2,0	37	3	72	—	—	—	2	51	2	2,0	43	1	28	4	3,0	92	1	29	4	2,0	94
33	31,4	10	266	8	214	6	166	—	—	5	139	2	39	5	133	—	—	—	4	105	2	34	3	81	2	2,0	40	3	75	—	—	—	2	53	2	2,5	44	2	51	2	2,0	42	2	47	2	2,0	37
34	32,4	11	294	9	240	7	192	—	—	5	144	2	42	5	139	2	2,0	35	4	109	2	37	3	84	2	2,5	41	3	79	—	—	—	2	55	2	3,0	44	2	53	2	2,0	44	2	50	2	2,0	40
35	33,3	11	307	9	251	7	200	—	—	6	171	—	—	5	144	2	2,0	39	5	130	—	—	3	87	2	3,0	41	3	82	2	2,0	39	2	58	2	3,5	45	2	55	2	2,5	45	2	52	2	2,0	43
36	34,3	11	320	9	261	7	207	—	—	6	177	2	38	5	151	2	2,0	42	5	136	—	—	4	109	—	—	—	3	86	2	2,0	42	2	60	4	2,0	97	2	57	4	2,0	88	2	55	2	2,5	43
37	35,2	12	350	9	272	8	235	—	—	6	184	2	41	5	156	2	2,0	45	5	143	—	—	4	114	—	—	—	3	89	2	2,5	43	2	62	4	2,5	97	2	60	4	2,0	94	2	57	2	3,0	44
38	36,2	12	364	10	300	8	245	—	—	6	191	2	44	6	183	—	—	—	5	149	—	—	4	119	2	2,0	39	3	93	2	3,0	43	3	87	2	2,0	40	2	62	4	2,5	92	2	59	4	2,0	90
39	37,1	13	395	10	312	8	254	—	—	7	220	—	—	6	190	2	2,0	39	5	155	2	37	4	124	2	2,0	42	3	96	2	3,5	44	3	91	2	2,5	41	2	64	4	2,5	98	2	62	4	2,0	96
40	38,1	13	410	10	324	9	284	—	—	7	228	2	40	6	197	2	2,0	43	5	160	2	41	4	128	2	2,0	45	3	99	4	2,0	95	3	95	2	3,0	41	3	88	2	2,0	38	2	64	4	2,5	94
41	39,0	13	426	11	355	9	294	—	—	7	237	2	43	6	205	2	2,0	46	6	183	—	—	4	133	2	2,5	46	4	123	—	—	—	3	98	2	3,5	41	3	92	2	2,0	43	2	66	4	2,5	100
42	40,0	14	459	11	368	9	304	—	—	7	244	2	46	7	233	—	—	—	6	191	—	—	4	137	2	3,0	46	4	128	—	—	—	3	101	2	3,5	45	3	96	2	2,0	45	2	68	4	2,5	106
43	40,9	14	476	12	399	9	314	—	—	8	275	—	—	7	241	2	2,0	39	6	198	—	—	4	142	2	3,5	47	4	133	2	2,0	44	3	105	4	2,0	98	3	99	2	2,5	45	3	93	2	2,0	39
44	41,9	14	492	12	413	10	346	—	—	8	285	2	41	7	249	2	2,0	43	6	205	—	—	5	170	—	—	—	4	138	2	2,0	47	4	127	—	—	—	3	103	2	3,0	46	3	97	2	2,0	43
45	42,9	15	528	12	427	10	358	—	—	8	294	2	45	7	257	2	2,0	46	6	213	2	41	5	176	2	2,0	43	4	143	2	2,5	48	4	132	—	—	—	3	107	2	3,5	46	3	100	2	2,0	46
46	43,8	15	546	12	442	10	369	—	—	8	303	2	48	7	265	2	2,5	47	6	220	2	45	5	181	2	2,0	47	4	147	2	3,0	48	4	137	—	—	—	3	110	4	2,0	101	3	104	2	2,5	47
47	44,8	16	583	13	476	11	402	—	—	9	336	—	—	7	273	2	3,0	47	7	247	—	—	5	188	2	2,5	47	5	172	—	—	—	4	142	2	2,0	45	3	113	4	2,0	107	3	108	2	3,0	47
48	45,7	16	602	13	492	11	415	—	—	9	347	2	42	8	306	2	2,0	42	7	256	—	—	5	194	2	3,0	47	5	179	—	—	—	4	147	2	2,0	49	4	136	—	—	—	3	112	2	3,5	48
49	46,7	16	622	13	507	11	428	—	—	9	358	2	46	8	315	2	2,0	46	7	264	—	—	5	200	2	3,5	48	5	185	—	—	—	4	152	2	2,5	50	4	141	—	—	—	3	115	4	2,0	104
50	47,6	17	661	14	543	11	441	—	—	9	368	2	50	8	325	2	2,5	47	7	273	—	—	6	228	—	—	—	5	191	2	2,0	45	4	157	2	3,0	50	4	146	2	2,0	43	3	119	4	2,0	111
51	48,6	17	681	14	560	12	478	—	—	10	403	—	—	8	334	2	3,0	47	7	281	2	45	6	235	2	2,0	43	5	197	2	2,0	49	5	180	—	—	—	4	151	2	2,0	47	3	122	4	2,5	108
52	49,5	18	721	14	577	12	492	—	—	10	415	2	43	8	343	2	3,5	47	7	289	2	49	6	243	2	2,0	47	5	203	2	2,5	49	5	187	—	—	—	4	156	2	2,5	47	3	125	4	2,5	115
53	50,5	18	743	15	615	12	507	—	—	10	427	2	47	9	380	2	2,0	45	8	318	—	—	6	250	2	2,0	47	5	209	2	3,0	49	5	193	—	—	—	4	161	2	2,5	51	4	150	—	—	—
54	51,4	18	765	15	634	12	521	2	44	10	438	2	51	9	390	2	2,0	50	8	328	—	—	6	257	2	3,0	48	6	234	—	—	—	5	200	—	—	—	4	166	2	3,0	51	4	155	2	2,0	44
55	52,4	19	808	15	651	12	534	2	48	11	474	—	—	9	401	2	2,5	50	8	338	—	—	6	264	2	3,5	48	6	242	—	—	—	5	206	2	2,0	46	4	171	4	2,0	105	4	160	2	2,0	48
56	53,3	19	831	16	691	13	573	—	—	11	489	—	—	9	411	2	3,0	50	8	348	—	—	7	295	—	—	—	6	250	—	—	—	5	212	2	2,0	50	5	194	—	—	—	4	165	2	2,5	48
57	54,3	19	854	16	711	13	588	—	—	11	502	2	49	9	421	2	3,5	50	8	358	2	49	7	304	—	—	—	6	258	—	—	—	5	219	2	2,5	50	5	201	—	—	—	4	170	2	3,0	49
58	55,2	20	899	16	730	13	604	2	47	11	515	2	53	10	461	2	2,0	49	8	368	2	53	7	312	2	2,0	47	6	265	2	2,0	49	6	238	—	—	—	5	207	—	—	—	4	175	2	3,5	49
59	56,2	20	923	17	771	13	619	2	51	12	554	—	—	10	473	2	2,0	53	9	400	—	—	7	321	2	2,0	51	6	272	2	2,0	53	6	248	—	—	—	5	214	—	—	—	4	180	4	2,0	108
60	57,1	20	948	17	792	13	634	2	55	12	569	—	—	10	486	2	2,5	53	9	411	—	—	7	330	2	2,5	51	6	280	2	2,5	53	6	255	—	—	—	5	221	2	2,0	47	4	185	4	2,0	116

Tabelle II über Schalstück-Mengen.

Mittl. Durchmesser incl. Rinde	Bei Verschneidung zu Brettern u. Bohlen der Stärke von: 2 cm		2,5 cm		3 cm		3,5 cm		4 cm		5 cm		6 cm		7 cm		8 cm		9 cm		10 cm	
	erfolgen zwei Schalstücke der																					
	Einz.-Stärke	Ges.-Breite	Einz.-Stärke	Ges.-Breite	Einz.-Stärke	Ges.-Breite	Einz.-Stärke	Ges.-Breite	Einz.-Stärke	Ges.-Breite	Einz.-Stärke	Ges.-Breite	Einz.-Stärke	Ges.-Breite	Einz.-Stärke	Ges.-Breite	Einz.-Stärke	Ges.-Breite	Einz.-Stärke	Ges.-Breite	Einz.-Stärke	Ges.-Breite
cm	cm		cm		cm		cm		cm		cm		cm		cm		cm		cm		cm	
31	2,0	30	2,5	33	4,0	40	4,5	42	3,0	36	3,5	38	2,2	31	4,5	42	3,5	38	2,7	34	3,2	37
32	3,0	33	3,0	36	4,5	43	2,5	33	3,5	39	4,0	41	2.7	35	3,7	40	4,0	41	3,2	37	3,7	40
33	3,0	37	3,5	39	5,0	46	3,0	37	4,2	43	2,0	30	3,2	38	4,2	43	3,9	41	3,4	39	2,4	34
34	2,2	33	2,4	34	3,7	41	3,4	40	2,2	32	2,4	34	3,2	38	4,7	45	3,9	42	3,8	42	2,9	37
35	2,7	36	2,9	38	4,2	44	4,4	45	2,7	36	2,6	36	3,2	39	2,6	36	3,9	43	3,9	43	3,4	40
36	3,1	40	3,4	41	4,6	47	2,4	35	3,1	40	3,1	39	3,9	43	3,1	39	3,4	41	2,4	35	3,4	41
37	2.4	35	3,9	44	3,4	41	2,9	39	3,6	43	3,6	43	4,4	46	3,1	40	2,8	38	2,8	38	3,3	41
38	2,8	39	2,8	39	3,8	45	3,3	42	4,3	47	4,1	46	2,3	35	3,1	40	2,6	37	2,3	35	2,3	35
39	2,3	34	3,3	42	4,3	48	4,3	48	2,3	36	2,1	34	2,8	39	3,0	41	2,5	37	2,8	39	2,8	39
40	2,8	38	3,8	46	3,0	41	2,3	36	2,8	40	2,5	38	3,3	43	2,5	38	2,5	38	2,0	32	2,3	36
41	3,3	42	2,8	40	3,5	45	2,8	40	3,3	43	2,8	40	3,3	43	4,3	49	2,5	38	2,5	38	2,7	40
42	2,2	37	3,2	44	4,0	48	3,2	44	4,0	48	3,2	44	3,2	44	4,7	51	3,0	42	3,0	42	3,2	43
43	2,7	41	2,2	37	4,5	51	4,2	50	2,0	35	3,7	47	3,2	44	2,7	41	2,4	39	2,9	42	1,9	35
44	3,2	45	2,7	41	3,2	45	2,2	37	2,4	39	4,2	50	4,4	51	3,2	44	3,7	47	2,9	43	2,4	39
45	2,4	40	3,2	45	3,7	48	2,7	41	2,9	43	2,2	37	2,4	40	3,1	45	4,2	51	2,9	43	2,9	43
46	2,9	44	3,7	48	4,2	51	3,1	45	2,9	43	2,6	42	2,9	43	3,1	45	4,6	54	2,4	40	2,9	43
47	2,1	38	2,6	42	2,9	44	4,1	52	2,9	44	2,9	44	2,9	44	3,4	47	2,6	42	2,9	44	2,9	44
48	2,6	42	3,1	46	3,4	48	2,1	38	2,1	38	3,3	47	2,8	44	3,8	51	3,1	46	3,6	49	2,8	44
49	3,1	46	3,6	50	3,8	51	2,6	42	2,6	42	3,8	51	2,8	44	4,3	54	3,1	46	4,1	53	2,3	40
50	2,3	41	2,6	43	4,3	55	3,0	46	2,5	43	4,3	55	4,0	53	2,3	41	3,0	47	2,0	39	2,8	45
51	2,8	45	3,0	47	3,0	47	4,0	53	2,5	43	2,3	41	2,0	39	2,8	45	2,8	45	2,5	43	2,3	41
52	2,0	39	3,5	51	3,5	51	2,0	39	2,5	44	2,7	45	2,5	43	2,7	45	3,2	49	2,5	43	2,7	45
53	2,5	44	2,5	44	4,0	54	2,5	43	2,2	42	3,0	47	2,5	44	2,7	45	3,7	53	3,0	47	4,0	54
54	3,0	48	3,0	48	2,0	40	3,0	48	2,7	46	3,4	51	2,4	44	2,9	48	4,2	56	2,9	48	1,9	39
55	2,2	42	3,4	52	2,4	44	3,9	55	2,7	46	3,9	55	2,4	44	3,4	52	2,2	42	1,9	39	2,4	44
56	2,7	46	2,4	44	3,7	54	4,4	59	2,7	46	4,4	59	3,6	54	3,9	55	2,6	46	2,6	46	2,4	44
57	3,1	51	2,9	49	4,1	58	2,4	44	2,6	47	2,4	44	4,1	57	4,4	59	2,6	47	3,1	50	2,4	44
58	2,4	45	3,4	52	2,1	42	2,9	49	2,4	45	2,9	49	2,1	42	2,3	45	1,8	39	3,6	54	2,3	44
59	2,8	49	2,3	45	2,6	47	3,8	56	2,8	49	3,1	55	2,6	47	2,8	49	2,3	45	4,1	58	1,8	40
60	3,3	53	2,8	49	3,1	52	4,3	60	2,8	50	3,6	55	2,6	47	2,8	49	2,8	49	2,0	43	2,3	45

γ. Tabelle über den Bedarf an Rundholz zu bestimmten Mengen von Brettern und Bohlen.

Mitt. Drchm. d. Rundholz. incl. Rinde	Bei Stärke der Bretter und Bohlen 2,0 cm	2,5 cm	3,0 cm	3,5 cm	4,0 cm	5,0 cm	6,0 cm	7,0 cm	8,0 cm	9,0 cm	10 cm	Mitt. Drchm. d. Rundholz. incl. Rinde	Bei Stärke der Bretter und Bohlen 2,0 cm	2,5 cm	3,0 cm	3,5 cm	4,0 cm	5,0 cm	6,0 cm	7,0 cm	8,0 cm	9,0 cm	10 cm
	erford. 1 qm ders. an Rundholz-Länge m												erford. 1 qm ders. an Rundholz-Länge m										
cm	cm	cm	cm	cm	cm	m	m	m	m	m	m	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	m
31	42	52	68	83	91	1,06	1,39	1,69	2,50	3,22	3,45	46	18	22	27	32	37	44	56	65	75	87	1,00
32	39	48	63	76	86	0,99	1,30	1,56	2,22	2,76	3,00	47	17	21	25	30	35	42	53	61	70	82	0,94
33	37	45	58	71	81	0,92	1,20	1,45	2,00	2,40	2,60	48	17	20	24	29	34	40	50	58	67	77	0,89
34	35	43	54	66	75	0,86	1,14	1,33	1,82	2,10	2,27	49	16	19	23	28	32	38	48	55	64	73	0,85
35	33	40	50	61	69	0,81	1,06	1,25	1,64	1,96	2,08	50	15	19	22	27	31	36	45	52	60	70	0,81
36	31	38	47	57	65	0,75	1,00	1,16	1,51	1,78	1,92	51	15	18	21	25	30	35	43	50	57	67	0,77
37	29	36	44	54	61	0,71	0,93	1,10	1,39	1,61	1,78	52	14	17	21	24	28	34	41	48	54	64	0,74
38	27	34	41	50	57	0,67	0,88	1,03	1,28	1,49	1,67	53	13	17	20	23	27	32	40	46	52	61	0,71
39	26	32	38	47	54	0,63	0,83	0,97	1,15	1,37	1,54	54	13	16	19	22	26	31	38	44	50	58	0,68
40	24	30	36	44	50	0,60	0,78	0,92	1,09	1,28	1,45	55	12	15	18	21	25	30	37	42	48	56	0,65
41	23	29	34	42	47	0,56	0,74	0,86	1,02	1,18	1,35	56	12	15	18	21	24	29	35	40	46	54	0,63
42	22	27	33	40	45	0,54	0,70	0,81	0,96	1,11	1,26	57	12	14	17	20	23	27	34	39	45	49	0,61
43	21	26	31	38	43	0,51	0,66	0,77	0,89	1,03	1,19	58	11	14	17	19	22	26	32	37	43	48	0,58
44	20	24	30	36	41	0,49	0,62	0,72	0,84	0,97	1,12	59	11	13	16	18	21	26	31	36	41	46	0,56
45	19	23	28	34	39	0,46	0,59	0,68	0,79	0,92	1,06	60	11	13	16	18	21	25	30	35	40	44	0,54

7. Verschiedene Metall-Gegenstände für Bauzwecke.*)

a. Neue deutsche Lehre für Draht, Blech und Bandeisen.

Der Eisendraht kommt gegenwärtig im Handel in 42 verschiedenen Sorten vor. Dieselben basiren auf Normal-Dimensionen, welche in einer Versammlung deutscher Fabrikanten zu Hagen am 11. Dezember 1873 als „neue deutsche Drahtlehre“ angenommen worden sind. Die neue Draht- und Blechlehre — welche auch für Nägel und Drahtstifte Gültigkeit besitzt, ist nach den Vorschlägen des Wiener Mechanikers W. Kraft gebildet, welche in Folgendem wörtlich mitgetheilt sind. (Das Binden des Drahtes geschieht je nach seiner Stärke in Bunden von 2, 5, 10, 25 u. 50 ^{kg}.)

1. Jede Nummer muss eine bestimmte Dicke bezeichnen, die von jedermann mit entsprechenden Instrumenten leicht und sicher gemessen werden kann.

2. Damit der Vergleich mit Tabellen entfällt, hat die Nummer gleichzeitig die Anzahl Maass-Einheiten — welche die Dicke enthält — auszudrücken.

3. Die Intervalle zwischen den einzelnen Nummern haben eine reguläre Zu- und Abnahme zu zeigen; die neue Lehre selbst aber soll dem Konsumenten die nöthige Auswahl beim wirklichen Gebrauch gestatten, ohne dem Produzenten die Aufbringung eines wohl assortirten Lagers übermässig zu erschweren.

4. Diese allgemeine Lehre soll für spezielle Bedürfnisse die gleiche Sprache und Bezeichnung gestatten und auf metrisches Maass basirt sein. — Für grössere Drähte und Bleche sind die Abstufungen der Dimensionen nach Zehntel-Millimeter als Einheiten, für feinere nach Hundertel-Millimeter unter möglichster Beibehaltung der bisherigen Handels-Usancen durchgeführt. —

Die neue Lehre hat 42 Nummern, wovon die gröberen 30 in Abstufungen von 0,6 bis 0,1 ^{mm} Differenz sich theilen, während die feineren 0,05, 0,03 u. 0,02 ^{mm} Differenz zeigen.

Für die Bezeichnung ist die Bruchform gewählt, so dass der Zähler die Anzahl der $^1/_{10}$ Millimeter, der Nenner die Anzahl der $^1/_{100}$ Millimeter angiebt. No. $^3/_1$ heisst deshalb: ein Draht oder Blech von 0,3 + 0,01 ^{mm} = 0,31 ^{mm} Durchmesser, bezw. Dicke und wird gelesen: No. Drei-Eins.

Neben der neuen Lehre sind vielfach noch die bisherigen in Gebrauch, mehre englische, französische, die Dillinger Lehre und andere.

Neue deutsche Lehre	Dicke in mm	Neue deutsch. Lehre	Dicke in mm	Neue deutsch. Lehre	Dicke in mm	Neue deutsch. Lehre	Dicke in mm	Neue deutsch. Lehre	Dicke in mm	Neue deutsch. Lehre	Dicke in mm
100	10	60	6,0	31	3,1	14	1,4	7	0,7	$^3/_4$	0,34
94	9,4	55	5,5	28	2,8	13	1,3	6	0,6	$^3/_1$	0,31
88	8,8	50	5,0	25	2,5	12	1,2	$^5/_5$	0,55	$^2/_8$	0,28
82	8,2	46	4,6	22	2,2	11	1,1	5	0,5	$^2/_6$	0,26
76	7,6	42	4,2	20	2,0	10	1,0	$^4/_5$	0,45	$^2/_4$	0,24
70	7,0	38	3,8	18	1,8	9	0,9	4	0,4	$^2/_2$	0,22
65	6,5	34	3,4	16	1,6	8	0,8	$^3/_7$	0,37	2	0,2

b. Eisen-, Messing- u. Kupferdraht.

α. Verzinkter Eisendraht.

No.	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16	18	20	22	25	28	31	34	38	42	50
^{m} Länge auf 1 ^{kg} . . .	500	400	324	252	216	176	140	120	100	88	68	52	44	36	28	22	16	14	12	10	7

β. Messing- und Kupferdraht.

No. d. deutsch. Lehre	$^1/_4$	5	7	10	12	14	16	18	20	22	25	28	31	100
Dicke in ^{mm}	0,14	0,5	0,7	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,5	2,8	3,1	10
Gewicht pro 1000 ^{m} { Messing .	0,133	1,685	3,303	6,740	9,706	13,21	17,25	21,84	26,96	32,66	42,13	52,84	64,39	670
Gewicht pro 1000 ^{m} { Kupfer .	0,137	1,742	3,415	6,970	10,04	13,66	17,84	22,58	27,88	33,74	43,56	55,55	66,98	697

c. Schmiedenägel und Drahtstifte.

Dieselben werden in Packeten nach dem Gewicht, unter gleichzeitiger ungefährer Angabe der Stückzahl verkauft. Die Länge wird in Millimetern, die Dicke in den Nummern der neuen deutschen Lehre angegeben.

*) Vergl. hierzu auch den Abschnitt: „Eisen und Stahl als Konstruktions-Materialien“, Band II., wo insbesondere die Profileisen ausführlicher behandelt sind.

Man unterscheidet von den geschmiedeten Nägeln:

Bezeichnung	Länge cm	Gewicht pr. 1000 Stück kg	Bezeichnung	Länge cm	Gewicht pr. 1000 Stück kg
a. Schiffsnägel (Mühlennägel, Sparrennägel) 120—300 mm lang, 10–20 mm dick.			d. Ganze Brettnägel	6,5	4
			e. Halbe desgl.	5	2,5
			f. Ganze Schlossnägel	4	1,4
b. Bodennägel u. zw.:			g. Halbe desgl.	2,7	0,8
extra starke	11,5	13	h. Rohrnägel	2,7	1
doppelte	10	9,3	i. Verz. eiserne Schiefernägel	4	2,25
einfache	9	6,8	k. Eiserne Schiefernägel . . .	3	1,5
c. Lattennägel	8	5	l. Pliesternägel	3	0,9

d. Gewicht von Schraubenbolzen (nach Redtenbacher).

Bolzendurchm. mm	Gewicht von Mutter und Bolzenkopf kg		Gewicht von 1 cm Bolzenlänge kg	Bolzendurchm. mm	Gewicht von Mutter und Bolzenkopf kg		Gewicht v. 1 cm Bolzenlänge kg
	Quadrat-Bolzenkopf □	Runder Bolzenkopf ○			Quadrat-Bolzenkopf □	Runder Bolzenkopf ○	
10	0,0538	0,0494	0,0061	26	0,5360	0,4946	0,0413
11	0,0722	0,0674	0,0074	27	0,5974	0,5484	0,0458
12	0,0924	0,0896	0,0088	28	0,6692	0,6130	0,0479
13	0,1136	0,1046	0,0103	29	0,7586	0,6884	0,0512
14	0,1364	0,1260	0,0119	30	0,8762	0,8073	0,0550
15	0,1590	0,1480	0,0137	31	0,9500	0,8800	0,0588
16	0,1822	0,1690	0,0156	32	1,045	0,9620	0,0626
17	0,2082	0,1928	0,0176	33	1,138	1,049	0,0666
18	0,2360	0,2178	0,0198	34	1,239	1,140	0,0707
19	0,2658	0,2450	0,0220	35	1,342	1,230	0,0749
20	0,2972	0,2732	0,0244	36	1,452	1,330	0,0793
21	0,3284	0,3036	0,0269	37	1,552	1,435	0,0837
22	0,3620	0,3350	0,0296	38	1,674	1,540	0,0883
23	0,4000	0,3700	0,0324	39	1,809	1,658	0,0930
24	0,4420	0,4080	0,0351	40	1,939	1,786	0,0978
25	0,4850	0,4500	0,0382				

e. Gewicht von Quadrat- und Rundeisen.

d Stärke resp. Durchmesser in mm, *G*□ = Gewicht des Quadrateisens, *G*○ = Gewicht des Rundeisens pro m in kg.

d	*G*□	*G*○	*d*	*G*□	*G*○	*d*	*G*□	*G*○	*d*	*G*□	*G*○	*d*	*G*□	*G*○	*d*	*G*□	*G*○
5	0,20	0,15	17	2,25	1,77	29	6,56	5,15	40	12,48	9,80	51	20,29	15,93	62	29,98	23,55
6	0,28	0,22	18	2,53	1,99	30	7,02	5,51	41	13,11	10,30	52	21,09	16,57	63	30,99	24,31
7	0,38	0,30	19	2,82	2,21	31	7,50	5,89	42	13,76	10,81	53	21,91	17,21	64	31,95	25,09
8	0,50	0,39	20	3,12	2,45	32	7,99	6,27	43	14,42	11,33	54	22,75	17,86	65	32,96	25,88
9	0,63	0,50	21	3,44	2,70	33	8,49	6,67	44	15,10	11,86	55	23,60	18,53	66	33,98	26,69
10	0,78	0,61	22	3,78	2,97	34	9,02	7,08	45	15,80	12,41	56	24,46	19,21	67	35,01	27,50
11	0,94	0,74	23	4,13	3,24	35	9,56	7,50	46	16,51	12,96	57	25,34	19,90	68	36,07	28,33
12	1,12	0,88	24	4,49	3,53	36	10,11	7,94	47	17,23	13,53	58	26,24	20,61	69	37,14	29,17
13	1,32	1,04	25	4,88	3,83	37	10,68	8,39	48	17,97	14,12	59	27,15	21,33	70	38,22	30,02
14	1,53	1,20	26	5,27	4,14	38	11,26	8,85	49	18,73	14,71	60	28,10	22,05	71	39,32	30,88
15	1,76	1,38	27	5,69	4,47	39	11,86	9,32	50	19,50	15,32	61	29,02	22,80	72	40,44	31,76
16	2,00	1,57	28	6,12	4,80												

f. Handelsformate von Eisen- und Stahlblechen.

Eisenbleche werden als Schwarzbleche oder verzinnt als Weissbleche oder verzinkt — als verzinkte Eisenbleche — abgegeben.

α. Schwarzbleche.

Nach rheinischer Skala													
Nummer	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Dicke in mm	5,50	5,00	4,50	4,25	4,00	3,75	3,50	3,25	3,00	2,75	2,50	2,25	2,00
Gewicht pro 1 qm in kg (annähernd)	44	40	36	34	32	30	28	26	24	22	20	18	16
Nummer	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Dicke in mm	1,75	1,50	1,37	1,25	1,12	1,00	0,87	0,75	0,62	0,56	0,50	0,44	0,37
Gewicht pro 1 qm in kg (annähernd)	14	12	11	10	9	8	7	6	5	4,5	4	3,5	3

Nachstehende angegebene Formate dieser Bleche sind mit einem Spielraum von 50 mm in der Länge und 150 mm in der Breite üblich:

für Nummer 1—14: 1300 × 2600 mm	für Nummer 22 und 23: 1000 × 2000 mm
„ „ 15 und 16: 1250 × 2500 „	„ „ 24: 800 × 2000 „
„ „ 17—19: 1100 × 2200 „	„ „ 25 und 26: 800 × 1600 „
„ „ 20 und 21: 1000 × 2300 „	

Bleche dieser Skala von 800 mm und geringerer Breite werden bis zu folgenden Maximal-Längen geliefert:

No. 1—6: bis 4500 mm	No. 9: bis 3500 mm	No. 17—19: bis 2500 mm
„ 7 u. 8: „ 4000 „	„ 10—16: „ 3000 „	

Nach westfälischer Skala.

Dicke mm	0,26	0,52	0,78	1,05	1,31	1,57—2,09	2,35—2,88	3,14
Max. Grösse m	0,52×1,10	0,63×1,40	0,94×1,90	0,94×2,00	0,94×2,50	1,10×2,20	1,10×2,20	1,10×2,20
Gew. pro qm	2,02	4,05	6,06	8,17	10,12	12,2—16,3	18,3—22,4	24,4
Dicke mm	3,40—3,92	4,19—4,71						
Max. Grösse m	1,15×2,30	1,10×2,50						
Gew. pro qm	26,5—30,5	32,6—36,7						

Dachbleche.

Nummer	25½	25	24	23	22	21	20
Stärke mm	0,4	0,438	0,5	0,562	0,665	0,75	0,875

Schwache Bleche werden nach „Bunden" à 50 kg, welche eine entsprechend wechselnde Anzahl von Tafeln enthalten, gehandelt.

β. Weissbleche

Einfach- (Klein-) Format (das sogen. J. C. Format von 264 mm Breite und 379 mm Länge; Doppel-Format von 528 mm Breite und 379 mm Länge; Hochfolio-Format von 264 mm Breite und 758 mm Länge; Vierfach-Format von 528 mm Breite und 758 mm Länge. Als aussergewöhnliche Formate kommen vor: 0,45 × 1,3 m; 0,65 × 1,30 m; 0,915 × 2,13 m und 0,45 × 3,00 m. Die Stärke des Weissblechs variirt von 0,16—1,15 mm Die Verpackung erfolgt in Kisten, welche von 14 bis 2,25 qm Blech in der entsprechenden Anzahl von Tafeln enthalten.

γ. Wellbleche (schwarz und verzinkt).

Es ist hier abgesehen von den sogen. „Träger-Wellblechen", welche dadurch charakterisirt sind, dass bei ihnen die Wellenhöhe grösser als die Wellenbreite ist, während bei den gewöhnlichen Wellblechen das umgekehrte Verhältniss des Profils der Wellung stattfindet. Die am häufigsten vorkommenden Profile sind:

Wellen- Breite mm	Wellen- Höhe mm	Dicke mm	Gewicht pro qm bei 1 mm Dicke kg	Wellen- Breite mm	Wellen- Höhe mm	Dicke mm	Gewicht pro qm bei 1 mm Dicke kg	Wellen- Breite mm	Wellen- Höhe mm	Dicke mm	Gewicht pro qm bei 1 mm Dicke kg
40	12	0,6—1,0	11	150	45	0,75—1,50	11,00	154	45	1,0—2,0	9,0
75	25	0,75—1,50	10,5	100	30	0,56—1,5	10,0	180	60	0,81	10,0
85	27	0,8—1,5	9,5	122	29	0,8—1,75	8,8	„	70	„	11,0
100	25	0,75—1,50	9,8	137	30	„	9,1	„	50	„	9,5
135	30	„	9,9	150	36—40	0,87—2,25	9,1	200	80	0,70	11,0
150	40	„	10,5	„	50	„	9,1	230	75	3—5	10,0

δ. Stahlbleche.

Deutsche: 0,5—1 mm stk. in Grössen bis 0,80 × 1,80 m, | 1,0—1,5 mm stk. in Grösssen bis 1,00 × 2,00 m
1,5—3,0 mm „ „ „ „ 1,20 × 2,20 m, | 3,0—4,0 mm „ „ „ „ 1,30 × 3,00 m

Englische kommen in Stärken von 0,14—7,62 mm in 36 Nummern vor und in den Grössen von: 0,46 × 1,525 m; 0,51 × 1,675 m und 0,61 × 1,83 m.

g. Gewichtstabelle über Band- und Stangen-Eisen.

d Stärke, *b* Breite in mm.

b \ *d* =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	20
	Gewicht in kg pro m.																
25	0,20	0,39	0,59	0,78	0,98	1,17	1,37	1,56	1,76	1,95	2,15	2,34	2,54	2,73	2,93	3,12	3,90
30	0,23	0,47	0,70	0,94	1,17	1,40	1,64	1,87	2,11	2,34	2,57	2,81	3,04	3,28	3,51	3,74	4,68
35	0,27	0,55	0,82	1,09	1,37	1,64	1,91	2,18	2,46	2,73	3,00	3,28	3,55	3,82	4,10	4,37	5,46

d =	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	18	20
40	1,25	1,56	1,87	2,18	2,50	2,81	3,12	3,43	3,74	4,37	4,99	5,62	6,24
45	1,40	1,76	2,11	2,46	2,81	3,16	3,51	3,86	4,21	4,91	5,62	6,32	7,02
50	1,56	1,95	2,34	2,73	3,12	3,51	3,90	4,29	4,68	5,46	6,24	7,02	7,80
55	1,72	2,15	2,57	3,00	3,43	3,86	4,29	4,72	5,15	6,01	6,86	7,72	8,58
60	1,87	2,34	2,81	3,28	3,74	4,21	4,68	5,15	5,62	6,55	7,49	9,42	9,36
65	2,03	2,54	3,04	3,55	4,06	4,56	5,07	5,58	6,08	7,10	8,11	9,13	10,14
70	2,18	2,73	3,28	3,82	4,37	4,91	5,46	6,01	6,55	7,64	8,74	9,83	10,92
75	2,34	2,93	3,51	4,10	4,68	5,27	5,85	6,44	7,02	8,19	9,36	10,53	11,70
80	2,50	3,12	3,74	4,37	4,99	5,62	6,24	6,86	7,49	8,74	9,98	11,23	12,48
85	2,65	3,32	3,98	4,64	5,30	5,97	6,63	7,29	7,96	9,28	10,61	11,93	13,26
90	2,81	3,51	4,21	4,91	5,62	6,32	7,02	7,72	8,42	9,83	11,23	12,64	14,04
95	2,96	3,71	4,45	5,19	5,93	6,67	7,41	8,15	8,89	10,37	11,86	13,34	14,82
100	3,12	3,90	4,68	5,46	6,24	7,02	7,80	8,58	9,36	10,92	12,48	14,04	15,60
105	3,28	4,10	4,91	5,73	6,55	7,37	8,19	9,01	9,83	11,47	13,10	14,74	16,38
110	3,43	4,29	5,15	6,01	6,86	7,72	8,58	9,44	10,36	12,01	13,73	15,44	17,16
115	3,59	4,49	5,38	6,28	7,18	8,07	8,97	9,87	10,77	12,56	14,35	16,15	17,94
120	3,74	4,68	5,62	6,55	7,49	8,42	9,36	10,30	11,23	13,10	14,98	16,85	18,72
125	3,90	4,88	5,85	6,83	7,80	8,78	9,75	10,73	11,70	13,65	15,60	17,55	19,50

d = 4		5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	18	20
150	4,68	5,85	7,02	8,19	9,36	10,53	11,70	12,87	14,04	16,38	18,72	21,06	23,40
200	6,24	7,80	9,36	10,92	12,48	14,04	15,60	17,16	18,72	21,84	24,96	28,08	31,20
250	7,80	9,75	11,70	13,65	15,60	17,55	19,50	21,45	23,40	27,30	31,20	35,10	39,00
300	9,36	11,70	14,04	16,38	18,72	21,06	23,40	25,74	28,08	32,76	37,44	42,12	46,80
350	10,92	13,65	16,38	19,11	21,84	24,57	27,30	30,03	32,76	38,22	43,68	49,14	54,60
400	12,48	15,60	18,72	21,84	24,96	28,08	31,20	34,32	37,44	43,68	49,92	56,16	62,40
450	14,04	17,55	21,06	24,57	28,08	31,59	35,10	38,61	42,12	49,14	56,16	63,18	70,20
500	15,60	19,50	23,40	27,30	31,20	35,10	39,00	42,90	46,80	54,60	62,40	70,20	78,00

h. Handelsformate für Zink-, Kupfer- und Bleibleche.

α. Glatte Zinkbleche.

No. d. Tafel.	Annähernd Stärke der Tafel in mm	Annähernd Gewicht per qm kg	Annäherndes Gewicht der Tafeln. 0,65 m × 2 m = 1,3 qm kg	0,8 m × 2 m = 1,6 qm kg	1 m × 2 m = 2 qm kg	1 m × 2,5 m = 2,5 qm kg
5	0,25	1,75	2,275	2,800	3,50	4,375
6	0,30	2,10	2,730	3,360	4,20	5,250
7	0,35	2,45	3,185	3,920	4,90	6,125
8	0,40	2,80	3,640	4,480	5,60	7,000
9	0,45	3,15	4,095	5,040	6,30	7,875
10	0,50	3,50	4,550	5,600	7,00	8,750
11	0,58	4,06	5,278	6,496	8,12	10,150
12	0,66	4,62	6,006	7,392	9,24	11,550
13	0,74	5,18	6,734	8,288	10,36	12,950
14	0,82	5,74	7,462	9,184	11,48	14,350
15	0,95	6,65	8,645	10,640	13,30	16,625
16	1,08	7,56	9,828	12,096	15,12	18,900
17	1,21	8,47	11,011	13,552	16,94	21,175
18	1,34	9,38	12,194	15,008	18,76	23,450
19	1,47	10,29	13,377	16,464	20,58	25,725
20	1,60	11,20	14,560	17,920	22,40	28,000
21	1,78	12,46	16,198	19,936	24,92	31,150
22	1,96	13,72	17,836	21,952	27,44	34,300
23	2,14	14,98	19,474	23,968	29,96	37,450
24	2,32	16,24	21,112	25,948	32,48	40,600
25	2,50	17,50	22,750	28,000	35,00	43,750
26	2,68	18,76	24,388	30,016	47,52	46,900

Stärke u. Gewicht der glatten Bleche werden gegenwärtig nach der Gewichts-Tabelle v. 1. Mai 1881 bemessen. Diese Tabelle weist 26 Nummern auf. Während in den Nummern 5—26 die Blechstärken auf den schlesischen und belgischen Werken überein stimmen, findet hinsichtlich der Nummern 1—4 eine Verschiedenheit statt; u. zwar sind die Bleche der von den belgischen Werken gewalzten Nummern 1—4 von geringerer Stärke als die von den schlesischen Werken unter gleichen Nummern gewalzten Bleche. Die Gewichts-Tabelle vom 1. Mai 1881 ist von No. 5 ab die nebenstehende.

Auf Bestellung werden Tafeln bis 1,65 m Breite und 6,6 m Länge gewalzt.

β. Zink-Wellbleche.

	b	h	G
Prof. A.	117	55	10,3
„ B.	110	32	8,6
„ C.	100	32	8,75
„ D.	60	14	7,87
„ E.	20	7	7,7

Die schlesischen Werke walzen 5 Profile von nebenstehend angegebenen Dimensionen.
b Wellenbreite (Berg + Thal); h Wellenhöhe; G Gewicht in kg pro qm bei 1 mm Blechstärke.

Der Bedarf an glattem Blech für die Einheit der mit Wellblech gedeckten Dachfläche hängt ausser von dem Wellenprofil und der Grösse der glatten Tafeln auch von der Richtung ab, in welcher die Wellung des glatten Bleches ausgeführt wird. Als Beispiele hierzu dienen die Angaben der folgenden Tabelle:

Grösse der glatten Tafel m	Gewellt nach Profil	Giebt Grösse der Wellblech-Tafel m	100 qm glattes Blech geben Wellblech qm	decken Dachfläche qm
1,65 × 3,0	A.	1,12 × 3,0	68	58
1,60 × 3,0	B.	1,30 × 3,0	82	74
1,00 × 3,0	C.	0,80 × 3,0	80	71
1,50 × 3,0	D.	1,50 × 2,67	89	82
1,65 × 3,0	E.	1,65 × 2,68	90	80

γ. Kupferbleche.

Dieselben werden bei 0,3 mm Stärke (2,5 kg pro qm schwer) bis 1,25 m, bei 0,6 mm Stärke bis 1,50 m und bei 1,8 mm und mehr Stärke 1,75 m breit geliefert. Die Länge der Tafeln ist bis zu einer ziemlich weit liegenden Grenze beliebig bestimmbar.

δ. Bleibleche.

Folgende Skala ist im Gebrauch:

No.	Maximal-Breite m	Maximal-Länge m	Dicke mm	Gewicht pro qm kg	No.	Maximal-Breite m	Maximal-Länge m	Dicke mm	Gewicht pro qm kg	No.	Maximal-Breite m	Maximal-Länge m	Dicke mm	Gewicht pro qm kg
1	2,35—2,45	10	10	115	7	2,35—2,45	10	4,5	52,0	13	2,0—2,25	10	2,0	23,0
2			9	103,5	8			4,0	46,0	14	1,5—2,0	8	1,75	20,0
3			8	92,0	9	2,3—2,4	10	3,5	40,0	15		„	1,50	17,0
4			7	80,5	10			3,0	34,5	16	1,0—1,3	„	1,375	15,5
5			6	69,0	11			2,5	29,0	17		„	1,75	14,0
6			5	57,5	12	2,0—2,25	10	2,25	26,0	18		„	1,0	11,5

i. Gewichts-Tabelle über Bleche und Platten verschiedener Metalle.

Dicke in mm	1 qm wiegt kg: Schmiedeisen	Gusseisen	Gussstahl	Kupfer	Messing	Zink	Blei	Dicke in mm	1 qm wiegt kg: Schmiedeisen	Gusseisen	Gussstahl	Kupfer	Messing	Zink	Blei
1	7,78	7,25	7,87	8,90	8,55	6,90	11,4	11	85,58	79,75	86,57	97,90	94,05	75,90	125,4
2	15,56	14,50	15,74	17,80	17,10	13,80	22,8	12	93,36	87,00	94.44	106,80	102,60	82,80	136,8
3	23,34	21,75	23,61	26,70	25,65	20,70	34,2	13	101,14	94,25	102,31	115,70	111,15	89,70	148,2
4	31,12	29,00	31,48	35,60	34,20	27,60	45,6	14	108,92	101,50	110,18	124,60	119,70	96,60	159,6
5	38,90	36,25	39,35	44,50	42,75	34,50	57,0	15	116,70	108,75	118,05	133,50	128,25	103,50	171,0
6	46,68	43,50	47,22	53,40	51,30	41,40	68,4	16	124,48	116,00	125,92	142,40	136,80	110.40	182,4
7	54,46	50,75	55,09	62,30	59,85	48,30	79,8	17	132,26	123,25	133,79	151,30	145,35	117,30	193,8
8	62,24	58,00	62,96	71,20	68,40	55,20	91,2	18	140,04	130,50	141,66	160,20	153,90	124,20	205,2
9	70,02	65,25	70,83	80,10	76,95	62,10	102,6	19	147,82	137,75	149,53	169,10	162,45	131,10	216,6
10	77,80	72,50	78,70	89,00	85,50	69,00	114,0	20	155,60	145,00	157,40	178,00	171,00	138,00	228,00

k. Rohre.

a. Gusseiserne Normal-Flanschen und Muffenrohre

gemeinschaftlich aufgestellt von dem Vereine Dtsch. Ingen. und dem Verein der Gas- u. Wasserfachmänner Deutschlands.*)

Flanschenrohre: Lichte Welte mm	Wanddicke f. 6—7 Atm. mm	Flansch- ○ mm	Flansch- Dicke mm	Schrauben Zahl	Schrauben Durchm. mm	Baulänge m	Gewicht pro Rohr kg	Gewicht pro Flansch kg	Gewicht pr. 1 m Baulänge kg	Muffenrohre: Lichte Welte mm	Wanddicke f. 6—7 Atm. mm	Baulänge m	der Muffe innre Weite mm	der Muffe Tiefe mm	Gewicht in kg pro 1 m Rohr excl. Muffe	der Muffe	pro 1 m Baulänge incl. Muffe
40	8	150	18	4	13	2	21,4	2	11,7	40	8	2	69	74	8,75	2,00	10
50	8	160	18	4	15,5	2	25,5	2,2	13,9	50	8	2	81	77	10,58	2,6	12
60	8,5	175	19	4	15,5	2	32	2,7	17,4	60	8,5	3	91	80	13,26	3,15	14,5
70	8,5	185	19	4	15,5	2	36,2	2,9	19,6	70	8,5	3	101	82	15,195	3,7	16,5
80	9	200	20	4	15,5	3	61,7	3,5	21,8	80	9	3	112	83	18,25	4,32	20
90	9	215	20	4	15,5	3	68,8	4	24,3	90	9	3	122	86	20,30	5,00	22
100	9	230	20	4	19	3	76	4,4	26,8	100	9	3	133	88	22,32	5,80	24,5
125	10	260	21	4	19	3	98	5,6	34,6	125	10	3	158	91	28,94	7,34	32
150	10	290	22	6	19	3	122	6,9	43,0	150	10	3	185	94	36,45	8,90	39
175	10,5	320	22	6	19	3	149	8	52,4	175	10,5	3	211	97	44,38	10,61	48
200	11	350	23	6	19	3	178	9,6	62,6	200	11	3	238	99	52,91	12,33	57
225	11,5	370	23	6	19	3	206	9,9	72,0	225	11,5	3	264	100	61,96	14,32	67
250	12	400	24	8	19	3	238	11,6	83,2	250	12	3	291	101	71,61	16,32	77
275	12,5	425	25	8	19	3	273	12,9	95,3	275	12,5	3	317	102	82,30	19,12	89
300	13	450	25	8	19	3	306	13,7	106,6	300	13	3	343	104	93,00	21,93	100
325	13,5	490	26	10	22,5	3	343	17,2	120,1	325	13,5	3	368	105	102,87	24,91	111
350	14	520	26	10	22,5	3	376	18,9	131,7	350	14	3	394	106	112,75	27,90	122
375	14	550	27	10	22,5	3	415	21,5	145,5	375	14	3	421	107	124,04	30,00	134
400	14,5	575	27	10	22,5	3	456	22,6	159,6	400	14,5	3	448	109	136,85	34,09	148
425	14,5	600	28	12	22,5	3	484	24,5	169,5	425	14,5	3	473	110	145,16	37,27	158
450	15	630	28	12	22,5	3	539	26,5	188,5	450	15	3	499	111	162,00	40,45	176
475	15,5	655	29	12	22,5	3	582	28,6	203,6	475	15,5	3	525	112	174,84	44,09	190
500	16	680	30	12	22,5	3	624	30,7	218,3	500	16	3	551	114	187,68	47,74	204
550	16,5	740	33	14	26	3	723	39	254,0	550	16,5	3	603	116	214,97	55,33	234
600	17	790	33	16	26	3	813	42	185,0	600	17	3	655	119	243,28	63,52	265
650	18	840	33	18	26	3	916	43	320,0	650	18	3	707	122	276,60	73,47	301
700	19	900	33	18	26	3	1034	50	361,0	700	19	3	759	125	311,27	84,63	340
750	20	950	33	20	26	3	1148	53	400,0	750	20	3	812	127	347,96	94,40	380
800	21	1020	36	20	29,5	3	1297	68	455,0	800	21	3	866	129	387,10	104,64	422
900	22,5	1120	36	22	29,5	3	1567	74	547,0	900	22,5	3	968	134	472,81	135,94	518
1000	24	1220	36	24	29,5	3	1872	96	656,0	1000	24	3	1074	140	560,00	168,47	616

*) Vergl. Journal f. Gasbeleuchtung ect. 1875, S. 66, 548. Zeitschr. d. Ver. dtsch. Ing. 1875. S. 153.

Anstatt der Baulängen nach vorstehender Tabelle haben die grösseren Werke folgende adoptirt: 2,00 m für 40—60 mm Weite; 3,00 m für 70—100 mm; 3,25 m für 125 bis 250 oder 275 mm und 4,00 m von 250—1200 mm oder 300—1200 mm Lichtweite.

β. Patentgeschweisste schmiedeiserne Rohre.

Aeusser. Durchm. mm	Gewichte pro m in kg bei der Wandstärke von mm. 2	2¼	2½	2¾	3	3¼	3½	3¾	4	4¼	4½	4¾	5	5½	6	6½	7	7½	8
38	1,80	1,97	2,17	2,37	2,57	2,76	2,95	3,14	3,32	3,50	3,68	3,86	4,03	4,37	—	—	—	—	—
41,5	—	—	2,40	2,61	2,83	3,05	3,26	3,47	3,67	3,88	4,08	4,28	4,47	4,85	5,21	—	—	—	—
44,5	—	—	2,60	2,80	3,05	3,28	3,51	3,75	3,96	4,18	4,40	4,62	4,84	5,24	5,65	—	—	—	—
47,5	—	—	2,75	3,01	3,26	3,52	3,77	4,02	4,26	4,50	4,73	4,97	5,20	5,65	6,09	—	—	—	—
51	—	—	—	3,25	3,53	3,80	4,07	4,33	4,60	4,86	5,12	5,37	5,63	6,13	—	—	—	—	—
54	—	—	—	3,45	3,74	4,03	4,32	4,60	4,89	5,17	5,45	5,72	5,99	6,52	—	—	—	—	—
57	—	—	—	3,65	3,95	4,26	4,57	4,87	5,18	5,47	5,77	6,08	6,35	6,92	—	—	—	—	—
60	—	—	—	—	4,20	4,50	4,83	5,15	5,47	5,78	6,10	6,41	6,72	7,33	7,92	—	—	—	—
63,5	—	—	—	—	4,45	4,79	5,13	5,48	5,82	6,16	6,49	6,82	7,14	7,79	8,42	9,05	9,66	10,26	10,85
70	—	—	—	—	4,90	5,30	5,69	6,07	6,45	6,82	7,20	7,57	7,94	8,67	9,39	10,09	10,78	11,46	12,12
76	—	—	—	—	5,35	5,76	6,19	6,61	7,04	7,44	7,85	8,25	8,64	9,44	10,26	11,04	11,80	12,55	13,29
83	—	—	—	—	—	—	6,80	7,28	7,74	8,20	8,66	9,11	9,56	10,44	11,29	12,17	13,02	13,86	14,68
89	—	—	—	—	—	—	7,32	7,81	8,31	8,80	9,29	9,78	10,27	11,22	12,17	13,11	14,03	14,49	15,84
95	—	—	—	—	—	—	7,83	8,36	8,90	9,43	9,95	10,48	11,0	12,03	13,05	14,06	15,06	16,04	17,01

Die Röhren werden bis 150 mm ausnahmsweise auch bis 300 mm äussern Durchmesser fabrizirt.

γ. Schmiedeiserne Rohre für Druckwasser- und Gasleitungen.

Im Handel in Längen von etwa 4 m vorräthig mit verschiedenen Wandstärken; sollen aber für vorliegende Zwecke nicht kleinere als folgende Gewichte haben.

Lichte Weite mm	6,5	10	13	16	19	25,5	32	38	51	76
Aeusserer Durchmesser mm .	14	17	21,2	23,5	27,0	33,5	42,5	48,5	60	88
Gewicht pro m in kg	0,6	0,9	1,2	1,6	1,77	2,6	3,7	4,6	6,3	11,3

δ. Bleirohre für Druckwasser-Leitungen.

Das von den Wasserwerken vorgeschriebene Gewicht wechselt in weiten Grenzen; nebenstehende Angaben sind der Praxis entlehnt:

Lichte Weite m; .	13	20	25
Gewicht pro m; kg	1,7—2,75	3,25—4,5	4,8—6,75

Eingehendere Angaben enthält folgende Tabelle:

Lichte Weite mm	Wand-stäcke mm	Gewicht pro m kg	Lichte Weite mm	Wand-stärke mm	Gewicht pro m kg	Lichte Weite mm	Wand-stärke mm	Gewicht pro m kg	Lichte Weite mm	Wand-stärke mm	Gewicht pro m kg	Lichte Weite mm	Wand-stärke mm	Gewicht pro m kg
9	2,5	1,25	15	2.5	1,30	18	2,0	1,75	24	3	3,25	30	4,5	5,75
9	3,5	1,50	15	3,0	2,13	18	4,5	3,75	25	4	4.00	32	4,5	6,50
13	3,5	2,00	15	4	2,50	20	2	1,75	27	4	4,5	36	5,5	8,25

ε. Zinn-Blei-Rohre (Mantelrohre) für Druckwasser-Leitungen.

Lichte Weite mm	Gewicht pro m kg	Lichte Weite mm	Gewicht pro m kg	Lichte Weite mm	Gewicht pro m kg
13	1,5—2,0	25	3,25-4,75	35	5,75
15	1,75—2,5	30	4,75—7,0	38	7,50
20	2,5—4,5	33	5,25	52	9,75

ζ. Bleirohre für druckfreie Leitungen (Abfluss-Leitungen etc.).

Lichte Weite mm	Gewicht pro m kg	Lichte Weite mm	Gewicht pro m kg	Lichte Weite mm	Gewicht pro m kg
6	0,43	10	0,66	35	3,50
7	0,52	15	1,10	40	5,0
8	0,38	20	1,70	55	9,0
9	0,53	25	2,05	72	13,5

η. Gusseiserne Muffenrohre für druckfreie Leitungen.

Lichte Weite mm	Gewicht pro m kg	Lichte Weite mm	Gewicht pro m kg	Lichte Weite mm	Gewicht pro m kg
65	8,5	125	17,5	200	30,2
100	12,1	150	19,1	—	—

Schmiedeiserne Rohre für druck freie Leitungen (2 mm Wandstärke).

Lichte Weite mm	Gewicht pro m kg	Lichte Weite mm	Gewicht pro m kg	Lichte Weite mm	Gewicht pro m kg
5	0,34	15	0,83	30	1,56
8	0,49	20	1,08	40	2,05
10	0,59	25	1,32	50	2,54

ϑ. **Gezogene Kupferrohre** werden mit Lichtweiten von 10—200 mm und Wandstärken von 1—5 mm hergestellt. Einige Angaben in der nebenstehenden Tabelle.

	Gew. b. 1 mm Wandst. pro m kg		Gew. b. 1 mm Wandst. pro m kg		Gew. b. 2 mm Wandst. pro m kg
10	0,305	40	1,139	70	4,083
20	0,583	50	1,417	80	4,550
30	0,861	60	1,695	100	5,671

ι. **Gezogene Messingrohre** kommen in Lichtweiten von 25—120 mm vor, bei Wandstärken von 1—5 mm. Einige Angaben in nebenstehender Tabelle.

25	0,719	40	1,134	60	2,993
30	0,857	45	1,272	80	3,961
35	0,995	50	1,410	100	5,129

I. Drahtseile und Ketten.

α. Drahtseile.

Bezeichnungen: d Seildurchm.; δ Drahtdurchm.; a Anzahl der Drähte; q Querschn. flacher Seile; alle Maasse ^{mm}; G Gewicht pro ^{m}; P zu hebende (Brutto) Last; beide Maasse in ^{kg}.

Runde Drahtseile aus der Fabrik von Felten & Guilleaume in Cöln.

d	a	δ	G	Q für Eisen	Q für Gussstahl	d	a	δ	G	Q für Eisen	Q für Gussstahl	d	a	δ	G	Q für Eisen	Q für Gussstahl
7	24	0,9	0,15	850	1800	17	36	1,8	0,85	5000	11000	33	96	2,2	3,40	20000	44000
9	36	0,9	0,22	1300	2700	18	42	1,8	1,00	5800	12800	35	114	2,2	4,10	24000	52000
10	42	0,9	0,26	1500	3200	19	36	2,0	1,10	6200	13600	37	96	2,5	4,50	26000	57000
11	49	0,9	0,30	1700	3700	21	42	2,0	1,25	7200	15800	40	114	2,5	5,35	31000	67000
12	36	1,2	0,40	2200	4900	23	49	2,0	1,50	8400	18500	45	133	2,5	6,25	36000	78000
13	42	1,2	0,45	2600	5700	25	56	2,0	1,80	10200	21100	50	133	2,8	7,70	45000	98000
14	36	1,4	0,50	3100	6700	27	96	1,8	2,30	13400	29300	55	133	3,1	9,30	55000	121000
15	36	1,6	0,70	4000	8700	30	96	2,0	2,80	16600	36000	60	133	3,4	11,20	66000	145000
16	42	1,6	0,80	4600	10100												

Flache Seile aus derselben Fabrik.

q	a	δ	G	Q für Eisen	Q für Gussstahl	q	a	δ	G	Q für Eisen	Q für Gussstahl	q	a	δ	G	Q für Eisen	Q für Gussstahl
35 . 8	120	0,9	0,80	4200	9100	60 . 14	120	1,6	2,40	13300	28900	105 . 22	196	2,0	6,00	34000	74000
37 . 9	144	0,9	0,95	5000	10900	65 . 16	144	1,6	2,85	16000	34700	120 . 22	224	2,0	7,00	39000	85000
40 . 10	168	0,9	1,10	5900	12800	68 . 16	120	1,8	3,00	17000	37000	135 . 25	256	2,0	8,20	44000	97000
45 . 11	120	1,2	1,35	7400	16300	75 . 18	120	2,0	3,70	21000	45000	150 . 28	288	2,0	9,20	50000	109000
50 . 12	144	1,2	1,65	8900	19600	80 . 20	144	2,0	4,50	25000	54000	170 . 30	320	2,0	10,30	55000	121000
55 . 13	168	1,2	1,90	10400	22900	90 . 22	168	2,0	5,25	29000	63000	190 . 33	320	2,2	12,50	67000	146000

Kabelseile aus derselben Fabrik.

d	Eisendraht				Gussstahldraht				d	Eisendraht				Gussstahldraht			
	a	δ	G	Q	a	δ	G	Q		a	δ	G	Q	a	δ	G	Q
26	80	1,8	2,0	8000	80	1,8	2,0	24000	50	245	2,0	7,4	30000	180	2,0	6,2	63000
30	80	2,0	2,4	10000	80	2,0	2,4	29000	57	294	2,0	8,8	37000	216	2,0	7,5	81000
35	96	2,0	3,0	12000	96	2,0	3,0	36000	65	343	2,0	11,0	43000	252	2,0	9,0	95000
40	120	2,0	4,0	15000	120	2,0	4,0	45000	70	294	2,5	13,7	58000	294	2,0	11,1	111000
45	168	2,0	5,2	21000	144	2,0	4,8	54000	80	343	2,5	17,0	67000	343	2,0	13,2	130000

β. Ketten.

d Durchm. des Ketteneisens in ^{mm}; P Tragfähigkeit; G Gewicht pro ^{m} in ^{kg}.

Tabelle über **offene** Ketten aus der Fabrik von Bechem & Keetmann in Duisburg.

d	P	G	d	P	G	d	P	G	d	P	G	d	P	G
6,5	450	0,94	13	1750	3,77	20	3875	8,30	26	6875	15,7	40	15500	31,5
8	625	1,57	15	2250	4,87	21	4500	9,40	30	8750	19,6	43	18000	38,5
10	1000	2,00	16	2560	6,28	23	5250	11,00	33	10750	23,5	46	21000	50
11,5	1250	2,50	18	3250	7,00	24,5	6125	14,13	36	13125	27,5	49	23750	60

8. Hanfseile.

d Durchm. runder, b u. $\triangle$ Breite bezw. Dicke flacher Seile; alle Angaben in ^{mm}; G Gewicht pro ^{m}; P grösste zulässige und Q Bruch-Belastung in ^{kg}.

Hanfseile aus der Fabrik von Felten & Guilleaume in Cöln.

Runde, Seile ungetheert.						Kabelseile, getheert.						Flache Seile, getheert.							
d	G	$P=1/8\,Q$	d	G	$P=1/8\,Q$	d	G	$P=1/8\,Q$	d	G	$P=1/8\,Q$	b	$\triangle$	G	Q	b	$\triangle$	G	Q
16	0,21	200	33	0,80	900	46	1,65	2250	78	4,80	6200	92	23	2,35	13500	157	36	6,24	37000
20	0,32	300	36	0,96	1000	52	2,13	3000	85	5,60	7200	105	26	3,04	18000	183	36	7,20	43000
23	0,37	400	39	1,06	1250	59	2,67	3600	92	6,40	8700	118	26	3,36	20000	183	39	7,84	47000
26	0,53	500	46	1,55	1500	65	3,70	4500	98	7,46	10000	130	29	4,26	25000	200	44	9,25	57000
29	0,54	750	52	2,30	2000	72	4,00	5000	105	8,53	12500	130	33	4,80	28000	250	46	12,10	76000

9. Transport-Mengen auf Landwegen und Chausseen.

Die Leistung eines 2spännig. Fuhrwerks wenn 10 Arbeitsstunden pro Tag nicht über schritten werden, beträgt:	Auf ungepflast. Wegen	Auf chaussirten Strassen
Netto-Gewicht der Ladung	500—1000 kg	1500—2000 kg
Dieses Gewicht entspricht etwa folgenden Mengen:		
Bruch-, Schnitt- und Kalksteine, Lehm	0,25—0,50 cbm	0,75—1,0 cbm
Ziegelsteine	150—300 Stück	450—600 Stück
Gebrannter Kalk	0,5—1,0 cbm	1,5—2,0 cbm
Trockner Sand und Schutt	0,35—0,75 „	1,0—1,5 „
Feuchte Erde etc.	0,3—0,6 „	0,9—1,2 „
Pflastersteine	0,25—0,5 „	0,8—1,0 „
Steinschotter	0,30—0,60 „	0,9—1,2 „
Laubholz	1,2 „	1,8—2,4 „
Nadelholz	0,85—1,50 „	2,5—3,0 „

10. Bedarf an Maurer-, Dachdecker- und Ofensetzer-Materialien.

a. Bruchsteine (Kalksteine, Sandsteine etc.).

1 cbm volles Fundament-, Plinthen- oder aufgehendes Mauerwerk erfordert 1,25—1,35 cbm regelmässig aufgesetzte Steine und 330 l Mörtel + 5% Verlust am Mörtel.

b. Ziegelsteine.

Ein Ziegel des Normalformats hat 1950 cbm Inhalt. Bei Lagerfugen von 12 mm und Stossfugen von 10 mm Stärke ergeben sich 13 Schichten auf das stgd. Meter, sowie folgende Mauerstärken:

1 Stein stark = 25 cm	2½ Stein stark = 64 mm	4 Stein stark = 102 cm
1½ „ „ = 38 „	3 „ „ = 77 „	4½ „ „ = 116 „
2 „ „ = 51 „	3½ „ „ = 90 „	5 „ „ = 129 „

Der Bruch beträgt bei gutem Ziegelmaterial meist 1⅔ Proz.; in Anschlägen pflegt man bei gutem Material 3%, bei geringerem 5—8% zu rechnen. — Für den Mörtel desgl. 3—5% Verlust.

Es erfordern:	Ziegel Stck.	Liter Mörtel zum Mauern	glatten Wandputz a. 1 Seite 1,5 cm stark	glatten Wandputz a. 1 Seite 2,0 cm stark
1 cbm volles Ziegelmauerwerk	400	280	—	—
1 „ desgl. mit gewöhnlichen Oeffnungen durchbrochen	300	220	—	—
1000 Ziegel zu vermauern in Wänden / desgl. desgl. in Schornsteinen sammt innerem Putz / desgl. desgl. in Gewölben	—	550	—	—
1 qm ½ Stein starke Ziegelmauer	50	35	17	20
1 „ 1 „ „ desgl.	100	70	Façaden mit	
1 „ 1½ „ „ desgl.	150	105	Quaderfugen.	
1 „ 2 „ „ desgl.	200	140	20	25
1 „ Fachwand ½ St. stark auszumauern	35	25	15 oder 13 und 2 l Gips	dazu 8 Stngl. Rohr; 4 m Draht; 40 Ngl.
1 „ desgl. „ „ zu verblenden	75	25		
1 „ desgl. auszumauern und zu verblenden	90	70		
Gewölbe.				
1 qm ½ St. starke Kappe, auch böhmisch	56	34	20	—
1 „ ½ „ „ Tonne, „	82	50	26	—
1 „ 1 „ „ „ „	165	100	—	—
1 „ elliptisch (gedrücktes) Gew., ½ St. stark	70	43	23	—
1 „ desgl., 1 St. stark	148	90	—	—
1 „ Kreuzgewölbe, Halbkreis ½ St. Kappe, 1½ St. breit, 1 Stein hohe Grate	100	70	26	—
1 „ desgl., Flachbogen, wie vor.	68	50	20	—
1 „ ¼ St. starke Gewölbe	28	37	20	—
1 „ ½ „ „ Rauchfang-Mantel, in plan. gemessen	80	100	40	—
Ziegel-Pflaster.				
1 qm Flach-Pflaster in 12 mm starkem Mörtelbett	31	17	—	—
1 „ desgl., in Sand, die Fugen vergossen		8	—	—
1 „ Hochkant-Pflaster, wie vor	56	30	0,1 cbm Sand zur Bettg. Fugen-Mörtel.	
1 „ desgl., in Sand, die Fugen vergossen		15		
1 m Rollschicht	14	10	1	
1 „ „ und Flach-Schicht (Kellertreppen-Stufen)	20	20	1,5	

Putz und Ausfugen.	Liter Mörtel
1 qm Rapputz	13
1 „ Ausfugen — Feldsteine	15
Ziegelst.	5
Fachwerk	3
1 „ Rohrdeckenputz auf Schalung 0,9 qm 20 cm br. 2 cm starke Bretter mit 2 cm Zwischenraum genagelt, 25 Nägel 6 cm lang:	
einfache Rohrung 31 Stengel Rohr; 11 m Draht; 85 einfache Rohrnägel	20 oder 17 u. 3 l Gips
doppelte Rohrung 62 Stengel Rohr; 22 m Draht; 85 einfache, 85 doppelte Rohrnägel	30 und 4 l Gips
1 „ desgl. auf Pliesterlatten; 17 m Latten 2,515 cm stark; 25 Pliesternägel (1000 Stück = 0,9 kg), 0,7 kg Heu, 0,1 kg Kälberhaare	45
1 m Voute — 8 l Gips, 140 Stengel Rohr, 40 m Draht, 210 grosse und kleine Nägel	17
1 qm „ — 8 l Gips, 140 Stengel Rohr, 40 m Draht, 210 grosse und kleine Nägel	30
1 Thür oder Fenster verputzen, je nach Grösse	30—50
10 qm Ziegel-Fussboden verstreichen	1
10 qm alten Putz aufzureiben	3
Gesimse mauern, putzen und ziehen.	
1 m 26 cm hoch, 32 cm Ausl. . . . 110 l M. \| 1 lfd. m 40 cm hoch, 50 cm Ausl.	220
1 „ 32 „ „ 37 „ „ . . . 150 l „ \| 1 „ 50 „ „ 55 „ „	240
1 qm äusserer Gesimsputz, Umfang genau gemessen	45
1 qm Putzschlämme	0,7
1 „ 1malige Kalktünche	0,6
Werkstücke versetzen.	
1 m Stufe versetzen	3
1 qm Fugenfläche bei Werkstücken in Gesimsen und Mauern	10

c. Zement.

1000 Stück Ziegelsteine in Mauerwerk von Hochbauten, schwachen Gewölben, Rollschichten etc. zu vermauern, erfordern bei der Mörtelmischung von 1 Th. Zem. u. 3 Th. Sand 2½ bis 3½ Fass Zement.

1000 Stück Ziegelsteine wie vor zu vermauern, erfordern bei der Mörtelmischung von 1 Th. Zem., 6 Th. Sand, 1 Th. Fettkalk 1¼ bis 1½ Fass Zement und 1¼ bis 1½ hl Kalkbrei.

1000 Stück Ziegelsteine in Pflasterung zu vermauern, erfordern bei der Mörtelmischung 1 Th. Zem., 2 Th. Sand, 2 bis 3 Fass Zement.

100 qm Ziegelmauerwerk mit Zementmörtel 1 Th. Zem., 1 Th. Sand zu fugen, erfordern 2 bis 3 Fass Zement.

100 qm glatter Putz auf Façaden, 1 Th. Zem., 3 Th. Sand, erfordern bei etwa 1 cm Stärke des Putzes 3½ bis 4 Fass Zement.

100 qm dito bei der Mörtelmischung 1 Th. Zem., 2 Th. Sand und gleicher Stärke wie vor 4½ bis 5½ Fass Zement.

100 qm dito bei der Mörtelmischung 1 Th. Zem., 1 Th. Sand und gleicher Stärke wie vor 5½ bis 7 Fass Zement.

d. Lehmmaterial.

	cbm	Staak-Holz Raummeter	Stroh kg	Sand cbm
10 qm Wellwand 60 cm stark	7	—	25	—
10 „ ausgestaakte Fachwand } ohne Abzug des Holzwerks	1	0,3	} 5	} 0,6
10 „ halber Windelboden } ohne Abzug des Holzwerks	1	0,4		
10 „ Einschubdecke } ohne Abzug des Holzwerks	0,1	0,3		
10 „ Lehmputz	—	—	12	—
10 „ Lehmschindeldach	0,5	1,3 m Lattenstamm.	—	—

e. Gips.

Wird meist nach Gewicht, selten nach Raummaass gehandelt, wiegt pro hl etwa 90 kg — 1 Theil Gips giebt ¾ Theile Gipsmörtel. Es erfordert 1 qm:

15 mm st. Putz auf gerohrten Wänden und Decken (als geringer Zusatz zum Kalkmörtel) . . . 1,3 l
desgl. als starker Zusatz . . . 3,0 „
berohrte Fachwerkwand; Holz 15—20 cm br. 1,3 „
desgl. Holz 7,5—10 cm br. . . . 2,0 „
glatter Façadenputz . . . 1,3 „
Façade mit leichten Fugen . . . 2 „

Façade mit laufenden Quadern . . . 3 l
desgl. mit stark. Quaderputz . . . 4 „
1 m Voute 10—15 cm br. . . . 3—3,5 „
1 m Brustgesims, 15 cm br., 7,5 cm Ausladung . . . 3,5—4,4 „
1 Fenster-Einfassung . . . 16—28 „
Fries u. Verdachung desselben . . 28—40 „
100 m Ges.-Abdeckungen . . . 17,5 „

f. Ofenbau-Material. (Vergl. die Angabe S. 12.)

Auf je 1 l. Lehm ist 0,1 l. Sand zu rechnen.

	Mauerziegel Stück	Dachziegel Stück	Lehm Liter
Kacheln etc. Zu 1 Ofen von *a* Kacheln Länge, *b* Kacheln Breite: für jede Höhenschicht 2 (*a*+*b*) — 6 gerade Kacheln und Ecken: auf jede Sockelschicht 2 gerade Kacheln mehr.			
1 Ofen 3½ Kacheln lg., 2 Kacheln br., 8—9 Kacheln hoch	30	125	430
„ 4—4½ „ „ 2½ „ „ } 9—10	40	150	560
„ 4½—5 „ „ 3 „ „ } 9—10	50	180	620
„ 5—5½ „ „ 3½ „ „ } 9—10	55	210	680
„ 5½—6½ „ „ 4 „ „ } 9—10	60	250	830
1 Koch-Plattenheerd (Pl. 80 cm im □) mit Bratofen und Heizloch, 8½ Kacheln lang, 3 Kacheln breit	200	75	750
1 Waschkessel einmauern (Kessel 76 cm Durchm.) excl. Fundament	260	—	206
1 Backofen zu 50 kg Mehl 2,5 u. 2,0 m im Lichten	3200	—	2000

Eisenschienen. Zu einem Heizofen 4 Mal die Ofenbreite in m. × 0,3 kg.
„ „ Bratofen 3 „ (0,5—0,6 m) × 0,3 kg

g. Rohr.

1 Schock Rohr hat 2 Bunde von 20 cm Durchmesser und 1,9 m Länge, und enthält 900 Stengel. Es erfordern 10 qm:

Verschalte Wand oder Decke . . . 0,35 Schock
Fachwand (pro 10 qm 17,5 lfd. m Holz gerechnet) 0,12—0,14 „

h. Draht.

1 Ring von 1,6 mm starkem Draht, hält 280 m und wiegt 4,5 kg.
1 Ring von 1,3 mm starkem Draht, hält 375 m und wiegt 3,8 kg.

Es erfordern 10 qm: Ringe	No. 23	No. 24
Geschalte Wand oder Decke zu rohren, Drähte 15 cm entfernt	0,28	0,21
desgl. Drähte 13 cm entfernt	0,32	0,25
„ „ 10 cm entfernt	0,42	0,35
Fachwand, das Holzwerk 15 cm breit	0,18	0,12

i. Nägel.

Bedarf an Rohrnägeln (ca. 2,5 cm lg.) pro 1 qm.

Geschalte Decken und Wände, incl. 16⅔ % für Bruch und Verlust; Drähte 15 cm entfernt 75 Stück
desgl. Drähte 13 cm entfernt . . . 90 „
„ „ 10 cm „ . . . 115 „
Fachwand (Holzwerk 7,5—13 cm breit) incl. Bruch . . . 27 „
„ „ 15—20 cm „ „ „ . . . 53 „

k. Dachdeckungs-Material.

Latten $^{6}/_{4}$ cm stark, 6,25—7,5 m lg. Lattnägel 9 cm lg., pro 0,9 m Latte 1 Nagel + 10% Verlust.
Pappedach. Bei Leistendach sind erforderl. pro 1 qm Dachfläche mindestens 1,05 qm Pappe, 1,10 m Deckleisten, 1,10 m Deckstreifen.
Schindeldach. Bedarf pro qm:

bei 42 cm Lattenweite 32 Schindeln, } excl. der zur doppelten Traufreihe erforderlichen.
„ 29 „ „ 60 „ }

Bedarf pro 1 m Lattenlänge 13 Schindeln 10 cm breit, 0,47 bis 0,80 lang, pr. 2 Schindeln 3 Nägel.
Rechteckige Schiefer mit 3 cm Ueberdeckung eingedeckt.

Format		Latten-weite	Bedarf pr. 10 qm Dachfläche			Format		Latten-weite	Bedarf pr. 10 qm Dachfläche		
Zoll engl.	cm	cm	Schiefer St.	Latten m	Latt-nägel.	Zoll engl.	cm	cm	Schiefer St.	Latten m	Latt-nägel.
26/16	66/41	31	80	32	34	16/8	41/20	19	275	53	58
26/15	66/38	31	88	32	34	14/12	36/31	16,5	205	60	66
24/14	61/36	29	100	35	37	14/10	36/25	16,5	255	61	66
24/12	61/31	29	115	35	37	14/8	36/20	16,5	320	61	66
22/12	56/31	26,5	125	38	41	14/7	36/18	16,5	355	61	66
22/11	56/28	26,5	140	38	41	13/10	33/25	15	2[illegible]0	67	73
20/10	51/25	24	175	42	45	13/7	33/18	15	390	67	73
18/10	46/25	21,5	190	46	50	12/8	31/20	14	375	72	78
18/9	46/23	21,5	210	46	50	12/6	31/15	14	500	72	78
16/10	41/25	19	220	53	58	11/5,5	28/14	12,5	600	80	90
16/9	41/23	19	240	53	58	10/8	25/20	10	475	100	110

Schablonen- und Schuppenschiefer.

Höhe (preuss. Zoll)	Breite (preuss. Zoll)	Höhe (cm)	Breite (cm)	Bedarf pro qm Dachfläche Stück
6eckige Schablonenschiefer				
16	10,5	42	27	25
15	10	39	26	27
14	9	37	24	30
13	8,5	34	22	35
12	8	31	21	41
11,5	7,5	30	20	45
10,5	7	27	18	54
9,5	6	25	16	73
5eckige Schablonenschiefer				
22	18	58	47	11
20	16	52	42	15
18	15	47	39	18
16	13,5	42	35	24
15	13	39	34	26

Höhe (preuss. Zoll)	Breite (preuss. Zoll)	Höhe (cm)	Breite (cm)	Bedarf pr. qm Dachfl. 2,5 cm über doppelt Stück
Schiefer in Schuppenform				
8½	4¾	22	12	100
9	5½	24	15	93
9	6	24	16	89
9½	6½	25	17	71
10	7½	26	20	50
11½	8	30	21	45
12	9	31	24	39
12½	9½	33	25	36
13	10	34	26	32
13½	10	35	26	30
14	11	27	29	27

Ziegeldach: 1 Biberschwanz 40 zu 15 cm gross. Pro 1 m Latte 6½ Stück in 4 mm starken Fugen; beim Kronendach 13 Stück; beim Falzziegeldach 5 Stück. Hierzu 5% Bruch.

Pro 1 qm Spliessdach, 19 cm weit gelattet, 35 Stück; Doppeldach, 14 cm desgl., 50 Stck.; Kronendach, 25 cm desgl., 55 Stck. An Dachspliessen erford. 1 qm Spliessdach 35 Stck.
Falzziegeldach, 31 cm weit gelattet, 16 Stck.

Dachpfannen. Es sind üblich die kleinen (holländischen) Pfannen, 24 cm lg., 24 cm br., 2 cm st., und die grossen Pfannen, 39 cm lg., 26 cm br., 1,5 cm st. Erstere decken bei 25 cm weiter Lattung ca. 18 cm in der Breite, letztere bei 30—34 cm weiter Lattung ca. 24 cm in der Breite. Es sind erforderlich, excl. 5% Bruch, auf 1 qm:

Dachdeckungen mit kleinen Pfannen: 20 Stck. Pfannen, 19 Stck. Spliessen,
„ „ grossen „ 14 „ „ 16 „ „

First- und Hohlziegel, 40 cm lg., 17 cm br., 2 cm st., überdecken sich 10 cm, so dass pro 1 m 3⅓ Stck. erforderlich sind. Pro Stück 1 grösserer Nagel; 5% Bruch.
Verstreichen der Dächer.

1000 Dachsteine böhmisch in Kalk zu legen 720 l Mörtel; mit Kalk zu verstreichen 480 l; 1000 Dachpfannen 1800 l; 100 Hohlziegel in Kalk zu legen 720 l; mit Kalk zu verstreichen 352 l; 1 m Kalkleisten an Giebeln und Schornsteinen 5 l.

Auf ca. 200 l Mörtel werden 0,5 kg Kälberhaare gerechnet.

l. Mörtel-Bedarf für verschiedene Zwecke, insbesondere des Brückenbaues.

Lfd. No.		Mörtel-Bedarf; l
1	1 cbm Bruchstein-Mauerwerk	320—350
2	„ Ziegelstein- „	225—350
3	„ Quader- „	80—100
4	„ Quader-Gewölbe	100—120
5	„ Ziegelstein-Gewölbe	240—280
6	1 qm Deckplatten-Verlegung	40—50
7	„ Fugenverstrich von Bruchstein-Mauerwerk	10—20
8	„ „ „ Quader- „	5—15
9	„ Rapputz auf Bruchstein-Mauerwerk	25—50
10	„ Heerdpflasterung aus Bruchsteinen	50—75

C. Behandlung der Zeichnungen und Projekte.

1. Maassstäbe.

Für den amtlichen Gebrauch sind in Preussen folgende Massstäbe vorgeschrieben, deren Anwendung, sofern nicht anderweite Bestimmungen entgegen stehen, allgemein empfohlen werden kann:

a. Originalkarten der preussischen Landes-Aufnahme 1 : 25 000.

b. Für geodätische Arbeiten.*)
Flächenmessungen: 1 : 2500 der wirkl. Länge. — Nivellements: Längen 1 : 5000; Höhen 1 : 200.

c. Technische Vorarbeiten zu Eisenbahn-Anlagen.**)
Generelle Vorarbeiten: Situation und Längenprofil der Bahnlinie 1 : 10 000; Höhen 1 : 500.
Spezielle Vorarbeiten: Situation u. Längen des Nivellements 1 : 2500; Höhen 1 : 250.
Aufstellung von Bahnhofs-Projekten:**) Uebersichtsplan 1 : 5000. — Plan 1 : 1000; — Detaillirung, besondere Zeichnungen 1 : 500; 1 : 200; 1 : 100.

d, Situationspläne bei hydrotechnischen Ausführungen.***) Speziell solche, die nur zur Orientirung über Strassen, Wege, Flussläufe und zur Bezeichnung der Lage der mit solchen in Verbindung stehenden Kunstbauten dienen:
auf Zeichenleinewand hergestellt 1 : 5000; auf starkem Zeichenpapier desgl. 1 : 10 000.

e. Vorarbeiten bei Landes-Meliorationen.****)
Uebersichtspläne (aus vorhandenen Karten): 1 : 10 000 bis 1 : 100 000; Spezialkarten 1 : 5000; Nivellements: Längen 1 : 5000 bis 1 : 10 000, Höhen 1 : 200 bis 1 : 100; Uebersichts-Nivellements: Längen 1 : 50 000.

f. Chaussee- u. Strassenbauten. †)
Situationspläne für Strassen-Projekte: Uebersichts-Karten 1 : 20 000 bis 1 : 200 000: Spezieller Situationsplan 1 : 5000; bei Darstellung komplizirter Verhältnisse (Durchgang durch Ortschaften, Bestimmung der Lage grösserer Brücken etc.) 1 : 500. Längenprofile: Längen im Massst. der Situation (1 : 5000); Höhen in 25 mal grösserem Massstabe (1 : 200). Querprofile im Massst. der Höhen des Längenprofils. Normalprofile der projektirten Strassen-Konstruktion 1 : 100.
Projekte zu Brücken, Futtermauern, Dienstwohnungen 1 : 100; für grössere Brücken sind kleinere Massstäbe zulässig. Details 1 : 50, 1 : 25 und 1 : 10.
Fluchtlinien- und Bebauungspläne.††)
Situationspläne 1 : 1000; zulässig auch 1 : 2500; Längenprofil im Längen-Massstab des Situationsplans; Höhen-Massstab 1 : 100.

g. Entwürfe zu Land(Hoch-)bauten.†††)
Situat.- u. Nivellem.-Zeichnungen, Längen 1 : 500; Höhen 1 : 50.
Grundrisse, Durchschnitte und Ansichten 1 : 100; Details 1 : 50, 1 : 20, 1 : 10.

Für architektonische Konkurrenzen empfehlen sich folgende Massstäbe:
Situationspläne 1 : 1000; Grundrisse sämmtlicher Geschosse 1 : 200; Ansichten und Durchschnitte 1 : 200 oder 1 : 100; Perspektiven ist ein Grundriss im Massst. 1 : 200 zu Grunde zu legen und die Bildebene durch die dem Standpunkt zunächst befindliche Ecke des Gebäudes gehend anzunehmen.

Bauzeichnungen zu Hochbau-Ausführungen: Grundrisse 1 : 100; Ansichten und Durchschnitte 1 : 50; Details 1 : 20, 1 : 10 und 1 : 5.

Eisenkonstruktionen aller Art, Maschinen-Zeichnungen etc.: Generelle Zeichnungen 1 : 100. Konstruktions-Zeichnungen, Detail-Zeichnungen 1 : 20; 1 : 10; 1 : 5; kleinere Details: Naturgrösse.

2. Konventionelle Darstellungsweisen.

a. Topographische und geometrische Karten und Pläne.

Litteratur.

Musterblätter für die topogr. Arbeiten der Kgl. preuss. Landes-Aufnahme. Berlin 1880. Mittler u. Sohn.

Bestimmungen über die Anwendung gleichmässiger Signaturen für topogr. u. geometrische Karten, Pläne u. Risse. Berlin 1880. R. v. Decker (Berichtigung hierzu im Centr.-Bl. d. Bauverwltg 1884, S. 125).

Doll; Vorlegeblätter zum Planzeichnen. Stuttgart 1873. Metzler.

Streffleur; Allgemeine Terrainlehre. Wien 1876. Seydel u. Sohn.

Die nachstehenden Angaben entsprechen den in Preussen geltenden amtlichen Vorschriften

Prinzipiell gilt: Alle Begrenzungslinien, welche sich auf den bestehenden Zustand beziehen, werden in schwarz, diejenigen, welche sich auf einen neu herzustellenden (projektirten) Zustand beziehen, in roth ausgezogen. Die Begrenzungs-Linien der Wasserläufe können in Spezialplänen blau ausgezogen werden.

*) Reglement für die öffentlich anzustellenden Feldmesser v. 2. März 1871.

**) Bestimmungen für die Aufstellung der techn. Vorarb. zu Eisenbahn-Anl. u. Normen f. d. Aufstellg. von Bahnhofs-Projekten v. 27. Mai 1873, in Zeitschr. für Bauw. 1873. S.

***) Zirkular-Verf. v. 26. Jan. 1875, in Zeitschrift f. Bauw. 1875. S. 121.

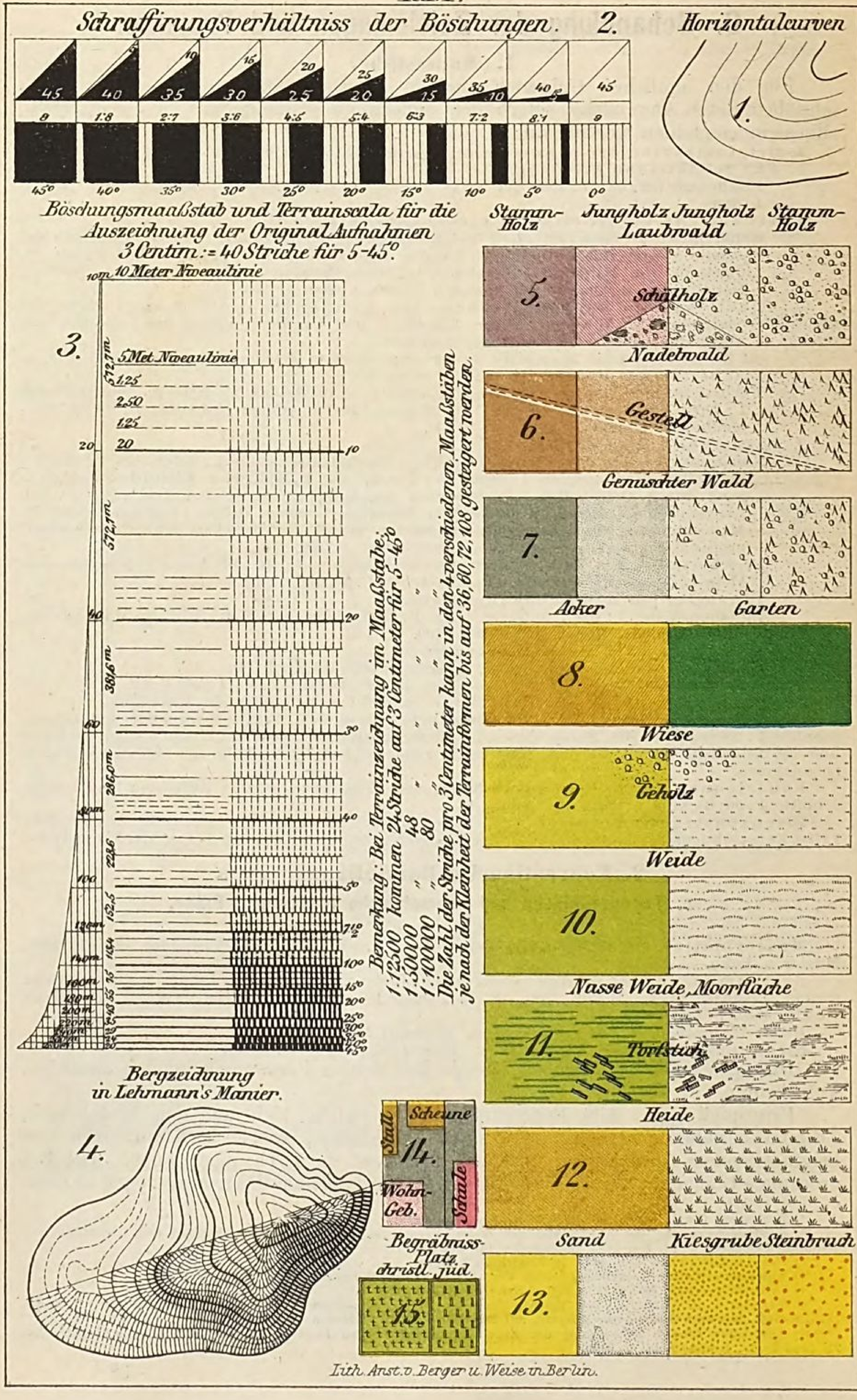
****) Anweisung für die Ausführung techn. Vorarb. bei Landes-Meliorationen v. 15. August 1872.

†) Instruktion v. 17. Mai 1871, in Zeitschr. f. Bauw. 1871, S. 421.

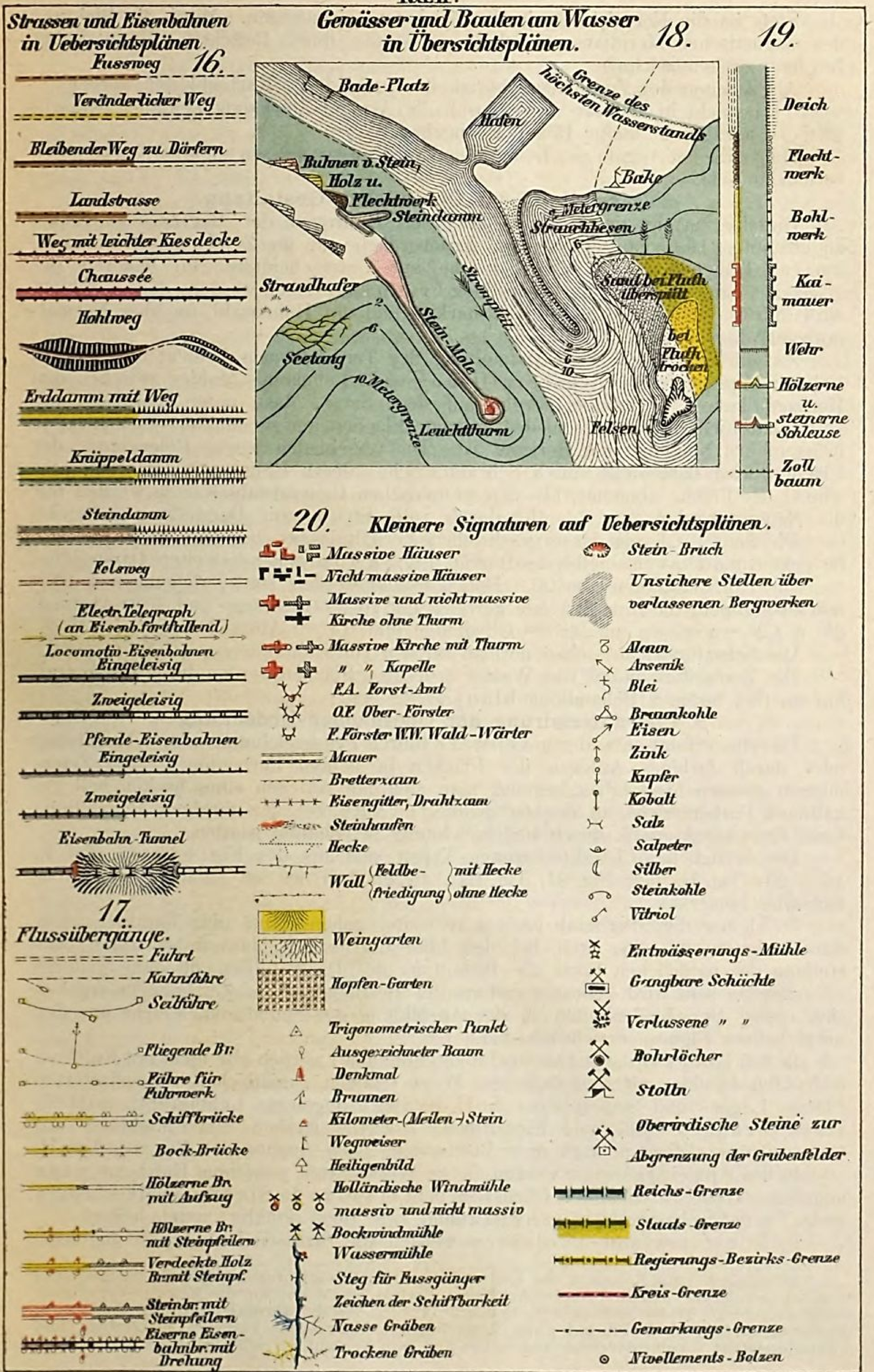
††) Vorschr. f. d. Aufstellg. von Fluchtlinien und Bebauungsplänen v. 28. März 1876. Zeitschr. f. Bauw. 1876, S. 481. Auch in besonderer Ausgabe mit Musterbl. Berlin, Ernst u. Korn,

†††) Anweisung für die Behandlung der Entwürfe zu fiskalischen Landbauten und deren Veranschlagung vom 21. Juni 1881. Berlin, Ernst u. Korn.

Taf. I.


Schraffirungsverhältniss der Böschungen.
2. Horizontalcurven
1.
45 40 35 30 25 20 15 10 5
8 1:8 2:7 3:6 4:5 5:4 6:3 7:2 8:1 9
45° 40° 35° 30° 25° 20° 15° 10° 5° 0°
Böschungsmaaßstab und Terrainscala für die Auszeichnung der Original Aufnahmen 3 Centim: = 40 Striche für 5-45°.
3.
10 Meter Niveaulinie
5 Met. Niveaulinie
Bemerkung: Bei Terrainzeichnung im Maaßstabe:
1:12500 kommen 24 Striche auf 3 Centimeter für 5-45°
1:50000 " 48 " " " "
1:100000 " 80 " " " "
Die Zahl der Striche pro 3 Centimeter kann in den 4 verschiedenen Maaßstäben je nach der Kleinheit der Terrainformen bis auf 36, 60, 72, 108 gesteigert werden.
Bergzeichnung in Lehmann's Manier.
4.
Stamm-Holz
Jungholz Jungholz Laubwald
Stamm-Holz
5.
Schälholz
Nadelwald
6.
Gestell
Gemischter Wald
7.
Acker
Garten
8.
Wiese
9.
Gehölz
Weide
10.
Nasse Weide, Moorfläche
11.
Torfstich
Heide
12.
Sand
Kiesgrube Steinbruch
13.
Stall
Scheune
14.
Wohn-Geb.
Schule
Begräbniss-Platz christl. jüd.
15.
Lith. Anst. v. Berger u. Weise in Berlin.

Taf. II.


Strassen und Eisenbahnen in Uebersichtsplänen. 16.
Fussweg
Veränderlicher Weg
Bleibender Weg zu Dörfern
Landstrasse
Weg mit leichter Kiesdecke
Chaussée
Hohlweg
Erddamm mit Weg
Knüppeldamm
Steindamm
Felsweg
Electr. Telegraph (an Eisenb. fortfallend)
Locomotiv-Eisenbahnen
Eingeleisig
Zweigeleisig
Pferde-Eisenbahnen
Eingeleisig
Zweigeleisig
Eisenbahn-Tunnel
17. Flussübergänge.
Fuhrt
Kahnfähre
Seilfähre
Fliegende Br.
Fähre für Fuhrwerk
Schiffbrücke
Bock-Brücke
Hölzerne Br. mit Aufzug
Hölzerne Br. mit Steinpfeilern
Verdeckte Holz Br. mit Steinpf.
Steinbr. mit Steinpfeilern
Eiserne Eisenbahnbr. mit Drehung
Gewässer und Bauten am Wasser in Übersichtsplänen. 18.
Bade-Platz
Hafen
Grenze des höchsten Wasserstands
Buhnen v. Stein, Holz u. Flechtwerk
Steindamm
Bake
Metergrenze
Strauchbesen
Strandhafer
Stromstrich
Sand bei Fluth überspült
Stein-Mole
Seetang
bei Fluth trocken
10 Metergrenze
Leuchtthurm
Felsen
19.
Deich
Flechtwerk
Bohlwerk
Kaimauer
Wehr
Hölzerne u. steinerne Schleuse
Zollbaum
20. Kleinere Signaturen auf Uebersichtsplänen.
Massive Häuser
Nicht massive Häuser
Massive und nicht massive Kirche ohne Thurm
Massive Kirche mit Thurm
" " Kapelle
F.A. Forst-Amt
O.F. Ober-Förster
F. Förster W.W. Wald-Wärter
Mauer
Bretterzaun
Eisengitter, Drahtzaun
Steinhaufen
Hecke
Wall (Feldbe- (friedigung) mit Hecke / ohne Hecke
Weingarten
Hopfen-Garten
Trigonometrischer Punkt
Ausgezeichneter Baum
Denkmal
Brunnen
Kilometer-(Meilen-) Stein
Wegweiser
Heiligenbild
Holländische Windmühle massiv und nicht massiv
Bockwindmühle
Wassermühle
Steg für Fussgänger
Zeichen der Schiffbarkeit
Nasse Gräben
Trockene Gräben
Stein-Bruch
Unsichere Stellen über verlassenen Bergwerken
Alaun
Arsenik
Blei
Braunkohle
Eisen
Zink
Kupfer
Kobalt
Salz
Salpeter
Silber
Steinkohle
Vitriol
Entwässerungs-Mühle
Gangbare Schächte
Verlassene " "
Bohrlöcher
Stolln
Oberirdische Steine zur Abgrenzung der Grubenfelder
Reichs-Grenze
Staats-Grenze
Regierungs-Bezirks-Grenze
Kreis-Grenze
Gemarkungs-Grenze
Nivellements-Bolzen

Stets ist die Nordrichtung in die Zeichnung einzutragen. Wird die Richtung des magnetischen Meridians gezeichnet, so ist dies durch Beischrift „Magnetischer Norden“ zu kennzeichnen.

Als Zeichen der Zusammengehörigkeit verschiedener Kartenblätter werden — sofern das nicht in anderer Weise durch die Art der Zeichnung kenntlich gemacht wird — am Rande kleine Häkchen angebracht ⌐|⌐.

Massstäbe mit Angabe des Reduktions-Verhältnisses müssen auf allen Zeichnungen vorhanden sein.

α. Darstellung der Oberflächen-Gestaltung.

Dieselbe erfolgt am einfachsten durch Eintragen der Begrenzungs-Linien äquidistanter Horizontalschnitte der Erdoberfläche in die Zeichnung (Horizontalkurven, Höhenschichten-Linien), welche zur Unterscheidung von anderen Begrenzungs-Linien bei farbiger Behandlung braun ausgezogen werden. Jede 5. Schicht wird durch eine stärkere Linie markirt und die Höhenzahl (m über Normalhorizont) dazu gesetzt (Taf. I., Fig. 1).

Zu einer anschaulicheren Darstellung der Terrainformen bedient man sich in Uebersichtsplänen der Bergschraffirung nach Lehmann's Manier zwischen den Horizontalkurven. Dieselbe beruht auf dem Satze, dass unter Voraussetzung vertikalen Lichteinfalls verschieden geneigte Flächen um so dunkler erscheinen, je grösser ihre Neigung zum Horizont ist. Die verschieden starke Beleuchtung der Flächen wird dargestellt durch Schraffirstriche, deren Breite mit dem Neigungswinkel der Fläche abnimmt. In den preussischen Generalstabs-Karten werden nur die Neigungswinkel von 5 — 45° durch volle Striche zur Darstellung gebracht.

Fig. 2 auf Taf. I. zeigt das vorgeschriebene Verhältniss zwischen dem von den Strichen bedeckten und dem weiss bleibenden Raume. Fig. 3 u. 4 das. geben die weitere Darstellung.

Die Horizontalkurven in 20 m Höhenabstand werden stark, diejenigen à 10 m fein ausgezogen, die Kurven à 5 m gerissen mit 10 mm Gliedlänge und 1 mm Abstand, die à 1,25 m gerissen mit 0,8 mm Gliedlänge und 0,4 mm Abstand.

Die Schraffirstriche stehen normal auf den Horizontalkurven.

Die Terrainformen der vom Wasser bedeckten Flächen werden durch Horizontalkurven (bei farbiger Behandlung blau) angegeben.

β. Charakterisirung der Oberflächen-Bedeckung.

Dieselbe erfolgt entweder in schwarz (durch Federzeichnung oder Schraffirung) oder durch farbiges Anlegen der Flächen in lichten Farbentönen. Bei Zeichnungen grossen Massstabes begnügt man sich mit Anlegen eines breiten hell gehaltenen Farbenstrichs an der Grenzlinie.*) Auch bei der farbigen Behandlung kann die Charakteristik durch Federzeichnung beibehalten werden.

Die bezüglichen Charakterisirungs-Typen sind aus den Fig. 5 bis 15, Taf. I., 16 — 20, Taf. II. und Fig. 21, Taf. III., zu ersehen; es sei zu denselben Nachfolgendes bemerkt:

Je kleiner der Maassstab ist, um so weiter gehend muss die Charakterisirung durch Signaturen sein, weil bei den Plänen grösseren Maassstabes durch Darstellung der natürlichen Form die Bedeutung des Dargestellten oft ohne weiteres zu erkennen sein wird. Hieraus und aus der Bestimmung der Zeichnungen ergeben sich einige Verschiedenheiten in der Ausbildung der Signaturen, welche aus den mitgetheilten Figuren ersichtlich sind.

In den Uebersichtsplänen (Landesaufnahme) werden alle nicht mit Kulturen bedeckten Flächen mit Ausnahme der Wege (Haiden, Sandflächen, ungepflasterten Plätze, Lager- und Stapelplätze) hell orange angelegt, Lehmgruben mittelstark orange; Sand- und Kiesgruben, trockene Gräben und Flussbetten mit Gummigutt., Wege je nach ihrer Bestimmung nach Angabe der Fig. 16, Taf. II.

In den Spezialplänen werden die zu Wohnstätten gehörigen Hofräume grau angelegt. Wege, Eisenbahnen, Chausseen licht in Terra de Sienna, die Böschungen grün, mit Abschattirung in schwarz und zwar oben dunkler, unten heller.

In Kunststrassen-Projekten werden die Strassen blassroth angelegt.

*) Sämmtliche zum Koloriren der Karten der preuss. Landesaufnahme und für geometrische und topographische Arbeiten vorgeschriebenen Farben, sowie die für die Kataster-Verwaltung vorgeschriebenen Tinten in blau, roth und grün werden von der Firma G. Bormann Nachfolger, Berlin C., Brüderstrasse 39, unter der Bezeichnung „Generalstabs-Farben“, „Planfarben“ und „Katastertinten“ vorschriftsgemäss angefertigt und zum Verkauf vorräthig gehalten.

Wald wird, wenn eine Charakteristik der einzelnen Bestände nicht stattfindet, grau angelegt, sonst nach Maassgabe der Figuren.

In den Karten der Landesaufnahme werden massive Bauwerke zinnoberroth angelegt, nicht massive mit gummigutt. — In den Spezialplänen werden Wohngebäude karmin hell, öffentliche Gebäude karmin mittelstark, andere Gebäude braun angelegt. — In Situationen für Projekte (Fluchtlinienpläne etc.) werden bestehende Gebäude in den charakterisirenden Farben stumpf gehalten oder grau, die projektirten Bauwerke in helleren Farben angelegt.

Wasser wird preussisch blau angelegt, fliessendes Wasser erhält stärkere, stagnirendes Wasser schwächere Lavirung; in den hydrographischen Karten pflegt man die Fläche zwischen den Horizontalkurven verschieden stark anzulegen, und zwar um so dunkler, je grösser die Tiefe ist. Der Stromstrich wird mit blauen strich-punktirten Linien, die Stromrinne mit blauen gestrichelten Linien angegeben. Die Begrenzungslinie des Wasserstandes wird für Mittelwasser oder für den speziellen Wasserstand der Aufnahme eingetragen. — Unterirdische Wasserläufe (Drainröhren) werden punktirt (event. in blau), die Nivellements-Linien (in Eisenbahn- und Chausseeprojekten die Bahn- etc. Mitte) werden inkräftigen zinnoberrothen Linien ausgezogen, die Stationirungspunkte mit kleinen zinnoberrothen Kreisen, die Kilometer-Theilungen mit konzentrischen Doppelkreisen versehen. In hydrographischen Plänen werden Marken, Pegel und Fixpunkte roth angegeben; die Lage der Querprofile wird mit zinnoberrothen Linien bezeichnet.

Die Vermessungslinien werden in karmin punktirt.

γ. **Nivellements - Zeichnungen.** (Hierzu die Fig. 22 und 23, Taf. III.)

Die Höhenangaben müssen, so weit dies zu ermöglichen ist, auf den Normalhorizont (N. N.) bezogen werden. Falls dies nicht zu ermöglichen ist, gilt die Bedingung, dass die Angaben in positiven Zahlen erscheinen. In der Zeichnung kann die Horizontale, wenn dieselbe nicht einheitlich durchführbar ist, gehoben eingetragen werden; dies muss aber stets um volle 10 ^{m} oder ein Vielfaches davon geschehen.

Die Nivellements-Linie des Längenprofils (Strassen- oder Eisenbahnaxe) wird von dem Anschlusspunkt in Stationen von 100 ^{m} und Zwischenstationen von 50 ^{m} Länge getheilt. Die Hauptstationen erhalten für das ganze Nivellement fortlaufende Nummern, die Zwischenstationen keine Nummern. Die Ordinaten der Zwischenstationen werden mit schwächeren Linien ausgezogen. Die Stationirung läuft in der Zeichnung stets von links nach rechts.

Die Horizontale, die Terrainlinien und die Ordinaten der letzteren werden schwarz, die Wasserstandslinien und betr. Ordinaten blau angegeben. Höchster, niedrigster und event. mittlerer Wasserstand sind einzutragen. Die projektirten Höhenlagen von Strassen etc. und deren Ordinaten werden zinnoberroth ausgezogen.

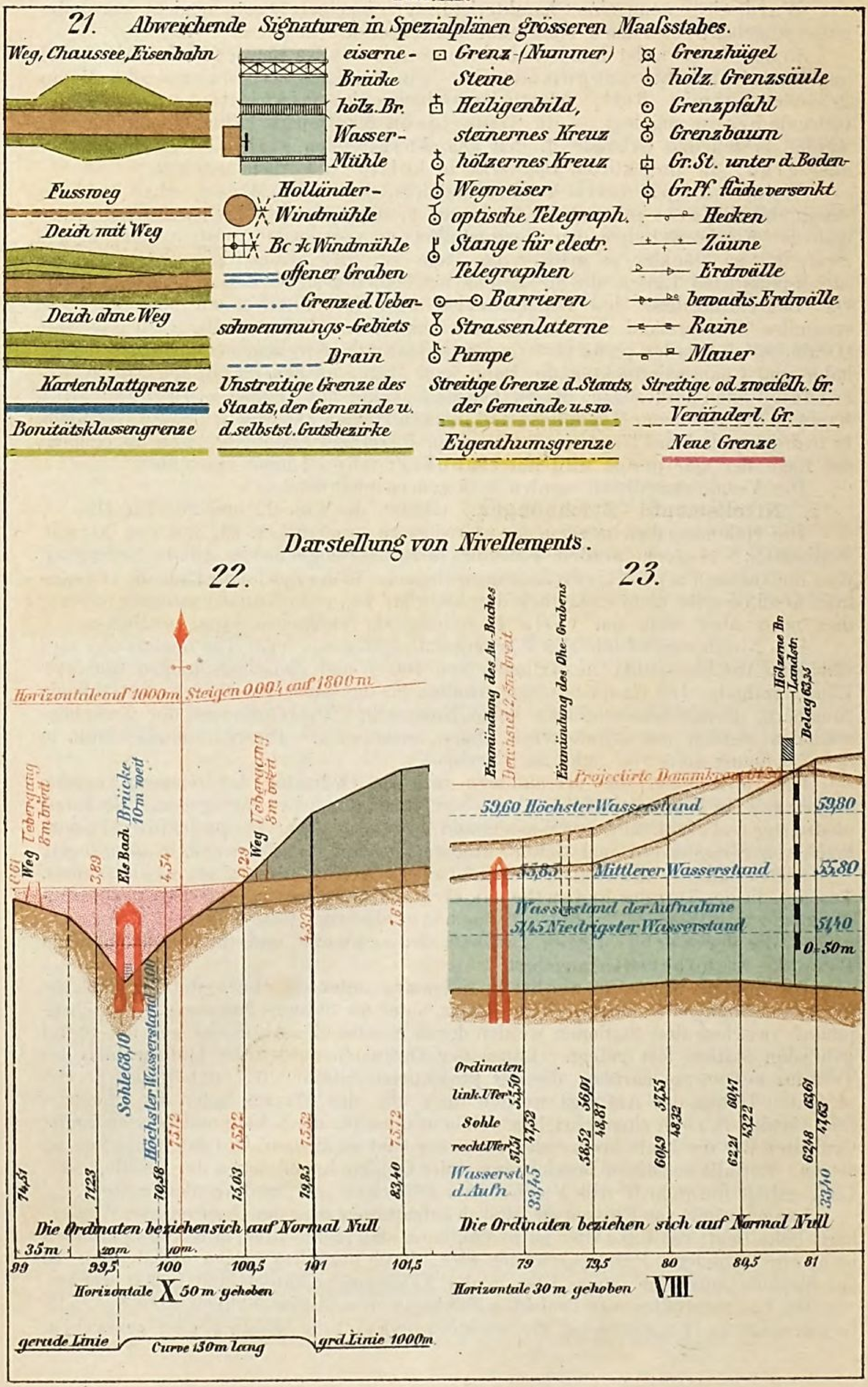
Die Profilfläche des Auftrags wird blassroth, die des Abtrags grau (chines. Tusche), die des Terrains braun (Sepia), event. mit weiterer Charakteristik der Bodenarten, die des Wassers bis Spiegelhöhe blau, die von Moor und Torf schwarzgrün, die der vorhandenen Brücken etc. schwarz und die der projektirten Bauwerke zinnoberroth angelegt.

Die Stations-Nummern werden in schwarz unter die Horizontale gesetzt, die Kilometer-Angaben in römischen Ziffern unter die Stations-Nummern. Zwischenpunkte zwischen den Stationen werden durch Angabe des Abstandes von der vorauf gehenden Station fest gelegt. Längs der Ordinaten werden die Höhenzahlen des Terrains schwarz, darüber die der projektirten Strasse etc. roth gesetzt. Die absoluten Höhen des Auftrags werden über, die des Abtrags unter der Planumslinie vertikal in roth eingeschrieben. Höhenzahlen für die Sohlen und Wasserstands-Ordinaten der die Linie kreuzenden Gewässer sind an die betr. Ordinaten in blau zu setzen. Für alle sonstigen Bezeichnungen der Objekte in und neben der Nivellements-Linie erhält die Schrift die Farbe des Objekts und wird vertikal gestellt.

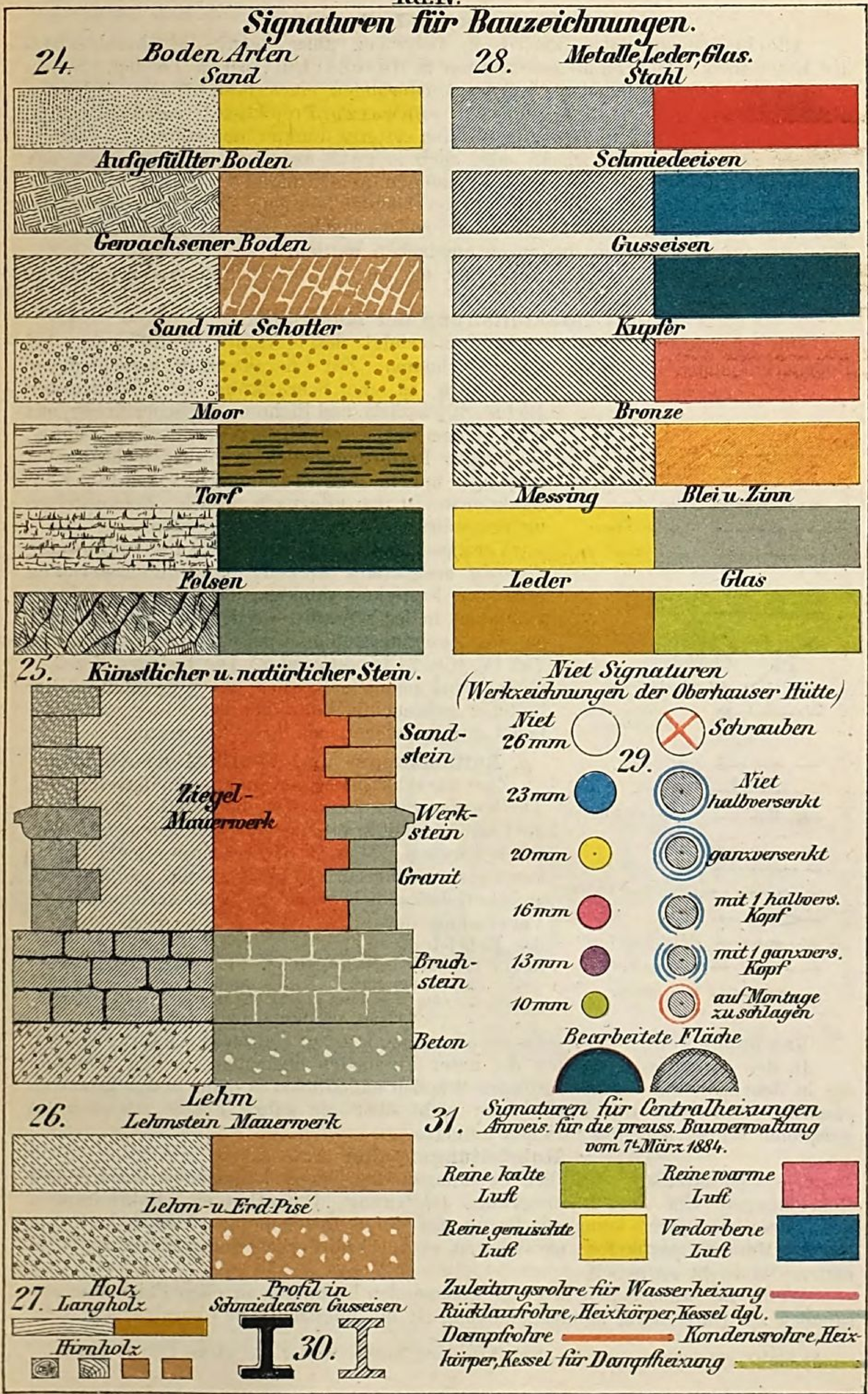
Längenprofile von Flüssen etc. sind so aufzutragen, dass der Ursprung des Wasserlaufs links liegt; das linke Ufer ist in Volllinien, das rechte Ufer, falls von demselben nicht ein besonderes Profil gezeichnet wird, durch punktirte Linien anzudeuten. In Querprofilen muss das rechte Ufer in der Zeichnung rechter Hand gelegt werden.

Bei Längenprofilen von Projekten für Strassen und Eisenbahnen wird die linke Grabensohle voll ausgezogen, die rechte punktirt in blauen Linien angegeben.

Taf. III.


21. Abweichende Signaturen in Spezialplänen grösseren Maafsstabes.
Weg, Chaussee, Eisenbahn
eiserne-Brücke
hölz. Br.
Wasser-Mühle
Grenz-(Nummer) Steine
Heiligenbild, steinernes Kreuz
hölzernes Kreuz
Wegweiser
optische Telegraph.
Stange für electr. Telegraphen
Barrieren
Strassenlaterne
Pumpe
Grenzhügel
hölz. Grenzsäule
Grenzpfahl
Grenzbaum
Gr.St. unter d. Boden-
Gr.Pf. fläche versenkt
Hecken
Zäune
Erdwälle
bewachs. Erdwälle
Raine
Mauer
Fussweg
Holländer-Windmühle
Deich mit Weg
Bc-k Windmühle
offener Graben
Grenze d. Ueberschwemmungs-Gebiets
Deich ohne Weg
Drain
Kartenblattgrenze
Unstreitige Grenze des Staats, der Gemeinde u. d. selbstst. Gutsbezirke
Streitige Grenze d. Staats, der Gemeinde u.s.w.
Streitige od. zweifelh. Gr.
Veränderl. Gr.
Bonitätsklassengrenze
Eigenthumsgrenze
Neue Grenze
Darstellung von Nivellements.
22.
23.
Horizontale auf 1000m Steigen 0,004 auf 1800m
Weg Uebergang 8m breit
Els Bach Brücke 10m weit
Weg Uebergang 8m breit
Sohle 68,10
Höchster Wasserstand 71,00
Einmündung des Au-Baches
Einmündung des Ohe-Grabens
Hölzerne Br. Landstr. Belag 63,35
Projectirte Dammkrone
59,60 Höchster Wasserstand
59,80
Mittlerer Wasserstand
55,80
Wasserstand der Aufnahme
51,45 Niedrigster Wasserstand
51,40
0 50m
Ordinaten link. Ufer
Sohle
recht. Ufer
Wasserst. d. Aufn.
74,51
71,23
70,58
75,03
79,85
83,40
Die Ordinaten beziehen sich auf Normal Null
35m
20m
10m
99
99,5
100
100,5
101
101,5
79
79,5
80
80,5
81
Horizontale X 50 m gehoben
Horizontale 30 m gehoben VIII
gerade Linie
Curve 130m lang
grd. Linie 1000m

Taf. IV.


Signaturen für Bauzeichnungen.
24. Boden Arten
Sand
Aufgefüllter Boden
Gewachsener Boden
Sand mit Schotter
Moor
Torf
Felsen
28. Metalle, Leder, Glas.
Stahl
Schmiedeeisen
Gusseisen
Kupfer
Bronze
Messing
Blei u. Zinn
Leder
Glas
25. Künstlicher u. natürlicher Stein.
Ziegel-Mauerwerk
Sand-stein
Werk-stein
Granit
Bruch-stein
Beton
Niet Signaturen
(Werkzeichnungen der Oberhauser Hütte)
Niet 26 mm
Schrauben
29.
23 mm
Niet halbversenkt
20 mm
ganzversenkt
16 mm
mit 1 halbvers. Kopf
13 mm
mit 1 ganzvers. Kopf
10 mm
auf Montage zu schlagen
Bearbeitete Fläche
Lehm
26. Lehmstein Mauerwerk
Lehm- u. Erd-Pisé
31. Signaturen für Centralheizungen
Anweis. für die preuss. Bauverwaltung
vom 7t. März 1884.
Reine kalte Luft
Reine warme Luft
Reine gemischte Luft
Verdorbene Luft
Zuleitungsrohre für Wasserheizung
Rücklaufrohre, Heizkörper, Kessel dgl.
Dampfrohre
Kondensrohre, Heizkörper, Kessel für Dampfheizung
27. Holz
Langholz
Hirnholz
Profil in
Schmiedeeisen Gusseisen
30.

b. Hochbauprojekts-Zeichnungen.

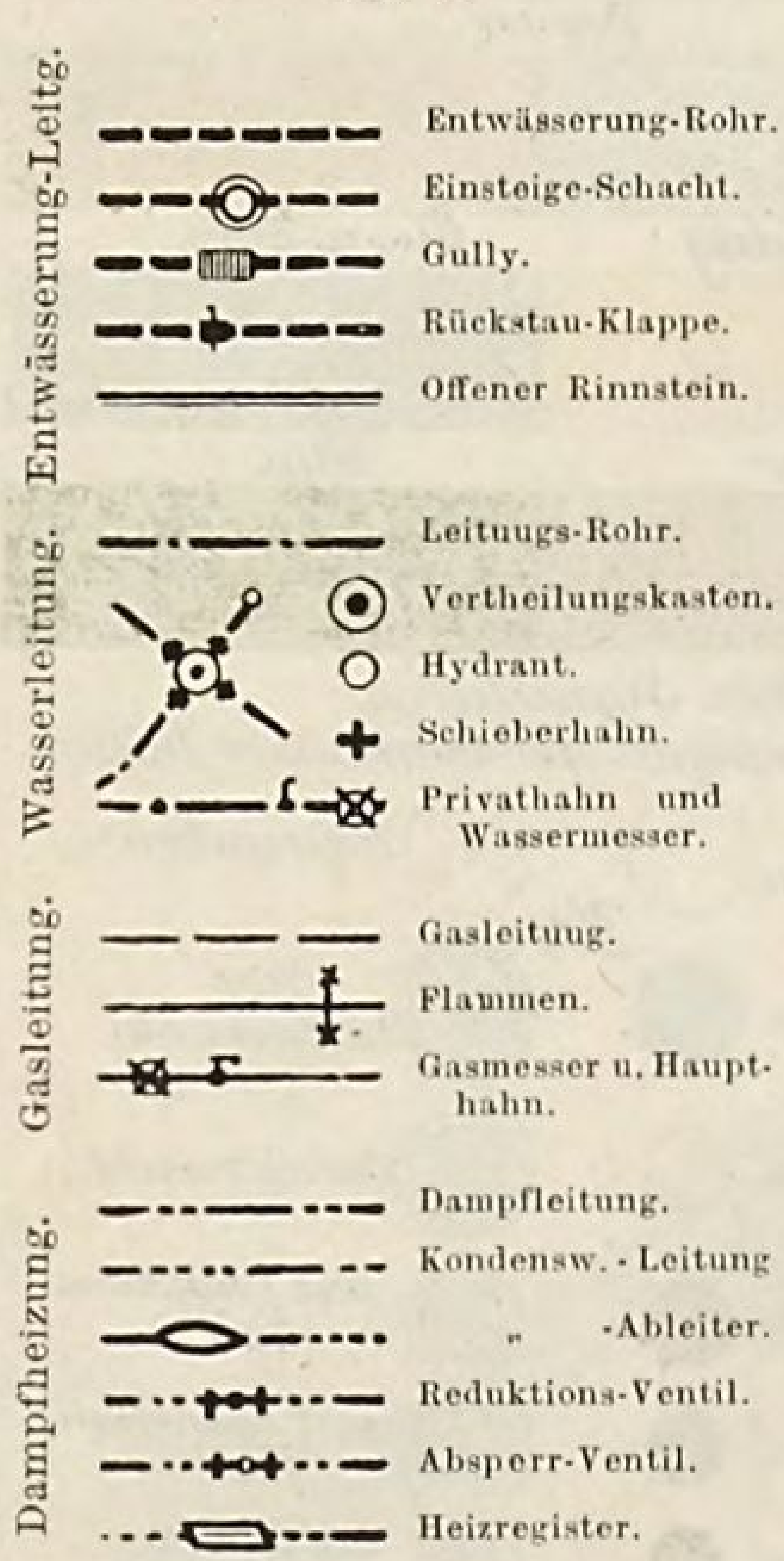
Alle Begrenzungslinien werden in schwarz ausgezogen; die Charakteristik der Materialien erfolgt im allgemeinen nur in durchschnittenen Theilen. Sofern es sich um Projekte handelt, welche Aenderungen eines bestehenden Zustandes darstellen, wird alles Bestehende in schwarz, Projektirtes zinnoberroth ausgezogen, in den durchschnittenen Theilen ersteres dunkler und stumpfer, Mauerwerk in grau (licht und frisch) oder auch in roth angelegt. Zum Anlegen der Durchschnitte sollen, um in den Zeichnungen Aenderungen eintragen zu können, nur Lasurfarben, nie deckende Farben benutzt werden. Blau und karmin ist zum Ausziehen von Begrenzungslinien zu vermeiden, da in diesen Farben Aenderungen der Revisions-Instanzen angegeben werden.

In alle Zeichnungen sind Maassstäbe mit Angabe des Reduktions-Verhältnisses einzutragen.

α. Charakterisirung der Materialien.

Die Charakterisirung in schwarz erfolgt durch Linien-Schraffirung, bei Bodenarten und Holz durch Federzeichnung. Zur Charakteristik verschiedener Materialien ist die Schraffirung in verschiedener Dichte, Strichstärke und Richtung der Schraffirung, mit gebrochenen Strichen oder Kreuzschraffirung zu wählen. Bestimmte Formen haben sich bisher nicht heraus gebildet; nur in den Zeichnungen von Eisen-Konstruktionen ist es allgemein üblich, Schmiedeisen dichter schraffirt zu halten als Gusseisen.

Fig. 9.



Von diesem Gebrauch ausgehend, kann ein „System“ derartig ausgebildet werden, dass die Materialien grösserer Festigkeit dunkler, diejenigen geringerer Festigkeit heller schraffirt werden. In diesem Sinne ist die Zusammenstellung der Charakteristiken auf Taf. IV. Fig. 24 bis 30 erfolgt. Die farbigen Bezeichnungen sind ziemlich allgemein wie dargestellt üblich. Seltener gebrauchte Materialien bezeichnet man möglichst durch Anlegen mit ihrer Naturfarbe.

β. Luftheizungs- und Ventilations-Anlagen.

Zur Charakterisirung der Funktion an den einzelnen Theilen des Systems werden die Kanäle, in welchen die Luftbewegung stattfindet, in verschiedenen Farbentönen angelegt. Man ist hierbei bisher nicht immer konsequent verfahren. Folgende Skala schliesst sich an das Gebräuchlichere an und gestattet eine weitere Verwendung der Farbentypen für die Charakteristik der Rohrleitungen.

Kanäle für kalte, frische Luft grün,
„ „ warme Luft roth,
„ „ eine Mischung a. warmer u. kalter Luft orange,
„ „ verdorbene abgeführte Luft blau.*)

Rauchrohre werden weiss gelassen oder ganz, bez. zur Hälfte schwarz angelegt.

In den Grundrissen werden die unter Fussboden liegenden, in den Schnitten die in den nicht mit durchschnittenen Wänden enthaltenen Kanäle in den Konturen punktirt, und wird die Farbe dann nicht über die ganze Fläche, sondern in parallelen schräg gelegten Strichen aufgetragen.

γ. Rohrleitungen aller Art.

Die Charakteristik der bei Bauanlagen in Frage kommenden zahlreichen Rohrleitungen (Ent- und Bewässerung, Gasleitung, Dampfleitung, Rohrleitungen der Wasserheizungen) kann mit Bezug auf deren Bestimmung oft auch in Bezug auf das Material stattfinden; meistens ist es nur erforderlich eine Charakteristik in ersterer Hinsicht zu geben.

Wenn die sämmtlichen in Frage kommenden Leitungen in einer Zeichnung zusammen zur Darstellung kommen müssen, ist die übersichtliche Charakteristik sehr

*) Einige bezeichnen auch die abgeführte Luft, Andere wieder die warme Luft in gelb.

schwierig; man kann sich des in Fig. 9 angewandten Systems bedienen, welches darauf beruht, dass von den Leitungen verschiedener Bestimmung einige mit grössern, andere mit kleineren Durchmessern verwandt werden, und dem entsprechend verschiedene Strichstärken benutzen.

Für die farbige Darstellung hat sich ebenfalls noch kein System ausgebildet. Ziemlich allgemein gebräuchlich ist in Stadtentwässerungs-Projekten die Anwendung von blauen Linien für die Entwässerungs-Leitungen; oft wird hierzu aber auch rothbraun angewendet. Für Dampfleitungen gebraucht man vorzugsweise zinnoberrothe oder gelbe Linien; da aber zinnoberroth vielfach anderweitig benutzt wird, so empfiehlt sich bei Ausbildung eines Systems die Anwendung desselben zur Charakteristik der Rohrleitungen nicht.

Bei der Einzeichnung sämmtlicher Leitungen in ein Projekt empfiehlt sich folgende Farbenreihe, in welcher die Bedeutung der Farben grün, blau, roth in Analogie zu den entsprechenden Farbentypen für die Ventilations-Anlagen tritt.

Leitung für kaltes Wasser . . .	grün
„ „ warmes Wassser . .	violett
Wasserleitung	blau (unter Fussboden oder Terrain punktirt)
Wasserheizung	roth
Dampfleitung	orange oder gelb, mit vollen Linien.
Kondenswasser-Leitung	do. punktirt
Gasleitung	braun,

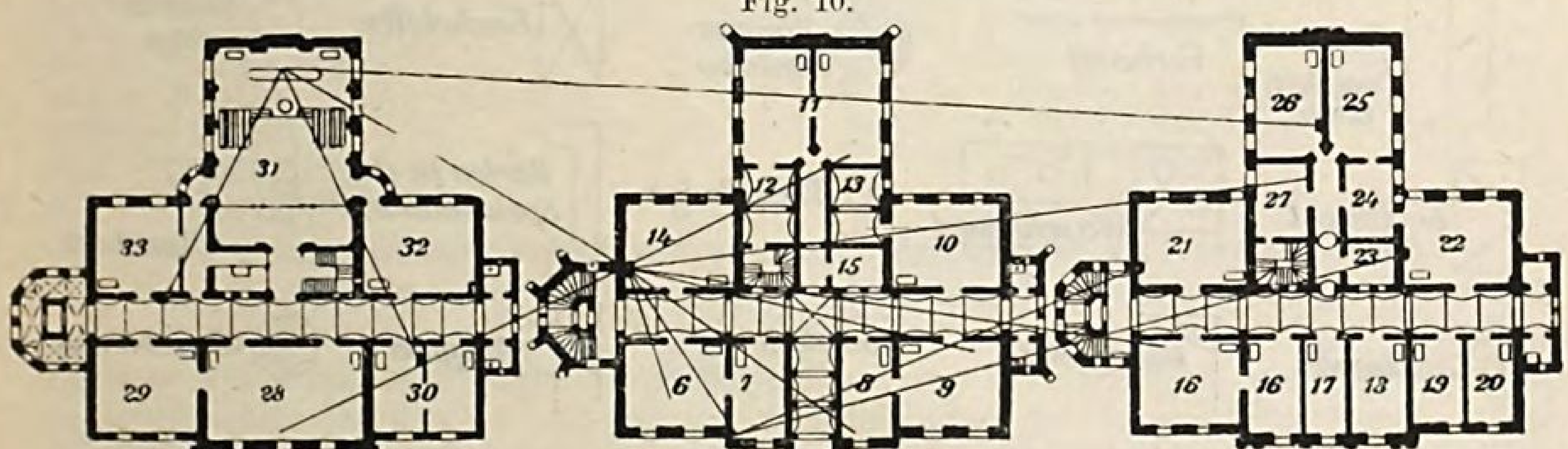
eventuell unter Benutzung ungleicher Strichstärken wie bei der Zeichnung in schwarz, Fig. 9.

In Projekt-Zeichnungen grossen Maassstabes (1 : 50 und darüber) können die Leitungen zum Theil mit Doppel-Linien ausgezogen, auch die Verbindungen der Theile (Muffen, Flantsche) angedeutet werden. Ihre Bestimmung ist dann gewöhnlich aus dem Zusammenhange hinreichend klar und bedarf es meist nur einer farbigen Charakteristik der Materialien. Man kann dann für Schmiedeisen blaue, Gusseisen violette, Blei grüne, Thon rothe, Zement braune Linien verwenden.*)

δ. Haustelegraphen, Klingel und Telephon-Verbindungen.

Zur anschaulichen Darstellung des Projekts und auch zur Herstellung übersichtlicher Werkzeichnung für den Arbeiter leistet die in Fig. 10 angegebene Zeichnungs-

Fig. 10.



Methode gute Dienste. Die Leitungen werden nicht nach ihrem wirklichen Verlauf in die Zeichnungen eingetragen, sondern die direkten Verbindungslinien von der Rufstelle nach der gerufenen Stelle gezogen. Bei Klingel-Verbindungen ist die gerufene Stelle durch Andeutung des Klingel-Tableaus kenntlich zu machen.

ε. Angabe von Einrichtungs-Gegenständen in den Grundrissen.

Die Bezeichnung der Räume durch Symbole hat nicht allein den Zweck, die spezielle Benutzung der Räume auf den ersten Blick erkennbar zu machen, sondern noch den weiteren, die Abmessungen der Räume, insbesondere die verbleibenden Wandflächen darauf hin zu prüfen, ob sie geeignet sind die erforderlichen, für den betr. Raum bestimmten Möbel etc. in passender Weise aufzunehmen.

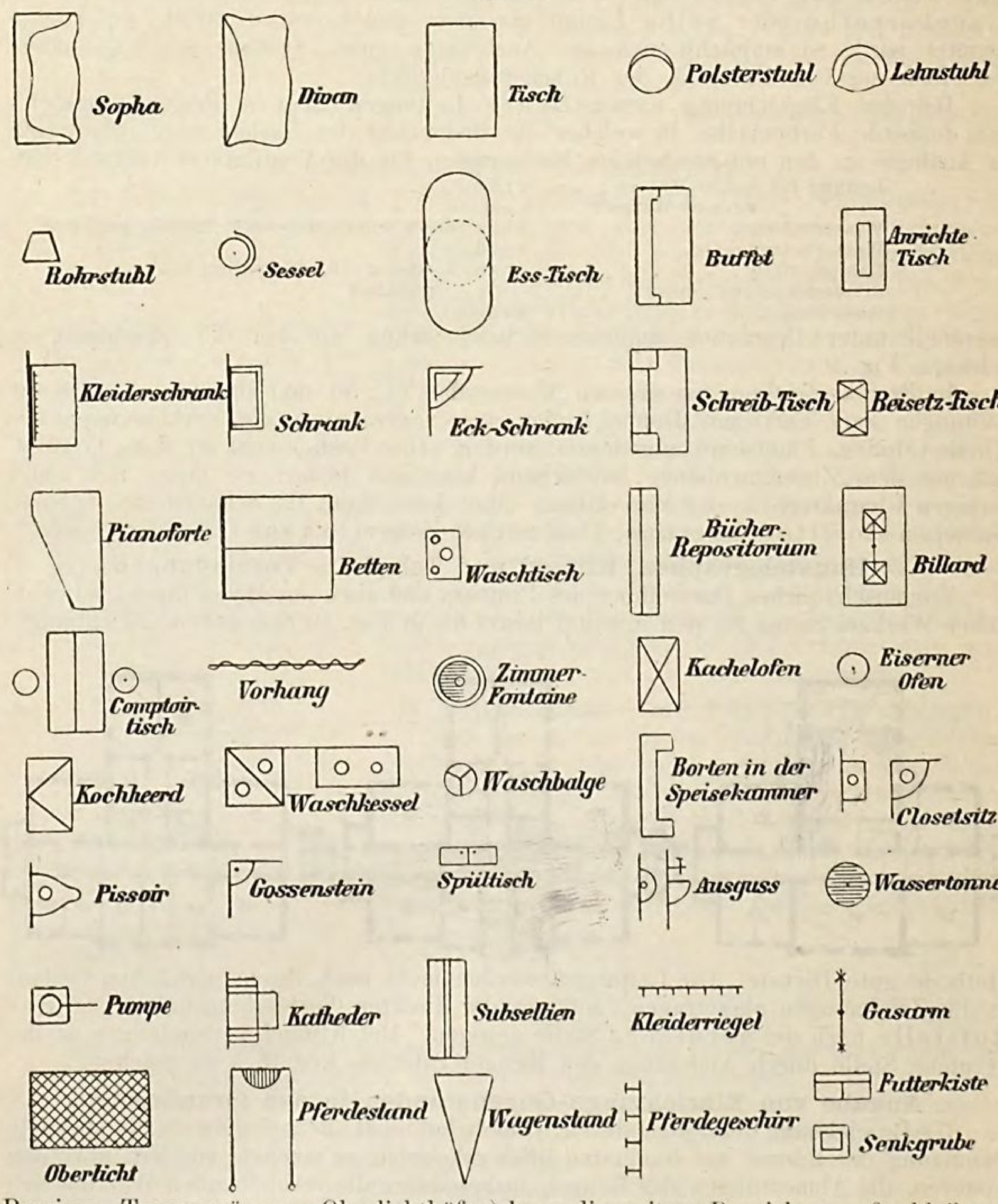
Danach ist es gebräuchlich geworden, die nachfolgend mitgetheilten Symbole nicht nur ihrer beabsichtigten Lage nach in die Grundrisse aufzunehmen, sondern auch dieselben in den der Wirklichkeit entsprechenden Maassen einzutragen nach näherer Angabe in Fig. 11.

*) Flüssige unverwaschbare Ausziehtuschen in den angegebenen Farben sind u. a. von der Firma G. Bormann in Berlin C., Brüderstr. 39, zu beziehen.

ζ. Abgekürzte Bezeichnungen der Räume.

Zu spezielleren Angaben über den Gebrauchszweck der in kleinerem Maassstabe gezeichneten Grundrisse bedient man sich abgekürzter Bezeichnungen, für die sich ein ziemlich allgemein gebrauchtes System heraus gebildet hat.*) Die Anwendung der abgekürzten Bezeichnungen ist dem Einsetzen von Zahlen und der Beifügung einer Legende vorzuziehen. Sofern die Bestimmung des Raumes aus der eingezeichneten Einrichtung ersichtlich ist (wie bei Küchen, Klosets, Pferdeställen,

Fig. 11.



Remisen, Treppenräumen, Oberlichthöfen) kann die weitere Bezeichnung fortbleiben; auch bei Balkons und Terrassen wird dieselbe meist entbehrlich sein.

Ab. = Abort.
Amtz. = Amtszimmer.
Ankz. = Ankleidezimmer.
An., *Anr.* = Anrichtzimmer.
Afzg. = Aufzug.
A. = Aula.
Bd., *Bad.* = Badezimmer.
Blk., *Balk.* = Balkon.
Bb., *Bibl.* = Bibliothek-Zimmer.
Blz., *Blldz.* = Billardzimmer.
Bodr. = Bodenraum.
B., *Boud.* = Boudoir.

*) Vergl. übrigens einen anderweit. Vorschlag hierzu in: Deutsch. Bauztg. 1869, S. 603.

Bf., *Buf.* = Buffet.
Br., *Bur.* = Bureau.
Cab. = Cabinet.
Cls. = Closet.
Ct. = Comtoir.
Cnfz. = Conferenzzimmer.
Dchk., *Dachk.* = Dachkammer.
Dm. = Damenzimmer.
Ds. = Disponibles Zimmer.
Dr. = Dienerzimmer.
Drchf. = Durchfahrt.
Drchg. = Durchgang.
E. = Eingang, Entree.
Epfz. = Empfangzimmer.
Es. = Esszimmer, Speisezimmer.
Famz. = Familienzimmer.
Frhz. = Frühstückzimmer.
Fz. = Fremdenzimmer, Logirz.
Flr. = Flur.
Gd., *Gard.* = Garderobe.
Gng. = Gang.
Gmk. = Gemüsekeller.
Gsch. = Geschirrkammer.
Grz. = Gouvernanten-Zimmer.
Hl. = Halle.
Hzk. = Heizkammer.
Hrz. = Herrenzimmer.
H. = Hof.
Hlzk. = Holzkeller.
Ka. = Kammer.
Kl. = Keller.
Kltr. = Kellertreppe.
Kdz. = Kinderzimmer.
Kls. = Klasse.
Kldk. = Kleiderkammer.
Kkl. = Kohlenkeller.
K. = Küche.
Labr. = Laboratorium.
Ld. = Laden.
Lhrz. = Lehrerzimmer.
Lk. = Leinenkammer.
Log. = Loge.
Logg. = Loggia.
Mgz. = Magazin.
Mz. = Mädchenzimmer.
Pass., *Pss.* = Passage.
Prg. = Pergola.
Pi. = Pissoir.
Pfl. = Pflanzenzimmer.
Pl. = Plättstube.
P. = Portier.
Rchk. = Rauchkammer.
Rz., *Rchz.* = Rauchzimmer.
Rm. = Remise.
Resz. = Reservezimmer.
Sl. = Salon.
M.-Sl. = Musik-Salon.
E.-Sl. = Empfangs-Salon.
S. = Schlafzimmer.
S. d. K. = Schlafz. d. Kinder.
Schlz. = Schulzimmer.
Schz. = Schrankzimmer.
Srvz. = Servirzimmer.
Sp. = Speisekammer.
Sprz. = Sprechzimmer.
Sp.-K. = Spülküche.
St. = Stube.
Tb. = Trockenboden.
Tlz. = Toilettzimmer.
Trr. = Terrasse.
Trs. = Tresor.
Untf. = Unterfahrt.
Ver. = Veranda.
Vest. = Vestibul.
Vh. = Vorhaus.
Vp. = Vorplatz.
Vm. = Vorraum.
Vrtk. = Vorrathskammer.
Vz. = Vorzimmer.
Wrtz. = Wartezimmer.
Wkl. = Weinkeller.
Wdfg. = Windfang.
W. = Wohnzimmer.
Z. d. F. = Zimmer der Frau.
Z. d. H. = Zimmer des Herrn.
Zn.-L. = Zenithlicht.
Z. d. S. = Zimmer der Söhne.
Z. d. T. = Zimmer der Töchter.
Z.-H. = Zentralheizung.

c. Formelle Beschaffenheit von Baupolizei-Zeichnungen und deren Zubehör.

Den an die Baupolizei-Behörde zu richtenden Baugesuchen sind die hierfür vorgeschriebenen Pläne u. s. w. in doppelten Exemplaren beizufügen; dieselben müssen von allen betheiligten Personen (Bauherr, Unternehmer) zur Anerkennung unterschrieben werden. — Ausser der Beschreibung des projektirten Baues, nebst Angabe des Grundstücks und seines Eigenthümers müssen der Bau-Anzeige folgende Pläne beigefügt werden:*)

a. ein Situationsplan über den Bauplatz und seine Umgebung, enthaltend die Bezeichnung des Grundstücks im Grundbuch, die Grundstück-Grenzen, fest gestellte Baulinien, die umliegenden Bauten (bis auf 20 ^{m} Entfernung) mit Angabe ihrer Bestimmung, Höhe, Bauart und Eigenthümer, anstossende Strassen und Wege, Wasserläufe und Entwässerungen nach Richtung und Gefällen. — Die Situationspläne sind nach einem Maassstab von 1 : 500, die Nivellem.-Pläne in der Länge nach demselben, in der Höhe aber nach 5fachem Maassstab also 1 : 100 aufzutragen.

b. Stockwerks-Grundrisse mit Angabe der Feuerstätten, der lichten Weite und Querschnittsform der Schornsteine und der Bestimmung der einzelnen Räume; ferner eine Darstellung der Strassenfront und mindestens ein Höhendurchschnitt; ausser den Mauerstärken, Brandmauern u. s. w. müssen das vorhandene Terrain, die Normalhöhe der Strasse und die Grundwasser-Stände ersichtlich sein. — Die Bauzeichnungen sind im Maassstabe 1 : 100 zu fertigen.

*) C. Jäschke. Die preuss. Baupolizei-Gesetze; — Berlin 1882. —

c. Pläne über unterirdische Entwässerung, sofern solche nicht in den vorgenannten Zeichnungen zur Darstellung kommt, namentlich für bestehende Gebäude, im Maassstab von 1 : 100, enthaltend sämmtliche projektirte Leitungen mit allem Zubehör und maassgebenden Bautheilen.

d. Detail-Zeichnungen so weit erforderlich, insbesondere über Vorbauten in das öffentliche Eigenthum, Vorkehrungen zur Entwässerung, Eisen-Konstruktionen, ungewöhnliche Baugegenstände, nebst erläuternden Beschreibungen und statische Berechnungen der auszuführenden Konstruktionen.

Für einfache Bauten, namentlich auf dem Lande und in abgesonderter Lage können die Pläne unter b und d wegfallen und durch Erläuterungen oder Skizzen auf dem Situationsplan ersetzt werden. — Für Veränderungen an bestehenden Bauten ist eine Zeichnung des betr. Bautheils, wie derselbe zur Zeit ist und wie er werden soll, erforderlich.

In allen Plänen sind die wesentlichen Dimensionen in Zahlen einzuschreiben, Maassstäbe anzugeben, bestehende und beabsichtigte Baulichkeiten durch Farben zu unterscheiden.

Der Situationsplan muss durch einen staatlich anerkannten Feldmesser, bezw. Baubeamten angefertigt und unterschrieben oder wenigstens beglaubigt sein. — Wo amtliche Karten in entsprechendem Maassstabe vorhanden sind, genügt ein auf den neuesten Stand richtig gestellter Abdruck derselben. — Die übrigen Pläne können von beliebigen Personen angefertigt, müssen aber von denselben unterzeichnet werden. Die Unterzeichner sind für die Richtigkeit und Vollständigkeit der Pläne und der eingetragenen Maasse, sowie für die Uebereinstimmung der Doppel-Exemplare verantwortlich.

Diese Bestimmungen sind auch für Staats- und Kommunal-Bauten maassgebend, jedoch mit der Modifikation, dass die betr. Behörden die Pläne und Bauzeichnungen nur in je 1 Exemplar der Baupolizei-Behörde zur Aeusserung darüber vorzulegen haben, ob gegen Fluchtlinie, Höhenlage oder sonst wie polizeilich etwas zu erinnern ist. Tritt dieser Fall ein, so sind die Bedenken vor dem Beginn des Baues zu erledigen.

d. Vorschriften über die formelle Behandlung von Hochbau-Projekten im Ressort der preuss. Allgem. Bauverwaltung.*)

Bevor Projekte und Kostenanschläge aufgestellt werden, sind für alle Bauten, deren Kosten mehr als 5000 M. betragen, Skizzen anzufertigen und diese unter Beifügung eines Situationsplans, eines generellen, doch alle wesentlichen Punkte klar stellenden Erläuterungs-Berichts, eines Kostenüberschlags — nach ^{qm} zu bebauender Fläche und nach ^{cbm} des Rauminhalts — zur Revision vorzulegen. Erst danach wird die Bearbeitung des Projekts in Angriff genommen und entsteht der spezielle Bauentwurf, welcher umfasst:

1. die Situations- und Nivellementspläne, sowie die Bauzeichnungen nebst Details;
2. den Erläuterungs-Bericht;
3. den Spezial-Kostenanschlag (Berechnung der Massen, Materialien und Kosten).

Die Situations- und Nivellements-Pläne sollen die Oberfläche der Baustelle veranschaulichen; für gewöhnlich genügt ein Nivellements-Netz oder nur die Angabe der wichtigsten Höhenzahlen im Situationsplan; derselbe muss stets die Nordlinie enthalten. Werden Nivellem.-Zeichnungen beigefügt, so ist der Stand des Grundwassers, sowie der bekannte niedrigste, mittlere und höchste Wasserstand benachbarter Gewässer zu vermerken.

Die Bauzeichnungen müssen das projektirte Bauwerk durch die Grundrisse aller Geschosse und der Fundamente, durch Ansichten, Durchschnitte, Balken- und Sparrenanlagen vollständig zur Anschauung bringen. So weit die Deutlichkeit nicht leidet, können Balken- und Sparrenlagen in die betr. Grundrisse der Geschosse mit blassen Farben eingetragen werden; auch kann zur Darstellung der Fundament-Grundrisse Pausleinwand verwandt werden.

Aeussere und innere Raummaasse sind in ^{m} auf 2 Dezimalstellen, die Mauerstärken in ^{cm} einzutragen. Die Stärken der Bauhölzer sind in ^{cm}, in Form eines Bruches (z. B. $^{18}/_{21}$) zu schreiben. Die durchschnittenen Theile sind mit charakteristischen Farben anzulegen.

Das Spezielle giebt das beigesetzte Stück eines Beispiels Fig. 12.

In die Grundrisse ist die Zweck-Bestimmung jedes einzelnen Raumes und dessen Flächeninhalt und Umfang einzuschreiben. Bei Feststellung des Flächeninhalts werden durchgehende Vorlagen in Abzug gebracht, Nischen aber nicht zugezählt. Ebenso werden bei Berechnung des Umfangs nur durchgehende, nicht aber durch Bögen etc. verbundene Vorlagen berücksichtigt. Behufs Bezeichnung im Kosten-Anschlage und in der Abrechnung erhält jeder Raum eine in zinnoberroth einzuschreibende Nummer, wobei mit dem Grundriss der untersten Bankette anzufangen und bis zum Dachgeschoss, in jedem Grundriss aber von links nach rechts und von oben nach unten fort zu schreiten ist. Die Durchschnittslinien sind an den End- bez. Brechpunkten mit Buchstaben zu bezeichnen.

*) Anweisung für die Behandlung der Entwürfe zu fiskalischen Landbauten und deren Veranschlagung vom 21. Juni 1881; Berlin. Ernst & Korn. — Ueber die formelle Behandlung von Projekten zu Eisenbahn-Anlagen und Landes-Meliorationen vergl. Litteratur-Angaben zu S. 35.

Format der Zeichnungen. Die Grösse des Blattes soll eine Länge von 65 cm und eine Breite von 50 cm nicht überschreiten; zu empfehlen sind kleinere Formate. Die Verpackung der Zeichnungen darf nur in Mappen erfolgen. —

Der Erläuterungs-Bericht muss folgende Angaben enthalten:

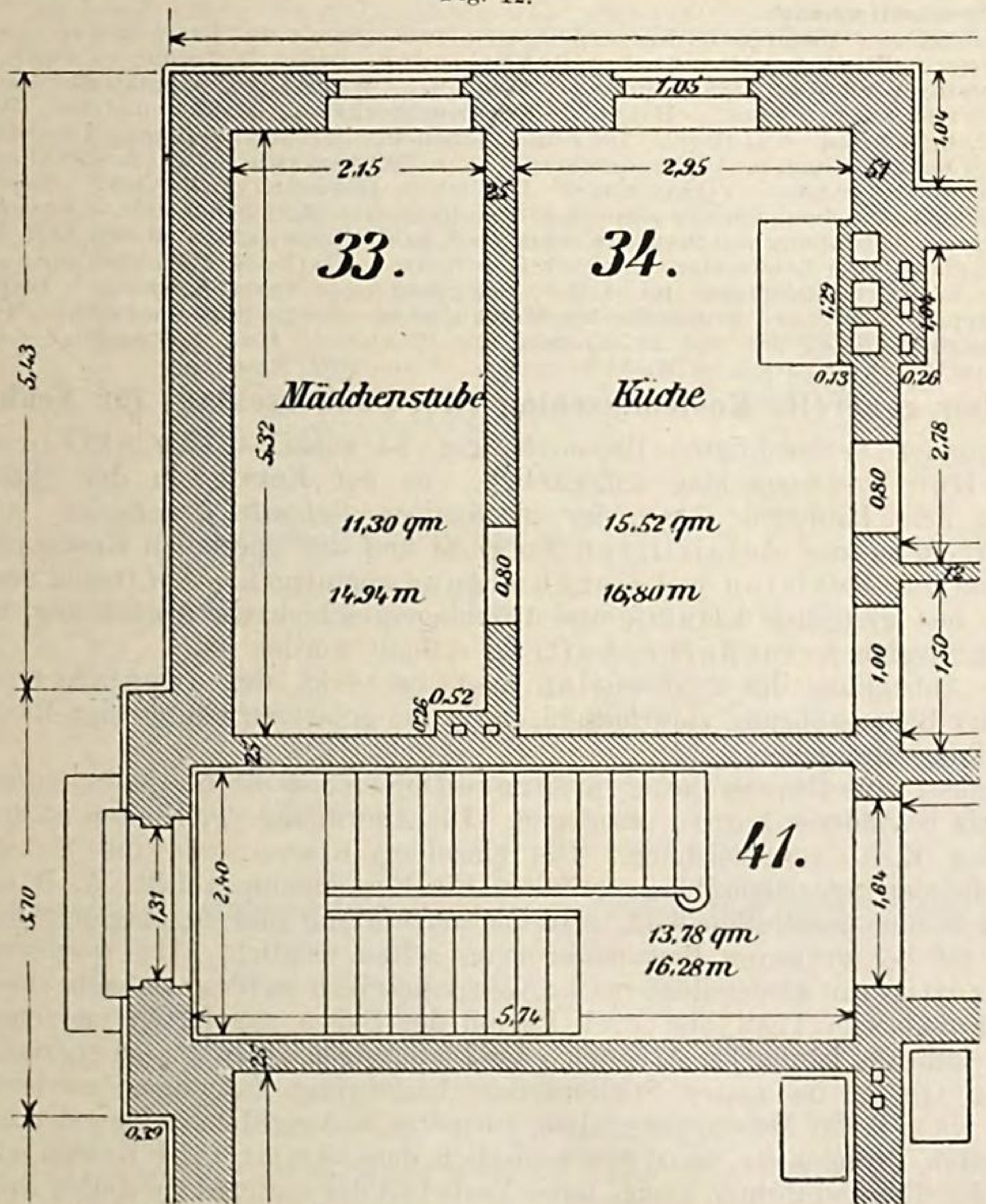
1. Dienstliche Veranlassung zur Aufstellung des Projekts. (Anziehung der Verfügung unter Bezeichnung der Behörde, welche dieselbe erlassen hat.)

2. Bauprogramm (Bestimmung; Raumbedarf).

3. Beschaffenheit der Baustelle (Wahl des Bauplatzes, Stellung des Gebäudes, Zugänglichkeit des Grundstücks, Rechte der Nachbar-Grundstücke, wie Traufrecht, Lichtrecht; Terrain-Regulirungen, Anlagen für Wasserzuführung und Entwässerung, Beseitigung der Fäkalien.

4. Die Beschaffenheit des Baugrundes, Tragfähigkeit, Befestigung derselben, Grundwasserstand und sonstige Wasserverhältnisse.

Fig. 12.



5. Beschreibung des Bauprojekts (Grundriss, Disposition, Geschosshöhe); Begründung der Raum-Vertheilung in den einzelnen Stockwerken, Lage der Zugänge und Treppen, Höhenlage des untersten Fussbodens gegen das Terrain und den Grundwasserstand).

6. Bauart (Baumaterialien, Transport derselben, Begründung der getroffenen Wahl in Rücksicht auf Festigkeit, Wetter-Beständigkeit und Preis-Angemessenheit derselben). Konstruktionen: a. Architektur; — b. Mauerwerk; Mauerstärken; — c. Schutz gegen Erdfeuchtigkeit und Schwammbildung; Vorsichts-Maassregeln gegen klimatische Einflüsse; — d. Decken; — e. Fussböden; — f. Treppen; — g. Dächer; — h. Fenster und Thüren; — i. innere Ausstattung u. s. w.; — k. Heizung; — l. Ventilation.

7. Bauausführung; generelle Disposition betreffs des zeitlichen Verlaufs der Bauarbeiten. Zeit der Vollendung, der Bauabnahme, der Abrechnung, Bauaufsichts-Kosten, Anführung der Umstände, welche die Verwendung besonderer technischer Hülfskräfte für die Bauleitung erforderlich machen; Provisorien während der Bauausführung etc.

8. Baukosten; Angabe der Bausumme und des Betrages für die Einheit der zu bebauenden Fläche und für die Raumeinheit des Gebäudes (von Oberkante des Fundaments bis Oberkante des Hauptgesimses gemessen). Angabe des Baufonds, der Beiträge, Hand- und Spanndienste von dazu verpflichteten Gemeinden unter Bezugnahme auf die dem Anschlage beizugebende spezielle Berechnung des Werthes dieser Beiträge. —

D. Kosten-Anschläge.

Litteratur.

Für das Formale:

Benkwitz. Das Veranschlagen von Hochbauten nach der im preuss. Ministerium d. öffentl. Arb. erlassenen Anweisung. Berlin 1883, Springer.

Für das Formale und die Preisbestimmung:

Schwatlo. Handbuch zur Beurtheilung und Anfertigung von Bauanschlägen. Leipzig 1883, Knapp. — Manger. Hülfsbuch zur Anfertigung von Bauanschlägen, 4. Aufl., bearb. von Neumann. Berlin 1879, Ernst & Korn. — Cremer u. Delius. Handbuch der Bauanschläge von Hochbauten. Braunschweig 1879, Schwetschke & Sohn. — Busch. Die Bauführung. Berlin, E. Toeche.

Für die Preisbestimmung:

Jahrbuch der BaupreiseBerlins; herausgegeb. vom „Bunde der Bau-, Maurer- u. Zimmermeister zu Berlin." — Deutscher Baukalender. Berlin, E. Toeche. — Junk. Wiener Baurathgeber. Wien 1880, Lehmann & Wentzel. — Wagner. Der praktische Baurechner. Wien 1881, Faesy & Frick. — Hilgers. Die Bauunterhaltung in Haus und Hof. Wiesbaden 1882, E. Rodrian. — Siebert. Die Kosten ländlicher Bau-Ausführungen. Königsberg 1882. Ostpreuss. Zeitung u. Verlagsdruckerei. — v. Tiedemann. Das landwirthschaftliche Bauwesen; Anhang: Veranschlagen ländlicher Gebäude. Halle 1882, Hofstetter. — A. Koch. Taschenbuch der schweizerischen Baupreise. Zürich, Schmidt. — Peters. Hülfsbuch zur Aufstellung von Preisberechnungen d. Bautischlerarbeiten. Berlin 1877, Wasmuth. — Peters. Der Bautischler. Leipzig 1872, Scholtze. — Osthoff. Hülfsbuch zur Anfertigung von Kosten-Berechnungen im Gebiete des gesammten Ingenieurwesens. Leipzig 1879, Knapp. — Levitus. Preise für den Maschinenbau. Berlin 1879, Gaertner. — Meissner. Illustrirter Rathgeber und Preiskatalog für Maschinen. Jena, Costenoble. — Messerschmitt. Kalkulation im Maschinenwesen. Essen 1882, Baedeker.

1. Der generelle Kostenanschlag (Kostenüberschlag) für Neubau.

Zu einer beabsichtigten Bauausführung ist zunächst eine Skizze und ein genereller Kostenanschlag aufzustellen. Ist der Entwurf in der Skizze fixirt und von dem Bauherrn, bezw. der zuständigen Behörde genehmigt, so erfolgt die Bearbeitung des detaillirten Entwurfs und des speziellen Kostenanschlags; diese sind zur Revision und Genehmigung vorzulegen. Auf Grund der in der Revision fest gestellten Entwürfe und Anschläge geschieht die Ausführung, nachdem zu deren Beginn besonderer Auftrag ertheilt worden ist.

Die Aufstellung des generellen K.-A. bezweckt, den ungefähren Kostenbetrag der Bauausführung zu ermitteln, sowie bei grösseren Bauten den Rahmen für die Buchung abzugeben.

Umfasst eine Bauausführung mehrere Objekte, so ist für jedes einzelne derselben ein besonderes Konto anzulegen. Die Anordnung der Konten ist durch den generellen K.-A. vorzuzeichnen. Die einzelnen Konten, wie die für dieselben aufzustellenden Spezialanschläge erhalten die Bezeichnungen Litt. A, B etc., sind darnach in dem generellen K.-A. getrennt aufzuführen und zu unterscheiden.

Es ist bei gröfseren Bauausführungen selten möglich, alle speziellen K.-A. gleichzeitig zur Feststellung zu bringen; dieselben werden vielmehr meist nach einander und zum Theil erst nach Beginn des Baues angefertigt und eingereicht.

Da indessen häufig für Arbeiten oder Lieferungen zu später zu spezialisirenden Objekten bereits im ersten Stadium der Ausführung Zahlungen zu leisten sein werden, als z. B. für Maurermaterialien, zu später in Angriff zu nehmenden Objekten, Erdarbeiten, Brunnen etc., so ist es erforderlich, dass sämmtliche Konten schon beim Beginn der Bauausführung, event. unter Vorbehalt der späteren speziellen Anordnung, eröffnet werden; dies ermöglicht die vorläufige richtige Buchung der Ausgaben.*)

Die Anordnung des generellen K.-A. ist mit Rücksicht auf die Kosten-Statistik so zu treffen, dass die Schlusssummen der Konten direkten Aufschluss über die Baukosten des einzelnen Objekts geben. Es müssen daher, auch wenn in einem Spezialfalle nur ein einziges Gebäude zur Ausführung kommt, die Kosten von Anlagen ausserhalb desselben besonders berechnet und dazu eigene Konten eröffnet werden. Nur wenn solche Anlagen sehr unerheblich sind, kann von diesem Prinzip abgegangen werden.

*) Dieses Verfahren wird nicht selten verabsäumt, indem man z. B. Kosten der Erdarbeiten, der Brunnen und für Bauleitung in den zuerst aufgestellten Anschlag eines Gebäudes aufnimmt und die bezügl. Ausgaben auf das Konto desselben, oft in einem unentwirrbaren Knäuel von kleinen Einzelbeträgen, bei dem Titel „Insgemein" bucht. Bei einem derartigen Verfahren können die Schlussummen der Konten ein klares Bild über die wirklichen Ausführungskosten der einzelnen Bauobjekte nicht geben.

Nach dem Vorangestellten ist ein genereller K.-A. (Kostenüberschlag) etwa folgendermaafsen anzuordnen:

A. Gebäude;
B. Inventar und Mobiliar;
C. grössere maschinelle Anlagen;
D. Umgebungs-Arbeiten;
E. Bauleitung und Provisorien.

Die Methode zur überschlägigen Berechnung der Kosten wird weiterhin speziell behandelt werden. Die äussere Anordnung der generellen K.-A. soll mit Bezug auf das vorstehend entwickelte Prinzip an zwei Beispielen gezeigt werden:

Beisp. 1. **Kostenüberschlag**
für den Neubau eines Gymnasial-Gebäudes für 840 Schüler zu N.

				ℳ	ℳ
Litt. A.		Gymnasial-Gebäude: 19 900 cbm Gebäude-Inhalt à 16,0 ℳ = ...		—	318 400
„ B.		Subsellien und Inventar: für 840 Schüler à 33 ℳ = rot.		—	27 700
„ C.		Umgebungs-Arbeiten.			
	Tit. I.	Terrain-Regulirung, Wege- etc. Befestigung, Gartenanlagen, Entwässerung, Wasser- und Gasleitung ausserhalb des Gebäudes.			
		Für 1850 qm unbebaute Fläche à 4 ℳ	7 400		
		Trottoir-Regulirung und Rinnstein-Brücken . . .	500		
				7 900	
	„ II.	Umwehrungen.			
		45 m Vorgartengitter inkl. Fundament-Mauern à 60 ℳ	2 700		
		110 m Umwehrungsmauern à 90 ℳ	9 900		
				12 600	
	„ III.	Brunnen. 1 Brunnen von 1,1 m l. D. massiv, ca. 7 m tief, mit hölzernen Pumpenpfosten, à m Tiefe 90 ℳ		630	
	„ IV.	Insgemein.			
		1 Asch- und Müllgrube	300		
		Für unvorgesehene Ausgaben ad C.	2 470		
				2 770	
		Summa Litt. C. . . .			23 900
„ D.		Bauführung: Für Beamtengehälter, Büreaukosten, Bauzäune, Materialien-Schuppen, und sonstige provisorische Anlagen während der Bauzeit, ca. 4 % der vorstehenden Ausgaben = 0,04. 370 000 rot.		—	15 000
		Anschlags-Summe . . .		—	385 000

Beisp. 2. **Kostenüberschlag**
für den Neubau eines städtischen Krankenhauses im Pavillonsystem für 600 Kranke zu M.

		ℳ	ℳ
Litt. A.	Verwaltungsgebäude: 15 300 cbm Inhalt à 16,0 ℳ	—	244 800
„ B.	Oekonomie-Gebäude mit Reservoir-Thurm:		
	Oekonomie-Gebäude, 10 000 cbm à 12 ℳ = ...	120 000	
	Reservoir-Thurm, 2 150 cbm à 18 ℳ = ...	38 700	
	Schornstein, 35 m hoch, rot. 172 cbm à 25 ℳ = ...	4 300	163 000
„ C.—H.	6 2stöckige Pavillons für je 64 Betten, à 10 000 cbm = 60 000 cbm à 16 ℳ	—	960 000
„ J.—O.	6 1stöckige Pavillons für je 36 Betten, à 4400 cbm = 26 400 cbm à 18 ℳ	—	475 200
„ P.	Badehaus incl. Einrichtung, 1150 cbm à 30 ℳ	—	34 500
„ Q.	Leichenhalle, 3760 cbm à 20 ℳ	—	82 200
„ R.	Eishaus, 400 cbm à 30 ℳ	—	12 000
„ S.	Inventarium incl. Wäsche für 600 Kranke, à 450 ℳ	—	270 000
„ T.	Maschinelle Einrichtungen etc.:		
	2 Dampfkessel mit je 35 qm Heizfläche incl. Einmauerung, Armatur und Speisevorrichtung à 6000 ℳ	12 000	
	2 Dampfpumpen mit Betriebs-Dampfmaschine incl. Dampfleitung und Pumpenleitung à 3000 ℳ	6 000	
	Maschinen-Fundamente und gemauerter Kanal für die Pumpenleitung bis zum Brunnen	1 000	
	2 Reservoirs à 60 cbm Inh., incl. der Rohrleit. à 2000 ℳ	4 000	
	Einrichtung der Dampf-Kochküche und der Spülküche für 600 Kranke, a 20 ℳ	12 000	
	Einrichtung der Waschküche, Plättstube, Trockenkammer etc. für 600 Kranke, à 6 ℳ	3 600	
			38 600
	Latus . . .	—	2 280 300

		M.	M.
	Transport . . .	—	2 280 300
Litt U.	Umgebungs-Arbeiten.		
	Tit. I. Terrain-Regulirung, Wegebefestigung, Gartenanlagen; 65 300 qm unbebaute Fläche à 2,5 M. = rot.	168 300	
	Tit. II. Entwässerungs-Anlagen; 65 300 qm à 1 M.	65 300	
	Tit. III. Wasser-, Gas- und Telegraphen-Leitungen ausserhalb der Gebäude; 65 300 qm à 1 M.	65 300	
	Tit IV. Umwehrungen; 967 m massive Umwehrungsauer à 90 M. = rot 97 000 M.	—	
	140 m schmiedeis. Umwehrung incl. der Thore, à 150 M. . 21 000 „	—	
	100 m hölzerne Einfriedigungen der Wirthschaftshöfe etc., à 10 M. 1 000 „	119 000	
	Tit. V. Brunnen; 2 Kesselbrunnen 2 m l. D., je ca. 20 m tief, à m Tiefe 150 M.	6 000	
	Tit. VI. Insgemein; Asch- und Müllgruben, 4 Stück à 300 M. 1 200 M.	—	
	1 Fontainen-Becken 1 000 „	—	
	Für unvorhergesehene Ausgaben ad U. 10 900 „	13 100	
	Summa Litt. U. . . .	—	437 000
Litt. V.	General; Insgemein.		
	Anlage eines chaussirten Weges ausserhalb des Anstalts-Terrains, ca. 100 m lg. à 50 M.	5 000	
	Für Herstellung eines gemauerten Entwässerungs-Kanals ca. 100 m lg. à 20 M. .	2 000	
	Für Heizversuche, Probeheizungen, sowie für unvorhergesehene Ausgaben .	35 900	
	Summa Litt. V. . . .	—	42 900
Litt. W.	Bauleitung und Provisorien.		
	Beamtengehälter bei Projektirung und Bauleitung, Büreaukosten, Reisen, Bauzäune, Materialien-Schuppen, Befestigung, bezw. Entwässerung der Baustelle während der Bauzeit und sonstige provisorische Anlagen, ca. 4% der obigen Bausumme = 0,04 . 2 760 000 M. rot.	—	110 000
	Anschlags-Summe . . .	—	2 870 000

2. Der spezielle Kostenanschlag für Neubau.

Für jedes der im generellen Kostenanschlag bezeichneten Bauobjekte ist ein Spezialanschlag (Kostenanschlag) aufzustellen und für sich abzuschliessen.

Die Aufstellung des Kostenanschlags hat den Zweck: 1. die voraussichtlich zu erwartenden Ausführungskosten möglichst genau zu ermitteln; 2. Verzeichniss und Beschreibung der einzelnen Bauarbeiten und Lieferungen zu geben und den Umfang derselben fest zu stellen; 3. als Grundlage für die Buchung zu dienen und in jedem Augenblicke eine Orientirung über den finanziellen Stand des Bau-Unternehmens zu ermöglichen; 4. die Grundlage für die Verdingung (Vergebung) der Arbeiten zu bilden.

a. Methoden der Veranschlagung.

Wenn die für einen Bau erforderlichen Baumaterialien (Baustoffe) nach ihrer Menge eine solche Bedeutung besitzen, dass es sich empfiehlt, sie von den eigentlichen Arbeiten gesondert zu beschaffen, so stellt man dieselben in besonderen Unter-Abtheilungen (Titeln) des Kostenanschlags zusammen. Wenn aber die Rohstoffe eine sehr weit gehende Bearbeitung erfordern, wenn bedeutende Veränderungen mit denselben vorgenommen werden müssen, wie z. B. bei den Arbeiten des Schmiedes, des Schlossers, des Stukkateurs, den Eisenguss- und Wasserleitungs-Arbeiten — wenn die Stoffe im wesentlichen erst von den Bau-Arbeitern zuzurichten sind (wie z. B. die Stoffe des Malers, des Anstreichers) — wenn endlich eine besonders sorgfältige Auswahl der Stoffe erforderlich ist (wie z. B. bei den Tischler-, Ofensetzer-, Glaser-, Klempner-Arbeiten), so überträgt man den Werkmeistern (Unternehmern) zugleich mit den Arbeiten auch die Materiallieferung und führt letztere im Kostenanschlag nicht besonders auf.

Es findet darnach eine Trennung der Materialien von der Arbeit bezüglich der Veranschlagung im allgemeinen nur statt bei den Arbeiten des Maurers und des Zimmermanns, zuweilen auch bei denjenigen des Steinmetzen und des Dachdeckers. Je nach dem Maasse der Trennung ergeben sich verschiedene Methoden der Veranschlagung.

α. Veranschlagung der Maurerarbeiten.

1. Die Maurerarbeiten werden veranschlagt einschliesslich der Lieferung aller Materialien.

2. Die Maurerarbeiten werden veranschlagt für Arbeitslohn, Mörtel, Geräthe und Gerüste; das Steinmaterial wird besonders veranschlagt.

3. Die Maurerarbeiten werden veranschlagt nur für Arbeitslohn, einschl. Geräthe und Gerüste; sämmtliche Maurermaterialien werden besonders veranschlagt. (Methode für spezielle Kostenanschläge.)

4. Die Veranschlagung erstreckt sich nur auf Arbeitslohn (nach Tagewerken, Meistergeld etc.). Um die bezüglichen Zahlenangaben für die Veranschlagung einschl. Material stets zur Hand zu haben, empfiehlt sich für den Gebrauch im Büreau die Anfertigung einer Tabelle nachfolgender Anordnung:

Berechnung der Einheitspreise für Maurerarbeiten, einschliesslich Material.

	Arbeitslohn	Bruchsteine		Mauersteine		Zement		Kalk		Sand		Einheitspreis
	M.	cbm 8 M.		St. 0,05 M.		Fss. 10 M.		1 0,02 M.		cbm 3 M.		M.
1 cbm Felsenmauern der Bankets in Kalkmörtel	3,00	1,3	10,4	—	—	—	—	160	3,20	0,48	1,44	18,04
1 „ Ziegelmauern der Bankets in Kalkmörtel	3,00	—	—	400	12	—	—	125	2,50	0,38	1,14	18,64
1 „ Desgl. der Kellermauern in Kalkmörtel	3,25	—	—	400	12	—	—	125	2,50	0,38	1,14	18.89
1 „ Desgl. im Erdgeschoss . .	3,50	—	—	400	12	—	—	125	2,50	0,38	1,14	19,14
1 „ „ im 1. Geschoss . . .	4,00	—	—	400	12	—	—	125	2,50	0,38	1,14	19 64
1 „ „ im 2. Geschoss . . .	4,50	—	—	400	12	—	—	125	2,50	0,38	1,14	20,18
1 „ „ im Dachgeschoss .	5,00	—	—	400	12	—	—	125	2,50	0,38	1,14	20,64
1 „ Gesimsmauerwerk aus Ziegeln mit verlängerten Zem.-Mörtel (1 Th. Zem. 1 Kalk 5 Sand)	5,00	—	—	400	12	0,5	5,00	75	1,50	0,38	1,14	24,64
1 qm Kappengewölbe mit Hohlsteinen in Kalkm. (einschl. Hintermauerung) .	2,00	—	—	56	1,68	—	—	25	0,50	0,08	0,24	4,42
1 „ flaches Ziegelpflaster in Zem.-Mörtel	0,50	—	—	31	0,93	0,10	1,00	—	—	0,05	0,15	2,58
1 „ hohes Ziegelpflaster in Zem.-Mörtel	1,20	—	—	56	1,68	0,25	2,50	—	—	0,10	0,30	5,68
1 m Treppenstufen (Rollschicht) in Zem.-Mörtel	2,00	—	—	14	0,42	0,06	0,60	—	—	0,03	0,09	3,11
1 qm glatten Mauerputz in Kalkmörtel	0,40	—	—	—	—	—	—	9	0,18	0,04	0,12	0,50
1 „ Rohrdeckenputz	1,20	—	—	—	—	—	—	7	0,14	0,02	0,06	1,46
1 „ Kalkanstrich 2 Mal zu	0,04	—	—	—	—	—	—	1	0,02	—	—	0,06
1 „ Mauerfläche zu fugen . . .	0,75	—	—	—	—	0,03	0,30	—	—	0,02	0,06	1,15

β. Veranschlagung der Zimmerarbeiten.

1. Die Zimmerarbeiten werden veranschlagt einschl. Holzmaterial und Nägel.

2. Das Arbeitslohn wird veranschlagt incl. Lieferung der Nägel. Materialien (Verbandhölzer, Bohlen, Bretter, Latten etc.) werden besonders veranschlagt.

3. Für Balkenlagen, Dachverbände und Wände wird die Berechnung des Arbeitslohns für Verlegen und Verbinden, incl. Transport, von der Material-Berechnung getrennt; alle übrigen Arbeiten werden incl. Material-Lieferung berechnet.

γ. Veranschlagung der Steinmetzarbeiten.

1. Die Veranschlagung erstreckt sich auf Arbeitslohn einschl. aller Materialien.

2. Dieselbe bezieht sich nur auf Arbeitslohn; sämmtliche Materialien werden besonders veranschlagt.

δ. Veranschlagung der Dachdeckerarbeiten.

1. Die Veranschlagung umfasst Arbeitslohn einschl. aller Deckungsmaterialien.

2. Die Veranschlagung bezieht sich nur auf Arbeitslohn einschl. Gerüste etc. und die Materialien werden besonders veranschlagt.

Die nachstehenden Angaben über die Behandlung der Anschläge entsprechen den in der preuss. Allgemeinen Bauverwaltung bestehenden Anweisungen. Abweichungen, die anderweitig vorkommen, sind in Noten vermerkt.

b. Eintheilung des Kostenanschlags.

Der Kostenanschlag setzt sich zusammen aus der Massen-Berechnung und der Kosten-Berechnung.

α. Die Kostenberechnung.

Dieselbe wird in Titel abgetheilt, für welche die nachstehende Reihenfolge zweckmäfsig erscheint:

Tit. I.	Erdarbeiten.	Tit. XI.	Schlosserarbeiten.
„ II.	Maurerarbeiten. a. Arbeitslohn b. Material.	„ XII.	Glaserarbeiten.
		„ XIII.	Anstreicher- u. Malerarbeiten.
		„ XIV.	Tapeziererarbeiten.
„ III.	Asphaltarbeiten.	„ XV.	Stuck-, Marmor- u. Bildhauerarbeiten.
„ IV.	Steinmetzarbeiten.		
„ V.	Zimmerarbeiten.	„ XVI.	Töpferarbeiten u. Küchen-Einrichtungen.
„ VI.	Staakerarbeiten.		
„ VII.	Schmiede- u. Eisenarbeiten.	„ XVII.	Zentralheizungs-Anlagen.
„ VIII.	Dachdeckerarbeiten.	„ XVIII.	Gas- u. Wasserleitungs-Anlagen
„ IX.	Klempnerarbeiten.	„ XIX.	Bauleitung (event.).
„ X.	Tischlerarbeiten.	„ XX.	Insgemein.

β. Die Massenberechnung

1. Behandlung im allgemeinen.

Bei Bauten geringeren Umfangs kann die Ermittelung der Massen im Texte der Kostenberechnung nebenbei erfolgen; ebenso verfährt man auch, wenn es sich um grössere Ausführungen handelt, bei den Arbeiten deren Massen-Ermittelungen sehr einfach und kurz ausfallen. Umfangreichere Massenberechnungen werden immer getrennt von der Kostenberechnung aufgestellt. Abgesonderte Massenberechnungen werden im allgemeinen nur erforderlich für:

Erdarbeiten, Maurer-, Steinmetz-, Zimmer-, Eisenarbeiten.

Die einzelnen Positionen der Massenberechnungen erhalten mit den bezüglichen Arbeiten in der Kostenberechnung überein stimmende Positions-Nummern, gleichviel, ob dabei Lücken in der Reihenfolge der Nummern der Massenberechnung entstehen oder nicht.

Um die kalkulatorische Prüfung zu erleichtern, soll es bei Aufstellung der Massenberechnung vermieden werden zu viele Zahlen horizontal neben einander zu schreiben; solche sind vielmehr ohne Rücksicht auf den Mehrverbrauch an Papier in vertikalen Reihen unter einander anzuordnen. Es sind ferner Wiederholungen von Rechnungs-Ansätzen thunlichst zu unterlassen; ein einfacher Hinweis auf die betr. Posit.-No. genügt.

Dieser Hinweis auf früher vorkommende Ansätze wird durch Numerirung der einzelnen Rechnungs-Ansätze, entweder fortlaufend durch die ganze Massenberechnung oder innerhalb der einzelnen Positionen vereinfacht; dies Verfahren ist jedoch bisher ein seltenes.

2. Vorberechnung.

Die Aufstellung einzelner Theile der Massenberechnung wird dadurch sehr erleichtert, dass man zuvörderst für sämmtliche innere Räume eines Gebäudes die wiederholt zum Gebrauch kommenden Zahlenwerthe der Flächen und Umfänge ausrechnet und in die Zeichnungen einschreibt. Erstere Zahl wird gebraucht für Berechnungen der Fufsböden, Decken, der Staakungen, mitunter auch der kubischen Inhalte der Räume; letztere sind zu gebrauchen für Berechnung der Wandflächen, Gesimse etc.

Desgl. schreibt man auf jedes Zeichenblatt, u. z. unmittelbar unter die Bezeichnung desselben, die Grösse der bebauten Grundfläche. Dann sind die Mauerquerschnitte einfach zu ermitteln durch Abzug der Flächen der inneren Räume von der bebauten Grundfläche.

Das hier empfohlene Verfahren ist weiterhin noch dadurch werthvoll, dass der Bauleitende eine Reihe von Zahlen, deren Kenntnisss bei vielen Dispositionen nothwendig ist, immer leicht zur Hand hat. Dasselbe gewährt ferner eine stete Kontrole über die Richtigkeit der Rechnungen und sichert so vor dem Einschleichen grober Fehler in die Rechnung.

Wird, wie es in den meisten Privatbüreaus der Fall ist, die Anschlags-Revision von einem technisch geschulten Personal ausgeführt, so ist es unnöthig, die Exempel der erwähnten Berechnungen besonders in einem Formular zusammen zu stellen, weil dem Revisor die Entstehung der Rechnungs-Resultate bekannt ist.

Wenn jedoch die kalkulatorische Revision von besonderen Kalkulatur-Beamten vorgenommen wird, welche dabei die Zeichnungen nicht in die Hand bekommen, so ist es nothwendig, eine Vorberechnung aufzustellen, durch welche ermittelt, bezw. erhalten wird:

1. der äussere Umfang des Gebäudes in jedem Stockwerke;
2. die Gesammtfläche des Gebäudes in jedem einzelnen Stockwerke;
3. der Flächeninhalt der einzelnen Räume des Gebäudes;
4. die Umfänge sämmtlicher Räume des Gebäudes.
5. ein Verzeichniss aller Gurtbogen, Thür- und Fensteröffnungen, Nischen etc., deren Inhalte bei der Materialien-Berechnung in Abzug kommen.

Diese Aufstellung findet nach dem folgenden Formular (I) statt:

Formular (I).

Pos.	Raum-No.	Stück-zahl	Gegenstand	Länge m	Breite m	Fläche qm	Höhe m	Inhalt cbm	Abzug
			A. Vorberechnung.						
			I. Umfang des Gebäudes.						
			b. Erdgeschoss.						
			Vorder- und Hinterfront 2 . 20,92 = . . .	41 84					
			Seitenfronten 2 . 14,56 = ...	29 12					
			Vorsprünge an der Vorderfront 2 . 0,52 =	1 04					
			Desgl. an der Hinterfront 2 . (1,04 + 0,13) =	2 34					
			Desgl. an der Seitenfront 2 . 0,39 = . . .	0 78					
			Summa . . .	75 12					
			75,12 m Umfang im Erdgeschoss.						

3. Massenberechnung der Erdarbeiten.

Die Ermittelung des kub. Inhalts der Baugruben erfolgt (wenn man nicht eine genauere auf eine Spezialzeichnung gestützte Berechnung vornimmt) durch Multiplikation einer durchschnittlichen Tiefe mit der durch die Aussenkante des untersten Bankett-Absatzes begrenzten Fläche. Der Inhalt des Erdaushubs der Bankette wird aus der Mauermassen-Berechnung entnommen. Der so ermittelten Masse wird ein prozentualer Zuschlag, welcher von der Bodenart abhängt, für Arbeitsraum und Böschung hinzu gefügt, — gewöhnlich 10 %.

Sind künstliche Fundirungen erforderlich, so ist dafür ein besonderer Anschlag anzufertigen, in welchem auch die Erdaushebung aufzunehmen ist. Ein solcher Anschlag wird getrennt abgeschlossen und bildet einen Theil des Hauptanschlags.

4. Massenberechnung der Maurerarbeiten.

Die Berechnung der Mauermassen erfolgt in der schon oben gedachten Weise, dass von der aus der „Vorberechnung" (Formul. I) ersichtlichen Gesammtfläche jedes Stockwerks die Flächen der darin vorhandenen Räume abgezogen werden und der Rest mit der Stockwerks- bezw. Bankethöhe multiplizirt wird. Hierzu ist zweckmässig das nachstehende Formular (II) zu benutzen:*)

Formular (II).

Pos.	Raum-No.	Stück-zahl	Gegenstand	Länge m	Breite m	Fläche qm	Höhe m	Inhalt cbm	Abzug
			Massen-Berechnung.						
			Mauerwerk des Erdgeschosses.						
			Gesammtfläche nach A. IIc.			293 62			
	33—37		Davon ab Flächen-Inhalt der einzelnen Räume laut A. IIIc.			229 30			
						64 32	3 80	244 42	
			Dazu die frei stehenden Pfeiler der Veranda 2 . 0,13 + 4 . 0,38 = ...	1 78	0 38	0 68	3 50	2 38	
			Summa . . .					246 80	
3.			246,80 cbm Ziegelmauern des Erdgeschosses.						

*) Betreffs der Berechnung des Fundament-Mauerwerks vergl. auch einen anderweiten Vorschlag in Deutsch. Bauzeitg. 1882, S. 15 u. 33.

In Ausnahmefällen (bei kleineren Vorbauten, Pfeilern, Senkkasten) geschieht die Ermittelung der Massen direkt durch Multiplikation der Dimensionen.

Die Stockwerkshöhen sind von Oberkante bis Oberkante Fussboden, bez. von Oberkante Fundament ab zu rechnen.

Die Stärken von Bruchstein-Mauerwerk werden in vollen Dezimetern angesetzt.

Für die Materialien-Berechnung sind von den ermittelten Mauermassen in Abzug zu bringen alle Oeffnungen als: Thüren, Fenster, Gurtbogen Nischen u. s. w. und zwar unter Annahme ihres kleinsten Lichtmasses. Bei Bogenöffnungen wird eine entsprechende mittlere Höhe in Ansatz gebracht. Bei diesem Abzuge sind jedoch nicht zu berücksichtigen: Fensterbrüstungs-Nischen, Schornstein- und Ventilationsrohre, Luftisolir-Schichten u. s. w.

Für die Materialien-Berechnung sind ferner besonders zu ermitteln die Massen:

1. des Zement- bezw. Klinkermauerwerks, des Mauerwerks aus porösen oder Lochsteinen;

2. der Mauer-Verblendung behufs Ermittelung der Blend- und Formstein-Mengen, Terrakotten u. s. w.

3. der etwa in Abzug kommenden Haustein-Arbeiten.

In Dachräumen stehende Schornsteinkasten sind unter Angabe und Grösse der darin befindlichen Röhren nur nach der Höhe zu berechnen.

Gewölbe, einschl. Hintermauerung, werden nach der Grösse der überdeckten Fläche (in plano) berechnet.*)

Für Pflasterungen gilt derselbe Ansatz unter Zuschlag der Sohlen in Gurtbogen-Oeffnungen und gröfseren Nischen.

Bei Ermittelung der Putz- bez. Fugungsarbeiten sind alle Oeffnungen, deren Leibung geputzt oder gefugt worden sind, einseitig voll zu rechnen; bei Gurtbogen ist also keine der beiden Seiten in Abzug zu bringen.

Bei der Berechnung der Ausmauerung, des Putzes und Fugenverstrichs von Fachwerkswänden werden Thür- und Fensteröffnungen nach dem Lichtmass zwischen den Stielen in Abzug gebracht, bei verblendeten Fachwerkwänden aber voll gerechnet.

Luftzuführungs-Kanäle werden, wenn die Berechnung nach der Länge stattfindet, in ihrer Axe gemessen, wobei jedoch nur die zwischen den Umfassungs- und Scheidemauern liegende Länge zählt.

Gesimse werden nach der Länge berechnet und im Innern gewöhnlich nach der Länge des Wandanschlusses gemessen. Bei äusseren Gesimsen wird meist die Länge an der Platte gemessen und werden Verkröpfungen mit berechnet.

5. Massenberechnung zu den Maurer-Materialien. (Vergl. die speziellen Angaben S. 32. ff.

Die Maurer-Materialien-Berechnung wird unter Verwendung des hier beigefügten Formulars (III) aufgestellt.

Formular (III).

Pos.	Stückzahl	Maurer-Materialien-Berechnung	Bruchsteine cbm	Ziegelsteine			Klinker	Kalkmörtel l	Zementmörtel l
				Hintermauerungs-Stück	Verblendsteine	Profilsteine			

Das Material an Ziegeln, Formsteinen u. s. w. und an Mörtel für Gesimse, Fenster-Einfassungen u. s. w., bei Verblend- bez. Putzfaçaden ist besonders zu ermitteln. Material zum Verputzen der Thüren, Fenster, Fussleisten u. s. w. wird nicht besonders angesetzt, sondern ist in einem Zuschlag zu berücksichtigen, welcher für Bruch, Verlust, Abrundung angesetzt wird und 3 bis 5 % beträgt.

Alle geringeren Materialien (Rohr, Nägel, Draht, Gips) sind von der Materialien-Berechnung auszuschliessen und in das Arbeitslohn einzubegreifen.

In der Materialien-Berechnung ist bei jeder einzelnen Position der Bedarf an Mörtel auszuwerfen, nach Massgabe vorliegender Ermittelungen oder Bestimmungen.**)

*) Dies Verfahren kann indessen bei Gewölben von grösserer Scheitelhöhe zu grossen Ungenauigkeiten über die Menge des erforderlichen Materials Veranlassung geben; es empfiehlt sich daher in betr. Fällen eine Ermittelung der wirklichen Gewölbefläche.

**) In der preuss. Bauverwaltung nach einem Erlass v. 13. April 1872.

Am Schlusse ist nach den speziellen Erfahrungen, welche man über die Qualität des zur Verwendung kommenden Kalks oder Zements gemacht hat, das Mischungs-Verhältniss anzugeben und danach der Gesammtbedarf an Mörtelmaterialien zu bestimmen.

6. Massenberechnung der Steinmetzarbeiten.

Die Steinmetzarbeiten sind wie folgt zu berechnen:

1. die Quader- bezw. glatte Verblendung nach ihrer Fläche unter Abzug aller Gesimse, Säulen, Pfeiler, Fenstergewände und Verdachungen, so wie der Oeffnungen.

2. die durchlaufenden Gesimse, Gebälke u. dergl. nach ihrer Länge in der gröfsten Ausladung des Profils gemessen,

3. alle einzeln auftretenden Bautheile (Säulen, Pfeiler, Fenstergewände, Verdachungen, Sohlbänke) nach Stückzahl.

Anzugeben sind: die wesentlichsten Abmessungen der Werkstücke und die Tiefe des Einbindens derselben.

Neben dieser Berechnung ist zuweilen eine Ermittelung des kubischen Inhalts erwünscht. Dieselbe erfolgt alsdann auf dem (ohnehin zu benutzenden) Formular (IV). Bei Bezahlung der Werksteine nach ^{cbm} wird als kubischer Inhalt des Steins stets das umgeschriebene Parallelepiped berechnet. Bei Berechnung des kubischen Inhalts sind aber die Körpermaasse nicht als Vordersätze in die Kostenberechnung aufzunehmen, sondern nur zur Erläuterung der Vordersätze (ad a, b u. c ermittelt) hinter denselben einzuschalten.

Formular (IV).

Position	Quantum	Gegenstand der Berechnung	pro Einheit	Geld-Betrag im einzelnen M.	Pf.	im ganzen M.	Pf.
		Steinmetz-Arbeiten.					
43	1650	^{qm} Quaderverblendung von festem Sandstein, genau nach Zeichnung, die Binderschichten durchschnittlich 30 ^{cm} hoch u. 25 ^{cm} tief, die Läuferschichten 45 ^{cm} hoch u. 13 ^{cm} tief anzuliefern u. s. w. für Material .	30,00				
		für Bearbeitung . .	15,00				
		„ Versetzen . . .	5,00				
		Summe . .	50,00	82 500	—		

Bei Treppen sind die Podeste nach Fläche, die Treppenstufen nach Stückzahl unter Angabe ihrer lichten Länge zu ermitteln. (Angabe der Tiefe des Einbindens). — Bei Thürschwellen, Abdeckungsplatten u. s. w. ist ebenso zu verfahren.

7. Massenberechnung für Zimmerarbeiten und Materialien.

Derselben ist eine Holzberechnung unter Benutzung des Formulars (V) voraus zu schicken. Die Rubrik für Bohlen und Bretter ist in der Berechnung nur dann erforderlich, wenn auch für diese das Material getrennt von der Arbeit berechnet wird. Im allgemeinen ermittelt man durch die Holzberechnung nur den Holzbedarf in Balkenlagen-, Wand- und Dachverbänden.

Formular (V).

Pos. der Massen- bezw. Kosten-Berechn.	Stückzahl	Gegenstand	Länge im ganzen m	Verbandhölzer cm stark 26/31	18/31	18/26	18/18	16/24	16/16	13/18	13/16	13/13	Bohlen cm stark 8	5	Bretter cm stark 3,5	2,5
	10	Balken à 4,60 . .	46,00	46,00												
	2	Desgl. à 4,60 . .	9,20		9,20											
56.		Balkenlage Sa.	55,20													

Die Balken und Verbandhölzer werden gruppenweise zusammen gestellt und nach ihren Stärken geordnet. Die Längen der Hölzer müssen ohne Berücksichtigung der Stösse, aber unter Zurechnung der Zapfenlängen, aus der Zeichnung entnommen werden können. Alle Dielungen, Schalungen, Verschläge (Lattenver-

schläge) werden nach ihrer Fläche, Bohlenunterlagen für Oefen und Kochheerde, Kreuzholz- und Bohlenzargen nach der Stückzahl (unter Angabe ihrer Grösse) in Ansatz gebracht; ebenso Dübel- und Unterlags-Bohlen für Thüren (unter Angabe der Stückzahl und der Breite und Tiefe der betr. Thüröffnungen).

Für die Flächenberechnung der Deckenschalung gelten die der Zeichnung eingeschriebenen Flächenmaaſse; für die Dielungen sind den Flächenmaassen der Zeichnung ev. die Bodenflächen von Nischen etc. hinzu zu fügen. Fussbodenlager werden entweder nach Länge incl. Material und Verlegen bezahlt, oder es wird Material und Verlegen getrennt berechnet.*)

Bei Dachschalungen sind Oeffnungen, als: Oberlichter, Schornsteine, Aussteigeluken, nur abzuziehen, wenn sie einzeln mehr als 1 ^{qm} Fläche umfassen.

Hölzerne Treppen sind nach der Anzahl der Stufen, Podeste nach den Maassen der Zeichnung (u. zwar einschl. der Podestbalken, Schalungen und Verkleidungen) zu berechnen.

Bei Anschlägen für Bauten, zu welchen das Holz aus der Forst verabfolgt wird, oder dessen Werth nach der Forsttaxe zu vergüten ist, ist in einer besonderen Zusammenstellung, Formular (VI), die Masse des im ganzen erforderlichen Holzes der Verbandhölzer, Bohlen, Bretter, Latten, Schwarten u. s. w. als Rundholz nach Stämmen, Sägeblöcken und Stangen getrennt zu ermitteln, wobei darauf zu rücksichtigen ist, dass die angenommenen Längen der Rundhölzer zur Gewinnung der nothwendig aus einem Stück herzustellenden Hölzer ausreichen (vergl. hierzu auch die Tabellen und Angaben S. 20 ff.).

Formular (VI).

			Umrechnung in Stämme							Werth nach der Holztaxe der Ober-Försterei			
			pro Stück			Kubik-Inhalt der Stückzahl	Klasse			pro 18..			
										Einheits-preis		Geld-Betrag	
Pos.	Stückzahl	Gegenstand	Länge m	mittlerer Durch-messer cm	Kubik-Inhalt cbm	cbm	Schneide-holz	Bauholz	Stangen	M.	Pf.	M.	Pf.

Für Verschnitt etc. ist in letzterem Falle ein Zuchlag von 2 bis 3 % bei den Verbandhölzern, von 3 — 5 % bei Bohlen, Brettern u. s. w. anzusetzen.

Die formelle Handhabung der Umrechnung in Rundholz wird von der Bezirks-Instanz geregelt.

8. Massenberechnung der Staakerarbeiten.

Die zu staakende Fläche setzt sich aus den Flächen der mit Balkendecken versehenen Decken zusammmen. Für die von den Balken selbst bedeckte Fläche erfolgt kein Abzug.

9. Massenberechnung der Eisenarbeiten.

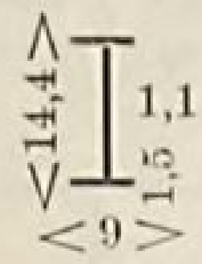
Für die grösseren Eisenkonstruktionen (gewalzte und genietete Träger, Säulen, eiserne Dachwerke u. s. w.) sind auf Grund statischer Berechnungen die Dimensionen der einzelnen Theile fest zu stellen. Danach sind die Massen der zu beschaffenden Eisensorten (nach Art der Konstruktion getrennt) nach Gewicht zu ermitteln.

Statische Berechnungen bezügl. Art werden etwa in folgender Form angesetzt:

Korridor-Wand.

2 Träger (M) 3,50 ^{m} frei liegend Die Belastung derselben beträgt:

Mauerwerk (3,50 × 4,30 — 2,28 × 1,08) 0,25 × 1600 = 5036 ^{kg},



mithin hat jeder Träger zu tragen: $\frac{5036}{2} = 5036$ ^{kg},

Hierzu ist erforderlich: $W = \frac{2518 \times 350}{8 \times 700} = 158.$

Ein Träger nebenstehender Abmessungen mit $W = 175$ genügt.

Nachdem auf diese Weise die Profile und die Gewichte der einzelnen Konstruktionstheile ermittelt worden sind, wird behufs Ermittelung der Massen die Zusammenstellung derselben nach Formular (VII) bewirkt.

*) Die Berechnung des Bedarfs an Fussbodenlagern geschieht am besten überschlägig, indem man den Satz von 1,4 ^{m} Lager pro ^{qm} Fussbodenfläche rechnet.

Formular (VII). Zusammenstellung über Träger und Stützen.

Pos. des Anschlags	Bezeichnung in der statisch. Berechnung	Gegenstände	Gewalzte Träger			Unterlagsplatten			Säulen		
			Trägerlänge m	Gewicht pro m kg	Gewicht im ganzen kg	Unterlagsplatten Stück	Gewicht d. Platt. im einzelnen kg	Gewicht im ganzen kg	Eiserne Säulen Stück	Gewicht im einzelnen kg	Gewicht im ganzen kg
	A	2 Stück schmiedeiserne Träger à 5,0 m lg. . .	10	32	320	2	0,80	1,60			
	N	Gusseiserne Säulen à 3,6 m Länge							2	40	80

Für gröfsere genietete Konstruktionen kann die Gewichts-Berechnung unter Aufstellung eines Verzeichnisses der erforderlichen Bleche, Platten, Profileisen etc. nach besonderem Formular (VIII) erfolgen.

Formular (VIII). Eisen-Berechnung für grössere genietete oder verbolzte Konstruktionen.

Position	Stückzahl	Gegenstand und Ansatz	Anzahl der Maass-Einh. Sp. 2 × 3	Gewicht der Einheit in kg	Gewicht in kg		Bemerkung. und Skizzen	Gewichte in kg der Konstruktionstheile nach Mater. resp. Façons geordn. (Sp. 6 resp. 2 × 6)							
					im einzelnen Sp. 4 × 5	im ganzen = Summe Sp. 6		Flacheisen u. Bleche				Buckelplatten	Gusseisen	Stahl	Divers.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

12. Benutzung der Masseneinheits-Sätze für die Massen-Berechnungen.

Verwaltungen, welche viel nach Normalien arbeiten, können die Aufstellung der Massen-Berechnungen durch Feststellung von Masseneinheits-Sätzen für die Berechnung der Mauerquerschnitte, des Mauermaterial-Bedarfs und des Holzbedarfs erheblich vereinfachen.

Die Mauerquerschnitte lassen sich in Prozenten der Grundfläche der einzelnen Geschosse ausdrücken; die Einheitssätze ändern sich natürlich für die verschiedenen Geschosse; die Mauerquerschnitte der einzelnen Geschosse stehen aber in einem ziemlich konstanten Verhältniss zu einander.

Diese Sätze müssen natürlich für jede bestimmte Grundriss-Type besonders ermittelt werden; es sind also nicht allgemein gültige Sätze aufzustellen.*) Zur Erläuterung des Prinzips sind auf S. 68 einige meist nach Bau-Ausführungen der Berliner städtischen Verwaltung ermittelte Masseneinheits-Sätze mitgetheilt.

Ist man über den zur Anwendung zu bringenden Einheitssatz zweifelhaft, so kann man den Mauerquerschnitt in einem Geschoss ermitteln und nach den Verhältnisszahlen daraus die Mauerquerschnitte der übrigen Geschosse fest stellen.

Das Mauerwerk der vorgelegten Freitreppen, Erker etc. muss besonders ermittelt werden.

Für die Berechnung des Oeffnungs-Abzuges lassen sich ebenfalls in engen Grenzen schwankende Sätze nach Prozenten des gesammten voll berechneten Mauerwerks aufstellen. (Siehe die Tabelle S. 68.)

Der Maurermaterial-Verbrauch excl. Bankette kann nach Einheitssätzen pro cbm Gebäude-Inhalt (Höhe stets von obersten Banket-Absatz bis Oberkante Hauptgesims) berechnet werden. Diese Berechnungs-Methode ist sehr bequem und giebt brauchbare Resultate.

Der Holzbedarf zu Balkenlagen kann nach Einheitssätzen pro qm mit Balkendecken versehener Räume bestimmt werden; desgl. der Holzbedarf in Dachverbänden.

Auch wenn man von der angedeuteten Methode der Berechnung nicht Gebrauch macht, ist es sehr zu empfehlen, die bezüglichen Daten fortlaufend in Tabellen zu sammeln und die sich ergebenden Sätze für die Anschlags-Revision zu benutzen; diese wird durch ein derartiges Verfahren sehr abgekürzt. Denn es sind dann die entsprechenden Einheitssätze in den Massenberechnungen sehr bequem auszuwerfen.

*) Siehe Blankenstein Ueber bautechnische Statistik. Berlin 1880.

c. Die Kostenberechnung.

α. Allgemeines.

Bei den einzelnen Positionen ist der Umfang der Arbeiten und deren Art genau zu bezeichnen. Die Titel, sowie deren Bezeichnungen sind aus dem Formular (II) ersichtlich. Die Kosten der Anfuhr von Materialien sind in die für diese anzusetzenden Preise einzurechnen. In die Kostenberechnung sind die Vordersätze der Massenberechnung (auf 1 Dezimalstelle abgerundet) aufzunehmen, auch bei der Abrechnung beizubehalten. Pfennige sind bei Ausrechnungen der Kosten-Einzelbeträge im Anschlag und in der Abrechnung auszuwerfen. (S. 8.)

Bei Aufstellung der Kostenanschläge dient das Formular (IX).

Formular (IX).

Pos.	Stückzahl	Gegenstand	Einheitspreis M.	Einheitspreis Pf.	Geldbetrag M.	Geldbetrag Pf.
		Steinmetzarbeiten.				
43	1650	qm Quaderverblendung von festem Sandstein genau nach Zeichnung, die Binderschichten durchschnittlich 30 cm hoch und 25 cm tief, die Läuferschichten 45 cm hoch und 13 cm tief anzuliefern, zu bearbeiten, zu versetzen und zu vergiessen einschl. der Lieferung der Dübel u. s. w., Vorhaltung der Rüstungen u. s. w.,				
		für Material	30	—		
		„ Bearbeitung	15	—		
		„ Versetzen u. s. w.	5	—		
		Summa . . .	50	—	82 500	—

Am Schlusse des Anschlags ist eine Rekapitulation der Kosten der einzelnen Titel zu geben, und die Schluss-Summe zu ziehen. Unter derselben stehen die Unterschriften wie folgt:

........ den .. ten 18 ..	Revidirt	Rechnerisch festgestellt
Der Anschlags-Verfasser	 den .. ten 18	 den .. ten 18 ..
Name	Name	Name
Amtscharakter.	Amtscharakter.	Amtscharakter.

1. Bei Kirchen-, Pfarr- und Schulbauten, zu welchen der Fiskus als Patron Materialien oder baare Beiträge zu liefern hat, ist eine Berechnung dieser Beiträge dem Anschlage beizufügen, sowie eine Berechnung der von den Gemeinden zu leistenden Hand- und Spanndienste. —

2. Bei Forstbauten sind die Kosten der Anfuhr sämmtlicher Materialien in besonderer Zusammenstellung zu ermitteln. —

3. Ein Gleiches gilt für die Domänenbauten, bei welchen ausserdem die Dachdeckungs-Kosten und sonstige dem Pächter obliegende Leistungen anzugeben sind.

4. Zur Ermittelung des Abbruchs-Werthes alter Gebäude (zwecks Kosten-Repartition), oder der Kosten der Wiederherstellung derselben in bisheriger Gröfse und Bauweise sind überschlägliche Berechnungen ausreichend. —

β. Speziellės.

Tit. Erdarbeiten.

Der ermittelte Kubikinhalt der auszuhebenden Erde ist (unter Angabe der betr. Bodenart und des Grundwasserstandes) einschl. des Tranports (ev. Einplanirens oder Aufschüttens) in Ansatz zu bringen. Beim Transport ist eine mittlere Entfernung anzunehmen. In dem Anschlagspreis ist einbegriffen die Abböschung der Baugrube, Vorhaltung sämmtlicher Geräthe (Karrdielen etc.). Die Abfuhr überschüssiger Bodenmassen ist besonders zu veranschlagen.

Bei schwierigen Fundirungen wird ein Spezialanschlag erforderlich, welcher in Unterabtheilungen: Befestigung des Baugrundes, Erdarbeiten, Wasserschöpfen u. s. w. zu gliedern ist.

1. Tit. Maurerarbeiten.

α. **Arbeitslohn.** Das in der Massenberechnung nach dem kubischen Inhalt ermittelte Mauerwerk sämmtlicher Stockwerke ist voll, ohne Abzug der Oeffnungen, von Stockwerk zu Stockwerk zu veranschlagen.

Zulagen für Nebenleistungen sind nicht besonders zu berechnen; Herstellung von Aussparungen, Ausfugungen und Verputz von Heiz- etc. Röhren, Einsetzung von Thüren, Fenstern und Reinigungsthüren, Vermauern von Dübeln, Zargen, Ueberlagsbohlen, Ankern, Ausmauerung längs der Ortbalken, Bekleidung der Schornsteinrohre etc. soll in den Einheitspreis pro ^{cbm} Mauerwerk eingeschlossen sein.*) Frei stehende Schornsteinkasten kommen nach ihrer Höhe, einschl. Ausfugung, Verputzung, Herstellung des Kopfes, zur Veranschlagung. Sind reicher ausgebildete Schornsteinköpfe herzustellen, so kommt dafür eine Zulage in Ansatz.

Die Verblendung der Façaden mit Ziegelsteinen ist besonders zu berechnen und zwar nach dem Flächeninhalt, ohne Abzug der Oeffnungen. In den Preis einbegriffen ist: das Aufmauern von einfachen Pfeilern, Einfassung, Reinigung und Ausfugung der Flächen, sowie das Berüsten.

Für Versetzen von Gesimsen, Friesen (aus Verblendsteinen, Formsteinen, Terrakotten) ist eine Zulage pro ^{m}, für das Versetzen von Gewänden, Verdachungen, Architekturtheilen (Säulen, Füllungen) ein Zusatzpreis pro Stück anzunehmen.

Sind einzelne Theile der Façade aus anderem Material (Haustein, Kunststein, Mörtelputz) hergestellt, so findet ein Abzug der von diesem eingenommenen Fläche von der Façadenfläche statt.

Bei in Putz auszuführenden Façaden ist nach den für Ziegelverblendung gegebenen Vorschriften zu verfahren.

Die Putzarbeiten im Innern kommen einschliesslich des Schlämmens und Weissens zur Veranschlagung.

Das Verlegen und Versetzen von eisernen Trägern und Säulen ist unter Zugrundelegung eines Einheitspreises pro 100 ^{kg} zu veranschlagen.

Die Bereitung des Mörtels, sowie die Beschaffung des hierzu und zum Mauerwerk erforderlichen Wassers ist in dem angesetzten Preise einbegriffen. Abweichungen sind besonders zu begründen.

Das Vorhalten, sowie An- und Abfuhr der Geräthe und Rüstungen, so wie Aufstellen und Abbrechen der letzteren ist in die Einheitspreise einzuschliessen. Nur schwierige, abgebundene Rüstungen (z. B. für Thürme, für Versetzen von Werkstücken) sind bei den Zimmerarbeiten besonders zu veranschlagen.

β. **Maurermaterialien.** Die Maurermaterialien sind einschliesslich Anfuhr zur Baustelle im Anschlage anzusetzen. — Kalk ist im eingelöschten, event. (Wasserkalk) in gebranntem Zustande zu veranschlagen. (Bezügl. Angaben S. 16).

2. Tit. Asphalt-Arbeiten.

Dieselben sind einschliesslich des Materials, in geeigneten Fällen (Asphaltirung von Höfen, Strassen) einschliesslich der Unterbettung aus Beton u. dergl. unter Angabe der Stärke der Asphalt-Schicht zu veranschlagen.

3. Tit. Steinmetz-Arbeiten.

Dieselben sind einschl. der Lieferung des Haustein-Materials und des Versetzens zu veranschlagen.

Wo die Bearbeitung und das Versetzen der Hausteine nicht vom Lieferanten bewirkt wird, sind die Einheitspreise für Lieferung des Materials, Bearbeitung und Versetzen getrennt zu veranschlagen, um gesonderte Vergebung des Materials und der Arbeit zu ermöglichen.**)

*) Diese für die preuss. Allgemeine Bauverwaltung massgebende Bestimmung entspricht nicht dem bisherigen Usus, nach welchem für die eben aufgeführten Neben-Arbeiten, mit Ausnahme des Ausssparens und Verputzens der Schornsteinrohre ein besonderer Preis ausgeworfen wird. Auch für Herstellung von Klinker- u. Zement-Mauerwerk werden häufig besondere Zulagen gegeben. In Berlin wird für Zement-Mauerwerk eine Zulage pro Fass verarbeiteten Zements berechnet. Ebenso wird für das Berüsten der Façade ein besonderer Preis pro ^{qm} ausgeworfen.

Durch das oben angegebene Verfahren gewinnt der Anschlag sehr an Kürze und Uebersichtlichkeit. Die Kosten der erwähnten Nebenarbeiten stehen im allgemeinen in einem so konstanten Verhältniss zu denjenigen des Mauerwerks, dass eine richtige Bemessung des Preises einschl. derselben sehr gut möglich ist. Siehe indessen hierzu Vogdt; Handhabung des Submissionswesens. Deutsch. Bauzeitg. 1883, S. 616.

**) Wenn die Lieferung vom Versetzen getrennt an einen auswärtigen Unternehmer vergeben ist, kann von demselben nur die zeichnungsgemässe Anlieferung der Stücke verlangt werden; das nie ganz zu vermeidende Nacharbeiten beim Zusammenpassen muss in Tagelohn ausgeführt werden. Man thut gut, eine Position für Nacharbeiten, Abarbeiten der Bezeichnungen, Einstemmen von Löchern etc. auszuwerfen.

Uebrigens ist der Vertrag vorsichtig zu fassen, damit die Revisions-Instanz nicht Einwände bezüglich der Verpflichtung des Unternehmers zu den Nacharbeiten erheben kann.

Die Anfertigung der Schablonen, das Nacharbeiten, die Reinigung, Lieferung und das Einsetzen der Dübel ist in die Einheitspreise mit einzubegreifen, ebenso das Heranschaffen und Aufbringen der Werkstücke, Vorhalten der Winden, Taue und sonstiger Geräthschaften, sowie das Vergiessen und Vermauern der Zwischenräume. Endlich sind auch die Rüstungen in den Preis einzuschliefsen, falls sie nicht bei den Maurerarbeiten berücksichtigt, oder abgebundene Rüstungen bei den Zimmerarbeiten veranschlagt werden. Alle beim Versetzen von Steinmetzarbeiten erforderlichen Maurermaterialien (Ziegel, Dachsteine, Zement) sind in der Maurermaterialien-Berechnung in einem Pauschquantum zu berücksichtigen.

4. Tit. Zimmerarbeiten und Material.

Die Hölzer zu Balkenlagen, Fussboden-Lagern, Fachwerks- und Dachverbänden u. s. w. sind nach Arbeitslohn und Material getrennt zu veranschlagen. (Arbeitslohn nach ^{m}; Material nach ^{cbm}.) Alle übrigen Zimmerarbeiten sind einschliesslich des zugehörigen Materials zu berechnen.

In den Preis für Zurichten und Verlegen der Balken ist das Ausfalzen für die Staakung, wenn Latten zur Anwendung kommen, die Lieferung etc. derselben mit einbegriffen.

Ebenso ist in den Preisen für das Verbinden und Aufstellen sämmtlicher Verbandhölzer, (auch der Hänge- und Sprengewerke) das Anbringen des Eisenzeugs (Schienen, Klammern, Hängeeisen, Schuhe, Bolzen) mit einbegriffen.

Bei gewöhnlichen Lattenverschlägen ist die Anfertigung der Thüren (einschl. des Beschlags derselben) in den Preis pro ^{qm} mit aufzunehmen.*)

Holztreppen sind vollständig fertig (einschl. Geländer und Eisenzeug) zu veranschlagen.

Nägel, auch Sparrennägel, sind niemals besonders zu berechnen, sondern es ist die Lieferung derselben bei der Preisbemessung der einzelnen Positionen zu berücksichtigen.

Hinsichtlich der Rüstungen gilt das bei Tit. 1, Maurerarbeiten, Gesagte.

Bei Anschlägen zu Bauten, zu welchen der Fiskus das Holz in natura hergiebt, oder auf Grund der Forsttaxe (oder Lizitations-Durchschnittspreise) vergütet, ist Arbeitslohn und Material stets getrennt zu veranschlagen.

5. Tit. Staaker-Arbeiten.

Staakung, Strohbelehmung, Ausfüllung der Balkenfache und Lieferung alles Materials sind hier zusammen zu fassen.

6. Tit. Schmiede- und Eisenarbeiten.

Das Eisenzeug für Maurer- und Zimmerarbeiten (Anker, Bolzen, Schienen) auch Fenstergitter etc. wird gewöhnlich nach Stückzahl unter Angabe der Gewichte der einzelnen Objekte,**) Geländer, Gitter werden nach Länge (unter Angabe der wichtigsten Dimensionen ev. auch des Gewichts) veranschlagt.

Eiserne Treppen sind nach der Anzahl der Stufen, Podeste nach ^{qm} ihrer Grösse zu berechnen.

Grössere Eisenkonstruktionen sind nach einem Preise pro 100 ^{kg} zu veranschlagen. Reinigen der Eisentheile von Rost, Grundiren ist bei Bemessung des Preises zu berücksichtigen.

Bei zusammen gesetzten, genieteten Konstruktionen (eisernen Dächern, Träger-Systemen u. s. w.) ist die Montage einschl. der erforderlichen Rüstungen in den Einheitspreis pro 100 ^{kg} einzubeziehen. Dagegen ist das Versetzen und Verlegen einzelner eiserner Säulen, Balken u. s. w. Sache des Maurers.

7. Tit. Dachdecker-Arbeiten.

Die Ermittelung der einzudeckenden Flächen erfolgt durch direkte Ausmessung derselben. Die Eindeckung der Firste, Grate, Kehlen — sowie aller Einfassungen (von Schornsteinen, Luken, Dachfenstern) ist nicht besonders zu berechnen — falls dasselbe Material der Eindeckung dazu benutzt wird — sondern in den Einheitspreis pro ^{qm} Dachfläche einzuschliessen; desgleichen die Lieferung und Anbringung der Leiterhaken. Wird aber zu den Anschlüssen ein anderes Material, als

*) Indessen werden die Beschläge gewöhnlich vom Schlosser geliefert und auf diesen Titel veranschlagt.

**) Besser aber nach Gewicht.

das zur Eindeckung verwendete, benutzt, so sind dieselben noch unter Angabe der Breite pro Stück gesondert zu veranschlagen. (z. B. bei Schiefer- oder Ziegeldächern Zink oder Blei für die Kehlen). Für das zu verwendende Metall ist stets das Gewicht pro Flächeneinheit anzugeben.

Eiserne Dachfenster sind einschl. Lieferung, Anbringung, Verglasung und Anstrich pro Stück zu veranschlagen; ebenso etwaige Aussteige-Luken.

Schneefänge, sowie Laufbretter sind bei den Dachdecker-Arbeiten, fertig hergestellt, mit einem Preise pro Längeneinheit anzusetzen.

8. Tit. Klempner-Arbeiten.

Alle Abdeckungen (Gesimse), Verkleidungen (Stirnbretter, Rinnen), Abfallröhren sind nach Länge unter Angabe der Breite (Umfang oder Durchmesser); Abdeckungen (Fenstersohlbänke) und Verdachungen, Wasserkasten u. dergl. pro Stück unter Angabe der Abmessungen zu veranschlagen. (Angabe des Gewichts des zu verwendenden Bleches pro Flächeneinheit.)

9. Tit. Tischler-, Schlosser-, Glaser- und Anstreicher-Arbeiten.

Diese Arbeiten sind für alle diejenigen Gegenstände im Anschlage zusammen zu fassen, wenn zwei der gen. Handwerke daran Theil nehmen. Zu diesem Zwwecke ist das Formular (X) zu benutzen. Die Arbeiten sind nach einander, aber nach den Handwerken getrennt aufzuführen und die Preise in besonderer Spalte auszuwerfen, damit die einzelnen Arbeiten auch gesondert vergeben werden können.

Formular (X).

Pos.	Stückzahl	Gegenstand	Einheits-Preis		Geldbetrag für die Arbeiten des							
			M.	Pf.	Tischlers M.	Pf.	Schlossers M.	Pf.	Glasers M.	Pf.	Anstreichers M.	Pf.
1.	10	Stück einflügel. Sechsfüllungs-Thüren u. s. w. anzufertigen und einzusetzen u. s. w. dem Tischler	50	—	500	—						
		Dieselben mit 2 Stück starken Ansatzbändern u. s. w. komplet zu beschlagen u. s. w. dem Schlosser	10	50	—	—	105	—				
		Dieselben zu grundiren u. s. w. dem Anstreicher	8	50	—	—	—	—	—	—	85	—
		pro Stück zusammen ...	69	—								

Die Summen der Geldbeträge für jeden der 4 Titel sind darauf in das gewöhnliche Anschlags-Formular zu übernehmen und hier event. solche Arbeiten noch titelweise hinzu zu fügen, welche von dem betr. Handwerker allein gefertigt werden; dies ist namentlich bei den Anstreicher-Arbeiten nothwendig.

Fenster, Thüren u. dergl. werden unter Angabe der kleinsten Lichtmaſse nach der Stückzahl in Ansatz gebracht. Bei Fenstern sind Latteibretter u. s. w., bei Thüren Futter, Schwellbretter, Bekleidungen, Verdachungen einzubegreifen. Die Höhen von Bogenöffnungen werden im Scheitel gemessen. Glaser- und Anstreicher-Arbeiten sind ebenfalls pro Stück zu veranschlagen. Paneele, Parquet-Fussböden etc. nach qm zu veranschlagen.

Ebenso ist hinsichtlich der Verglasung von Kirchenfenstern zu verfahren.

10. Tit. Anstreicher- und Tapezierer-Arbeiten.

Die Anstreicher-Arbeiten werden gewöhnlich nach der Fläche, bezw. Länge in Ansatz gebracht, ausgenommen der Anstrich der Fenster, Thüren, welcher nach der Stückzahl zu berechnen ist.

Die Tapezierer-Arbeiten sind nach der Fläche (einschl. Borden, Streifen, Makulatur) zu veranschlagen. Für die Massenberechnung sind die Vordersätze der Maurer- bez. Zimmer-Arbeiten zu übernehmen.

11. Tit. Stuckarbeiten.

Die Stuckarbeiten sind einschl. der Modellkosten wie des Anbringens und Befestigens zu veranschlagen. Bei Façaden erfolgt die Ermittelung der Stuckarbeiten nach den bei der Massenberechnung der Steinmetzarbeiten gemachten Angaben. Bei Arbeiten im Innern sind Pauschquanten für jeden Raum, unter Beschreibung der Ausstattung anzusetzen.

12. Tit. Ofenarbeiten, Zentralheiz- und Ventilations-Anlagen.

Gewöhnliche Oefen und Kochherde sind nach Stückzahl einschl. der erforderlichen Eisentheile, Ziegel, Thonplatten, Dachsteine, Lehm aufzuführen. (Bezügl. Ang. S. 33.)

Zentralheiz-Anlagen werden pro 100 cbm *) zu heizenden Raumes veranschlagt. Ein spezielles Projekt der Anlagen wird nebst den Berechnungen etc. dem Anschlage getrennt beigelegt.

In die angegebenen Einheitskosten (pro 100 cbm) sind Kessel-Einmauerungen, die Einmauerung der Heizapparate, Stemmarbeiten nebst Materialien einzuschliessen. Die übrigen Maurerarbeiten (Kanalanlagen, Schornsteine, Schlote etc.) sind bei den Maurerarbeiten nach Arbeitslohn und Material getrennt zu berechnen.

13. Tit. Gas- und Wasserleitungs-Anlagen.

Die Kosten werden gewöhnlich ebenfalls nur überschlägig ermittelt. Die Aufstellung eines speziellen Anschlags bleibt vorbehalten. Es sind dem Anschlage dann kurze Erläuterungen voran zu schicken, aus welchen der Umfang der Anlagen zu ersehen ist. Es ist hiernach die Anzahl der Zapfstellen, Auslässe, Flammen etc. zu ermitteln und sind die Kosten der einzelnen Leitungen (innerhalb des Gebäudes) auf Grund eines Durchschnittspreises pro Auslass, bez. Flamme zu veranschlagen.**)

Für die ausserhalb des Gebäudes befindlichen Anschluss-Leitungen sind, sofern dieselben nicht auf besonderen Anschlägen (Umgebungs-Anlagen) zur Berechnung kommen, Pauschquanten auszuwerfen. Die hierbei erforderlichen Steine, so wie Maurer- und Erdarbeiten sind ebenfalls in Pauschquanten zu berücksichtigen.

Die Beleuchtungskörper, die Klosets, Waschbecken, Ausgüsse u. s. w. sind aufserdem pro Stück in Ansatz zu bringen.

14. Tit. Bauführungskosten.

Es ist detaillirt anzugeben, welche Hülfskräfte für die Bauausführung nothwendig werden, wie lange und zu welchen Einheitssätzen pro Monat dieselben beschäftigt werden sollen. Für Schreib- und Zeichen-Materialien, Miethe, Heizung und Beleuchtung der Bau-Büreaus, sowie die während der Ausführung erforderlichen Provisorien sind besondere Pauschquanten anzusetzen.***)

15. Tit. Insgemein.

Hier sind alle diejenigen Arbeiten etc. zu berücksichtigen, welche unter die früheren Titel nicht eingereiht werden können. Am Schlusse ist für nicht vorher zu sehende Arbeiten und zur Abrundung ein — nach Prozenten der bis dahin ermittelten Kostensumme zu berechnender — Betrag auszuwerfen.

Es ist übrigens erforderlich, bei jedem Titel, bei welchem unvorhergesehene Arbeiten vorkommen können, eine Position für solche auszuwerfen. Nur solche unvorhergesehenen Arbeiten sollen bei Titel Insgemein gebucht werden, welche nicht schon auf andere Titel gehören.

3. Veranschlagung von grösseren Reparaturen und Umbauten.

Die Veranschlagung von Reparaturen und Umbauten gehört zu den schwierigsten Aufgaben des Gebiets, da sich die Tragweite einer eingeleiteten Renovations-Arbeit selten vorher vollständig übersehen lässt.

Es giebt verschiedene Methoden der Kosten-Ermittelung für derartige Bauausführungen. Zunächst wird man sich ein ungefähres Bild von den Kosten machen können, wenn man die voraussichtlichen Veränderungen in einen Plan einträgt und hiernach die Daten für einen aufzustellenden Kostenanschlag zu gewinnen sucht. Dies Verfahren wird für wenig umfangreiche Reparaturen genügen. Handelt es sich dagegen um einen radikalen Umbau, so geht eine Methode dahin, sämmtliche Arbeiten des vorliegenden Objekts als für einen Neubau bestimmt, zu berechnen und die Baukosten intakt gebliebener Theile in Abzug zu bringen, dagegen die Kosten des Abbruchs hinzu zu addiren, bezw. dieselben durch den Erlös aus dem Abbruch zu kompensiren.

*) Bezügliche Einheitskosten-Sätze siehe S. 70.

**) Desgl. S. 70.

***) Dieselben sind sehr von zufälligen Umständen, Natur und Umfang der Bau-Ausführung, Dauer der Bauzeit etc. abhängig. Man kann etwa rechnen für Büreau- und Zeichen-Material 0,5 bis 1 Proz. der Bausumme; für Provisorien während der Bauzeit ebenfalls 0,5—1 Proz. der Bausumme.

Am sichersten gelangt man zum Ziel, wenn man die Veranschlagung erst nach Vollendung des Abbruchs vornimmt, da sich erst dann klar übersehen lässt, was von dem alten Gebäude erhalten bleiben kann.

Welche Methode der Veranschlagung man auch wählen mag, stets sind für „unvorhergesehene Ausgaben" 15—25 % der Kosten in Rechnung zu stellen.

Handelt es sich bei den Maurerarbeiten um kleinere Reparaturen (Durchbrechungs-, Abtragungs-Arbeiten), so werden dieselben nach Tagewerken berechnet. Dagegen veranschlagt man grössere Reparaturen und Umbauten nach cbm einschl. oder ausschl. des Materials, wobei Abbruch, Reinigung, Aufsetzen der alten Materialien, sowie die Schutt-Beseitigung zu berücksichtigen sind. In besonders schwierigen Fällen kann man die Einheitspreise der Neuherstellung plus 25—50 % Zuschlag einsetzen.

Oeffnungen (Thüren, Fenster u. s. w.) durchzubrechen oder zu vermauern wird pro Stück berechnet, wobei die Mauerstärken zu berücksichtigen sind.

Alle übrigen Maurerarbeiten werden nach denselben Einheiten berechnet welche bei Neuherstellungen üblich sind. Bezüglich der Preisberechnung ist nur zu bemerken, dass alle die Arbeiten, welche die Reparatur vorbereiten, nicht zu gering veranschlagt werden dürfen. Am besten berechnet man diese nach Tagewerken.

Will man bei dieser Veranschlagungsweise recht sicher gehen, so ist dazu die Benutzung eines Formulars erforderlich, welches etwa 6 Rubriken enthält: 1. für die lfd. No. (Position), 2. für die „Bezeichnung der Reparaturarbeit" (möglichst spezialisirt); 3. und 4. für die Anzahl der Tagewerke: a. des Maurers, b. des Arbeiters; 5. und 6. für das Material: a. an Mauersteinen, b. an Mörtel.

Die Veranschlagung von Reparaturen an Zimmerarbeiten erfolgt im allgemeinen nach denselben Grundsätzen, die bei der Veranschlagung von Maurerarbeiten gelten. Kleinere Reparaturarbeiten werden nach Tagelohn berechnet, grössere dagegen nach den, für die betr. Neuherstellungen üblichen Einheiten.

Bei der Preisbestimmung (bei welcher in allen Fällen der ortsübliche prozentuale Zuschlag zu berücksichtigen ist) kommt in Betracht, ob altes vorhandenes Material wieder zu verwenden, oder neues zu beschaffen ist. Im letzten Falle wird die Lieferung desselben zweckmässig dem ausführenden Unternehmer überlassen.

Als Richtschnur für das System der Veranschlagung ist die Reihenfolge — in welcher die Arbeiten ausgeführt werden müssen — inne zu halten und zwar derart, dass man, von unten nach oben fortschreitend, zunächst die Hauptkonstruktions-Theile und danach die nebensächlichen Bautheile aufführt, welche einer Reparatur unterzogen werden sollen. Die Aufstellung einer besonderen Massenberechnung wird nur ausnahmsweise erforderlich sein.

Bei Veranschlagung von grösseren Reparatur- und Umbauten kommt man häufig in die Lage Zimmer-Arbeiten (Balkenlagen und Dachverbände), welche neu herzustellen sind, überschläglich zu berechnen.*)

Solches lässt sich pro m Frontlänge des Gebäudes unter der Annahme bewirken, dass die Balken-Entfernungen 0,9 — 1 m betragen und dass zwischen 2 Hauptgebinden 3 Leergebinde sich befinden, nach folgender Tabelle:

Gebäude-Gattung.	bei 5 — 7 m Tiefe	bei 8 — 11 m Tiefe	bei 12 — 15 m Tiefe
	Tagewerke.		
a. für Gebäude, welche nur das Erdgeschoss haben . .	2,10 — 2,20	2,9 — 3	4,6 — 4,8
b. für Gebäude, welche Erdgeschoss und Obergeschoss haben	3,5 — 3,6	4,4 — 4,6	7,6 — 7,8
c. für Gebäude, welche Erdgeschoss und 2 Obergeschosse haben	4,7 — 4,9	7,1 — 7,3	10 — 10,2
d. für Gebäude, welche Erdgeschoss und 3 Obergeschosse haben	6 — 6,2	9,1 — 9,3	12,6 — 12,8
e. für Wirthschaftsgebäude in Fachwerk			
1 Mal verriegelt	—	4,5 — 4,8	—
2 „ „	—	4,8 — 5,3	—
3 „ „	—	5,6 — 5,9	—

*) Vergleiche Manger, Hilfsbuch zur Anfertigung von Bau-Anschlägen, bearbeitet von Neumann. Berlin, 1882, Ernst & Korn.

Die Veranschlagung von Reparatur-Arbeiten an Dachdeckungen erfordert eine sehr genaue Untersuchung des Objekts; man ist bei diesen Arbeiten mehr, wie bei den vorgenannten auf blosse Schätzungen angewiesen. Handelt es sich um kleine Ausbesserungen, zu denen kein neues Material nothwendig ist, so erfolgt die Veranschlagung wie vor nach Tagewerken; im andern Fall wird die Angabe eines bestimmten Flächen-Ausmaasses erforderlich, für welches die ortsübliche Preiseinheit unter Berücksichtigung eines Zuschlags von 25 % in den Anschlag einzusetzen ist.

Reparaturen an Tischler-Arbeiten hat man hinsichtlich des Materials nach dem Erforderniss jedes einzelnen Falles, bezüglich des Arbeitslohnes aber verhältnissmässig nach dem für die neue Arbeit zu veranschlagen. Dem Neupreise sind 5 — 10 Prozent zuzuschlagen.

Grössere Reparatur-Arbeiten des Schlossers, wie solche an Eisenarbeiten überhaupt, werden nach denselben Einheiten veranschlagt wie Neuherstellungen.

Für Ausbesserung von Schlössern kann man durchschnittlich $^1/_7$ — $^1/_4$ der Preise, welche für neue gelten, annehmen.

Töpfer-Arbeiten werden nach Tagewerken berechnet unter Berücksichtigung des Werths der dazu erforderlichen Materialien. —

Wird — wie es in grösseren Verwaltungen der Fall ist — die Veranschlagung von Reparatur-Arbeiten alljährlich vorgenommen, so erfolgt dieselbe zweckmässig auf Grund eines aufzustellenden Tarifs über den Preis der häufiger vorkommenden Arbeiten, — in welchem alle gewöhnlichen Reparaturen aufgenommen und dessen Preise von den betreffenden Unternehmern als ortsübliche anerkannt worden sind.

4. Veranschlagung von Unterhaltungs-Kosten.

Die Veranschlagung derjenigen Kosten, welche die Unterhaltung eines Bauobjekts verlangt, kann auf verschiedene Weise bewirkt werden.

In Verwaltungen, denen die Unterhaltung einer grösseren Anzahl von Gebäuden unterstellt ist, veranschlagt man die Unterhaltungskosten, welche das Gebäude erfordert, derart, dass man das arithmetische Mittel der Durchschnitts-Ausgaben, welche für Unterhaltungszwecke in den drei letzten Jahren aufgewendet sind, einsetzt.

Wenn also ein Gebäude

im Jahre 1881 einen Aufwand von n (*M*) erforderte,
„ „ 1882 „ solchen „ n_1 „ „
„ „ 1883 „ „ „ n_2 „ „

so ergiebt der 3jährige Durchschnitt: $\frac{n + n_1 + n_2}{3}$ (*M*).

Im allgemeinen ist aber die dreijährige Periode zu kurz, da die Unterhaltungskosten nicht immer in gleichmässiger Weise erfordert werden, sondern mit dem Alter des Gebäudes wachsen.

Liegen Erfahrungen wie die hier voraus gesetzten nicht vor, und kommt es darauf an, für ein neues Gebäude die erforderlichen Unterhaltungskosten zu veranschlagen, so kann man sich — unter Berücksichtigung der örtlichen Verhältnisse — derjenigen bezüglichen prozentualen Ansätze bedienen, welche S. 81 ff. mitgetheilt sind.

Erscheinen auch diese Angaben nicht als zutreffend genug, oder liegen abnorme Verhältnisse vor, welche die Anwendung nicht gestatten, so muss ein Ueberschlag an Ort und Stelle über die erforderlichen Unterhaltungs-Arbeiten aufgenommen werden.

Von wesentlichem Einfluss auf die Unterhaltungskosten der Gebäude sind die Dächer; diese beanspruchen den grösseren Theil der für die Erhaltung des Bauwerks aufzuwendenden Summe. Zur Kenntniss dieser Kosten fehlt es bis jetzt zwar an ausreichendem statistischem Material, welches eben nur durch Betrachtung einer grossen Anzahl wirklich ausgeführter Dächer gewonnen werden kann.*) Indessen liegen doch einige Anhaltspunkte vor, auf welchen nachfolgende Angaben beruhen.

*) Einige spezielle Angaben macht Theune. Zur finanziellen Statistik der Dachdeckungen; Deutsch. Bauztg., 1878. S. 32.

Laufende No.	Bezeichnung der Dächer	Dauer in Jahren	Durchschn. Unterhalt.-kosten pro qm u. Jahr in Proz. d. Herstell.-kosten für die I. Hälfte ihrer Dauer	II. Hälfte ihrer Dauer	Bemerkungen
1.	Strohdach	12—15	6,6 %	11,0 %	ad 1—2. Stroh- und Rohrdächer bedürfen alle 2—3 Jahre der Reparatur. ad 3. Schindeldächer erfordern alle 5 Jahre eine Reparatur. ad 4—6. Pappdächer erfordern alle 2 bis 3 Jahre einen neuen Anstrich (pro qm 20 Pf.). In 14—15 Jahren kommen die Unterhalt.-Kosten für das Pappdach den Anlagekosten gleich. ad 7. Bei einem guten Holzzementdach kommen überhaupt keine Reparaturen vor. Es giebt Dächer, bei welchen innerhalb 25 Jahren keine Reparaturen nöthig wurden; höchstens finden Ausgaben für Ersatz des durch Regen oder Wind entführten Dachkieses statt. ad 8—12. Ziegeldächer müssen durchschnittl. nach 25 Jahren umgedeckt werden und erfordern dann $1/5$—$1/3$ neues Material. — Pfannendächer erfordern pro Jahr und pro 10 qm: 3 neue Ziegel; an Arbeitslohn für Reinigen der Dachflächen 0,1 Tagewerk pro qm. — Falzziegeldächer erfordern durchschnittl. pro 10 qm ca. 8 Stück Ziegel und an Arbeitslohn für Reinigung der Dachflächen pro qm 0,1 Arbeitstag. ad 13 a. u. b. Schieferdächer müssen alle 40—50 Jahre umgedeckt werden, erfordern dann $1/3$ neue Schiefer. Zur Erhaltung des guten Zustandes sind pro Jahr u. pro 10 qm etwa 3 Schiefertafeln und an Arbeitslohn für Reinigung der Dachflächen pro qm 0,07 Tagew. aufzuwenden. ad 14—18. Metalldächer bedürfen alle 4—5 Jahre der Erneuerung ihres Anstrichs. Das alte Material eines Zinkblech-Daches hat einen Werth von ca. 40% des neuen Materials. ad 19. Bleidächer, wenn auch von langer Dauer, werden doch allmälig durch Oxydation trotz ihres Anstrichs zerstört; daher sind Ausgaben für Ersatz des Anstrichs nothwendig. ad 20. Kupferblech-Dächer sind von fast unverwüstlicher Dauer, erfordern indessen Ausgaben für Reparaturen an den Verbindungsstellen (Dichtungen).
2.	Rohrdach	15—20	5,0 „	8,3 „	
3.	Schindeldach	20—25	3,8 „	6,2 „	
4.	Theerpapp-Dach	10—12	8,3 „	11,7 „	
5.	Asphaltpapp-Dach	12—14	9,9 „	14,0 „	
6.	Steinpapp-Dach	14—15	7,0 „	9,0 „	
7.	Holzzement-Dach	—	—	6,0 „	
8.	Ziegel- (Spliess-) Dach	25—30	5,0 „	9,3 „	
9.	Doppeldach	„	4,0 „	7,0 „	
10.	Kronendach	„	„ „	7,5 „	
11.	Pfannendach	„	8,0 „	13,3 „	
12.	Falzziegeldach	30	„ „	10,3 „	
13.	Schieferdach:				
	a. Schuppendach	40—50	1,7 „	4,0 „	
	b. Schablonirtes Dach	„	1,8 „	3,8 „	
14.	Zinkdach	20	5,6 „	8,0 „	
15.	Schwarzblechdach (glatt)	—	—	0,4 „	
16.	Wellblech-Dach	—	—	0,2 „	
17.	Weissblech-Dach	—	—	0,4 „	
18.	Dachpfannen von Eisenblech	—	—	0,3 „	
19.	Bleidach	—	—	0,3 „	
20.	Kupferdach	—	—	0,2 „	

Bei der Veranschlagung von Unterhaltungskosten kommen weiter im speziellen in Betracht: Ausfugen der Mauern, Ausbesserung des Wand- und Deckenputzes, der Fufsböden, des innern und äufseren Anstrichs (Wände, Decken, Thüren, Fenster, Fussböden), sowie die Reparatur der Heizungs-Anlagen (Oefen).

Namentlich letztere beanspruchen oft nicht unerhebliche Beträge; bei öffentlichen Gebäuden (Schulen) nehmen sie zuweilen die Hälfte der überhaupt für ein Gebäude aufzuwendenden Unterhaltungskosten in Anspruch. Indessen lassen sich über die Details, mangels einer bezüglichen Statistik allgemeine Direktiven für die Veranschlagung nicht geben und kann in jedem speziellen Falle nur nach Lage der Sache verfahren werden. —

E. Ueberschlägige Kosten-Bestimmungen und Werth-Ermittelungen.

1. Neuwerth von Bauanlagen.

Ueberschlägige Kosten-Bestimmungen sind hier in dem Sinne gedacht, dass sie die Grundlage für die Schätzung des Werthes vorhandener Bauten bilden, deren Ausführungskosten unbekannt sind. Durch diese Begrenzung wird aber die Gebrauchsfähigkeit der bezügl. Ermittelungen auch für die generelle Kosten-Veranschlagung noch bevor stehender Bauten keineswegs ausgeschlossen.

Eine überschlägige Kosten-Bestimmung kann nach zwei Methoden erfolgen:

a. auf Grund eines der Erfahrung entnommenen Einheitskosten-Satzes;

b. mittels Aufstellung einer summar. Kostenberechnung nach Masseneinheits-Sätzen.

a. Berechnung nach Einheitskosten-Sätzen.

Litteratur. Ross. Leitfaden zur Ermittelung des Bauwerths von Gebäuden. Hannover 1882. Schmorl u. v. Seefeld. — Blankenstein. Ueber bautechn. Statistik. Wochenbl. f. Archit. u. Ingen Jahrg. 1878/79 u. als Sep.-Abdr. Berlin, 1880. Bernstein. — Endell u. Frommann. Statist. Nachweisungen 1879/80; Zeitschr. f. Bauw. 1883 ff. — Posern. Zur Anwendung d. Statistik im Hochbau. Deutsch. Bauztg. 1878, 1883 ff.

Die Einheit, auf welche die Kosten bezogen werden, ist so zu wählen, dass die Kosten von Objekten verschiedenen Umfangs, aber gleicher Art und Qualität, der Anzahl der Einheiten, welche jedes Objekt enthält, proportional wachsen.

Ueber die bei verschiedenen Objekten der Schätzung zu Grunde zu legenden Einheiten giebt die weiterhin mitgetheilte Tabelle der Einheitskosten Aufschluss; bezüglich der für die Schätzung von Gebäuden zweckmäfsig zu benutzenden Einheiten bedarf es einiger Erläuterungen.

Die Einheitskosten werden entweder auf ^{qm} der bebauten Grundfläche oder ^{cbm} des umbauten Raumes bezogen.

Die bebaute Grundfläche wird im Erdgeschoss ermittelt unter Nichtberücksichtigung von einzelnen Vorlagen, Strebepfeilern, niedrigen Vor- und Anbauten, welche event. besonders in Rechnung zu setzen sind. Für Gebäudetheile ungleicher Höhe sind die Berechnungen getrennt durchzuführen.

Genauere Resultate liefert die Basirung auf den kubischen Inhalt. Insbesondere rührt dies daher, dass letzteres Verfahren eine weiter gehende Benutzung der aus der Erfahrung entnommenen Kosteneinheits-Sätze gestattet. Die Bestimmung des Gebäude-Inhalts erfolgt durch Multiplikation der für das Erdgeschoss berechneten bebauten Grundfläche mit der Höhe, unter Berücksichtigung der Verschiedenheit der Höhe einzelner Gebäudetheile. Unerhebliche Vorlagen, kleine Freitreppen und Balkons können hierbei unberücksichtigt bleiben, gröfsere Freitreppen und Anbauten, Erker, Hallen sind jedoch in die Rechnung einzubeziehen. Die Höhe wird gerechnet von Oberkante Fundament-Bankett bis Oberkante Hauptgesims unter Nichtberücksichtigung der Dachhöhe. Wenn einzelne Gebäudetheile nicht unterkellert sind, so ist für diese die halbe Höhe von Oberkante Bankett bis Oberkante Fufsboden des Erdgesch. in Rechnung zu setzen.

Diese Berechnungsweise passt gut für mehrgeschossige Gebäude mit Dächern bis zu einer Neigung von etwa 45° ($^1/_4$ Dächer) nebst Drempelwand von durchschn. 1,5^m Höhe. Sie muss aber etwas modifizirt werden, wenn man steile Dächer ohne Drempelwand hat, namentlich, wenn das eigentliche Gebäude niedrig ist oder wenn die Dachräume in weit gehender Weise zu Wohnzwecken ausgebaut sind. Man kann in solchem Falle nach zwei Methoden verfahren:

1. Man berechnet getrennt den Rauminhalt des eigentl. Gebäudes, wie denjenigen des Daches, letzteren unter Berücksichtigung der Dachform, durch Multiplikation der Grundfläche mit der halben Höhe unter Nichtberücksichtigung kleiner Stichdächer und ausgebauter Dachfenster. Für jeden der beiden gen. Raumantheile wird ein besonderer passender Kosteneinheits-Satz eingeführt.

2. Man führt die Berechnung wie gewöhnlich durch, bringt aber zur angemessenen Berücksichtigung des Dachraumes eine reduzirte Höhe h in Ansatz, für die man, wenn die Höhe von Oberkante Bankett bis Oberkante Dachfufsboden = a u. die Höhe von Oberkante Dachfufsboden bis First = b ist, rechnet.

bei nicht ausgebautem Dachgeschoss: $h = a + \frac{1}{4} b$
bei ausgebautem Dachgeschoss . . .: $h = a + \frac{3}{8} b$.

Bei Kirchen- und ähnlich angeordneten Bauten rechnet man im allgem. die Höhe von Oberkante Bankett bis Oberkante Hauptgesims ohne Berücksichtigung des Daches; für den Thurm ist meist ein besonderer Preis in Ansatz zu bringen.

Bei Berechnung des kubischen Inhalts der Thürme ist der wirkliche Inhalt der Pyramide bis zur mathematischen Spitze in Rechnung zu setzen unter Nichtberücksichtigung von heraus tretenden Dachfenstern etc.

Kleine überdeckte Lichthöfe von geringer Fläche können in den Gebäude-Inhalt einbezogen werden; grosse mit reicher dekorativer Ausstattung sind als Säle zu betrachten und als solche in Rechnung ziehen. Bei dürftiger Ausstattung ist der Raum von Lichthöfen in Abzug zu bringen und sind die Kosten für Ueberdeckung und Fussboden besonders in Rechnung zu setzen. —

In den Tabellen auf S. 82 ff. sind die für verschiedene Gebäude-Gattungen zur Anwendung zu bringenden Einheitssätze zusammen gestellt. Die Mittheilung der Tabelle erfolgt unter einem speziellen Hinweis auf den Umstand, dass die darin vorkommenden Sätze einen ziemlich grossen Spielraum gewähren, der durch die Verschiedenheit der Ausstattung und die Qualität der Ausführung, Einflüsse, die sich in Tabellen nicht wohl berücksichtigen lassen, bedingt ist.

Weit schärfer lässt sich der Kosteneinheits-Satz fest stellen, wenn derselbe aus den Kosten ganz gleichartig konstruirter und ausgestatteter Gebäude für den gegebenen Fall besonders hergeleitet werden kann. Indessen ist doch darauf aufmerksam zu machen, dass — überein stimmend — sowohl die Einheitssätze der Tabelle als auch jeder aus einer gegebenen Bauausführung ermittelte Einheitskosten-Satz nur unter der Voraussetzung bestimmter Einheitspreise für Arbeiten und Materialien gelten, diese aber zeitlichen Schwankungen unterworfen sind.

Da die Einheitspreise innerhalb der verschiedenen Titel sich nicht in gleicher Weise ändern, muss, um eine angemessene Reduktion des ermittelten Kosteneinheits-Satzes für die Anwendung auf einen konkreten Fall vornehmen zu können, das ungefähre Verhältniss der Summen der einzelnen Titel zu einander bekannt sein. Hierzu kann man, sofern nicht spezielles Material vorliegt, von der nachstehenden Zusammenstellung Gebrauch machen.

Antheile der Titel an den Gesammtkosten für Massivbau.

	1- u. 2stöck. Arbeiterhäuser	Mekrstöck. Gebäude in ordinärem Ausbau	Mehrstöck. Gebäude in gutem Ausbau	Mehrstöck. Gebäude in monumentaler Behandlung
Tit. Erd-, Maurer-, Asphalt- und Steinmetz-Arbeiten	0,50	0,65	0,60	0,50
„ Zimmer-, Staaker- u. Eisen-Arbeiten	0,20	0,16	0,14	0,10
„ Dachdecker- u. Klempner-Arbeiten	0,10	0,03	0,03	0,03
„ Tischler-, Schlosser- u. Glaser-Arbeiten	} 0,20	0,07	0,08	0,15
„ Anstreicher-, Maler-, Tapezierer-, Stuck-, Bildhauer- u. Marmor-Arbeiten		0,02	0,05	0,10
Heizung		0,05	0,05	0,06
„ Wasserleitung, Gasleitung, Insgemein		0,02	0,05	0,06
=	1,00	1,00	1,00	1,00

Von besonderem Werth ist die Kenntniss der Antheile der Maurermaterialien und Maurerarbeiten; namentlich bei ersteren können die grössten Schwankungen in den Preisverhältnissen vorkommen. Da jenes Verhältniss je nach Bauweise und Ausstattung sehr veränderlich ist, konnte in der vorstehdn. Tabelle eine Trennung nicht wohl durchgeführt werden. Für die in Norddeutschland übliche Bauweise des reinen Ziegelbaues, unter Verwendung von Werkstein nur zu Schwellen u. Treppen, kann man die bei der städt. Bauverwaltung Berlins ermittelten bezügl. Zahlen ziemlich allgemein benutzen. Hier ergab sich:

	Bei 1- u. 2stöck. Arbeiterhäus. (Tab. A.)	Bei mehrstöck. Geb. in ordin. Ausban (Tab. A.)	
Tit. Erd-, Maurer- u. Asphalt-Arbeiten	0,20	0,20	} der gesammten Baukosten.
„ Maurer-Material	0,40	0,35	
„ Steinmetz	0,05	0,05	

Die Durchführung der Reduktion zeigt das folgende Beispiel:

Beispiel. Der Einheitskosten-Satz eines ausgef. Gebäudes sei ermittelt zu 20 M. pro cbm. Es soll ein ganz gleichartiges Gebäude zur Ausführung kommen; man hat aber zu erwarten eine Aenderung der Einheitspreise gegen diejenigen des ausgeführten Gebäudes für:

Maurer-Arbeiten um .	+ 5 %
„ Materialien um .	— 20 „
Zimmer-Arbeit incl. Material	— 5 „
Dachdecker- Klempner- Tischler- Schlosser- Glaser-Arb.	0 „
übrige Arbeiten .	+ 3 „

Wenn die Antheile der gen. Arbeiten an den Gesammtkosten 20, 40, 12, 13, 15 % sind, ändern sich die Einheitskosten um: $^1/_{100}$ [20.5 — 40.20 — 12.5 + 15.3] = + 7,15 %.

Und die reduzirten Einheitskosten betragen: 20 (1 — 0,7) = 18,6 M, pro cbm, welcher Satz der Veranschlagung des auszuführenden Gebäudes zu Grunde zu legen wäre.

Oft ist es erforderlich, an den aus gegebenen Preisverhältnissen ermittelten Kosteneinheits-Sätzen oder an den Gesammtkosten weitere Korrekturen vorzunehmen. Zu ermitteln seien z. B. die Kosten eines ganz frei stehenden Gebäudes A, dessen Façaden nach allen Seiten gleichartig behandelt sind; bekannt seien die Kosten eines ausgeführten Hauses B ganz analoger Anordnung, das aber eingebaut steht und nur eine reicher behandelte Strafsenfaçade hat.

Man hat hier nur zu der nach den Kosten des Gebäudes B. berechneten Summe entsprechende Zuschläge für die Façaden zu machen.

Handelt es sich um konkurrirende Projekte, deren Grundriss-Anordnungen wesentlich von einander abweichen, so kann es nöthig werden, den für die einzelnen Entwürfe aufzustellenden Kostenüberschlägen ungleiche Einheitssätze zu Grunde zu legen oder auch den ermittelten Kostensummen Zuschläge zuzufügen. So wird eine Grundriss-Lösung mit einem dem Quadrat sich nähernden geschlossenen Rechteck geringere Einheitskosten erfordern als eine solche, die ein lang gestrecktes Rechteck oder gar die Kreuzform als Grundlage nimmt, vermöge der Thatsache, dass von inhaltsgleichen geradlinig umschlossenen Figuren das Quadrat den kleinsten Umfang besitzt. Man kann hier auf das Mehrerforderniss an Maurer- und Steinmetz-Arbeiten direkt eingehen; am bequemsten indess ermittelt man dieses Mehr durch pauschale Zuschläge.

Falls eine sorgfältig bearbeitete Kosten-Statistik vorliegt, kann man bei einiger Uebung in der überschlägigen Kostenberechnung dieser letzteren leicht eine grössere Schärfe geben, als sie selbst bei spezieller Veranschlagung erreichbar ist.

Bei Ermittelung des Bauwerths bestehender Gebäude zum Zweck der Werthermittelung bei Verkäufen, Feuertaxen, wie auch bei Feuerschäden etc. ist die Qualität der Ausführung namentlich des Mauerwerks und des Maurer-Materials besonders ins Auge zu fassen, da gerade dadurch der Kosten-Einheitssatz in hohem Maasse bedingt ist.

b. Summarische Kosten-Bestimmung.

Vielfach ist es wegen Unvollständigkeit der statistischen Unterlagen unmöglich, die sub a besprochene Methode zur Anwendung zu bringen. Man kann sich dann einer summarischen Kosten-Bestimmung bedienen, bei welcher die übliche Titel-Eintheilung ausfällt und alle Arbeiten, denen gleiche Massen zu Grunde liegen, in eine Position zusammen gefasst, bezw. für ganze Gruppen von Arbeiten der Erfahrung entnommene Kosteneinheits-Sätze eingeführt werden, wie beispielsw. bei Heizung, Wasser- und Gasleitung, Façaden etc.

Um die Zeit raubenden Massenberechnungen zu vermeiden, kann man für Berechnung des Mauerwerks, Maurer-Materials und der Holzmassen statistisch ermittelte Masseneinheiten einführen. Letztere geben für typische Gebäude sehr gute Resultate; doch ist es schwierig, allgemein gültige Werthe aufzustellen und am sichersten wird jedes Büreau nach den einschlägigen Ausführungen für die vorkommenden Typen seine eigene Statistik verwenden. Ungefähre Anhaltspunkte bieten die Angaben der nachstehenden Tabelle, welche im wesentlichen nach den Ergebnissen der Statistik der städtischen Bauverwaltung von Berlin hier zusammen getragen sind. Für viele Typen des städtischen Wohnhausbaues auf lang gestreckten Grundstücken mit Anwendung von inneren Holzwänden werden für die Maurermassen-Einheiten allerdings Sätze zur Anwendung zu bringen sein, die von denen der Tabelle abweichen.

Tabelle I. Masseneinheiten, benutzbar zur Ermittelung der Maurerarbeiten und Maurermaterialien für Ziegelbau der Umfassungs- und Scheidewände.

Bem. Der Maurermaterial-Bedarf in den Wänden (excl. Gewölbe, Pflaster, frei stehenden Schornsteinen etc.) beträgt vom gesammten Maurermaterial-Bedarf excl. desjenigen für die Bankette: Ziegel 85 %, Kalk 60 %.	Mauerquerschnitt in % der bebauten Grundfläche (Gurtbogen voll gerechnet): Bankette	Keller	1. Geschoss	2. Geschoss	3. Geschoss	4. Geschoss	Dachgeschoss	Oeffnungs-Abzug in % des vollen Mauerwerks	Gesammter Maurermaterial-Bedarf pro 100 cbm Gebäude, Bankette ausgeschlossen (für mehrgeschossige Gebäude): Ziegel	Kalk	Zement
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
1. Einstöck. Arb.-Wohnhäuser:											
a. Einzel-, Doppel- u. Vierhäuser	40	30	25	—	—	—	—	—	—	—	—
b. Reihenhäuser	37	28	21	—	—	—	—	—	—	—	—
2. Mehrstöckige Wohnhäuser mit gewölbtem Keller:											
a. in geschlossenem Grundriss	45	33	25	22	20	—	10	—	8,5	4,00	0,15
b. in zerlegtem Grundriss	48	35	27	23	21	—	13	19—22	9,0	4,25	0,20
3. Gebäude mit grösseren Raum-Eintheilungen, mit gewölbten Kellern und Korridoren:											
a. in geschlossenem Grundriss	42	30	21	18,5	16	16	9	—	7,5	3,5	0,25
b. in zerlegtem Grundriss	46	33	24	21	18	18	11	—	8,0	3,75	0,30

Die Angaben in den Kol. 1—7 der Tabelle dienen zur Ermittelung des Mauerwerks behuf Berechnung des Arbeitslohns, die Angaben der Kol. 9 bis 11 zur Ermittelung des gesammten Maurermaterial-Bedarfs excl. desjenigen für die Fundamente. Bei Verblendbauten ist der Bedarf an Verblendsteinen eingeschlossen. Durch besondere Berechnung desselben und Abzug vom gesammten Steinbedarf erhält man den Bedarf an Hintermauerungs-Ziegeln. (Hiervon kann man ev. ca. 4 % Hartbrand für stärker beanspruchte Mauertheile rechnen). Die Angabe in Kol. 8 ermöglicht unter Berücksichtigung der Anmerkung im Kopf der Tabelle die anderweitige Berechnung des Maurermaterial-Bedarfs aus den Angaben in Kol. 1—7. Der höhere Satz für den Abzug in Kol. 8 gilt für Bauten mit reicherer Verwendung von Terrakotten oder Haustein zu Gesimsen.

Die Sätze in Kol. 9 entsprechen nicht dem gewöhnlich vorausgesetzten Materialbedarf von 400 Ziegeln (des Norm.-Form.) pro cbm + 4 % Bruch, sondern einem faktischen Verbrauch (incl. Bruch) von 390 Ziegeln pro cbm. Je nach Qualität des Materials und der gemauerten Schichthöhe variirt indessen der faktische Bedarf und werden event. Abänderungen erforderlich.

Bei Gebäudetypen, für welche die in Kol. 1—7 angegebenen Sätze nicht passend erscheinen, kann der Mauerquerschnitt für ein Geschoss besonders berechnet werden und sind dann die Mauerquerschnitte der anderen Geschosse unter Zuhülfenahme der Verhältnisszahlen zwischen den Mauerstärken der verschiedenen Geschosse zu ermitteln.

Tabelle II. Masseneinheiten benutzbar zur Ermittelung des Holzbedarfs.

Holzbedarf	m	cbm	Holzbedarf	m	cbm
1. Balkenlagen von Wohngebäuden pr. 100 qm Decke	150	7,5	Grundriss u. ca. 10 m Tiefe pro 100 qm bebauter Fläche	275	5,0
2. Schul- und Verwaltungsgebäude desgl.	135	8,0	5. Desgl. bis 15 m Tiefe pro 100 qm bebauter Fläche	275	7,0
3. Innere Fachwerkswände pro qm	1,5	0,025	6. Desgl. bei zerlegtem Grundriss, desgl.	300	7,5—8,0
Aeussere Fachwerkswände desgl.	2,25	0,05	7. Steile Kirchendächer mit ca. 60° Neigung u. 15—20 m Tiefe, desgl.	350—400	10—11
4. In Dächern über einfachen Gebäuden m. rechteckigem					

Die gesammte Massenberechnung gestaltet sich nach der hier angegebenen Methode sehr einfach, wie nachstehendes Beispiel zeigt.

Gegeben sei ein Gebäude der Kateg. 3b. Tabelle I mit 1000 qm Grundfläche, Keller von 3,0 m, 3 Geschossen von je 4,0 m, Drempelwand von 1,5 m Höhe: Gesammthöhe also 16,5 m. Es ergiebt sich folgende Rechnung:	1. Mauerquerschnitt qm	2. Höhe m	3. Mauerwerk cbm	4. Decken- resp. Fussböden qm
Kellergeschoss 1000 . 0,33	333,0	3	999,0	666,0
Erdgeschoss 1000 . 0,24	240,0	4	960,0	760,0
1. Geschoss 1000 . 0,21	210,0	4	840,0	790,0
2. Geschoss 1000 . 0,18	180,0	4	720,0	820,0
Drempelwände 1000 . 0,11	110,0	1,5	165,0	890,0
2 Giebel 15 m lg.; 2 . 15 . 0,4	12	4/2	24,0	
Summa Mauerwerk zur Berechnung des Arbeitslohnes			3708,0	
Ab 20 % für Oeffnungen			741,6	
Mauerwerk zur Materialberechnung			2966,4	

	Ziegel Mille	Kalk cbm
2966 cbm Mauerw. à 390 Ziegel u. 125 l Kalk, sonach Gesammtbed. (lt. Anm. zu Tab. I.)	1156,7	370,8
Ziegel: $\frac{1156,7}{0,85}$	1361	—
Kalk: $\frac{370,8}{0,60}$	—	618
Der Gebäude-Inhalt beträgt: 1000 . 16,5 = 16500 cbm, sonach Materialbedarf nach den Angaben in Kol. 9 und 10 der Tab. I.:		
Ziegel 16500 . 0,08 .	1320	—
Kalk 16500 . 0,0375 .	—	618,75

Der nach beiden Methoden wie vor berechnete Materialbedarf stimmt sehr gut überein; zur Benutzung mag sich das Mittel beider Rechnungs-Resultate empfehlen. Der Kalkbedarf für die Fundamente ist besonders zu berechnen.

In Kol. 4 der Tab. auf voriger Seite hat man gleichzeitig die Flächen der inneren Räume erhalten. Bringt man davon die Flächen der überwölbten Räume und der Treppenöffnungen in den Geschossen in Abzug, so erhält man unmittelbar die Fläche der Balkendecken.

Nur für die Berechnung der Wandflächen (zur Ermittelung des Arbeitslohns für Wandputz) ist es nicht möglich, brauchbare Masseneinheits-Sätze zu geben. Die bezügl. Ermittelung muss auf die gewöhnliche Art und Weise besonders vorgenommen werden.

Unter Benutzung der Masseneinheits-Angaben berechnet man am besten die Kosten des Arbeitslohns für Mauerwerk, Gewölbe, Pflaster excl. Material, dann Maurermaterial getrennt, aber ohne Berücksichtigung der Verblendsteine etc.

Alle die Façaden betreffenden Kosten ermittelt man unter Anwendung eines Einheitssatzes pro qm als Zulage zum rohen Mauerwerk.

Decken werden incl. Balken, Fussböden, Staakung, Schalung, Rohrputz (excl. Mörtel, welcher schon beim Maurermaterial berücksichtigt ist) und Anstrich berechnet. Für reicher behandelte Decken einzelner Räume sind entsprechende Zuschläge zu machen.

Ebenfalls wird für Dächer ein Einheitspreis pro qm bebauter Fläche incl. Holzkonstruktion, Schalung, Eindeckung und Klempner-Arbeit benutzt.

Thüren werden incl. Dübel und Ueberlagsbohlen, Beschlag und Anstrich pro Stück berechnet, Fenster desgl. incl. Einsetzen und Verputzen, Verglasung, Verputz und Anstrich.

Gas- u. Wasserleitungen sind nach der Zahl der Auslässe zu berechnen.

Will man die Kosten der Mauerarbeiten incl. Material ermitteln, so sind pro cbm Mauerwerk excl. Oeffnungs-Abzug 310 — 320 Stück Ziegel zu rechnen.*)

Die meisten der zusammen gesetzten Einheitspreise lassen sich ev. unter Zuhülfenahme von Masseneinheiten nach den lokalgültigen Preis-Verzeichnissen leicht bilden. Für die nur auf Grund einer umfangreicheren Erfahrung fest zu stellenden Einheitspreise können, wenn für den besonderen Fall passendes Material fehlt, nachstehende Sätze benutzt werden, zu welchen indess bemerkt werden muss, dass dieselben speziell Berliner Verhältnissen entnommen sind.

a. Façaden incl. Gerüst, Gesimse, Anstrich, Abdeckung, Schutzvorrichtungen während des Baues.

Fläche voll gerechnet ohne Oeffnungs-Abzug. Preis als Zulage zum rohen Mauerwerk.

1.	1 qm Hoffaçade in Putz mit glatt gezogenen Gesimsen ohne Anwendung von Stuck .	4 — 4,50 M.
2.	1 qm Strassenfaçaden in Putz mit Stuckgesimsen, ganz einfach . . .	6 — 10 „
3.	1 qm desgl. wie vor mit reichen Stuck- und Zink-Ornamenten . .	15 — 25 „
4.	1 qm desgl. in Ziegelrohbau mit Verblendsteinen mittlerer Qualität ohne Verwendung von Terrakotten	8 — 10 „
5.	1 qm desgl. wie vor mit feinen Verblendsteinen u. mässiger Verwendung von Terrakotten	15 — 20 „
6.	1 qm desgl. wie vor mit reicher Verwendung von Terrakotten bez. mit Sandstein-Gesimsen	25 — 40 „
7.	1 qm desgl. in Sandst. mittlerer Qualität, einfach m. glatten Gesimsen .	30 — 50 „
8.	1 qm desgl. in Sandstein bester Qualität in reicher Ornamentirung .	70 — 100 „

(Figürliche Bildhauer-Arbeiten sind besonders zu berechnen.)

b. Zentralheizungs-Anlagen. In den nachstehenden Kosten sind einbegriffen die der Heizapparate, der Heizkörper, Röhren, Klappen, Schieber, Verkleidungen der Klappen und Heizkörper, alle Montirungs- und Stemmarbeiten, sowie die Einmauerung der Apparate. Ausgeschlossen ist die Herstellung der gemauerten Kanäle.

*) Gewöhnlich nimmt man 300 Stück Ziegel pro cbm an, was aber zu wenig ist, da 1 cbm Mauermasse ohne Oeffnungs-Abzug 0,8 cbm Steinmasse enthält, also den Bedarf von 390 : 0,8 = 312 St. Ziegeln oder 400 : 0,8 = 320 St. ergiebt.

Luftheizung:	pro 100 cbm geheizten Raumes.
in Wohngebäuden	250 M.
in Schulen u. Verwaltungs-Gebäuden	160 — 200 „
Kanalheizung in Kirchen	40 — 50 „
Warmwasser-Niederdr.-Heizung m. Kessel u. Rohrleitungen aus Kupfer: für Wohngebäude in guter Ausstattung	700 — 750 „
Mit Kessel u. Rohrleitungen aus Eisen f. Wohngeb. mit eleganter Ausstg.	600 „
desgl. wie vor in mittelguter Ausstattung	450 — 500 „
desgl. für Schulen und Verwaltungsgebäude in einfacher Ausstattung	400 — 450 „
desgl. für Krankenhäuser mit reichlicher Ventilation	500 — 550 „
Heisswasserheizung in Wohn- u. Verwaltungsgeb. je nach Ausstattung	300 — 400 „
desgl. in Krankenhäusern	400 — 450 „
Dampfheizung bei grossen Anlagen, incl. Kessel	250 — 300 „

Vorstehende Werthe gelten nur für zusammen hängende Raumkomplexe. Heizanlagen für einzelne Säle sind 50 % — 100 % theurer als angegeben. Heizungen f. Erwärmung bis 10 — 15° C. f. Korridore, Treppenhäuser, Turnhallen, Arbeitssäle etc. sind dagegen bis 50 % billiger.

c. Wasserleitung und Entwässerung für ein bürgerliches Wohnhaus mit 6—8 Wohnungen incl. aller Zu- und Abflussleitungen, so weit dieselben im Hause liegen, so wie incl. Hähne, Becken etc.

1. 1 Aussguss im Waschkeller	55 M.
2. 1 do. in den Küchen	60 „
3. 1 Vorrichtung zum Erwärmen des Wassers für Wirthschaftszwecke incl. Spültisch mit Fach, mit eingelegter Kupferblase dicht hinter der Küchen-Feuerung incl. Rohrleitungen	210 „
4. 1 Kloset sogen. 1. Kl. komplet mit Rohrleitungen	185 „
5. 1 „ „ 2. Kl. wie vor	145 „
6. 1 „ „ 3. Kl. wie vor	105 „
7. 1 Hofkloset mit Pissoir-Anlage	150 „
8. 1 Badezimmer mit eleganter Ausstattung; der Badeofen mit innerer vom Wasser umgebener Feuerung, Badewanne aus starkem Blech, dauerh. lackirt, Marmorschild mit 3 Hähnen, Kristallknopf, verziertem Brausearm mit Brause	450 „
9. 1 Badezimmer wie vor in einfacherer Ausstattung	375 „

d. Gasleitungs-Einrichtungen incl. aller Rohrleitungen im Gebäude, Hähne, Wand- und Deckenscheiben etc.

1. 1 Auslass in Decken und Wänden excl. Beleuchtungskörper, für ein Wohnhaus wie oben	12 M.
2. 1 desgl. wie vor in Schulen und Verwaltungsgebäuden incl. der einfachen Beleuchtungskörper	25 „
3. 1 desgl. wie vor bei theilweise besser ausgestatteten Beleuchtungskörpern.	30 „
(Bei Anwendung reicher Kronen ist ein Zuschlag zu machen.)	
4. 1 desgl. mit ganz einfachen Beleuchtungskörpern und sehr reichlicher Beleuchtung	15 „

Falls bei Gas- und Wasserleitungen nur eine sehr kleine Anzahl von Auslässen vorhanden ist, können obige Preise keine Anwendung finden. Die Kosten pro Auslass sind dann erheblich höher und richten sich ganz nach dem Einzelfall.

2. Kapitalwerth von Bauanlagen.

a. Ertragswerth.

Jedes Bauwerk bildet eine besondere Form der Kapitalsanlage; sein Ertrag repräsentirt die Verzinsung des Kapitals.

Ein Kapital ist (wenigstens im abstrakt-mathematischen Sinne) ewig und unveränderlich. Ein Bauwerk ist der Abnutzung und dem Untergange unterworfen; sein mit der Zeit veränderlicher Ertrag wird schliesslich zu Null. Soll daher dem im Bauwerk zu verzinsenden Kapital die Eigenschaft der Unveränderlichkeit erhalten bleiben, so muss der Ertrag derartig sein, dass nach Entnahme der dem Baukapital entsprechenden Nutzungszinsen ein Betrag bleibt, aus welchem:

1. die Unterhaltung bestritten und:
2. eine jährliche Rücklage zur Amortisation gemacht wird.

Die jederzeit bei Ansammlung der Rücklagen vorhandene Amortisations-Summe muss, um das vorhandene Kapital auf gleicher Höhe zu erhalten, stets gleich der jeweiligen Entwerthung des Bauwerks sein. Ist der Werth des Bauwerks bis auf die Höhe der Abbruchskosten gesunken, so müssen die angesammelten Rücklagen gleich den Neubaukosten geworden sein. Die angesammelten Amortisations-Beträge sind zinsbar anzulegen, die Zinsen indessen nicht wieder mit zu verzinsen, da sie wegen der stetigen Verminderung der Erträge einen Theil der Nutzungszinsen des Baukapitals bilden.

Nach dieser Auffassung würde der jährliche Amortisations-Betrag nicht konstant, sondern eine Funktion der Zeit sein, deren Form abhängig ist von dem Gesetz der Veränderlichkeit des Ertrages, welcher ebenfalls eine Funktion der Zeit ist. Da aber die Durchführung der Rechnung mit veränderlicher Amortisation unbequem ist, so rechnet man in der Praxis stets mit konstanter Amortisation.

Sei N der Betrag der Neubaukosten, m die Dauer des Bauwerks in Jahren bis zum Abbruch, a der jährl. Amortisations-Betrag in Proz. der Baukosten so ist:

$$\frac{a}{100} m = 1; \quad a = \frac{100}{m}$$

z. B. ist für eine Dauer des Bauwerks von 150 Jahren der jährliche Amortisations-Betrag $= \frac{100}{150} = \frac{2}{3}\,\%$.

Ferner seien $\frac{u}{100}$ die jährlichen Unterhaltungskosten in Proz. der Baukosten. Nimmt man die Verzinsung zu 5 % an, so ist das Kapital welches den jährlichen Zinsbetrag u liefert $= 20\,u$.

Es muss daher der Ertrag aus dem Bauwerk bei einer Verzinsung zu 5 % im Anfang seines Bestandes entsprechen dem Ertrage eines Kapitals:

$$K = N + 20\left[\frac{1}{m} + \frac{u}{100}\right] N = \left[1 + 20\left(\frac{1}{m} + \frac{u}{100}\right)\right] N.$$

Aus dieser Beziehung kann N als der durch die Rentabilität begrenzte Betrag der Anlagekosten bestimmt werden. Doch ist zu beachten, dass die Rechnung nicht genau ist, da in derselben nicht gebührend auf die Natur der Veränderlichkeit des Ertrages Rücksicht genommen ist; dies zeigt das folgende Beispiel. Die auf dem Bauwerk etwa lastenden Abgaben sind von dem Ertrage in Abzug zu bringen oder auch in dem Werthe von u zu berücksichtigen.

Beispiel. Es wird von einem zu erbauenden Hause ein jährlicher Miethsertrag von 4000 M. erwartet; die Dauer des Hauses ist auf 100 Jahre zu schätzen; die Kosten des Grundstücks betragen 30 000 M., die durchschn. jährlichen Unterhaltungskosten 1 % des Werthes.

Der Ertrag von 4000 M. liefert zu 5 % kapitalisirt den Betrag von	80 000 M.
hiervon ab der Grundstückswerth .	30 000 „
Bleibt K.	= 50 000 M.

Es ist also: $50\,000 = \left[1 + 20\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100}\right)\right] N = 1{,}4\, N$ und $N =$ rot. 35 700 M.

Nach 50 Jahren sei der Ertrag gesunken auf 3300 M., der Grundstückswerth aber ungeändert geblieben. Der Kaufwerth W, welcher mit Rücksicht auf ausreichende Verzinsung dann gezahlt werden kann, ergiebt sich durch eine analoge Rechnung:

3300 M. kapitalisirt sind .	= 66 000 M.
ab der Grundstückswerth	= 30 000 „
K.	= 36 000 M.

Also: $36\,000 = \left[1 + 20\left(\frac{1}{50} + \frac{1}{100}\right)\right] W = 1{,}6\, W$ und $W = \frac{36\,000}{1{,}6} = 22\,500$ M.

Nach den Voraussetzungen der Rechnung würde zur Zeit des Verkaufs ein Betrag von 17 850 M. amortisirt sein, während nach der Berechnung des Kaufwerthes bis zu dieser Zeit nur eine Amortisirung von 13 200 M. nöthig wäre. Trotz der hiernach bestehenden Mängel der Bestimmung genügt die in angegebener Art durchgeführte Rechnung bei der Ermittelung des Ertragswerths von Gebäuden den Bedürfnissen der Praxis dadurch, dass sie meistens zu kleine, also jedenfalls sichernde Werthe für das Baukapital liefert.

Für manche Aufgaben wird die Berechnungsweise allerdings unbrauchbar; es ist alsdann die im Folgenden angegebene Methode in Anwendung zu bringen.

Die auf den Grundsätzen der Rentenablösung durch Kapital beruhende elegante Behandlung des Problems (von Forchheimer angegeben*) gestattet eine schärfere Bestimmung der Beziehung zwischen dem Kapitalwerth der Bauanlage und dem Ertrage unter Berücksichtigung der Veränderlichkeit der Erträge mit der Zeit; sie eignet sich in Folge des Baues der Endformeln besonders dann zur Anwendung, wenn die Dauer des Ertrags-Objekts sehr gross ist, so dass diese als unendlich gross angenommen werden kann. Wesentlich für die Methode ist die Einführung einer kontinuirlichen Zinsesverzinsung, da diese gestattet, die sonst auftretenden Reihensummen durch Integrale zu ersetzen.

Ein Kapital K_0 wächst unter jährlicher Zinsesverzinsung zum Zinsfuss p in t Jahren auf den Betrag:

$$K = (1 + p)^t\, K_0. \tag{1}$$

Nimmt man aber eine kontinuirliche Verzinsung zu dem Zinsfusse ψ von 1 an, dergestalt, dass in jedem Zeitelemente die Zinseszinsen zum Kapital geschlagen werden, so wächst letzteres in der Zeit dt um: $dK = K\psi \, . \, dt$.

*) Forchheimer: Studie über Rentabilität. Zeitschr. d. hann. Arch. u. Ing.-Ver. 1881, S. 598.

Es wird also: $$\int_0^t \frac{dK}{K} = \int_0^t \psi \, . \, dt_0 = \log \text{nat.} \left(\frac{K_t}{K_0}\right) = \psi t \text{ und: } K_t = K_0 \, e^{\psi t} \tag{2}$$

Die Bedingung, dass das Ergebniss beider Zinsfusse p und ψ am Ende jedes Jahres die gleiche sein soll, wird erfüllt, wenn:

$$K_0 (1+p)^t = K_0 \, e^{\psi t} \text{ oder: } \psi = ln\,.\,(1+p) = {}^e\log.\,(1+p). \tag{3}$$

Der Unterschied zwischen p und ψ ist nur unbedeutend; es ist nämlich:

$p =$	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
$\psi =$	0,00955	0,019803	0,029559	0,039221	0,048790
$p =$	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10
$\psi =$	0,058269	0,067659	0,076961	0,086178	0,095310

Man begeht also, sofern die Einführung eines bestimmten Zinsfusses auf mehr oder weniger unsicherer Annahme beruht, durch Rechnen mit kontinuirlicher Verzinsung keinen nennenswerthen Fehler; doch ist durch den Gebrauch der Gl. (3) das durch Integration gewonnene Resultat stets auf die periodische Verzinsung zurück zu führen.

Es sei der Reinertrag der Bauanlage: $R = f(t)$, also während des Zeittheils $dt : f(t)\,dt$. Man kann sich nun den Ertrag $f(t)\,dt$ derart entstanden denken, dass zur Zeit $t = o$ ein Kapital dK_0 angelegt wurde, welches mit Zinsen und Zinseszinsen in t Jahren auf den Werth $f(t)\,dt$ angewachsen ist, so dass mit Empfangnahme des Ertrages $f(t)\,dt$ eine Rückzahlung des Kapitals dK_0 nebst allen bis dahin fälligen Zinsen stattfindet. Es ist dann nach Gl. (2):

$$dK_0 = \frac{f(t)\,dt}{e^{\psi t}} \text{ und } K_0 = \int \frac{f(t)\,dt}{e^{\psi t}} \tag{4}$$

Aufgabe 1: Ein Grundstück gebe zur Zeit $t = o$ den Ertrag s_0. Derselbe wachse proportional der Zeit, erreiche für $t = z$ den Betrag s und bleibe von da an konstant. Welches ist der Werth des Grundstücks für $t = o$.

Von $t = o$ bis $t = z$ ist der Ertrag: $R = s_0 + \frac{s}{z} t$ und von $t = z$ bis $t = \infty : R = s$.

Man erhält daher unter Einsetzung der Werthe für $K = f(t)$ in Gl. (4) das diesem Ertrage entsprechende Kapital:

$$K_0 = \int_0^z \left(s_0 + \frac{s}{z} t\right) e^{-\psi t}\,dt + \int_z^\infty s\,e^{-\psi t}\,dt$$

$$K_0 = \left[-\frac{s_0}{\psi} e^{-\psi t} - \frac{s}{z}\left(\frac{t}{\psi} e^{-\psi t} + \frac{1}{\psi^2} e^{-\psi t}\right)\right]_0^z - \left[\frac{s}{\psi} e^{-\psi t}\right]_z^\infty$$

und nach Bestimmung der Grenzen und einigen Reduktionen: $$K_0 = \frac{\psi s_0 + \frac{s}{z}}{\psi^2}\left(1 - \frac{1}{e^{\psi z}}\right)$$

Es sei z. B. $s_0 = 300$ M; für $z = 100$ werde der Ertrag $s = 5000$ M. und bleibe von da konstant. Der Kaufbetrag, welcher für das Grundstück gezahlt werden kann, ist dann, $\psi = 0{,}06$ gesetzt:

$$K_0 = \frac{300\,.\,0{,}06 + 50}{0{,}0036}\left(1 - \frac{1}{403{,}43}\right) = 18841 \; M.$$

Durch einfache Kapitalisirung des zeitigen Ertrages würde man K_0 zu 5000 M, also erheblich zu gering, durch Kapitalisirung des künftigen höchsten Ertrages auf 83333 M, erheblich zu hoch erhalten haben.

Aufgabe 2. Die Betriebseinnahme einer industriellen Anlage sei bei der Eröffnung $= b$; bis zum Ablauf der Zeit z sinke sie auf c und von da an in unendlich langer Zeit auf Null. Welches Anlage- und Betriebskapital entspricht dieser Einnahme?

$r = f(t)$ lässt sich darst llen durch die Formel:

$$r = b\left(\frac{c}{b}\right)^{\frac{t}{z}} \text{ daher: } K_0 = \int_0^\infty b\left(\frac{c}{b}\right)^{\frac{t}{z}} \frac{dt}{e^{\psi t}} = b \int_0^\infty e^{-\left(\psi + \frac{1}{z} ln\,.\,\frac{b}{c}\right) t}\,dt$$

$$K_0 = \left[\frac{b\,e^{-\left(\psi + \frac{1}{z} ln\,.\,\frac{b}{c}\right) t}}{-\left(\psi + \frac{1}{z} ln\,.\,\frac{b}{c}\right)}\right]_0^\infty = \frac{b}{\psi + \frac{1}{z} ln\,.\,\frac{b}{c}}$$

Aufgabe 3. Wie viel ist die der Aufgabe 2 zu Grunde liegende Anlage t Jahre nach der Eröffnung werth?

Nimmt man in der Integral-Formel für K die untere Grenze $= t$, so erhält man:

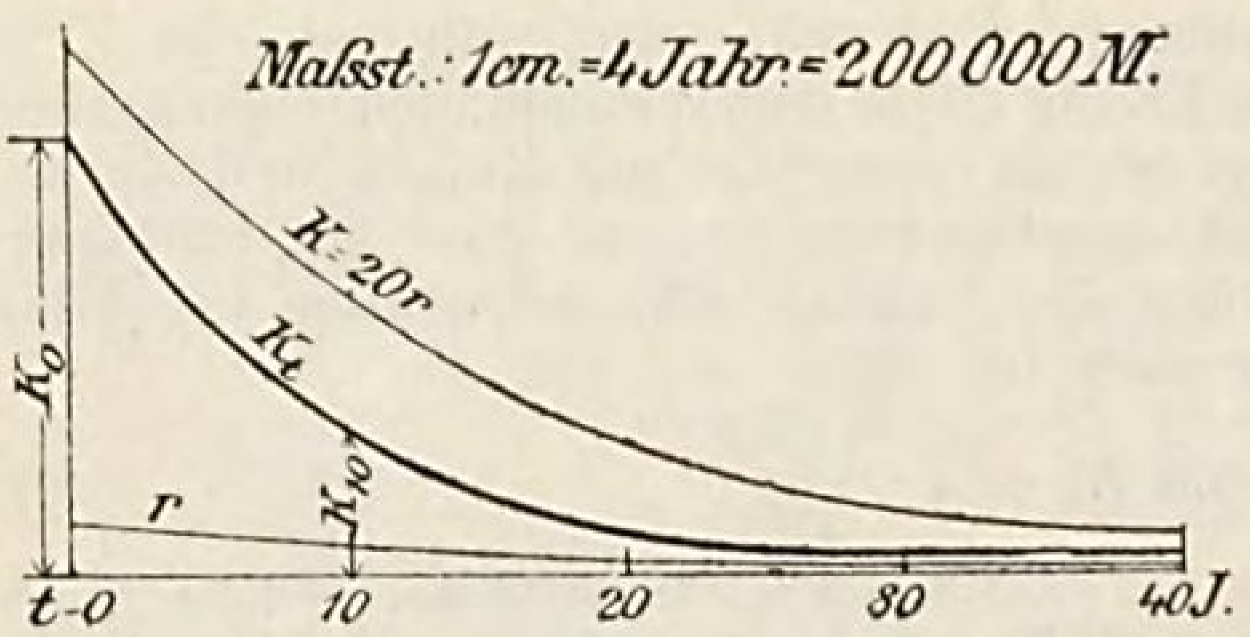
$$K_r = \left[\frac{b\,e^{-\left(\psi + \frac{1}{z} ln.\frac{b}{c}\right)t}}{-\left(\psi + \frac{1}{z} ln.\frac{b}{c}\right)} \right]_t^{\infty} = \frac{b}{\left(a + \frac{1}{z} ln.\frac{b}{c}\right) e^{\left(\psi + \frac{1}{z} ln.\frac{b}{c}\right)t}} = K_0 \frac{1}{e^{\frac{b}{K_0}t}}$$

Es sei die Jahreseinnahme bei der Eröffnung der Anlage 48 000 M., 10 Jahre nach der Eröffnung nur noch 24 000 M.; dann erhält man für den Zinsfuss $= 0{,}05$:

$$K_0 = \frac{48\,000}{ln.\ 1{,}05\ \sqrt[10]{2}} = 406\,418$$ und ferner als Werthe der Anlage nach Ablauf von 10, bezw. 20 Jahren:

$$K_{10} = \frac{406\,418}{e^{\frac{48\,000}{406\,000}10}} = 124\,752 \text{ M.} \quad K_{20} = \frac{406\,418}{e^{\frac{48\,000}{406\,000}20}} = 30\,418 \text{ M.}$$

Fig. 13.



In der graphischen Darstellung Fig. 13. ist die Zeit als Abszisse, Ertrag und zeitiger Werth sind als Ordinaten aufgetragen; desgleichen derjenige Kapitalwerth, welcher durch einfache Kapitalisirung der zeitigen Einnahme zum Zinsfusse $= 0{,}05$ gewonnen wird. Die Unterschiede der Kurven zeigen, welch' bedeutender Fehler in der Werthbestimmung bei veränderlicher Einnahme durch die einfache Kapitalisirung der zeitigen Einnahme begangen wird.

b. Oekonomischer Werth von Bauanlagen mit nicht darstellbaren Erträgen.*)

Eine in der Praxis häufig vorkommende Aufgabe geht dahin, fest zu stellen, welche von verschiedenen möglichen Anordnungen von Bauobjekten oder Bauwerkstheilen die ökonomisch vortheilhafteste sei?

Wenn die Ertragsbildung des Bauobjekts und die Veränderlichkeit derselben zahlenmässig feststellbar ist, so ist die Untersuchung nach dem was vorauf gegangen, derart zu führen, dass ermittelt wird, welche Anordnung die höchste Verzinsung des Bauobjekts ermöglicht. Sehr häufig ist indessen, trotzdem ein wirthschaftlicher Effekt vorhanden, derselbe doch nicht bestimmt darstellbar, wie z. B. bei Bauwerks-Theilen, Pflasterungen, Brücken etc. Man muss in solchen Fällen davon Abstand nehmen, den Einfluss des Bauwerks auf die Ertragsbildung zu berücksichtigen und hat die Untersuchung nur in Bezug auf die Frage nach dem Betrage desjenigen Kapitals, welches die Herstellung, die Instandhaltung und die ewige Dauer des Bauobjekts sichert, zu führen.

Es seien N die Neubaukosten, m die Bauwerks-Dauer in Jahren, U die durchschnittlichen jährlichen Unterhaltungskosten, αN der Werth des Bauwerks zur Zeit des Abbruchs, q bez. q_1 diejen. Werthe, zu welchem ein Kapital $= 1$ mit seinen Zinsen in 1 Jahr anwächst (also z. B. bei Verzinsung mit 5 %: $q = 1{,}05$), c die Abbruchskosten, so fordern die Herstellung und der ewige Bestand des Bauw. ein Kapital:

$$K = N + K_1 + K_{11}$$

Es ist K_1, d. h. derjenige Kapitalsbetrag aus dessen Zinsen die fortlaufende Unterhaltung bestritten wird $= \frac{1}{q-1} U$; der Betrag $K_{11} = \frac{N(1-\alpha)+c}{q^m - 1}$ ist auf ewige Zeiten zu erhalten, um aus seinen während m Jahren angesammelten Zinsen den jedesmaligen Neubau zu bestreiten.

$$\text{sonach:}\quad K = N + \frac{N(1-\alpha)+c}{q^m-1} + \frac{U}{q-1} \tag{1}$$

Wenn, wie oft anzunehmen, der Abbruchswerth den Abbruchskosten gleich, so ist:

$$K = N + \frac{N}{q^m-1} + \frac{U}{q-1} \tag{1a}$$

Es wird nun diejenige der möglichen Anordnungen des Bau-Objekts am ökonomischsten sein, für welche das Kapital K zum Minimum wird.

*) Vergl. E. Zoeller; der oekon. Werth d. Bauwerke. Wochenbl. f. Archit. u. Ingen. 1883.

Für Bau-Objekte mit langer Dauer wird der Betrag K_{11} sehr klein, derselbe ist $q = 1{,}05$ gesetzt für:

$m = 10$ Jahre	$1{,}59000\ N = K_1$
$m = 20$ „	$0{,}60500$ „ „
$m = 50$ „	$0{,}09600$ „ „
$m = 80$ „	$0{,}02100$ „ „
$m = 100$ „	$0{,}00800$ „ „
$m = 150$ „	$0{,}00070$ „ „
$m = 200$ „	$0{,}00006$ „ „

Die Unterhaltungs-Kosten betragen gemeinhin durchschnittlich $^1/_2$ bis 2 %, also zu 5 % kapitalisirt:

$$K_1 = 0{,}1\ N \text{ bis } K_1 = 0{,}4\ N.$$

Bei Bau-Objekten von mehr als 80jähriger Dauer kann man daher von der Berücksichtigung der Amortisation Abstand nehmen.

Beispiel 1*: Es seien für eine:

	hölzerne Brücke	eiserne Brücke
	$N = 3600$ M.	7000 M.
	$m = 30$ Jahr	150 Jahr
	$U = 3\,\% = 108$ M.	$U = 1\,\% = 70$ M.

Es ist dann für die Holzkonstruktion: $K = 3600 + \dfrac{3600}{1{,}05^{30} - 1} + 20 \,.\, 108 = 6844$ M.

und für die Eisenkonstruktion: $K = 7000 + \dfrac{7000}{1{,}05^{150} - 1} + 20 \,.\, 70 = 8405$ M.

Fragt man, wie das Kostenverhältniss beider Konstruktionen sein müsse, um dieselben ökonomisch gleichwerthig zu machen, so setze man für Holz die Neubaukosten $= N$, für Eisen $= nN$ und erhält dann:

$$\text{für Holzkonstruktion: } K = N + 0{,}301\ N + \frac{3}{100} N.\, 20 = 2{,}174\ N$$

$$\text{für Eisenkonstruktion: } K = nN + 0{,}0007\ N + \frac{1}{100} nN.\, 20 = 1{,}206\ nN, \text{ sonach } n = 1{,}8.$$

Beispiel 2: Es sei der Werth von Basalt- und Sandsteinpflasterung zu vergleichen unter folgenden Annahmen:

Es betragen die Kosten pro ^{cbm} Basaltpflastersteine = 24 M., pro ^{cbm} Sandstein = 20 M. und für Anfertigen resp. Umlegen des Pflasters incl. Sandlieferung etc. = 1,0 M. Die Umlegung erfolge für Basaltpflaster in 3 Perioden à 15 Jahre, für Sandsteinpflaster in 3 Perioden à 9 Jahre. Der Zuschuss an neuem Material betrage bei Basalt bei den einzelnen Umlege-Perioden 10, 30 und 60 %, bei Sandstein 20, 30 und 50 %. Der Werth des ausgeschossenen Materials sei für beide Materialien = 20 % des Neuwerths.

Nimmt man für beide Pflasterungen eine Stärke von 20 ^{cm} an, so kostet 1 ^{qm} Pflaster:

für Basalt $1 + 0{,}2 \,.\, 24 = 5{,}8$ M., für Sandstein $1 + 0{,}2 \,.\, 20 = 4{,}0$ M.

die Umlegungskosten pro 1 ^{qm} betragen:

für Basalt	für Sandstein
I. Umlage $1 + 0{,}1 \,.\, 0{,}2 \,.\, 24\ (1 - 0{,}2) = 1{,}38$ M.	I. Umlage $1 + 0{,}2 \,.\, 0{,}2 \,.\, 20\ \ 0{,}8 = 1{,}64$ M.
II. „ $1 + 0{,}3 \,.\, 0{,}2 \,.\, 24 \,.\, 0{,}8 = 2{,}15$ „	II. „ $1 + 0{,}3 \,.\, 0{,}2 \,.\, 20 \,.\, 0{,}8 = 1{,}96$ „
III. „ $1 + 0{,}6 \,.\, 0{,}2 \,.\, 24 \,.\, 0{,}8 = 3{,}34$ „	III. „ $1 + 0{,}5 \,.\, 0{,}2 \,.\, 20 \,.\, 0{,}8 = 2{,}60$ „

Zu der Berechnung des Erneuerungs-Kapitals führt nun folgende Erwägung:

Der Betrag der Umlage von 1,38 M. für Basalt ist aus den Zinsen nach 15 Jahren, dann weiter aber in Perioden von je 45 Jahren zu entnehmen; desgl. der Betrag der II. Umlage von 2,15 M. zuerst nach 30 Jahren, dann weiter in Perioden von je 45 Jahren.

Sei das Kapital zur Bestreitung der I. Umlage $= x$, so wächst dasselbe in 15 Jahren mit Zinseszinseszinsen auf $x \,.\, 1{,}035^{15}$; hiervon werden jetzt 1,38 M. entnommen, der Rest muss durch seine Zinseszinsen alle 45 Jahre den Betrag von 1,38 M. liefern, selbst aber für ewige Zeiten erhalten bleiben; daher:

$$\left(x \,.\, 1{,}05^{15} - 1{,}38\right)\left(1{,}05^{45} - 1\right) - 1{,}38, \text{ sonach: } x = \frac{1{,}38}{1{,}05^{15}}\ \frac{1{,}05^{45}}{1{,}05^{45} - 1} = 1{,}05^{30}\ \frac{1{,}38}{1{,}05^{45} - 1}$$

Durch analoge Schlüsse in Bezug auf die Kapital-Antheile, welche die Beträge der andern Umlage-Perioden zu liefern haben, erhält man:

Für Basalt:

$$K = 5{,}80 + \left[1{,}38 \,.\, 1{,}05^{30} + 2{,}15 \,.\, 1{,}05^{15} + 3{,}34\right] \frac{1}{1{,}05^{45} - 1} = 5{,}80 + 1{,}72 = 7{,}52 \text{ M.}$$

Für Sandstein:

$$K = 4{,}0 + \left[1{,}68 \,.\, 1{,}05^{18} + 1{,}96 \,.\, 1{,}05^{9} + 2{,}60\right] \frac{1}{1{,}05^{27} - 1} = 4{,}0 + 3{,}58 = 7{,}58 \text{ M.}$$

Es ist zu der vorstehenden Rechnung zu beachten, dass die angestellten Vergleichs-Rechnungen ein brauchbares Resultat nur liefern unter der Voraussetzung, dass beide zum Vergleich gebrachten Anordnungen in Bezug auf ihre Ertragsbildung ganz gleichwerthig sind. Das Urtheil über den ökonomischen Werth kann durch diese Rechnung allein nicht endgültig erledigt sein, wenn der wirthschaftliche Effekt beider Anordnungen nicht derselbe ist; letzterer muss hinterher wenigstens schätzungsweise in Betracht gezogen werden.

*) Beide Beispiele sind mit unerhebl. Aenderungen dem zit. Aufsatz von Zoeller entnommen.

3. Ablösung von Bau- und Unterhaltungs-Verpflichtungen.

Litteratur. Eytelwein. Anleitung zur Ermittelung der Dauer und Unterhaltungskosten der Gebäude und zur Bestimmung der Bau-Ablösungskapitalien. Berlin 1831. Reimer. — Wittstein. Berechnung der Ablösung von Bauverpflichtungen. Hannover 1861. Rümpler. Separ. Abdr. aus der Zeitschr. des hannov. Arch.- u. Ing.-Ver. 1861. — Gust. Schmidt. Neue populäre Zinses zinsen-Rechnung. Prag 1877. H. Dominicus.

Die hier zu lösende Aufgabe ist folgende:

Es hat jemand die Verpflichtung, ein Gebäude auf ewige Zeiten zu unterhalten und sobald dasselbe baufällig geworden ist, neu herzustellen. Er wünscht beide Verpflichtungen durch einmalige Zahlung eines Kapitals oder durch eine auf ewige Zeiten fortlaufende gleich bleibende jährliche Rente abzulösen.

Der Betrag des Ablösungskapitals bezw. der Rente ist zu ermitteln.

a. Ablösung von Bauverpflichtungen.

Die Neubau-Periode sei $= m$, das Alter zur Zeit der Ablösung $= r$.

α. Ablösung durch einmalige Kapitalzahlung.

Die Entwickelung ist dieselbe wie im Beispiel 2 S. 75. Das Ablösungskapital x wächst in $m - r$ Jahren auf den Betrag $= x q^{m-r}$. Hiervon wird zur Ausführung des Neubaues der Betrag N entnommen; der Rest hat durch Zinsen und Zinseszinsen in m Jahren den Betrag N zu liefern. Darnach:

$$\left[x q^{m-r} - N\right] \left[q^m - 1\right] = N \text{ und: } x = N \frac{q^r}{q^m - 1} \tag{1}$$

Es darf bei der Berechnung des Ablösungskapitals unter Umständen nicht ausser Acht gelassen werden, dass die Weiterverzinsung der aus den Zinsen erwachsenden kleinen Beträge nicht zu demselben Zinsfusse möglich ist als die Verzinsung des — grössern — Kapitals. Man kann diesen Umstand dadurch berücksichtigen, dass man bei Zinsesverzinsung einen etwas geringeren Zinsfuss annimmt als bei einfacher Verzinsung, was ev. auch bei Rechnungen wie den vorauf geschickten wünschenswerth sein kann. Nach Bedarf muss man sich der Einführung eines 2ten geringeren Zinsfusses für die Weiterverzinsung bedienen.

Die jährlichen Zinsen des Kapitals seien p (z. B. $p = 0{,}05$); die Weiterverzinsung erfolge zum Zinsfusse p_1 (z. B. $p_1 = 0{,}03$). Wir setzen $1 + p_1 = q_1$; der am Schlusse des 1ten Jahres fällige Zinsbetrag p wächst bis zum Ende des nten Jahres durch Weiterverzinsung auf $p q_1^{n-1}$, der 2te Zinsbetrag auf $p q_1^{n-2}$ etc. Daher wachsen sämmtliche Zinsbeträge auf:

$$p\left(q_1^{n-1} + q_1^{n-2} + \ldots . q_1 + 1\right) = p \frac{q_1^n - 1}{q_1 - 1} = p \frac{q_1^n - 1}{p_1}$$

Sonach wächst das Kapital K_0 in $m - r$ Jahren auf den Betrag: $K_0 \left(1 + p \frac{q^{m-r} - 1}{p_1}\right)$

Hiervon wird der Betrag N entnommen; der Rest liefert jährlich die Zinsen: $\left[K_0 \left(1 + p \frac{q^{m-r} - 1}{p_1}\right) - N\right] p$

Durch Weiterverzinsung erhält man an Zinsen und Zinseszinsen in m Jahren: $\left[K_0 \left(1 + p \frac{q_1^{m-r} - 1}{p_1}\right) - N\right] p \frac{q_1^m - 1}{p_1} = N$

$$\text{Sonach als Ablösungskapital: } K_0 = N \frac{p_1}{p} \frac{1}{q_1^m - 1} \frac{p_1 + p\left(q_1^m - 1\right)}{p_1 + p\left(q_1^{m-r} - 1\right)} \tag{2}$$

Obwohl diese Gl. umfangreicher ist als Gl. (1), ist das Rechnen mit derselben doch nicht erheblich umständlicher.

Der 2te Zinsfuss p_1 ist von der Höhe des Kapitals K und der Dauer der Verzinsung abhängig. Prinzipiell ist fest zu halten, dass grosse Beträge besser verzinsbar sind als kleine und um so besser je länger die Dauer der Beleihung ist. Für ganz kleine Beträge kann nur ein Sparkassen-Zinsfuss von 2,5 — 3 % gerechnet werden. Ist das Kapital gross, so können auch die ersten Zinsen noch so erheblich ausfallen, dass ihre Verzinsung zu einem besseren Zinsfusse möglich ist; bei langer Verzinsung sammeln sich endlich sehr grosse Beträge an, welche wieder auf lange Zeit ausgeliehen werden können. Daher ist p_1 nach den Verhältnissen verschieden zu wählen.

Die Einflüsse verschiedener Höhen des Stammkapitals und verschieden langer Dauer der Zins-Ansammlung zeigen nachstehende Tabellen:

Tabelle 1. Kapital 10 000 M.

Es laufen auf an Zinsen bis zum n^{ten} Jahre.*

$n =$	1	2	3	4	5	10	20	50	100
1. Zinsreihe (zu 5 %)	500	1000	1500	2000	2500	5000	10 000	25 000	50 000
2. Zinsreihe (zu 5 %)	—	25	75	150	250	1125	4 750	30 625	123 750
3. Zinsreihe (zu 4,5 % drchschl.)	—	—	1,125	4,500	11,25	135	1282,5	22 050	181 913
4. Zinsreihe (zu 4,0 % drchschl.)	—	—	—	0,045	0,225	9,45	218,025	10 363	173 755
5. Zinsreihe (zu 3 %)	—	—	—	—	0,00135	0,34	20,930	2698,33	89 064
6. Zinsreihe (zu 3 %)	—	—	—	—	—	0,0085	1,570	1022,64	48 473

Tabelle 2. Kapital 1000 M.

Es laufen auf an Zinsen bis zum n^{ten} Jahre.

$n =$	1	2	3	4	5	10	20	50	100
1. Zinsreihe (zu 5 %)	50	100	150	200	250	500	1000	2500	5000
2. Zinsreihe (zu 4 %)	—	2	6	12	20	90	380	2456	9900
3. Zinsreihe (zu 3 %)	—	—	0,06	0,24	0,6	7,2	681	1176	9603
4. Zinsreihe (zu 3 %)	—	—	—	0,0018	0,009	0,39	8,82	414,54	7054

Man sieht also, dass bei der langen Zins-Ansammlung eines grossen Kapitals, die vorderen Zinsreihen rasch zu so erheblicher Bedeutung anschwellen, dass sie zu dem Zinsfusse des Stammkapitals angelegt werden können, während die hinteren Zinsreihen überhaupt in ihrer Wirkung rasch zurück treten. Bei sehr grossen Kapitalien mit langer Zins-Ansammlung kann also die Einführung eines 2ten Zinsfusses fortfallen, während bei kleinen Kapitalien oder bei kurzer Zins-Ansammlung die Berechnung nach Gl. (2) sich empfiehlt. Nach Maassgabe der Verhältnisse kann dann $p_1 = 0{,}04 - 0{,}03$ gesetzt werden.

Jedenfalls fällt das Resultat je nach der Methode der Berechnung und der Wahl des Zinsfusses sehr verschieden aus und sollte daher in alle Verträge, in welchen die Ablösung von Bauverpflichtungen vorgesehen wird, vorweg eine Bestimmung über die Grundlagen der Berechnung des Ablösungskapitals aufgenommen werden.

β. Ablösung durch jährliche Rente.

Man könnte annehmen, dass die Ablösungs-Rente einfach durch die Zinsen des Kapitals K in Gl. (1) dargestellt wird. Die nachstehende Erörterung wird zeigen, dass dies nur unter einer bestimmten Bedingung der Fall ist. Die jährlich gezahlte Rente sei $= b$; die Rentenbeträge sind verzinslich anzulegen und wachsen vom rten bis zum mten Jahre durch Zinsesverzinsung zum Zinsfuss p_1 an auf:

$$S = bq^{m-r-1} + bq_1^{m-r-2} + bq_1^{m-r-3} + \ldots .\, bq_1 + b = b\,\frac{q_1^{m-r} - 1}{q_1 - 1} = b\,\frac{q_1^{m-r} - 1}{p_1} \qquad \text{(a)}$$

Dieser Betrag ist jedenfalls kleiner als das erforderliche Baukapital; es muss daher der Betrag: $N - b\,\frac{q_1^{m-r} - 1}{p_1}$ durch eine Anleihe aufgebracht werden. Von dem Augenblicke des 1ten Neubaues wird also die fortlaufende Rente aus 2 Theilen bestehen:

1. den Zinsen der beim 1ten Neubau erforderlich gewesenen Anleihe, für welche ein anderer Zinsfuss p_2 zu rechnen ist, welche also jährlich betragen:

$$\left(N - b\,\frac{q_1^{m-r} - 1}{p_1}\right) p_2 = Np_2 - b\left(q_1^{m-r} - 1\right)\frac{p_2}{p_1} \qquad \text{(b)}$$

*) Es ist nämlich, wenn man für jede Zinsreihe einen anderen Zinsfuss $p_1, p_2, p_3 \ldots$ einführt:

	Jährlicher Zinsertrag im n^{ten} Jahre	Summa der Zinsen bis zum n^{ten} Jahre
1. Zinsreihe	$K p_1$	$K p_1 n$
2. Zinsreihe	$K p_1 p_2 (n-1)$	$K p_1 p_2 \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}$
3. Zinsreihe	$K p_1 p_2 p_3 \frac{(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2}$	$K p_1 p_2 p_3 \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$
4. Zinsreihe etc. etc.	$K p_1 p_2 p_3 p_4 \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$	$K p_1 p_2 p_3 p_4 \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$

2. Der von da an für alle ferneren Neubauten erforderl. Rente, die so gross sein muss, dass mit Zinsesverzinsung in m Jahren der Betrag N entsteht; darnach aus Gl. (a), wenn $r = o$ u. $S = N$ gesetzt wird: $N = \frac{p_1}{q_1^m - 1}$ (c)

Da nun die Ablösungsrente sowohl vor als nach dem Neubau für alle Zeiten gleich bleiben muss, erhält man die Bedingungsgleichung:

$$b = Np_2 - b\left(q_1^{m-r} - 1\right)\frac{p_2}{p_1} + N\frac{p_1}{q_1^m - 1};$$

also die Rente: $b = N\frac{p_1 + p_2\left(q_1^m - 1\right)}{p_1 + p_2\left(q_1^{m-r} - 1\right)}\frac{p_1}{q_1^m - 1}$ (2)

Es wird also die Rente gleich den Zinsen des Ablösungs-Kapitals in Gl. (2) wenn dieses zum Zinsfuss p_2, die 1ten Zinsen zum Zinsfuss p_1 weiter verliehen werden. Für die Bemessung des Zinsfusses p_2 war indessen erforderlich, durch die vorstehende Ableitung den Ursprung des 2ten Zinsfusses in der Formel für die Rente zu zeigen.

Ist der Zinsfuss $p_1 = p_2 = p$ so wird: $b = Np\frac{q^r}{q^m - 1}$

Das Kapital, welches dieser Rente entspräche, wäre: $K = N\frac{q^r - 1}{q^m - p}\frac{p}{p_3}$

und wenn die Kapitalisirung zum Zinsfuss p_3 erfolgen würde, oder wenn $p_3 = p$: $K = N\frac{q^r}{q^m - 1}$;

also nur unter der Voraussetzung $p_1 = p_2 = p_3$ wird die Rente durch die Zinsen des Kapitals in Gl. (1) dargestellt.

Einen besonderen Fall des Ablösungsverfahrens bildet die Ablösung der Bauverpflichtung für grosse Komplexe von Bau-Objekten, welche einzeln zu verschiedenen Zeiten baufällig werden. Da diese Aufgabe selten vorkommt, genüge der Hinweis auf die Nothwendigkeit einer besonderen Berechnungsweise; das Nähere dazu findet man in Wittstein Ablösung etc.

b. Ablösung von Unterhaltungs-Verpflichtungen.*

Derartige Ablösungen finden gewöhnlich unter der Voraussetzung statt, dass die jährlichen Unterhaltungskosten konstant sind, oder so, dass für die veränderlichen Unterhaltungskosten n ein Durchschnitts-Satz berechnet wird; die Unterhaltungskosten werden dann einfach kapitalisirt, das Ablösungskapital beträgt: $\frac{n}{p}$

Diese Berechnung erscheint wohl zulässig, wenn die Ablösung im Anfange einer Bauperiode, nicht aber wenn dieselbe innerhalb derselben, also r Jahre nach dem Neubau stattfindet. Im letzteren Falle darf die Veränderlichkeit der Unterhaltungskosten (welche mit der Dauer des Bauwerks wachsen) nicht wohl vernachlässigt werden, da man andern Falls im 1. Theil der Periode zu viel, im letzten zu wenig Unterhaltungs-Kapital zahlt. Zur Berechnung des Ablösungs-Kapitals gelangt man folgendermaassen:

Die jährlichen Unterhaltungskosten (welche im Anfang des Jahres zur Disposition zu stellen sind) mögen als proportional der Dauer des Gebäudes wachsend angenommen werden (vergl. übrigens S. 82), seien also $a\,(t - 1)$. Sie betragen darnach im Anfange des 1ten, 2ten, 3ten, ... mten Jahre: 0; $u\,.\,1$; $u\,.\,2$; $u\,.\,3$ $u\,(m - 1)$.

Zur Bestimmung der Ablösungs-Summe werden die einzelnen Ablösungs-Beträge ermittelt, welche für die Reparaturkosten im 1ten, 2ten, 3ten . . . bis mten bezw. $m + 1$ten, $m + 2$ten Jahre zu zahlen sind.

Der Reparaturbetrag im nten, $(m + n)$ten, $(2m + n)$ten Jahre nach der Ablösung ist $u\,(r + n - 1)$. Das Ablösungs-Kapital wird bis zum nten Jahre verzinst, der Betrag $u\,(r + n - 1)$ entnommen; der Rest liefert durch seine Zinsen in je m Jahren den Betrag $u\,(r + n - 1)$.

Durch die bezüglichen Einsetzungen in Gl. (1) erhält man sonach: $x = \frac{1}{q^n}\frac{q^m u\,(r + n - 1)}{q^m - 1}$

*) Vergl. Rodde. Ablösung von Bauverpflichtungen. Deutsch. Bauzeitg. 1883, S. 595.

und die ganze Ablösungs-Summe: $$\sum(x) = \frac{q^m}{q^m - 1}\left[\sum_{n=1}^{n=m-r}\left(\frac{r+n-1}{q^n}\right) + \sum_{n=m-r}^{n=m}\left(\frac{n-(m-r)}{q^n}\right)\right] \quad (4)$$

Die Reihen unter den Summenzeichen sind für die speziellen Zahlenwerthe zu entwickeln und zu summiren; die Berechnung ist allerdings sehr unbequem. Für den wiederholten Gebrauch kann man Tabellen oder graphische Darstellungen benutzen. (Vergl. die vorhin angef. Quelle). —

4. Taxen (Schätzungen).

Taxen dienen zur Ermittelung des zeitigen Werthes eines vorhandenen Bauwerks oder einzelner Bautheile. Die Werth-Ermittelung kann von 2 Gesichtspunkten ausgehen:

α. von dem Werth der in dem Bauwerk verwendeten Materialien und Arbeiten (Materialwerth) und:

β. dem Ertragswerthe des Bauwerks.

Wenn auch in manchen Fällen zwischen beiden Ergebnissen eine erhebliche Differenz bestehen wird, so werden doch in den häufigsten Fällen des Schätzungswesens die nach beiden Methoden ermittelten Werthe sich nahe kommen müssen und es kann darnach der eine zur Kontrolle des anderen benutzt werden.

α. Taxe nach dem Material- und Arbeitswerthe.*)

Die Schätzung des Materialwerthes geht von den Kosten der Neuherstellung, deren überschlägige Berechnung schon besprochen wurde, aus; sie bestimmt den zeitigen Werth durch Abzug eines der Entwerthung durch Zeit und Gebrauch entsprechenden Betrages. Die Grösse der Entwerthung ist abhängig von der Dauer des Gebäudes und dem zeitigen Alter. Sie wächst mit dem Alter und ist gleich dem Neuwerth, wenn das Alter gleich der Lebensdauer des Gebäudes ist.

Es bezeichnen: N den Neuwerth, D die Dauer, A das Alter, E die Entwerthung, J den Jetztwerth $= N - E$

Man bestimmt die Entwerthung nach verschiedenen Grundsätzen.

1. Unter der Annahme, einer Entwerthung dem Alter proportional, also:

$$E : N = A : D \text{ und } E = \frac{A\,N}{D} \quad (1)$$

2. Unter der Annahme einer Entwerthung dem Quadrate des Alters proportional, also:

$$E : N = A^2 : D^2 \text{ und } E = \frac{A^2\,N}{D^2} \quad (2)$$

3. Ein drittes Verfahren bestimmt: Man zerlege die Dauer in 5 gleiche Perioden und bringe die in der 1ten Periode abgelaufene Zeit des Alters in der Gl. (1) mit $^3/_5$, die der 2ten Periode mit $^4/_5$, der 3ten Periode mit $^5/_5$, der 4ten mit $^6/_5$ und der letzen mit $^7/_5$ zum Ansatz.

Wäre also z. B. $N = 7300$ M., $D = 180$, $A = 150$, so betrüge jede der Perioden 36 Jahre und es wäre: $E = 7300\left(\frac{36.\frac{3}{5}}{180} + \frac{36.\frac{4}{5}}{180} + \frac{36.\frac{5}{5}}{180} + \frac{36.\frac{6}{5}}{180} + \frac{6.\frac{7}{5}}{180}\right) = 5569{,}67$ und $J = 7300 - 5596{,}67 = 1703{,}33$.

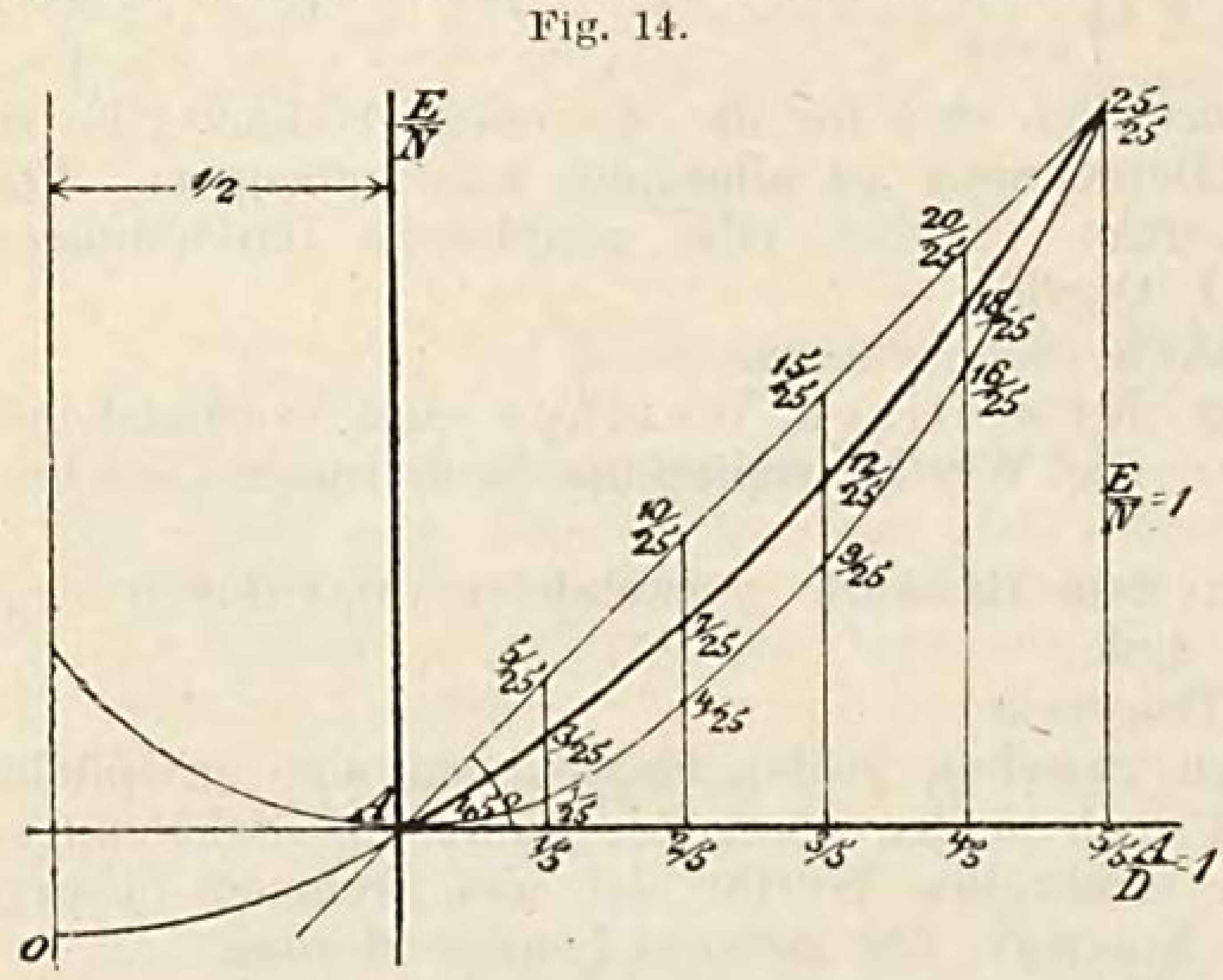
Die Methode ad 3 giebt Werthe, welche am Schlusse der Perioden genau das arithmetische Mittel zwischen den nach (1) und (2) berechneten Werthen darstellen. Wenn man graphisch die Entwerthungs-Beträge als Abszissen zu dem Alter als Ordinaten aufträgt, so erhält man einen Polygon-Zug, dessen Brechpunkte in den Endpunkten der 5 Perioden der Dauer liegen. Setzt man an die Stelle des Polygon-Zuges eine stetige Kurve, so wird diese und somit die Entwerthung dargestellt durch die Gl.: $$E = N\frac{A}{D}\,\frac{A+D}{D} \;\ldots. \quad (3)$$

In Fig. 14 sind die Werthe von $\frac{E}{N}$, die sich nach den Gl. (1), (2) und (3) ergeben, als Ordinaten (y) zu den Abszissen $x = A/D$ aufgetragen. Dieselben werden dargestellt nach (1) durch eine gerade Linie, nach (2) durch eine Parabel, deren Scheitel im Anf. Punkt des Kordin-Systems liegt, nach (3) ebenfalls durch eine Parabel, deren Scheitel in einem Punkte o mit den Koordinaten ($x = -\frac{1}{2}$ und $y = -\frac{1}{8}$) liegt.*)

*) Wolff. Grundsätze zur Abschätzung von Stadtgebäuden. Berlin 1861. Ernst und Korn. — Junk. Wiener Bauratbgeber, IVte Abth. Ueber die Grundzüge der Assekuranz-Schätzungen. —
**) Vergl. Unger. Berechnung der Alters-Entwerthung von Gebäuden, Deutsch. Bauztg. 1883. S. 298.

Von den 3 oben mitgetheilten Gl. ist (1) zwar die bequemste; zum Gebrauch indessen sind die Resultate derselben mit den thatsächlichen Verhältnissen am wenigsten überein stimmend, da ein Bauwerk in den ersten Perioden seiner Dauer langsam entwerthet, in späteren Perioden aber seinem Verfall schnell entgegen geht. Eine wirkliche Begründung fehlt jeder dieser Gl., zumal die Entwerthung von der Art der Instandhaltung des Bauwerks abhängig ist.

Fig. 14.



Im allgemeinen dürfte die Gl. (3) den thatsächlichen Verhältnissen entsprechen; bei schlechter Instandhaltung würde indessen event. die Entwerthung nach Gl. (1) bei sehr sorgfältiger Unterhaltung nach Gl. (2) zu berechnen sein. Uebrigens wird auch für die Annahme der Dauer des Gebäudes nicht allein die Solidität der Konstruktion und des Materials, sondern ebenfalls die Unterhaltung zu berücksichtigen sein, da ein gut unterhaltenes Gebäude eine längere Dauer erreicht.

b. Taxen unter Berücksichtigung des Ertrags und des Materialwerthes.

Die Grundsätze der Werthbestimmung aus dem Ertrage sind bereits auf S. 71 ff. behandelt worden.

Man kann nun so verfahren, dass der Werth des Bauwerks nach beiden Methoden bestimmt und das Mittel der beiden Ergebnisse gewonnen wird.

Beispiel. Das zu schätzende Gebäude habe 7200 cbm Inhalt; es seien zu rechnen: Baukosten pro cbm 15 M., also Neubauwerth $N = 108\,000$ M. Die voraussichtliche Dauer des Gebäudes sei 150 Jahre, sein zeitiges Alter 50 Jahre; es ergiebt sich dann die Entwerthung nach Gl. (3):

$$E = N \frac{A}{D} \frac{A + D}{2\,D} \text{ zu rot. } 24\,000 \text{ M.,}$$

sonach zeitiger (Material) Werth $= 108\,000 - 24\,000 = 84\,000$ M.

Der Nutzungswerth ergiebt sich dagegen folgendermaassen:

Der Miethsertrag sei	8 000 M.
Hiervon ab auf Gebäude und Grundstück lastende Abgaben	100 „
	= 7 900 M.
Nach dem Zinsfuss = 5 % kapitalisirt repräsentirt dieser Betrag ein Kapital von	158 000 „
Hiervon geht ab der Grundstückswerth. Das Grundstück sei 530 qm gross, sein Werth zu schätzen nach der Lokalität auf 75 M. pro qm also im ganzen auf	39 800 „
	= 118 200 M.

	Uebertrag	118 200 M.
Es seien ferner nur auf dem Hause lastende Abgaben, Feuer-Versicherung etc.	100 M.	
Unterhaltungskosten 0,6 % d. Materialw. (84 000 M.)	504 „	
	= 604 M.	
Kapitalisirt nach dem Zinsfuss von 5 % giebt den weiteren Abzug =		12 080 „
und bleibt		106 120 M.

Dieser Betrag repräsentirt den Nutzungswerth des Hauses plus einem Kapital, dessen Zinsen die Amortisation zu liefern haben. Sei der endgültige Nutzungswerth des Hauses $= x$, so beträgt, da die voraussichtliche Dauer noch 100 Jahre ist, die jährliche Amortisation $0{,}01\,x$, also das entsprechende Kapital (zu 5 %) $= 20 \,.\, 0{,}01\,x = 0{,}2\,x$. Es muss daher sein: $x + 0{,}2\,x = 106\,120$, sonach x der Nutzungswerth des Hauses = rot. 88 400 M.

Es ist sonach im fragl. Falle der Mittelwerth der Taxe aus den nach beiden Methoden berechneten Beträgen $= \frac{88\,400 + 84\,000}{2} =$ rot. 86 200 M.

Nach den Grundsätzen für die Abschätzung von Hausgrundstücken, § 15, Tit. 6, Th. II. A. G. O. setzt sich der Werth derselben aus 2 Faktoren zusammen: 1. dem Werth des Grund und Bodens und der Materialien des Baues; — 2. dem Reinertrag nach Abzug der Unterhaltungskosten, Abgaben und Lasten.

Ist in einer Taxe zugleich die Höhe der Entschädigung für abzutretende Grundstücke — z. B. behufs Fluchtlinien-Regulirung — anzugeben, so bestimmt § 8 des Ges. v. 11. Juni 1874: Die Entschädigung für die Abtretung des Grundeigenthums besteht in dem vollen Werthe des abzutretenden Grundstücks. Wird nur ein Theil des Grundbesitzes in Anspruch genommen so umfasst die Entschädigung zugleich den Mehrwerth, welchen der abzutretende Theil durch seinen

örtlichen oder wirthschaftlichen Zusammenhang mit dem Ganzen hat, sowie den Minderwerth, welcher für den übrigen Grundbesitz durch die Abtretung entsteht.

Wenn also ein Gebäude z. B. um 2 ^{m} zurück gerückt werden muss, so ist der Werth des alten Hauses und derjenige eines ideellen Hauses, welcher auf dem verkleinerten Bauplatz in gleicher Beschaffenheit errichtet zu denken ist, zu ermitteln; die Differenz beider Werthe stellt die dem Besitzer zustehende Entschädigung dar.

c. Grundbuch-, Feuerversicherungs- und Feuerschäden-Taxen.

Wenn eine Abschätzung gewöhnlich den Zweck hat, den Werth eines zu erwerbenden Grundstücks fest zu stellen, so wird eine Schätzung doch eben so oft für die einer Verwaltung unterstellten Gebäude erforderlich, nämlich für die Zwecke des Grundbuchs und der Feuerversicherung.

Die Grundbuch-Taxen enthalten nur eine kurze Beschreibung der Baulichkeiten, nach Grundfläche, Stockwerkshöhe, Einrichtung (Anzahl der Räume) und Bauart und am Schlusse auf der so gewonnenen Grundlage die Abschätzung der einzelnen Objekte unter Zugrundelegung von Einheitspreisen, die auf der bebauten Fläche oder dem kubischen Inhalt des Gebäudes basiren.

Schema der Taxe.

1. Das neue . . . Gebäude mit dem Treppenhause, wie ad 1 u. 2 beschrieben:
 . = … ^{qm} durchschn. à … = … M.
2. das Nebengebäude, wie ad 3 beschrieben = … „ à … = … „
3. der Grenzzaun, wie ad 4 beschrieben . = … ^{m} à … = … „
4. das Hofpflaster, wie ad 5 beschrieben . = … ^{qm} à … = … „
5. Grund und Boden:
 . = … „ à … = … „

Summa = … M.

Bei Feuerversicherungs- und Feuerschäden-Taxen wird je nach dem Prinzip der Entschädigungs-Bemessung verschieden verfahren. Hierzu ist in den Statuten und Versicherungs-Bedingungen der Gesellschaften und Institute das Nähere fest gesetzt.

Die Entschädigung und dem entsprechend auch die Taxe berücksichtigt meistens nur den zeitigen Zustand des Gebäudes und nur ausnahmsweise (wie z. B. bei der Berliner städtischen Feuer-Sozietät) wird die Entschädigung so bemessen, dass aus derselben die Neuherstellung des beschädigten Gebäudetheils bewirkt werden kann; durch die Taxe werden dann die Kosten des Neubaues ermittelt.

Die Vortheile der Lage und der Benutzungsweise bleiben in beiden Arten der Schätzung ausser Berücksichtigung.

Der Versicherungs-Taxe ist eine Handzeichnung beizufügen, aus welcher die Lage des Gebäudes gegen die Nachbargebäude, unter Angabe der Entfernungen und der etwa vorhandenen, das Dach überragenden Brandmauern ohne Oeffnungen, zu ersehen ist. (Bei Angabe der Anzahl der Stockwerke ist das Erdgeschoss als Geschoss mit zu zählen.) Fundamente, sowie alles, was in der Erde liegt (z. B. Gas- und Wasserleitungsröhren), werden gewöhnlich nicht berücksichtigt, da solche Objekte durch das Feuer nicht beschädigt werden können.

Schema. Gebäude-Taxe für eine Feuerversicherungs-Bank.

No.	Benennung der einzelnen Gebäude	Zahl der Stockwerke	Wie viel m			Bauart der Umfassungs-Wände u. Giebel		Dachung (bei Ziegeldach ist anzugeben ob mit oder ohne Strohdocken	Material und Beschaffenheit der Feuerungs-Anlagen und Schornsteine	Alter der Gebäude	Baulicher Zustand	Was würde das Geb. gegenwärtig neu zu bauen kosten		Welchen Werth hat es jetzt mit Rücksicht auf Alter und Zustand	Zu versichernder Betrag	Bemerkungen
			hoch vom Erdboden bis Dachgesims m	breit	tief	ob massiv v. Bruchsteinen oder von Ziegelst. — ob Pisé (Lehm od. Wellerwand) —	ob von Fachw. mit Stein mit Lehm pp. — ob v. Holz					pro ^{qm} Grundfläche	im ganzen			

Die Taxe ist zu unterschreiben:

Vorstehende Taxe ist von uns Unterzeichneten auf Grund eigener, zu diesem Zweck vorgenommener Besichtigung und Schätzung nach Pflicht und Gewissen abgegeben worden.

Ort. Datum. Jahreszahl. N. N.

5. Summarische Angaben über Bau- und Unterhaltungs-Kosten, sowie Amortisations-Beträge von Bauwerken.

Die nachfolgenden Angaben über Herstellungskosten setzen Materialpreise von 25—30 M. pro Tausend Ziegel und 35—40 M. pro cbm Bauholz, sowie mittelgute Qualität von Material und Arbeit voraus.

Die Kosten der inneren Einrichtung mit Mobiliar etc., maschinelle Einrichtungen der Fabrikgebäude etc. sind unberücksichtigt geblieben.

Die Dauer der Bauwerke ist je nach Qualität eine sehr verschiedene; die angegebenen Zahlen sind Mittelwerthe, welche bei sehr solider Herstellung und sorgfältiger Unterhaltung unter Umständen erheblich überschritten werden.

Die Unterhaltungskosten werden jährlich erfordert, aber nicht gleichmässig jährlich verwendet. Man nimmt gewöhnlich an, dass bis zu 3/4 der Gesammtdauer 1/2 der gesammten Unterhaltungskosten zur Aufwendung kommt und 1/2 derselben während des letzten Viertels der Dauer des Gebäudes.

Bezeichnung der Gebäude-Arten.		Kosten pro Raum-Einheit: qm bebaute Grundfläche M.	Kosten pro Raum-Einheit: cbm umbauter Raum M.	Dauer der Geb. in Jahren	Jährliche Kosten in % des Neuwerthes: Unterhalt. M.	Jährliche Kosten in % des Neuwerthes: Amortisat. M.	Kosten pro Nutz-Einheit M.	Angabe der Nutz-Einheiten.
A. Wohngebäude.								
1. Ländliche Arbeiter-Wohngebäude theilweise unterkellert, massiv in Ziegeln oder Bruchstein mit Ziegeldach.	1 gesch. 2 „	40—50 60—75	7—10	100—200	1	1—0,5	60—80 50—60 2500—3000 2000—2400	1 qm Nutzraum in Stuben, Kammern, Küchen*). pro Wohnung von ca. 40 qm aus St., Kmm., Küche in 1 gesch. / in 2 gesch. Gebäuden.
2. Einfache Wohngebäude m. durchsn. 3,5 m Geschosshöhe der unteren Geschosse, auf dem Lande u. in kleinen Städten; ordinäre Hintergebäude in grossen Städten, massiv in Ziegeln od. Bruchstein, mit Ziegeldach; gewöhnlicher innerer Ausbau; ganz unterkellert.	1 gesch. 2 „ 3 „ 4 „ 5 „	65—90 95—135 130—185 155—220 180—270	9—13	100—200	1—0,75	1—0,5	110—150 75—110 70—100 65—90 60—85	1 qm Nutzraum in den Gesch. in Stuben, Kammern, Küchen (excl. Korridore, Treppen, Klosets etc.).
3. Bessere städtische Wohngebäude und Villen mit ca. 4 m Höhe der unteren Geschosse, massiv mit Schieferdach in gutem inneren Ausbau, 6-Füllungsthüren mit Messing-Beschlägen, weissen Oefen etc.; ganz unterkellert.	1 gesch. 2 „ 3 „ 4 „ 5 „	100—130 150—210 200—270 250—330 290—390	13—16	100—200	0,75	1—0,5	180—230 130—185 120—160 110—145 100—135	1 qm Nutzraum in den Geschossen.
4. Elegante städtische Wohngebäude und Villen; die unteren Geschosse 4,3 — 4,8 m hoch, massiv in feinerem Ausbau mit grossen Scheiben in rheinisch. Glas, Baskül-Beschlag der Fenster, feinen Oefen, Parket-Fussböden in den besseren Räumen.	1 gesch. 2 „ 3 „ 4 „	165—200 240—290 310—375 380—450	18—22	200	0,5	0,5	300—360 210—250 175—200 150—190	Dsgl.
5. Monumental behandelte städtische Wohngebäude mit Haustein-Façaden und gediegenstem inneren Ausbau.	1 gesch. 2 „ 3 „	230—350 350—530 460—700	25—35	—	0,5	—	410—650 300—470 260—400	Dsgl.**)

*) Fläche der Nutzräume in den Geschossen: rot. 65% der bebauten Grundfläche.

**) Fläche der Nutzräume in den oberen Geschossen bei Geb. ad 2 — 5: 60 — 65% der beb. Grundfläche; im Erdgeschoss, wegen der Durchfahrten und Vestibüle, je nach der Grundstücks-Grösse nur 50 bis 60% dsgl.

B. Oeffentliche Gebäude.							
a. Kirchen.							
1. Kleine Dorfkirchen für 100—200 Sitzpl.; ganz einf. m. Holzdecke	60—100	10—13	160—200	0,75	0,63—0,5	60—110	1 Sitzplatz in protestantischen Kirchen.
2. Dsgl. für 300—600 Sitzpl.; mit gewölbter Apsis und Thurm; in etwas besserer Ausstattung	120—150	12—14	—	0,5	—	80—140	Dsgl.
3. Städtische Kirchen für 600—1500 Sitzpl.; ganz gewölbt mit Thurm in guter, aber in knappen Formen gehaltener innerer und äusserer Ausstattung. { Schiff / Thurm	250—400	15—20 25—50	—	0,25	—	200—300	Dsgl.
4. Grosse gewölbte Kirchen in monumentaler Behandlung und reicher Ausstattung (jedoch im Formen-Reichthum nicht über denjenigen der Frühgothik hinaus gehend) Schiff	—	20—30	—	—	—	—	Dsgl. Reich. farb. Glasfenster und bildnerischer Schmuck sind besonders zu berechnen.)
Thurm	—	50—70	—	—	—	—	
Spezielle Beispiele:							
Apostel-Kirche, Berlin (1150 Sitzpl.)	320	19,3	—	—	—	200	1 Sitzpl. in protest. Kirchen.
Zions-Kirche, Berlin (1424 Sitzpl.)	350	14,7	—	—	—	262	Dsgl.
Thomas-Kirche, Berlin (1500 Sitzpl.)	362	14,4	—	—	—	394	Dsgl.
Marien-Kirche in Stuttgart, im Rohbau excl. innerer Ausstattung und Ausschmückung Schiff	588	20	—	—	—	—	
Thürme		64	—	—	—	—	
Thurm-Pyramide der Petri-Kirche in Hamburg (Eisenkonstruktion mit Kupferwellblech-Deckung)	—	74	—	—	—	—	
b. Schulen.							
1. Ländliche Schulgebäude mit Lehrerwohnung; massiv mit Ziegeldach, 3,5 — 3,8 m Geschosshöhe in einfachster Ausstattung; theilweise unterkellert. 1 gesch. 2 "	60—90 90—130	9—13	100—200	1	1—0,5	110—150 80—90 60—70 50—60	1klassig. bei 170—100 Sch. i. 2 Kl. bei 200—170 Sch. i. 2 Kl. b. mehr Klass. incl. Lehrerwohn. } 1 Schüler.
2. Städtische Volksschulen m. drschl. 4 m Geschosshöhe massiv m. Schieferd. in einf. Rohbau; unterkellert. 3 gesch. 4 "	180—210 225—260	11—13	100—200	0,75	1—0,5	120—145	1 Schüler.*)
3. Höhere Lehranstalten mit drschl. 4,4 m Geschosshöhe; Schieferdach, in einfachem feinem Rohbau mit Terrakotten oder Sandstein-Gesimsen. 2 gesch. 3 " 4 "	200—250 270—330 340—410	15—17	200	0,5	0,5	360—400	Dsgl.**)
4. Turnhallen bei Schulen:							
α. ca. 6 m i. L. hoch in einfachem Rohbau mit Schiefer- oder Ziegeldach; ohne Garderoben	50—70	8—12	150	0,5	0,67	200—300	1 Turner (50—100 Turn.)
β. ca. 8 m i. L. hoch, innen u. aussen in besserer Ausstattg.; m. Garder.	100—120	10—14	200	0,5	1,0	450—550	Dsgl.***)
c. Krankenhäuser.							
1. Krankenhäuser im Korridor-System (Kranken-, Wirthsch.- u. Verwalt.-Räume in einem Gebäude vereinigt; m. Zentralheiz., Bade-Einricht. und reichlich. Ventilation. 2 gesch. 3 "	200—250 270—350	14—18	200	0,5	0,5	3300—4200	1 Bett.†)
2. Kranken-Pavillons, wie vor; theilweise und ganz unterkellert. 1 gesch. 2 "	90—150 160—250	15—20	200	0,5	0,5	1580—2600 1400—2100	Dsgl.††)

*) Beim Klassen-Inh. von rot. 3,3 cbm pro Schüler. Der ges. Klassen-Inh. ist rot. 30 % des Gebäude-Inh., voraus gesetzt, dass eine Lehrerwohnung im Gebäude ist, die etwa den Raum von 2 Klassen in Anspruch nimmt. Schuldiener-Wohng. im Souterrain. Normalsatz danach rot. 11 cbm Geb. pro Schüler.

**) Beim Klassen-Inh. von drschl. 4,6 cbm pro Schüler. Der Klassen-Inh. (incl. Reserve-Klassen aber excl. Spezialklassen für Zeichnen, Singen etc.) beträgt bei gut ausgestatteten Schulen 19 % des Gebäude-Inh., wonach als Norm rot. 24 cbm Gebäuderaum pro Schüler zu rechnen sind. Hierbei ist voraus gesetzt, dass ausser der Schuldiener-Wohnung sich keine weiteren Wohnräume im Gebäude befinden. (Vergl. Deutsch. Bauzeitg. 1884, S. 205.)

***) Man kann rechnen: ad 1 pro Turner 3,8 qm, ad 2 4,5 qm bebaute Grundfläche.

†) Bei rot. 40 cbm Luftraum im Krankenz. pro Bett. Inh. der Krankenz. = rot. 17 % des Geb.-Inh., wonach als Normalsatz 235 cbm Geb. pro Bett.

††) Bei ca. 9,0 qm Krankensaal pro Bett. Hierzu kann man rechnen pro Bett 6,0 qm Nebenräume und 15 % der beb. Grundfläche für Mauern, wonach als Norm 17,5 qm 1stöckiger Pavillon pro Bett. (Vergl. Deutsch. Bauzeitg. 1884, S. 205.

d Gefängnisse.							
1. Kleine (Amtsger.-) Gefängnisse für 10—20 Gefangene 2 gesch.	150—180	12—15	200	0,5	0,5	1700—2100	1 Gefangener.*)
2. Grössere (Landgerichts-) Gefängnisse und Gefangenen-Gebäude von Strafanstalten 3 „	250—300	15—18	200	0,5	0,5	2000—2500	Dsgl.**)
4 „	300—360						
e. Verwaltungs-Gebäude, Gerichtshäuser, Rathhäuser etc.							
1. In kleinen Städten in knappster innerer und äusserer Ausstattung; im Rohbau mit drschl. 4 m Geschosshöhe. 2 gesch.	135—160	11—13	150	0,67	0,67	—	
3 „	180—210						
2. In grossen Städten in einfachem feinem Rohbau mit Terrakotten- und Sandstein-Gesimsen, und 4—4,5 m Geschosshöhe, 2 gesch.	200—270	15—20	—	0,5	—	—	
3 „	270—360						
4 „	340—450						
3. In monumentaler Behandlung u. solidester Ausstattung mit 4,5—5 m Geschosshöhe. (Besonders kostb. bildner. Schmuck ist für sich zu berechnen.) 2 gesch.	350—450	25—30	—	0,5	—	—	
3 „	450—600						
4 „	600—800						
Beispiele:							
Rathhaus in Berlin (incl. Thurm)	—	31,0	—	—	—	—	
Reichsbank in Berlin	—	30,0	—	—	—	—	
Erweiterungsbau des Ministeriums d. öffentl. Arb. Berlin, (4 Gesch.)	610	28,9	—	—	—	—	
Kunstgewerbe-Museum in Berlin	535	19,81	—	—	—	—	
f. Theater.							
1. Kleine Theater mit 1000—1500 Zuschauern für Lustspiel und Operette; in einfacher Ausstattung	300—400	14—18	***)	1,0	—	350—450	1 Zuschauer.
2. Grössere dsgl. mit 1500—2000 Zuschauern für Drama und Oper; in einfacher Ausstattung	375—500	16—20	—	—	—	550—700	Dsgl.
3. Grössere wie vor in repräsentativem Charakter und monumentaler Ausstattung	900—1200	30—40	—	—	—	1800—3000	Dsgl.†)
Beispiele:							
Wallner-Theater, Berlin, 1480 Zuschauer (incl. Mobiliar u. Maschinen)	322	16,1	—	—	—	391	Dsgl.
Albert-Theater in Dresden, 1700 Zuschauer (do.)	260	18,2	—	—	—	306	Dsgl.
Komische Oper in Wien, 1760 Zuschauer (excl. Möb. u. Masch.)	1050	30	—	—	—	1090	Dsgl.
Theater in Leipzig, 2000 Zuschauer (excl. Möb. u. Masch.)	312	13,3	—	—	—	656	Dsgl.
Neues Hoftheater in Dresden, 2000 Zuschauer (excl. Möb. u. Masch.)	812	28	—	—	—	1870	Dsgl.
Opernhaus in Frankfurt a. M., 2000 Zuschauer (do.)	1098	35,3	—	—	—	2106	Dsgl.
Grosse Oper in Paris, 2700 Zuschauer	2570	61	—	—	—	9510	Dsgl. (S. Ang. in Daly, Rev.
Grosse Oper in Wien, 3000 „	1330	46	—	—	—	4000	d'arch. 1872.)

*) Pro Gefangener drschl. 140 cbm Gebäude-Inhalt. — **) Pro Gefangener drschl. 130 cbm Gebäude-Inhalt.

***) Die Dauer der Theater wird fast niemals erschöpft, da das Gebäude vor Eintritt der Baufälligkeit meist durch Feuer vernichtet wird. Die durchschnittl. Dauer berechnet Foelsch („Theaterbrände", Hamburg 1871 u. 81, Meissner) zu ca. 22. Jahr Doch führt eine weiter gehende Untersuchung zu der Annahme, dass die bei weitem grössere Anzahl der Theater (unter Ausschluss der Holzbauten) einen typischen Prädestinations-Werth für die Vernichtung durch Feuer von nur ca. 5 Jahren hat, während ein kleiner Theil, welcher nach Einrichtung, Charakter der dort gepflegten Darstellungen, Betrieb etc. in eine geringere Gefahrenklasse zu rechnen ist, den typ. Prädestin.-Werth von ca. 45 Jahren besitzt. (Vergl. Deutsch. Bauzeitg. 1884.)

†) Man kann rechnen pro Zuschauer (für 1. und 2.) nach den zeitigen gesteigerten Bedürfnissen als Minimalwerthe:

ad 1. 1,2 qm beb. Grundfl. und 25 cbm Gebäude } unter der Voraussetzung, dass Magazin-Räume f. Dekorationen etc. sich nicht im Gebäude befinden.
ad 2. 1,5 „ „ „ 35 „ „
ad 3. 2,0—3,0 qm „ „ 60—70 cbm „

C. Eisenbahn-Hochbauten*).							
a. Stationsgebäude							
Wie Wohngebäude und Verwaltungs-Gebäude von entsprechender Anordnung und Ausstattung.							
b. Perronhallen.							
1. Kleine Hallen von 10 — 15 m Breite in Holzkonstruktion mit Zinkwellblech-Dachung	8—10	—	80	0,5	1,25	—	
2. Dsgl. in Eisenkonstruktion mit Glas- oder Wellblechdeckung	20—25	—	—	—	—	—	
3. Grosse Perronhallen wie vor von 20 — 50 m Spannweite	50—60	—	—	—	—	—	
c. Güterschuppen.							
1. Kleine Güterschuppen, in Fachwerk	40—50	6—7	80	1,0	1,25	—	
2. Grössere Güterschuppen, massiv	50—60	7—8	100—150	0,5	1—0,67	—	
d. Lokomotivschuppen (incl. Drehscheiben, Schiebebühnen etc.)							
1. Kleine rechteckige Lokomotiv-Schuppen, massiv	50	7	100—150	0,5	1—0,67	5000	1 Lokomotivstand.
2. Grössere dsgl. mit Sheddach für 10 bis 20 Stände	60	8	100—150	0,5	1—0,67	6000	Dsgl.
3. Grosse ringförmige oder kreisförmige dsgl.	75—80	10—11	100—150	0,5	1—0,67	9000—10000	Dsgl.
e. Wagenschuppen.							
1. Offene Holzschuppen mit Pappdach	13—15	2,5—3,0	80	0,67	1,25	600—700	1 Wagenstand.
2. Dsgl. mit Riegelwänden und Bretterverschalung	25—30	5—6	80	1,0	1,25	1200—1400	Dsgl.
3. Dsgl. massiv	45—50	9—10	100—150	0,5	1—0,67	2000—2500	Dsgl.
f. Reservoir-Thürme der Wasserstationen							
excl. Reservoir, Leitungen und maschineller Einrichtung	—	20	150—200	0,25	0,67—0,5	—	
g. Sonstige Schuppenbauten; Werkstättengebäude.							
Wie entspr. Anlagen unter gewerbliche, resp. Wirthschafts-Gebäude.							
D. Gewerbliche Gebäude.							
a. Speicher.							
1. Frei stehend, massiv mit Tragfähigkeit von 1250 — 1500 kg pro qm Zwischendecke oder Flur, ca. 3,4 m Geschosshöhe; mit Holzstützen und Holzträgern.							
α. Kellergeschoss, wenn darüber nur Erd- und Dachgeschoss	25	7,5					
für jedes weitere Geschoss darüber mehr	2,00	0,6					
β. Erdgeschoss, wenn darüber nur Dachgeschoss	22,5	7,0	100	0,75	1	—	
für jedes weitere Geschoss mehr	2,5	0,70					
γ. Dachgeschoss mit 1,6 m hoher Drempelwand und Schieferdeckung*)	25	6,0					*) Der wirkliche Dachraum ist zu berechnen.
2. Dsgl. wie vor in solidester Ausführung mit Eisenstützen und Eisenträgern, Asphalt-Estrich etc.							
α. Kellergeschoss, wenn darüber nur Erd- und Dachgeschoss	30	8,5					
für jedes weitere Geschoss mehr	2,5	0,75	150—200	0,5	0,67—0,5	—	Der wirkliche Dachraum ist zu berechnen.
β. Erdgeschoss, wenn darüber nur Dachgeschoss	30	8,5					
γ. Dachgeschoss wie sub 1γ	25	6,0					

*) Vrgl. Osthoff, Kostenberechnungen. — Plessner, Anleitungen zum Veranschl. der Eisenbahnen. — Schmitt, Die Eisenbahnhochbauten. Leipzig 1882, Felix.

b. Fabrikgebäude.

1. Mit Holzstützen und Holzträgern.							
α. Kellergeschoss, wenn darüber nur Erd- und Dachgeschoss	24	7,5					
für jedes weitere Geschoss mehr	1,25	0,4					
β. Erdgeschoss, wenn darüber nur Dachgeschoss	25	7,0	80	0,75	1,25	—	Der wirkliche Dachraum ist zu berechnen.
für jedes weitere Geschoss mehr	1,6	0,4					
γ. Dachgeschoss wie sub a. 1γ	25	6					
2. Fabrikgebäude wie vor, mit Tragfähigkeit von 500 bis 1000 kg der Zwischendecken, 3,8 m Geschosshöhe, in solidester Ausstattung; mit Eisenträgern und Eisenstützen.							
α. Kellergeschoss, wenn darüber nur Erd- u. Dachgeschoss	25	7,5					
β. Erdgeschoss, wenn darüber nur Dachgeschoss	30	8,0	80	0,75	1,25	—	
für jedes weitere Geschoss mehr	1,6	0,4					
γ. Dachgeschoss wie sub a. 1γ	25	6					
3. Dsgl. mit Oberlicht und sägeförmigen Dächern (Sheds) 1räumig mit massiven Umfassungs-Wänden ohne Unterkellerung.							
α. Mit gusseisernen Stützen; Dach in Holzkonstruktion	30	4,0	100	0,6	1	—	Der wirkliche Dachinhalt ist zu berechnen.
β. Dsgl. mit eisernen Dächern	35—40	5—6	150	0,3	0,67	—	
γ. Montirungs-Werkstätten wie vor, mit besonders schwerer Belastung der Stützen und Dach-Konstruktion	60—70	7—8					

c. Fabrik-Schornsteine

1. ohne architektonische Behandlung	—	15—20	100—200	0,10	1—0,5	—	
2. in einfacher architektonischer Ausbildung	—	25—30					

Bei Berechnung des kub. Inhalts wird die Verjüngung des Schaftes nicht berücksichtigt. Für Voranschläge, bei deren Aufstellung Spezial-Projekte noch nicht vorhanden sind, kann der kubische Inhalt nach folgender Formel überschlägig berechnet werden:

Bezeichnungen: J = kub. Inh.; d = oberer lichter Drchm.; h = ganze Höhe von Fundament-Sohle; h_1 = Fundament-Tiefe von Terrain bis Fundament-Sohle. $J = d^2 h\,(a + b h_1)$.

Für a und b setze man:

	Bei sparsamer Konstruktion		unter gewöhnlichen Verhältnissen		bei aufwändiger Konstruktion	
	a	b	a	b	a	b
bei gutem Baugrund	5	0,25	7	0,3	8	0,4
„ schlechtem „	5	0,5	7	0,6	10	0,6

E. Landwirthschaftliche Gebäude.

a. Scheunen und Schuppen. (Der Kubikinh. ist unter voller Berechnung des Dachinhalts zu ermitteln).

1. Offene Geräthe-Schuppen in Holz mit gemauerten Fundament-Pfeilern der Stiele; mit Pappdach (Grundfläche = in plano gemessener überdeckter Fläche)	7,5—10	1,5—2	80	1	1,25	—	

2. Scheunen und Schuppen in Fachwerk mit Bretter-Bekleidung, gemauertem Fundament und Ziegeldach	12—15	2,0—2,5	80	1	1,25	—	
3. Dsgl. in Ziegelfachwerk wie vor	15—20	2,5—3,0	80	1	1,25	—	
4. Desgl. massiv, wie vor	20—30	3—4,0	150	0,5	0,67	—	
b. Ställe.*)							
1. Rindvieh- und Pferdeställe; massiv mit Holzdecken und Ziegeldach	30—35	5—6	150	0,67	0,67	250—300 300—350	1 Rind oder 1 Ackerpferd. 1 Kutschpferd.
2. Dsgl. gewölbt; mit eisernen Stützen und Trägern	45—50	7—8	150	0,5	0,67	380—425 450—500	Dsgl.
3. Pferdeställe in elegantem Ausbau; gewölbt mit eisernen Säulen und Trägern und Fliesen-Estrich	65—100	10—14	150	0,5	0,67	1000—2000	1 Pferd.
4. Schafställe; massiv in Holzausbau	25—30	4—5	150	0,67	0,67	20—30	1 Schaf.
5. Schweineställe dsgl.	25—35	7—9	100	0,67	1,00	—	
6. Federviehställe; in ausgemauertem Fachwerk . . { 1 gesch. / 2 „	20—25 35—40	7—8	80	1,00	1,25	—	
7. Dsgl. massiv { 1 „ / 2 „	25—30 40—50	8—10	150	0,67	0,67	—	
8. Kleine Stallbauten bei ländlichen Arbeiter-Wohnungen; mit Abtritt; massiv	25—30	7—8	100	0,67	1,00	—	
c. Reitbahnen							
1. in Ziegelfachwerk	30—40	5—6	80	1,0	1,25	—	
2. massiv	40—50	6—7	100	0,67	1,00	—	
d. Abtritts-Gebäude.							
Abtrittsgebäude in ausgemauerten Fachwerk, mit 2—5 Sitzen direkt von aussen zugänglich; mit massiver Grube	90—120	—	60	1,5	1,67	45—60	1 Sitz.
Abtrittsgebäude für Schulen, mit 10—20 Sitzen, massiv; die Abtheilungen von einem innern Gange aus zugänglich; nach dem Tonnensystem	100—150	20—30	100	1,0	1,0	300—500	Dsgl. P. Sitz 3,5 qm beb. Grundfl.
mit gemauerter Grube	100—150	—	100	1,0	1,0	120—180	1 Pissoirstand. Pro Stand 1,2 qm beb. Grundfl.
e. Backöfen	—	—	20	2,0	5,0	40—50	1 qm Heerdfläche.
F. Umgebungs-Anlagen.							
a. Umwehrungen.							
1. Drahtzäune mit hölzernen Pfosten; je nach der Zahl der Drähte	—	—	30	1	3,33	0,3—1,0	1 m
2. Niedrige Lattenzäune	—	—	20	3	5	5—8	Dsgl.
3. höhere Lattenzäune (ca. 2 m hoch)	—	—	20	3	5	10—15	Dsgl.
4. Bretterzäune ca. 2 m hoch	—	—	20	3	5	15—20	Dsgl.
verzierte dsgl.	—	—	20	3	5	20—30	Dsgl.
5. einfache schmiedeiserne oder Drahtgeflecht; Vorgartengitter incl. Fundament-Mauer	—	—	80	1	1,25	25—40	Dsgl.
6. Reichere schmiedeiserne dsgl.	—	—	80	1	1,25	40—100	Dsgl.
7. Starke schmiedeiserne Umwehrungen 2,5—3 m hoch	—	—	200	0,25	0,5	60—200	Dsgl.
Sehr reiche entsprechend höher.							

*) Man kann rechnen für die bebaute Grundfläche der verschiedenen Ställe unter Berücksichtigung der erforderlichen Nebenräume (Futterküchen, Geschirrkammern, Knechteraum): pro Rind oder Ackerpferd rot. 8,5 qm; pro Kutschpferd 10 qm; in grossräumig angelegten Ställen, Gestütsanlagen, Militärpferdeställen 15 qm; Luxusställen mit Boxes 20 qm; pro Schaf 0,8—0,9 qm beb. Grndfl.

8. Massive Umwehrungen 1,5 St. st., 2,5 m hoch mit 2 St. starken Pfeilern in 4—5 m Entfernung; mit 1 m Fundam.-Tiefe,	—	—	200	0,5	0,5	35	1 m Umwehrung.
für jeden m Mehrhöhe Zulage pro m Mauer	—	—	—	—	—	85	Dsgl.
für jeden m Mehrtiefe Zulage pro m Fundam. dsgl.	—	—	—	—	—	10	Dsgl.
9. Mauern wie vor, einseitig verblendet; Abdeckungen und Pfeilerköpfe in Sandstein oder Terrakotten	—	—	200	0,5	—	50—60	Dsgl.
für jeden m Mehrhöhe Zulage	—	—	—	—	—	10	Dsgl.
(Für Friese in Terrakotten ist entsprechende Zulage zu rechnen.)							
10. Mauern wie vor, beiderseits verblendet	—	—	200	0,5	—	65—75	Dsgl.
für jeden m Mehrhöhe Zulage	—	—	—	—	—	14	Dsgl.
11. Mauern wie ad 8., 2 St. stark, 3,5 m hoch mit 2,5 St. starken Pfeilern, 4 m hoch	—	—	200	0,5	—	60—65	Dsgl.
für jeden m Mehrhöhe Zulage	—	—	—	—	—	10—11	Dsgl.
für jeden m Mehrtiefe der Fundamente Zulage	—	—	—	—	—	13	Dsgl.
12. Mauern wie ad 9., 2 St. stark, 3,5 m hoch	—	—	200	0,5	—	85—90	Dsgl.
für jeden m Mehrhöhe Zulage	—	—	—	—	—	14—15	Dsgl.
13. Mauern wie ad 10., 2 St. stark, 3,5 m hoch	—	—	200	0,5	—	100—110	Dsgl.
für jeden m Mehrhöhe Zulage	—	—	—	—	—	18—19	Dsgl.

b. Schmuck-Anlagen und Wege.

Bei vielen Anlagen wie Krankenhäusern, Schulen etc. kommt es vor, dass ein grösseres Terrain mit befestigten Wegen, Zufahrten und Gartenanlagen zu versehen ist. Man kann in generellen Anschlägen die Kosten für diese Anlagen sowie für die im Terrain vorhandenen Wasservertheilungs- und Kanalisations-Anlagen und Gaszuleitung, incl. der Einrichtungen zur äusseren Beleuchtung, berechnen nach Einheitspreisen pro qm der unbebauten Fläche. Für die Bemessung der Einheitskosten können nachstehende Angaben nach ausgeführten Bauten einigen Anhalt gewähren. Die Zahlen sind indessen nur anzuwenden, wenn es sich um grössere Terrains von über 1000 qm Fläche handelt. Bei kleineren Terrains stellen sich die bezüglichen Kosten erheblich anders.

Angabe	Kosten pro qm unbebaut. Fläche					
	1. Terrainregulir. u. Aufhöhung ℳ	2. Wege-Befestigung ℳ	3. Bepflanzung ℳ	4. Kanalisation ℳ	5. Wasserleitung ℳ	6. Gasleitung und Laternen ℳ
Anlagen um bezw.:						
1. die Thomaskirche in Berlin	4,41		0,52	0,45		—
2. Das Krankenhaus i. Friedrichshain in Berlin	2,05	1,8	0,41	0,82	0,59	0,50
3. Die chirurgische Universitäts-Klinik in Königsberg i. Pr.	0,17	1,23	0,24	1,81	—	—
4. Berliner höhere Lehranstalten im Drchschn.	3,8		0,8	2,0		—
5. Berliner Gemeindeschulen im Drchschn.	2,00		0,5	0,6		—
6. Irrenanstalt Neustadt-Eberswalde	1,23			0,7	0,5	—

Für grössere öffentliche Parkanlagen und einfache Schmuckanlagen excl. grösserer Erdbewegungen, incl. der kleineren Regulirungs-Arbeiten, der Befestigung der Fusswege und Aufstellung kleiner Schutzgeländer kann man rechnen 0,5—1 M. pro qm.

ad 2. Kol. 1. Bodenbewegung ca. 1 cbm pro qm; Kol. 2. Verbindungswege mit Trottoirbahn; Kol. 4. Thonrohrkanäle — ad 3. Kol. 1. Geringe Aufhöhungen; Kol. 3. theilweise Kies, theilweise Klinkerwege in Asphalt; Kol. 4. Thonrohrkanäle und theilw. Drainirung; gemauerter Vorfluthkanal.

G. Innere Einrichtungen (Mobiliar und Inventar).	pro cbm Geb.-Inhalt M.	pro Nutz-Einheit M.	Angabe der Nutz-Einheit
a. Kirchen.			
Kosten des Gestühls in Dorfkirchen in einfachster Ausstattung	—	5	1 Sitzplatz
Dsgl. in grossen städtischen Kirchen in guter Ausstattung zum Theil oder ganz in Eichenholz.	—	15—25	do.
b. Schulen.			
Berliner Gemeindeschulen	0,7—1	8—10	1 Schüler
Berliner Gymnasien	1,2—1,4	30—33	do.
Preussische Gymnasien (Staatsbauten)	1—1,25	25—30	do.
Turnhallen	—	50—60	1 Turner
c. Krankenhäuser. (Das Wäsche-Inventar ist einbezogen.)			
Geburtshülfliche Klinik in Königsberg i./Pr.	—	400	1 Bett
Dsgl. in Bonn	—	440	do.
Augenklinik in Göttingen	—	388	do.
Krankenhaus im Friedrichshain in Berlin. (Die Instandhaltung excl. Reinigung von Wäsche u. Inventar kostet nach 7jährig. Durchschn. rot. 40 M. pro Kopf u. Jahr d. verpflegt. Kranken.)	—	575	do.
Irrenanstalt in Dalldorf bei Berlin	—	438	do.
Idioten-Anstalt daselbst	—	370	do.
Rheinische Irrenanstalt in Grafenberg	—	526	do.
Dsgl. in Düren	—	546	do.
Dsgl. in Bonn	—	688	do.
Dsgl. in Merzig	—	689	do.
d. Verwaltungs-Gebäude			
in einfachster Ausstattung	1—1,5	—	—
in reicherer „	2—4	—	—
Beispiele: Berliner Rathhaus (Die Einheitskosten sind verhältnissmässig gering in Folge der Weiträumigkeit der Anlage.)	1,9	—	—
Reichsbank in Berlin ca.	3,9	—	—
e. Theater.			
Bestühlung des Saals, Foyer- und Garderoben-Einrichtung incl. Tapezier-Arbeit; bei einfachster Ausstattung	—	10	1 Zuschauer
in elegantester „	—	40—50	do.
Bühnen-Maschinerie pro cbm Bühnenhaus	3—5	—	—
Dekorationen für ein Theater von rot. 1700 Zuschauern mit Einrichtung für grössere Schauspiele drchschn.	—	40 000	—
f. Diverses.			
Neues Konzerthaus in Leipzig	2	—	—
Einrichtung der Königszimmer im Anhaltischen Bahnhof in Berlin	—	72	1 qm Zimmerfl.
Dsgl. im Bahnhof Friedrichsstr., Berlin	—	116	do.
Kunstgew.-Museum in Berlin; Einrichtung; Schränke etc.	2,53	—	—

H. Maschinelle Anlagen und Einrichtungen. Bem.: Die folgenden Angaben sind nur für Kosten-Ueberschläge benutzbar. ($H =$ Hzfl. in qm. $P =$ Leistg. in Pfdkr.)	Kosten des Neuwerths M.	Dauer	Unterhaltg.-Kost. in % d. Neuwerths	Amortis. in % des Neuwerths
a. Dampfkessel.				
Komplet mit allem Zubehör incl. Montirung, excl. Einmauerung	—	12	1,5	8,33
1. Zylinder-Dampfkessel mit Aussenfeuerung; mit u. ohne Bouilleur				
bis zu 20 qm Heizfläche	400+125 H			
über 20 „ „	700+110 H			
2. Zylinder-Kessel mit Innenfeuerung von 30 qm Heizfläche an				
mit 1 Flammenrohr	500+210 H			
„ 2 „	1000+200 H			
b. Dampfmaschinen.				
Komplet mit Regulator, Schwungrad, Speisepumpe etc.; excl. Fundam. und Rohrleitungen; für 4 Atm.-Ueberdruck der Maschine mit Kondens. u. 5 Atm. dsgl. ohne Kondens.	—	25-50	1—1,5	4—2
1. Einzylindrige horizontale Maschinen und Wand-Dampfmaschinen — ohne Kondens.	800+200 P			
— m. Kondens. v. 10 Pfdk. an	1200+220 P			
2. Balanzier-Maschine ohne Kondens.	1000+250 P			
„ mit Kondens.	1500+300 P			
3. Vertikale Hochdruck-Maschine ohne Balanzier; zu 2 — 20 Pfdkr.	1200+250 P			
4. Woolf'sche Maschinen — horizontal	4000+300 P			
— mit Balanzier, zu 10 — 30 Pfdkr.	5000+300 P			
— „ „ „ 30—100 „	700 (P—10)			
5. Hochdruck-Maschinen mit Kessel zusammen montirt — von 1 — 3 Pfdkr.	800+600 P			
— „ 3 — 20 „	1200+400 P			

F. Beschaffung von Bauplänen auf dem Wege der Konkurrenz.

1. Grundsätze für das Verfahren bei öffentlichen Konkurrenzen in Deutschland.

Die Feststellung von „Grundsätzen" für das Verfahren bei Konkurrenzen ist zuerst im Jahre 1864 vom Architektonischen Verein in Hamburg öffentlich angeregt und von ihm auf der XIV. Versammlung deutscher Architekten und Ingenieure zu Wien in demselben Jahre ein betr. Antrag gestellt worden, nachdem schon früher, im Jahre 1863, dieselbe Frage im Berliner Architekten-Verein zur Sprache gekommen war. Beide genannten Vereine verfassten später Entwürfe zu solchen Grundsätzen, von denen dann der Entwurf des Hamburger Vereins zu gunsten des vom Berliner Verein verfassten zurück gezogen ward. Der XV. Versammlung zu Hamburg 1868 hat darnach nur der Entwurf des Berliner Architekten-Vereins vorgelegen, der von derselben mit ein paar geringfügigen Abänderungen auch zum Beschluss erhoben worden ist.*)

Von der 7. „Abgeordneten-Versammlung" des inzwischen begründeten „Verbandes deutscher Architekten- und Ingenieur-Vereine" zu Dresden 1878 ist auf Anregung der Delegirten des Berliner Architekten-Vereins eine erneute Durchberathung der Grundsätze auf die Tages-Ordnung der 8. Abgeord.-Versammlung gesetzt und es sind dann auf dieser 1879 zu Heidelberg abgehaltenen Versammlung einige Abänderungen beschlossen worden, deren wesentlichste die §§ 4, 6 u. 7**) betrafen.

Eine abermalige Revision der Grundsätze — hervor gegangen aus dem speziellen Wunsche, einer oft beobachteten Verschwendung an Arbeitskraft bei der Betheiligung an Konkurrenz-Aufgaben thunlichst zu begegnen — wurde auf der 10. Abgeordn.-Versammlung zu Danzig 1881 durch den Hamburger Archit.- u. Ingen.-Verein in Anregung gebracht; es sind in Folge davon auf der 12. Abgeordn.-Versammlung zu Frankfurt a. M. 1883 wiederum einige Abänderungen beschlossen worden. Dieselben betrafen insbesondere den § 4 der Grundsätze; eine wesentliche Aenderung erlitt indess auch der § 10.***)

In der gegenwärtigen (1883-er) Fassung haben die Grundsätze, sammt voran gestellten Motiven, folgenden Wortlaut:

Das öffentliche Konkurrenz-Verfahren entspricht in weiterem Sinne einer Hauptrichtung der Gegenwart, grosse und bedeutsame Unternehmungen öffentlich zu behandeln und dient im engeren Sinne eben so sehr den Interessen des Bauherrn, wie denen der Baukünstler. Seine Vorzüge bestehen:

a. in der Vielseitigkeit der Auffassung der gestellten Aufgabe;
b. in der Ermittelung der hervor ragenden Talente;
c. in der Beschränkung des Nepotismus und im Ausschluss jeder Monopolisirung;
d. in der stets erneuerten Anregung des öffentlichen Interesses für Bau-Unternehmungen;
e. in der durch den Wetteifer gesteigerten Anspannung der baukünstlerischen Kräfte.

Um aber den Bauherrn, wie den sich betheiligenden Baukünstlern eine Garantie für den Erfolg eines öffentlichen Konkurrenz-Verfahrens zu bieten, ist die allgemeine Annahme folgender Grundsätze erforderlich:

§ 1. Unter den Preisrichtern müssen Fachmänner, (Bautechniker) vorwiegend vertreten sein.

§ 2. Die Richter sind im Programm zu nennen. — Sie müssen dasselbe vor der Veröffentlichung gebilligt und sich zur Annahme des Richteramts bereit erklärt haben.

§ 3. Die Annahme des Richteramts bedingt Verzichtleistung auf jede direkte und indirekte Preisbewerbung und Betheiligung an der Ausführung des betr. Baues.

§ 4. Die in dem Programm verlangten Zeichnungen und Berechnungen sollen in der Regel das für ausgeführte Skizzen und eine summarische, auf Maasseinheiten (^{m} Längen, ^{qm} Flächen, ^{cbm} Raum-Inhalt etc.) gestützte Kosten-Ermittelung erforderliche Maass nicht überschreiten.

Die Maassstäbe müssen genau vorgeschrieben sein.

Darstellungen von Details dürfen nur verlangt werden, wo diese für den Gedanken des Entwurfs von besonderer Bedeutung sind.

§ 5. Es ist im Programm deutlich zu sagen, ob auf die Einhaltung einer bestimmten Bausumme dass maassgebende Hauptgewicht gelegt wird, so dass alle Pläne, welche dieselbe überschreiten, von der Konkurrenz auszuschliessen sind — oder ob die genannte Bausumme nur als ungefährer Anhaltspunkt dienen soll, in welchem Falle den Konkurrenten ein freierer Spielraum ausdrücklich vorbehalten bleibt.

§ 6. Die Ausschliessung eines Entwurfs von der Preisbewerbung findet statt:

a. wenn derselbe nicht rechtzeitig eingeliefert ist;
b. wenn derselbe wesentlich gegen das Programm verstösst.

Stümperhafte oder in der Grundidee verfehlte Entwürfe können von der Preis-Zuerkennung ausgeschlossen werden. Die Ausschliessung ist zu begründen.

*) Deutsche Bauzeitg. 1868, S. 367 u. 469.
**) Spezielles ebenda, Jahrg. 1879, S. 385 u. 409.
***) Spezielles ebenda, Jahrg. 1883, S. 462.

Von den angenommenen Entwürfen sind durch die Preisrichter diejenigen Projekt-Stücke von der Beurtheilung und Ausstellung auszuschliessen, welche über das verlangte Maass hinaus gehen.

§ 7. So weit hiernach konkurrenzfähige Arbeiten vorhanden sind sollen die ausgesetzten Preise an die relativ besten Entwürfe verliehen werden. Nur wenn die Preisrichter einstimmig der Ansicht sind, dass keine Arbeit des ersten Preises würdig sei, ist es zulässig, die für Preise ausgesetzte Gesammtsumme in anderer Vertheilung zur Auszeichnung der hervor ragendsten Entwürfe zu verwenden.

§ 8. Sämmtliche zur Beurtheilung angenommenen Arbeiten sind mindestens zwei Wochen lang, in der Regel nach der Entscheidung des Preisgerichts, öffentlich auszustellen. Das gutachtlich begründete Urtheil der Preisrichter ist öffentlich bekannt zu machen.

§ 9. Die preisgekrönten Entwürfe sind nur insofern Eigenthum des Preis-Ausschreibers, bezw. des Bauherrn, als sie für die betr. Ausführung benutzt werden.

Das Recht der Publikation, sowie einer anderweiten Verwendung des Entwurfs bleibt dem Verfasser.

§ 10. Der Preis, oder wenn mehrere Preise ausgesetzt sind, die Summe derselben muss mindestens das Doppelte des Honorars betragen, welches die Hamburger Normen vom September 1868 für die Position „Entwürfe" fest setzen. Bei mehreren Preisen soll der erste Preis wenigstens dem einfachen Betrage des vorgedachten Honorars entsprechen.

Nach erfolgter Regelung des Konkurrenzwesens in Deutschland sind Konkurrenz-Normen in Oesterreich entstanden.*) Später ist auch die Schweiz hierin gefolgt.

Früher schon als in allen genannten Ländern haben sich traditionelle Formen für das Konkurrenzwesen in England und Frankreich heraus gebildet. Das Wesentlichste aus dem zur Sache veröffentlichten Material ist im Nachstehenden wieder gegeben worden.

Voraus zu schicken ist dieser Mittheilung die Notiz, dass, während in den deutschen Normen eine Begrenzung des Konkurrenz-Zwecks auf die Beschaffung des Entwurfs durchgeführt ist, in den anderweit eingeführten Normen meist eine mehr oder weniger enge Verknüpfung der Beschaffung des Entwurfs mit der Ausführung desselben angestrebt wird; insbesondere gilt dies für das englische Konkurrenzwesen.

2. Grundsätze zur Regelung des Verfahrens bei öffentlichen Konkurrenzen in Oesterreich.

(Aufgestellt durch den österreich. Ingen.- u. Archit.-Verein zu Wien 1874.)

1. Ein allgemeines Konkurrenz-Verfahren kann eine Bewerbung um die ausgesetzten Preise und die Leitung der Ausführung des Konkurrenz-Objekts sein, oder es ist damit die Offertstellung zur Uebernahme der Ausführung als Unternehmer verknüpft. In letzterem Falle kann die Aussetzung von Preisen entfallen.

Die Konkurrenz kann als eine anonyme oder unter Namens-Nennung eingeleitet werden.

2. Das Programm muss ausser den Forderungen fest setzen:
 a. den Grad der Ausführlichkeit der Darstellung des Entwurfs, welche bei architektonischen Konkurrenzen nicht zu weit gehen soll;
 b. Maassstäbe;
 c. den unüberschreitbaren Kostenpreis, wenn ein solcher maassgebend sein soll;
 d. die ausgesetzten Preise;
 e. Termin und Ort der Einlieferung;
 f. die Namen der Juroren, mindestens diejenigen der Fachmänner der Jury.

3. Der 1. Preis soll mindestens von der Höhe des für eine entsprechende Projekt-Bearbeitung üblichen Honorars sein.

4. Die Jury soll mindestens zu $^2/_3$ aus Fachmännern bestehen. In wichtigen Fällen oder bei internationalen Konkurrenzen soll ein Theil der Fachmänner aus dem Auslande berufen werden.

5. Die Juroren sollen direkt und indirekt der Konkurrenz fern bleiben.

6. Bei Konkurrenzen mit Namens-Nennung kann die Jury aus sämmtlichen Konkurrenten oder deren Vertretern unter Hinzutreten einer Anzahl vom Auftraggeber erwählter Juroren gebildet werden. Die Letzteren sollen nicht mehr als $^1/_3$ der Jury bilden. Jeder Konkurrent hat sein Projekt der Jury zu erläutern. Die Abstimmung findet mit unterschriebenen Stimmzetteln statt. Niemand darf für sein Projekt stimmen.

7. Die Projekte sind vor der Bewerbung öffentlich auszustellen.

8. Nur verspätete Einlieferung oder Nichtbeachten der § 2 sub a, b, c und e aufgestellten Bedingungen berechtigen zur Ablehnung des Projekts aus formalen Gründen.

9. Das Urtheil der Jury ist in einem zu publizirenden Gutachten zu begründen.

10. Eine Nichtvertheilung der Preise ist, unter Motivirung, nur bei durchweg unbrauchbaren Arbeiten zulässig. Andern Falls müssen die Preise unter die besten Entwürfe vertheilt werden. Dem Bauherrn bleibt volle Freiheit bezüglich der Nichtbenutzung der prämiirten Projekte oder anderweiter Verfolgung seiner Zwecke.

11. Den Autoren bleibt das geistige Eigenthum der Projekte. Bei Ausführung eines Projekts muss der Autor zur Detaillirung und Ausführung weiter heran gezogen oder nach Vereinbarung abgefunden werden.

*) Deutsche Bauzeitg. 1879, S. 106. — Dsgl. 1883, S. 565.

3. Grundsätze über das Verfahren bei öffentlichen Konkurrenzen in der Schweiz.

(Aufgestellt durch den schweizerischen Ingen.- u. Archit.-Verein i. J. 1877).*)

§§ 1—6 der Grundsätze sind im wesentlichen mit den deutschen Normen überein stimmend. Hinzu getreten ist die Bestimmung, dass die Juroren möglichst verschiedenen Richtungen angehören sollen.

§ 7. Eine ausgeschriebene Konkurrenz darf nicht rückgängig gemacht werden. Die ausgesetzte Summe muss unbedingt an die relativ besten Entwürfe vertheilt werden. Es ist wünschenswerth, dass dem Autor der erstgekrönten Arbeit die Ausführung übertragen wird.

§ 8. Die Arbeiten sollen sämmtlich, wo möglich vor der Beurtheilung, öffentlich ausgestellt werden. Nicht prämiirte Arbeiten können nach dem Urtheil von der Ausstellung zurück gezogen werden. Das Urtheil soll 2—3 Wochen nach der Einlieferung erfolgen und publizirt werden.

§ 9. Die Höhe des 1. Preises soll der üblichen Honorirung derartiger Arbeiten entsprechen.

4. Auszug aus den Grundsätzen für das Verfahren bei architektonischen Konkurrenzen in England.

(Angenommen vom *Royal Institute of British Architects*; Neu-Ausgabe vom 9. April 1883.)

1. Der Veranstalter einer Konkurrenz soll die Mitwirkung eines oder mehrerer Fachmänner benutzen, deren Namen mit der Ausschreibung zu veröffentlichen und deren Entscheidung für die Wahl unter den Projekten in allen Stadien des Verfahrens massgebend sein soll.

2. Deren Obliegenheit soll sein:
 a. Die Aufstellung bezw. Revision und Vervollständigung des Progamms.
 b. Die Bezeichnung der konkurrenzfähigen Entwürfe.
 c. Berathung des Bauherrn über den relativen Werth der konkurrenzfähigen Entwürfe.

3. Die Fachmänner sind von der Theilnahme an der Konkurrenz ausgeschlossen.

4. Anzahl und Massstab der Zeichnungen sind im Programm fest zu setzen. Perspektiven sollen in Grösse, Zahl und Behandlungsweise gleichartig gehalten sein.

5. Konkurrenzen können durchgeführt werden:
 a. Mittels Vorkonkurrenz mit Skizzen, als Vorbereitung einer definitiven Konkurrenz.
 b. Mittels Vorkonkurrenz unter Namens-Nennung, ohne Einlieferung von Skizzen.
 c. Als sogen. beschränkte.

 ad 5a und b. Von den Skizzen der Vorkonkurrenz ist eine vorher zu bestimmende Minimal-Anzahl auszuwählen, deren Verfasser, unter voraus bestimmter Honorirung, in engere Konkurrenz treten. Der zur Ausführung bestimmte Architekt wird aus der Reihe der Theilnehmer gewählt.

 Jeder Theilnehmer erhält ein bestimmtes Honorar; dem Verfasser des besten Entwurfs ist die Ausführung zu übertragen.

6. Die Entwürfe sind mit Motto einzureichen.

7. Von der Bewerbung ausgeschlossen sind Entwürfe, welche dem Programm zuwider laufen, hinter dessen Forderungen zurück bleiben, die Grenzen des Bauplatzes überschreiten, die Baukosten-Summe voraussichtlich überschreiten oder bei denen ein Kostenanschlag fehlt.

8. Es ist erwünscht, dass alle unter den Bedingungen ad 5a entstandenen konkurrenzfähigen Entwürfe nach der Beurtheilung zur Ausstellung gelangen. Während der Ausstellung soll das Gutachten der Preisrichter publizirt werden.

9. Die Ausführung eines aus der Konkurrenz hervor gegangenen Entwurfs soll dem Verfasser desselben übertragen werden. Demselben bleibt aber dem Entwurf und dem Bauherrn gegenüber freie Hand dergestalt gewahrt, als ob andere Entwürfe nicht vorlägen und anderer fachmännischer Rath nicht ertheilt worden wäre.

10. Erhält der Verfasser des preisgekrönten Entwurfs binnen 12 Monaten keinen Auftrag zum Weiterarbeiten, (Vorbereitungen zum Bau, resp. Bauleitung) so steht demselben Anspruch auf Bezahlung nach üblichen Sätzen zu. Diese Sätze sind unter Mitwirkung der fachmännischen Berather des Bauherrn, unter Anrechnung der bereits bei der Konkurrenz gezahlten Summe, fest zu stellen. Für den mit der Bauleitung beauftragten Architekten gilt der in der Konkurrenz erhaltene Preis als Anzahlung auf das Honorar. (Vergl. S. 102.)

Für den thatsächlichen Erfolg einer Konkurrenz kommt neben der loyalen Beobachtung der in diesen Grundsätzen nieder gelegten prinzipiellen Anforderungen der Architektenschaft nicht minder die Sorgfalt und das Geschick in Betracht, die bei der praktischen Durchführung des Verfahrens beobachtet werden. In erster Linie ist auf eine möglichst vollkommene Vorbereitung des der Konkurrenz zu Grunde zu legenden Bauprogramms zu halten. Wird wie das zumeist der Fall ist, auf die Erhaltung einer bestimmten Bausumme entscheidender Werth gelegt, so ist ein einfaches und einheitliches, leicht kontrollirbares Verfahren zur Ermittelung der Baukosten anzugeben. Endlich ist bei Auswahl der Preisrichter auf die speziellen Verhältnisse der Konkurrenz gebührend Rücksicht zu nehmen. Eine Reihe bezgl. Vorschläge, die auf den bisher gewonnenen Erfahrungen bei Konkurrenzen beruhen, ist auf S. 165 u. 173 ff. Jahrgangs 1879 der Deutschen Bauzeitung gegeben.

*) Die Eisenbahn, Bd. VII., S. 125.

G. Honorare für baukünstlerische und technische Leistungen.

1. Honorar für technische Leistungen in Deutschland.

a. Honorar-Norm für baukünstlerische Leistungen.

Für das Honorar der Bau-Beamten bei Leistungen für Private sind früher vielfach gesetzliche Bestimmungen maassgebend gewesen; so ist dieser Gegenstand beispielsw. für Preussen durch eine „Taxe“ vom 13. Februar 1772*) und ein Zirkular-Reskript v. 26. November 1805 allgemein geregelt worden. Mit der Einführung der Gewerbefreiheit für den Nordd. Bund im Jahre 1869 sind derartige Vorschriften allenthalben ausser Gültigkeit getreten und, theils veranlasst hierdurch, theils durch den neben dem Baubeamtenthum mehr und mehr erstarkenden Stand der Privat-Architekten machten sich schon früh Bestrebungen zur Feststellung allgemein anerkannter Honorar-Sätze für baukünstlerische Leistungen geltend.

Einige Architekten in Hannover hatten eine derartige Norm bereits 1855 aufgestellt**) und auch im Verein für Baukunde in Stuttgart wurde diese Angelegenheit schon vor 1864 lebhaft verfolgt. Im letztangegebenen Jahre legte dieser Verein der XIV. Versammlung deutscher Architekten und Ingenieure zu Wien einen bezüglichen Entwurf vor. Derselbe ward als Material zur Weiterbearbeitung der Frage dem Architektonischen Verein zu Hamburg überwiesen. Auf der XV. Versammlung deutscher Architekten und Ingenieure zu Hamburg 1868 erfolgte dann auf Grund von ferneren Vorschlägen des Archit.- u. Ingen.-Vereins zu Hannover und des Berliner Archit.-Vereins die Feststellung einer Honorar-Norm***), welche später, auf der 1. Abgeordn.-Versammlung des Verbandes deutsch. Archit. u. Ingen.-Vereine zu Berlin 1871, sanktionirt worden ist. Diese Norm ist nachstehend in ihren wesentlichen Theilen zum Abdruck gebracht.†)

Es scheint nicht überflüssig zu bemerken, dass die Norm, als aus einer einseitigen Vereinbarung der Interessenten hervor gegangen, in dem Falle nicht ohne weiteres für den Bauherrn verbindlich ist, wenn der Architekt es unterlassen hat, dieselben als vertragsmässige Sätze von jenem zuvor ausdrücklich anerkennen zu lassen. In Rechtsstreiten unterliegt die Angemessenheit der Sätze der Norm in jedem einzelnen Falle dem Ermessen des Richters, welcher seine Ansicht event. auf das Gutachten Sachverständiger stützen wird. In zahlreichen Fällen sind indess die Sätze der Norm gerichtsseitig als angemessen anerkannt worden, sei es ohne zuvoriges Gutachten von Sachverständigen, sei es dass ein solches zuvor eingeholt worden war. Je öfter die Sätze der Norm zur Anwendung gebracht werden, um so früher gewinnt diese Anwendung den Charakter eines durch Gewohnheit sanktionirten Rechtes und werden die heute noch hin und wieder vorkommenden Anzweifelungen ihrer allgemeinen Gültigkeit aufhören. Vergl. über den betr. Zustand in Frankreich die bezügl. Angaben auf S. 103.

α. Honorarsätze die nach Prozenten der Kostensumme berechnet werden.

Bezeichnung der Bauklasse	Bezeichnung der Leistung	Betrag des Honorars in Prozenten der Anschlags-Summen in M.								
		2 400 bis 6 000	6 000 bis 12 000	12 000 bis 24 000	24 000 bis 48 000	48 000 bis 72 000	72 000 bis 120 000	120 000 bis 300 000	300 000 bis 600 000	Ueber 600 000
1. Rangklasse. Gewöhnliche ländliche Gebäude; Geb. mit grossen hohlen Räumen in einf. Konstrukt. (Magaz., Turn- und Markthallen, Schuppen, Bahnh.-Nebengeb., prov. Ausstellungs- u. Festgebäude etc.); einf. Fabrikgeb. u. Arbeitssäle excl. Maschinen; die einfachsten städt. u. ländlichen Wohngebäude (Bauernhäuser, Arbeiterhäuser u. drgl.).	Skizze	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,3	0,3	0,25	0,2
	Entwurf	1,0	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4
	Arbeitsrisse u. Det.	1,0	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,55	0,5	0,4
	Kostenanschlag	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,3	0,25	0,2
	Ausführung	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,6
	Revision	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3	0,25	0,2	0,2
	Zusammen	5,0	4,6	4,2	3,8	3,4	3,0	2,6	2,2	2,0

*) Deutsche Bauzeitg. 1871 S. 152.

**) Zeitschr. d. Hannov. Archit.- u. Ingen.-Ver. Jahrg. 1862.

***) Deutsche Bauzeitg. 1868 S. 467.

†) Separat-Ausgabe der Normen im Verlag der Deutschen Bauzeitung (Kommiss.-Verlag v. E. Toeche in Berlin).

††) Deutsche Bauzeitg. 1871 S. 138; 1872 S. 36 u. 220; 1873 S. 249, 304, 390; 1875 S. 491.

2. Rangklasse. Ställe etc. für Luxuspferde; einf. Pflanzenhäuser; Geb. der 1. Rangkl. in schwierig. Konstr., kompliz. Anlage od. reicher. Ausstattung; gewöhnl. bürgerliche Wohnhäuser (Pfarrh., einf. Villen u. Miethh.); einf. öffentl. Geb., (Schulen, Krankenh.; einf. Verwaltungs-Geb. u. drgl.).	Skizze	1,1	0,9	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,25
	Entwurf	1,2	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6
	Arbeitsrisse u. Det.	1,4	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,9	0,8
	Kostenanschlag	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,35	0,3	0,25
	Ausführung	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,9
	Revision	0,5	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,25	0,2	0,2
	Zusammen	6,5	6,0	5,5	5,0	4,5	4,0	3,6	3,3	3,0
3. Rangklasse. Bessere bürg. Wohngeb. u. Villen mit archit. ausgebildeten Innenräumen; Gartenpavillons; reichere Pflanzenhäuser, öffentl. Geb. von höherer Ausbild., sowie solche, welche zeitraubende Studien erfordern; höhere Schulen, Bibliotheken, einf. Museen; Ball-, Gesellschafts- u. Festhäuser; kleine Theater; Börsen; Bahnhofs-Hauptgebäude; grössere Rath- u. Gerichtshäuser, Ministerien etc.	Skizze	1,4	1,1	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3
	Entwurf	1,4	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,85	0,8
	Arbeitsrisse u. Det.	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3
	Kostenanschlag	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,25
	Ausführung	2,0	1,8	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,1
	Revision	0,5	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3	0,25	0,25
	Zusammen	8,0	7,2	6,5	6,0	5,5	5,0	4,6	4,3	4,0
4. Rangklasse. Paläste, Schlösser; Landhäuser in fürstlicher Ausstattung; grosse Museen u. Theater; reiche Festlokale; Parlamentshäus.; Rathhäuser in Hauptstädten; Prachtthore; reiche Kirchen etc.	Skizze	1,7	1,4	1,2	1,0	0,8	0,6	0,5	0,5	0,4
	Entwurf	1,6	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9
	Arbeitsrisse u. Det.	2,9	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,3	2,1	1,9
	Kostenanschlag	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3
	Ausführung	2,1	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2
	Revision	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
	Zusammen	9,5	8,9	8,3	7,7	7,1	6,5	6,0	5,5	5,0
5. Rangklasse. Innere und äussere Dekorationen; Altäre; Kanzeln; Orgelgehäuse; Denkmäler; Brunnen; Fontänen etc.	Skizze	2,0	1,6	1,3	1,1	0,9	0,7	0,6	0,5	0,5
	Entwurf	1,7	1,7	1,65	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,0
	Arbeitsrisse u. Det.	3,7	3,7	3,7	3,6	3,5	3,3	3,1	2,9	2,6
	Kostenanschlag	0,8	0,7	0,6	0,5	0,5	0,5	0,4	0,3	0,3
	Ausführung	2,2	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3
	Revision	0,6	0,5	0,45	0,4	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
	Zusammen	11,0	10,2	9,6	9,0	8,4	7,8	7,2	6,6	6,0

Für Bausummen unter 2400 M. wird die Tabelle mit gleicher progressiver Steigerung für je 600 M. weniger und mit einer letzten Steigerung für Summen unter 300 M. fortgesetzt.

Die Prozentsätze der Tabelle gelten für den ganzen Betrag der Kostenanschlags-Summen. Da jedoch in Folge davon auf eine beträchtliche Anzahl von Kostenanschlags-Summen je am Anfange der tabellarischen Summenstufen kleinere Honorare entfallen würden, als für die Anschlags-Summen je am Ende der zunächst vorher gehenden niedrigeren Stufen, so soll es bei demjenigen Honorar, das sich je aus der höchsten Ziffer einer Summen-Stufe ergiebt, stets so lange sein Verbleiben behalten, bis die Anschlags-Summe in der nächst höheren Stufe, in Verbindung mit dem zugehörigen Prozentsatz, ein höheres Honorar zur Folge hat.

Um- und Ausbauten sind, wenn ein besonderer Entwurf erforderlich ist, $^1/_4$ fach höher und wenn kein Entwurf erforderlich ist, $^1/_4$ fach niedriger zu honoriren, als entsprechende Neubauten.

Für Gegenstände der 5. Bauklasse ist das Honorar in solchen Fällen einzeln zu berechnen wo der Bau-Auftrag mehrere davon umfasst; wenn sie jedoch Bestandtheile eines Neubaues sind, so darf das Honorar für sie nicht selbstständig berechnet werden.

Alle mit den vorgenannten Leistungen verbundenen Kosten für Bauzeichner, Rechner, Schreib- und Zeichenmaterial, sowie für Haltung des Büreaus hat der Architekt zu tragen. Dagegen hat der Bauherr die Kosten für die spezielle Bau-Aufsicht, sowie den Büreau-Aufwand für dieselbe und für die Ausmessungs-Arbeiten zu tragen.

Anschlags-Ueberschreitungen führen eine Erhöhung des Honorars nicht herbei; eine solche tritt ein für die Kosten genehmigter Bau-Erweiterungen oder reicherer Ausführung. Liegt kein Anschlag zu Grunde so ist die Bausumme maassgebend.

β. Honorar-Sätze die sich nicht auf Kostensummen gründen

a) Für einzelne Arbeiten in und ausser dem Hause, wie Gutachten, Taxationen, Lokal-Besichtigungen, Abnahmen etc. sind Tagegelder zu verrechnen und zwar mindestens:

Für $^1/_2$ Tag mit 4 Arbeitsstunden . 12 M.
für 1 Tag zu 7 Arbeitsstunden . 21 -
für 2 und mehrere Tage zu je 7 Arbeitsstunden à 18 -

b) Für Zeitaufwand bei Reisen im Interesse von Arbeiten, welche nach der Tabelle vergütet werden, ist die Hälfte vorstehender Tagegelder zu berechnen.

An Reisekosten werden die baaren Auslagen berechnet, wobei Zehrungskosten pro Tag mit 7,5 M., pro Nacht mit 4,5 M. berechnet werden dürfen.

Alle Zeichnungen bleiben geistiges Eigenthum des Architekten; der Bauherr kann Kopien verlangen, darf dieselben aber nur für das betr. Werk benutzen.

Während der Ausführung des Baues sind entsprechend dem Fortschreiten desselben auf Verlangen des Architekten Abschlags-Zahlungen zu leisten; der Rest des Honorars wird nach Abschluss sämmtlicher übernommenen Leistungen entrichtet.

Die vorstehend mitgetheilten Normen enthalten keine Sätze, welche auf die Leistungen eines Architekten bei Restaurirung von Baudenkmälern Anwendung finden können. Speziell hierzu liegt ein Vorschlag Rud. Redtenbachers vor in Deutsch. Bauzeitg. 1883 S. 209, auf welchen verwiesen werden kann.

b. Honorirung von Arbeiten aus dem Gebiete des Ingenieurwesens.

Ueber die Honorirung von Arbeiten aus dem Gebiete des Bau-Ingenieurwesens (im Gegensatze zu Arbeiten vom maschinen-technischen Gebiete) sind bisher in Deutschland Normen nicht zu Stande gekommen. Diese Sachlage erklärt sich theils aus dem Umstande, dass das Bedürfniss nach derartigen Normen ein wesentlich geringeres ist als bei Normen über Honorirung architektonischer Arbeiten. Für einen ziemlich grossen Theil der Bauingenieur-Arbeiten, wie z. B. feldmesserische Leistungen, bestehen staatlich fest gestellte Sätze oder pflegen, wie z. B. bei Eisenbahn-Vorarbeiten, Sätze vorgängig vereinbart zu werden, während andere bezügliche Arbeiten dem durch die Honorar-Norm für architektonische Arbeiten geregelten Gebiete zwanglos sich einfügen und andere zahlreiche dem Gebiete des Maschinen-Ingenieurwesens zufallen, für welches gleichfalls Honorar-Normen bestehen. Im übrigen verursacht auch eine zutreffende Klassifikation und insbesondere die Feststellung eines Honorars nach Prozenten der Bausumme in vielen Fällen sehr grosse Schwierigkeiten, so dass für einen erheblichen Theil der bezüglichen Arbeiten eine auf den Besonderheiten des Einzelfalles fussende vertragsmässige Regelung am meisten geeignet erscheint.

An Bestrebungen, auch für diesen Gegenstand in den deutschen Architekten- und Ingenieur-Vereinen eine Regelung zu schaffen, hat es nicht gefehlt. Dieselben sind gleich alt mit den Bestrebungen zur Beschaffung von Honorar-Normen für Architekten und anscheinend wie bei diesen auch zuerst eingehender in den Vereinen zu Hannover und Stuttgart gepflegt worden.*) Die Frage stand demnächst auf dem Programm der 2. Abgeordn.-Versammlung des Verb. deutsch. Archit. u. Ingen.-Vereine zu Berlin 1871, wo vom Prof. Baumeister-Karlsruhe detaillirt ausgearbeitete „Grundzüge zur Berechnung des Honorars für Arbeiten aus dem Gebiete des Bauingenieur-Wesens“**) (indess ohne eine Fixirung von Honorar-Sätzen) vorgelegt wurden. Diese Vorlage gab Anlass zu weiterer Bearbeitung im Verbande und zur abermaligen Verhandlung der Frage auf der 2. Abgeordn.-Versammlung zu Karlsruhe 1872, wo neues Material von dem Verein f. Baukunde in Stuttgart, vom Sächs. Ingen.- u. Archit.-Verein und vom Bayer. Archit.- u. Ingen.-Verein***) beigebracht wurde. Es erfolgte hier eine Aussetzung des Beschlusses bis zur 3. Abgeordn.-Versammlung 1873 zu Eisenach, wo die Versammlung sich dann dafür entschied, die Angelegenheit vorläufig ruhen zu lassen und vorerst weiteres Material zu sammeln.

In die über Honorar-Normen für Bauingenieur-Arbeiten gepflogenen, im Vorstehenden kurz rekapitulirten Verhandlungen sind mehrfach auch die Arbeiten der Maschinen-Techniker einbezogen worden; spezieller ist das der Fall gewesen im Archit.- u. Ingen.-Verein zu Hannover, welcher im Jahre 1868 einen Entwurf zu bezügl. Normen durch eine Kommission ausarbeiten liess.****) Während diesen Bestrebungen im Verbande deutscher Archit.- u. Ingen.-Vereine eine weitere Folge nicht gegeben worden ist, hat der „Verein deutscher Ingenieure“ dieselben aufgenommen und im Jahre 1878 auch zu Ende gebracht. Die im April 1878 zu Gotha abgehaltene Delegirten-Versammlung des genannten Vereins hat sich über „Honorar-Normen für maschinen-technische und Ingenieur-Arbeiten“ geeinigt, welche in einer Abtheilung A maschinen-technische und in einer Abtheilung B bautechnische Arbeiten betreffen. Die Abtheilung B bezieht sich auf diejenigen Hochbauten, welche in der Honorar-Tabelle für Leistungen der Architekten (S. 93, 94) in der 1. u. 2. Rangklasse verzeichnet sind und es sind auch einfach die bezügl. Sätze der eben erwähnten Norm übernommen worden. Aus diesem Grunde hat der Abdruck der Gothaer Normen S. 97, 98 auf die Abtheilung A derselben beschränkt werden können und genügte ein einfacher Hinweis auf S. 93, 94.

α. Preussische Vorschriften über die Bezahlung von Feldmesser-Arbeiten.

Nachstehende Vorschriften sind dem Reglement für die öffentlich anzustellenden Feldmesser†) v. 2. März 1871 entnommen. Dieselben beziehen sich selbst-

*) Zeitschr. des Hann. Archit.- u. Ingen.-Ver. 1868 S. 422.
**) Deutsche Bauzeitg. 1871 S. 375.
***) Zeitschr. d. Bayer. Archit.- u. Ingen.-Ver. 1872 S. 20.
****) Zeitschr. d. Hann. Archit.- u. Ingen.-Ver. 1868, S. 422.
†) Vergl. u. a.: v. Rönne. Die Baupolizei des preuss. Staats, 2. Aufl. Breslau 1872. G. P. Aderholz und: Kletke. Repert. der Baupol.-Gesetzgeb. i. preuss. Staate, Berlin 1874, C. Pfeiffer.

verständlich nur auf Arbeiten, welche für staatliche Zwecke ausgeführt werden; die Bezahlung von Arbeiten für Private bleibt ganz der freien Vereinbarung der Betheiligten überlassen und ebenso schliesst das Reglement nicht aus, dass von Spezial-Verwaltungen, wie z. B. der Eisenbahn-, Kataster-Meliorationsbau-Verwaltung für Arbeiten spezieller Natur, die besonderen technischen Anforderungen zu genügen haben, Vorschriften erlassen, bezw. Vereinbarungen über Honorarsätze getroffen werden, die von denen des Feldmesser-Reglements abweichen. Die Sätze des Reglements greifen daher auch für die im Auftrage von Staatsbehörden angefertigten Feldmesser-Arbeiten nur dann Platz, wenn nicht besondere Entschädigungs-Sätze vorher vereinbart worden sind: Nachstehend sind die bezügl. Vorschriften des Reglements v. 2. März 1871 mitgetheilt:

§ 37. Die Feldm.-Arb. werden entweder nach Gebührensätzen oder nach Diätensätzen bezahlt.

§ 38. Bei Verm., welche den Bedingungen entsprechen, die an eine für eine Auseinandersetzungs-Angelegenheit bestimmte Aufnahme gestellt werden müssen, wird bei ebenem Terrain 0,5 M. pro ha gezahlt; in koupirtem oder bergigem Terrain kann der Geb.-Satz bis zu 0,6 M. pro ha erhöhet werden.

§ 39. Wenn in einer Haupt-Feldabtheilung die Zahl der Parzellen, deren Aufnahme u. Berechnung nothwendig war, das Doppelte der Zahl der ha erreicht, so wird eine Zulage von 8 Pfg. pro ha gewährt.

§ 40. Kommen in einer Feldmark einzelne über 15 ha grosse Flächen vor, bei welchen nur der Umfang und die etwa die Fläche durchschneidenden Hauptlinien gemessen werden durften, so werden nach Maassgabe der Terrain-Beschaffenheit (§ 38) nur 0,33 M. resp. 0,4 M. pro ha gezahlt.

§ 41. Für die vorstehend bezeichneten Sätze hat der Feldmesser folgende Gegenstände, gehörig geordnet, abzuliefern:

a. Die nach § 12 aufgenommenen Verhandlungen u. Erläuterungen, Ermittelungen aller der Thatsachen u. Angaben, welche durch die Natur des Auftrags bedingt werden, wie z. B. Ermittelungen über Grenzen, Eigenthümer-Namen, Hochwasserstände ect., sowie die bei Ausführung des Geschäfts geführten Akten;

b. die Vermessungs-Manuale (Feldbücher) ebenso die etwaigen Berechnungen, trigonometr. Sätze, sowie die speziellen Flächen-Berechnungen, dieselben mögen nach Original- oder Zirkelmaassen, oder mit besonderen zur Flächen-Berechnung geeigneten Instrumenten bewirkt sein;

c. das Brouillon der Verm.-Register in der für die Auseinandersetzungs-Arbeiten erforderl. Form und eine Reinschrift desselben;

d. einen, nach spezieller Vorschrift im § 16 aufgetragenen und deutlich, ohne Färbung zu grosser Flächen gezeichneten Brouillonplan;

e. eine Kopie der Brouillonkarte als Reinkarte gezeichnet, (u. z. auf Velinpapier von guter Qualität, welches auf feiner Leinwand oder Kalliko so lange vor dem Gebrauch sorgfältig aufgezogen sein muss, dass ein nachtheiliges Verziehen nicht mehr stattfinden kann) ohne Eintragung von Stationslinien, jedoch mit Angabe u. Eintheilung der gemessenen oder trigonometr. berechnet. Hauptlinien u. Dreiecke.

§ 42. Für Anfertigung v. Verm.-Registern nach fertigen Karten wird, ohne Preiserhöhung für koupirtes oder bergiges Terrain $1/3$ der in den § 38—40 fest gest. Gebührensätze bezahlt.

§ 43. Das Kopiren von Karten wird nach folgenden Sätzen bezahlt:

für 0,1 qm. des bezeichneten Raumes, wobei die Schrift in mässiger u. der Deutlichkeit entsprechenden Grösse mit gerechnet wird, bei einem Maassstabe von:

$1/_{2500}$ d. nat. Gr. 3,25 M.	$1/_{4000}$ d. nat. Gr. 4,25 M.	Kopien nach andern Maassst. sind
$1/_{3000}$ „ „ „ 3,50 „	$1/_{5000}$ „ „ „ 5,25 „	gegen Diätensätze zu bewirken.

§ 44. Alle Flächen-Messungen anderer als der im § 38 bezeichn. Art, z. B. die Aufnahme von städt. Grundstücken, Dorfwegen, Gärten u. Worthen, desgl. die Eintheilung von Feldmarken, ferner Fluss- u. Stromvermessungen, die Aufnahme von Wegen, einzelnen Linien u. s. w., sowie alle Nivellements werden, wenn nicht etwas anderes vereinbart ist, nach Diätensätzen bezahlt.

§ 45. Bei Beschäftigung gegen Diäten muss jeder Feldm. täglich mindestens 8 Stunden arbeiten.

§ 48. Mit den Zeichnungen der Aufnahmen und den vollendeten Arb. sind auch die Verm. u. Nivellem.-Manuale (Feldbücher), desgl. die Messtisch-Blätter, überh. alle Arb., die zur Auftragung gedient haben, sowie die trigonom. Flächen- u. sonstigen Berechnungen vollständig geordnet und übersichtlich abzuliefern.

§ 49. Wenn bei der Ertheilung des Auftrags nicht besondere Bestimmungen stattgefunden haben so kommt dem Feldm. sowohl für den Arbeits- als für den Reisetag, ohne Unterschied ob an letzterem gearbeitet ist oder nicht, ein Diätensatz von 7,50 M. zu. Diese Diäten können bei Arb. ausserh. des Wohnorts der Feldm. auch:

1. für solche Tage, in denen die Witterung das Arbeiten im Felde verhindert,
2. für die zwischen den Arb.-Tagen liegenden Sonn- und Festtage, mit Ausschluss derjenigen Fälle, in denen ein Sonn- u. ein Festtag unmittelbar auf einander folgen,

liquidirt werden, insoweit diese Tage von dem Feldm. ausserhalb. seines Wohnorts haben zugebracht werden müssen.

Dagegen darf neben den Diäten (für die volle Zahl der Kalendertage) niemals eine Bezahlung für Ueberstunden gefordert werden, so weit solche nicht in einzelnen Fällen auf Grund von § 36 (nach besonderer Vereinbarung auszuf. Arb.; s. oben) zugesichert ist.

§ 51. Ausser den Diäten erhält der Feldm. für jeden Kalendertag, welchen er im Interesse der Arbeiten ganz oder theilweise und zwar in mehr als 1,883 km ($1/4$ Meile) Entfernung ausserh. seines Wohnorts nothwendig hat zubringen müssen, eine Feldzulage von 1,50 M. Für Tage aber, welche lediglich auf solche Stubenarbeiten verwendet sind, die der Feldm. ebenso gut an seinem Wohnort hätte erledigen können, kann die Feldzulage nicht liquidirt werden.

Denjen. in Auseinandersetzgs.-Sachen beschäftigten Feldm., welche auf Grund einer besonderen Bestimmung (Regulat. v. 25. Aug. 1836) die Gewährung freier Wohnung nebst Heizung u. Erleuchtung von den Interessenten zu fordern haben, steht hierneben ein Anspruch auf die Feldzulage nicht zu.

§ 52. Wenn den Feldm. die zu den Arb. auf dem Felde erforderl. brauchbaren u. geübten Handarbeiter nicht gestellt werden, so können sie dieselben für Rechnung der Interessenten in der nothwendigen Zahl annehmen und denselben wegen der schwierigen und mehr Geschicklichkeit erfordernden Arb. ein das ortsübliche bis zu 25% übersteigendes Tagelohn bewilligen. Auch werden den Feldm. die Anschaffungskosten der zu den Verm. u. Nivellem. erforderl. Pfähle, sowie die sonstigen baaren Auslagen für Fuhrmiethe, Botengänge etc., insofern die Betheiligten die Natural-Lieferungen und -Leistungen ablehnen, gegen quittirte Beläge vergütet.

§ 53. Feldm. erhalten, um sich von ihrem Wohnsitze und von ihrem derzeitigen Aufenthaltsorte an den Ort der Vermessung und zurück zu begeben, mit der Fortschaffung der Karten u. Instrumente:

a. bei Reisen auf Eisenb. oder auf Dampfsch. auf das km 0,1 M. (die Meile 0,75 M.) und ausserdem für jeden Zu- u. Abgang nach und von der Eisenbahn zusammen 1,5 M.

b. bei Reisen, welche nicht auf Eisenb. oder Dampfsch. zurück gelegt werden, auf das km 0,4 M. (die Meile 3 M.)

§ 54. Für das zu den Karten u. Zeichnungen zu verwendende Zeichenpapier bester Qualität werden für 0,1 qm 0,35 M., wenn dasselbe aber auf Kattun oder Leinwand aufgezogen ist 0,75 M. vergütet. Andere Auslagen für Schreib- u. Zeichen-Materialien können nicht liquidirt werden.

β. Bezahlung bei Projekten zu kultur-technischen Arbeiten.

(Auszug aus den preussischen Vorschriften v. 15. Aug. 1872.)

a. Kopiren der Karten: Wenn für die im § 43 des Feldm.-Reglem. vom 2. März 1871 bestimmten Sätze bei Kopien nach demselb. Maassst. die Arbeitsleistung nicht zu erreichen ist so können, je nach den vorhand. Schwierigk. des Zusammentragens mehrer Karten zu einer, der Eintragg. der Bauwerke etc., diese Sätze bis 50 Proz. erhöht werden.

b. Bei Verkleinerung oder Vergrösserung von Karten können die Sätze des Feldm.-Reglem. unter Umst. um 100 Proz. erhöht werden, oder es müssen solche Karten nach Diätensätzen angefertigt werden.

c. Für Nivellem. sind i. d. R. bei Stat. von je 50 m Länge (selbstverst. mit zugehörenden Zwischenstat.) folgende Sätze für je 100 m Länge zu vereinbaren:

1. Wenn nur 1 Linie incl. Fix-P. u. Wasserspiegel nivellirt wird 0,80 M.
2. Wenn auss. derselb. noch ein Graben od. Bach mit seiner Sohle nivellirt wird 1,10 „
3. Wenn beide Ufer in derselben Art mit dem dazwischen liegenden Graben oder Bache nivellirt werden 1,30 „
4. Wenn ein Ufer nebst einem breiten Fluss oder Strom ebenso nivellirt wird 1,40 „
5. Wenn beide Ufer nebst einem breiten Fluss incl. Fix-P. und Wasserspiegel nivellirt werden 1,65 „
6. Soll ausserdem noch die Krone eines daneben liegenden Deiches nivellirt werden, dafür besonders 0,20 „
7. In sehr gebirgigem, waldigem oder sumpfigem Boden kann nach Maassgabe der Schwierigk. zu vorstehenden Sätzen eine Zulage kommen von 0,40 „

d. bei Stationirung von über 50 m sind die Sätze um 20 Proz., bei blossem Anschluss-Nivellem. um 40 Proz. zu ermässigen.

e. Auslagen für Hilfsarbeiter auf dem Felde, Botengänge, Peilungen, Zeichenpapier, Messpfähle etc. werden nach §§ 52 u. 54 des Feldm.-Reglem. liquidirt und vergütet.

Für die vorst. Bezahlung sind die Nivellem.-Profile nebst Tabellen u. Beschreibung in 1 Exempl. zu liefern, die Nivellem.-Linien in die Sit.-Karten einzutragen, oder es ist eine Skizze ders. unter zu setzen; ferner sind die gewöhnl. Grabenprof. und Bauwerke neben den Nivellem.-Linien aufzunehmen und aufzutragen.

In besonders schwierigen Fällen sind Abweichungen von vorstehenden Bestimmungen, wie z. B. auch Anfertigung der Arbeiten auf Diäten gestattet.

γ. Honorar-Normen für maschinen-technische und Ingenieur-Arbeiten.*)

(Aufgestellt in der Delegirten-Versammlung des Vereins deutscher Ingenieure in Gotha 1878.)

Nachstehenden Sätzen liegt die Voraussetzung zu Grunde, dass der betr. Ingenieur (bezw. das technische Büreau eines Fabrikanten) aus derselben Arbeit keinerlei Einnahmen von anderer Seite hat.

I. a. **Konsultationen**, Korrespondenzen, Berechnungen, Anfertigung einzelner Zeichnungen.

b. Schriftliche Gutachten, Inventuren, Expertisen bei Brandschäden, Taxen, Rechnungs-Revisionen u. s. w.

Die Stunde aufgewendeter Zeit wird berechnet und zwar:

1. in der Wohnung oder dem Geschäftslokal mit 4 M.
 ausserhalb derselben, aber im Wohnorte „ 5 „
2. für den Hülfs-Ingenieur „ 2 „
 für den Zeichner „ 1 „

Bruchtheile von Stunden werden für volle Stunden gerechnet.

(Für Arbeiten unter b. wird das Honorar am besten im voraus vereinbart.)

II. Reisen.

Neben den Transportkosten für Personen und Gepäck werden berechnet:

1. für den Tag ohne Uebernachtung 50 M.
 „ „ „ mit „ 60 „
2. für den Hülfs-Ingenieur die Hälfte der vorstehenden Sätze.

*) Vergl. Wochenschrift d. Vereins deutsch. Ingen. 1878. S. 144.

III. Entwürfe, Anlagen, Bauausführungen.

Bei der Uebernahme grösserer Arbeiten für den Entwurf und die Ausführung von gewerblichen Anlagen empfiehlt sich die vorherige Vereinbarung des Honorars.

Als Grundlage einer solchen kann die voraussichtliche Bausumme dienen, von welcher:

1. für den maschinen-technischen Theil der Arbeiten die Prozentsätze nach Abschnitt A,
2. für den bautechnischen Theil der Arbeiten die Prozentsätze nach Abschnitt B

in Ansatz zu bringen sind.

A. Maschinen-technische Arbeiten.

Die Prozentsätze sind je nach der relativen Höhe des Kostenanschlags wie folgt abzustufen und zu berechnen:

Anschlagssumme in Mark	bis 5 000	5 000 bis 10 000	10 000 bis 20 000	20 000 bis 40 000	40 000 bis 60 000	60 000 bis 90 000	90 000 bis 120 000	120 000 bis 150 000	150 000 bis 200 000	200 000 bis 300 000
Skizze und Kostenüberschlag	1,5	1,2	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3
General-Zeichnung	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,0
Spezial-Anschlag	1,0	0,8	0,75	0,7	0,6	0,5	0,45	0,35	0,3	0,25
Detail-Zeichnungen	3,5	3,25	2,95	2,6	2,2	1,9	1,55	1,3	1,0	0,9
Generelle Leitung der Aufstellung	1,0	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5
Spezielle Leitung der Aufstellung	5,0	4,5	4,0	3,5	3,0	2,5	2,1	1,8	1,6	1,4
Revision der Rechnungen . .	1,0	0,8	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2

Für mehrere dieser Arbeiten, welche zusammen geleistet werden, sind die Prozentsätze zu addiren.

B. Bautechnische Arbeiten.

(Vergl. hierzu die Bemerkungen S, 95 und die bezügl. Angaben auf S. 93, 94.)

Die Prozentsätze der sub A und B enthaltenen Tabellen gelten je für den ganzen Betrag der Kostenanschlags-Summen. Da jedoch infolge davon auf eine beträchtliche Anzahl von Kostenanschlags-Summen je am Anfang der tabellarischen Summen-Stufen kleinere Honorare entfallen würden, als für die Anschlags-Summen je am Ende der zunächst vorher gehenden niedrigeren Stufen, so hat es bei demjenigen Honorar, das sich je aus der höchsten Ziffer einer Summen-Stufe ergiebt, stets so lange sein Verbleiben, bis die Anschlags-Summe in der nächsten höheren Stufe, in Verbindung mit dem zugehörigen Prozentsatz, ein höheres Honorar zur Folge hat.

IV. Zahlungs-Bestimmungen.

Für die Honorare unter I u. II wird Zahlung sofort nach beendigter Leistung bewerkstelligt.

Das Honorar unter III wird berechnet nach dem genehmigten Kostenanschlage. Eine Erhöhung des Honorars durch Anschlags-Ueberschreitungen tritt nur ein nach Maassgabe seitens des Auftraggebers verlangter Erweiterung und konstruktiver Ausbildung des Werks.

Es gilt als Regel, dass nach Verhältniss der aufgestellten Honorarsätze und der fort schreitenden Arbeiten Abschlags-Zahlungen geleistet werden und zwar: 1. bei Genehmigung des Projekts seitens des Auftraggebers; 2. bei Fertigstellung des Rohbaues, bezw. Anlieferung der Maschinen; 3. bei Uebergabe des Gebäudes bezw. Inbetriebsetzung des Werkes; 4. der Rest nach Abschluss aller übernommenen Leistungen.

2. Auszug aus den Normen zur Berechnung des Honorars für techn. und architekt. Arbeiten in Oesterreich.

(Angen. v. österreich. Ingen.- u. Archit.-Verein i. Jahre 1879; abgeänd. 1883.)

a. Honorar für Ingenieur-Arbeiten.

α. Geschäfts- und Zeithonorar.

Das „Geschäftshonorar" wird gemäss den Sätzen der Honorar-Tabellen nach Prozent des Kostenanschlags oder nach anderen Einheiten berechnet. Es enthält nur die Entschädigung für die geistige und physische Arbeit des leitenden Ingenieurs oder Architekten und dessen Mitarbeiter, sowie für Beschaffung der erforderlichen Behelfe der Projekt-Verfassung. Nicht einbegriffen sind. Kommissionskosten, Stempelgebühren, Vergütung der sogen. Trazirungs-Schäden und sonstige mit der techn. Leistung nicht in direktem Zusammenhange stehende Arbeiten.

Das „Zeithonorar" kommt in allen Fällen zur Anwendung, für welche in den Honorar-Tabellen keine Ansätze sich finden. Beim Zeithonorar kommt auch die zu den erforderlichen Vorarbeiten und zur Zurücklegung der Wege nöthige Zeit in Anrechnung:

Für den leitenden Ingen. an dessen Wohnort mindestens 25,00 Gulden
Ausserhalb mindestens 50,00 „

Für den Assistenten die Hälfte obiger Sätze.

Auslagen für Hülfsarbeiter werden besonders berechnet.

Konsultationen, Anfragen und Erkundigungen 3,00 Gulden
Konsultationen im Büreau 5,0—25,00 „
Dsgl. ausserhalb des Büreaus aber im Wohnorte 10—40,00 „

Reisekosten werden neben den tarifmässigen Gebühren berechnet. Dem leitenden Ingenieur gebührt Berechnung 2spännigen Fuhrwerks, bei Eisenbahn- und Dampfschifffahrten die I. Klasse; dem Assistenten 1spänniges Fuhrwerk, bei Eisenbahnfahrten die II., bei Dampfschiff-Fahrten die I. Klasse. Beförderung des Gepäcks und der Hilfsarbeiter werden besonders berechnet.

An „Schreib- und Zeichengebühren" werden berechnet für:
Abschriften für 25 Zeilen gewöhnlichen Formats 10 Kr.
Kosten-Berechnungen à Seite 20 „
Tabellarische, aus Zahlen bestehende Ausweise à Seite 40 „

Für Zeichnungs-Kopien von 21/34 cm. Format:	Auf Zeichen-papier	Auf Pauspapier oder Leinwand
Für Situationen mit Terrain	8,0 Gulden	4,0 Gulden
„ „ ohne „	5,0 „	2,5 „
Für Pläne im Hoch-, Wasser-, Strassen-, Eisenbahn- Maschinenbau etc.	5,0 „	5,0 „

Für Mappen, Papier, Stempel, Buchbinder-Arbeit, Porto kommen die wirklichen Auslagen zur Verrechnung.

Für Geschäfte nach 7 Uhr Abends ausgeführt wird jede Gebühr doppelt berechnet.

Für sistirte Arbeiten gebührt Ersatz der Vorauslagen und eine dem Stande der Arbeit angemessene Gebühr; wenigstens 1/4 des Honorars.

β. Honorar nach Prozenten der Kostensumme berechnet.

Die sehr eingehenden Original-Tabellen werden nachstehend nur zum Theil und in sehr gekürzter Form mitgetheilt.*)

Das Honorar wird nach Proz. der Bausumme berechnet. Der Prozentsatz vermindert sich mit dem Wachsen der Bausumme, doch nicht proportional dem Wachsen derselben, sondern im allgem. etwas schneller.

Die Projekte und Schriftstücke sind dem Auftraggeber in 1 Exemplar zu liefern. Für Bohrungen und Boden-Untersuchungen sind die aufgelaufenen Kosten zu ersetzen; die Mitwitwirkung des leitenden Ingenieurs ist nach der Zeit zu berechnen.

Für Begutachtungen kann, falls Vereinbarung nicht getroffen ist, bei generellen Projekten bis zu 1 %, bei Detail-Projekten bis zu 2 % der Anschlags-Summe berechnet werden.

1. Leistungen im Strassenbau	1. Bauklasse in ebenem Terrain		2. Bauklasse in wellenförm. Terrain		3. Bauklasse in koupirtem Terrain	
	Sammt Projektirung aller dazu gehörigen Objekte in Holz, Stein, Eisen. Bei eisernen Objekten ist das Honorar ad b, d, e um 10 % zu erhöhen					
Für Anschlagssummen von	5000 — 500 000 Gulden	über 500 000	5000 — 500 000 Gulden	über 500 000	5000 — 500 000 Gulden	über 500 000
a. Skizze	0,75 — 0,65	0,60	0,85 — 0,75	0,70	0,90 — 0,80	0,75
b. Entwurf u. allgem. Ber. .	1,25 — 1,05	1,00	1,40 — 1,25	1,15	1,80 — 1,55	1,50
c. Kostenanschlag	0,75 — 0,70	0,70	1,00 — 0,85	0,80	1,10 — 1,00	0,95
d. Details u. Det.-Berechn. . .	0,65 — 0,55	0,55	0,90 — 0,65	0,55	1,00 — 0,90	0,80
e. Bauleitung	2,00 — 1,70	1,60	2,20 — 1,85	1,75	3,00 — 2,50	2,40
f. Revision d. Baurechn. . . .	0,60 — 0,55	0,55	0,65 — 0,55	0,55	0,70 — 0,65	0,60
Zusammen . .	6,00 — 5,20	5,00	7,00 — 5,90	5,50	8,50 — 7,40	7,00

2. Leistungen im Brückenbau	1. Bauklasse Brücken über Bäche, kleinere Flüsse, Strassen und Eisenbahnen		2. Bauklasse Dsgl. über Flüsse, städtische Strassen und Bahnhöfe		3. Bauklasse Dsgl. über sehr breite Flüsse, Meeresarme, hoh. Thalübersetzung., Doppelbrücken für Strassen und Eisenbahnen, Brücken mit schwierigerFundirung, monumentale-Br. etc.	
	Für Objekte in Eisen ist das Honorar ad b, d, e um 15 % zu erhöhen					
Für Anschlags-Summen von	10 000 — 500 000 Gulden	über 500 000	10 000 — 500 000 Gulden	über 500 000	10 000 — 500 000 Gulden	über 500 000
a. Skizze	0,75 — 0,65	0,65	0,85 — 0,75	0,70	0,90 — 0,80	0,75
b. Entwurf u. allgem. stat. Ber.	1,20 — 1,05	1,00	1,40 — 1,25	1,15	1,75 — 1,55	1,50
c. Kostenanschlag	0,75 — 0,70	0,70	1,00 — 0,85	0,80	1,10 — 1,00	0,95
d. Details u. Det.-Berechn. .	0,65 — 0,55	0,55	0,85 — 0,65	0,55	1,00 — 0,90	0,80
e. Bauleitung	1,95 — 1,70	1,60	2,15 — 1,85	1,75	2,95 — 2,50	2,40
f. Revision der Baurechnung	0,60 — 0,55	0,50	0,65 — 0,55	0,55	0,70 — 0,65	0,60
Zusammen . .	5,90 — 5,20	5,00	6,90 — 5,90	5,50	8,40 — 7,40	7,00

*) Vollständig mitgetheilt in Junk; Wiener Baurathgeber und Wagner; Baurechner.

3. Leistungen im Wasserbau.	1. Bauklasse Erdarb., offene Wasserläufe, Uferschutz-Bauten an Bächen u. kleinen Flüssen. Anlage kleiner Wasserbecken, kleinere Thalsperren.		2. Baukl. Regul. von kl. Bächen, Flüss., Hochw.-Gräben, Bauten an Strömen u. am Meere, grössere Thalsperren, Wasserw.-Anl., Wehre, Grundablässe, Ufermauern, Badeanst., Schwimmschulen, Waschanst., Drainagen, Triftanl., Klausen etc.		3. Bauklasse Be- u. Entwäss. von Ländereien, grosse Strom-Korrektionen, Schifffahrts-Kanäle, Hafenbauten, Docks, Werften, Leuchtthürme etc.	
Für Anschlags-Summen von	5000 — 500 000 Gulden	über 500 000 Gulden	5000 — 500 000 Gulden	über 500 000 Gulden	5000 — 500 000 Gulden	über 500 000 Gulden
a. Skizze	0,60 — 0,50	0,50	0,85 — 0,70	0,65	1,00 — 0,70	0,70
b. Entwurf u. allgem. stat. Ber.	1,00 — 0,90	0,85	1,40 — 1,25	1,20	1,80 — 1,35	1,25
c. Kostenanschlag	0,50 — 0,45	0,40	0,70 — 0,60	0,55	0,80 — 0,60	0,55
d. Details	0,50 — 0,40	0,40	0,90 — 0,75	0,75	1,30 — 1,00	0,90
e. Bauleitnng	3,00 — 2,60	2,50	3,65 — 3,10	2,95	4,50 — 3,60	3,15
f. Revision der Baurechn.	0,40 — 0,35	0,35	0,50 — 0,40	0,40	0,60 — 0,45	0,45
Zusammen	6,00 — 5,20	5,00	8,00 — 6,80	6,50	10,00 — 7,70	7,00

4. Für **hydrograph. Arb.** als solche, ohne Rücksicht auf auszuführende Bauten wird gezahlt:

Aufnahmen bis 1 km Länge = 200 Guld. pro km Flusslänge		Aufnahmen bis 50 km Länge = 110 Guld. pro km Flusslänge
" " 10 " " = 150 "		" " 100 " " = 100 "
" " 20 " " = 130 "		" über 100 " " = 80 "

Für hydrogr. Aufnahmen bei Projektirung gewisser Strombauten sind den Tarifsätzen der Tabelle über Honorare für wasserbaul. Arbeiten zuzuschlagen:

bei Klasse I . . 20,00 Gulden à km
" " II . . 30,00 " " "
" " III . . 50,00 " " "
} Hierbei sind dem Ingenieur-Arbeiterpersonal Schiffe und Geräthe zu stellen.

5. Wasserleitungs-Arbeiten.

a. Gutachten nach genereller Untersuchung bezüglich Wahl der Bezugsorte und System für Anschlags-Summen bis 1 000 000 Gulden: 0,4—0,2%; darüber nach Vereinbarung.

b. Detail-Projekt nebst Anschlag und Bedingnissen.

1. Für Leitungen mit Maschinen-Betrieb incl. Rohrnetz von 50 000 — 1 000 000 Gulden: 2,0—0,8%; darunter und darüber nach Vereinbarung.
2. Für Leitungen mit natürlichem Gefälle von 50 000—3 000 000 Gulden:
 α) mit gemauerten Kanälen und Aquadukten 1,2—1,0%,
 β) mit Rohrleitungen und Syphons 0,8 — 0,6%
 } darunter und darüber nach Vereinbarung.

c. Bauleitung und Aufsicht. Für Verfassung d. Detail-Proj. wie sub b, incl. Verpflichtg. die Ausführung zu leiten, die techn. Ueberwachungs-Organe dabei zu stellen, die Baurechnungen zu revid. (wobei Ausführung u. Sicherstellung der Arb. durch Bau-Unternehmer geschieht.)

1. Für Leitungen mit Maschinen-Betrieb von 50 000 — 1 000 000 Gulden und ½—2 Jahre Bauzeit: 4,0—4,3%; darunter und darüber nach Vereinbarung.
2. Für Leitungen mit natürlichem Gefälle von 50 000—3 000 000 Gulden bei 2—3 Jahren Bauzeit (für grössere und kleinere Anschlags-S. nach Vereinbarung):
 α) mit gemauerten Kanälen 5,0—5,3%; — β) mit Rohrleitungen und Syphons 4,0—4,3%.

Für den Fall einer ohne Verschulden des leitenden Ingenieurs eingetretenen Veränderung der fest gesetzten Bauzeit tritt besondere Entschädigung ein.

6. Kanalisation und Entwässerung von Städten.

Angabe der Arbeiten	Betrag des Honorars in % des Kostenanschlags: unter 10 000 Gulden	10 000 bis 25 000 Gulden	25 000 bis 50 000 Gulden	50 000 bis 100 000 Gulden	100 000 bis 250 000 Gulden	250 000 bis 500 000 Gulden	über 500 000 Gulden
1. General-Projekt	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2
2. Kostenanschlag	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
3. Detail-Projekt mit Arbeitsrissen	1,5	1,4	1,3	1,2	1,0	0,8	0,7
4. Banleitung u. Aufsicht	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,0
5. Rev. d. Baurechnung	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,1
Zusammen	6,4	5,9	5,4	5,0	4,4	3,8	3,1

In Städten oder Stadttheilen, mit grösserer Bevölkerungs-Dichtigkeit als 600 pro ha werden zu allen Ziffern der vorstehenden Tabelle 10% zugeschlagen. Derselbe Zuschlag tritt bei sehr abschüssigem oder koupirtem Terrain ein. Ist beides der Fall, so werden 20% zugeschlagen.

Bei Umbau alter Kanäle wird ein Zuschlag von 35% zu den Ziffern der Tabelle gemacht.

7. Heizungs-, Beleuchtungs- und Ventilations-Anlagen.

Angabe der Arbeiten	Veranschlagte Baukosten: unter 600 Gulden	600 bis 2000 Guld.	2000 bis 5000 Guld.	5000 bis 10 000 Gld.	über 10000 Gulden
1. Kostenanschl. nach vorgelegt. Plan	12 Gulden	2,0 Proz.	1,75 Proz.	1,5 Proz.	1,25 Proz.
2. Kostenanschl. mit Aufn. d. betr. Räume	20 "	3,0 "	2,5 "	2,25 "	2,0 "
3. Projekt-Skizze	8 "	1,5 "	1,25 "	1,0 "	0,75 "
4. Bauleitung u. Aufsicht	20 "	3,5 "	3,0 "	2,5 "	2,0 "
5. Revision d. Baurechnung	15 "	2,5 "	2,25 "	2,0 "	1,5 "

b. Honorare für Hochbauten und architektonische Arbeiten.

α. Honorar-Sätze die nach Prozenten der Kostensumme berechnet werden.

Gattung der Gebäude	Voranschlag- oder Bausumme in Guld. ö. W. bis inclusive	Honorar in Proz. der Bausumme für die Skizzen	Entwürfe od. Einreichungs-Pläne	Arbeits- od. Detail-Pläne	Kosten-Voranschläge	Bau-Oberaufsicht	Kollaudirung od. Revision	Gesammte tech. Bauleitung; in allem
Gewöhnl. landwirthschaftl. Gebäude; ländl. u. städt. Wohnhäuser; einf. Bahnh.-Geb.; ganze Industrie-Anl.; Magazine; Reit- u. Turnhallen; provis. Ausstell.-Geb.; Masch.-Werkstätten; Giessereien, Brauhäuser, Brennereien, Färbereien; Bleichen, Trockenhangen, Darren; Kalk- u. Ziegelöfen; Zem.-Fabriken; Porzellan- u. Glasfabr.; Zuckerfabr.; Webereien, Spinner.; Papierfabr.; Brettsägen; Mahlmühlen; Dampfschornsteine; Shedbauten. (Alle diese Arten von einfacher Konstruktion).	1 000	1,4	1,4	2,0	0,7	2,0	0,5	8,0
	3 000	0,7	1,0	1,0	0,6	1,2	0,5	5,0
	6 000	0,6	1,0	1,0	0,5	1,1	0,4	4,6
	12 000	0,5	0,9	0,9	0,5	1,0	0,4	4,2
	25 000	0,5	0,8	0,8	0,4	1,0	0,3	3,8
	50 000	0,4	0,7	0,7	0,4	0,9	0,3	3,4
	100 000	0,3	0,6	0,6	0,4	0,8	03,	3,0
	150 000	0,3	0,5	0,55	0,3	0,7	0.25	2,6
	250 000	0,25	0,4	0,5	0,25	0,6	0.2	2,2
	500 000	0,2	0,4	0,4	0,2	0,6	0,2	2,0
Vorbenannte Gebäude in reicherer Durchbildung und schwierigerer Konstruktion; dann bessere bürgerliche Wohnhäuser; einfache Zinshäuser; Volksschulen; Realschulen; einf. Kirchen; Kapellen; Krankenhäuser; Armenhäuser; Wasch- u. Badeanstalten; Rathhäuser.	1 000	1,7	1,6	2,9	0,7	2,1	0,5	9,5
	3 000	1,1	1,2	1,4	0,7	1,6	0,5	6,5
	6 000	0,9	1,2	1,4	0,6	1,5	0,4	6,0
	12 000	0,7	1,1	1,3	0,6	1,4	0,4	5,5
	25 000	0,6	1,0	1,2	0,5	1,3	0,4	5,0
	50 000	0,5	0,9	1,1	0,5	1,2	0,3	4,5
	100 000	0,4	0,8	1,0	0,4	1,1	0,3	4,0
	150 000	0,4	0,7	0,9	0,35	1,0	0,25	3,6
	250 000	0,3	0,7	0,9	0.3	0,9	0,2	3,3
	500 000	0,25	0,6	0,8	0,25	0,9	0,2	3,0
Alle früher gen. Geb. in höherer architekt. Ausbildung, od. mit besonderen Einrichtungen für Heizung, Ventilation etc.; alle reicheren städt. Häuser u. Villen; Gartenpavillons; Pflanzenhäuser, höhere Schulen, Bibliotheken, Museen; Kurhallen; Theater; Börsen; Gerichtshöfe; Rathhäuser grösserer Städte; Versamml.-Geb.; Vereinshäuser; Regier.-Geb.; Palais, Schlösser; ferner einzelne Feuerungs-Anlag-; Ventilations-Einricht.; Wasserleitungen und Gasanlagen.	1 000	2,0	1,7	3,7	0,8	2,2	0,6	11,0
	3 000	1,4	1,4	2,0	0,7	2,0	0,5	8,0
	6 000	1,1	1,4	1,9	0,6	1,8	0,4	7,2
	12 000	0,8	1,3	1,8	0,6	1,6	0,4	6,5
	25 000	0,7	1,2	1,7	0,5	1,5	0,3	6,0
	50 000	0,6	1,1	1,6	0,5	1,4	0,3	5,5
	100 000	0,5	1,0	1,5	0,4	1,3	0,3	5,0
	150 000	0,4	0,9	1,4	0,4	1,2	0,3	4,6
	250 000	0,4	0,85	1,4	0,3	1,1	0,25	4,3
	500 000	0,3	0,8	1.3	0,25	1,1	0,25	4,0

Der Prozentsatz für eine Kostenanschlags-Summe, welche zwischen zwei in der Tabelle fixirten Bausummen liegt, ist zwischen den beiden jenen entsprechenden Prozent-Sätzen zu wählen und nähert sich letzteren in dem Verhältniss, in welchem sich die zugehörigen Bau-Summen nähern.

Für den Fall, dass dem Architekten die Bauleitung nicht übertragen wird und auf Wunsch des Bauherrn mehrere Skizzen von ihm angefertigt wurden, sind diese wie folgt zu honoriren:

1. Skizze nach dem Honorar-Tarif;
2. „ mit $^1/_3$ des Honorar-Tarifs;

die weiteren Skizzen mit je $^1/_5$ des Honorar-Tarifs.

β. Honorar-Sätze die sich nicht auf Kostensummen gründen.

Für Leistungen, welche nicht nach Anschlags-Summen berechnet werden können, sind die Honorare wie die Ingenieur-Honorare (S. 98) zu berechnen. Abweichend normirt sind aber durch die Revision der Honorar-Norm vom Jahre 1883 die Honorare für Konsultationen, für welche wie folgt liquidirt wird:

einfache Anfragen und Erkundigungen	5 Gulden	
Konsultationen im Büreau, aber im Wohnorte	5—25 „	
„ ausserhalb des Büreaus	10—40 „	
Augenschein, Kunstbefund oder Schätzungen	von 25 „	aufwärts.

Abschlags-Zahlungen sind, falls nicht eine anderweite Vereinbarung vorliegt, zu leisten nach folgenden Angaben:

1. Bei Ertheilung des Bau-Konsenses 0,3 des Honorars,
2. „ Herstellung der Hauptgleiche 0,3 „ „
3. „ Ertheilung des Benützungs-Konsenses 0,2 „ „
4. Nach Abschluss der Rechnungs-Revision 0,2 „ „

Stempelgebühren, Kommissions-Taxen oder sonstige Gebühren sind vom Bauherrn zu tragen.

3. Auszug aus der Honorar-Norm für architektonische Arbeiten in der Schweiz.

(Angenommen vom schweizerischen Ingen.- u. Arch.-Verein im Jahre 1877.)*)

Bezeichnung der Bauklasse	Bezeichnung der Leistung	Betrag des Honorars in Proz. der Anschl.-Summe in Francs: 10 000 bis 25 000	25 000 bis 100 000	100 000 bis 500 000	über 500 000
1te Bauklasse. Landwirthschaftl. Gebäude, Magazine, Schuppen, Arbeiter-Wohnung, Dorfschulen etc.; sofern solche Bauten ohne künstlerische Behandlung bleiben.	Skizze	0,6	0,5	0,4	0,3
	Bauplan	1,0	0,9	0,8	0,7
	Arbeitsrisse u. Det.	1,2	1,1	1,0	0,9
	Kostenanschlag	0,5	0,4	0,4	0,3
	Ausführung	1,3	1,2	1,1	1,0
	Revision	0,4	0,4	0,3	0,3
	Zusammen	5,0	4,5	4,0	3,5
2te Bauklasse. Wohngeb. u. Dependenzen, Gasthöfe u. Pensionsgeb., Vergnügungslokale, Verwaltungsgeb., Bahnhöfe und sämmtliche öffentliche Gebäude.	Skizze	0,9	0,7	0,6	0,5
	Bauplan	1,2	1,1	1,0	0,9
	Arbeitsrisse u. Det.	1,4	1,3	1,2	1,1
	Kostenanschl.	0,6	0,6	0,5	0,4
	Ausführung	1,5	1,4	1,3	1,2
	Revision	0,4	0,4	0,4	0,4
	Zusammen	6,0	5,5	5,0	4,5
3te Bauklasse. Kleinere Objekte mit architekton. dekorativ. Charakter als: Innere u. äussere Dekorationen, Mobiliar, Altäre, Kanzeln, Orgelhäuser, Denkmäler, Brunnen, Pavillons, Schaufenster etc.	Skizze	1,6	1,0	0,7	0,5
	Bauplan	1,7	1,5	1,3	1,0
	Arbeitsrisse u. Det.	3,6	3,2	3,0	2,6
	Kostenanschl.	0,6	0,4	0,3	0,3
	Ausführung	2,0	1,6	1,4	1,3
	Revision	0,5	0,3	0,3	0,3
	Zusammen	10,0	8,0	7,0	6,0.

Für die Berechnung des Honorars der Gesammtleistung ist in der Regel die Bausumme, für diejenige der einzelnen Leistungen der Kostenanschl. oder eine Schätzung der Kosten maassgebend.

Die sonstigen Bestimmungen zu der Honorar-Tabelle sind wie bei den deutschen Honorar-Normen (S. 93, 94) mit der Abweichung, dass die Steigerung des Prozent-Satzes für Anschlags-Summen unter 10 000 Fr. nicht fortgesetzt wird, sondern Arbeiten, deren Kosten unter den niedrigsten Summen-Stufen bleiben, nach Tagegeldern berechnet werden.

Für Arbeiten, welche nicht nach Ueberschlags-Summen berechnet werden können, werden Tagegelder angesetzt und zwar:

für ½ Tag 20 Fr.; — für den ganzen Tag 30 Fr.

Sonstige Bestimmungen wie bei den deutschen Normen, mit Ausnahme der Bestimmung über die Zehrgelder auf Reisen.

Wird die Ausführung des Projekts im Einverständniss mit dem Autor einem Anderen zur Ausführung übertragen, so tritt bei den Prozentsätzen eine Erhöhung um 20 % ein.

4. Auszug aus der Honorar-Norm der englischen Architekten.

(Angenommen von *Royal Institute of British Architects* 1872.)**)

Der gewöhnliche Honorarsatz für architektonische Leistungen beträgt 5 % der Totalkosten des nach den Plänen des Architekten ausgeführten Werks. Es sind daneben Reisekosten und andere zufällige Auslagen besonders zu erstatten; auch mag eine besondere Vergütung nach Tagegeldern für die Zeit auf Reisen gewährt werden wenn die Baustelle entfernt vom Wohnort liegt oder auch die Leitung des Baues eine öftere, als die im allgemeinen erforderliche Anwesenheit des Architekten an der Baustelle bedingt.

Bei Leistungen, deren Ausführungs-Kosten mehr durch die Arbeit, als durch das Material bedingt sind, wie bei Entwürfen für innere Einrichtungen, gemalte Fenster, Bildhauer-Arbeiten und drgl. wird das Honorar nicht nach dem Prozentsatze der Einzelkosten zu ermitteln, sondern nach den besonderen Umständen des Falles zu vereinbaren sein.

Wenn mehrere Bauwerke nach demselben Entwurf und auf denselben Kontrakt zur Ausführung kommen, soll nur für eins der Honorarsatz von 5 % berechnet werden, für die übrigen aber eine Ermässigung eintreten.

Wenn die Baukosten geringer als 10 000 M. sind, soll das Honorar nach einer von 5 % bis 10 % steigenden Skala berechnet werden, derart, dass für Bauwerke unter 2000 M. der Satz von 10 % erreicht wird.

Wenn Bautheile, die der Kontrakt einschloss, fort gelassen werden, so ist für diese ein Honorar von nur 2,5 % zu berechnen. Wenn der Bauherr nach Fertigstellung der Kontrakts-Zeichnungen wesentliche Abänderungen an dem ursprünglichen Plane vornimmt so ist er zu einer Extra-Entschädigung verpflichtet, welche jedoch entfällt, wenn die Aenderungen nothwendig wurden zur Einhaltung der durch den Anschlag des Architekten fest gesetzten Bausumme.

Für den gewöhnlichen Honorarsatz von 5 % hat der Architekt zu liefern, bez. zu leisten: die vorbereitenden Skizzen, Zeichnungen und Schriftstücke zur Aufstellung des Kostenanschlags und Baukontrakts, Werk-Zeichnungen und Instruktionen für die Bauausführung, 1 Exemplar der Zeichnungen in Pausen und 1 Doppel-Exemplar der Bau-Beschreibungen und Bau-Bedingungen, ferner die Bauleitung und die Prüfung und Feststellung der Baurechnungen. Ausgenommen ist die Stellung eines *clerk of works*.

*) Die Eisenbahn, Bd. VII., S. 125.
**) Deutsch. Bauzeitg. 1883, S. 438.

Weiterhin schliesst das Honorar nicht ein: Leistungen bei Erwerb, Messungs- und Nivellirungs-Arbeiten des Bauplatzes, Aufmessung von Bauwerken, welche zu verändern sind und Auftragen derselben, Leistungen bei Arrangements mit den Nachbarn über gemeinsame Mauern oder über Fensterrechte, Leistungen bei Arrangements in Folge von Insolvenz des Bau-Unternehmers, oder von nachträglichen Differenzen desselben mit dem Bauherrn; diese Leistungen sind extra zu liquidiren.

Bis der Architekt den angenommenen Entwurf durch Herstellung der Situations-Zeichnung, durch Anfertigung von Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Bau-Beschreibung und Bau-Bedingungen, vervollständigt hat, erreicht das Honorar die Hälfte des regelmässigen Satzes. Wenn er nach den Instruktionen des Bauherrn Offerten über die Bauausführung eingefordert hat, so ist er hierfür zu einer Forderung von $1/2$ % berechtigt. (Diese Bestimmungen greifen für den Fall Platz, dass dem Architekten nicht die Bauleitung übertragen wird.)

Falls Arbeiten nach Tagesätzen vergütigt werden, ist der Tagesatz von der fachlichen Bedeutung des Architekten abhängig; der Minimalsatz beträgt pro Tag 60 M.

Das Eigenthumsrecht an den Zeichnungen nebst Zubehör bleibt nach der herrschenden Auffassung dem Architekten; (unanfechtbare gerichtliche Entscheidungen hierüber sind aber bis jetzt nicht ergangen;).

Für Abschätzungen gelten folgende Honorarsätze: für die ersten 20 000 M. Werth-Summe gilt der Honorarsatz von 1 %, während für den über 20 000 M. bis 200 000 M. hinaus gehenden Betrag $1/2$ % angesetzt wird.

Bleibt die Schätzung unter 20 000 M. oder übersteigt sie 200 000 M., so tritt besondere Vereinbarung ein. Diese Sätze umfassen nicht Reisekosten u. Tagegelder für Beiwohnung von Terminen.

Für Abschätzungen von Beschädigungen oder Zerstörungen beträgt das Honorar 5 % der Schätzungs-Summe, jedoch in keinem Falle weniger als 40 M.

Die vorstehend mitgetheilten englischen Honorar-Normen stehen insofern zu den Konkurrenz-Normen (S. 92) in einem unmittelbaren Bezug als der in der Konkurrenz erlangte Preis als Anzahlung auf das Honorar gilt.

5. Honorar der amerikanischen Architekten.

Dasselbe beträgt wie in England für die Gesammtleistungen bei einem Bau 5 Proz., bei Waarenhäusern mit Verkaufslokalen *(stores)* aber nur 3 Proz. der Bausumme.

Wenn nicht die Gesammtleistung gefordert wird, so sind zu berechnen:

a. vorläufige Studien über das Projekt mit 1 Proz.

b. einleitende Arbeiten, wie auch die Anfertigung von generellen Zeichnungen u. Erläuterungen mit $2^1/_2$ Proz.

c. für Arbeiten wie ad b. und dazu Detail-Entwürfe mit $3^1/_2$ Proz.

Bei Bauten mit weniger als 5000 Dollars Kostensumme oder für Werke monumentaler und dekorativer Art, desgl. bei Möbel-Entwürfen treten entsprechende Erhöhungen der Sätze ein, wie desgl. dann, wenn im Laufe der Ausführung Aenderungen oder Vergrösserungen des Baues vorgenommen werden.

Neben dem Honorar sind Reisekosten zu vergüten.

(Das in Anspruch genommene Eigenthumsrecht des Architekten an den Entwürfen wird bisher von den Gerichten des Landes nicht anerkannt.)

6. Honorar der französischen Architekten.*)

Nach einem Erlass des *Conseil du Batiments civ., an VIII.*, bestätigt durch Königl. Ordonnanz v. 10. Oktober 1841, hat der Bauherr 5 Proz. von dem Betrage der verifizirten Arbeiten zu entrichten, welche sich auf die einzelnen Leistungen vertheilen, wie folgt:

a. mit $1^1/_2$ Proz. auf die Verfassung von Projekt u. Kostenanschlag;

b. „ $1^1/_2$ „ „ die Bauleitung, welche auch die Vollziehung der polizeilichen Vorschriften umfasst;

c. „ 2 „ „ die quantitative und qualitative Feststellung der gelieferten Arbeiten, die Bauabnahme und die Feststellung der Baurechnungen.

Diese Festsetzungen sind darauf berechnet und die einzelnen Theile der Leistung sind so vollständig zu beschaffen — insonderheit ist auch das Projekt in allen Theilen so ausführlich zu bearbeiten, — dass es ohne Schwierigkeiten möglich wird, zu jeder einzelnen der ad a, b, c genannten Theil-Leistungen einen besonderen Architekten heran zu ziehen.

In einzelnen Fällen — namentlich bei öffentlichen Bauten — wird das Honorar von 5 Prozent auch in drei gleiche Theile zerlegt, oder auch die Arbeit ad c (die Verifikation) mit 2 Proz. berechnet, während auf die Arbeitsleistungen ad a und b je $1^1/_2$ Proz. entfallen.

Für Privatbauten mit einer Kostensumme unter 5000 Fr. bis zu 400 Fr. herab gebühren dem Architekten 7 Prozent. Arbeiten unter 400 Fr. Kostensumme werden nach den Sätzen für „Vakationen“ vergütet.

Unter Vakation ist die Inanspruchnahme eines Architekten für eine bestimmte Zeit zu Konsultationen, Lokal-Besichtigungen, Abgaben von Gutachten oder behufs irgend einer anderen fachlichen Thätigkeit verstanden. Eine Zeitdauer in derartiger Thätigkeit von 5 Min. bis 3 Stunden rechnet für 1 Vakation; ein überschiessender Zeittheil wird doppelt (für 2 Vakationen) in Ansatz gebracht. 1 Vakation wird in Paris mit 8 Fr. in der Provinz mit 6 fr. angesetzt.

Die vorstehenden Normen sind trotz ihrer obrigkeitlichen Herkunft nicht als gesetzliche zu betrachten; doch haben sie durch langjährige Uebung gewissermaassen Gesetzeskraft erlangt. Sie treten ohne weiteres allenthalben da in Gültigkeit, wo nicht durch Vereinbarung etwas Anderes fest gesetzt worden ist.

Ueber Honorare, die nach Tage-Sätzen berechnet werden, bestehen ebenfalls Normen, die aber nicht genau bekannt sind. Vor einer in den letzten Jahren eingetretenen Aenderung galten Tage-Sätze für Pariser Architekten von 32 Fr., für Architekten in der Provinz von 20 Fr.

Sowohl dem nach Tages-Sätzen, als dem nach Prozenten der Bausumme zu bemessenden Honorar treten bei Geschäften ausserhalb des Wohnortes Reise-Entschädigungen bestimmter Höhe hinzu.

*) Deutsch. Bauzeitg. 1868, S. 265 u. 187, S. 107.

H. Verdingung der Bau-Arbeiten.*)

Litteratur. Denkschrift d. Verbandes deutscher Arch.- u. Ingen.-Vereine über die Vergebung der Bauarbeiten. Berlin 1877. — Handbuch d. Ingen.-Wissensch. von Franzius u. Sonne Leipzig. Engelmann. I, Cap. IV.

1. Verdingungs-Systeme.

Die Verdingung von Bau-Arbeiten kann erfolgen:

a. Nach Tagelohns-Sätzen.

Diese Verdingungsweise ist nothwendig in allen Fällen, in welchen die zuvorige Festsetzung eines Akkordpreises unthunlich ist, wie z. B. bei Eisenbahn- und Strassen-Unterhaltung, bei Um- und Reparatur-Bauten und bei architektonischen Restaurations-Arbeiten, so wie bei manchen kleinen Arbeiten einer Bauausführung. Sie beschränkt sich immer auf eigentliche Arbeits-Leistungen; meist ist für den vertragsmässigen Stunden- oder Tagelohn-Satz auch die Vorhaltung der Geräthe, zuweilen auch die Beaufsichtigung der Arbeiten zu leisten.

b. In Regie.

Hierunter ist diejenige Art des gegenseitigen Verhältnisses verstanden, bei welcher der Bauherr oder die Bauverwaltung zu den Bauarbeitern in die direkte Beziehung des Arbeitgebers tritt. Die Vereinbarung findet gewöhnlich mit kleinen Arbeiter-Verbänden statt, welche unter einem Obmann zusammen treten. Diese Verdingung erfordert, in grösserem Maassstabe angewandt, ein gut organisirtes, praktisch geschultes und sehr zahlreiches Aufsichtspersonal. Die Verwaltungs-Organisation und Buchführung werden sehr komplizirt. Für die einzelnen Dienststellen ist in dem Rahmen gut durchgearbeiteter Instruktionen grosse Selbständigkeit Erforderniss. Baumaterialien sind speziell zu beschaffen; grössere Geräthe und Werkzeuge werden von der Bauverwaltung vorgehalten, kleinere Geräthe und Werkzeuge oft von den Verbänden und einzelnen Arbeitern. Angewandt wird das System hauptsächlich bei Erdarbeiten**). Auch bei Fortifikations-Bauten ist von demselben für Erd- und Maurerarbeiten in grossem Maassstabe Gebrauch gemacht worden***). Im Hochbauwesen findet dasselbe nur bei sehr komplizirten oder künstlerischen Ausführungen, d. h. ausnahmsweise Anwendung.

c. An Einzelunternehmer.

Vergebung der verschiedenen Theile eines Bauwerks an einzelne Handwerkmeister. Diese Verdingungsweise ist die im Hochbau am häufigsten angewandte und am meisten zu empfehlende, da sie gewährt:

1. die grösste Sicherheit in Bezug auf eine den Anforderungen der Technik und der Kunst entsprechende Ausführung.
2. die Wahrung der direkten Beziehungen zwischen den Organen der Bauleitung und den Verfertigern der Arbeiten.
3. ein hinreichendes Maass von Freiheit in den Einzel-Dispositionen d. Bauleitung.

d. An Grossunternehmer — General-Entreprise.

Diese Verdingungsweise beruht auf der Zusammenfassung grösserer Gruppen von Arbeiten verschiedener Handwerke bei Vergebung derselben an einen einzigen Unternehmer. Dieselbe wird oft in so weit gehender Form durchgeführt, dass jener das ganze Bauwerk in allen seinen Einzelnheiten dem Bauherrn fertig zu übergeben hat. Die General-Entreprise findet ihre häufigste und ausgedehnteste Durchführung bei grossen Bauausführungen des Ingenieurwesens, namentlich beim Eisenbahnbau. Die zusammen gefassten Arbeiten sind hier gewöhnlich die Erdarbeiten einzelner Strecken incl. der kleineren Brücken und Durchlässe, einschl. Material, oft auch incl. Herstellung der Bettung für den Oberbau, so wie Herstellung einzelner Bauobjekte, namentlich der Hochbauten. Im Strassenbau ist vielfach die ganze Herstellung des Strassenkörpers mit Befestigung etc. Gegenstand der Unternehmung. Im Hochbau wird diese Verdingungsweise vornehmlich beim Privatbau angewandt und bezieht sie sich auf Herstellung entweder nur des Rohbaues oder auch des ganzen Gebäudes. Staatliche Bauverwaltungen verwenden sie im Hochbau bei ausgedehnteren Bauten nicht leicht, sondern meist nur bei Herstellung kleinerer Bauwerke, bei welchen die Anstellung eines besonderen Bauleitenden entweder entbehrlich erscheint, oder einen übermässigen Kostenaufwand erfordern würde.

*) Vergl. in Bezug auf die in Frage kommenden Verhältnisse rechtlicher Natur den betr. Theil von Abschnitt II.

**) Henz-Streckert. Der Erdbau. Berlin 1874. Ernst & Korn.

***) v. Prittwitz u. Gaffron. Leitung grosser Bauten. Berlin 1860.

Die Vergebung in General-Entreprise hat den unläugbaren Vorzug der grossen Vereinfachung des geschäftlichen Verfahrens und der Verwaltungs-Organisation. Indem sie die ganze Leitung in die Hand einer in ihren Dispositionen freien Persönlichkeit legt, welche allen Schwankungen des Materialien- und Arbeitsmarktes sich anpassen bezw. dieselben ausnutzen kann, ermöglicht sie überdies eine grössere Schnelligkeit der Ausführung.

Voraussetzungen des guten Gelingens bei dieser Vergebungs-Art sind aber:

1. Sehr sorgfältig und erschöpfend ausgeführte Vorarbeiten, durch welche alle die Projekt-Verfassung und Ausführung betr. Vorfragen erledigt sind.

2. Sorgfältige und spezialisirte Bearbeitung aller Grundlagen des Vertrages, welche auch in ausreichender Weise die Grundlagen der Ausführung bilden müssen: der Projekt-Zeichnungen, Berechnungen, Leistungs-Verzeichnisse, Bau-Beschreibungen und -Bedingnisse, dergestalt, dass Aenderungen während der Bauausführung, welche in die Dispositionen des Unternehmers eingreifen und Differenzen über das Maass der Leistungen, die Verpflichtungen und Garantien hervor rufen können, als ausgeschlossen erscheinen.

Speziell für grosse Bauausführungen mit vielen Risiken ist zudem erforderlich:

3. Dass das Werk in solchem Umfange vergeben werde, dass der Unternehmer im Stande ist, seine Leistungsfähigkeit voll zu entwickeln, um etwaige Verluste an einzelnen Punkten durch grössere Gewinne an anderen Punkten auszugleichen.

Als Mängel der General-Entreprise sind nicht zu verkennen:

1. Förderung der Kapitalmacht gegenüber der Arbeit; Beeinträchtigung des Produzenten und oft auch der Leistung durch die Ansprüche einer Zwischen-Instanz.

2. Der Fortfall der Wechselbeziehung zwischen dem bauausführenden Techniker und dem Verfertiger oder Lieferanten.

3. Verzögerung des Beginns der Bauarbeit durch die erforderliche, sehr weit gehende spezialisirte Durcharbeitung des Projekts vor der Vergebung.

4. Abhängigkeit des Gelingens der ganzen Bauunternehmung zu einem sehr grossen Theil von der Tüchtigkeit und Zuverlässigkeit einer einzigen Person.

5. Beschränkung des Kreises der konkurrenzfähigen Personen, weil dem Unternehmer ein relativ grosses Betriebskapital zur Verfügung stehen muss.

6. Oft eine Vertheuerung der Leistung in Folge des Hinzutritts des Unternehmer-Gewinns und der unvermeidlichen Uebernahme grosser Risiken Seitens des Leiters derselben.

Empfehlenswerth ist die Verdingung in General-Entreprise meist dann, wenn das Bauobjekt einfach, klar feststellbar ist, der Schwerpunkt des Gelingens der Ausführung mehr in der Disposition der Arbeit als in handwerksmässiger Kunstfertigkeit liegt und die Ausführung des Werkes nur auf der Baustelle oder in einer einzigen Werkstätte stattfindet, so dass während der ganzen Arbeit eine Kontrolle derselben durchführbar ist.

Grosse Vorsicht ist bei Abtrennung einzelner Material-Lieferungen, insbesondere dann erforderlich, wenn der Unternehmer an der nicht sachgemässen Verwendung solcher interessirt ist oder interessirt sein kann, wie z. B. bei Lieferung der Mörtelmaterialien durch die Bauverwaltung unter Vergebung der Steinlieferung an den General-Unternehmer.*) Findet die Vergebung incl. Material-Lieferung statt, so ist ein Einheitspreis für Arbeit incl. Material fest zu stellen, da die getrennte Berechnung der Materialien unter Zugrundelegung gewisser Einheitssätze für die Verwendung zu grossen Unzuträglichkeiten Veranlassung geben kann.

Ist das Werk komplizirt, wie die fertige Herstellung eines grösseren Hochbaues, so stellt sich, trotz grösster Sorgfalt und Vorsicht bei der Abfassung des Vertrages und der Grundlagen desselben, die General-Entreprise dennoch immer als eine Angelegenheit grossen gegenseitigen Vertrauens dar; diese Seite des Verhältnisses tritt in verstärktem Maasse in den Vordergrund bei der schliesslichen Abwickelung des Geschäfts, da dieselbe zur befriedigenden Erledigung eine gewisse Coulanz beider Seiten zur Voraussetzung hat.

2. Berechnungsweise oder Bezahlungs-Modus der Leistungen.

Die Leistungen können bezahlt werden:

*) Vergl. u. a: Deutsche Bauzeitg. 1883 S. 562; 1884 S. 51, 282 ff.

a. Nach Einheitspreisen.

Hierbei ist unerlässliche Bedingung, dass Arbeiten u. Lieferungs-Objekte — für welche eine Preisliste (Anschlag) vorhanden sein muss — genau präzisirt sind.

Die Vortheile dieser Bezahlungsweise für die Bauverwaltung sind, dass dieselbe unbehindert ist, noch während der Bauausführung zweckentsprechende Aenderungen am Bauprojekte vorzunehmen und dass der Unternehmer, weil sein Risiko ermässigt ist, die Preise niedriger stellen kann.

Mängel, welche die Bezahlung nach Einheitssätzen für die Bauverwaltung mit sich bringt, bestehen darin, dass jene — falls ein spezieller Kostenanschlag nebst Massenberechnung fehlt — über die Höhe der Baukosten im unklaren bleibt und dass nicht unerhebliche Mühe und Kosten für die Beaufsichtigung der Bau-Ausführung aufzuwenden sind.

So gebräuchlich und zweckmässig die Bezahlung nach Einheitspreisen bei gehörig vorbereiteten Ausführungen des Hochbaues ist, so wenig erwünscht ist dieselbe dem Unternehmer für grössere Ausführungen bei Tiefbauten (Erdarbeiten u. dergl.), weil die Bauverwaltung im Stande ist, den Schwerpunkt der Entreprise auf Leistungen zu werfen, deren Betonung den Interessen des Unternehmers zuwider läuft. Auch erwachsen dem Unternehmer leicht Hindernisse in der freien Disposition über seinen Arbeits-Apparat.

b. Mittels Pauschal-Summen.

Diese Berechnungsweise erscheint nur statthaft wenn das Projekt nebst allen seinen Grundlagen in detaillirter Ausarbeitung vorliegt, wenn namentlich bei Ausführung von Erdarbeiten aller Art die Voruntersuchungen so vollständig und erschöpfend gemacht sind, dass eine genaue Veranschlagung der Baukosten möglich ist. Da diese Voraussetzungen nur selten zutreffen, so ist die Bezahlung nach Pauschalsätzen für grössere Unternehmungen nur wenig geeignet. Der Unternehmer ist gezwungen für sein Risiko, eine gewisse Entschädigung in Rechnung zu bringen, d. h. den Bau zu vertheuern.

3. Ermittelung des Unternehmers.

Wenn die Verdingungsart einer Bauausführung bestimmt ist, erübrigt die Ermittelung eines geeigneten Unternehmers.

a. Die Vergebung aus freier Hand.

Sie erfolgt durch Uebertragung der betr. Leistung Seitens des Bauleitenden an einen nach sachlichem Ermessen ausgewählten Unternehmer. Während bei Privatbauten dieser Modus der gewöhnlich befolgte ist darf derselbe bei öffentlichen Bauausführungen nur ausnahmsweise zur Anwendung gebracht werden, abgesehen von Werken geringen Umfangs, die eine gewisse Maximalsumme — welche in den verschiedenen Verwaltungen sehr ungleich fixirt ist — nicht überschreiten.

b. Das Unterbietungs-Verfahren.

Dasselbe kann auf 3 verschiedene Weise durchgeführt werden:

α. Das mündliche sogen. Lizitations-Verfahren.

Bei einem solchen werden die Angebote von den in einem besonderen Termin erschienenen Unternehmern zu Protokoll gegeben, nachdem sie Kenntniss vom Anschlag und den Anschlagspreisen erhalten haben. — Dies Verfahren wird in Deutschland nicht mehr allzu häufig angewendet. In Frankreich ist dasselbe noch heute in Uebung mit der Maassgabe, dass die Lizitation geschlossen wird in dem Augenblicke wo eine brennende Kerze von vorschriftsmässiger Länge und Gewicht aufgezehrt ist und der letzte Abbieter bedingungslos den Zuschlag erhält.

β. Das Submissions-Verfahren.

Bei demselben werden schriftliche Offerten der Unternehmer auf Grund von Bedingungen, Zeichnungen, Probestücken, Leistungs-Verzeichnissen versiegelt abgegeben und in einem bestimmten Termine, zu welchem den Submittenten in der Regel Zutritt gewährt ist, eröffnet. Die Vergebung der Arbeit erfolgt entweder an den Mindestfordernden, oder an einen aus der Zahl der Mindestfordernden, oder auch nur nach Maassgabe der als annehmbarste erscheinenden Offerte.

Das Verfahren heisst:

1. beschränkt, wenn eine begrenzte Anzahl als zuverlässig bekannter Unternehmer direkt zur Abgabe von Offerten veranlasst wird.

2. öffentlich, wenn auf Grund von öffentlich erlassenen Bekanntmachungen eine unbegrenzte Zahl von Bewerbern zur Betheiligung eingeladen wird.

4. Anwendbarkeit der Verfahrungsweisen ad 3.

a. Die freihändige Vergebung.

Dieselbe empfiehlt sich wenn es sich um Leistungen von besonderer Güte oder Kunstfertigkeit handelt, oder um solche Arbeiten, deren Herstellung eine sogen. Spezialität bildet. Nothwendig ist dieses Verfahren meist dann wenn es sich um Gegenstände handelt, deren Ausführung unter Patent- oder Musterschutz steht. Gerechtfertigt erscheint dasselbe, wenn Gefahr im Verzuge ist und bestimmte Arbeiten oder Lieferungen mit einer Eile beschafft werden müssen die es verbietet, einen der beiden anderen Wege einzuschlagen. Unvermeidlich dann, wenn das Vertrags-Objekt vorher nicht genau zu definiren ist, sondern in seinen Einzelheiten durch Verhandlung mit den Offerenten fest gestellt werden muss.

b. Das Lizitations-Verfahren.

Dasselbe sollte nur angewandt werden bei der Vergebung kleiner zum voraus genau übersehbarer Bauarbeiten oder Material-Lieferungen. Der Vorzug, der in der einfachen Form des Verfahrens liegt, wird kompensirt durch die von der mündlichen Unterbietung zu erwartende Folge, dass die ruhige Vorerwägung der Preise in den Hintergrund gedrängt wird von Spekulations-Rücksichten und anderen der Sache fremden Motiven. Bei wirklich technischen Leistungen ist das Unterbietungs-Verfahren, gegen das auch die Unternehmer im allgemeinen misstrauisch sind, unbedingt zu verwerfen; bei einfachen Lieferungen kleinen Umfangs z. B. Feldstein-Lieferungen etc. ist sein gelegentlicher Gebrauch zulässig.

c. Das Verfahren der beschränkten Submission.

Dasselbe wird in der Regel angewandt wenn der Kreis der Theilnehmer genau bekannt ist. Es ist in allen Fällen empfehlenswerth wo eine Leistung eine gewisse Geschicklichkeit, Kunstfertigkeit oder Zuverlässigkeit erfordert, wie z. B. bei vielen Gegenständen des Kunstgewerbes und der Maschinen-Industrie.

d. Das Verfahren der uneingeschränkten Submission.

Das Verfahren ist zu empfehlen:

1. Bei Unbekanntschaft mit dem Markt. 2. Bei einfacher Beschaffenheit der Leistungen oder Lieferungen, so dass deren Qualität mit ausreichender Sicherheit bei der Abnahme beurtheilt oder durch Proben fest gestellt werden kann. 3. Bei Leistungen grossen Umfangs, für die nur solche Bewerber auftreten können, die vermöge besonderer Einrichtungen etc. zur Ausführung befähigt sind. 4. Wo es sich darum handelt in der Oeffentlichkeit der Ausschreibung eine Kontrolle für das Verfahren der Vergebung zu schaffen.

5. Beurtheilung und Durchführung des Submissions-Verfahrens.

a. Prinzipielle Gesichtspunkte.

Litteratur. Denkschrift des Verbandes deutsch. Archit.- u. Ingen.-Verein über Vergebung von Bauarb. — Denkschrift des Vereins „Berliner Baumarkt" über Verdingung von Arbeiten und Lieferungen im öffentl. Bauwesen. — Vergebung öffentlicher Bauten und Lieferungen in Hamburg; Vorschläge des Arch.- u. Ingen.-V. daselbst. — Die uneingeschränkte Submission im Bauwesen. Berlin 1883; Verlag des Sekretariats des geschäftsführenden Ausschusses des Verbandes deutsch. Baugewerksmeister. — Müller. Die uneingeschränkte Submission im Bauwesen. Magdeburg 1884, Baensch. — W. Fleischer, Maurermeister in Marggrabowa. Konkurrenz-Schrift über die Verbesserung des Submissionswesens 1884; Selbstverlag d. Verf. — Tilp. Handbuch der allgemeinen und besonderen Bedingnisse. Wien 1875, Lehmann u. Wentzel. — Vogdt. Handhabung des Submissionswesens. Deutsch. Bauzeitg. 1883, S. 616. Schweizer. Bauzeitg. 1884. S. 22. Zirkul.-Erlasse d. preuss. Min. d. öffentl. Arb. v. 24. Juni 1880; Zeitschr. f. Bauw. 1880 u. Deutsch. Bauzeitg. 1880, S. 292. — H. Kosub u. G. Kosub. Der Büreau-Kassen- und Kalkulatur-Dienst b. Eisenb. Neub. Berlin 1884, F. Siemenroth.

Die Ermittelung des Unternehmers auf dem Wege öffentlicher Submission bildet die Regel bei der Vergebung von Leistungen für Bauten des Staats, der provinziellen Verwaltungen, Verbände, Genossenschaften und Kommunen.

Das Verfahren hat viele und berechtigte Angriffe erfahren; doch richten sich diese weniger gegen seine Anwendung überhaupt, sondern meist gegen die Modalitäten der Handhabung, die allerdings von grosser materieller Bedeutung sind.

In seinen den Beamten bindenden und beschränkenden Formen hat das Submissions-Verfahren den Zweck, die freie Konkurrenz der dem betr. Gewerbszweige angehörigen Unternehmer zu sichern, willkürliche und persönliche Begünstigungen von Unternehmern durch den Beamten auszuschliessen, damit aber auch den Letzteren selbst vor Verdächtigungen zu bewahren und so die Integrität des Beamtenstandes zu erhalten.

Nachtheile des Submissions-Verfahrens sind in der Praxis hervor getreten in Folge der überwiegend angewandten Vergebung *unterschiedslos an den Mindestfordernden*, die durch das Herabdrücken der Preise auch eine *Herabminderung der Qualität* der Leistungen vielfach zur Folge hat und eine Rückwirkung auf die Entwickelung der gewerblichen Technik und die Reellität des Gewerbestandes äussert.

Abgesehen von den Einflüssen, welche die speziellen Arbeits-Einrichtungen, geschäftlichen Verhältnisse und Beziehungen, die persönlichen Gewinn-Ansprüche des Unternehmers und dergl. auf die Preisstellung ausüben, kann die Preisdifferenz zwischen der niedrigsten Offerte gegen die übrigen veranlasst sein:

1. durch mangelhafte Kenntniss des Unternehmers von der geforderten Qualität der Leistung und den vollen Umfang der mit der Ausführung verbundenen Verpflichtungen und Risiken;

2. durch die in Aussicht genommene Möglichkeit, geringwerthigere Leistungen als die geforderten und die von den Konkurrenten beabsichtigten zur Abnahme zu bringen.

Beide gen. Ursachen wirken auf Herabdrückung der Preise bei der Submission in *ungesunder* Art u. Weise und müssen fern gehalten werden. Dazu ist zu fordern:

1. dass Umfang, Art und Qualität der Leistung durch die der Submission zu Grunde liegenden Leistungs-Verzeichnisse, Zeichnungen und Bedingungen derart klar gestellt werden, dass *alle Unternehmer ihre Offerten unter denselben Voraussetzungen und der gleichen Kenntniss des Sachverhaltes abgeben können*. So weit als thunlich ist eine scharfe Definition der Qualität der Leistung zu geben, auch die Einreichung von Proben event. von Zeichnungen u. Beschreibungen der offerirten Objekte zur Ergänzung der Offerte nothwendig.

2. dass die ausbedungenen Leistungen in der vorgeschriebenen Qualität *wirklich ausgeführt*, minderwerthige Leistungen und Lieferungen zurück gewiesen werden. Andererseits müssen Bedingungen und Vorschriften strenge vermieden werden, deren unbedingte Innehaltung entweder nicht beabsichtigt ist oder unter den gegebenen Umständen nicht mit Sicherheit durchführbar erscheint. Letzteres gilt auch in Bezug auf *Fabrikations-Prozesse*, über welche Vorschriften in den Bedingungen am besten fort bleiben.

3. In Rücksicht darauf, dass eine scharfe Präzisirung der Bedingungen und der Offerte oder eine absolut sichernde Kontrolle über Qualität nicht immer möglich ist, dass ferner alle Maassregeln gegen säumige und unreelle Unternehmer in Folge eintretender Verzögerungen fast immer mit *Nachtheilen* für die Bauausführung verknüpft sein werden, muss *die Persönlichkeit* des Unternehmers, seine fachliche Tüchtigkeit und Leistungsfähigkeit bei der Zuschlags-Ertheilung in Betracht kommen.

Aus gleichen Rücksichten ist auch zu empfehlen bei Einforderung von Proben die *Angabe der Bezugsquellen* und die Anbringung von Fabrikmarken auf den Materialien und Fabrikaten vorzuschreiben.

Nach den für Beurtheilung der Offerten gegebenen Kriterien sollte dann die Zuschlags-Ertheilung nicht *unbedingt* an die niedrigste sondern an die als *annehmbarste* erscheinende Offerte gebunden sein.

Oefter — wie namentlich auch in Preussen — gestatten die geltenden Vorschriften dem Beamten die Auswahl unter den 3 Mindestfordernden. Ist keine unter den 3 niedrigsten Offerten annehmbar, so wird die Submission als resultatlos angesehen und eine anderweite Submission ausgeschrieben. —

Beschränkte Submission. Es ist vielfach als Grundsatz ausgesprochen worden, dass in beschränkten Submissionen unter allen Umständen der Mindestfordernde den Zuschlag erhalten müsse, aus dem Grunde, dass die zugezogenen Unternehmer eben mit Rücksicht auf die bekannte Tüchtigkeit ihrer Leistungen ausgewählt wurden, unter den Offerten daher was *Qualität* der Leistung anbetrifft bis zu dem erforderlichen Grade Gleichwerthigkeit vorhanden sei.

Es ist indessen zu erwägen, dass dennoch ein gewisser Spielraum in Bezug auf die Qualität der beabsichtigten Leistung meist vorliegen wird und es sollte daher im allgem. auch bei der beschränkten Submission die Zuschlags-Ertheilung an die *annehmbarste* unter den eingelaufenen Offerten geknüpft sein. (Wozu auch die preuss. Vorschriften v. 24. Juni 1880 die Möglichkeit gewähren.)

b. Formales.

α. Grundlagen der Submission und des Vertrags-Abschlusses.

Es sind dies folgende:

1. Das Leistungs-Verzeichniss. Dasselbe wird gewöhnlich durch einen Extrakt aus dem Kostenanschlage dargestellt, dessen Fassung Rücksicht auf diese spätere Verwendung nehmen muss.

2. Die Zeichnungen. Sie müssen so vollständig hergestellt werden, dass alle auf die Preisstellung Einfluss nehmenden Details klar gestellt sind und dass irgend welche wesentliche Aenderungen derselben während der Bauausführung ausgeschlossen sind.

3. Allgemeine Bedingungen. Sie enthalten die allgemeinen Grundsätze und in Aussicht zu nehmenden Vereinbarungen über die gegenseitigen Verpflichtungen der Kontrahenten.

4. Spezielle Bedingungen. Dieselben präzisiren die mit Uebernahme der betr. Ausführung verbundenen Verpflichtungen in Bezug auf Art und Qualität der Leistung, Termine, Garantie etc.

Oft werden noch beigegeben:

5. Bedingungen für die Betheiligung an der Submission, welche die Vorschriften über Form und Einreichung der Offerten, die Formalitäten der Submittirung, Verzeichniss der einzureichenden Proben etc. enthalten; diese Schriftstücke werden häufig mit einem der Schriftstücke sub 3 u. 4 verbunden.

Für alle angegebenen Schriftstücke, sowie für die Offerte des Unternehmers soll die Form derartig gewählt sein, dass dieselben unmittelbar dem Kontrakte einverleibt werden können. Sie müssen übersichtlich, knapp und präzise abgefasst und frei von „auslegbaren" Bestimmungen sein.

β. Die Ausschreibung; der Termin; die Offerte etc.

Die durch öffentliche Ausschreibung entstehenden Kosten trägt die ausschreibende Behörde, nur bei einzelnen Verwaltungen — missbräuchlich — der Unternehmer. — Für die der Ausführung des Baues zu Grunde zu legenden Zeichnungen, Bedingungen haben die Bewerber gewöhnlich die Selbstkosten zu entrichten.

Die öffentliche Bekanntmachung muss folgende Angaben enthalten:

Bezeichnung des Gegenstandes und Umfang der Leistung (Anschlags-Summe oder veranschlagte Massen); diese Angabe wird leider vielfach vermisst.

Bezeichnung der Dienststelle, bei welcher die Zeichnungen und Bedingungen ausliegen und welche kostenfrei oder gegen Erstattung der Druckkosten die Versendung bewirkt, sowie Zeit der Einsichtnahme.

Form der Offerten: Versiegelt, mit Aufschrift (auf der Rückseite eines mit der Post zu versendenden Briefes): Submission auf etc.

Ort, Tag und Stunde des Termins. Unterschrift: Ort, Datum, Bezeichnung der ausschreibenden Behörde.

Bei engeren Submissionen erhalten die Unternehmer die betr. Schriftstücke kostenfrei zugesandt, gleichzeitig mit den Aufforderung zur Betheiligung.

Vergebung; Ansetzung des Submissions-Termins. — Zwischen der Bekanntmachung und dem angesetzten Termin muss ein Zeitraum von einiger Dauer — der Wichtigkeit des Objekts entsprechend — verbleiben, damit die Unternehmer sich über alle einschlägigen Verhältnisse gehörig informiren können. In der Regel wird für kleinere Arbeiten und leicht zu beschaffende Lieferungen eine Frist von 14 Tagen ausreichend sein, während für grössere Unternehmungen 4—6 Wochen erforderlich sind.

Ort der Termin-Abhaltung. — Derselbe soll möglichst nahe dem Orte der Bauausführung gewählt werden, um unnöthige schriftliche Arbeiten und Missverständnisse zu vermeiden. Nur an dem in der Bekanntmachung genannten Orte darf die Eröffnung der Offerten vorgenommen werden.

γ. Form der Offerte.

Es erfolgt entweder ein Abgebot in Prozenten der Anschlags-Summe oder der Unternehmer offerirt Einheitspreise, welche er in das ihm übergebene Leistungs-Verzeichniss einsetzt und unter deren Zugrundelegung der Geldbetrag der Gesammtleistung von ihm berechnet wird. Wenn auch der erstere Modus mancherlei Bequemlichkeiten für den Beamten mit sich bringt, verdient doch der letztere den Vorzug, da bei dem ersteren Verfahren allen Theilen die wichtige Kenntniss

der Preisbewegung verloren geht. Mitunter wird ein Offerten-Formular benutzt; dies Verfahren empfiehlt sich namentlich bei Objekten deren Leistungs-Verzeichniss nur wenige einfach formulirte Positionen umfasst, wie bei Material-Lieferungen; es kann dann das Leistungs-Verzeichniss mit enthalten. Die Offerten sind versiegelt einzureichen, beigegebene Proben zu bezeichnen und zu besiegeln.

Voraussetzung der Gültigkeit der Offerte ist: dass dieselbe frei von Vorbehalten sei, ebenso frei von Alternativ-Geboten (falls solche nicht ausdrücklich gefordert sind). Der Anbietende muss sämmtliche Grundlagen der Offerte, die Bedingungen, Zeichnungen, Proben durch Unterschrift bezw. Besiegelung der diesbezüglichen schriftlichen Erklärung als für ihn bindend anerkannt haben. Endlich muss die Offerte rechtzeitig eingehen; als nicht rechtzeitig abgeliefert sind solche Gebote anzusehen, welche nach stattgefundener Eröffnung der ersten Offerte im Submissions-Termin noch eintreffen; Nachgebote sind unter allen Umständen ungültig. Billigerweise sollten diejenigen Offerten noch gültig sein, bei welchen der Verfasser den Nachweis führen kann, dass dieselben so frühzeitig abgefasst und abgesandt worden sind, dass sie bei regelmässiger Bestellweise vor der Termins-Eröffnung an dem bestimmten Orte hätten abgegeben werden müssen, bei denen also ein zufälliges Transport-Hinderniss die Ursache des verspäteten Eingangs bildet.

Submissions-Protokoll. In dem fest gesetzten Termin, welcher in Gegenwart der erschienenen Bewerber abzuhalten ist, hat die Eröffnung der eingegangenen Offerten und die Aufnahme eines amtlichen Protokolls über das Ergebniss zu erfolgen. Das Protokoll erhält etwa folgende Form:

Submissions-Protokoll.

Verhandelt (Ort, Datum, Jahreszahl.)

In dem heute anstehenden Submissions-Termin zur Vergebung der Arbeiten waren Offerten eingegangen, deren Eröffnung um Uhr Vormittags stattfand. Darnach übernehmen die Arbeit:

1. (Name) für
2. do. „
3. do. „

(Folgen die Mit-Unterschriften der Anbietenden.)

Die Zuschlags-Ertheilung erfolgt schriftlich etwa in folgender Form:

An den Herrn

Mit Bezug auf die am ten d. J. eingereichte Offerte wird Ihnen hiermit der Zuschlag ertheilt zur mit dem Bemerken, dass der Kontrakt Ihnen in den nächsten Tagen zur Vollziehung zugesendet werden wird.

Zuschlagsfristen. Fristen, während welcher Anbietende an ihre Offerte gebunden sind, sollen, um jene nicht zu schädigen, kurz sein. In der Regel genügt für Objekte mit umfangreichem Offerten-Material oder, falls die Entschliessung höherer Instanzen einzuholen ist, ein vierwöchentlicher, für die übrigen Objekte ein vierzehntägiger Zeitraum.

6. Auszug aus den Submissions-Bedingungen für die öffentl. Vergebung von Arbeiten u. Lieferungen der preuss. Bauverwaltung.*)

§ 1. Persönliche Fähigkeit der Submittenten. Voraussetzung für die Uebertragung ist: Bietung hinreichender Sicherheit für die pünktliche und vollständige Erfüllung aller zu übe nehmenden kontraktlichen Verbindlichkeiten.

§ 2. Form und Inhalt der Offerten. Die Offerten sind von den Submitt. unterschrieben frankirt und versiegelt, mit der in der Subm.-Ausschreibung geforderten Ueberschrift versehen, bis zu dem dort angegebenen Termin einzureichen. Benutzung eines Offerten-Formulars, falls ein solches vorgeschrieben ist. Die Offerten müssen enthalten: 1. die ausdrückliche Erklärung, dass der Submitt. sich den sämmtlichen Bedingungen, welche der Submission zu Grunde gelegt sind, unterwirft; 2. die Angabe des geforderten — Preises auch in Buchstaben — u. z. sowohl die Angabe der Preise für die Einheiten, als auch der Gesammtforderung. Stimmt die Gesammtforderung mit den Einheitspreisen nicht überein, so sollen die letzteren maassgebend sein, sofern nicht vom Unternehmer eine anderweite Erklärung ausdrücklich abgegeben ist; 3. die genaue Bezeichnung und Adresse der Submitt. Gemeinschaftlich bietende Personen haften solidarisch und haben gleichwie bietende Gesellschaften einen zur Geschäftsführung Bevollmächtigten zu bezeichnen; 4. die Angabe, wie die nach Maassgabe der speziellen Bedingungen etwa einzureichenden Proben bezeichnet sind; die Proben müssen ebenfalls vor dem Subm.-Termin eingesandt und derartig gezeichnet sein, dass sich sofort erkennen lässt, zu welcher Offerte sie gehören. Offerten, welche den obigen Vorschriften nicht entsprechen, durch Abänderungen oder Einschränkungen modifizirt sind, insbesondere auch Nachgebote, haben keinen Anspruch auf Berücksichtigung.

*) Vorschriften über die Vergebung von Leistungen und Lieferungen im Ressort des preuss. Ministeriums der öffentlichen Arbeiten v. 24. Juni 1880.

§ 3. Wirkung der Offerten. Die Submitt. bleiben von dem Tage der Einreichung der Offerte bis zum Ablauf der in den speziellen Bedingungen fest gesetzten Zuschlagsfrist und der in § 6 vorbehaltenen Benachrichtigungs-Frist an ihre Offerten gebunden. Der Submitt. unterwirft sich mit Abgabe der Offerte in Bezug auf alle gegen ihn daraus resultirenden Ansprüche und Forderungen der Gerichtsbarkeit des Orts, an welchem die Behörde ihren Sitz hat und woselbst auch er — juristisches — Domizil nehmen muss.

§ 4. Eröffnung der Offerten. Die Eröffnung der Offerten erfolgt zu der in der Einladung zur Submission angegebenen Stunde und in Gegenwart der etwa erschienenen Submittenten.

§ 5. Berücksichtigung der Offerten. In der Subm.-Ausschreibung wird bekannt gemacht, ob die Behörde dem qualifizirten Mindestfordernden den Zuschlag ertheilen will, oder ob sie sich die Auswahl unter den drei Mindestfordernden vorbehält. Für alle Ausschreibungen wahrt die Behörde sich die Befugniss, falls keins der Gebote für annehmbar befunden wird das Verfahren aufzuheben.

§ 6. Ertheilung des Zuschlags. Der Zuschlag wird von der oder von der Dienststelle, welche die Subm. ausgeschrieben hat, ertheilt und ist mit bindender Kraft erfolgt, wenn die Benachrichtigung davon innerhalb der Zuschlagsfrist als Depesche oder Brief dem Telegraphen- oder Postbüreau zur Beförderung an die in der Offerte angegebene Adresse aufgegeben worden ist.

Nachricht an diejenigen Submittenten, welche den Zuschlag nicht erhalten, wird nur in dem Falle ertheilt, dass dieselben bei Einreichung der Offerte unter Beifügung des erforderl. Frankatur-Betrages ihren desfalsigen Wunsch zu erkennen geben. Die Proben werden nur dann zurück gegeben, wenn dies in der Offerte ausdrücklich verlangt wird und erfolgt alsdann die Rücksendung auf Kosten des betr. Submittenten.

§ 7. Vertrags-, Abschluss- u. Submissions-Kosten. Auf Erfordern der ist Unternehmer verpflichtet, über das durch die Ertheilung des Zuschlags zu Stande gekommene Rechtsgeschäft einen schriftlichen Vertrag abzuschliessen und seine Unterschrift notariell oder gerichtlich beglaubigen zu lassen. Hierbei hat der Unternehmer die der Unternehmung etwa zu Grunde liegenden Zeichnungen und Nachweisungen, die er bereits durch die Offerte anerkannt hat, noch ausdrücklich durch Unterschrift anzuerkennen.

Die Kosten der Ausschreibung übernimmt die Behörde. Beding.-Formulare, Anschlags-Extrakte u. Zeichnungen verabfolgt dieselbe den Bietern auf Anfordern u. gegen Erstattung der Selbstkossten.

7. Kontrakts-Bedingungen.*)

a. Die allgemeinen Bedingungen.

Dieselben betreffen:

1. Das persönliche Verhältniss des Unternehmers zur Baubehörde;
2. die finanziellen Verpflichtungen des Unternehmers und der Behörde in Erfüllung des Vertrags;
3. die Rechte und Pflichten der Baubehörde bei Leitung der Bau-Ausführung und
4. die sachlichen Verpflichtungen des Unternehmers bei der Bau-Ausführung.

Wie sich aus dieser Zusammenstellung ergiebt, können die allgemeinen Bedingungen, je nachdem sie von Staats- oder Kommunal-Behörden aufgestellt sind, und je nach den lokalen Verhältnissen in den mannigfachsten Formen gehalten sein; indessen stimmen sie in den Grundzügen allenthalben nahezu überein.

Als Direktiven, die sich zu allgemeinerer Anwendung eignen, sollen hier diejenigen allgemeinen Bedingungen eine Stelle finden, die vom preussischen Ministerium der öffentl. Arbeiten unterm 24. Juni 1880 zunächst mit Gültigkeits-Erklärung für die Hochbau-Ausführungen der Staats-Verwaltung erlassen worden später aber auf sonstige Zweige der staatlichen Bauthätigkeit (Wasser-Wegebau- etc. Verwaltung) erstreckt worden sind.

Diese Vorschriften haben folgenden Wortlaut:

§ 1. Für die Art und den Umfang der Leistungen sind in 1. Linie die dem Bauplan zu Grunde gelegten Zeichnungen nebst dem Anschlage und dessen Unterlagen bestimmend, mit der Maassgabe, dass Aenderungen der darin enthaltenen Vordersätze oder sonstige Abweichungen vom Bauplan nach dem Bedürfnisse, wie es bei der Bauausführung hervor treten sollte, der Bauverwaltung vorbehalten bleiben.

§ 2. Für das Mehr oder Minder, welches vom Unternehmer geleistet wird, ist die Vergütung, welche ihm zusätzlich zu gewähren ist, bezw. der Abzug, den er zu erleiden hat, nach den ihm für die übernommenen Lieferungen resp. Leistungen vertragsmässig zustehenden Einheitspreisen zu berechnen.

§ 3. Die Vereinbarung von Mehrlieferungen oder Leistungen soll ein Zehntel, bei marktgängigen Materialien ein Zwanzigstel der vertragsmässigen Mengen nicht übersteigen, sofern der Unternehmer nicht freiwillig bereit ist, auf eine weiter gehende Aenderung einzugehen. Desgleichen muss sich Unternehmer eine Herabsetzung seiner Lieferung resp. Leistung um ein Zehntel ohne Anspruch auf Entschädigung gefallen lassen. Beträgt dagegen die Herabsetzung mehr als ein Zehntel so hat der Unternehmer Anspruch auf Ersatz des ihm durch diese weitere Herabsetzung zugefügten unmittelbaren Schadens, der mangels gütlicher Einigung vom Schiedsgericht fest zu setzen ist.

§ 4. Die Vergütung von Tagelohns-Arbeiten erfolgt in allen Fällen nach den vertragsmässig stipulirten Lohnsätzen.

*) Vergl. Tilp. Handbuch der allgemeinen und besonderen Bedingnisse. Wien 1875 und Paulus. Bau- u. Ausrüstung der Eisenbahnen. Stuttgart 1882, J. Maier.

§ 5. Der Unternehmer bleibt an die vereinbarten Einheitspreise auch dann gebunden, wenn die Arbeitslöhne, Fuhrlöhne oder Materialien-Preise während der Ausführung der Entreprise steigen sollten.

§ 6. Mehr- oder Minderleistungen aller Art, sowie sonstige Abweichungen von den Grundlagen des Vertrages (§ 1) darf der Unternehmer nicht einseitig vornehmen, vielmehr bedarf es dazu stets der ausdrücklichen schriftlichen Anordnung oder Genehmigung seitens des bauleitenden Beamten.

Die Bauverwaltung ist befugt jede solche einseitig von dem Unternehmer bewirkte Leistung auf dessen Gefahr und Kosten wieder beseitigen zu lassen, auch Schadloshaltung von ihm zu verlangen für etwaige Nachtheile, welche durch diese Abweichungen für die Bauverwaltung entstanden sind. Keinenfalls ist der Unternehmer befugt, aus dergleichen Abweichungen Nachforderungen in irgend einer Weise herzuleiten.

§ 7. Die Entschädigung für Arbeiten und Leistungen, die abweichend vom Bauplane oder Anschlage Seitens der Bauverwaltung angeordnet werden, für welche aber weder in der Preisliste noch im Anschlage direkte Preisansätze sich vorfinden, erfolgt in billigem Verhältnisse zu den vertragsmässig stipulirten Preisen. Die entsprechenden Entschädigungs-Sätze sind jedoch, so weit möglich, vor Inangriffnahme der Arbeit schriftlich zu vereinbaren.

Im Falle, dass zwischen dem bauleitenden Beamten und dem Unternehmer eine Einigung über die Entschädigungs-Sätze nicht erzielt wird, tritt das in § 25 vorgesehene Verfahren ein.

Alle Ansprüche aus besonders zu bezahlenden Nebenleistungen muss der Unternehmer längstens in Monatsfrist nach geschehener Leistung dem bauleitenden Beamten spezifizirt anmelden, widrigenfalls seine Ansprüche auf Entschädigung dafür erlöschen.

§ 8. Mit den Arbeiten und Lieferungen muss der Unternehmer, sofern die speziellen Bedingungen nicht etwas anderes enthalten, spätestens 14 Tage nach der schriftlichen Aufforderung beginnen und dieselben in den im Vertrage bedungenen Fristen beendigen.

Sollte der der schriftlichen Aufforderung entsprechende, rechtzeitige Beginn oder die Fortführung der übernommenen Leistungen dadurch behindert werden, dass andere Unternehmer mit den von ihnen übernommenen Leistungen noch nicht weit genug vorgeschritten sind, so muss die Inangriffnahme und Fortführung auch ohne besondere weitere Aufforderung unverzüglich erfolgen, sobald jenes Hinderniss beseitigt ist. Ob dergleichen Umstände, welche eine Verzögerung der Inangriffnahme oder Fortführung der Arbeiten oder Lieferungen rechtfertigen, vorliegen, hat der bauleitende Beamte zu ermessen.

Der Umfang des ausgeführten Theils der Leistung resp. Lieferung muss stets im richtigen Verhältniss zu den bedungenen Vollendungsfristen stehen. Die Zahl der zu verwendenden Arbeitskräfte und Geräthe, sowie die Vorräthe an Material müssen daher allzeit den übernommenen Leistungen entsprechen.

§ 9. Die Behörde ist befugt, dem Unternehmer die Arbeiten und Lieferungen ganz oder theilweise zu entziehen und den noch nicht vollendeten Theil des Unternehmens auf seine Gefahr und Kosten durch einen anderen Unternehmer ausführen zu lassen oder selbst für seine Rechnung zu vollenden wenn seine Leistungen untüchtig sind oder nicht im richtigen Verhältniss zu der bereits verlaufenen Zeit stehen, so dass die Besorgniss gerechtfertigt ist, er werde das Unternehmen nicht vorschriftsmässig oder doch nicht in der fest gesetzten Frist den kontraktlichen Bestimmungen gemäss vollenden, sofern nicht der Unternehmer auf die erste Aufforderung der Behörde innerhalb der von derselben gestellten Frist die bemängelten Lieferungen und Leistungen durch bedingungsgemässe ersetzt, resp. die Lieferung und Leistung in der verlangten Weise beschleunigt. Macht die K. Behörde von diesem Rechte Gebrauch, was sie dem Unternehmer durch eingeschriebenen Brief bekannt giebt, so werden die bis zu diesem Zeitpunkt vertragsmässig ausgeführten Leistungen durch den leitenden Beamten unter oder ohne Mitwirkung des Unternehmers — welcher rechtzeitig dazu aufgefordert werden wird — nach den Vertragspreisen fest gestellt.

Nach beendigter Arbeit oder Lieferung wird, unter Berücksichtigung des Werthes des von dem Unternehmer Geleisteten und unter Ermittelung des Ersatzes der durch die Säumniss herbei geführten Schäden und Nachtheile, von der Behörde eine Kostenrechnung aufgestellt und dem Unternehmer mitgetheilt.

Letzterer hat die sich danach etwa ergebenden Mehrkosten der Behörde zu ersetzen, bezw. bei der nächsten Abschlags-Zahlung oder durch Rückgriff auf die Kaution sich abziehen zu lassen.

Etwaige Seitens des Unternehmers in Folge der Arbeits-Entziehung zu erhebende vermögensrechtliche Ansprüche sollen der Entscheidung des Schiedsgerichts vorbehalten bleiben.

Wenn die besonderen Bedingungen für den Fall der Verzögerung der Vertrags-Erfüllung eine Konventionalstrafe fest setzen, so gilt zugleich als ausbedungen, dass die Konventionalstrafe nicht für erlassen zu erachten ist wenn die nachträgliche Erfüllung ganz oder theilweise ohne Vorbehalt angenommen wird. Im Falle der Entziehung der Arbeit oder Lieferung soll die etwa mit Bezug auf fest gesetzte Einzelfristen verfallene Konventionalstrafe in Anrechnung gebracht werden.

§ 10. Glaubt der Unternehmer sich durch die Behörde in der Ausführung der ihm übertragenen Arbeiten oder Lieferungen behindert, so hat er derselben hiervon Anzeige zu machen und nöthigen Falls zunächst eine Verlängerung der bedungenen Vollendungsfrist zu beantragen. Unterlässt er diese Anzeige, so kann er später aus einer solchen Behinderung einen Anspruch auf Schadenersatz nicht herleiten.

Sollte im Fortgange des Baues durch mindestens mässiges Verschulden der Verwaltung eine Unterbrechung oder überhaupt eine Abstandnahme von der Bauausführung eintreten, so hat der Unternehmer ausser auf vertragsmässige Bezahlung derjenigen Leistungen, welche etwa vor dem Eintritt der Unterbrechung und bei etwaiger Wiederaufnahme der Arbeit nach der Sistirung bewirkt worden sind, nur Anspruch auf Ersatz des von ihm nachzuweisenden, event. durch Schiedsspruch (§ 25) fest zu setzenden unmittelbaren Schadens. Eine Entschädigung für den mittelbaren Schaden und entgangenen Gewinn kann vom Unternehmer nicht verlangt werden. Dauert die Unterbrechung länger als 6 Monate, so steht es jedem der Konkurrenten frei, vom Vertrage zurück zu treten. Die Kündigung

muss aber schriftlich und spätestens 14 Tage nach Ablauf jener 6 Monate angebracht werden; andern Falls läuft der Vertrag unter gleichen Bedingungen weiter; jedoch wird der kontraktliche Vollendungs-Termin um eben so viel hinaus geschoben als die Sistirung gedauert hat.

Bei der durch Zufall oder durch besondere, von dem Willen der Behörde oder des Unternehmers unabhängige Verhältnisse herbei geführten Unterbrechung der Bauausführung oder Abstandnahme von derselben bleibt die Entscheidung über etwaige, von den Kontrahenten erhobene Ersatzansprüche in Ermangelung gütlicher Vereinbarung dem Schiedsgerichte vorbehalten.

§ 11. Die Arbeitsleistungen müssen den besten Regeln der Technik und den besonderen Bestimmungen des Anschlags und Vertrages entsprechen und dürfen zur Sicherstellung dessen nur tüchtige und geübte Arbeiter beschäftigt werden. Arbeitsleistungen, welche der bauleitende Beamte obigen Bedingungen nicht entsprechend findet, sind sofort, und unter Ausschluss der Anrufung eines Schiedsgerichts, zu beseitigen und durch untadelhafte zu ersetzen. Für hierbei entstehende Verluste an Materialien hat der Unternehmer den Baufonds zu entschädigen.

Arbeiter, welche nach dem Urtheile des bauleitenden Beamten untüchtig sind, müssen entlassen und durch tüchtige ersetzt werden.

Materialien, welche nicht dem Anschlage, den speziellen Bedingungen und den eingereichten Proben entsprechen, sind auf Anordnung des bauleitenden Beamten innerhalb einer von ihm zu bestimmenden Frist von der Baustelle zu beseitigen.

§ 12. Alle vereinbarten Arbeitslöhne verstehen sich unter Einrechnung der Entschädigung für Werkzeuge und Geräthe; in den übrigen Preissätzen sind ferner einbegriffen die Entschädigung für die Vorhaltung und Unterhaltung der Gerüste oder ähnlicher Arbeits-Vorrichtungen, sowie für das Heranschaffen der zu den Bauarbeiten erforderlichen Materialien aus den auf der Baustelle befindlichen Lagerplätzen nach der Verwendungsstelle am Bau. Die Bewachung und Aufbewahrung aller dieser Gerüste, Werkzeuge etc. ist Sache des Unternehmers. Für die Tüchtigkeit und Stärke der Rüstungen trägt derselbe die ausschliessliche Verantwortung. Auf Anordnung des bauleitenden Beamten ist derselbe gleichwohl verpflichtet, die Ergänzung oder Verstärkung derselben unverzüglich und auf seine Kosten zu bewirken.

Rüstungen, welche ein Unternehmer vertragsmässig herzustellen übernommen hat, sind auch andern Bauhandwerkern so lange unentgeltlich zur Benutzung zu überlassen, als sie zum Zweck der von Ersteren übernommenen Arbeiten erforderlich sind. Doch ist derselbe nicht verpflichet, auf seine Kosten Aenderungen an denselben im Interesse der bequemeren Benutzung Seitens der übrigen Bauhandwerker, vorzunehmen.

§ 13. Der Unternehmer oder dessen Vertreter muss sich auf Anforderung des bauleitenden Beamten auf der Baustelle einfinden so oft nach dem Ermessen des letzteren die zu treffenden baulichen Anordnungen ein mündliches Benehmen auf der Baustelle erforderlich machen. Die sämmtlichen auf dem Bau beschäftigten Leute des Unternehmers sind bezüglich der Bauausführung und der Aufrechthaltung der Ordnung auf dem Bauplatze den Anordnungen des leitenden Beamten resp. dessen Stellvertreters Folge zu leisten schuldig, widrigen Falls sie sofort von der Baustelle entfernt werden können.

Der Unternehmer haftet in Ausführung des Vertrages für die Handlungen seiner Bevollmächtigten, Gehülfen und Arbeiter persönlich. Er hat insbesondere jeden Schaden an Person oder Eigenthum zu vertreten, welche durch ihn oder seine Leute Dritten oder der Behörde zugefügt wird.

§ 14. Der Unternehmer hat, wenn nicht ein Anderes ausdrücklich vereinbart worden ist, so weit dies von dem bauleitenden Beamten für erforderlich erachtet wird, für das Unterkommen seiner Leute auf der Baustelle selbst zu sorgen und auch auf seine Kosten an den ihm angewiesenen Orten die nöthigen Abritte herzustellen, sowie für deren regelmässige Reinigung, Desinfektion und demnächstige Beseitigung Sorge zu tragen.

§ 15. Die Gestellung der zu den Absteckungen, Höhenmessungen und Abnahme-Vermessungen erforderlichen Arbeitskräfte und Geräthe ist Sache des Unternehmers und wird eine besondere Entschädigung hierfür nicht gewährt.

§ 16. Die Befolgung der für Bauausführungen bestehenden polizeilichen Vorschriften und besonders ergehender polizeilicher Anordnungen liegt dem Unternehmer für den ganzen Umfang seiner vertragsmässigen Verpflichtungen ob. Kosten, welche ihm dadurch erwachsen, können der Bauverwaltung gegenüber nicht in Rechnung gestellt werden. Auch hat er für alle Ansprüche, die wegen Vernachlässigung jener Vorschriften durch ihn selbst oder durch seine Leute an die Bauverwaltung erhoben werden, in jeder Hinsicht aufzukommen.

§ 17. Die Behörde ist berechtigt zu verlangen, dass über alle später nicht mehr nachzumessenden Arbeiten von den beiderseitigen Aufsichts-Beamten während der Ausführung gegenseitig anzuerkennende Notizen geführt werden, welche demnächst der Berechnung zu Grunde zu legen sind.

Nach erfolgter Vollendung der Arbeiten oder Lieferungen hat der Unternehmer durch eingeschriebenen Brief der Behörde hiervon Anzeige zu machen, worauf der Termin für die Abnahme mit thunlichster Beschleunigung anberaumt und dem Unternehmer schriftlich gegen Behändigungs-Schein oder mittels eingeschriebenen Briefes bekannt gegeben wird.

Die Verwaltung ist berechtigt und auf Ersuchen des Unternehmers verpflichtet, über solche Abnahmen von dem damit beauftragten Beamten eine Verhandlung aufnehmen zu lassen, welche der Unternehmer resp. dessen Stellvertreter mit zu vollziehen hat. Dem Unternehmer werden auf sein Verlangen beglaubigte Abschriften dieser Verhandlungen mitgetheilt.

Bis zur Abnahme der von ihm ausgeführten Arbeiten oder Lieferungen haftet der Unternehmer für jede an denselben vorkommende Beschädigung oder Entwendung und hat die zu ihrem Schutze erforderlichen Vorkehrungen auf eigene Kosten zu treffen.

Müssen Theil-Lieferungen sofort nach ihrer Realisirung abgenommen werden, so bedarf es einer besonderen Benachrichtigung des Unternehmers nicht; vielmehr ist es Sache desselben für seine Anwesenheit bei der Abnahme Sorge zu tragen. Erscheint bei der Abnahme weder der Unternehmer selbst, noch für ihn ein legitimirter Stellvertreter, so sind die Notirungen des mit der Abnahme betrauten Baubeamten allein maassgebend.

§ 18. Der Unternehmer hat nach der Schlussabnahme seine Kostenrechnung innerhalb der in den Spezial-Bedingungen fest gesetzten Frist einzureichen.

§ 19. Bei Aufstellung der Kostenrechnung verpflichtet sich der Unternehmer in der Form, Ausdrucksweise, Bezeichnung der Räume und Reihenfolge der Positions-Nummern genau dem Anschlage, bezw. der Inhalts-Berechnung sich anzuschliessen.

Die Form der Rechnung soll sich eng an die Form anschliessen, in welcher die Veranschlagung der Bauausführung stattgefunden hat. Es wird deswegen auf die speziellen Vertrags-Bedingungen verwiesen.

Etwaige Mehrarbeiten werden stets in besonderer Rechnung nachgewiesen, unter deutlichem Hinweis auf die besonderen schriftlichen Vereinbarungen, welche vor Ausführung derselben getroffen worden sind.

§ 20. Werden im Auftrage des bauleitenden Beamten Seitens des Unternehmers Arbeiten in Tagelohn ausgeführt, so ist die Liste der dabei beschäftigten Arbeiter dem Baubeamten behufs Prüfung ihrer Richtigkeit täglich vorzulegen. Etwaige Ausstellungen dagegen sollen dem Unternehmer binnen längstens 24 Stunden mitgetheilt werden.

Die Tagelohns-Rechnungen sind längstens von 4 zu 4 Wochen vom Unternehmer aufzustellen und dem bauleitenden Beamten einzureichen.

§ 21. Die Schlusszahlung auf die vom Unternehmer eingereichte Kostenrechnung erfolgt nach vollendeter Prüfung und Feststellung und nachdem der Unternehmer die Richtigkeit dieser letzteren anerkannt hat, und zwar spätestens mit Ablauf der in den besonderen Bedingungen fest gestellten Frist. Andern Falls sind dem Unternehmer die Gründe für die Aussetzung der Zahlung schriftlich mitzutheilen.

Wenn sich bei der Abrechnung Differenzen zwischen der Behörde und dem Unternehmer ergeben, so sollen dieselben keinen Grund zur Vorenthaltung der nicht bestrittenen Summe geben.

Dem Unternehmer sollen auf seinen Antrag schon während der Bauausfürung Abschlagszahlungen in runden Summen und in angemessenen Fristen bis zur Höhe von $^5/_6$ des Werthes der vertragsmässig bewirkten Leistungen, für vertragsmässige Material-Lieferungen aber bis zur Höhe von $^9/_{10}$ von deren Werth gewährt werden.

Alle Zahlungen erfolgen auf der Hauptkasse der K. Behörde oder auf einer ständigen Unterkasse derselben. (Zirk.-Erl. v. 21. April 1884.)

§ 22. Durch die Abnahme der Arbeit oder Lieferung und Bezahlung des gesammten Guthabens ist der Unternehmer in keiner Weise von der nach den maassgebenden, gesetzlichen oder den besonderen Bestimmungen des Vertrags ihm obliegenden Gewährleistung für die Güte der Arbeit oder der Materialien befreit. — Er darf daraus, dass die Mängel-Anzeige nicht sofort nach Empfang, bez. Entdeckung des Mangels erfolgt ist, den Einwand der Genehmigung der Arbeit oder Lieferung (Artikel 347 des Handels-Gesetzb.) nicht herleiten.

§ 23. Briefe und Telegramme, welche den Abschluss und die Ausführung des Vertrages betreffen, werden beiderseitig frankirt.

Die Portokosten für alle Geld- oder sonstigen Sendungen, welche lediglich im Interesse des Unternehmers erfolgen, trägt der Letztere. Er trägt ausserdem die Kosten des Vertragsstempels nach den Bestimmungen des Stempelgesetzes. Die übrigen Kosten des Vertrags-Abschlusses fallen dagegen auf jeden Theil zur Hälfte.

§ 24. Der Unternehmer hat für die bedingungsgemässe Erfüllung der ihm obliegenden Verbindlichkeiten entweder durch Bürgen, welche von der Behörde für geeignet erachtet werden, und in diesem Falle als Selbst-Schuldner in den Vertrag eintreten, oder durch Kautions-Objekte Sicherheit zu stellen.

Die Kaution, deren Höhe sich aus den besonderen Bedingungen ergiebt, jedoch ein Zehntel der Vertragssumme nicht übersteigen soll, kann in baarem Gelde oder in Werthpapieren, welche vom deutschen Reiche, dem preuss. Staate oder von einem deutschen Bundesstaate ausgestellt oder garantirt sind, hinterlegt werden. Die übrigen bei der deutschen Reichsbank beleihbaren Effekten werden zu dem daselbst beleihbaren Bruchtheil des Kourswerthes mit dem Vorbehalte als Kaution angenommen, eine Ergänzung zu fordern, falls demnächst der Kourswerth unter jenen Bruchtheil sinken sollte. Die Annahme von andern Werthpapieren und von Wechseln als Kaution ist in das Ermessen der Behörde gestellt.

Baar hinterlegte Kautionen werden nicht verzinst. Zins tragenden Werthpapieren sind die Talons und Koupons beizufügen; letztere werden den Hinterlegern in der Regel erst an den Fälligkeits-Terminen ausgehändigt. Für den Umtausch der Talons, die Einlösung und den Ersatz ausgelooster Werthpapiere und den Ersatz abgelaufener Wechsel hat der Unternehmer zu sorgen.

Die Behörde ist befugt, sofort von dem Vertrage zurück zu treten und Schadenersatz von dem Unternehmer zu fordern, wenn dieser nicht innerhalb 14 Tagen nach Ertheilung des Zuschlags die Sicherheitsstellung bewirkt.

Die Rückgabe der Kaution, so weit dieselbe nicht etwa verfallen ist, erfolgt, wenn der Unternehmer die ihm obliegenden Verbindlichkeiten erfüllt hat und innerhalb der vereinbarten Garantiezeit Ansprüche der Behörde gegen ihn nicht hervor getreten sind.

Falls der Unternehmer in irgend einer Beziehung seinen Verbindlichkeiten nicht nachkommt, so kann die Behörde zu ihrer Schadloshaltung auf dem einfachsten gesetzlich zulässigen Wege die hinterlegten Werthpapiere und Wechsel veräussern, bezw. einkassiren.

§ 25. Streitigkeiten über die durch den Vertrag oder dessen Ausführung begründeten Rechte und Pflichten sollen, wenn sie durch Verhandlung nicht beigelegt werden können und der Unternehmer sich nicht bei der Entscheidung der höheren Verwaltungs-Behörde, deren Einholung er event. dem bauleitenden Beamten innerhalb 14 Tagen nach Zustellung der Entscheidung desselben nachzuweisen hat, beruhigen will, durch schiedsrichterlichen Spruch ausgetragen werden. Zu diesem Behufe ernennt eintretenden Falls sowohl die Bauverwaltung als der Unternehmer je einen Sachverständigen. Im Falle volles Einverständniss unter den Sachverständigen nicht erzielt wird, ernennt die Behörde einen Obmann, welcher den Ausschlag geben soll. Derselbe soll nicht gewählt werden aus der Zahl der unmittelbar beim Bau betheiligten oder derjenigen Beamten, von welchen die Bauangelegenheit ressortirt.

Stellt der Unternehmer nach erfolgter Aufforderung Seitens der Bauverwaltung nicht innerhalb 8 Tagen den von ihm zu ernennenden Experten, oder bringt der Unternehmer — falls eine Einigung zwischen den Experten nicht erzielt wird — nicht innerhalb weiterer 4 Wochen das Seitens seines Experten abgegebene Gutachten zur Kenntniss der Bauverwaltung, so gilt dies

einer Erklärung des Unternehmers gleich, dass er sich unbedingt dem Ausspruch unterwerfen wolle, welcher von dem Seitens der Bauverwaltung gestellten Experten abgegeben ist. Den nach Einverständniss abgegebenen Ausspruch der Experten oder des Obmanns, bezw. des Experten der Bauverwaltung — wenn der im Vorstehenden angedeutete Fall eingetreten ist — verpflichten sich beide Parteien ausdrücklich ohne Widerrede gelten zu lassen.

Die Kosten des schiedsrichterlichen Verfahrens hat der unterliegende Theil zu tragen.

§ 26. Ohne Genehmigung der Bau-Verwaltung darf der Unternehmer seine vertragsmässigen Verpflichtungen nicht auf Andere übertragen.

Verfällt der Unternehmer vor Erfüllung des Vertrages in Konkurs, so ist die Behörde berechtigt, den Vertrag mit dem Tage der Konkurs-Erklärung aufzuheben; dieselbe vergütet alsdann nur das bereits Geleistete nach den kontrahirten Preisen.

Für den Fall, dass der Unternehmer mit Tode abgehen sollte ehe der Vertrag vollständig erfüllt ist hat die Bauverwaltung die Wahl, ob sie das Vertrags-Verhältniss mit den Erben desselben fortsetzen oder dasselbe als aufgelöst betrachten will.

§ 27. Der Unternehmer verpflichtet sich event. bei dem für den Ort der Bauausführung zuständigen Gerichte Recht zu nehmen.

§ 28. Die Bestimmungen der gegenwärtigen §§ 1 bis 26 gelten insoweit, als durch den Vertrag selbst oder die speziellen Vertrags-Bedingungen ein Anderes nicht etwa ausdrücklich bestimmt wird.

b. Die speziellen (insbes. technischen) Bedingungen.

Der Inhalt der speziellen Bedingungen kann zweckmässig nach folgenden Gesichtspunkten geordnet werden:

1. Gegenstand der Unternehmung; Ort der Ablieferung.
2. Form der Offerten, Aufzählung der Proben und Zeichnungen als Grundlagen der Ausführung. (Sofern nicht ein besonderes Offert-Formular schon die bezüglichen Angaben enthält.)
3. Bezeichnung der Neben-, Mehr- oder Minder-Leistungen und Verpflichtungen, welche in die vertragsmässigen Preise eingeschlossen sind, so weit solche nicht schon im Leistungs-Verzeichniss hervor gehoben wurden.
4. Vollendungs-Fristen.
5. Konventional-Strafe.
6. Abnahme; Garantie; Kaution.
7. Abschlags-Zahlungen; Schluss-Zahlung.
8. a. Qualität der Materialien; b. Ausführung der Arbeiten.
9. Berechnung der Leistungen.

Nebenleistungen auch Mehr- oder Minder-Leistungen. Die Uebertragung von Risiken an den Unternehmer, wie sie bei Neben-, Mehr- oder Minderleistungen stattfindet, ist möglichst zu beschränken; die Preisberechnung wird dadurch Zufallssache. Der solide Unternehmer wird stets eine hohe Risikoprämie berechnen müssen, die Verwaltung daher bei eigner Uebernahme der Risiken meistens sparen. Neben- auch Mehr- und Minder-Leistungen sind darnach entsprechend den bei Bemessung der Preise in dem betr. Gewerbe üblichen Usancen einzugrenzen.

Die Zeichnungen für die Ausführung werden meistens durch die Kontrakts-Zeichnungen gegeben sein. Sofern Umdruck-Zeichnungen vor- handen sind, sollte eine bestimmte Anzahl derselben dem Unternehmer kostenlos überwiesen werden; ein Mehrbedarf ist zum Selbstkosten-Preise zu verabfolgen. Dem Unternehmer Verpflichtungen in Bezug auf Anfertigung von Kopien der Vertrags-Zeichnungen oder von Werkzeichnungen aufzuerlegen, empfiehlt sich nur dann, wenn bestimmt zu erwarten ist, dass derselbe im Stande und entsprechend eingerichtet ist die Zeichenarbeit auszuführen. Andern Falls sind Kopien und Werkzeichnungen von der Bauleitung zu verabfolgen.

Vollendungsfristen. Es ist zunächst im allgemeinen die Zeit nach Datum, Monat und Jahr zu bezeichnen innerhalb der die Arbeit zur Vollendung gebracht werden soll. Die einzelnen Termine, welche für die Ausführung maassgebend sind, werden am besten nach Tagen oder Wochen (ohne Festsetzung eines Datums) vom Tage der Zustellung des vollzogenen Vertrages, der Zustellung einer schriftlichen Aufforderung zum Beginn der Arbeit oder von der Uebergabe der Baustelle ab gerechnet. In den beiden ersteren Fällen sind die betr. Daten durch Behändigungs-Schein, im letzteren Falle durch Protokoll-Aufnahme zu konstatiren; es ist event. besonders hervor zu heben wenn angegebene Fristen für die verschiedenen Arbeiten neben einander laufen sollen.

Auf die Bestimmung der Fristen ist grosse Sorgfalt zu verwenden. Sie muss auf Grund eines wohl erwogenen Dispositionsplans für die Bauausführung und unter Rücksichtnahme auf die Vorbereitungen des Unternehmers erfolgen.

Die Festsetzung von Zwischen-Terminen ist im Interesse eines gesicherten Ineinandergreifens der Bau-Ausführung zwar nicht zu vermeiden, sollte aber auf das Allernothwendigste beschränkt werden, damit ein zu weit gehender Eingriff in die Dispositionen des Unternehmers vermieden wird.

Detaillirte Bestimmungen, welche bestimmte Tagesleistungen, die genaue Zahl der täglich zu beschäftigenden Arbeiter vorschreiben, sind nur in seltenen Fällen empfehlenswerth.

Konventionalstrafen sind dem Umfange der kontraktlichen Leistungen und der Wichtigkeit der Termins-Einhaltung gemäss zu normiren, hierauf aber auch zu beschränken, da erhöhete Sätze eine Vermehrung des Risikos des Unternehmers bedeuten und zu erhöheten Preisforderungen führen.

Die Bestimmungen über Qualität der Materialien und die Art der Ausführung bilden einen sehr wichtigen Theil der Bedingungen. Man begegnet sehr verschiedenen Ansichten darüber ob eine weit gehende Detaillirung hier angemessen ist. Im allgemeinen ist diese u. E. zu empfehlen, da anders Gemeinplätze und Unbestimmtheiten schwer vermieden werden und die Ansprüche in Bezug auf Art und Qualität der Leistung nur durch genaue, spezialisirte Beschreibung und betr. Angaben nach Möglichkeit klar gestellt werden kann.

Genau spezialisirte Vorschriften besitzen zugleich den nicht zu unterschätzenden Vortheil, eine gute Instruktion für das Aufsichts-Personal zu bilden. Der grosse Umfang, den das Schriftstück hierbei leicht erhält, ist allerdings ein Nachtheil, der aber durch Knappheit und Schärfe des Ausdrucks und eine in die Augen fallende Stoff-Gliederung gemildert wird. Bei engeren (beschränkten) Submissionen können die Vorschriften betreffs der Ausführung der Arbeit allerdings sehr viel kürzer gehalten und kann mehr dem Ermessen des Unternehmers anheim gestellt werden.

Das Vorschreiben von Fabrikations-Programmen bei Material-Lieferungen ist im allgemeinen nicht zu empfehlen. Bestimmte Vorschriften über die mit den Materialien und Arbeiten vorzunehmenden Qualitäts-Prüfungen sind, sofern sichere und erprobte Qualitäts-Prüfungen durchführbar sind, in vielen Fällen, wie namentlich bei Lieferung von Steinen, Zement, Eisen, Gas,- Wasser,- und Dampfleitungen etc. etc. besser am Platze.

Abnahme und Garantie. Es empfiehlt sich, um den Unternehmer vor einseitiger Verzögerung der Schluss-Abnahme durch den Beamten zu schützen, eine Frist fest zu setzen, innerhalb welcher nach Vollendung des Werks die Abnahme stattfinden muss. Die Abnahme sollte wo immer möglich eine definitive sein. Es ist zu erstreben, für die Kontrolle der Ausführung und die Abnahme so sichere Kriterien der Beurtheilung zu suchen, dass der erreichte Gütegrad der Leistung hinreichend klar gestellt ist. Da dies aber in vollkommener Weise nie zu erreichen ist, so bedarf man für eine bestimmte Zeitdauer der Garantie. Innerhalb dieser Dauer hat der Unternehmer die hervor tretenden Arbeitsfehler und verdeckt gebliebenen Mängel an seinem Werke ohne Entschädigung zu verbessern.

Die Garantiezeit ist nicht allzu weit auszudehnen, da bei langer Dauer es stets schwer feststellbar ist, wie weit hervor tretende Mängel zufälligen Nebenumständen oder fehlerhafter Ausführung zuzuschreiben sind. Es wird daher bei langer Dauer die Garantiepflicht mehr und mehr unsicher, aber zugleich auch das Risiko des Unternehmers, welches meist wird bezahlt werden müssen. Auch bildet die lange Einbehaltung der Kaution eine grosse Belastung des Unternehmers, dem bei grosser Ausdehnung seines Geschäfts erhebliche Kapitalien in den Kautionen fest gelegt werden. Meistens genügt die Garantiefrist von 1 Jahr.

Bei längeren Fristen sollte man in Erwägung ziehen, ob nicht ein Theil der Kaution schon früher herausgegeben werden kann. Inhaltlich sollte die Garantie auf Arbeitsfehler und verborgene Mängel des Materials eingeschränkt werden.

Es kommt vor, dass Objekte zur Submission gestellt werden, die bezüglich ihrer Detail-Annordnung noch nicht ganz fest gestellt sind, bei welchen vielmehr dem Lieferanten letztere überlassen bleibt, dagegen Garantie für Erreichung des durch das Werk beabsichtigten Erfolges gefordert wird (wie z B. bei Zentralheizungen, Gas- und Wasserleitungen, Wasserversorgungs-Anlagen etc.) Es muss betont werden, dass derartig unbestimmt gebliebene Objekte sich zur Submittirung überhaupt nicht eignen, da die Submission in ihren knappen Formen präzise Vorherbestimmung des Objekts fordert, bis in alle Details hinein, welche durchaus un-

veränderlich sein müssen, um alle Offerenten bei ihrer Offerte auf dieselbe Basis zu stellen. Die wirkliche Erfüllung der Garantie-Verpflichtung wird in diesem Falle schwer definirbar. Für die Vergebung derartig unbestimmter Objekte müssen, falls man nicht die freihändige Vergebung zu wählen in der Lage ist, andere Formen gesucht werden. Die weitere Besprechung dieses Gegenstandes siehe unter den „speziellen Bedingungen“ für Ausführung von Zentralheiz-Anlagen.

Die nachstehende Zusammenstellung von „speziellen Bedingungen“ hat den Zweck bei Abfassung solcher als Vorbilder zu dienen; doch ist zu bevorworten, dass bei der Benutzung derselben immer auf die Verhältnisse des konkreten Falls Rücksicht zu nehmen sein wird. Die Anordnung ist im allgemeinen an der Hand des vorstehend erörterten Schemas erfolgt; doch sind die oft wiederkehrenden Formeln und speziell fest zu setzenden Bestimmungen über Termine, Konventionalstrafen, Garantien, Abnahme, Abschlags-Zahlungen nur in wenigen Fällen aufgenommen worden. Die Bedingungen für Ausführung von Maurer-Arbeiten sind indessen vollständig durchgearbeitet worden. Die übrigen Vorlagen sind beim Gebrauch entsprechend zu ergänzen.

1. Ausführung der Erdarbeiten zur Herstellung der Baugrube.

Nebenleistungen. In die kontraktlichen Einheitspreise sind eingeschlossen das Wiederverfüllen der Fundamente und Kellermauern, das Verkarren und Einplaniren der übrig bleibenden Erde, die Sicherung der Baugrube gegen die vom Terrain abfliessenden Tagewasser, sowie das Ausschöpfen dieser Tagewasser, das Vorhalten sämmtlicher Geräthe und Karrdielen, die Absteifungen der Baugrube,*) so wie die erforderlichen Absteckungs-Arbeiten im Anschluss an die von der Bauverwaltung gesetzten Axen- und Höhenpfähle. Ferner ist eingeschlossen die Beschaffung der erforderlichen Ablagerungsplätze für die abzufahrende Erde.

Bohr-Register und Erdproben der zur Untersuchung des Baugrundes angestellten Bohrungen sind im Büreau des bauleitenden Beamten zur Einsicht der Offerenten ausgelegt. — So weit hieraus nicht ausreichender Aufschluss gewonnen werden kann, bleibt es Sache des Unternehmers, sich selbst über die Beschaffenheit des Bodens zu informiren; es darf daraus, dass eine andere als die von ihm angenommene Boden-Zusammensetzung demnächst vorgefunden wird, ein Anspruch auf Erhöhung des Preises nicht hergeleitet werden.

Termine. Die Arbeiten sind in der Zeit bis zum . . . auszuführen. Mit den Arbeiten ist 24 Stunden nach Uebergabe der Baustelle zu beginnen. Letztere kann 3 Tage nach Zustellung der Zuschlags-Ertheilung erfolgen. Die gesammte Ausschachtung muss binnen . . . Tagen vollendet sein. Die Hinterfüllung und das Verkarren erfolgt in speziell vom Bauleitenden zu bestimmenden Fristen; diese Arbeiten sollen binnen 24 Stunden nach Zustellung der Aufforderung, falls nicht anders bestimmt wird, begonnen werden und kann der erstere Termin auf . . . Tage, der letztere auf . . . Tage fest gesetzt werden. Regentage und Feiertage kommen bei den Frist-Bemessungen in Abzug.

Abnahme. Die Berechnung der Massen erfolgt im gewachsenen Boden derart, dass die Fundamentgräben, Baugruben u. s. w. nach ihren wirklichen Abmessungen durch Nivellement und Messungen des baul. Beamten ermittelt werden. Ein Zuschlag für Auflockerung wird nicht gewährt. Das Quantum der von der Baustelle abzufahrenden Erde wird nach Fuhren kontrollirt, deren Inhalt vorher annähernd ermittelt wird. Eine Kontrole über die Zahl der Fuhren erfolgt durch abgestempelte Marken, die der Unternehmer den Interims-Rechnungen beizufügen hat.

Sofort nach Fertigstellung der Erdarbeiten wird eine Situations-Zeichnung der Baugrube aufgenommen, welche der Abrechnung zu Grunde gelegt wird und demnächst vom Unternehmer zu unterschreiben ist. Versäumt der Unternehmer bei der Abnahme zu erscheinen, so ist die Feststellung des Baubeamten allein für die Abrechnung maassgebend.

Ausführung. Die Weite der Fundamentgruben muss derart bemessen werden, dass das auszuführende Mauerwerk sich nirgends an den Boden anlehnt; die Erdaushebung darf andererseits auch nicht breiter oder tiefer gemacht werden, als die besondere Beschaffenheit des Bodens erfordert. Die Sohle der Keller- und Bankettgruben ist sorgfältig wagerecht abzugleichen.

Die zum Hinterfüllen erforderliche Erde ist nach Anweisung des baul. Beamten in gehöriger Entfernung vom Rande der Baugrube abzulagern. Für die Hinterfüllung besonders geeigneter Boden, zu Bauzwecken verwendbarer Sand, Kies oder Thon ist nach Anweisung des Beamten ohne besondere Entschädigung auszusondern und getrennt abzulagern.**) Das Hinterfüllen des Mauerwerks erfolgt in dünnen Lagen, welche einzeln gehörig fest zu stampfen sind. Mit dieser Arbeit darf nicht vor spezieller Anordnung des baul. Beamten begonnen werden; widrigens Falls ist letzterer befugt, den eingebrachten Boden auf Kosten des Unternehmers entfernen zu lassen. Der zu verkarrende Boden ist genau nach den vom baul. Beamten gemachten Höhenangaben zu planiren und ebenfalls in dünnen Lagen fest zu stampfen. Diese Arbeit ist derart zu disponiren, dass nicht der Fuhrwerksverkehr auf der Baustelle gestört wird.

(Bem. Oft ist das Beiseitesetzen von Rasen und Mutterboden, mitunter auch Sonderung der Bodenarten vorzuschreiben, unter entsprechender Modifikation des Vorigen.)

Wasserbewältigung. Unternehmer hat ohne besondere Entschädigung die Baugrube bis zum völligen Verfüllen der Kellermauern gegen Eindringen der vom Terrain ablaufenden Tagewasser zu sichern. Auch das in der Baugrube sich sammelnde Regenwasser hat derselbe ohne besondere Entschädigung zu beseitigen. Zur Beseitigung des aus der Sohle und den Böschungen der Baugrube etwa austretenden Wassers, sollen dagegen die erforderlichen Arbeiten gegen Gewährung der im Vertrage fest gesetzten Tagelohns-Sätze vom Unternehmer ausgeführt werden.

*) Bedeutendere Absteifungen an Nachbargebäuden werden bauseitig ausgeführt.

**) Für Aussonderung von Sand und Kies werden indessen mitunter kleine Entschädigungen im Leistungs-Verzeichniss vorgesehen, was auch zu empfehlen ist.

2. Herstellung eines Pfahlrostes.

Umfang der Verpflichtungen. In die vertragsmässigen Preise eingeschlossen ist die Stellung und Vorhaltung der Rammen, die Vorhaltung, das Aufstellen und Beseitigen der erforderlichen Rüstungen und Geräthe sowie der Rücktransport der genannten Gegenstände.

Herstellung der Baugrube. Die Baugrube muss zunächst so weit ausgehoben werden, als das austretende Grundwasser mittels provisorischer Ableitung einen natürlichen Abfluss nach dem Entwässerungs-Graben findet. — Die weitere Aushebung der Baugrube ist derart zu fördern, dass die Aufstellung der Rammgerüste, das Einrammen der Pfähle, sowie die Verlegung des Rostes nicht behindert oder verzögert wird.*)

Die Kreiselpumpe nebst Lokomobile zur Bewältigung des Wasser-Andranges ist rechtzeitig in Bereitschaft zu halten und nach Anweisung des bauleitenden Beamten aufzustellen.**) Doch behält sich die Bau-Verwaltung vor, event. die Wasserbewältigung durch Pumpen mit Handbetrieb anzuordnen.

Rammarbeiten. Das Einrammen der Pfähle ist durch zwei Dampf-Kunstrammen zu bewirken. Bedingen die Boden-Verhältnisse oder irgend welche andere Umstände die Anwendung von Zugrammen so ist Unternehmer gehalten, die nach dem Ermessen der Bauverwaltung erforderliche Anzahl davon aufzustellen.

Der Kopf jedes Pfahls ist durch einen vom Unternehmer zu liefernden Eisenring zu sichern. Der Ring muss so eng sitzen, dass ein Aufstauchen der Pfähle möglichst vermieden wird.

Die gerade Richtung der Reihenpfähle und vorgeschriebene Neigung der Schrägpfähle muss unter allen Umständen eingehalten werden; Unternehmer hat die zu diesem Zweck erforderlichen Arbeiten und Vorrichtungen auf seine Kosten zu beschaffen. — Die Pfähle müssen genau fluchtrecht, winkelrecht und glatt verschnitten werden.

Jeder einzelne Pfahl ist so tief einzurammen, bis derselbe bei 5 unmittelbar auf einander folgenden Schlägen von 4500 ^{mkg} Effekt (Gewicht des Rammbärs $\times$ Hubhöhe) nicht mehr als durchschn. 1 ^{cm} anzieht. Bei der Zugramme gilt dasselbe Verhältniss; doch soll hier anstatt 5 Schläge die Zahl von 15 Schlägen gelten.

Feststellung der Pfahllängen. Die Pfähle werden nach dem Anspitzen und vor dem Einrammen durch den Aufsichts-Beamten in Betreff der Länge gezeichnet. Diese Marken sind von dem Unternehmer thunlichst zu schonen. Nicht gezeichnete Pfähle dürfen nicht eingerammt werden. Geschieht solches dennoch oder wird die Marke unkenntlich gemacht oder gar versetzt, so dass eine Kontrolle unmöglich ist, werden endlich unter der Ramme stehende Pfähle ohne vorherige Zustimmung des Aufsichts-Beamten abgeschnitten, so hat Unternehmer diese Pfähle wieder auszuziehen, zu ersetzen und die schuldigen Arbeiter zu entlassen.

Vergrösserung der in Aussicht genommenen Pfahllänge. Die Bauverwaltung hat das Recht die zum Einrammen bestimmte Anzahl der Pfähle sowohl, als die Länge der Pfähle (von 9,5 resp. 11,5 ^{m} bis auf 13 ^{m}) zu vergrössern, event. die Pfahllänge zu vermindern, ohne dem Untern. hierfür auf eine andere Weise als durch die steigenden Preise der Offerte Entschädigung zu gewähren.

Qualität des Holzes und der Arbeit. Das zur Anlieferung kommende Holz muss gesund, auch ausser der Saftzeit gefällt sein, darf weder Astlöcher enthalten noch kernschälig noch rissig, weder wurm- noch raupenfrässig, auch nicht blau gefleckt sein.

Die Pfähle sind ohne Rinde anzuliefern. Sie dürfen nur geringe Splintdicken haben und keine grössere Krümmung zeigen, als dass beim Anlegen einer Schnur an die betr. Kante irgendwo ein Pfeil von mehr als $^1/_{100}$ ermittelt wird. Pfähle mit doppelter Krümmung sind ganz unzulässig, desgl. auch solche, die stark gedrehten Wuchs zeigen. Die für Stamm- sowohl als Zopfende vorgeschriebenen Maasse können grösser sein, dürfen aber nicht unterschritten werden. Das Stammende soll rechtwinklig zur Axe des Pfahles abgeschnitten sein.

Das Verbandholz des Rostes, sowie die Belag-Bohlen müssen möglichst nach der Faserrichtung geschnitten und scharfkantig sein.

Waldkante ist an einer Kante zulässig und darf höchstens 3 ^{cm} in der Diagonale gemessen betragen. Bohlen sollen nicht unter Breite haben und an beiden Enden von gleicher Breite sein.

Unternehmer hat die Hölzer auf der Baustelle so zu lagern, dass sie gegen Reissen und Werfen geschützt sind; geschieht dies nicht, so werden betr. Hölzer, ungeachtet einer etwa vorher stattgefundenen provisorischen Abnahme, von der Verwendung zurück gewiesen.

Alle Holz-Verbindungen sind nach den Regeln der Zimmerkunst eng schliessend auszuführen. Bolzenlöcher dürfen nicht mehr als einen um 1 ^{mm} grösseren Durchm. als der Bolzen haben; auch sind die Löcher winkelrecht zu der betr. Fläche des Verbandholzes zu bohren.

Projekt-Aenderungen hat der Unternehmer sich ohne Erhöhung der Einheitspreise gefallen zu lassen; es soll demselben hierüber jedoch rechtzeitig Nachricht gegeben werden.

Rüstungen. Unternehmer haftet für Sicherheit und zweckentsprechende Konstruktion seiner sämmtlichen Rüstnugen etc. und verpflichtet sich, mangelhafte Konstruktionen auf Verlangen des bauleitenden Beamten sofort durch solide zu ersetzen.

Mangelhaftes Material ist auf Verlangen binnen 24 Stunden von der Baustelle zu entfernen.

3. Ausführung von Maurer-Arbeiten.

Gegenstand des Unternehmens ist die Ausführung der Maurerarbeiten für

Nebenleistungen. Für die vertragsmässigen Preise hat Unternehmer die im Leistungs-Verzeichnisse aufgeführten Arbeiten auszuführen einschliesslich folgender Nebenleistungen:

1. Vorhalten aller zu diesen Arbeiten erforderlichen Geräthe, Rüstungen, Lehrbögen, Vorkehrungen zum Schutze des Mauerwerks, Arbeitsmaschinen, der provisorischen Verschlüsse der sämmtlichen äusseren Thüröffnungen, welche mit Vorlege-Schlössern zu versehen sind.
2. Transp. d. Materialien von der Lagerstelle innerh. d. Bauzauns zur Verwendungsstelle.***)

*) Bezüglich sonstiger Bestimmungen über die erforderlichen Erd-Arbeiten siehe ad 1.

**) Für das Vorhalten der Lokomobile und Kreiselpumpe ist ein Einheitspreis pro Tag auszuwerfen. Ueber Lieferung des Heizmaterials ist besondere Bestimmung zu treffen.

***) Bei ausgedehnten Baustellen ist eine Maximal-Entfernung fest zu setzen, bis auf welche der Transport ohne besondere Entschädigung erfolgen soll; für weitere Transporte sind im Leistungs-Verzeichnisse Entschädigungen vorzusehen.

3. Mörtelbereitung und Transport des hierzu, so wie für sonstige Zwecke erforderlichen Wassers. Für die Wasser-Beschaffung wird dem Unternehmer der auf der Baustelle befindliche Brunnen mit Pumpe zur Verfügung gestellt.

4. Beseitigung des von seinen Arbeiten herrührenden Schuttes und das Aufsetzen bezw. Ablagern desselben an den vom baul. Beamten zu bezeichnenden Stellen innerhalb des Bauzauns.

5. Die erforderlichen Absteckungs-Arbeiten und Messungen, unter Vorhaltung der dazu nöthigen Instrumente, im Anschlusse an die von der Bauverwaltung auszuführende Absteckung der Hauptaxen des Gebäudes und 2 von derselben zu setzenden Höhenpunkten. Der baul. Beamte soll gehalten sein, die Abschnürung und die für das aufgehende Mauerwerk aufzustellenden, mit Schichtentheilung versehenen Höhenlatten binnen 24 Stunden nach Antrag des Unternehmers zu kontrolliren und darüber ein Protokoll aufzunehmen. Der Unternehmer bleibt danach für die richtige Erhaltung der Abschnürung und der Höhen-Angaben, sowie für die Genauigkeit der an dieselben sich anschliessenden Messungs-Arbeiten und die richtige Ausführung der Arbeiten in Bezug auf die Maasse allein verantwortlich.

6. Herstellung der erforderlichen Arbeitszeichnungen und Zeichnungs-Kopien, so weit solche nicht von der Bauverwaltung geliefert werden. Unternehmer erhält jedoch von den Projekt-Zeichnungen je . . . Umdruck-Exemplare, von welchen er eins auf Leinwand gezogen stets auf der Baustelle zu halten hat. Von weiteren Detailzeichnungen, welche nicht umgedruckt werden, erhält Untern. nur Kopien, die er ohne Entschädigung nach seinem Bedarf zu vervielfältigen hat. Auch hiervon ist je 1 Kopie stets auf der Baustelle vorräthig zu halten.

Termine. Die Ausführung ist im allgemeinen derart zu bewirken, dass:
das aufgehende Mauerwerk bis zum dieses Jahres.
die sämmtlichen Arbeiten bis zum des Jahres . . . zur Vollendung gebracht sind.
Bezüglich der Einzel-Termine wird bestimmt: Es erfolgt vom Datum der Zustellung der schriftlichen Aufforderung zur Inangriffnahme der bezüglichen Arbeit ab gerechnet in:

. . . Tagen die Vollendung der Fundamente und Kellermauern,
. . . „ „ „ des aufgehenden Mauerwerks des 1. Geschosses,
. . . „ „ „ desgl. 2. „ ,
. . . „ „ „ desgl. 3. „ ,
. . . „ „ „ der Giebel- und Drempelwände,
. . . „ „ „ sämmtlicher Kappengewölbe,
. . . „ „ „ des Kellerpflasters,
. . . „ „ „ des Verputzes der Wände und Decken,
. . . „ „ „ des Versetzens der Schwellen und Werksteintreppen,
. . . „ „ „ des Versetzens von . . . Fach-Fenstern,
. . . „ „ „ der Verblendung und das Fugen der Façade.

Die sonstigen kleineren Arbeiten sind nach Massgabe des jeweiligen Standes der übrigen Bauarbeiten und nach Anweisung des bauleitenden Beamten so zu fördern als es der ungehinderte Fortgang aller Arbeiten erforderlich macht. Hierbei wird bemerkt, dass die vorstehenden Fristen, so weit das überhaupt möglich ist, neben einander herlaufen. Sonntage und allgemeine Feiertage so wie Regentage werden für die äusseren Arbeiten bei der Frist-Berechnung in Abzug gebracht Findet ohne Verschulden des Unternehmers, in Folge Verzögerung der mit den seinigen Hand in Hand gehenden Arbeiten eine Unterbrechung statt so soll auch diese bei der Frist-Berechnung in Abzug gebracht werden.

Konventionalstrafe. Für jeden Tag der Verspätung der einzelnen Termine verfällt Unternehmer in eine Konventionalstrafe von . . . M., die ihm vom Guthaben in Abzug gebracht wird.

Abnahme und Garantie. Nachdem die Arbeiten in allen Theilen vollendet und etwaige, bei vorläufiger Besichtigung durch den (Bauinspektor) fest gestellte Mängel beseitigt sind, erfolgt die Abnahme derselben auf schriftlichen Antrag des Unternehmers und unter seiner Zuziehung binnen einer Frist von 8 Tagen durch den (Bauinspektor). Bis zur Abnahme haftet der Unternehmer für alle an seinen Arbeiten vorkommenden Beschädigungen und Verschlechterungen, hat daher die zum Schutze derselben erforderlichen Vorkehrungen zu treffen. Namentlich ist das Mauerwerk in unfertigem Zustande bei Eintritt von Frost gehörig abzudecken und auf sonstige geeignete Weise zu schützen.*)

Der Unternehmer bleibt nach der Abnahme noch (1) Jahr im Sinne des § 22 (S. 114) der allgemeinen Bedingungen für die vorschriftsgemässe und tüchtige Ausführung aller seiner Arbeiten und Lieferungen verantwortlich.

Zeigen sich während dieses Zeitraums an denselben Mängel als Folge schlecht ausgeführter Arbeit oder verwendeten schlechten Materials so ist er zur sofortigen Ausbesserung oder Neuherstellung auf eigene Kosten verpflichtet.

Kommt er dieser Verpflichtung nicht binnen . . . Tagen nach dem Datum der Zustellung einer schriftlichen Aufforderung nach, so ist die Baubehörde berechtigt, die nöthigen Nachlieferungen, Ausbesserungen oder Neuherstellungen durch einen Andern um jeden Preis auf Kosten des Unternehmers vornehmen zu lassen.

Kaution. Die von dem Unternehmer zu hinterlegende Kaution wird auf 10 Proz. der Anschlags-Summe fest gesetzt. Dieselbe ist binnen 3 Tagen nach Benachrichtigung über die Zuschlags-Ertheilung bei der . . . Kasse zu hinterlegen.

Zahlungen. Nach Maassgabe des ausgeführten Theils der Arbeiten sollen dem Unternehmer Abschlags-Zahlungen jedoch nur in Raten von nicht unter . . . M auf Grund einer vorläufigen, vom . . . zu bescheinigenden Nachweisung gewährt werden. Die Schlussrechnung geschieht nach Maassgabe der wirklich ausgeführten Leistungen.

Verwendung der Materialien. Es dürfen nur Materialien verwandt werden, welche von der Bauverwaltung abgenommen und als solche dem Untern. überwiesen sind. Ueber die Verwendung der einzelnen Materialien bei den verschiedenen Bautheilen bestimmt der baul. Beamte.

*) Sollte, was ausnahmsweise vorkommt, das Mauerwerk der unteren Geschosse getrennt von dem der oberen vergeben sein so sind die Schutzvorkehrungen bei den vom Unternehmer vollendeten Arbeiten bei Unterbrechung der Bauthätigkeit zweckmässig von der Verwaltung zu beschaffen; oder es ist für das Abdecken ein besonderer Preis auszuwerfen.

Die Entnahme der Ziegel von den Lagerstellen hat im allgemeinen nur in solchen Quantitäten zu erfolgen, dass dieselben in kurzen Fristen zur Verwendung kommen. Werden mit Genehmigung des Aufsichts-Beamten grössere Quantitäten nach den Arbeitsstellen befördert, so sind dieselben so geordnet zusammen zu legen, dass stets eine leichte Feststellung des Bestandes möglich ist. — Die Anhäufung grösserer Materialmengen auf den Gerüsten ist verboten.

Reinhaltung der Baustelle. Mindestens wöchentlich ein Mal ist eine Aufräumung der Baustelle vorzunehmen, bei welcher aller Schutt nach den bestimmten Lagerplätzen gekarrt, alles noch brauchbare Material aufgelesen und nach den Arbeitsstellen geschafft wird.

Die Kalkgruben sind Abends nach Arbeitsschluss mit Brettern abzudecken. Hierfür wird keine besondere Entschädigung geleistet.

Mörtelbereitung und Aufbewahrung. Der Kalkmörtel ist in der Mörtelpfanne zu einer gleichartigen Masse von solcher Konsistenz durchzuarbeiten, dass derselbe ohne weiteren Zusatz von Wasser zur Verwendung kommen kann.

Die Mörtelmischung ist, sofern vom Bauleitenden nicht anders bestimmt wird . . . Theile Kalk und . . . Theile Sand.

Bei Verwendung von Spar-Zementmörtel (verlängertem Zementmörtel) wird dem sorgfältig zubereiteten Kalkmörtel der Zement nach Anordnung des bauleitenden Beamten nachträglich zugesetzt und die Mischung bis zur gleichmässigen Vertheilung des Zement-Zusatzes durchgearbeitet. Klumpen-Bildungen müssen sorgfältig zertheilt werden.

Die jeweilige Anfertigung des Mörtels darf nur in solchen Mengen stattfinden, dass derselbe stets alsbald zur Verwendung kommt. Ist Kalk- oder Trassmörtel 12 Stunden, Spar-Zementmörtel 4 Stunden und reiner Zementmörtel 2 Stunden nach der Bereitung noch nicht aufgearbeitet, so darf derselbe als abgebunden und unbrauchbar nicht mehr benutzt werden. Für die durch Nachlässigkeit der Arbeiter beim Zutragen des Mörtels nach den Arbeitsstellen oder in Folge Abbindens entstehenden Mörtelverluste ist der Unternehmer ersatzpflichtig.

Wasserbewältigung. Bei Herstellung der Fundamente und Kellermauern hat Unternehmer vor dem vom Terrain ablaufenden und dem Regenwasser sich zu sichern bezw. für Ausschöpfen selbst zu sorgen. — In des Baugrube austretendes Grundwasser wird auf Kosten der Bauverwaltung nach spezieller Vereinbarung entfernt.

Ausführung der Maurer-Arbeiten im allgemeinen. Die Maurer-Arbeiten sind nach den Zeichnungen und den bezüglich der einzelnen Arbeiten gegebenen Vorschriften sauber und in jeder Beziehung tadellos nach den Regeln der Kunst und den baupolizeilichen Vorschriften in bester Konstruktionsweise auszuführen. Fehler- und mangelhaft ausgeführte Arbeiten müssen auf Anordnung der bauleitenden Beamten *sofort* beseitigt werden.

Mauerwerk aus gesprengten Feldsteinen ist in sogen. Cyklopen-Verbande auszuführen. Die Steine sind hierbei derart auszuwählen, bezw. nachzuarbeiten, dass sie möglichst an einander passen; die unvermeidlichen Zwischenräume sind mit Steinstücken gehörig auszuzwicken. Sogen. Mörtelnester dürfen im Mauerwerk nicht vorkommen; das Mitvermauern ganzer Ziegelsteine ist unzulässig. Die äusseren sichtbaren Steine müssen möglichst gross sein; von Zeit zu Zeit sind längere Bindersteine einzulegen. Die Oberflächen der einzelnen Bankette sind horizontal abzugleichen. Zur untersten Schicht der Fundamente sind möglichst grosse Steine zu verwenden und dieselben erforderlichen Falls fest zu rammen. Die Ansichtsflächen des aufgehenden Feldstein-Mauerwerks sind mit dem Hammer so weit nachzuarbeiten, dass ein Verzwicken der Fugen nicht erforderlich und die Ansichtsfläche möglichst fluchtgerecht wird.

Gewöhnliches Bruchstein-Mauerwerk. Die Ausführung des Bruchstein-Mauerwerks hat möglichst schichtenweise zu geschehen. Doch wird nicht verlangt, dass genau horizontale und parallele Fugen in gleichen Abständen durch den Mauerkörper geführt werden, sondern es genügt, dass in je 1 m Abstand oder an den Mauerwerks-Absätzen horizontale Abgleichungen stattfinden. In Abständen von höchstens 1 m sind desgl. möglichst lange Binder einzusetzen. — Die Steine müssen immer auf das grössere, bessere Lager satt in Mörtel verlegt, fest gestossen und gut verzwickt werden, so dass keine Mörtelnester entstehen. Die Steine sind so auszuwählen, dass ein guter Verband erzielt wird und nie zwei Stossfugen über einander treffen. Die Ecken sind mit den grössten Steinen zu armiren, weshalb eine sorgfältige Auswahl bei den dazu benutzten Steinen getroffen werden muss. In den sichtbaren Ansichtsflächen sind die Steine mit dem Hammer so weit nachzurichten, dass die Unebenheiten auf ein Richtscheit bezogen nicht mehr als 5 cm betragen, die Stossflächen müssen möglichst eben sein. Ein Auszwicken oder Ausschiefern der Ansichtsflächen wird nicht gestattet.

Geschichtetes Bruchstein-Mauerwerk ist in Schichten von etwa 0,2 m Höhe herzustellen. Die Steine sind so sorgfältig auszuwählen, dass die Schichthöhen nicht wesentlich differiren und die Steine einer Schicht gleiche Höhe haben. Am Haupte sind die Steine eben und sauber mit dem Zweispitz zu bearbeiten; das Lager ist auf mindestens 0,2 m, an den Stössen auf mind. 0,1 m Tiefe im rechten Winkel abzuarbeiten. Läufer und Binder müssen gehörig abwechseln und alle Stossfugen sich mindesten 0,15 m überbinden. Die Lagerfugen erhalten eine gleiche Dicke von 1 cm; das Auszwicken oder Ausschiefern ist verboten.

Beton-Fundamente. Bei Herstellung von Fundamenten, bezw. Bettungen aus Beton — unter Verwendung der auf der Baustelle vorhandenen Ziegelstein-Abfälle — sind die Abfälle in Stücke nach einem Ringe von höchstens 6 cm Durchm. zu zerschlagen, gut mit dem Mörtel zu mengen und in Einzellagen von höchsten 15 cm Höhe einzubringen.

Ziegel-Mauerwerk. Das Ziegelmauerwerk der Fundamente des Kellergeschosses und der übrigen Geschosse, der Ecken, Lisenen, Risalite, Gurtbögen, Thür- und Fenster-Oeffnungen u. s. w. ist im Kreuzverband mit gleichmässigen vollen Fugen, loth-, flucht- und wagerecht in durchaus gleicher, vom bauleitenden Beamten fest zu setzender Schichten-Theilung herzustellen. Besonders wird hervor gehoben, dass den Stossfugen vor dem Einlegen des Steins mit der Kelle gehörig Mörtel zu geben ist; ein Ausgiessen dieser Fugen von oben nach Einlegen des Steins ist unzulässig.

Die *Luft-Isolirung* der Frontmauer des Kellergeschosses ist in der vorgeschriebenen Entfernung von der Aussenflucht anzulegen, auch mittels, nach Anweisung durchgelegter Binder gehörig zu sichern; ferner ist die Luftschicht von Kalkmörtel und Ziegelstücken rein zu halten. — Die Ziegelsteine müssen gut angenässt werden. Zu welchen Bautheilen Kalkmörtel mit

Zementzusatz bezw. Zementmörtel verwendet werden soll, bestimmt der bauleitende Beamte. Derselbe ist befugt, besondere Arbeiter zum Annässen der Ziegel anzustellen, wenn der Unternehmer seiner bezügl. Verpflichtung nicht nachkommt.

Die Balken, sowie sonstige Verbandstücke, welche zu vermauern sind, müssen auf die Länge ihres Auflagers in Lehm gehüllt und in gemauerte Kammern eingebunden werden. Auch sind den Balkenköpfen gegenüber im Mauerwerk Luftlöcher anzulegen, welche erst kurz vor dem Ausfugen geschlossen werden dürfen. — Eiserne Träger und Unterzüge sind, sofern nicht Haustein-Unterlagen vorgesehen sind, auf Zementmörtel-Bett zu verlegen; auch ist das unterstützende Mauerwerk nach Anleitung des bauleitenden Beamten in besonders festen Ziegelsteinen in Spar-Zementmörtel auszuführen.

Ueberwölbung der Thüröffnungen. — Die Oeffnungen der innern Thüren sind unmittelbar über den Rahmhölzern, bezw. Unterlagsbohlen mit scheitrechten Bögen zu überspannen, über welchen Entlastungsbögen einzuwölben sind, so dass die fragl. Hölzer nicht durch Mauerwerk belastet werden.

Das Einmauern der Thürzargen ist mit besonderer Vorsicht vorzunehmen und deren rechteckige Form und senkrechte Stellung genau inne zu halten.

Thürdübeln ist durch Ausklinken der sie übergreifenden Steine ein sicherer Halt zu geben.

Röhren im Mauerwerk. Die Heiz-, Ventilations-, Rauchrohre u. s. w. sind genau nach den dafür fest gestellten Dimensionen im Mauerwerk auszusparen und von unten bis oben in gleichem, Querschnitt zu halten, wo erforderlich zu schleifen und innen mit glattem Putz zu versehen. Die Mündungen dieser Rohre sind genau nach Angabe anzulegen und die Oeffnungen hierfür, wie für Reinigungsthüren u. s. w., zu überwölben (nicht auszukragen). Sämmtliche Röhren sind von Schutt, Kalk u. s. w. frei zu halten und nach Beendigung des Baues rein zu übergeben. Die bezügl. Untersuchung erfolgt auf Kosten des Unternehmers durch einen Schornsteinfeger, den die Bauverwaltung bestimmt.

Gewölbe. Sämmtliche Gewölbe sind in kunstgerechtem Verbande mit engen zentral gerichteten Fugen auszuführen; an den Widerlagern sind schon beim Aufführen der Mauern die nöthigen Aussparungen, bez. Auskragungen für den Gewölbe-Anfang zu machen. Die Widerlags-Steine der Gewölbe, welche zwischen eisernen Trägern gespannt werden, sind sorgfältig so zu hauen, dass sie guten Anschluss an das Trägerprofil erhalten. Die Gewölbe sind im allgemeinen auf $^1/_3$ der Höhe, — wenn ein darüber liegendes Pflaster hergestellt werden soll, jedoch auf die ganze Höhe zu hintermauern. Die Einwölbung geschieht — so weit nicht ausdrücklich anders bestimmt wird — schwalbenschwanzförmig. Bei grösseren Gewölben und Bögen sind die Lehrgerüste im Scheitel nach Anweisung des Bauleitenden mit Baumaterialien zu belasten. Das Ausrüsten der Gewölbe darf nur nach spezieller Genehmigung des bauleitenden Beamten erfolgen.

Pflaster. Ziegelpflaster ist im Läufer-Verbande anzufertigen; wo dasselbe auf Sandbettung hergestellt wird ist das Planum vorher genau zu reguliren. Nach der Herstellung sind die Fugen mit Kalkmörtel zu vergiessen. Wo das Pflaster einen Asphalt-Ueberzug erhält, ist es in Kalkmörtel, jedoch mit hohlen Fugen zu verlegen, so dass der Asphalt in dieselben eingreift. — Sammelgruben im Waschkeller sind mit 1 Stein starken Wänden in Zementmörtel zu mauern und auszufugen, mit einer Rollschicht einzukränzen, welche mit Falz für das Gitter zu versehen ist. Fliesenbeläge sind mit 1 ^{mm} breiten Fugen in Mörtel aus hydraul. Kalk zu verlegen, wobei die Kanten der Fliesen zu schleifen sind. Keine Fliesenkante darf aus der horizontalen Ebene heraus treten.

Fachwerks-Wände. Bei Fachwerks-Wänden sind die Ziegel zwischen den seitens des Unternehmers auszufalzenden (bezw. mit dreikantigen Leisten benagelten) Stielen und den Riegeln scharf einzupassen, bezw. zuzuhauen und mit der Flucht des Holzwerks bündig zu halten. Bei äusseren Fachwerks-Wänden sind die Steine um die Stärke der Abfasungen des Holzes zurück zu setzen.

Verblendung. Die Verblendung zum Rohbau wird mit besonderen Verblendziegeln nach den Bestimmungen des Preis-Verzeichnisses im Zusammenhang mit dem übrigen Mauerwerk, oder auch erst nachträglich hergestellt.

Für nachträgliche Verblendung ist die richtige Verzahnung sowohl für den eigentlichen Mauerkörper, als auch für die Fenster und Thürlaibungen, Bögen etc. auszuführen, so dass die Verblendung und die Formsteine später in gehörigem Verbande eingesetzt werden können. Die Verblendsteine dürfen beim Transport auf die Rüstung nicht geworfen, sondern müssen mit der Mulde abgehoben und einzeln mit der Hand behutsam abgenommen werden, ohne dass Beschädigungen entstehen. Dafür, dass keine in Form oder Farbe fehlerhafte Steine zur Verwendung kommen, ist der Unternehmer allein verantwortlich; vermauerte fehlerhafte Steine sind wieder auszustemmen und durch vorschriftsmässige zu ersetzen.

Die Verblendung ist nach vorheriger genauer Eintheilung des Verbandes und der Schichthöhen auf Latten durchaus sauber auszuführen und vor Beschädigungen und Verunreinigungen, namentlich gegen das bei anhaltendem Regen von den Rüstungen ablaufende Schmutzwasser, zu schützen. Abschleifen der mit Kalk bespritzten Oberfläche mit Eisen oder Stein ist streng untersagt. Etwaige Beschmutzungen der verblendeten Flächen sind mit nassen Strohbesen sofort abzuwaschen. Durch diese Maassregeln ist der Gebrauch von Salzsäure zum Reinigen des Mauerwerks auf das Unerlässlichste zu beschränken. So weit das Abwaschen mit verdünnter Salzsäure unvermeidlich ist, dürfen höchstens 10prozentige Salzsäure-Lösungen benutzt werden und ist das Mauerwerk mit Schrubbern zu reinigen und mit reinem Wasser nachzuwaschen. Horizontal liegende Flächen, Fliesen etc. sind nie unter Anwendung von Salzsäure zu reinigen. Sämmtliche Fugen müssen mit der Ausführung der Verblendung zugleich mindestens 1,5 ^{cm} tief ausgekratzt werden. Ungleiche Stossfugen sind nachzuhauen. Das Ausfugen muss mit besonderer Sorgfalt geschehen; der Mörtel darf niemals über die Steinkante vortreten; vielmehr ist die Ausfugung vertieft auszuführen.

Das Einsetzen der Sandstein- resp. Terrakotten-Gesimse erfolgt nachträglich. Das etwa erforderliche, provisoriche, trockene Aussetzen der Aussparungen im Mauerwerk hat Unternehmer ohne besondere Entschädigung zu bewirken.

Versetzen von Werksteinen. Das Versetzen der Werksteine zu den Façaden, sowie der frei tragenden Treppen erfolgt mit Hülfe des Steinmetzen, welcher die erforderlichen Arbeitskräfte derart zu stellen hat, dass auf 2 Gesellen bezw. Arbeiter des Maurers, 1 Geselle bezw.

Arbeiter des Steinmetzen kommt. Alle Vorrichtungen zum Transport in vertikaler und horizontaler Richtung stellt der Steinmetz, der auch den Transport bis zur Hebestelle besorgt. Die Bedienung der Winden, die Vorhaltung der zum Versetzen der Fenster-Umrahmungen und der Gesimse erforderlichen Zwischengerüste, der Gerüste für das Versetzen der Treppen und der bezüglichen Absteifungen ist Sache des Unternehmers der Maurerarbeiten. Die Werksteine sind nach Loth und Schnur genau mit Hülfe von Blei-Unterlagen und Holzkeilen zu versetzen. Die Fugen sind an den Vorderflächen provisorisch mit Lehm zu schliessen und von hinten und oben zu vergiessen. Unternehmer hat die Werksteine und Gesimse sofort nach dem Versetzen durch Abdeckungen aus Lehm und Holz vor Beschädigungen und Verunreinigungen in ausreichender Weise zu schützen. Die etwa in Folge mangelnden Schutzes vorkommenden Beschädigungen hat der Unternehmer auf seine Kosten nach den Vorschriften der Bauverwaltung zu beseitigen. Hierfür, sowie für das Verputzen der Zink-Abdeckungen wird keine besondere Entschädigung gewährt. — Löcher zur Aufnahme der Stufen hat Unternehmer nach Anweisung im Mauerwerk auszusparen oder auszustemmen, die Stufen zu vermauern und sämmtliche Fugen zu vergiessen. — Die Schwellen und untermauerten Treppenstufen hat Unternehmer von der Lagerstelle ab zu transportiren, zu versetzen und gehörig zu untermauern. Nach dem Versetzen und Verlegen sind die Stufen und Schwellen zum Schutz gegen Beschädigungen gehörig mit Brettern abgedeckt zu halten; hierfür wird keine besondere Entschädigung geleistet.

Wandputz. Zum Aufbringen des Wandputzes sind die Fugen bis auf 13 ^{mm} aufzukratzen, das Mauerwerk ist mit Besen gehörig zu reinigen und anzunässen. Der äussere Wandputz ist 20 ^{mm} stark, der innere Wandputz 15 ^{mm} stark herzustellen.

Der Facadenputz ist aus nicht zu fettem Mörtel mit scharfem Sande zu fertigen und stets möglichst in einem Anwurf fertig zu stellen. Der innere Putz ist in 2 Lagen fertig zu machen. Der erste Anwurf ist dabei in magerem Kalkmörtel mit scharfem Sande, der letzte Anwurf aus fettem Kalkmörtel mit feinem Sande herzustellen. Der Mörtel ist fest anzuwerfen, mit Richtscheit eben abzuziehen und mit Reibebrett unter stetem Anfeuchten eben und glatt abzureiben.

Wird zum Putz Gips mit verwendet, so ist derselbe zum ersten Anwurf grob, zum zweiten Anwurf fein gesiebt dem Mörtel beizumischen. — Es ist zu beachten, dass eine neue Schicht des Putzes aufgetragen werden muss so lange die vorher aufgetragene Schicht noch feucht ist. — Der innere Putz ist an die Thüröffnungen so weit heran zu führen, dass die Bekleidungen ihn ca. 3 ^{cm} übergreifen. — Zementputz ist während 3 Tage nach dem Auftragen feucht zu halten. — Aller Putz muss genau ebenflächig abgezogen und ohne Risse sein. Kanten müssen genau senkrecht und etwas abgerundet sein.

Putz auf Decken und Holzwänden. Die Schalung ist sorgfältig mit verwechselten Stössen zu berohren. Die Rohrstengel sollen von gleichmässiger Stärke, von nicht mehr als 5 ^{mm} Drchm. sein, mit einem durchschnittlichen Zwischenraum von 1 ^{cm} gelegt und durch Drahtzüge in 0,1 ^{m} Entfernung mit Nägeln in 0,1 ^{m} Abstand befestigt werden. Der Draht muss gut ausgeglüht von N. 16, d. i. 1,6 ^{mm} stark sein. Die Rohrnägel müssen mindestens 2,5 ^{cm} lang sein und pro Tausend St. 1,1 ^{kg} wiegen.

Wenn Rohrgewebe angewendet wird, ist die Lattung mit $^{2}/_{3}$ ^{cm} starken Latten in 16 ^{cm} Entfernung anzubringen. Das 2te (dichte) Gewebe ist mit 10 Nägeln pro ^{qm} gegen die Latten zu heften und das 1ste (gröbere) Gewebe, dessen Stengel mit denen des 2ten Gewebes parallel liegen müssen, wie beim Rohren mit Schalung zu befestigen. Der Putz ist auf der Berohrung wie bei dem inneren Putz beschrieben und zwar sehr sorgfältig aufzubringen, damit die Verbindung des Mörtels mit der Berohrung eine gute und sichere werde.

Besondere Sorgfalt ist auf den Anschluss des Deckenputzes an den Wandputz zu verwenden. Unternehmer hat später etwa entstehende Risse auf seine Kosten zu beseitigen und die dadurch verursachten Reparaturen des Decken- und Wandanstrichs zu tragen.

Auf etwaige Mängel in der Deckenschalung hat der Unternehmer vor Beginn der Putzarbeiten aufmerksam zu machen und deren Beseitigung zu beantragen, da eine spätere Berufung auf derartige Mängel unzulässig ist.

Putz auf Fachwerkswänden. Das Holzwerk ist wie vor zu berohren; die Rohrstengel müssen die Fuge zwischen Holz- und Mauerwerk 2 ^{cm} breit überdecken.

Gezogene Gesimse. Die Vormauerungen der Gesimse sind aus gehauenen Ziegeln der Form der Putzgesimse so weit anzuschliessen, dass die Putzdicke nicht weniger als 10 ^{mm} und nicht mehr als 25 ^{mm} beträgt. Der Putz der Gesimse erfolgt wie vor angeführt unter Zusatz von Gips zur letzten Schicht. Die Schablonen sind genau nach den von der Bauverwaltung gelieferten Zeichnungen zu fertigen. Die Gesimse müssen rein und scharfkantig ausgezogen werden.

Nachbessern des Putzes. — Für den im Extrakt ausgeworfenen Preis sind die sämmtlichen Putzarbeiten nicht nur bis zur Uebergabe des Baues zu unterhalten, entstandene Beschädigungen auszubessern, sondern es sind dafür auch alle Verputz-, bez. Verstrich-Arbeiten an Fussleisten, Paneelen, Thürbekleidungen, Verdachungen, Latteibrettern, Oefen, Kochmaschinen, Rauchfängen, Gas- und Wasserl.-Röhren etc., überh. an allen Gegenständen des inneren Ausbaues auszuführen.

Rüstungen. Die bezüglichen Bestimmungen sind in § 12 der S. 113 mitgetheilten allgemeinen Bedingungen enthalten; wenn nicht, ist ein betr. Passus hier einzufügen.

Berechnung. Die bezügl. Grundsätze für die Berechnung der Massen sind, so weit nicht schon der Extrakt die Angabe enthält, nach den Angaben auf S. 52 ff. hier aufzunehmen.

4. Lieferung von Bruchsteinen.

Die zu liefernden Bausteine müssen durchaus fest, wetterbeständig, ohne Spalten und Blätterungen und zugleich so gross, lagerhaft und köpfig sein, dass sich daraus ein solides Mauerwerk in regelrechtem Verbande herstellen lässt. Die Lagerfläche muss mindestens 0,25 ^{m} im □ sein; die Stärke darf nicht unter 18 ^{cm} betragen. Steine von geringerer Grösse werden nicht als vertragsmässig angesehen und ebenso ist die Lieferung sogen. Zwickersteine durchaus unzulässig.

Das Aufsetzen der Bausteine in regelmässigen Haufen auf den dazu bestimmten Lagerplätzen geschieht seitens der Bauverwaltung auf eigene Kosten. Den vorstehenden Bedingungen nicht entsprechende Steine werden dabei aussortirt. Der Lieferant hat dieselben stets innerhalb 8 Tagen von der Baustelle zu entfernen, widrigen Falls deren Abfuhr etc. auf Gefahr und Kosten des Lieferanten seitens der Bauverwaltung ausgeführt wird.

5. Lieferung von Hintermauerungs-Ziegeln.

Qualität. Der zur Herstellung der Ziegel verwandte Thon muss so gut durchgearbeitet sein, dass die fertigen Steine im Bruche eine durchaus gleichmässige Struktur zeigen und frei von Mergel und Kalkknollen so wie frei von Steinen und Hohlräumen von mehr als Erbsengrösse sind. Ferner muss das verwandte Rohmaterial durchaus frei von Substanzen sein, welche zur Bildung von Effloreszenzen Veranlassung geben. Die gebrannten Steine müssen das Format von . . . Länge, . . . Breite, . . . Dicke haben. Sie müssen gleichmässig und gut durchgebrannt sein, beim Zusammenschlagen hell klingen, dürfen keine Brahmkanten haben, nicht windschief und verzogen, auch nicht rissig sein.*) Die Oberflächen dürfen nicht gesintert und verglast, sondern müssen so weit rauh und porös sein, als ein gutes Haften des Mörtels erforderlich macht. Die Steine müssen ferner beim Verbrauch sich etwas mit dem Maurerhammer bearbeiten lassen, ohne dabei zu zerbrechen und zu spalten.

Bruch. Es ist ein Bruch von 4 % der ganzen Lieferung zulässig, welcher jedoch nur aus Stücken nicht kleiner als ein halber Stein bestehen darf.

Aufsetzen. Der Lieferant hat die Steine auf den ihm überwiesenen Lagerplätzen in Haufen von je 200 Stück aufzusetzen. Der zulässige Bruch ist sichtbar und kontrollirbar auf den Haufen zusammen zu legen; im Innern der Haufen dürfen nur ganze Steine vorhanden sein. Sofern für die gesammte Lieferung nicht eine gleichmässige Qualität gefordert, sondern ein gewisser Prozentsatz schwächer gebrannter Steine zugelassen wird, sind die Materialien nach der Qualität zu sortiren und getrennt aufzusetzen.

Die einzelnen Haufen sind in Schaaren von je 10 Haufen = 2000 Steinen zusammen zu setzen; die Schaaren sind durch Gänge von 0,60 — 0,80 ᵐ Breite zu trennen. In jeder Schaar darf nur Material von gleicher Qualität vorkommen. An bereits abgenommene Lieferungen darf kein Material unmittelbar heran gesetzt werden; es ist Trennung durch einen Abstand von 1,0 — 1,5 ᵐ erforderlich.

Die Materialien-Anfuhr darf nur innerhalb der fest gesetzten Arbeitsstunden stattfinden. Abweichungen hiervon bedürfen der ausdrücklichen Genehmigung des bauleitenden Beamten. Die Kutscher des Lieferanten sind besonders zu verpflichten, allen zur ordnungsmässigen Regelung der Anfuhr getroffenen Anordnungen der Beamten sich zu fügen. Die mit dem Aufsetzen betrauten Arbeiter haben den Anweisungen des bauleitenden Beamten und des die Lieferung kontrollirenden Aufsehers unbedingt Folge zu leisten, insbesondere vertragswidriges Material nach den Anweisungen desselben auszusortiren. Jedoch darf, um dem Unternehmer die Möglichkeit zu geben, Einwände zu erheben, dieses aussortirte Material einstweilen in gesonderte Haufen zusammen gesetzt werden.

Die Abnahme. Ist zur Abnahme der Lieferant oder ein Vertreter desselben entblieben so erfolgt die betr. Festsetzung des Bauleitenden mit bindender Kraft für den Lieferanten. Bei der Abnahme kann der Bauleitende von je 2000 Steinen einen Haufen aufbrechen lassen. Die daraus erwachsenden Kosten wie auch die des Wiederzusammenstellens trägt der Unternehmer.

Mangelhafte Qualität des aufgebrochenen Haufens berechtigt zur Ablehnung der ganzen betreffenden Schaar von 2000 Stück Steinen.

Material, welches bei der Abnahme als vorschriftswidrig zurück gewiesen ist, ist binnen . . Tagen von der Baustelle zu entfernen. Andern Falls erfolgt die Abfuhr und Lagerung dieses Materials auf Gefahr und Kosten des Unternehmers.

Garantie. Auch nach der Abnahme leistet Unternehmer volle Garantie für die vertragsmässige Qualität des Materials auf die Dauer von . . Jahren vom Datum der Schluss-Abnahme der gesammten Lieferung ab gerechnet.

Besonders wird hervor gehoben, dass, wenn unter dem Einflusse der Witterung, der Nässe oder des Frostes, in Folge von nicht gehörig dichter Textur der Steine oder von Beimischungen von Kalkknollen etc. das Zersprengen eines Theiles der auf den Lagerplätzen befindlichen Steine erfolgt, die zerstörten Steine auf Kosten des Lieferanten aussortirt werden sollen und durch vorschriftsmässige vom Lieferanten zu ersetzen sind. Die Feststellung des zu ersetzenden Quantums bleibt vorbehalten; doch kann das Umsetzen und Aussortiren der gesammten auf den Lagerplätzen befindlichen Lieferung gefordert werden. Desgleichen sind alle bereits vermauerten Steine, an welchen sich Abblätterungen zeigen, auszustemmen und durch neue zu ersetzen, ebenfalls auf Kosten des Unternehmers.

Bem. Bei beschränkten Baustellen wird dem Unternehmer event. die Beschaffung eines Lagerplatzes auferlegt, auf welchem grössere Quantitäten in Vorrath lagern müssen, damit eine Stockung beim Bau vermieden wird.

Für Lieferung von Verblendsteinen sind die Vorschriften im wesentlichen wie vor; doch ist Gleichmässigkeit in Form und Farbe besonders zu betonen.

6. Lieferung von Formsteinen und Terrakotten.

Sämmtliche Formsteine und Terrakotten sind genau nach den beigefügten Façaden-Detailzeichnungen, bezw. nach den danach herzustellenden Schablonen-Zeichnungen anzufertigen. Die Stücke müssen durchaus sauber und scharf geformt, gehörig durchgebrannt, nicht verzogen, von schädlichen Beimengungen aller Art frei sein, auch einen gleichmässigen Farbenton haben.

Die erforderlichen Modelle hat der Fabrikant auf eigene Kosten anfertigen zu lassen und vor Inangriffnahme der Arbeit dem Baubeamten zur Prüfung vorzulegen, auch wo es erforderlich erscheint, in der für die betr. Stücke erforderlichen Höhe an dem Baugerüst provisorisch anbringen zu lassen.

Erst wenn die Modelle, resp. die etwa gewünschten Aenderungen daran genehmigt worden sind, darf mit der Fabrikation begonnen werden.

Der besseren Uebersichtlichkeit beim Versetzen der Formsteine halber ist die Zahl (Buchstabe), welche das Stück auf der Detailzeichnung führt, auf das Naturstück zu übertragen. Im fertigen Zustande müssen die Maasse der Stücke den ausgehändigten Zeichnungen genau entsprechen.

*) Wenn man nach den örtlichen Verhältnissen derartige Steine nicht erhalten kann, müssen die Forderungen entsprechend herab gestimmt werden. Abwesenheit von Kalkknollen und grösseren Steinen oder Hohlräume, Antheile von Salze bildenden Substanzen sind indessen stets zu fordern.

Bei der Anlieferung auf der Baustelle werden nur durchaus unbeschädigte Stücke abgenommen, bestossene oder beim Formen, Trocknen oder Brennen windschief, rissig oder glasig gewordene Formstücke zurück gewiesen.

Von allen denjenigen Stücken im Anschlags-Extrakt, welche in grösserer Zahl, bezw. in grösseren Dimensionen vorkommen, hat Fabrikant als Ersatz für etwa sich ereignenden Bruch beim Versetzen u. s. w. event. 2 % nachzuliefern, welche nach den vereinbarten Einheitssätzen vergütet werden.

Bezüglich der Messung bei der Abnahme wird fest gesetzt, dass die Längen der Plinthen, Gurt- und Hauptgesimse in der Hängeplatte, Fenster-, bezw. Thüreinfassungen in der Mitte der profilirten Faschenbreite gemessen werden.

Lieferant hat die Steine auf der Baustelle nach den einzelnen Formen geordnet zur übersichtlichen Abnahme aufzustellen.

7. Lieferung von Mauersand.

Die Lieferung soll in der Zeit bis zum ausgeführt werden. Bezüglich der Einzeltermine und der innerhalb derselben zu liefernden Quantitäten bleibt spezielle Bestimmung dem Bauleitenden vorbehalten. Allgemein wird nur fest gesetzt, dass die Lieferung von cbm pro Tag innerhalb der Einzelfristen, welche vom Tage der Zustellung der Aufforderung rechnen, gefordert werden kann und dass mit der Anfuhr des bezüglichen Quantums binnen 3 Tagen vom Datum der Zustellung der schriftlichen Aufforderung an gerechnet begonnen werden muss. Es soll jedoch Unternehmer berechtigt sein zu verlangen, dass das Quantum, dessen Anfuhr im Zusammenhange innerhalb der einzelnen Fristen geliefert werden muss, nicht kleiner als . . cbm ist.

Der Sand muss, rein von allen lehmigen, erdigen, eisenhaltigen, salzigen und vegetabilischen Stoffen, ferner ohne Beimischung grober Körner sein, sich scharf anfühlen, beim Reiben in der Hand knirschen und keine Flecke in derselben zurück lassen.

Der Offerte ist eine Probe beizufügen, der die ganze Lieferung durchaus entsprechen muss. Nicht probemässiges Material ist binnen 3 Tagen nach schriftlicher Mittheilung über die erfolgte Zurückweisung von der Baustelle zu entfernen und durch brauchbares zu ersetzen, widrigen Falls die Abfuhr und anderweite Lagerung, sowie die Beschaffung geeigneten Materials auf Kosten des Lieferanten geschieht. Falls das Material im übrigen probemässig, aber wegen zu grober Körner zur Verwendung für Ziegelmauerwerk resp. für Putzarbeiten nicht ohne weiteres geeignet ist, erfolgt Durchsiebung desselben auf Kosten des Lieferanten.

Zur Abnahme hat Lieferant den Sand auf dem dazu zu planirenden Lagerplatze in regelmässigen Haufen aufzuschichten, falls die Bauverwaltung nicht die Abnahme in Kästen vorzieht.

8. Lieferung von gelöschtem Kalk.

In den Einheitspreis ist die Herstellung und Vorhaltung der erforderlichen Löschgeräthe eingeschlossen.

Das Einlöschen erfolgt in Gruben, welche Seitens der Bauverwaltung auf eigene Kosten hergestellt und angewiesen werden. Dasselbe ist bei jeder Grube binnen höchstens . . . Tagen vom Datum der Zustellung der schriftlichen Aufforderung ab zu vollenden. Für jeden Tag der Verspätung verfällt Unternehmer in eine Konventionalstrafe von . . . M. pro Tag.

Der Kalk muss von bester Qualität und seiner besonderen Natur angemessen gebrannt und unmittelbar nach dem Brennen in Fässer gepackt worden sein. Derselbe ist in dieser Packung auch zur Baustelle zu bringen, u. z. stets möglichst frisch, unverfallen und lebendig. Bis zum Einlöschen ist der Kalk sorgfältig vor Nässe und Feuchtigkeit geschützt aufzubewahren. Die Einlöschung ist von dem Unternehmer auf der Baustelle derart zu bewirken, dass weder eine Ersäufung noch Verbrennung stattfindet, wozu der Wasserzufluss so zu ordnen ist, dass der Kalk stets in inniger Berührung mit Wasser sich befindet.

Unternehmer hat etwaigen, auf die geordnete Wasserzuführung beim Löschen zu treffenden Bestimmungen des bauleitenden Beamten unbedingt Folge zu leisten, auch etwa dazu vorgeschriebene Einrichtungen ohne besondere Entschädigung herzustellen. Die Entnahmestelle des Wassers wird dem Unternehmer bauseitig angewiesen; Pumpen oder andere Schöpf-Vorrichtungen stellt die Bauverwaltung.

Die Abnahme erfolgt, nachdem der Kalk eine solche Konsistenz erreicht hat, dass eine von demselben an beliebiger Stelle entnommene Probe von 1 l. Menge nicht mehr zerfliesst. Die Probe muss sich als von Butter ähnlicher Konsistenz erweisen und darf nicht körnerig sein. Umfassendere Proben über die Homogenität der Masse werden ausgeführt indem man mit Eisenstangen hinein fährt; dabei darf kein knisterndes Geräusch hörbar werden. Letztere Proben sind indessen nicht früher als 6 Tage, nachdem die Einlöschung beendet, vorzunehmen.

Eine fortlaufende Kontrolle über die Gleichmässigkeit der Qualität soll durch Kontrollirung der zum Einlöschen kommenden Tonnenzahl geübt werden; hierzu sind dem Bauaufseher im Laufe der Arbeit stets genaue Angaben über die zu den Löschgruben geschaffte Anzahl Tonnen zu machen.

Sollte die Bauverwaltung wegen Qualitätsmangel die Abnahme des gelieferten Kalks verweigern, so ist Unternehmer verpflichtet, das abgelehnte Material binnen . . . Tagen nach erfolgter Aufforderung von der Baustelle zu entfernen. —

Bemerkg. Die gewöhnlich in Kontrakten hinsichtlich der Qualität von gelöschtem Kalk anzutreffenden speziellen Bedingungen sind sehr unbestimmt und lassen der Auslegung einen weiten Spielraum. Ein Gleiches gilt bezüglich der Vorschrift über den Zeitpunkt der Abnahme, von dessen Fixirung in gewissem Grade die Menge das Materials abhängig ist. Man schreibt gewöhnlich vor, dass die Abnahme erfolgen soll, wenn in der Oberfläche der eingelöschten Masse sich Risse von 2 cm Weite gebildet haben. Diese Vorschrift ist unbestimmt, weil sie keine Rücksicht auf die sehr mitsprechenden Faktoren der Jahreszeit, der Witterung, der Tiefe und Beschaffenheit der Baugruben nimmt.

Die Bedingungen, wie sie oben mitgetheilt, erscheinen geeignet, eine gute Qualität des Materials sowohl als ein richtiges Quantum zu sichern; will man die Bedingungen schärfer als hier fassen (wozu übrigens in gewöhnlichen Fällen kaum ein Anlass vorliegt) so können die nöthigen Unterlagen dazu auf S. 16 wie auch aus dem Abschnitt „Mörtelmaterialien“ entnommen werden.

9. Lieferung und Löschen von hydraulischem Kalk.

Hinsichtlich des Brennens, der Packung und Aufbewahrung sind dieselben Bedingungen wie ad 8 vorzuschreiben.

Die Qualität der hydraul. Kalke ist eine sehr wechselnde; daher sind die betr. Anforderungen nicht allgemein, sondern nach Lage des Einzelfalles zu fixiren. Angaben über Festigkeits-Prüf finden sich auf S. 15. Ueber sonst. Angaben vergleiche den Abschnitt „Mörtelmaterialien."

Hinsichtlich des Löschprozesses ist zu beachten, dass gewisse Sorten hydraul. Kalks sowohl nass als trocken gelöscht werden können, andere entweder nur nass oder nur trocken.

Für die trockene Löschung sind folgende Bedingungen als zweckmässige vorzuschreiben:

Die gehörig zerkleinerten Stücke des Kalks sind in Körbe aus Weiden- oder Drahtgeflecht zu schaffen und diese unter Wasser zu verbringen. Die Körbe sind dort so lange zu belassen, bis das Aufsteigen von Luftblasen aufgehört hat, alsdann heraus zu nehmen, worauf der Inhalt in Haufen von etwa 1 m Höhe zusammen zu stürzen ist. Die Haufen werden hiernach allseitig mit einer 15—20 cm starken Sandschicht bedeckt und sind nun 14 Tage lang unberührt zu lassen; wenn sich bei genauer Untersuchung des Materials dann noch körnige Theilchen vorfinden, sind diese auszusieben. (Bei gewissen Sorten mit langer Dauer des Löschprozesses kann es geboten sein, die Dauer der Lagerung in Haufen noch noch zu vergrössern, auch vorzuschreiben, dass zur Abhaltung von Regen die Haufen mit Brettern oder Rasen abgedeckt werden.)

Anderweitig wird für trockne Löschung auch wohl vorgeschrieben, dass der Kalk nach Zerkleinerung gröberer Stücke in Haufen von ca. 0,75 cbm Inhalt aufzuschütten, sodann, unter Gebrauch einer Giesskanne, anzunässen und darauf in den Haufen mit Sand zuzudecken sei.

Das Kalkpulver ist beim Aufbewahren vor Nässe und Feuchtigkeit sorgfältig zu schützen.

Für die nasse Löschung gelten die Vorschriften wie bei Luftkalk; nur dass bei der geringeren Energie des Löschprozesses, die der hydraul. Kalk zeigt, die Zuführung des Wassers mit noch grösserer Vorsicht als beim Luftkalk geschehen muss.

10. Lieferung von Trass und Tuffsteinen.

Trass kommt vielfach mit werthlosem Material gemischt im Handel vor, die quantitativ und qualitativ schwer feststellbar sind. Daher sind strenge Vorschriften hinsichtlich der verlangten Festigkeit u. z. der Druckfestigkeit an würfelförmigen Stücken vorzuschreiben. Da auf den Fortgang des Erhärtungs-Prozesses die Temperatur von besonderem Einfluss ist, so müssen auch hierzu Vorschriften aufgenommen werden. Angemessen erscheint die Bedingung: dass Würfel von 10 cm Seite aus einer Mörtelmischung von 2 Volumth. Trass und 1 Volumth. Fettkalk nach 40tägiger Erhärtungsdauer unter Wasser während einer mittleren Temperatur von 20° C. die Festigkeit von 1700 kg ergeben sollen. Trass, welcher dieser Bedingung genügt, kann, wenn die Erhärtung bei der Temperatur von 10° C. stattfindet in seiner Festigkeit auf das 1/4 der obigen herab gehen, wie diese andererseits auch bei der Temperatur von 30° C. auf etwa 2 1/2 fache der obigen sich erhöhen kann. Hiernach ist die Bedingung bezüglich der Festigkeit mit grosser Vorsicht abzufassen. Die Lieferung erfolgt am zweckmässigsten bei Packung in Säcken.

Vorschriften über Festigkeit sind unnöthig bei Kontraks-Abschlüssen über Lieferung des Rohmaterials Tuffstein. Hier ist nur die Bezugsquelle (Brohlthal, Nettethal und Moselthal, Mosel bei Winningen) vorzuschreiben und sind allenfalls Vorschriften über das spezifische Gewicht, sowie die Minimalgrösse der einzelnen Stücke (0,002 oder 0,03 cbm) zu machen.

Strenge Vorschriften über den Schutz des Materials gegen Nässe und Feuchtigkeit sind sowohl bei Trass- als auch bei Tuffstein-Lieferungen entbehrlich, da das Material von Feuchtigkeit relativ wenig leidet; bei langer Lagerdauer sind aber Sicherungs-Vorkehrungen nicht zu entbehren.

11. Lieferung von Portlandzement.

Mit der Offerte ist Probe nebst Angabe der Bezugsquelle (Fabrik) einzureichen. Für die gesammte Lieferung ist nur Zement aus derselben Bezugsquelle zulässig. Hinsichtlich der Qualitäts-Bedingungen, der Packung etc. sind die Normen-Vorschriften (S. 14 und 15) zweckmässig.

Im übrigen gilt etwa Folgendes: der Zement muss vollständig trocken, ohne fremde Beimengungen in wohlverwahrter Originalverpackung (mit Fabrikmarke) zur Ablieferung gelangen. Am innern Umfange der Packung dürfen sich nirgends erhärtete Massentheile, feste Krusten, sonstwie auch nirgends Klumpen zeigen.

Zement von nicht kontraktmässiger Beschaffenheit muss von der Baustelle zurück genommen und durch kontraktgemässe Waare ersetzt werden.

In Fällen, wo über das Ergebniss von Festigk.-Proben Zweifel entstehen, soll die Entscheidung der Prüfungs-Station zu eingeholt werden, die als verbindlich für beide Seiten gilt.

Der Zement ist in den dem Lieferanten bauseitig anzuweisenden Räumen nach Vorschrift des Bauaufsichts-Beamten zu lagern. Diese Räume sind unter Verschluss des Lieferanten, welcher den Zement nach Bedarf auf Bestellzettel mit bestimmter Unterschrift verabfolgt; auf anderweite Requisitionen verabfolgter Zement wird bauseitig nicht bezahlt. Den Rechnungen des Lieferanten sind die Bestellzettel beizufügen.

Die Lieferung soll am . . . d. J. beginnen und müssen der Bauverwaltung von da ab wöchentlich . . . Fass (kg) zur Verfügung gestellt werden; sollte die Bauverwaltung ein grösseres Quantum als . . . Fass (kg) auf ein Mal verlangen, so ist dem Lieferanten hiervon . . . Tage vorher Anzeige zu machen.*)

Sollte der Lieferant seinen Verbindlichkeiten nicht prompt nachkommen, so ist derselbe der Bauverwaltung zum vollen Schadenersatz verpflichtet wenn die Arbeiten dadurch ins Stocken gerathen oder Fuhrwerke etc. vergeblich zur Abholung bestellt worden sind. Auch hat die Baubehörde dann das Recht, die Ausführung der Lieferung oder eines Theils derselben auf Kosten des Lieferanten um jeden Preis ohne weitere Anzeige auf schnellstem Wege anderweitig zu beschaffen.

Die Bezahlung erfolgt in nachstehend genannter Weise: Lieferant hat nach erfolgter jedesmaliger Ablieferung von mindestens 250 Fass, (50,000 kg) Rechnung einzureichen, nach deren Feststellung eine Abschlagszahlung event. bis zur vollen Höhe angewiesen wird.

*) Wenn Lieferung durch auswärtige Unternehmer zu erwarten ist, so dürfen stets nur Quanten von mindestens 1 Waggonladung zur Anlieferung an den einzelnen Terminen verlangt werden.

12. Lieferung von Romanzement.

Die Qualität des Romanzements ist in so hohem Grade wechselnd, dass betr. Bedingungen nur für den besonderen Fall aufgestellt werden können.

Einige hierzu gehörige Angaben finden sich auf S. 14 und 15; im übrigen wird auf den Abschnitt über Mörtelmaterialien verwiesen.

Die sonstigen Bedingungen sind event. wie ad 11 zu fassen.

13. Ausführung von Asphalt-Arbeiten.

In den kontraktlichen Preisen ist das Vorhalten und Anfahren der Kochkessel, das Liefern des Brennmaterials und aller zur Asphaltirung nothwendigen Materialien einbegriffen.

Es darf nur natürlicher Asphalt aus den Gruben und Goudrón bester Qualität zur Verwendung kommen. Die Beimischung von fremden Materialien, welche Steinkohlen- oder Braunkohlen-Theer oder Pech, Harz und Harz-Rückstände enthalten, ist untersagt.

Die Herkunft der Materialien ist in der Offerte anzugeben und für die ganze Ausführung beizubehalten.

Der Asphalt ist in Original-Broden unzerschlagen zur Baustelle zu bringen und darf erst verwendet werden, nachdem die Fabrikzeichen vom Bauleitenden geprüft sind.

Der Goudron muss bei der Temperatur von 10⁰ C. völlig erstarrt, bei 40—50⁰ C. flüssig sein, bei der Handwärme zwischen den Fingern sich zu langen Fäden ausziehen lassen. Beim Wiedererhärten nach dem Schmelzen müssen Sprödigkeit und Härte unverändert geblieben sein.

Der Kies so wie der Streusand müssen durchaus lehmfrei, gewaschen und von gleichmässiger Korngrösse sein.

Der Unternehmer darf nur geübte Arbeiter bei der Ausführung anstellen. Er muss fortwährend — so weit nicht Regenwetter oder Kälte Hindernisse bilden, — mit wenigstens 2 Oefen arbeiten. Die Oefen müssen dem Orte der Verwendung so nahe als möglich gestellt werden, damit die Masse beim Zutragen nicht zu stark abkühlt.

Die Feuerung der Kessel ist auf das Vorsichtigste zu behandeln, da für allen durch die Arbeiter veranlassten Feuerschaden der Unternehmer aufzukommen hat.

Der Asphalt ist auf Faustgrösse verkleinert in den Kessel zu bringen und, damit das etwa vorhandene Mineralöl völlig entweicht, das Kochen so lange fortzusetzen, bis gelblich grüne Dämpfe empor steigen.

Der Kies, rein und scharf und von Erbsengrösse, soll nach und nach in den Kessel gebracht werden, so dass er sich nicht am Boden setzen kann. Dem Gemisch ist durch Zusatz von Goudron (Bitumen) die gehörige Fette zu geben, der Goudron-Zusatz soll pro 100^{kg} Asphalt . . . ^{kg} betragen.

Vor dem Auftragen des Asphalts hat der Unternehmer die Unterlage auf Reinheit, guten Fugenschluss und Trockenheit zu untersuchen. Bei der Ausführung sollen die Arbeiter sich nur eiserner Schienen von der vorgeschriebenen Auftragsdicke bedienen; werden schwächere Schienen auf der Baustelle angetroffen, so kann die Beseitigung der damit ausgeführten Arbeit gefordert werden. Der Asphalt ist ohne Anstösse wasserdicht zu verlegen; die Fugen müssen dicht geschlossen sein. Auf den Anschluss der Asphaltirung an vertikale Mauerflächen muss eine besondere Sorgfalt verwendet werden.

Bei allen Flächen, die nicht überschüttet werden, muss Streusand, in Vogeldunst-Grösse, auf die Asphaltfläche und zwar zur Zeit, wo die Masse noch heiss ist, aufgebracht und entweder eingewalzt oder eingerieben werden.

Da die Unterlage bei der Arbeit nicht zu kalt sein darf, sind Arbeiten nur bei einer Temperatur von über 5⁰ R. auszuführen.

Die Bestimmung der zuzusetzenden Kiesmenge bleibt dem Unternehmer überlassen, der aber für die sichere Erfüllung folgender Bedingungen Garantie zu leisten hat.

Die durchgängig in 1^{cm} Stärke aufzubringenden Isolirschichten müssen die aufsteigende Erdfeuchtigkeit vollständig zurück halten, für die Mörtelfeuchtigkeit undurchdringlich und unangreifbar, auch so hart sein, dass unter Einwirkung der Sonnenwärme nicht ein Hervorquellen aus den Mauern stattfindet.

Die Beläge der Korridore, Durchfahrten u. s. w., dürfen keine Risse, noch Sprünge, noch Blasen zeigen, auch an Stellen, wo die Sonnenstrahlen nicht unmittelbar Zutritt haben, bei der höchsten Sommer-Temperatur nicht weich werden, wie bei Winterkälte nicht reissen.

14. Ausführung von Steinmetz-Arbeiten.

Die vertragsmässigen Preise beziehen sich auf die Herstellung der im Leistungs-Verzeichniss aufgeführten Arbeiten incl. Materialtransport zur Baustelle, Hilfeleistung beim Versetzen, Vorhalten der Geräthe und Hebezeuge, Lieferung und Anbringung der Verankerungen, Herstellung von Modellen und Schablonen nach Maassgabe der nachstehenden Spezial-Bestimmungen.

Arbeitskräfte. Zum Versetzen der Werkstücke hat der Unternehmer die erforderlichen Arbeitskräfte derart zu stellen, dass auf 2 Gesellen und 1 Arbeiter des Maurers 1 Geselle und 1 Arbeiter des Steinmetzen kommt.

Die Bedienung der Fahrschlitten und der Winden auf dem Podium des Gerüstes stellt die Bauverwaltung; das Abladen der Blöcke und der Transport bis zur Windestelle ist vom Steinmetzmeister zu besorgen. Die dazu nöthigen Arbeitskräfte müssen stets in ausreichender Anzahl auf der Baustelle bereit sein.

Rüstungen. Für die Herstellung der Façaden-Rüstung, der erforderlichen Zwischenrüstungen und der Absteifung der Gesimse sorgt die Bauverwaltung.

Hebezeuge. Alle Vorrichtungen zum Transport der Werkstücke in vertikaler und horizontaler Richtung und zum Versetzen, also: das gesammte Hebezeug, als Fahrschlitten, Winden mit Bremsvorrichtung, Taue, Kloben, Klauen, Wolfseisen, ferner Brechstangen, eiserne Hebel, Walzen, Keile, Bleiplatten etc., sowie alle sonstigen Geräthe und Werkzeuge hat Unternehmer vorzuhalten, desgl. auch das nöthige Schmieröl ohne besondere Vergütung zu beschaffen. Unter den Lagern der Winden sind Tropfkasten für das herab fallende Schmieröl anzubringen. Die Schutz-Abdeckungen der Gesimse nach dem Versetzen besorgt die Bauverwaltung; bis dahin bleibt Unternehmer für alle Beschädigungen an seinen Werkstücken verantwortlich. Insoweit die räumlichen Verhältnisse der Baustelle das Lagern grösserer Quantitäten von Werkstücken nicht gestatten, hat Unternehmer für deren anderweite Lagerung Sorge zu tragen.

Verankerungen. Sämmtliche Werkstücke der Façade sind gehörig unter einander und mit der Hintermauerung zu verankern. Die Verankerungen sind nach Maassgabe der Detail-Zeichnungen und nach Anweisung des baul. Beamten aus verzinntem (auch verzinktem) Eisen herzustellen und gut zu verbleien. Nur die grossen Verankerungs-Theile für das Hauptgesims liefert die Bauverwaltung; die Lieferung der kleinen Verankerungen und Dübel, sowie der insgesammt erforderlichen Menge von Gussblei zum Vergiessen und das Stemmen oder Bohren der Löcher für das Anbringen der Anker ist in die Einheitspreise nicht eingeschlossen.

Modelle und Zeichnungen. Die Zeichnungen für alle Details und Ornamente liefert die Bauverwaltung. Die erforderlichen Werkzeichnungen und sämmtliche Modelle hat Unternehmer ohne besondere Entschädigung fertigen zu lassen.*) Dieselben sind zur Probe in der entsprechenden Höhe provisorisch anzubringen und event. nach Angabe des Bauleitenden zu verändern. Falls Unternehmer eine Aenderung der in den Vertrags-Zeichnungen angegebenen Schichten- und Gesims-Theilungen wünscht, hat er dieserhalb dem baul. Beamten einen bezügl. Plan zur Genehmigung vorzulegen; indessen sind nenneswerthe Abweichungen in der Grösse der Werkstücke unzulässig.

Die Schwellen und Stufen dürfen stets nur aus einem Stück bestehen.

Qualität des Materials. Der Sandstein muss für die ganze Façade aus einem und demselben Bruche bezogen werden; die Steine müssen gleichmässig in der Farbe und ohne die geringsten Risse, Sprünge, Thongallen oder Eisennieren sein; auch dürfen vorgenannte Fehler nicht durch Einsetzen von Stücken oder Verkittungen verdeckt werden. Der Granit muss gleichmässig in Farben, Korn und Zusamensetzung, frei von Rissen, Sprüngen, Drüsen und Nestern sein.

Bearbeitung der Façaden. Sofern die Arbeits-Verzeichnisse und Zeichnungen nichts Anderes vorschreiben, sind die sichtbaren Flächen bei Sandstein-Mauerwerk fein und kunstgemäss zu schleifen, bei Granit sauber zu stocken, bei Kalkstein zu scharriren, wobei die Streifen von oben nach unten gerichtet sein müssen.

Bei den Werksteinen müssen die Fugflächen gespitzt und vollflächig sein. In der Ansichtsfläche müssen sämmtliche Werksteine 6^{mm} Schluss der Lager und Stossfugen geben, die Lagerflächen sind in dieser Stärke auf das ganze Lager des Steins durchzuführen, die Stossfugen bis auf 50^{mm} nach innen. Von da an sollen letztere gleichmässig 8—10^{mm} weit sein, um das Ausfüllen mit Mörtel besser vornehmen zu können.

Steine mit angeflickten oder beschädigten Kanten und Flächen werden nicht zugelassen. Ausnahmsweise können Steine mit fehlenden Kanten der inneren Flächen versetzt werden, wenn der fehlende Theil sich auf nicht mehr als $^1/_{10}$ der betr. Kante, bezw. der Breite der Fläche ausdehnt.

Bearbeitung der Stufen und Schwellen. Bezüglich der Bearbeitung gilt dasselbe wie oben; Granitschwellen müssen besonders fein gestockt werden.

Der eingemauerte Theil der frei tragenden Stufen und die Auflager der an den Enden unterstützten Stufen müssen durchaus vollflächig, vollkantig und gespitzt sein. Bei ummauerten Schwellen und Stufen darf an den nicht bearbeiteten Theilen die Vollflächigkeit bis $^1/_3$ herab beschränkt werden.

15. Ausführung von Zimmerarbeiten.

Nebenleistungen. In den kontraktlichen Preisen einbegriffen sind folgende Leistungen Transport zur Baustelle und Aufbringen aller Verbandhölzer. Das Liefern sämmtlicher Nägel einschl. der Sparrennägel und der zum Verband nothwendigen eichenen Holznägel, sowie das sämmtlichen Eisenzeugs zur Verbindung und Befestigung der hölzernen Treppen; die Herstellung der Nuthungen der Geschossbalken und Fachwandhölzer; das Befestigen des zum Holzverband gehörigen, von der Bauverwaltung gelieferten Eisenzeugs, (wie Klammern, Bolzen, Anker); die Ausführung des Kreosot-Anstrichs der mit dem Mauerwerk in Verbindung kommenden Holztheile, der Mauerlatten, Balkenköpfe, Thürzargen, wozu jedoch das Kreosot von der Bauverwaltung geliefert wird; Hülfe beim Anschlagen der gelieferten Thore und Thüren, endlich das etwa nöthig werdende Sortiren der Hölzer. Unternehmer ist auch gehalten, von allen schwierigeren Konstruktionen Werkzeichnungen fertigen zu lassen und dieselben der Bauverwaltung zur Genehmigung vorzulegen.

Ausführung im allgemeinen. Die Zimmerarbeiten sind in der im Arbeits-Verzeichniss angegebenen Art und Weise und auf Grund der Bauzeichnungen auszuführen; die hierin, bezw. in der Holzberechnung enthaltenen Stärken der einzelnen Hölzer müssen genau inne gehalten werden. Abweichungen von den Stärken-Angaben oder von der vorgeschriebenen Konstruktion der Balkenlagen, Verbände u. s. w. dürfen nur im Einverständniss mit dem bauleitenden Beamten gemacht werden; ein eigenmächtig angenommenes Mehr an Holzstärken oder ohne schriftlichen Auftrag ausgeführte Mehrarbeiten an den einzelnen Holzkonstruktionen bleiben, auch wenn die Wegnahme nicht verlangt wird, unbezahlt. Für Verschnitt wird bei der Ausführung nichts vergütet; es kommen überall nur wirkliche Längen (einschl. der Zapfen gemessen) in Anrechnung.

Die erforderlichen Stichmaasse hat der Unternehmer selbst auf dem Bau zu nehmen; etwaige Abweichungen gegen die Zeichnung sind der Bauverwaltung zur Entscheidung vorzulegen. Fehlerhafte und nach unrichtigen Maassen ausgeführte Arbeiten sind sofort zu beseitigen, andern Falls dies auf Kosten des Unternehmers geschieht.

Qualität des Materials. Das zu verwendende Material muss aus durchaus gesundem, kernigen Kiefernholz bestehen. Kreuzholz und Halbholz muss durch Auftrennen von Ganzholz gewonnen sein; einstielige Hölzer dürfen nicht verwendet werden. Die Bauhölzer müssen fluchtrecht und rechtwinklig geschnitten sein. Bei den Balkenhölzern ist am Zopfende auf einer Seite eine Baumkante von 4^{cm}, bei den schwächeren Hölzern von 2^{cm}, diagonal gemessen, gestattet, doch müssen die gen. Hölzer in ihrem mittleren Theil auf $^2/_3$ der Länge vollkantig bleiben. Alle auch nur zum Theil *gehobelten* Hölzer müssen ganz scharfkantig sein. Die Bretter sind gehörig getrocknet und möglichst astrein zu liefern. Aeste über 3^{cm} Durchmesser, lose, faule und harzige Aeste dürfen nicht vorkommen. Die zu den Brettarbeiten zu verwendenden Nägel müssen die 3fache Brettstärke zur Länge haben.

Bearbeitung und Verbindung der Hölzer. Schwellen und Rähme von geringerer Länge als 8^{m}, Sparren und Binderbalken dürfen nicht gestossen werden. Die Stösse sind mittels schrägen

*) Modelle von reicheren ornamentalen Details werden oft von der Bauverwaltung beschafft; auch dann, wenn diese Arbeiten nicht etwa als Bildhauer-Arb. besonders vergeben werden.

Hakenblatts zu bewirken. Bei allen Verbindungen, Versatzungen, Verblattungen, Verzapfungen, Schiftungen und Verkämmungen müssen die zu verbindenden Holztheile gut schliessend zusammen gearbeitet sein. Bei Versatzungen, Verzahnungen und Verblattungen sind die Berührungsflächen der zu verbindenden Holztheile zu hobeln. Die Mauerlatten, bez. Schwellen, sind wagerecht zu verlegen, in den Stössen zu überblatten und in die Balken vorschriftsmässig einzukämmen. Die Balkenlagen sind — so weit nicht die seitliche Annagelung von Latten ausdrücklich im Anschlage vorgesehen ist — für die Staakung in ausreichemdem Maasse sauber und parallel mit den Kanten zu falzen. Bei einer frei tragenden Länge von 6 m und darüber sind die Balken mit Doppelfalz für Kreuzstaakung zu versehen und zum Einziehen der Zugbolzen zu verbohren. Alle Auswechselungen an Schornsteinen, Heizröhren u. s. w. sind zeichnungsgemäss auszuführen. Alle Streben von Hänge- und Sprengwerken sind mit einfacher, bez. doppelter Verfalzung einzusetzen; wo Hirnholz gegen Hirnholz, bez. Langholz, stösst, sind ohne besondere Entschädigung Bleiplatten einzulegen. Bei der Aufstellung von Hängewerken ist der Hauptbalken etwas zu sprengen.

Keines der für den Bau gelieferten Hölzer darf der Unternehmer bei Herstellung seiner Rüstungen verwenden. — Beschädigungen des Mauerwerks beim Aufbringen der Balkenlagen u. s. w. hat der Unternehmer auf seine Kosten zu beseitigen. — Aenderungen am Mauerwerk beim Anbringen der Zimmer-Arbeiten dürfen nur durch Maurer bewirkt werden.

Brettarbeiten. Die Bretter sind auf den Unterlagen (Balken, Riegeln, Sparren etc.) mit der Kernseite nach unten zu legen und 2 Mal zu nageln. Gehobelte und profilirte Flächen müssen vollkommen rein, glatt und ohne sichtbare Hobelstösse hergestellt werden.

Die Fussbodenlager sind der ganzen Länge nach genau wagerecht zu legen und zu unterstopfen und dürfen behuf des Einebnens nicht unterschnitten werden.

Die Fussboden-Dielen müssen auf ihre ganze Länge gleich breit sein und die Breite darf nicht über 20cm betragen. In demselben Raume dürfen die Breiten der Dielen um nicht mehr als 2cm differiren. Die Bretter müssen genau senkrecht zur Richtung der Lager verlegt werden und eine durchaus ebene Fläche bilden, so dass niemals ein Vortreten der Kante eines Brettes über die des benacharten stattfindet. Es dürfen innerhalb des ersten Jahres keine Verwerfungen der Dielen und keine Fugen von mehr als 2mm Breite entstehen, widrigen Falls der Unternehmer nicht nur die erforderlichen Auspähnungen unentgeltlich vorzunehmen, sondern auch, wenn es gefordert wird, die Böden aufzunehmen, neu zu legen und das bedingungswidrige Material zu entfernen und durch vertragsmässiges zu ersetzen hat.

Wird es nothwendig, wegen der Tiefe oder Breite der Räume die gehobelten Dielen zu stossen, so ist der Unternehmer verpflichtet ohne besondere Entschädigung Friese von mind. 10cm Breite einzulegen. Die Scheuerleisten sind behobelt und gekehlt anzufertigen und in den Stössen auf Gehrung zusammen zu schneiden.

Die Bretter der Deckenschalungen dürfen nicht über 16cm, die der Dachschalung für Schieferdeckung nicht über 20cm, der für Zinkblech-Dächer nicht über 16cm Breite haben. Die Stösse derselben sind zu verwechseln. Die Deckenschalungen sind in den Stössen so wie gegen die UmfassungsWände scharf einzupassen, so dass die Berohrung überall gehörig befestigt werden kann. Bei sichtbaren Verschalungen überstehender Dächer müssen die Bretter gleiche Breite haben. Die Trauf-, Wind- und Zierbretter an den Rändern vorspringender Dächer sind mit Holzschrauben von 6cm Länge zu befestigen.

Gehobelte Wandverschalungen müssen aus Brettern von gleicher Breite hergestellt werden; die Deckleisten der Fugen dürfen stets nur auf einem Brett genagelt sein. Die Nagelungen derselben sind sehr sauber auszuführen, die Nagelköpfe in vorgebohrten Löchern zu versenken und zu verkitten.

Sonstige Arbeiten. Die Thürdübel sind behuf solider Einmauerung keilförmig mit 8cm langen Dollen in der Mitte anzuliefern. — Bei Anfertigung der Thürzargen ist mit besonderer Genauigkeit zu verfahren, damit dieselben rechtwinklig sind und genau ins Loth gestellt werden können. Die Tiefe der Thürzargen soll überall gleich der Mauerstärke + 2 Putzstärken sein.

Für die Geländer der Treppen sind, so weit nicht besondere Zeichnungen von der Bauverwaltung gegeben werden, die zu den Handgriffen, Pfosten und Sprossen zu verwendenden Muster dem bauleitenden Beamten zuvor zur Genehmigung vorzulegen.

16. Staaker-Arbeiten.

Zu den Staakungen sind je nach dem speziellen Inhalt des Arbeits-Verzeichnisses, entweder Staaken aus gesundem Klobenholz oder Lattstämme gespalten, mindestens 8 cm stark, oder Schwarten von gesunden Stämmen herrührend, in der Mitte mindestens 3,5 cm stark, zu verwenden. Dieselben sind für jedes Balkenfeld genau passend zuzuschneiden, scharf in die Falze einzutreiben und dicht an einander zu schlagen, besonders ist auf einen guten Anschluss an die Mauern Rücksicht zu nehmen. Die Fugen sind mit Strohlehm zu dichten; der Lehm muss fett, frei von erdigen Bestandtheilen und Steinen sein. Nach dem Trocknen des Strohlehms sind die Balkenfelder mit reinem trockenen Sand (oder Coaksasche)bis Balkenoberkante zu verfüllen.

Beim Eintreiben der Staakhölzer ist darauf zu achten, dass die Balken nicht seitwärts gedrängt werden; dazu müssen dieselben untereinander abgespreizt werden.

Die Reinigung der Staakungen vor dem Einbringen des Staakungs-Materials ist Sache des Unternehmers.

17. Schmiede-Arbeiten

Die abzugebenden Preise beziehen sich auf die Lieferung frei Baustelle.

Das Schmiedeisen muss von guter Qualität, zäh und sehnig sein und hakigen Bruch zeigen. Es darf weder kalt- noch rothbrüchig sein und muss eine rein ausgewalzte weder durch Schieferungen noch durch Schlacken verunreinigte Oberfläche zeigen. Biegungen, Drehungen und Kröpfungen müssen in rothglühendem Zustande ausgeführt und frei von Sprüngen und Rissen oder verbrannten Stellen sein. Alle Schweissungen müssen besonders sorgfältig ausgeführt sein, so dass innige Verbindung der Eisentheile erzielt wird. Rund-, Quadrat- und Flacheisen muss an allen Stellen gleichen normalen Querschnitt zeigen; die Kanten müssen geradlinig und scharf sein. Alle Schraubengewinde müssen vollständig ausgeschnitten sein, die Muttern sich leicht aufdrehen lassen, ohne jedoch zu schlottern.

Muttern und Köpfe erhalten die Stärke des Bolzens zur Höhe; für alle Bolzen derselben Stärke müssen die Muttern genau auf einen Schlüssel passen. Die Oesen der Anker sind durch Schweissung herzustellen; die Löcher für Nägel etc. sind in roth glühendem Zustande des Eisens durchzutreiben und event. nachher durch Bohrung zu berichtigen.

Bei Anfertigung der Anker u. s. w. sind die aus dem Kostenanschlage, bezw. aus den, den Bestellzetteln beizufügenden Handzeichnungen sich ergebenden Gewichte möglichst genau inne zu halten; das etwaige Mehrgewicht darf höchstens 5 % betragen; darüber hinaus gehende Gewichte werden nicht bezahlt; Mindergewichte, die gleichfalls bis zu 5 % gehen dürfen, bleiben unbezahlt. Erforderliche Stichmaasse hat der Unternehmer selbst an den Zimmerkonstruktionen zu nehmen.

Die Ermittelung der Gewichte erfolgt durch einen zur Ausstellung von Waagescheinen berechtigten Beamten, falls dieselbe nicht mit einer auf der Baustelle vorhandenen Waage bewirkt wird. Im letzteren Falle hat Unternehmer die Arbeitskräfte beim Verwiegen unentgeltlich zu stellen und soll ein Lieferungs-Schein mit Gewichts-Angabe ausgefolgt werden.

Bei Ablieferung der Eisentheile ist dem Bauleitenden der amtliche Waageschein auszuhändigen; Eisentheile, über welche Waage- oder Lieferungs-Bescheinigung nicht beigebracht wird, werden nicht als geliefert betrachtet und bleiben unbezahlt.

Die Lieferung der Anker u. s. w. zur Baustelle muss stets spätestens binnen . . Tagen nach Uebergabe des betr. Bestellzettels an den Lieferanten erfolgen, widrigen Falls die Bauverwaltung berechtigt ist, die bestellten Theile auf Kosten desselben um jeden Preis anderweitig zu beschaffen.

Anm. Zu weiter gehenden Vorschriften über die Qualität wird auf die bezügl. Angaben in den Abschnitten „Festigkeitslehre“ sowie „Eisen und Stahl als Baumaterialien“ verwiesen.

18. Lieferung und Aufstellung von Eisenkonstruktionen.

Umfang der Verpflichtungen.*) In die vertragsmässigen Einheitspreise sind eingeschlossen:
die Anfertigung und Verbindung sämmtlicher Konstruktionen, deren Transport zur Baustelle, Montirung und Aufstellung, Transport und Vorhaltung, bez. Aufstellung und Abbruch aller erforderlichen Gerüste und Schutzvorkehrungen, sowie Vorhaltung der Geräthe und Werkzeuge;
die Ausführung der erforderlichen Material-Prüfungen;
die Herstellung der Werkzeichnungen und Modelle;
die Reinigung der Konstruktionstheile und Herstellung der vorgeschriebenen Anstriche;
die bei der Aufstellung und Montirung erforderlichen Messungen im Anschluss an die von der Bauverwaltung dem Unternehmer gegebenen Axen, Höhenpunkte und Auflager.

Werkzeichnungen. Die Ausführung der Arbeiten und Lieferungen hat genau nach den der Verdingung zu Grunde liegenden Zeichnungen zu erfolgen, von denen dem Unternehmer bei der Zuschlags-Ertheilung beglaubigte Kopien ausgehändigt werden sollen.

Auf Grund der letzteren hat der Unternehmer genaue Werkzeichnungen in $^1/_{10}$ der natürl. Grösse anzufertigen, aus welchen alle Maasse und die Anordnung der Niete zu ersehen sind. (Von näher zu bestimmenden Theilen sind ev. Zeichnungen in natürl. Grösse zu fertigen.)

Die Werkzeichnungen sind . . . Wochen nach Abschluss und Aushändigung des Vertrages in 2 Exemplaren mit Unterschrift des Unternehmers der Bauverwaltung zur Genehmigung einzureichen. 1 Exemplar der revidirten Zeichnungen, welche der Ausführung und der Abnahme zu Grunde gelegt werden, erhält der Unternehmer spätestens . . Tage nach der Einsendung zurück. Wird dieser Zeitraum von der Bauverwaltung überschritten, so soll dem Unternehmer eine dieser Verzögerung entsprechende Verlängerung des Termins für die Fertigstellung seiner Arbeiten gewährt werden.

Etwaige dem Unternehmer wünschenswerthe Aenderungen gegen die Vertrags-Zeichnungen sind vor dem Einreichen der Werkzeichnungen zu beantragen.

Mit der Vorlage der Zeichnungen hat der Unternehmer der Bauverwaltung diejenigen Hüttenwerke namhaft zu machen, aus denen er die zur Herstellung der übernommenen Konstruktionen erforderlichen Materialien bezieht. Diese Angaben dürfen, so weit die Deutlichkeit der Zeichnung darunter nicht leidet, durch Einschreiben in die letztere bewirkt werden.

Gewichts-Berechnung. Die von der Bauverwaltung aufgestellte Gewichts-Berechnung der Konstruktion wird dem Unternehmer mit den Vertrags-Zeichnungen übergeben. Der Unternehmer ist verpflichtet dieselbe zu prüfen und etwaige Fehler zur Anzeige zu bringen.

Ist der Submission nur eine überschlägige Gewichts-Berechnung zu Grunde gelegt worden, oder treten bei Ausführung der Konstruktion vom Unternehmer beantragte oder von der Bauverwaltung angeordnete Aenderungen ein, so hat Unternehmer eine neue Gewichts-Berechnung aufzustellen und der Bauverwaltung mit den Werkzeichnungen in 2 Exemplaren mit seiner Unterschrift zur Revision einzureichen. Eins der Exemplare erhält Unternehmer revidirt zurück.

Den Gewichts-Berechnungen sind folgende Einheits-Gewichte pro cbm zu Grunde zu legen: für Stahl resp. Flusseisen 7850 kg; für Gusseisen 7250 kg; für Schweisseisen (Schmiedeisen) 7780 kg.

Qualität und Prüfung der Materialien. Schmiedeisen. Das zu verwendende Schmiedeisen muss von sehniger Textur, vollkommen tadellos und weder warm- noch kaltbrüchig sein. Dasselbe darf im Aeussern, auch nach den weiter unten bestimmten Biegeproben, keine unganzen Stellen, eingewalzte Schiefer oder Schlacken noch sonstige Mängel zeigen. (Bezüglich der vorzuschreibenden Festigkeitszahlen für Schmiedeisen und Stahl und Qualitätsproben vergl. den betr. Abschn.) — Gusseisen. Die Gusseisen-Theile müssen aus grauem, welchem Eisen sauber und in den vorgeschriebenen Dimensionen hergestellt werden. Dieselben dürfen weder Blasen noch Löcher oder Risse enthalten, nicht krumm gezogen sein oder sonstige Mängel haben. Ein gegen die scharfe Kante des Gussstücks geführter Schlag mit dem Hammer muss einen Eindruck zurück lassen, ohne dass die Kante abspringt.

Die Minimalfestigkeit muss bei Gusseisen betragen:
Gegen Zug 1100 kg pro qcm; gegen Druck 6000 kg „ „ qcm.

Gusseiserne Säulen und Stützen werden bis zur doppelten Höhe derjenigen Belastung, für welche sie konstruirt sind, geprüft.

*) Unter Zugrundelegung der beim Bau der Berliner Stadteisenbahn gebrauchten Bedingungen.

Differenzen in den Wanddicken sind nur so weit zulässig, dass die grösste Differenz der Wanddicken nie mehr als 3 mm bei vorgeschriebenen Wandstärken von 10 mm, 4 mm bei solchen von 15 mm, 5 mm bei grösseren vorgeschriebenen Wandstärken betragen darf. Abgesehen hiervon darf die ausgeführte Querschnitts-Fläche nie geringer sein, als in den Zeichnungen und Berechnungen vorgeschrieben ist.

Reinigung und Anstrich. Vor dem Zusammensetzen der einzelnen Theile der Eisenkonstruktion ist der an denselben befindliche Rost und Hammerschlag zu entfernen.

Die Reinigungs-Methode bleibt zunächst dem Unternehmer überlassen; doch ist vor deren Anwendung der Bauverwaltung Mittheilung zu machen und sind etwaige Bedenken durch entsprechende Aenderungen des Reinigungs-Verfahrens zu beseitigen. Im Falle der Reinigung auf chemischem Wege bleibt der Unternehmer für das etwaige Nachrosten in Folge nicht genügend sorgfältigen Entfernens der Säure verantwortlich.*)

Die gereinigten Stücke sind unmittelbar nach der Reinigung mit einem Anstrich von siedend heissem Leinöl satt zu streichen.

Bis der Leinölfirniss gehörig angetrocknet ist, sind die gestrichenen Eisentheile in geeigneter Weise unter Schutz zu halten.

Die zusammen gesetzten Konstruktions-Theile dürfen bis zur vorläufigen Abnahme mit keinerlei weiterem Anstrich versehen werden; nach der Abnahme sind die einzelnen Stücke mit einem Anstrich von Bleimennige zu versehen. Nach erfolgter Aufstellung wird dem gesammten Eisenwerk eine nochmalige Grundirung mit Bleimennige gegeben, nachdem sämmtliche Fugen an den Berührungsflächen je zweier Stücke mit Mennigekitt gehörig und sorgfältig ausgestrichen sind. Ausserdem müssen alle, zwischen den Konstruktions-Theilen sich bildenden Räume, worin Wasser-Ansammlungen möglich sind, mit Asphaltkitt gut gefüllt werden.

Ist eine Verzinkung von Eisentheilen vorgeschrieben, so muss dieselbe als ein vollkommen gleichmässiger Ueberzug hergestellt werden, so dass weder einzelne Stellen des Eisens unbedeckt bleiben noch andere Stellen hervor tretende Zinktheile aufweisen. Die verzinkten Theile müssen bis zum Bruche hin und her gebogen werden können, ohne dass sich die Verzinkung in gesonderten Metallblättchen ablöst. Der Zink-Ueberzug muss bleifrei sein.

Bearbeitung und Verbindung der Materialien. Die sämmtlichen Konstruktions-Theile müssen genau den dem Vertrage zu Grunde liegenden Zeichnungen, bezw. den revidirten Werkzeichnungen entsprechen und folgende Bedingungen erfüllen:

a. Die durch Nietung oder Verschraubung zu vereinigenden Eisentheile sind so auszurichten, dass die Fugen vollständig dicht schliessen.

Das Verstemmen der Fugen vor der Prüfung und Abnahme ist untersagt.

b. Sämmtliche Eisentheile müssen entsprechend den in den Zeichnungen angegebenen Dimensionen aus dem Ganzen gewalzt, bezw. geschmiedet sein und dürfen nicht durch Zusammenschweissen einzelner Stücke gebildet werden. Ausnahmen sind besonders fest zu stellen.

c. Das Eisen in den Kröpfungen und Biegungen darf weder verbrannt sein, noch durch die Bearbeitung gelitten haben. Der Querschnitt in den Kröpfungen und Biegungen muss der gleiche sein wie in den geraden Stücken.

d. Mit Ausnahme der schmiedeisernen Platten, in welche die Nietlöcher gebohrt oder gedrückt sein können, sollen alle Schrauben und Nietlöcher mit dem Bohrer hergestellt werden. Wo mehrere Löcher in zu verbindenden Theilen auf einander treffen, sind Verschiebungen von höchstens 4 % des Durchmessers zulässig. Dieselben müssen jedoch durch Aufreiben vollständig ausgeglichen werden.

e. Die Nietlöther müssen genau den vorgeschriebenen Durchmesser und bei allen Konstruktions-Theilen die in der Zeichnung vorgeschriebene Stellung und Versenkung erhalten. Auch sind dieselben vor dem Einsetzen der Niete von jedem Grat zu befreien und mittels eines Wischers gehörig zu reinigen.

f. Die einzuziehenden Niete sind zuvor auf ihre ganze Länge hellroth warm zu machen und durch Aufschlagen von dem etwa ansitzenden Glühspahn zu befreien. Nach dem Einsetzen muss der aufzustauchende Kopf so lange bearbeitet werden, bis die Glühhitze vorüber ist.

Nach der Vernietung ist zu untersuchen ob die Nieten vollkommen fest sitzen und nicht prellen. Alle nicht fest eingezogenen Nieten sind wieder zu entfernen und vorschriftsmässig durch andere zu ersetzen, in keinem Falle aber kalt nachzutreiben.

g. Vorschrift über die den Nieten zu gebende Form. Die in den Zeichnungen angegebene Stärke, Form und Entfernung der Niete ist genau einzuhalten; willkürliche Abweichungen sind in keinem Falle gestattet. Die Nietköpfe müssen zentral sitzen, in allen Punkten ihres Umfanges dicht anschliessen und dürfen keinerlei Risse zeigen.

h. Die vorkommenden Schraubengewinde müssen nach der Withworth'schen Skala angefertigt und so rein ausgeschnitten sein, dass die zugehörigen Muttern weder schlottern noch einen zu festen Gang haben.

Auflagerung. Die Auflager-Steine werden dem Unternehmer in richtiger Höhenlage überwiesen; auch werden die Mittel-Linien der wichtigen Axen durch deutliche Merkmale angegeben. Vor dem Beginn der Aufstellungs-Arbeiten hat der Unternehmer an Ort und Stelle genaue Stichmaasse von den Auflager-Mauern und deren Entfernungen von einander nehmen zu lassen und über etwaige Differenzen gegen die Angaben der Zeichnung die Bestimmung der Bauverwaltung über die Ausgleichung derselben einzuholen; andern Falls ist der Unternehmer für die entstehenden Nachtheile verantwortlich. — Bei diesen Messungen des Unternehmers wird auf Antrag demselben seitens des bauleitenden Beamten Assistenz gewährt. Die richtige und genaue Lagerung der Hauptträger wird dem Unternehmer ganz besonders zur Pflicht gemacht.

Die Aufstellung des Auflagers soll so erfolgen, dass die Druckabgabe auf dasselbe und von diesem auf den Unterlags-Quader eine vollständig gleichmässige ist. Zu diesem Zwecke ist zwischen der Grundplatte des Auflagers und dem Widerlags- bezw. Auflagersteine durch Ein-

*) Die Reinigung erfolgt entweder mittels Anwendung von Drahtbürsten oder durch Beizen mit verdünnter Salzsäure. In letzterem Falle muss die nach dem Beizen zurück bleibende Säure durch Eintauchen der Konstruktions-Theile in Kalkwasser entfernt werden, worauf dieselben nochmals mit reinem Wasser abgespült werden.

treiben von schlanken Keilen eine Fuge von 10—13 mm Weite herzustellen und diese durch Eingiessen von Zement (bezw. eines aus Blei und Antimon bestehenden Hartmetalls) auszufüllen. Nach dem Erhärten des Zements (des Metalls) sind die Keile zu entfernen. Das Verlegen und Vergiessen der Auflagerplatten (einschliesslich der Beschaffung des Metalls, ausschliesslich des Zements) hat Unternehmer ohne besondere Vergütung zu bewirken; die etwa erforderlichen Maurer- und Steinmetz-Arbeiten bewirkt die Bauverwaltung.

Rüstungen und Aufstellungs-Methode. Die für die Aufstellung der Eisen-Konstruktionen zu wählende Methode, so wie die Konstruktion der Rüstungen bleibt im allgemeinen dem Ermessen des Unternehmers überlassen.

(Falls besondere Verhältnisse auf die Anordnung und Konstruktion der Rüstungen und die Art der Montirung bedingend einwirken, sind dieselben hier oder in besonderer Anlage in klarer und erschöpfender Weise, event. unter Beifügung von Skizzen, darzulegen.)

Zeichnungen der Gerüste im Maassstabe 1 : 100 müssen . . . Wochen nach dem Vertrags-Abschlusse der Bauverwaltung zur Prüfung und Genehmigung vorgelegt werden. Durch diese wird die etwa erforderliche polizeiliche Genehmigung der Rüstungs-Konstruktion eingeholt werden.

Den Anordnungen der Polizei - Behörden hat Unternehmer in der gestellten Frist nachzukommen, widrigen Falls die Bauverwaltung berechtigt sein soll, das Erforderliche ohne weiteres für seine Rechnung zu veranlassen.

Den betr. Aufsichts-Behörden ist behuf der event. erforderlichen Bekanntmachungen rechtzeitig von dem Unternehmer der Termin der Inangriffnahme des Gerüstbaues anzuzeigen.

Nach beendeter Aufstellung der Eisen-Konstruktion sind die Gerüste sogleich wieder abzubrechen (und die zur Unterstützung derselben etwa eingerammten Pfähle auszuziehen).

Alle bei den Aufstellungs-Arbeiten aus irgend welcher Veranlassung vorkommenden Unfälle und deren Folgen fallen lediglich dem Unternehmer zur Last.

Ueberwachung und Kontrolle der Arbeiten. Die Revision des zur Verwendung kommenden Materials sowie der fertigen Konstruktions-Theile behuf ihrer vorläufigen Abnahme erfolgt in den Werkstätten der Fabrikanten durch einen dazu von der Bau-Verwaltung abgeordneten Techniker. Unternehmer hat dafür zu sorgen, dass dem kontrollirenden Beamten hierbei stets und überall der Zutritt zu den Werkstätten gestattet, sowie jede gewünschte Auskunft ertheilt wird. Dem Beamten sind bei den vorzunehmenden Prüfungen die erforderlichen Werkzeuge, Vorrichtungen und Arbeiter unentgeltlich zur Verfügung zu stellen.

Besitzt der Unternehmer nicht die erforderlichen Einrichtungen für die vorgeschriebenen Prüfungen der Elastizität und Festigkeit der zu verwendenden Materialien, so lässt die Bauverwaltung dieselben auf Kosten des Unternehmers ausführen.*)

Für Materialien, welche bei den vorzunehmenden Proben etwa zerstört werden hat Unternehmer keine Entschädigung zu beanspruchen.

Die Revision des Materials, sowie die vorläufige Abnahme der fertigen Konstruktions-Theile hat der Unternehmer mindestens 8 Tage vorher schriftlich zu beantragen.

Behuf der Revision des Materials werden durch die kontrollirenden Beamten von jeder Gattung des zu untersuchenden Eisens mehrere Stücke beliebig ausgewählt. Je nach dem Ausfalle der Proben soll dann angenommen werden, dass das gesammte, zur Prüfung vorgelegte Quantum der betr. Gattung die verlangten Eigenschaften besitzt oder aber zu dem verlangten Zwecke nicht verwendet werden darf und durch besseres vertragsmässiges Material zu ersetzen ist.

Sollten bei der Revision der fertigen Konstruktions-Theile Mängel in der Ausführung einzelner Stücke wahrgenommen werden, so ist Unternehmer verpflichtet, die mangelhaften Stücke auf eigene Kosten durch andere vorschriftsm. zu ersetzen, ohne dass ihm hieraus ein Anspruch auf Verlängerung der Vollendungs-Termine oder auf Erlass der Konventionalstrafe erwächst.

Gewichts-Ermittelung.**) Zum Zweck der Abrechnung sollen wo möglich sämmtliche Konstruktions-Theile gewogen werden. Ist dies nicht durchführbar, so ist eine von der Bauverwaltung speziell anzugebende Anzahl von fertigen Konstruktions-Theilen in Gegenwart eines Beamten der Bauverwaltung oder eines öffentlichen, zur Ausstellung von Waagescheinen berechtigten Beamten (an einem gegen Wind geschützten Orte) zu wägen. Durch Vergleichung der direkt bestimmten mit den durch Rechnung ermittelten Gewichten wird das specif. Gewicht fest gestellt, welches für die Berechnung des Gesammt-Gew. der Konstruktion aus dem Volumen zu Grunde zu legen ist.

Kleine Konstruktionen werden im ganzen gewogen.

Die Bezahlung erfolgt alsdann nach den vereinbarten Einheitspreisen, auf Grund des ermittelten Gesammt-Gewichts, falls letzteres das in der zugehörigen Gewichts-Berechnung angegebene Gewicht nicht um mehr als 3 % übersteigt. Beträgt dagegen das Mehrgewicht über 3 % des berechneten Gewichts, so wird dem Unternehmer nur ein Mehrgewicht von 3 % entschädigt. Ein etwaiges Mindergewicht wird bei der Bezahlung in Abzug gebracht.

Konstruktions-Theile mit einem Mehrgewichte von mehr als 2 % des berechneten können ohne weiteres zurück gewiesen werden.

Prüfung und Abnahme des fertigen Lieferungs-Objekts. (Hierfür sind in jedem einzelnen Falle spezielle Bedingungen auszuarbeiten, bei welchen die Möglichkeit der Ausführung der Probe-Belastung in dem konkreten Falle zu überlegen ist).

Gusseiserne Säulen und Träger sind mit dem doppelten Gewichte, welches sie demnächst zu tragen haben, zur Probe zu belasten.

Eine geringe bleibende Durchbiegung nach der ersten Probe-Belastung soll nicht der fehlerhaften Ausführung der Konstruktion zugeschrieben werden, wenn hierbei keine bleibende Deformation der einzelnen Konstruktions-Theile (Verbiegen der Vertikalen, Trennung an den Verbindungs-Stellen, Ausweichen der gedrückten Theile und Aehnliches) nachgewiesen werden kann. Doch darf eine fernere bleibende Durchbiegung bei weiteren Versuchen nicht mehr wahrgenommen werden.

*) Ist die Bauverwaltung in der Lage, die Proben mit ihr gehörigen Apparaten auszuführen, so berechnet sie dem Unternehmer die ihr erwachsenden Selbstkosten, incl. der Kosten für das Zurichten der Probestücke und den Transport derselben.

**) Nachstehendes ist unter Benutzung des Entwurfs der „Normal-Bestimmungen“ etc. bearb. auf Beschl. d. Verb. d. Archit. u. Ingen.-Ver. vom sächs. Ingen.- und Archit.Verein, formulirt.

Die gemessenen elastischen Durchbiegungen bei ruhender und bei bewegter Last dürfen die berechneten keinesfalls um 15 % übersteigen. Die Bauverwaltung behält sich das Recht vor, die rechnungsmässig zulässige Durchbiegung für jeden Fall fest zu stellen und das Ergebniss der statischen Berechnung beizufügen.

Bei Ausführung der Probe-Belastungen ist die nöthige Rücksicht auf die etwa eintretenden Temperatur-Differenzen, besonders aber auf das ungleichmässige Bestrahlen der Konstruktions-Theile durch die Sonne zu nehmen.

Der Bauverwaltung steht es frei, das Verhalten einzelner Trägertheile auch durch unmittelbares Messen ihrer Deformationen innerhalb der Grenzen der bedingungsmässigen Tragfähigkeit durch passende Apparate zu prüfen.

Alle Mängel, welche sich bei der Probe-Belastung an der Konstruktion heraus stellen und welche auf Fehler in der Ausführung oder im Material zurück zu führen sind, hat der Unternehmer innerhalb einer von der Bauverwaltung vorzuschreibenden Zeit zu beseitigen.

Die Kosten der Probe-Belastung trägt die Bauverwaltung.

Abnahme und Garantie. Die Revision der ausgeführten Arbeiten behuf ihrer Gesammt-Abnahme soll binnen . . . Wochen nach vollständig bewirkter Aufstellung erfolgen. Der Unternehmer bleibt jedoch von diesem Zeitpunkte an noch 1 Jahr für den normalen Zustand und die gute vorschriftsmässige Ausführung der Eisenkonstruktion verantwortlich.

19. Schlosser-Arbeiten.

In die kontraktlichen Preise sind einbegriffen: das Anschlagen aller Stücke, der Mennige-Anstrich der nicht sichtbar bleibenden Eisentheile nach der Abnahme, die Befestigung der nöthigen Schrauben, Schraubenbolzen, das Reinigen, Oelen und Gangbarmachen der Beschläge vor Uebergabe des Baues. — Gewöhnliche Handelswaare wird nicht angenommen.

Das zu verwendende Eisen darf weder kalt-, noch rothbrüchig, noch beim Ausschmieden verbrannt sein und soll zu den verschiedenen Arbeiten immer das für den speziellen Zweck am besten qualifizirte Eisen genommen werden.

○-, □-Eisen u, s. w. muss an allen Stellen gleichen normalen Querschnitt haben; die Kanten müssen geradlinig und scharf, die Flächen — namentlich bei Blechen — eben sein. Gegossene Beschlagtheile sind in blasenfreiem Guss anzuliefern. Das zu verwendende Messing muss weich und zähe sein, auch in der Härte den Messingtheilen der vorgelegten Proben entsprechen.

Bei nach Gewicht veranschlagten und zu liquidirenden Gegenständen darf die Gewichts-Differenz höchstens 5 % betragen; Mehrgewicht über 5 % wird nicht bezahlt. Gegenstände, bei denen mehr als 5 % an dem anschlagsmässigen Gewicht fehlt, werden zurück gewiesen; im übrigen gilt für die Bezahlung das wirkliche Gewicht.

Die einzelnen Beschlagtheile sind genau den Abmessungen der betr. Thüren und Fenster anzupassen und hat der Unternehmer sich die nöthigen Maasse in der Werkstätte des Tischlers, bezw. auf der Baustelle selbst zu nehmen. Derselbe ist allein dafür verantwortlich, dass die gelieferten Beschläge genau passen.

Die Thür-Beschläge sind so anzuordnen, dass die Thüren beim Oeffnen etwas anheben. Die Aufsatzbänder der Thüren und Fenster sind ohne Ausnahme auf den Dorn tragend einzurichten.

Sämmtliche Schlösser müssen zweitourig sein, mit kräftigen, nicht erlahmenden Federn versehen werden, einen leichten Gang haben und ganz sicher und genau schliessen. Um die Konstruktion leicht prüfen zu können, sind dieselben mit einer abzuschraubenden Decke einzurichten und behuf Vorrevision geöffnet vorzulegen. Die abnahmefähigen Schlösser werden auf dem Stulp mit einem Stempel versehen. Alle zu den Schlössern gehörigen Schlüssel müssen geschmiedet, sauber abgefeilt und nachpolirt und dürfen nicht länger als nöthig sein; sie sind in doppelten Exemplaren zu liefern.

Sämmtliche Schlüssel müssen ungleich sein. Für zusammen gehörige Räume ist nach Bestimmung des bauleitenden Beamten, je ein Hauptschlüssel ohne besondere Vergütung zu liefern. Nach Anschlagen der Schlösser sind dem bauleitenden Beamten die Hauptschlüssel zu übergeben. Für die übrigen Schlüssel haftet der Schlosser bis zur Uebergabe der ganzen Arbeit und hat jene bis dahin in Verwahrung zu halten. Die Schlüssel sind mit hölzernen Täfelchen nach Angabe des Bauleitenden nummerirt zu überliefern.

Der Fenster-Verschluss ist überall so einzurichten, dass beim Schliessen durch Gleiten auf einer schrägen Fläche ein allmählich zunehmendes Andrücken der Rahmen gegen einander stattfindet.

Ueber die Dimensionen der Fenster- und Thür-Beschläge wird, so weit der Extrakt nichts Spezielleres vorschreibt, Folgendes fest gesezt:

Die einzulassenden Scheinecken der Fenster sind 18 mm breit und 2 mm stark zu fertigen und müssen mind. 10,5 cm lange Schenkel und 5 Löcher haben. — Die Aufsatzbänder der 4- und 6-flügeligen Fenster müssen für die oberen Flügel 10,5 cm hoch und 2 mm stark, für die unteren Flügel 13 cm hoch und 2 mm stark sein. — Die Aufsatzbänder der Thüren sind auf Mitte gerichtet 18,5 cm hoch und 4 mm stark zu fertigen.

Sämmtliche Beschlagtheile sind durch Schrauben mit versenkten Köpfen zu befestigen, welche nur angedreht, nicht eingeschlagen sein dürfen. Alle Arbeiten sind ohne Anstrich abzuliefern, aber zum Schutz gegen Rost auf allen Seiten mit Oel gut abzureiben. Die Scheinecken und Winkeleisen sind jedoch an der Unterseite mit Mennige-Anstrich zu versehen.

Die Beschläge dürfen erst angeschlagen werden, wenn die Tischler-Arbeiten den ersten Anstrich erhalten haben, widrigen Falls dieselben ohne Entschädigung wieder abzunehmen sind. Durch Schuld des Schlossers beschädigte Arbeiten anderer Werkmeister hat derselbe auf eigene Kosten zu repariren oder neu zu liefern. Nach Fertigstellung der Anstriche sind alle Beschlagtheile nochmals durchzusehen, zu reinigen, zu ölen und vollkommen gangbar zu machen.

20. Schieferdecker-Arbeiten.

In die kontraktlichen Preise eingeschlossen ist die Lieferung und Eindeckung der Leiterhaken sowie die Unterhaltung des Daches während der ersten 3 Jahre seines Bestandes vom Datum der Abnahme der Arbeiten an gerechnet.

Den Offerten sind Proben der Schiefer und der zur Eindeckung der Grate dienenden besondern Stücke mit Angabe des Bruches, aus welchem die Schiefer bezogen werden sollen, sowie Proben der Schiefernägel beizufügen. Dies ändert nichts an der Haftbarkeit des Unternehmers für die Güte des Materials.

Die Eindeckung des Daches erfolgt auf Schalung (Lattung) in sogen. englischer Manier in horizontalen Reihen mit 10 cm Ueberdeckung jedes dritten Steines.

Die von dem Unternehmer mit zu liefernden Latten müssen vollkantig, astfrei und durchaus gesund sein. Bei Eindeckung auf Schalung hat vor Beginn der Arbeit der Unternehmer sich von der Beschaffenheit der Schalung zu überzeugen und etwaige Einwände rechtzeitig vorzubringen.

Der Schiefer soll gleichmässig in Farbe und Stärke sein; er muss den Witterungs-Einflüssen vollkommen widerstehen, dicht, feinkörnig und hell klingend sein und darf keine Beimischungen fremder Körper, als Quarzkörner, Schwefelkies etc. enthalten, welche locker werden oder den Schiefer zersprengen könnten. Die einzelnen Platten sollen lg. brt. sein und müssen auch vollständig ebene Unterflächen und scharf und sauber bearbeitete Kanten haben.

Zur Erzielung einer wasser- und schneedichten Dachung sind die Seitenkanten der Steine in den Stössen genau und sauber an einander zu fügen. Die reinste Seite der Platten soll nach oben gekehrt verlegt werden. Tafeln von nicht ganz gleichmässiger Stärke sind derart zu verlegen, dass die dünnere Kante die überdeckte, die dickere aber die überdeckende wird. Jede Platte wird mittels zweier Nägel auf der Schalung befestigt. Die Nagellöcher sind so zu hauen, dass die durch das Aussplittern entstehende trichterförmige Erweiterung der Löcher bei dem verlegten Steine sich auf der Oberseite befindet. Eine Ausnahme machen die sogen. Bussnagel-Löcher der Schlusssteine, welche in umgekehrter Richtung zu liegen kommen. Ausser an den Schlusssteinen dürfen in der ganzen Dachfläche keine Nagelköpfe sichtbar bleiben. Die Eindeckung der Grate soll mit Patentschiefer erfolgen, welche an den Enden gefalzt sind. Unter den Stössen sind Bleilagen von 5 cm Breite anzuordnen. Die Befestigung erfolgt mit verzinnten (verbleieten oder verzinkten) Schrauben.

Die Schiefernägel sollen 3 cm lang, aus zähestem Eisen und verzinnt (verbleiet oder verzinkt), nicht gepresst, sondern geschmiedet sein. Ihre Stärke bestimmt sich dadurch, dass auf 1 kg höchstens 140 Stück gehen.

(Bedingungen über das etwaige Verstreichen des Daches mit Oelkitt für den Fall, dass die Deckung auf Latten ausgeführt wird. Oelkitt ist eine Mischung von mit Bleiglätte abgekochtem Leinöl und Portlandzement-Pulver.)

Die Leiterhaken sind aus zähem sehnigem Eisen zu fertigen und mit 3 Stück 8 cm langen an den Kanten aufgehauenen Nägeln in der Dachfläche zu befestigen. Die Haken sind in heissem Zustande in Leinöl zu legen und später mit einem Asphalt-Ueberzuge zu versehen. Pro 20 qm Dachfläche sind 3 Haken anzubringen.

Bei Berechnung des Umfangs der ausgeführten Arbeit findet ein Abzug an Fläche für Schornsteine und kleine Dachfenster sowie der in Zinkblech ausgedeckten Kehlen nicht statt.

Während der dreijährigen Garantiezeit hat Unternehmer alle Reparaturen, sofern solche nicht durch nachweislich ungeschicktes Betreten des Daches veranlasst wurden, binnen 8 Tagen vom Datum der Zustellung der schriftlichen Aufforderung an gerechnet zu bewirken, widrigen Falls dieselben ohne weiteres auf seine Kosten ausgeführt werden.

21. Ausführung eines Holzzement-Daches.

Vor Beginn der Eindeckung hat sich Unternehmer von der Beschaffenheit der gespundeten Schalung zu überzeugen und von irgend welchen daran vorkommenden, für den Bestand der Holzzement-Deckung bedenklichen Erscheinungen etc. rechtzeitig Anzeige zu machen. Geschieht dies nicht so geht dem Unternehmer das Recht, sich bei vorgekommenen Schäden auf Mängel der Schalung zu berufen, verloren.

Vor dem Auflegen der 1. Papplage ist auf die Schalung eine etwa 1 cm starke Sandschicht aufzusieben. Das Material dazu hat der Unternehmer zu liefern.

Die Eindeckung ist aus 1 Lage bester Goudron-Pappe und 3 Lagen bestem Holzzement-Papier mit jedesmaligem Holzzement-Anstrich vorschriftsmässig nach den besten Regeln der Technik herzustellen; die 1,0—1,5 m breiten Papierlagen sind von der Traufe nach dem First, unter Verschiebung der Stösse und mit jedesmaliger 15 cm breiter Ueberdeckung zu legen. Das Ausbreiten der Papierlagen muss ohne Falten-Erzeugung bewirkt werden und müssen dieselben sorgfältig mittels weicher Bürsten oder mit der Hand angedrückt werden, so dass die Entstehung von Luftblasen verhindert wird. Sämmtliche Anstriche müssen in heissem Zustande der betr. Masse erfolgen. Die Ueberdeckungen werden mit Holzzement besonders gedichtet.

Bei Eintritt von Regenwetter ist die Arbeit sofort zu unterbrechen und das etwa schon feucht gewordene Papier ohne Entschädigung zu entfernen und durch trocknes zu ersetzen.

Nach dem Aufbringen der 3ten Papierlage ist die ganze Dachfläche mit einem etwas stärkeren Holzzement-Anstrich zu überziehen; die Fläche ist darauf etwa 1 cm hoch mit trocknem Sande zu besieben und dann mit einer 4 cm starken Schicht von Chaussee-Schlick und mit einer 4 cm starken Schicht von Brunnenkies zu beschütten. (Auch kann lehmiger Kies zur Abdeckung vorgeschrieben werden).

Nach der Abnahme bleibt der Unternehmer (5) Jahre für die Tüchtigkeit der ausgeführten Leistung verantwortlich. Alle während dieser Zeit sich zeigenden Mängel oder Schäden, welche nicht nachweislich durch fremde Ursachen entstanden sind, hat der Unternehmer auf Aufforderung Seitens der Bauverwaltung unentgeltlich zu beseitigen. Ein etwaiger Verlust an Deckkies, der durch die Wirkung des Windes entsteht, wird von der Bauverwaltung getragen. —

22. Klempner- (Spengler-, Flaschner-) Arbeiten.

In die vertragsmässigen Preise ist eingeschlossen: die Lieferung sämmtlicher Materialien, Weiss-, Schwarz- und Zinkblech, Haften, Nägel, Rund- nnd Flacheisen, Draht, Putzhaken, Gabel-Rinnen und Schelleisen, die in die Wulste der Rinnen und Gesims-Abdeckungen einzulegenden Rundeisen, sofern solche im Leistungs-Verzeichniss gefordert sind, Löthzinn, Salmiak etc., die weiterhin erwähnten Schutz-Anstriche und Ueberzüge, der Transport aller Materialien und Geräthe, sowie Vorhaltung der letzteren. Ferner eingeschlossen ist die Herstellung von Modellen für die wichtigeren und komplizirteren Theile der Arbeit, sowie die Vorhaltung, Befestigung und Beseitigung der provisorischen Abfallrohre. (Falls die Ausführung der Arbeiten in die späte Jahreszeit fallen sollte und dieselben vor Winter nicht ganz vollendet werden können, ist wegen sonstiger Provisorien besondere Bestimmung nothwendig.)

Bezüglich der Vollendungs-Fristen ist vorzusehen, dass alle in der Werkstatt fertig zu machenden Arbeiten (welche speziell zu bezeichnen sind) bis zu einem bestimmten Termine zur Besichtigung fertig gestellt sein müssen.

Das Zinkblech muss von der besten Qualität, fehlerfrei, gleichmässig dick, auf der Oberfläche glänzend, ohne Wellen, Risse, Blasen und Abblätterungen sein. Es darf weder brüchig, noch spröde sein und beim Biegen keine Risse zeigen. Ausschuss-Bleche dürfen unbedingt nicht verwandt werden.

Die Zinkblech-Stärken müssen den Angaben des Extrakts entsprechen und wird bestimmt, dass 1,0 ^{qm} Zinkblech von den No. 11, 12, ... etc. die zugehörigen Stärken und Gewichte (nach den Angaben S. 28) haben muss. Unternehmer hat auf Erfordern dem bauleitenden Beamten eine näher zu bestimmende Anzahl Tafeln vorzuwiegen. Ergeben sich dabei merklich geringere Gewichte, so ist der betr. bereits fertig gestellte Theil der Arbeit wieder zu beseitigen.

Sämmtliche Blecharbeiten der Dächer, Rinnen, Kehlen, Mauer- und Schornstein-Anschlüsse sind wasserdicht und gesichert gegen das Abheben durch Wind herzustellen und durchweg derart verschieblich zu verbinden und zu befestigen, dass die in Folge der Temperatur-Aenderungen entstehenden Längen-Aenderungen ungehindert vor sich gehen können.

Das Zinkblech darf nirgend mit Eisen in unmittelbare Berührung gebracht werden. Es sind daher nur verzinkte Nägel zu verwenden; auch Rinneneisen, Schellenbänder etc. sind zu verzinken oder, sofern dies nicht im Leistungs-Verzeichnisse besonders vorgeschrieben ist, in erwärmtem Zustande in Leinöl zu legen und danach mit Asphalt-Lack zu überziehen. Die Breite der Löthnähte soll 15 ^{mm}, die Breite der gefalzten Näthe 30 ^{mm} und diejenige der Saumfalze 26 ^{mm} betragen; jedoch soll bei den Schiebenäthen der Dachdeckungen und Kehlen, der untere Falz um 6 ^{mm} schmaler als der obere 30 ^{mm} breite Falz sein.

Die Tafeln zu den Kehlen sind an den Längsrändern zu falzen und mittels gefalzter, auf die Dachfläche genagelter Heften zu befestigen. Die Quernäthe sind zu löthen. Uebersteigt jedoch die Länge der Kehle mehr als 4 Taffellängen so ist eine Schiebenath anzuordnen. Der mittlere Theil der Kehle ist rinnenförmig in 8—10 ^{cm} Breite in die Dachfläche einzulassen, zu welchem Zwecke die Schalbretter auf den Kehlsparren die erforderliche Tiefe lassen. Die Schornsteinkasten sind auf der Firstseite mit Grat auf Einschalung einzudecken. An den Schornsteinen und an höher geführten Mauerflächen ist die Blech-Eindeckung 0,2 ^{m} hoch aufzubiegen und mit einem Abschluss-Streifen gehörig zu verfalzen, letzterer in einen gespitzten Falz einzulegen und mit Bankhaken gut zu befestigen.

Gesims-Abdeckungen sind mit verzinkten Drahtdübeln zu befestigen, welche auf dem steinernen Gesims zu verbleien sind. Die Löcher im Deckblech, durch welche die Dübel greifen, sind länglich zu gestalten und die Dübel mit Unterlags-Plättchen zu versehen und mit auf das Deckblech gelöthetem Blechbuckel zu bedecken. Längere Gesims-Abdeckungen sind in entsprechenden Entfernungen mit Schiebenäthen zu versehen.

Rinnen sind nach Maassgabe der Spezialzeichnung derart verschieblich herzustellen, dass auf grössere Längen, an den Brechpunkten des Gefälles oder an den Abfallrohren Schiebefalze eingelegt werden. Die Rinneneisen sind in 50 ^{cm} Entfernung zu legen.

Abfallrohre sind so anzubringen, dass die Löthnaht nach aussen gekehrt, also sichtbar und für Reparaturen zugänglich bleibt. Die Rohrschellen, 6 ^{mm} stark, 18 ^{mm} breit, sind mit Scharnieren herzustellen und in je 2 ^{m} Entfernung anzubringen. Die Kniestücke sind besonders sorgfältig zu arbeiten und ist namentlich das Löthen sorgsam auszuführen. Wenn die Abfallrohre durch Gesimse geführt werden, müssen Futter mit 1,5 ^{cm} grösserem Durchmesser von gleicher Blechnummer ohne besondere Vergütung eingelegt werden. Können die Abfallrohre nicht sofort in die für sie bestimmten Kanäle eingefügt werden, so hat Unternehmer passende Kniestücke provisorisch anzulöthen und dieselben später wieder zu entfernen.

Vor Beginn der Dacheindeckung hat Unternehmer sich rechtzeitig von der Beschaffenheit der Schalung zu überzeugen und von Mängeln behufs ihrer Beseitigung Anzeige zu machen. Er verzichtet ausdrücklich auf die Erhebung späterer Einwände in dieser Beziehung. (Ueber die Art der Schalung: Richtung und Breite der Schalbretter etc. ist hier Angabe aufzunehmen. Die weiteren Bestimmungen sind nach Maassgabe des gewählten Eindeckungs-Systems zu treffen.)

Die Berechnung der eingedeckten Flächen erfolgt nach den wirklichen Maassen, mit Zuziehung der Aufbiegungen. Für Ueberlöthungen und Falze kommt nichts in Anrechnung. Dachrinnen u. Abfallrohre werden nach Länge, ohne Rücksicht auf Stösse u. Ueberlöthungen berechnet.

23. Tischler-Arbeiten.

Der Offerte ist ein mit Rahmen und Füllung und mit überschobenen Leisten mit Kehlstössen gearbeitetes Probestück von ca. 50 zu 50 ^{cm} Grösse beizufügen, welches sowohl bezüglich der Qualität der Arbeit als auch des Materials maassgebend sein soll.

Die im Leistungs-Verzeichniss angegebenen Maasse der Oeffnungen beziehen sich auf die Lichtmaasse im Mauerwerk.

Die vertragsmässigen Preise verstehen sich einschliesslich der Lieferung aller Materialien, des Transports bis zur Verwendungsstelle, des Einpassens und Einsetzens der Thüren, Thore, Fenster sowie der zur Zusammensetzung und Anbringung der Arbeitsstücke erforderlichen Nägel, Schrauben, Dübel etc., mit Ausnahme nur der Thürdübel und Fenster-Bankeisen.

Sämmtliche durch das fertige Mauerwerk bedingten Stichmaase sind vom Unternehmer auf dem Bau zu nehmen; derselbe ist für das genaue Passen seiner Arbeiten verantwortlich; in Betreff etwaiger Abweichungen gegen Anschlag oder Zeichnung ist die spezielle Bestimmung des bauleitenden Beamten einzuholen.

Von allen Gegenständen die in grösserer Anzahl zu liefern sind hat der Unternehmer Probestücke zu fertigen und solche unentgeltlich so weit abzuändern bis dieselben vom bauleitenden Beamten als mustergültig für die weitere Lieferung befunden worden sind.

Unter Zugrundelegung der Vertrags-Zeichnungen hat Unternehmer vor der Inangriffnahme der Haupt-Stücke deutliche Werkzeichnungen in entsprechender Grösse anzufertigen und dem bauleitenden Beamten zur Gutheissung vorzulegen.

Das zur Verwendung kommende Holz muss bei allen Arbeiten durchaus trocken, gesund, gut gewachsen, zu den Fenstern durchaus astfrei, zu den übrigen Arbeiten möglichst astfrei

sein*); lose, faule und harzige Aeste, Aeste über 3 cm Drchm. sind unbedingt unzulässig. Bezüglich des Alters des Holzes wird gefordert, dass letzteres 3 Jahre vor seiner Verwendung in Bohlen bezw. Brettern gelegen hat. Hierüber hat der Unternehmer bei Abgabe seiner Offerte sich auszuweisen und auf Anfordern dem bauleitenden Beamten den für die betr. Arbeit bestimmten Holzvorrath vorzuzeigen. Kann ein genügender Nachweis nicht geführt werden, so bleibt die Offerte unberücksichtigt.

Die Zusammensetzung der einzelnen Gegenstände hat in der grössten Schärfe und auf das Solideste zu erfolgen, so dass sich nach Jahresfrist noch keine Verwerfungen, Risse und Fugen an denselben zeigen. Die zu verbindenden Theile müssen namentlich in den Stossfugen und Gierungen genau zusammen passen und sich in den Zapfen und Zapfenlöchern, Nuthen und Federn, Zinken und sonstigen Verbindungen durchgängig vollkommen berühren. Einstückelungen und Verkittungen werden nirgends geduldet.

Die Dicke der Zapfen und Federn soll in der Regel $1/3$ der Holzstärke betragen. Hirnleisten werden mit Nuthen, angesimsten Federn und in angemessenen Entfernungen überdies durch Zapfen verbunden, welche auf wenigsten $2/3$ der Hirnleisten-Breite eingestemmt werden. Eingeschobene Federn sind aus Buchenholz anzufertigen.

Alle sichtbar bleibenden Flächen müssen glatt und vollkommen fluchtrecht gehobelt, gesimst und rein abgezogen werden, so dass die einzelnen Hobelstösse nirgends sichtbar bleiben. Mit besonderer Sorgfalt und Regelmässigkeit sind die Kehlstösse auszuhobeln.

Glatte Thüren sind aus einzelnen gleich breiten Brettern zusammen zu setzen; werden die Fugen mit Leisten gedeckt, so dürfen letztere durchgängig nur an eine Brettkante genagelt werden. Riegel und Streben bei glatten Thüren sind auf den Schwalbenschwanz einzuschieben. Füllungen aller Art werden in Tafeln verleimt und müssen sich in den Nuthen der Rahmhölzer frei bewegen können. Die Schlitzzapfen der Rahmstücke müssen durch die ganze Breite des betr. Holzes greifen und sind zu verleimen. Die Schlagleisten auf Doppelthüren sind aus Eichenholz zu fertigen; sie werden aufgeleimt u. durch Holzschrauben m. versenkten Köpfen befestigt.

Thür- und Fenster-Bekleidungen sind in den Gehrungen stets durch Feder und Nuth zu verbinden. Die Thür-Bekleidungen sind an den Ecken zur Hälfte ihrer Stärke auf die Gehrung zusammen zu schneiden, zur anderen Hälfte zu überblatten und zu verleimen.

Die Wasserschenkel und Schlagleisten der Fenster müssen mit dem zugehörigen Rahmholz immer aus einem Stück bestehen. Die Verbindung der Rahmhölzer unter sich ist vorzugsweise genau zu arbeiten, mit Schlitzzapfen herzustellen und nicht zu verleimen, sondern zu verbohren. Das Losholz ist am Fensterrahmen durch Verzapfung und Ueberblattung zu befestigen. Alle Thor-, Thür- und Fensterflügel müssen dicht schliessend eingepasst werden, so dass sie sich weder spannen, noch zu viel Spielraum haben. Die Thür-Bekleidungen und -Futter sollen auf den Dübeln und Zargen mit Holzschrauben befestigt werden. Alle auf der Oberfläche sichtbaren Köpfe der Nägel müssen gehörig in vorgebohrte Löcher versenkt und verkittet werden. Die Thürschwellen hat Unternehmer nach dem Oelen bis zur Vollendung des Baues durch Papier und Brett-Abdeckung vor Beschädigungen zu schützen. Latteibretter müssen mit Nuth und gebohrten Löchern für die Tüllen versehen sein; über 20 cm breite Latteibretter erhalten Einschubleisten.

Unternehmer ist verpflichtet, dem ausführenden Baubeamten jederzeit Zutritt zu den Werkstätten zu gestatten, damit derselbe sich von der Güte und dem Fortgang der Arbeit überzeugen kann; der Unternehmer hat auch seine Arbeiten auf Anfordern in der Werkstatt vorzuzeigen, bevor sie zusammen gesetzt und verleimt werden, andern Falls die Auseinandernahme der Stücke verlangt werden kann.

Die definitive Abnahme der Arbeiten erfolgt erst nach fertigem Beschlagen, Anbringen und Gangbarmachen aller Theile.

24. Glaser-Arbeiten.

Die vertragsmässigen Preise beziehen sich auf die fertig gestellte Verglasung incl. Verstiften und Verkitten der Scheiben (bezw. auch Einbohren der Löcher in die eisernen Sprossen), Lieferung der erforderlichen Materialien, sowie Transport derselben zur Baustelle.

Das Glas muss in Bezug auf Stärke, Färbung und Durchsichtigkeit genau den Proben entsprechen; es muss widerstandsfähig gegen die Einwirkungen der Sonne und der Atmosphärilien, eben und frei von auffallenden Blasen, Falten und Verkrümmungen sein. Spiegelglas muss weiss, eben geschliffen, von ganz gleichmässiger Stärke und völlig blasenfrei sein.

Die erforderl. Maasse für die Scheibengrösse hat Untern. selbst auf der Baustelle zu nehmen.

Die Scheiben müssen mit entsprechendem Spielraum in die Falze passen; die zur Befestigung erforderlichen Stifte sind bei hölzernen Sprossen von Weissblech, bei eisernen Sprossen von hartem Holze zu fertigen und bei letzteren in Bohrlöcher einzufügen.

Der Glaserkitt ist aus Bleiweiss und Kreide mit Leinölfirniss von bester Qualität so herzustellen, dass derselbe dauernd einige Elastizität behält. Vor dem Einsetzen des Glases in die Kittfalze müssen letztere mit Kitt dünn ausgelegt, dann die Tafeln in den Kitt eingedrückt mit der erforderlichen Anzahl von Stiften befestigt und über den Stiften mit einem glatt gezogenen Kittsaume (Kittleiste) überstrichen werden.

Die Verglasung darf nicht früher ausgeführt werden, als bis die Holz-, bez. Eisentheile der Fenster u. s. w. ein Mal gestrichen worden sind. Wenn der Unternehmer gegen diese Bestimmung handelt, so hat er auf Erfordern des bauleitenden Beamten die Scheiben wieder heraus zu nehmen und ohne Vergütung demnächst von neuem einzusetzen. Das Säubern, Reinigen und Putzen der Scheiben bei Vollendung des Baues fällt dem Unternehmer zur Last; erst nach dieser Reinigung findet die Abnahme statt.

Das Herausnehmen und Einhängen der Fensterflügel beim Verglasen ist Sache des Glasers; zur Vermeidung von Verwechslungen darf kein Flügel zwecks Verglasung aus dem betr. Raume fortgeschafft werden.

*) Es empfiehlt sich die Forderung: „möglichst astfrei". Nach Maassgabe der speziellen Bedürfnisse ist durch Angabe der Zahl der Aeste, welche pro Einheit der Fläche oder pro Thür etc. zulässig sein sollen, eine Präzisirung zu geben.

25. Anstreicher- und Maler-Arbeiten.

In die vertragsmässigen Preise ist eingeschlossen: das Aufstellen, Vorhalten und Beseitigen der nöthigen Rüstungen; der Hin- und Hertransport der anzustreichenden Stücke auf der Baustelle; die Sicherung der Dielen gegen das Beschmutzen mit Farbenflecken; die Reinigung, so weit für dieselbe nicht besondere Entschädigungen, bezw. deren Vorhaltung durch die Bauverwaltung vorgesehen ist; die Herstellung der Schablonen für dekorative Malereien; das Ansetzen von Proben der anzustreichenden Stücke und das Verkitten derselben; das Nachbessern, bez. Abwaschen der durch Unvorsichtigkeit entstandenen Abreibungen und Flecke.

Alle Gegenstände, welche Anstrich oder Bemalung erhalten sollen, müssen durchaus trocken sein. Unternehmer hat dieselben (auch die Fussböden) sowohl vor Inangriffnahme der Grundirung, als auch vor jedem andern Anstrich auf seine Kosten sorgfältig von Staub, Kalk, Unreinigkeiten oder Rost reinigen zu lassen.

Sämmtliche Fugen im Holzwerk sind mit einem Kitt (aus Kreide und Firniss bestehend) auszufüllen; Aeste und harzige Stellen sind mit einem Schellack-Ueberzug zu decken.

Die anzuwendenden Farbstoffe müssen von bester Qualität sein und sind im feinst geriebenen Zustande anzuwenden. Die Basis der mit Leinöl abzureibenden und mit Terpentinöl zu verbindenden Farben muss aus reinem Bleiweiss u. Zinkweiss bestehen; der Zusatz von Kreide, Schwerspath u. ähnlichen Stoffen ist untersagt; das Leinöl muss klar und wasserfrei sein.

Beim Oelfarben-Anstrich auf Holz ist der Grundanstrich von reinem Leinölfirniss mit geringem Farbezusatz mittels eines steifen Pinsels so aufzutragen, dass er überall in das Holz eindringt. Nach dem Trocknen dieses Anstrichs hat Unternehmer alle Schrauben und Nagelköpfe sauber und haltbar einzukitten.

Das Tränken des Holzes mit Leimwasser vor der Grundirung ist strenge untersagt.

Beim Eisen ist der Grundanstrich mit Blei-Mennige herzustellen. Der 2. und 3. Anstrich darf jedes Mal erst nach dem vollständigen Trocknen des zuvorigen aufgetragen werden.

Dem Oelanstrich auf Stein und Kalkputz geht das Oelen der durchaus trockenen Fläche vorher; auf Zementputz-Flächen soll vor dem Grundiren das Annässen mit einer schwachen Säure-, Eisenvitriol- oder Ammoniak-Lösung, und darauf ein sorgfältiges Abspülen mit reinem Wasser vorgenommen werden.

Die Oelfarbe muss in langen Pinselzügen aufgetragen werden; der Anstrich muss durchaus deckend sein und weder Flecken noch Streifen zeigen. Falls mit 3 Anstrichen keine vollständige Deckung erreicht ist, hat Unternehmer ohne besondere Entschädigung einen 4. Anstrich aufzubringen. Es darf niemals ein neuer Anstrich erfolgen, bevor nicht der vorauf gegangene vollständig trocken ist.

Wo beim Anstrich Holzstruktur nachgeahmt werden soll, sind mit der Arbeit besonders geschickte Arbeiter zu beauftragen; der Anstrich ist dann sauber mit Bimsstein abzuschleifen, die Holzmaserung in Essigfarbe durch Schlagen, Kämmen, Adern, Malen naturgetreu nachzuahmen und sind die behandelten Flächen schliesslich mit einem Ueberzug von Kopallack zu versehen.

Beim Kiefernholz ist der Anstrich stets in der Richtung der Längsfasern auszuführen; soll das Holz nur geölt werden, so ist der erste Anstrich ganz ohne Farbezusatz aufzutragen, zum zweiten und dritten Anstrich ist etwas Ocker zuzusetzen. Wo Eichenholz nur geölt werden soll, ist gereinigtes Leinöl in kochend heissem Zustande 2 Mal aufzutragen.

Die vom Maurer vorher geschlämmten Wände, welche mit Leimfarbe gemalt werden sollen, müssen zuerst gemilcht und geseift werden. Die Farben müssen gleichmässig aufgetragen werden, und so fest haften, dass sie beim Reiben mit dem Finger nicht abfärben.

Von jedem Farbenton ist eine Probe zur Genehmigung anzufertigen; Töne, welche nicht ausdrücklich genehmigt sind, müssen auf Verlangen wieder geändert werden.

Der bauleitende Beamte kann die Farben der chemischen Untersuchung unterziehen lassen; werden dabei ungehörige Bestandtheile vorgefunden, so hat der Unternehmer die Kosten solcher Untersuchung zu tragen. Ausserdem steht dem Baubeamten über die Bereitungsweise der Farben eine Kontrole in der Weise zu Gebote, dass der Unternehmer verpflichtet ist, in Gegenwart desselben die Farben in einem vorzuschreibenden Vorrath zu mischen.

Unternehmer ist dafür verantwortlich, dass die von ihm oder seinen Arbeitern geöffneten Fenster so fest gestellt werden, dass dieselben keinen Schaden durch Wind etc. nehmen können.

Die Benutzung der Oefen und Kochheerde zum Leimkochen, das Ausgiessen von Farbe in Ausgussbecken, das Ausstreichen der Pinsel an den Wänden ist den Malern durchaus untersagt. Alle Beschmutzungen und Flecken, welche von den Malerarbeiten herrühren, hat Unternehmer rechtzeitig wieder zu beseitigen.

26. Stuck-Arbeiten.

Vorbem. Bei einfachen kleinen Arbeiten ist die Herstellung der Modelle in die Einheitspreise eingeschlossen. Bei grossen Arbeiten sind Modelle und Proben besonders zu bezahlen. Im übrigen gelten die Einheitspreise incl. Herstellung und Vorhalten der Leimformen, Anbringen und aller (auch der Befestigungs-) Materialien, sowie einschl. Herstellung der kleineren Bockrüstungen. Grössere Rüstungen werden besonders bezahlt oder von der Bauverwaltung beschafft.

Die Modelle sind nach den Zeichnungen und Skizzen sorgfältig im Detail durchzuarbeiten, an Ort und Stelle zur Beurtheilung anzubringen und auf Erfordern zu ändern, bis sie vollkommen genügen. Erforderlichen Falls sind die Modelle an Ort und Stelle zu fertigen. Für die nach vorhandenen Modellen zu arbeitenden Ornamente ist eine genügende Anzahl zur Auswahl vorzulegen und sind die gewählten Stücke in den betr. Räumen zur Probe anzubringen.

Die Stuckarbeiten sind auf das Sauberste herzustellen; sie müssen in allen Theilen scharf und genau, in den glatten Profilen gerade und eben gegossen sein. Jede Leimform darf daher nur so lange benutzt werden, als die Abgüsse aus derselben noch vollkommen scharf ausfallen und auch die feinsten Ornamente keine im geringsten verschwommenen Formen zeigen. Die Anschlüsse des Stucks an die geputzten Flächen sind gut nachzuarbeiten.

Für alle aus- und einspringenden, rechten, stumpfen und spitzen Ecken sind stets besondere Stücke zu modelliren und zu giessen, so dass ein willkürliches Zusammenschneiden derselben vermieden wird. Die Fugen zwischen den einzelnen Stücken sind so sauber zu verstreichen und zu überarbeiten, dass dieselben vollkommen unerkennbar werden.

Die Stucktheile sind in solidester Weise und nach den speziellen Anweisungen des Bauleitenden mit Stuck, an den Holztheilen mit Schrauben, an dem Mauerwerk mit Haken und

Steinschrauben zu befestigen. Hierbei ist auf das Sorgfältigste darauf zu achten, dass nicht Rostflecke im Stuck entstehen, widrigen Falls der Unternehmer jede dadurch verursachte Beschädigung zu beseitigen hat.

Bei denjenigen Arbeiten, welche laut Arbeits-Verzeichniss mit Zeug-Einlagen (cachirt) zu fertigen sind, ist ein starkes Gewebe zu verwenden und so anzubringen, dass dasselbe stets unmittelbar hinter der Oberfläche des Stückes liegt.

Der Gips muss von bester Qualität sein und im frisch gebrannten Zustande benutzt werden.

27. Ofen-Arbeiten.

Die vertragsmässigen Preise beziehen sich auf die Ausführung der betr. Arbeiten einschliessl. der Lieferung sämmtlicher Materialien, auch wenn solche im Anschlag nicht ausdrücklich genannt sind. Ausser den zu den Heizkörpern selbst erforderlichen Materialien als Kacheln, Dachsteine, Mauersteine, Lehm, Draht, Garniturtheile ist die Lieferung der Ofenzargen und der auf den Fussboden zu nagelnden Schutzbleche vor jeder Feuerung einbegriffen. Die Herstellung der Ofenfundamente resp. der Ausbohlungen unter den Heizkörpern übernimmt die Bauverwaltung.

Der Offerte sind Proben der zu liefernden Kacheln und eine Musterkarte von 5 verschiedenen Gesims-Bekrönungen unter Angabe der Bezugsquellen (Fabrikant) beizufügen.

(Für die Ausführung der Arbeit und die Bestimmung der Qualität der Materialien siehe die Normal-Bestimmungen des Berliner Baumarkts für die Klassifizirung der Kachelöfen S. 12.)

Sämmtliche Heizkörper sind nach Maassgabe auch der polizeilichen Vorschriften aufzustellen.

Die Kacheln sind glasirt, Friese, Obergesimse, Aufsätze etc. dagegen unglasirt anzuliefern. Die Formstücke müssen geradlinig und ebenflächig, die Ornamente sauber und scharf sein. Krumme Stücke dürfen nicht verwendet werden. Es ist gestattet zu den der Wand zugekehrten Ofenflächen Kacheln der nächst geringeren Qualität zu verwenden. — Jeder Ofen ist auf einem vom Unternehmer zu liefernden Holzrahmen (Ofenzarge) zu setzen, der mindestens die Stärke einer Dachlatte haben soll. Die Kacheln sind in den der Wirkung des Feuers zunächst ausgesetzten Schichten mit gut gebrannten Thonklammern zu verankern, sonst in jeder Schicht durch starken Ofendraht, der auf den Schichten liegt; sie sind mit Dachsteinen in Lehm auszufüttern. Die 1., bezw. 2. Fussschicht der Oefen darf nicht mit Kacheln an den Zimmerwänden herum laufen, sondern muss vom Fussboden ab mit Kachelecken und höchstens einer Verkröpfungs-Schicht versehen sein.

Die Wandungen der Oefen und die Steigezüge sind von doppelten Dachsteinen in Lehm auszuführen; die liegenden Züge (Zug- oder Feuerdecken) müssen aus mindestens 4 cm starken Chamotte-Platten gefertigt werden; (nicht aus Ofeneisen mit Dachsteinen). Die Chamotte-Platten des im Fuss des Ofens isolirt stehenden Heiz- resp. Feuerkastens müssen eine Stärke von 5 cm haben und mit einem geschmiedeten Bande fest zusammen gehalten werden. — Die Oefen sind zur Kohlenfeuerung mit Rostfeuerung, Aschfall und luftdichten Thüren einzurichten.

Als Heiz- und Aschfall-Thüren sind aufgeschliffene Balkenthüren nach vorzulegender Probe zu liefern; die Heizthür ist extra stark im Guss mit einer 1 cm starken Innenthür (Zugthür) (letztere ringsherum mit starkem Bandeisen-Beschlag versehen) mit starkem geschmiedeten Balken mit Messing-Olive versehen, anzuliefern. Die Aschthür ist $^{14}/_{32}$ cm gross, im übrigen wie die äussere Heizthür zu liefern. Sämmtliche Eisentheile sind sorgfältig zu reinigen und zu graphitiren. Die Rauchrohre sind mit Eisenlack zu überziehen.

Die Kochmaschinen, welche direkt auf dem gemauerten Fundament stehen, erhalten eine zurück gesetzte halbe Kachelschicht als Sockelschicht und drei überstehende Kachelschichten, Rostfeuerung für die Kochmaschinen-Feuerung und Gussplatten-Bedeckung für die ganze Heerdfläche. Der Bratofen ist ohne Rostfeuerung mit $^{15}/_{30}$ cm grosser Heizthür, geschmiedetem Bratkasten mit Fallthür und Gussunterplatte herzustellen.

Jeder Ofen und Heerd ist vom Unternehmer vor der Abnahme durch leichtes Feuer auszutrocknen; das Brennmaterial dazu liefert die Bauverwaltung.

Von der guten Beschaffenheit und normalen Konstruktion der für die Feuerungen bestimmten Rauch-Abzugsröhren hat der Unternehmer sich vor der Ausführung der Arbeiten selbst zu überzeugen und auf etwaige Mängel aufmerksam zu machen. Der Unternehmer darf bei späteren Klagen über schlechten Zug oder Rauchen der Oefen diese Mängel nicht der fehlerhaften Anlage der Schornsteinrohre zur Last legen, hat vielmehr alle Mängel auf seine Kosten zu beseitigen; ebenso hat der Unternehmer allen Schaden, der durch etwaige Benutzung unrichtiger Rohre entsteht, zu tragen. Die Arbeiter des Unternehmers haben sich der grössten Reinlichkeit zu befleissigen; den von seinen Arbeiten herrührenden Schutt und Schmutz hat Unternehmer nach Fertigstellung der Arbeiten in jedem einzelnen Gebäude-Stockwerk zu entfernen.

28. Zentralheizungs-Anlagen.

Die Verdingung der Zentralheizungs-Anlagen bietet mehre besondere Momente.

Auf Seite 108 ist bereits auf die Bedenken hingewiesen worden, welche der Anwendung des Unterbietungs-Verfahrens bei Gegenständen entgegen stehen, bei welchen Unbestimmtheit über das zur Verdingung gestellte Objekt obwaltet. Der Ausbietung der Heizanlagen wird gemeinhin kein direkt zur Ausführung geeignetes Projekt zu Grunde gelegt, sondern es haben die Offerenten auf Grund eines Programms ein eigentliches Projekt aufzustellen und mit der Offerte einzureichen; das Objekt der Vergebung wird also mit der Offerte erst geschaffen.

Die Folge der Unbestimmtheit des Objekts ist, dass nur selten Offerte und Projekt ohne zuvorige Ergänzung dem Vertrage zu Grunde gelegt werden können, wie es die Grundsätze des Submissions-Verfahrens fordern; es muss schliesslich freihändige Vergebung eintreten. Auch dadurch, dass man, um diesen Uebelstand zu vermeiden, ein von einem Spezialisten verfasstes Projekt zur Grundlage der Vergebung macht, gewinnt man kein unbedingt unveränderliches Vergebungs-Objekt.

Denn da die Wirkung der Anlage von den Details, deren Anordnung dem Lieferanten überlassen wird, abhängig ist, muss diesem die volle Garantie für den beabsichtigten Effekt auferlegt, ihm dann aber auch gestattet werden, Abänderungen des vorhandenen Projekts vorzunehmen. Nur selten, wie etwa bei einfachen Luftheizungs-Anlagen, wird sich die Uebertragang einer weit gehenden Garantie auf den Unternehmer vermeiden lassen.

Eine angemessene Form der Verdingung geben die weiterhin mitgetheilten Vorschriften des preussischen Minist. d. öffentl. Arb., welche ein Konkurrenz-Verfahren mit Projekt-Einreichung vorschreiben. Die Grundlagen der Vergebung, Programm und Bedingungen müssen so gefasst werden, dass sie vorbehaltlich der Ergänzung, nicht aber vorbehaltlich der Abänderung, dem Vertrage zu Grunde gelegt werden können. Der Vertrags-Abschluss selbst erfolgt freihändig, nachdem in einer Verhandlung die erforderlichen Ergänzungen oder Abänderungen des Projekts und der Offerte fest gestellt worden sind.

Ist die Abhaltung einer Submission vorgeschrieben, so annullire man dieselbe nach der Abhaltung und schliesse einen freihändigen Vertrag ab, wenn die annehmbarste Offerte irgend welcher Abänderungen bedarf; hierzu liegt nach den für das Submissionswesen üblichen Vorschriften immer die Berechtigung vor. Geschieht das nicht und tritt dann während der Ausführung die Nothwendigkeit ein, an den Grundlagen des Vertrags zu rütteln und Aenderungen vorzunehmen, so wird leicht die ohnehin sehr schwer definirbare Garantiepflicht des Unternehmers verdunkelt, die Geschäfts-Abwickelung erschwert, oder der Gang der Ausführung durch die Nothwendigkeit, Nachtrags-Verhandlungen aufzunehmen und genehmigen zu lassen, gehemmt. Nur der freie Vertrags-Abschluss kann eine klare sichere Basis für das ganze Geschäft schaffen.

Einer besonderen Besprechung bedarf die Garantie. Diese geht dahin, dass nächst der Tüchtigkeit der Arbeiten und der Zweckmässigkeit der Details die Erreichung des durch die Heizung beabsichtigten Effekts garantirt wird. Die Möglichkeit des betr. Nachweises ist aber von Zufälligkeiten abhängig, da die voraus gesetzten äusseren Bedingungen während des Garantie-Jahres sich nicht beliebig herstellen lassen. Auch kann der Effekt, wenn derselbe wirklich nachgewiesen wird, unter einer zu weit gehenden Anstrengung der Apparate erreicht worden sein, die die Dauer derselben beeinträchtigt. Daher kann die Garantie-Leistung nur als unvermeidlicher Nothbehelf angesehen werden; die Entscheidung über die Vergebung muss von einer sachgemässen Prüfung des Projekts abhängig sein, bei welcher ein Urtheil über die sichere Leistungsfähigkeit zu gewinnen sein wird. Man fordere daher mit der Projekt-Einreichung eine rechnungsmässige Begründung der Leistung.

Kleine Details namentlich der Ausstattung, welche für den Effekt gleichgültig sind, werden oft unter dem Druck der Konkurrenz minder vollkommen geliefert als man wünschen kann; man thut gut, wenn sich in den Bedingungen spezielle Vorschriften hierzu nicht geben lassen, die Klarstellung der Einzelheiten durch Detailzeichnungen (welche typisch gehalten sein können) und Proben zu fordern.

Oft fordert man, um sich vor Nacharbeiten zu sichern, die Garantie, dass die Offerte alle zur betriebsmässigen Fertigstellung der Anlage erforderlichen Objekte berücksichtigt. Diese Garantie ist sehr unbestimmt. Eine Luftheizungs-Anlage ist z. B. betriebsfähig ohne dass Einsteige - Oeffnungen die Zugänglichkeit der Heizkammer sichern. Diese Art Garantie hindert oft nicht, dass ganz ausserordentlich umfangreiche Nacharbeiten dem Lieferanten bezahlt werden müssen, giebt Anlass zu ärgerlichen Differenzen, Erschwerung der Geschäfts-Abwickelung und zu Notaten der Revisions-Instanzen.

Man präzisire also im Programm oder den Bedingungen, so weit wie möglich, welche Objekte in die Offerte einzuschliessen sind, überzeuge sich aber durch eigene sorgfältige Prüfung von der Vollständigkeit derselben. Dagegen kann man den Offerenten an einzelne Vordersätze der Offerte, wie z. B. Rohrlängen bei Dampf oder Wasserheizungen binden, dergestalt dass bei der Abrechnung für die bezüglichen Positionen nur Pauschalsätze bezahlt werden, unter Berücksichtigung der Mehr- oder Minderlängen, welche durch Erweiterung oder Einschränkung der Anlage etwa veranlasst worden sind.*) Falsch ist aber der oft gebrauchte

*) Ganz analog verfahre man bei Vergebung von Gas- und Wasserleitungs-Anlagen, wenn das spezielle Projekt, wie oft geschieht, vom Offerenten aufgestellt wird.

Modus Mehrlängen gegen die Offerte unbezahlt zu lassen, Minderlängen aber in Abzug zu bringen. Denn da die Maasse der Ausführung mit den auf Grund der Zeichnungen fest gestellten immer etwas differiren, ist es richtig dem Unternehmer das Risiko nicht nur zu seinen Ungunsten aufzuerlegen.

Die Auferlegung der Garantie für einen bestimmten Kohlenverbrauch ist ohne sichere Bestimmung der Qualität der Kohle und wegen schwerer Nachweisbarkeit der Garantie-Erfüllung zu verwerfen.

Die Erfüllung der bei Luftheizungen oft geforderten Garantie eines bestimmten Feuchtigkeits-Gehalts der Luft ist in neu errichteten Gebäuden während des Garantie-Jahres unkontrollirbar, wird daher besser fortgelassen. Man suche durch Rechnung unter Berücksichtigung der bei ausgeführten Anlagen gemachten Beobachtungen, ein Urtheil über die Leistungsfähigkeit der offerirten Anordnung zu gewinnen.

Probe-Heizungen können nur die Betriebsfähigkeit der Anlage nachweisen; weitere Untersuchungen während derselben sind belanglos.

Bei Wasser- und Dampfheizungen ist stets eine Druckprobe der fertigen Leitungen und Heizkörper zur Feststellung der Dichtigkeit der Rohre und der Verbindungen auszuführen.

Bei beschränkter Konkurrenz sollten allen Offerenten die direkten Unkosten der Projekt-Bearbeitung gleichmässig entschädigt werden, falls dieselben nur einigermaassen erheblich sind. Es genügen ½—1 Proz., bei schwierigen Projekten 1—2 Proz. der Anschlags-Summe. Bei öffentlichen Konkurrenzen ist dies Verfahren nicht anwendbar; man behalte sich hier den Ankauf einiger Projekte zu vorher bestimmter angemessener Entschädigung vor.

Die allen Projekten gemeinsamen Rechnungs-Grundlagen sind von der Bauverwaltung aufzustellen.

Für die Feststellung des Programms ist es sehr zu empfehlen, ein generelles Projekt zu bearbeiten, da man dadurch am besten zur Klarstellung der wesentlichen Momente des Programms gelangt.

Bedingungen in einigermaassen allgemein gültiger Form lassen sich für die verschiedenen Systeme namentlich für die Warmwasser-Heizungen, Dampfheizungen und die kombinirten Systeme nicht wohl geben, da die speziellen Verhältnisse des Einzelfalles immer von grossem Einfluss auf die Fassung sein werden. Nachstehend sind daher als Beispiel nur Bedingungen für die Lieferungen der Installation einer Luftheizung mitgetheilt, welche unter der Voraussetzung aufgestellt sind, dass der Vergebung ein spezielles Projekt zu Grunde liegt, und der Unternehmer nur die Lieferung der Einrichtungs-Gegenstände übernimmt, ohne Garantie für den Effekt der Heizung. Im übrigen enthalten die mitgetheilten Bestimmungen der preuss. Allgem. Bauverwaltung alle erforderlichen Direktiven für die Abfassung der Programms und Bedingungen.

Für die preuss. Allgem. Bauverwaltung ist die Vergebung von Zentralheizungs-Anlagen im speziellen geregelt durch die „Anweisungen betr. die Vorbereitung, Ausführung und Unterhaltung der Zentralheizungs-Anlagen in fiskal. Gebäuden“ v. 7. März 1884.*) Die wesentlichsten Bestimmungen dieser Anweisungen sind nachstehend auszugsw. mitgetheilt:

Aufstellung des speziellen Projekts. In den Projekt-Zeichnungen der Gebäude und zugehörigen Beschreibungen ist das System der Heizung und die allgemeine Anordnung derselben in Princip vollkommen klar zu legen; insbesondere sind Lage der Heizstellen, Ab- und Zuführung der Luft, Weite der Kanäle in den Mauern nach überschlägiger Berechnung, die Stellung der Heizkörper fest zu stellen. Auf Details soll hierbei aber nicht eingegangen werden.

Zeit der Beschaffung des speziellen Projekts. Sobald der Auftrag zur Ausführung des Baues ertheilt worden ist, sind unter Beachtung der Seitens der Superrevision ertheilten Direktiven die Maassnahmen für die speziellen Feststellungen so rechtzeitig zu treffen, dass nachträgliche Aenderungen am ausgeführten Mauerwerk vermieden werden.

Art der Beschaffung des speziellen Projekts. Das Spezial-Projekt ist durch Ausschreibung einer Konkurrenz in Verbindung mit einer beschränkten Submission zwecks Ausführung der Anlage zu beschaffen.

*) Zentral-Bl. der Bauverw. 1884, S. 257.

Unterlagen für die Konkurrenz geben: Ein von der Bauverwaltung zu lieferndes Programm; eine Berechnung der transmittirten und durch die Ventilation beanspruchten Wärmemengen; die allgemeinen Bedingungen für die Vergebung von Lieferungen und Leistungen für die Hochbauten der Staatsverwaltung (S. 111.).

Die Auswahl der zur Konkurrenz heran zu ziehenden Unternehmer bleibt den Provinzial-Behörden überlassen. Es sollen mindestens 5 Firmen aufgefordert werden, welche aber sämmtlich Heizungen desselben Systems, wie das im Programm geforderte, bereits ausgeführt haben müssen und welche über deren Bewährung auf Erfordern ausreichende Atteste einzureichen haben.

Prüfung der Projekte. Die Projekte und Berechnungen sind seitens der Spezial-Bauverwaltung zu prüfen. Hierbei ist zu untersuchen, in wie weit die Projekte den Forderungen des Programms entsprechen, und welches der Projekte, nach Gegenüberstellung der von den einzelnen Konkurrenten gemachten Anerbietungen namentlich in Bezug auf Grösse der Heizflächen, der Heiz-Apparate und Heizkörper auf Ausdehnung und Qualität der Rohrleitungen, als das annehmbarste erscheint. Die Erörterungen und Berechnungen sind zusammen zu fassen und mit Bericht, unter Beigabe des Programms, sämmtliche Projekte und Offerten nebst Zubehör der Provinzial-Regierung etc. zu überreichen. Die Zuschlags-Ertheilung an einen Konkurrenten ist unter Motivirung zu beantragen. Die Provinzial-Instanz hat nach weiterer Prüfung das Material dem Minister zur Entscheidung vorzulegen.

Vertrags-Abschluss und Ausführung. Sofern nicht etwa ein neues Verfahren sich als erforderlich heraus stellt ist mit dem vom Minister bezeichneten Konkurrenten unter Feststellung der besonderen Bedingungen Vertrag abzuschliessen; die Abnahme der ausgeführten Anlage erfolgt nach Fertigstellung aller Arbeiten auf Grund einer Probeheizung.

Bestimmungen für die Aufstellung von Programmen.

Die Programme müssen enthalten:

1. Die Beschreibung der Bauanlage, an der Hand der den Konkurrenten in 2 Exemplaren zu liefernden Zeichnungen, (Situationsplan mit Nordlinie, Grundrisse mit Raum-Nummern und Flächenzahlen, wesentlichste Durchschnitte) mit kurzer Angabe der herrschenden Windrichtung und deren besonderen Einfluss in Folge der mehr oder minder exponirten Lage des Gebäudes, der Beschaffenheit des zu benutzenden Wassers (Kesselstein bildende Bestandtheile), Art des in Aussicht genommenen Brennmaterials.

2. Art und Ausdehnung der Heizanlage. Bezeichnung der zu erwärmenden Räume durch farbiges Anlegen in den Grundrissen und zwar:

bei Luftheizung hellgrün,	bei Warmwasserheiz. hellbau,
„ Heisswasserheiz. hellroth,	„ Dampfheizung hellgelb.

Die Räume, welche nur von Zeit zu Zeit beheizt werden sollen, sind anzugeben.

3. Grad der Erwärmung. Es ist vorzuschreiben:

für Geschäfts- und Wohnräume . . . 20° C.	für Krankenzimmer 22° C.
„ Säle, Auditorien 18° „	„ Gefangenen-Räume 18° „
„ Korridore, Treppenhäuser . . . 12° „	

Schlafräume in Gefängnissen sollen nicht geheizt werden.

Als niedrigste Temperatur, bei welcher die geforderte Erwärmung ohne Anstrengung erreicht werden muss, soll das Mittel der beobachteten niedrigsten Temperaturen während der letzten 10 Jahre angegeben werden. Dieselbe ist jedoch nicht unter — 15, nicht über — 25° C. anzunehmen. Ueberschreitungen dieser Grenzen sind zu begründen.

4. Art der Ventilation. Angabe, welche Räume ventilirt werden sollen und nach welchem System. (Aspiration, Pulsion, etc). Personenzahl in den einzelnen Räumen. Lichte Höhe der Räume, so weit das Maass von der Geschosshöhe abweicht.

5. Grösse des Luftwechsels. Es ist zu Grunde zu legen für eine Aussen-Temperatur von 0° pro Kopf und Stunde:

für Krankenz. 20 cbm,	für Versamml.-S., Audit., Geschäftsr. . 20 cbm,
„ Gefangene in Isolirhaft . . 30 „	„ Schulz. je nach d. Alter d. Schüler 10-20 „
„ „ „ gemeinsch. H. 20 „	

Für Geschäftsräume sind besondere Ventilations-Vorrichtungen nur dann vorzusehen, wenn dauernd pro Fensteraxe mehr als 1 Person darin sich aufhält.

Sofern Vestibüle, Korridore etc. besondere Ventilations-Einricht. erhalten, ist, je nach der sich daselbst aufhaltenden Personenzahl, 1—2 maliger Luftwechsel pro Stunde vorzusehen.

Die Ventilation der Klosets ist von derjenigen anderer Räume zu trennen.

6. Erläuterungen und Berechnungen. Von der Bauverwaltung ist eine Berechnung der zu beschaffenden Wärmemengen den Konkurrenten zu liefern. Von letzteren ist zu fordern:

a. Eine Berechnung der Heizkörper-Grössen, der Kanal-Querschnitte für die Ventilations-Kanäle, der feuerberührten Flächen, Rostflächen und Querschnitte der Schornsteine.

b. Ein Erläuterungs-Bericht, welcher die Zahl des Bedienungs-Personals angeben soll und in welchem event. auch Bedenken der Konkurrenten gegen Programm-Bestimmungen und betr. Abänderungs-Vorschlägen Ausdruck zu geben ist.*)

*) Ueber die in die „Anweisungen“ eingefügten sachlichen Bestimmungen für die Berechnung der Anlage vergl. man den Abschnitt „Heiz- und Ventilations-Anlagen“.

c. Eine Kosten-Berechnung als Offerte auf die Ausführung der Anlage, in welcher die einzelnen Systeme sowie die Ventilations-Einrichtungen getrennt zu halten sind. Dieselbe muss alle für die Fertigstellung der Anlage erforderlichen Neben-Gegenstände und Leistungen als: Schieber, Klappen, Deflektoren, Thermometer, Rohr-Umhüllungen, Feuergeräthe berücksichtigen. Die Arbeiten anderer Handwerker leistet die Bauverwaltung. Die K. Berechnung ist zu gliedern:

Tit. I. Wärme-Entwickler, Kessel, Kaloriferen.
Tit. II. Rohrleitungen und Kompensationen, incl. aller Verbindungen.
Tit. III. Haupt- und Reduktions-Ventile, Expansions-Gefässe, Kondenstöpfe etc.
Tit. IV. Heizkörper nebst Ventilen.
Tit. V. Regulirungs-Theile
Tit. VI. Insgemein.

In den Preisen müssen Fracht, Montage, Reisespesen und sonstige Neben-Leistungen berücksichtigt sein.

d. Projekt-Entwürfe unter Benutzung der ad II gelieferten Zeichnungen und unter Beifügung der erforderlichen Detail-Zeichnungen in grösserem Maasstabe für Heizapparate, Ventilatoren, Rohrverbindungen, Expansions-Ventile, Heizkörper, Ventilations-Klappen, Gitter etc. Hierbei können Drucksachen, Pausen u. dergl. verwendet werden.*)

Alle von den Konkurrenten gelieferten Berechnungen müssen revisionsfähig sein.

7. **Allgemeine Vorschriften für die Anordnung und Ausführung.** Es ist vorzuschreiben, bezw. anzuführen:

a. Welche Bedingungen bezügl. d. Anordnung d. Rauchschlote, der Heizkammern, der Räume für Lagerung des Heizmaterials zu stellen sind.

b. Wo die Anlage der Luftbewegungs-Kanäle, bezw. wo Vorlagen zulässig sind; wie weit Kanäle, die unter Kellersohle liegen, vom Grundwasser unerreicht bleiben; zweckmässige Stellen für Luft-Entnahme.

c. Ort und Stellung der Heizkörper, zulässige Lage der Ausströmungs-Oeffnungen, Lage der Rohre (in Schlitzen; ob diese mit Gittern oder Platten abzuschliessen sind; frei vor der Wand.) Säle, Geschäftsräume und Wohnungen für höhere Beamte sollen im allgemeinen Zylinderöfen, Büreaus etc. Register ohne Vergitterung erhalten.

d. Räume, welche nach Lage und Benützung gleichen Bedingungen unterliegen, sollen in demselben System zusammen gefasst werden.

e. Rauch-Verbrennung ist zu fordern. Die Kessel und Heizkammern sind mit Vorrichtungen zum Reinigen auszustatten, die Temperatur der Heizluft und des Wassers sowie Dampfdruck müssen kontrolirbar sein. Kessel und Kaloriferen müssen behuf Reparatur oder Erneuerung bequem aus dem Gebäude zu entfernen sein.

8. Besondere Vorschriften für Anordnung und Ausführung.

1. Luftheizungen.

a. Es ist anzugeben, ob mit oder ohne Zirkulation geheizt werden soll; im letzteren Fall ist die Luft in Kanäle, die unter Kellersohle liegen, abzusaugen.

b. Die Luft-Ausströmung soll in 2,0—2,5 m Höhe über Fussboden stattfinden. Für die Absaugung sind je 2 Oeffnungen: nahe dem Fussboden und nahe der Decke vorzusehen.

c. Die Temperatur der ausströmenden Luft soll im Max. 40° C., die Geschwindigkeit der Luft an den Aus- u. Eintritts-Oeffnungen der Heiz- und Ventilat.-Kanäle nicht über 1,5 m betragen.

d. Die Zuführungs-Kanäle zur Heizkammer sind möglichst kurz zu halten. Die Luftentnahme ist möglichst von 2 entgegen gesetzt liegenden Seiten des Gebäudes zu disponiren. Für die Reinigung der Luft von Staub und die Befeuchtung sind Vorkehrungen zu treffen.

e. Die Form der Kaloriferen soll das Auswechseln einzelner Theile gestatten und Gewähr bieten, dass Ersatzstücke leicht zu beschaffen sind. Die Kaloriferen müssen unbeschadet ihrer Dichtigkeit sich ausdehnen können. Erglühen derselben und Austreten von Rauchgasen muss vermieden sein. Die Reinigung muss von aussen bewirkt werden können. Die Heizkammer muss so gross sein, dass dieselbe selbst während der Heizung betreten und die Kalorifere in allen Theilen besichtigt und ihre Oberfläche gereinigt werden kann. Die Einsteige-Oeffnung der Heizkammer ist mit doppelter eiserner Thür zu versehen.

f. Heisswasser-Kaloriferen sind mit Vorkehrungen gegen Einfrieren zu versehen.

2. Heisswasser-Heizungen.

a. Feuerschlange und Heizrohre sind aus gezogenen Schmiedeisen-Rohren mit 340 mm äuss. Durchm. und 6 mm Wandstärke zu konstruiren. Die Rohre müssen vor der Verwendung auf einen Druck von 150 Atm., die montirte Anlage vor der Inbetriebnahme auf 100 Atm. geprüft werden.

b. Bei der Durchführung durch Wände und Decken muss verhindert werden, dass in Folge der Ausdehnung der dichte Schluss beeinträchtigt und der Putz abgelöst wird. Die Rohre müssen überall leicht zugänglich sein. Eine Verlegung unter Fussboden ist unstatthaft. Verbindungs-Muffen dürfen nicht in Wänden und Decken liegen.

c. Bei Erzielung des vorgeschriebenen Effekts darf das Wasser nicht höher als auf 150° C. erwärmt werden.

d. Die Länge der Rohrleitung eines Systems darf nicht über 200 m betragen. Jedes System muss unabhängig von den anderen zu heizen sein. (Vergl. 7 d.)

e. Die Heizschlangen müssen behuf Erneuerung ohne wesentliche Zerstörung des Ofens herausnehmbar sein.

f. Heizschlangen, die zur Erwärmung der Aspirations-Schlote dienen, müssen mit einer Flüssigkeit gefüllt werden, die bei der vorkommenden niedrigsten Temperatur nicht friert. Dasselbe Verfahren muss bei ausgedehnten Anlagen beobachtet werden wenn nach Lage des Gebäudes oder nach klimat. Bedingungen das Einfrieren einzelner Theile zu befürchten ist.

g) Es ist vorzuschreiben, wie weit es möglich sein soll, einzelne näher zu bezeichnende Räume von der Heizung auszuschalten.

h. Für die Unterbringung einer ausreichend. Zahl von Expansions-Apparaten ist zu sorgen.

i. An Richtungs-Wechseln der Rohre um 180° muss eine entspr. Erweiterung der Rohre vorgesehen werden, wenn die parallel laufenden Rohraxen weniger als 200 mm von einander liegen.

*) Bezüglich der für die Projekte zu benutzenden Farben vergl. die Darstellungen Seite 41.

I. Formular für die Berechnung der durch Transmission und Ventilation stündlich verloren gehenden Wärme-Einheiten bei Wasser- und Dampfheizungen.

1. No. des Raumes	Transmission pro Stunde: 2. Er-forderl. Raum-temp. Gr. Cels.	3. Transmiss.-Flächen a. Art und Stärke	3. b. qm	4. Tempe-ratur-Differenz Gr. Cels.	5. Transmissions-Koeffiz. a. ohne Zu-schläge	5. b. etwa er-forderl. Zuschläge in %	5. c. mit Zuschl.	6. Wärme-ein-heiten	Ventilation pro Stunde. 7. Inhalt des Raumes cbm	8. Einzu-führende Luft-menge cbm	9. Tempe-ratur-Differenz Gr. Cels.	10. Wärme-einheiten	11. Summe der Wärme-einheiten pro Stunde	12. Bemer-kungen
14	20	Aussenwand, 51cm stk., 5,5 . 4,0 — 2 . 1,2 . 2,2 für 2 Fenst.	16,72	45	1,1	10+10	1,32	993	127,6	250	20	1550		

II. Formular für die Berechnung der durch Transmission stündl. verloren gehenden Wärme-Einheiten, sowie der stündlich neu einzuführenden Luftmenge bei Luftheizungen.

1. No. des Raumes	Transmission pro Stunde: 2. Er-forderl. Raum-temp. Gr. Cels.	3. Transmiss.-Flächen a. Art und Stärke	3. b. qm	4. Tempe-ratur-Differenz Gr. Cels.	5. Transmissions-Koeffiz. a. ohne Zu-schläge	5. b. etwa er-forderl. Zuschläge in %	5. c. mit Zuschl.	6. Wärme-ein-heiten	7. Inhalt des Raumes cbm	8. Tempe-ratur-Differenz Gr. Cels.	9. Stündl. Wärmeabg. jedes cbm der eintret. Luft. Wärme-Einh.	10. Stündl. einzuführ. Luftmenge cbm	11. Be-merkungen
14	20	Aussenwand, 51cm stk., 5,5 . 4,0 — 2 . 1,2 . 2,2 für 2 Fenst.	16,72	45	1,1	10+10	1,32	993	127,6	20	6,2		

3. Warmwasser- und Dampfwasser-Heizungen mit zirkulirendem Wasser.

a. Konstruktion und Anordnung der Kessel bleibt dem Konkurrenten überlassen. Seine Vorschläge sind zu begründen; die beigegebenen Zeichnungen müssen über alle Details Auskunft geben, insbesondere über Rost-Anordnung, Feuerzüge, Einmauerung, Blechstärken. Das Rücklauf-Rohr soll möglichst eine solche Lage erhalten, dass dasselbe nicht von der Stichflamme getroffen wird. (Beim Steigerohr ist dies ganz ausgeschlossen.)

b. Das Wasser im Kessel und in der Leitung darf nicht höher als auf 95° C. erwärmt werden.

c. Material d. Rohre, Rohrdurchmesser und Verbindungen, Art, Zahl und Lage der Kompensations-Stücke und deren Material, Durchführung der Rohre durch Wände und Decken, sind anzugeben. Die Rohrführung muss aus dem Projekt klar ersichtlich sein, auch ob Konkurrent das Haupt-Vertheilungsrohr im Dachboden oder im Keller anordnet. Im allgemeinen verdient letztere Anordnung den Vorzug.

d. Nicht Wärme abgebende Rohre sind zu umhüllen. Angabe des Umhüllungs-Materials.

e. Die vorgeschlagenen Heizkörper sind durch Detailzeichn. zu erläutern, namentlich auch bezüglich der Verbindungen, Anschlüsse an die Rohrleitungen, Material. Zylinder-Oefen sind auf Erfordern mit Wechselklappen zu versehen, so dass man nach Belieben Ventilationsluft und Zimmerluft durch die Oefen leiten kann. Dieselben sind auf Füssen so anzuordnen, dass der darunter sich sammelnde Staub leicht entfernbar ist. Ein bequemes Abnehmen der Heizkörper ohne Demontiren der Rohrleitungen muss möglich sein. Um Verunreinigungen der Wände über den Heizkörpern zu verhüten, sollen oberhalb der letzteren zweckmässige Vorkehrungen zum Abfangen des Staubes vorgesehen werden.

f. Rohrleitungen u. Heizkörper nebst Verbindungen sind in solider Weise zu dichten, so dass nach der Montage eine entsprechende Druckprobe möglich ist.

g. Die Expansions-Gefässe, welche mit Schwimmer, Signalrohr oder dergl. und Ueberlaufrohr zu versehen sind, müssen eine dem Wasserinhalt des Systems entsprechende Grösse erhalten und gegen Einfrieren durch Umhüllung geschützt sein. Unter dem ohne Druckventil zu konstruirenden Expansions-Gefäss ist ein mit Metall herzustellender Sicherheitsboden mit Wasser-Ableitung anzuordnen.

h. Die Anordnung von Reserve-Kesseln ist von der Bauverwaltung in Erwägung zu nehmen. Im allgemeinen sind dieselben erwünscht, sofern keine wesentliche Kosten-Vermehrung entsteht.

4. Dampfheizung und Dampf-Wasserheizung mit zirkulirendem Dampf.

a. Konstruktion und Anordnung der

Kessel bleibt dem Konkurrenten überlassen. Die Details namentlich Roste, Feuerzüge, Einmauerung und Blechstärken sind klar zu stellen.

b. Die Zahl der Reserve-Kessel ist vorzuschreiben.

c. Die Kessel müssen alle vorschriftsmässigen Vorrichtungen erhalten.

d. In den Leitungen darf kein störendes Geräusch vorkommen.

e. Bezüglich Lage und Konstruktion der Ventile soll Konkurrent Vorschläge machen.

f. Im übrigen siehe ad 3. c—f, mit der Maassgabe, dass eine genügende Zahl von Luftventilen und Kondenstöpfen vorgesehen, die Heizkörper bei Dampf-Wasserheizungen mit Vorkehrung zum Entleeren und Nachfüllen ausgestattet werden und durch Anordnung von Reduktions-Ventilen für eine ausreichende Herabminderung des Dampfdrucks gesorgt wird. Der Ueberdruck darf in der Heizung höchstens 1,5 Atm. betragen; er muss an Manometern ersichtlich sein.

9. Bestimmungen betreffs Uebertragung der Ausführung. Bei der dem Minister d. öffentl. Arb. vorbehaltenen Entscheidung betreffs die Uebertragung der Arbeiten oder anderweitig zu treffender Maassnahmen werden nicht die Schluss-Summen der Offerten allein massgebend sein, sondern wird überhaupt in Betracht genommen werden, welches der Projekte als das annehmbarste zu bezeichnen ist.

Dem Vertrags-Abschluss werden zu Grunde gelegt: das betr. Projekt mit den vom Minister angeordneten Modifikationen; die zugehörigen Berechnungen, so weit nicht ausdrücklich Ausnahmen bestimmt sind, das Programm, die allgemeinen Bedingungen für Hochbau-Ausführungen (vom 24. Juni 1880, S. 111) und die besonderen Bedingungen.

10. Vorschriften über Termine, Probeheizung, Garantie etc. Die für den Betrieb erforderl. Druckproben und Abnahme-Atteste hat Unternehmer auf seine Kosten zu beschaffen und rechtzeitig abzuliefern. Nachdem die Anlage durch Druckproben geprüft ist, findet zu einem von der Bauverwaltung bestimmten Termin bei einer angemessenen Aussen-Temperatur eine zweiwöchentliche Probeheizung statt. Unternehmer hat hierzu unentgeldlich die erforderlichen Arbeiter zu stellen, während das Heizmaterial von der Bauverwaltung geliefert wird.

Unternehmer haftet 3 Jahre für die Güte aller Theile der ausgeführten Anlage, den vorgeschriebenen Effekt, die Erfüllung aller sonst noch im Programm vorgeschriebenen Bedingungen derart, dass er jeden Schaden oder Mangel, dessen Entstehung er nicht als Folge fehlerhafter Behandlung, gewöhnlicher Abnutzung oder höherer Gewalt nachweisen kann, unverzüglich auf seine Kosten beseitigen muss.

Unternehmer hat eine Instruktion für die Heizer, bezw. Maschinisten abzuliefern, ausserdem den Heizer gehörig zu instruiren und ebenso während der Garantiezeit ohne Entgeld den Heizer periodisch zu kontrolliren und entsprehend zu unterweisen.

Für die dem Programm beizugebende Berechnung sind die Formulare S. 142 vorgeschrieben.

Spezielle Bedingungen f. d. Ausführung einer Luftheizungs-Anlage.

(Aufgestellt unter Zugrundelegung eines Spezial-Projekts.)

Vorbem. Die Querschnitte der Luft-Zuführungs- und -Abführungs-Kanäle, der Rauchkanäle, des Schornsteins, die Heizflächen der Apparate und die Oberflächen der Verdunstungs-Gefässe so wie das Verhältniss der freien Rostfläche zur Heizfläche werden mit dem Projekt fest gestellt: Projekt-Aenderungen von Seiten des Fabrikanten sind ausgeschlossen. Derselbe erhält jedoch sämmtliche Projekt-Zeichnungen, um seine Apparate nach dem verfügbaren Raum für die Heizkammern disponiren und die Konstruktion der Verschluss-Vorrichtungen fest stellen zu können.

Mit der Offerte hat Unternehmer Detail-Zeichnungen des Heizapparats, der Verschlüsse der Kalt- und Warmluft-Kanäle, der Klappen für die Zu- und Abströmungs-Oeffnungen, der Mischklappen und der Stell-Vorrichtungen der verschiedenen Klappen, sowie photographische (etc.) Reproduktionen der Probemuster für die Gitter vor den Ausströmungs-Oeffnungen und die Umrahmungen derselben, letztere in verschiedenen Mustern, zur Auswahl vorzulegen. Die Zeichnungen können typisch, also ohne Rücksichtnahme auf die genaue Dimensionirung der Oeffnungen etc. gehalten sein; jedoch müssen sie die Angabe der für die Ausführung zu Grunde zu legenden Stärken der Eisentheile enthalten. Die Zeichnungen zu den abgelehnten Offerten werden nach der Zuschlags-Ertheilung den Submittenten auf Verlangen zurück gegeben.

Umfang der Leistungen. Für die vertragsmässigen Einheitspreise übernimmt Unternehmer die vollständige Fertigstellung und Inbetriebsetzung der Anlage einschliesslich Transport, Montirung und Anbringung aller bezüglichen Objekte.

Für die Ausführung der Maurer-Arbeiten, Beschaffung der erforderlichen Maurermaterialien, (jedoch excl. der Chamotte-Steine und des Thons zum Ausfüttern des Apparats) sowie für die zur Befestigung der Stell-Vorrichtungen etc. erforderl. Dübel sorgt die Bauverwaltung auf eigene Kosten.

Garantie. Die Garantie des Lieferanten bezieht sich auf die völlige Rauchdichtigkeit des Apparats, auf das Vermeiden des Glühendwerdens einzelner Theile desselben, oder im ganzen bei kontinuirlicher Heizung und auf die vollständige und möglichst rauchfreie Verbrennung des Heizmaterials, sowie die zweckentsprechende und solide Herstellung der seinem Ermessen überlassenen Details. Lieferant verzichtet ausdrücklich auf den Einwand, dass hervor tretende Mängel an seinen Apparaten durch Anordnung oder Dimensionirung der Rauch-Kanäle oder Schornsteine veranlasst sind; Anträge auf deren Abänderung sind mit der Offerte zu stellen.

Die Garantie bezieht sich auf die Dauer von einem Jahr. Während dieser Zeit hat Lieferant alle hervor tretenden Mängel, so weit sie durch Konstruktions-Fehler oder fehlerhafte Anordnung der ihm überlassenen Details veranlasst sind, ohne Entschädigung zu beseitigen. Wenn die Beseitigung von Mängeln, sofern sie dem Unternehmer obliegt, Beschädigungen an Bauwerkstheilen verursacht, erfolgt die Wiederherstellung der letzteren auf Kosten des Unternehmers.

Abnahme und Probeheizung. Nach Vollendung der sämmtlichen Arbeiten hat Lieferant die Betriebs-Fähigkeit der Heizungs-Anlage durch eine 14tägige Probeheizung, welche im Beginn der nächsten Heizperiode abzuhalten ist, nachzuweisen.

Lieferant führt die Probeheizung durch einen von ihm gestellten Heizer aus, welcher während dieser Zeit den vom Besteller für die Bedienung der Apparate bestimmten Heizer zu instruiren hat. Die Kosten des Heizmaterials trägt die Bauverwaltung.

Ergiebt die Probeheizung nennenswerthe Anstände, so kann nach deren Beseitigung eine nochmalige Probeheizung gefordert werden. Nachdem der betriebsfähige Zustand der Anlage nachgewiesen ist, erfolgt die Abnahme derselben.

Heizapparate. Die Heizapparate sind zur Heizung mit Steinkohlen- (Braunkohlen- Coaks-) Feuerung zu konstruiren. Sie sind mit vollständiger Feuerungs-Anlage, dem Roste, zuverlässiger Zugregulirung, Einrichtung zur möglichsten Rauchverbrennung, Gefässen zur Wasser-Verdunstung mit Ab- und Zuleitung und äusserer Kontrol-Vorrichtung des Wasserstandes, sowie mit Rauchrohr bis zum gemauerten Schornstein (oder Rauchkanal) nach Maassgabe des Leistungs-Verzeichnisses zu liefern. Feuerraum und Aschenfall erhalten luftdicht schliessende Thüren.

Die Heizflächen der einzelnen Apparate und die Grösse etc. der Wasserverdunstungs-Gefässe bestimmt das Leistungs-Verzeichniss. Die freie Rostfläche soll sich zur Gesammt-Heizfläche des Apparats verhalten wie 1: Die Temperatur der abziehenden Rauchgase soll am Eintritt in den Rauchkanal (Schornstein) nicht mehr als 300° C. betragen. Temperatur-Messungen sind während der Probeheizung mit dem von dem Lieferanten zur Verfügung zu stellenden Pyrometer auszuführen. Der Apparat muss ferner folgenden Bestimmungen entsprechen:

1. Die Rauchzüge desselben müssen aus Gusseisen bestehen.*)
2. Ein Erglühen einzelner Theile des Apparats darf auch bei kontinuirlichem forcirten Betriebe nicht eintreten.
3. Zur besseren Ausnutzung des Heizeffekts ist für die Konstruktion das Prinzip des Gegenstroms so weit wie möglich in Anwendung zu bringen.
4. Die Heizflächen und Verbindungsstellen des Apparats müssen vollkommen rauchdicht sein.
5. Die Reinigung d. Rauchzüge muss leicht und ohne Betreten der Heizkammer möglich sein.
6. Die Oberflächen des Apparats müssen in der Heizkammer bequem zugänglich und reinigungsfähig sein.
7. Die Ausdehnung und Zusammenziehung des Heizofens muss ohne Erzeugung von Spannungen in demselben vor sich gehen können.

Die Feststellung der Heizfläche erfolgt vor der Einmauerung. Grössere Heizflächen als die bedungenen werden nicht bezahlt, Apparate mit geringeren Heizflächen nicht angenommen.

Regulir- und Verschluss-Vorrichtungen. Die im Leistungs-Verzeichniss angegebenen Maasse beziehen sich auf die lichte Weite der Oeffnungen. Unternehmer hat die bezügl. Vorrichtungen zu liefern incl. der erforderl. Rahmen, Schlüssel, Abbalanzirungen und Stellvorrichtungen.

Die S c h i e b e r der Kanäle müssen in den Rahmen, welche in die Kanalwände einzulassen sind und die Schieber auf die ganze Höhe ihres Hubes führen, leicht und bequem bewegbar sein, in denselben nicht kanten oder sich klemmen. Der Hub der Schieber muss begrenzt sein, dergestalt, dass in der obersten Stellung des Schiebers die Oeffnung des Kanals vollkommen frei wird, und der Schieber nicht unbeabsichtigter Weise aus dem Rahmen heraus gehoben werden kann. Jedoch muss ein beabsichtigtes Herausnehmen des Schiebers aus der Führung möglich sein. Die Oeffnung der Schieberschlitze im Fussboden ist mit einer Zarge aus ⅃ Eisen einzufassen, deren einer Schenkel vertikal steht.

Die D r o s s e l k l a p p e n müssen aus Messing gefertigte Zapfen und Lager erhalten, die durch das Mauerwerk greifenden Stangen innerhalb desselben in einem schmiedeisernen Futter liegen. Die äussersten Stellungen der Klappe (offen oder geschlossen) sind an der Stellvorrichtung durch die Buchst. „a“ und „z“ oder eine andere leicht verständliche Bezeichnung kenntlich zu machen.

Die V e r s c h l u s s k l a p p e n der Ventilations-Oeffnungen müssen leicht bewegbar und in jeder Lage zwischen Verschluss und Oeffnung bequem und unverrückbar feststellbar sein. Die Zugketten sollen aus Messing, die Stellvorrichtungen, Oliven oder Griffknöpfe aus Rothguss gefertigt sein. Die Hebel der Klappen, an welchen die Ketten angreifen, müssen hinreichend stark sein, so dass sie mit der Zeit sich nicht verbiegen und klemmen.

Die Stellung der M i s c h k l a p p e soll von . . . aus erfolgen.

An sämmtlichen Stellvorrichtungen sind die äussersten Stellungen der Klappen durch die bequem ins Auge fallenden Bezeichnungen „auf“ und „zu“ anzugeben. Die Stellvorrichtungen müssen bequem hantierbar, die Bewegung begrenzt sein, so dass nach erfolgter Schlussstellung ein unfreiwilliger Zug auf die Kette nicht möglich ist. Die Verkleidungs-Gitter der Oeffnungen und die Klappen müssen auf einem Rahm aufgeschraubt sein, dass sie leicht abnehmbar sind,

Die schmiedeisernen Einsteigethüren zur Heizkammer und zum Aspirations-Schlot sind mit schmiedeisernen Zargen zu versehen, aus 2mm starkem Eisenblech, mit entsprechend starken Versteifungen aus Flacheisen zu konstruiren, und mit Schlüssel-Einreiber zu verschliessen. Sämmtl. Thüren müssen auf denselben Schlüssel schliessen. Es sind im ganzen 2 Schlüssel zu liefern.

Die Eisentheile der Schieber, Drosselklappen, Ventilations-Klappen und Einsteigethüren sind nach sorgfältiger Reinigung der Oberflächen von Rost mit Asphaltlack zu überziehen. Die ornamentirten eisernen Verkleidungs-Gitter der Ventilations- etc. Oeffnungen sind mit Bleimennige-Anstrich versehen anzuliefern.

29. Gas-, Wasser- u. Entwässerungs-Leitungen in einem Wohngebäude.

Gegenstand der Unternehmung ist die Herstellung der Gas-, Wasser- und Entwässerungsleitungen in dem Neubau des und zwar gerechnet von den von den Verwaltungen der Gas- bez. Wasserwerke zu liefernden Gas- und Wassermessern ab bis zu den bezügl. Ausflussstellen, bez. von den Ausgussstellen bis zum Anschluss an die städtische Entwässerungs-Leitung, nebst Lieferung und Anbringung aller Hähne, Ausgussbecken etc. und der zum Schutze gegen Frost erforderlichen Rohr-Umhüllungen.

Die vertragsmässigen Preise beziehen sich auf Herstellung der Arbeiten einschliesslich: Lieferung aller Materialien, Verschnitt, Bedarf an Löthzinn, Blei, Dichtungs- und an Feuerungsmaterialien (letzteren zu den Löthungen etc.). Ausgenommen ist der zur Dichtung der Thonrohrleitungen erforderliche Zementbedarf, welcher von der Bauverwaltung gedeckt wird. Ferner ist in die Preise eingeschlossen die Befestigung der Rohre an den Wänden mit Blechkloben,

*) Mitunter fertigt man Theile des Apparats, welche von minder erhitzten Rauchgasen durchströmt werden, aus Schmiedeisen, wodurch bei geringerem Gewicht der Preis derselben etwas verringert wird. Will man derartige Apparate zulassen, so ist besondere Bestimmung zu treffen.

Rohrhaken, Dübel und Schrauben, sowie das Vorhalten aller Geräthe, Rüstungen u. Werkzeuge u. die Ausführung der Druckproben. Die erforderl. Stemmarbeiten werden vom Maurer ausgeführt.

Den Offerten sind als Probestücke beizufügen:

Für die Gasleitung: 1 Rohrstück 20 cm lang; 1 gerade Muffe; 1 Langgewinde; 1 Rohrhaken; 1 Deckenscheibe.

Für die Wasser- und Entwässerungs-Leitung: 1 Stück Bleirohr 20 cm lang; 1 Niederschraub-Auslaufhahn; 1 Ausgussbecken; 1 Thonrohr.

Ferner ist mit der Offerte ein vollständiger Preiskourant einzureichen, dessen Angaben für die Bezahlung etwaiger ausserkontraktlicher Arbeiten maassgebend sein sollen.

Material. Das zu den Rohrleitungen zu verwendende Material muss tadellos sein. Das Gewicht der Bleirohre muss dem im Regulativ der Wasserwerke für Ueberlassung von Wasser vorgeschriebenen entsprechen.*) Die gusseisernen Rohre nebst den dazu gehörigen Schiebern, Hähnen, Ventilen müssen den Normalien des Ver. deutsch. Ingenieure etc. (S. 29) entsprechen. Sie müssen aus feinkörnigem, zähen, grauen Eisen in homogenem blasenfreien Guss hergestellt sein. Die Gussfläche muss ein gleichmässiges dichtes Aussehen haben. Mit Schlacken, Sandlöchern, Luftblasen, Zellen, zusammen gehämmerten oder gepflöckten Löchern versehene Rohre werden nicht angenommen. Das Eisen der Rohre darf nicht spröde sein, sondern muss sich mit Feile, Bohrer und Meissel gut bearbeiten lassen. Die Wandstärken müssen gleichmässig sein und dürfen keine Differenzen über 2 mm zeigen. Die Enden der Rohre müssen rechtwinklig zur Axe abgeschnitten sein. Die Rohre sind auf beiden Seiten zu asphaltiren; die Asphaltirung muss dünn, zähe und nicht spröde sein. Das Material der schmiedeisernen Rohre soll so zähe sein, dass scharfe Kröpfungen keine erkennbaren Struktur-Veränderungen ergeben; zugleich sollen die Biegungen keine Querschnitts-Verengungen enthalten und darf bei öfterem starken Biegen kein Oeffnen der Schweissnath stattfinden.

Die Verschraubungen der Niederschraub-Hähne sind mit Kontremuttern zu versehen. Die metallenen Verbind.-Stücke, die in die Bleirohre eingelöthet werden, müssen gut verzinnt sein.

Die Thonrohre müssen gut gebrannt und auf ihrer ganzen Oberfläche innen und aussen gleichmässig glasirt, für Flüssigkeiten undurchdringlich, hart, fest, homogen, genau zentrirt, kreisrund, frei von Rissen, Sprüngen, Blasen u. dergl. sein, auch beim Anschlagen einen hellen Klang geben. Die am ganzen Umfange möglichst gleiche Wandstärke soll für das Schwanzende nicht unter $^1/_{10}$ des lichten Rohr-Durchmessers betragen; in den Muffen muss eine entsprechend grössere Stärke vorhanden sein.

Die Muffen müssen im Innern schraubenförmige Rillen haben; eine gleiche Rillung soll das andere Ende der Rohre auf dem Anfangstheile zeigen. Hinsichtlich der Fabrikation der Rohre wird die Bedingung gestellt, dass die Muffen nicht eingesetzt werden dürfen, sondern unter Benutzung der Röhrenpresse gleichzeitig eingepresst werden müssen.

Gasrohre**). Die Verwendung von schmiedbarem Eisenguss zu den Verbindungsstücken etc. ist untersagt. Die Hähne und alle Abschlussstücke, Endstücke, Wand- und Deckenscheiben etc. sollen aus Gelbguss bestehen. Alle zusammen gehörigen, nicht mit Griffen versehenen Hähne, Verschlussstücke, Pfropfen sollen auf denselben Schlüssel eingerichtet sein.

Ausführung. Die Ausführung der Arbeiten ist den bestehenden Regulativen für die Gas-, Wasser- und Entwässerungs-Leitungen, sowie den betr. polizeilichen Vorschriften genau entsprechend zu bewirken. Die Dichtungen sind gas- bezw. wasserdicht mit grösster Sorgfalt auszuführen und ist besonders darauf zu achten, dass Löth- und Dichtungs-Materialien nicht in die Rohre eindringen und Querschnitts-Verengungen erzeugen. Die Bleirohre müssen beim Verlegen gut gestreckt und alle unnöthigen Biegungen vermieden werden. Die Verbindungen der schmiedeisernen Rohre sollen im allgemeinen mittels Schraubengewinde, welche mit Bleimennige verstrichen werden, erfolgen; bei stärkeren schmiedeisernen Rohren kann, bei gusseisernen Rohren muss Muffendichtung mit Hanfstrick- und Blei-Verpackung ausgeführt werden.

Bei der Ausführung der Dichtung ist darauf zu achten, dass das Rohrende fest und zentrisch auf den Grund der Muffe gesetzt wird; darauf ist zuerst getheerter Hanfstrick, dann ungetheerter Hanfstrick mittelst eines flachen Eisens in die Fuge fest einzudrücken. Die nun folgende Blei-Dichtung muss in einem einzigen Gusse erfolgen und demnächst gut verstemmt werden.

Die stehenden Thonrohre der Kloset-Ableitungen sind mit Mörtel aus fettem Portlandzement, die liegenden Thonrohre mit getheertem Hanfstrick und fettem Thon zu dichten. (Betr. spez. Vorschr. s. unter Nr. 30).

Die Gasleitungen sind mit schwachem Gefälle nach den Wassersäcken hin zu verlegen, so dass das Kondensations-Wasser stets Abfluss nach dort hat.

Die Wasser- und die Entwässerungs-Rohre müssen mit stetiger Steigung verlegt werden, so dass weder Luft- noch Wassersäcke entstehen.

Die Rohrgräben sind genau in den angegebenen Tiefen auszuheben und die Sohlen nach dem vorgeschriebenen Gefälle zu ebenen, so dass die Rohre der ganzen Länge nach auf ungelockertem Boden liegen; nur das Muffenende ist kurz zu unterstechen. (Ueber die Zufüllung der Rohrgräben s. in Nr. 30).

Rohrhaken müssen von passender Stärke und in hinreichender Zahl angebracht sein. Die Befestigung aller Wasserleitungs-Hähne soll mittels Holzdübel und Wandscheibe,***) die der Ausgussbecken mit verzapftem Holzdübel erfolgen.

Alle Ausguss- und Pissoirbecken müssen mit einer zweckmässigen festen Vorkehrung zum Zurückhalten eingeworfener fester Gegenstände versehen sein.

*) Vergl. die bezüglichen Angaben S. 30. Für Berlin sind folgende Minimal-Gewichte vorgeschrieben:

Bleirohr mit 12 mm Drchm. 2,2 kg Gew. pro 1 m	Bleirohr mit 30 mm Drchm. 7,5 kg Gew. pro 1 m
„ „ 20 „ „ 3,8 „ „ „ „	„ „ 40 „ „ 11,0 „ „ „ „
„ „ 25 „ „ 6,3 „ „ „ „	

**) Hinsichtlich der vorzuschreibenden Wandstärken s. d. Angaben auf S. 29 u. 30. Die auf S. 30 angegebenen Wandstärken sind diejenigen, welche in Berlin als minimale gefordert werden.

***) Erfolgt die Befestigung nicht durchweg auf Wandscheiben, so dürfen die Hähne niemals seitlich in die Bleirohre eingelöthet werden.

Aufmessung. Die Berechnung der ausgeführten Leistungen erfolgt nach Aufmaass der wirklich vorhandenen Längen der Leitungen, bez. nach Stückzahl der betr. Objekte. Die Aufmessung und Abnahme aller Arbeiten, welche später verdeckt werden, hat Unternehmer rechtzeitig zu dem Zeitpunkte zu veranlassen, wo dieselben noch sichtbar und kontrollirbar sind.

Abnahme und Garantie. Nachdem die sämmtlichen Rohrleitungen hergestellt sind, erfolgt die vorläufige Abnahme derselben vor dem Verputzen durch den baul. Beamten unter Zuziehung des Unternehmers, auf Grund einer Druckprobe, bei welcher die Wasserleitung einem Druck von 5 Atm., die Gasleitung einen Luftdrucke von 150^{mm} Wassersäulen-Höhe unterworfen wird. Bei den Gasleitungen darf der bezeichnete Anfangsdruck innerhalb 15 Min. nicht weiter als bis auf 60^{mm} gesunken sein und muss in dieser Höhe mindestens 30 Min. lang anhalten. Diese Druckproben führt Unternehmer mit eigenen Apparaten und kostenfrei aus.

Nach Anbringung der Beleuchtungs-Gegenstände darf bei dem stärksten in der Leitung vorkommenden Gasdruck bei geschlossenen Brennerhähnen und bei geöffnetem Haupthahn der Gasmesser an der Index-Scheibe innerhalb 30 Min. keinen Gas-Durchgang angeben.

Erst nach Beseitigung etwaiger bei den Proben sich zeigender Fehler, nachdem die Anschlüsse an die städtischen Leitungen bewirkt sind und sämmtliche Gasflammen zur Probe gebrannt haben, findet die Abnahme statt. Bis dahin haftet Unternehmer für jede an den Leitungen vorkommende Beschädigung oder Verschlechterung, sowie auch für Entwendungen.

Nach der vorläufigen Abnahme bleibt Unternehmer noch 1 Jahr für die Vorschriftsmässigkeit und Tüchtigkeit aller zur Unternehmung gehörenden Arbeiten und Lieferungen verpflichtet.

30. Herstellung einer Entwässerungs-Leitung.

Umfang der Leistungen. Die Legung des Röhrenstranges geschieht theils in bestehenden Wegen und Strassen, theils auf freiem Felde, in Aeckern u. s. w. Die vertragsmässigen Einheitspreise beziehen sich auf folgende Haupt- und Nebenleistungen:

1. die Begrenzung des Bauplatzes durch einen offenen Graben in allen Fällen, wo der Röhrengraben im freien Felde hergestellt wird;
2. das Aufnehmen von Pflaster oder sonstiger Strassen-Befestigung und ordnungsmässige Beiseitelegung dieser Materialien, sowie das spätere Wiedereinbauen derselben;
3. die Fortnahme und gesonderte Ablagerung des Mutterbodens von Ländereien in der ganzen Breite des Arbeitsplatzes sowie das spätere Wiederaufbringen desselben;
4. die Erdaushebung für den Rohrgraben und die Herstellung der erforderlichen Absteifungen (Pölzungen);
5. den Transport der Rohre und der anderen Bestandtheile der Leitung vom Depotplatze bis zur Baugrube;
6. die Lieferung des gesammten Materialbedarfs für den Betonkanal, der Ziegel, Röhren-Unterlagen und des Dichtungs-Materials der Rohre, bestehend aus Werg und Kohlentheer;
7. das Formen des Betonkanals, das Hinablassen der Rohre in die Baugrube, die Herstellung der Röhren-Unterlagen und Verbindungen;
8. die Zuschüttung des Rohrgrabens, die Verführung und Wegschaffung des übrig bleibenden Erdmaterials und die Wiederherstellung der Oberfläche des verfüllten Rohrgrabens in ihren früheren Zustand;
9. das Vorhalten aller zu den gen. Arbeiten erforderlichen Gerüste, Laufbretter, Steifhölzer und Bretter, Geräthe und Werkzeuge, so wie deren Transport nach und von den Arbeitsstellen.
10. Schutzvorkehrungen gegen alle Elementarschäden, insbesondere auch Beseitigung der in den Rohrgräben sich ansammelnden Regen-, Sicker- und Quellwasser;
11. die Bewachung der Baugrube und die Herstellung der von der Polizei geforderten Uebergangs-Brücken, Schutzgeländer, Warnungs-Tafeln, sowie deren Vorhaltung und die Unterhaltung der erforderlichen Laternen.*)

Der . . ^{m} lange aus Beton herzustellende Kanal erhält durchgehend das in beigefügter Zeichnung dargestellte Profil, mit den gleichfalls darin angegebenen Wandstärken; grössere Wandstärken sind zulässig, doch begründet die Ausführung derselben kein Recht des Unternehmers, auf Erhöhung des kontraktlichen Einheitspreises.

Der Beton soll bestehen: aus 1 Th. Portlandzement, 2 Theilen Sand und 5 Theilen Kies, in welchem alle Korngrössen von 1 bis 40 ^{mm} Durchmesser vertreten sind (Ueber die Qualität der Materialien sind die bezügl. Vorschriften von S. 14, über die Bereitung des Mörtels etc. die Vorschriften von S. 120 einzufügen). Das Wasser zur Mörtel-Bereitung hat Unternehmer auf eigene Kosten zu beschaffen und dabei an Stellen zu entnehmen, welche bauseitig angewiesen werden. Die Profilfassung wird in der Baugrube selbst geformt. Wenn bei der Aushebung letzterer Stellen mit bedenklicher Boden-Beschaffenheit angetroffen werden, so ist davon dem Bau-Beamten Anzeige zu machen, der die event. erforderlichen Sicherungs-Vorkehrungen anordnen wird. Wenn der Unternehmer die betr. Anzeige unterlässt so geht er damit seines sonst bestehenden Rechtes zur Erhebung von Einreden, welche sich auf Bedenklichkeit des Baugrundes stützen, verlustig. Die Herstellung der Lehren und Einschalungen ist nach Material und Arbeit ausschliesslich Sache des Unternehmers; es wird jedoch vorgeschrieben, dass derselbe diese Theile in ausreichender Solidität herzustellen hat, damit Verdrückungen oder sonstige Ungenauigkeiten in der Form des Kanals vermieden werden; die Schalbretter sollen nicht grössere Breiten als 10 ^{cm} und keine geringeren Stärken als 2 ^{cm} haben.

Die innere Kanalwandung erhält einen Zementabputz von 8 ^{mm} Stärke, aus Mörtel bestehend aus 1 Th. Portlandzement und 2 Th. scharfem Sand; der in einer einzigen Lage aufzutragende Putz ist mit blankem Eisen zu glätten.

Nach der Fertigstellung des Kanals, aber vor Verschüttung desselben, soll eine Probe über

*) In Bezug auf die polizeilich geforderten Sicherheits-Vorkehrungen und, um dem Unternehmer nicht unberechenbare Risiken aufzuerlegen, empfiehlt es sich, vor der Submission Seitens der Bauverwaltung möglichst präzise Bestimmungen mit der Polizei-Behörde zu vereinbaren und die bezüglichen Bestimmungen den Submissions-Bedingungen beizufügen. Bei nicht sehr umfangreichen Arbeiten werden die in den Leistungen sub 10 und 11 liegenden Risiken oft billiger von der Bauverwaltung getragen.

die Güte der Arbeit in der Weise angestellt werden, dass der ganze Kanal in ungetheilter Länge oder in Theillängen mit Wasser gefüllt und 6 Tage lang unter dem Druck einer für den tiefsten Punkt der Sohle 3 m betragenden Druckhöhe erhalten wird. Dabei dürfen sich keine Stellen zeigen, an denen das Wasser anders, als in Form feiner Tropfen (als sogen. Schwitzwasser) austritt. Bei Bildung von springenden Strahlen oder von Rissen wird das betr. Stück des Kanals als nicht bedingungungsgemäss erklärt und muss vom Unternehmer erneuert werden.

Der zu der Röhrenleitung erforderliche Thon und Zement wird von der Bauverwaltung bei schafft und dem Unternehmer auf einem oder mehreren Depotplätzen überwiesen.

Die Materialien: Thon und Hanfstrick zur Dichtung, Ziegel zur Unterstützung der Stösse sind vom Unternehmer in bester Qualität zu beschaffen.

Die ad 1 gedachte Graben-Begrenzung besteht aus offenen Gräben von 30 cm Breite und Tiefe; sie ist während der Dauer der Arbeit offen zu halten und nach Vollendung derselben wieder zu verfüllen. Der Aushub dieser Grenzgräben, welcher auf den Seiten des Bauterrains deponirt wird, markirt die Grenze des Bauplatzes, welche nicht überschritten werden darf. Für etwaige Beschädigung der benachbarten Grundstücke ist der Unternehmer verantwortlich.

(ad 2, 3 u. 4 oben sind die betr. Bedingungen aus No. 34. hier einzufügen, event. mit entsprechenden Modifikationen).

ad 5. Die Instandsetzung und Unterhaltung der Zufuhrwege zum Transport der Rohre und der sonstigen Materialien von den Depotplätzen zur Verwendungs-Stelle ist ausschliesslich Sache des Unternehmers. Für etwaigen Verlust oder Beschädigungen an Material beim Transport ist Unternehmer der Bauverwaltung ersatzpflichtig.

ad 6. Die zu liefernden Ziegel sollen sogen. Hartbrand sein; der Thon muss von fetter Beschaffenheit und frei von erdigen oder Sand-Antheilen sein; untermischte Steinstücke und vegetabilische Reste sind beim Anmachen des Thons zu entfernen. Das Dichtungs-Material soll Werg guter Qualität sein, der in Strähne (Stricke) zu drehen ist, die vor dem Einlegen in die Muffen mit Kohlentheer zu tränken sind.

ad 7. Die zum Verbringen der Rohre u. s. w. in die Baugrube erforderlichen Vorrichtungen sind vom Unternehmer beizustellen. Die Theerstricke zum Dichten der Rohre sind den Rohrweiten entsprechend stark anzufertigen. Auf jeden Stoss kommen 2 Stricke, von denen der erste um das betr. Rohrende vor der Verlegung geschlagen wird, während der zweite nach dem Verlegen mit dem Dichtungsholz und Schlägel nachgetrieben wird. Darnach ist der verbliebene Muffenraum mit plastisch angemachtem Thon gut auszufüllen und erhält der Stoss am ganzen Umfange eine wulstförmige Umhüllung aus plastisch angemachtem Thon, welche an der schwächsten Stelle — unabhängig von dem Rohrkaliber — nicht unter 6 cm Stärke und eine Gesammt-Länge von 25 cm haben soll, die je zur Hälfte von der Endigung des Mutterrohrs aus rechnet.

Röhren von weniger als 15 cm Lichtweite erhalten am Stoss eine Unterlage aus 1 Ziegelstein; bei den 15 cm und darüber weiten Röhren soll die Unterlage aus je 2 Steinen bestehen.

Dem Unternehmer werden die Brechpunkte der Trace sowohl als des Gefälles bauseitig angegeben; die Sorge für Erhaltung dieser Marken liegt dem Unternehmer ob. An den Brechpunkten der Trace sind die erforderlichen Ausrundungen, (wenn nicht bauseitig krumme Rohre zur Verwendung vorgeschrieben werden) unter Benutzung von geraden Rohren in möglichst gleichmässiger Weise herzustellen; bei den Brechpunkten im Gefälle geschieht dies überall. Zwischen 2 Gefäll-Brechpunkten müssen die Rohre in genau gleichförmigem Gefälle verlegt werden. Etwaige Fehler, die hierbei vorkommen, sind vom Unternehmer zu beseitigen, widrigen Falls dies auf seine Kosten geschieht. Es ist darauf zu achten, dass beim Verlegen die Rohre im Innern rein von Erde, Schmutz etc. gehalten werden. Unachtsamkeiten oder Zuwiderhandlungen hiergegen, ziehen für den einzelnen Fall eine Konventionalstrafe von 10 M. nach sich.

ad 8. Mit dem Verfüllen der Baugruben darf nicht vor spezieller Erlaubniss der Bauleitung begonnen werden. Der Füllungs-Boden muss lagenweise eingebracht und behutsam, ohne die Rohrleitung zu beschädigen, gestampft werden. Nach Ansicht der Bauleitung ungeeigneter Boden darf nicht eingebracht, sondern muss durch Zuführung geeigneten Bodens, der an anderen Stellen des Aushubs entnommen wird, ersetzt werden. (Hinsichtlich der Wiederherstellung der Oberfläche sowie des Strassenpflasters etc. s. die betr. Bedingungen in No. 33). Uebrig bleibendes Erdmaterial ist nach Anweisung der Bauverwaltung abzufahren, stellenweise etwa fehlendes anderweit herbei zu schaffen; für keine dieser Leistungen wird eine Extra-Vergütung gewährt.

ad 11. Der Unternehmer ist verpflichtet, den Bauplatz und sämmtliche Materialien während des ganzen Baues ausreichend bewachen zu lassen und ist für Beschädigung oder Diebstahl ersatzpflichtig. Der Unternehmer ist gehalten, alle landesgesetzlichen und baupolizeilichen Vorschriften in Bezug auf die Freiheit und Sicherung des Verkehrs zu beobachten und hierfür den betr. Behörden gegenüber allein verantwortlich.

Die 1jährige Haftpflicht des Unternehmers erstreckt sich nicht nur auf die Dichtheit der hergestellten Verbindungen, sondern auch auf Schäden, welche durch nachträgliches Setzen des Erdreichs, oder des Röhrenstranges selbst oder durch Unterspülungen des Rohrstranges etc., herbei geführt werden.

31. Lieferung von Pflaster-Materialien.

a. **Unbearbeitete Steine (Dammsteine).** Dieselben müssen aus feinkörnigem Granit (Porphyr, Quarz etc.) bestehen, nicht unter 13 und nicht über 20 cm grössten Durchmesser haben und von möglichst regelmässiger Form sein. Bröckelige oder plattenförmige Steine, auch solche die Risse oder, bei sonst guter Form, tiefere Aushöhlungen resp. hohe Vorsprünge auf einzelnen Seiten haben, werden nicht abgenommen.

b. **Kopfsteine.** Hinsichtlich der Qualität wie vor. Die Steine müssen in den Kopfflächen einigermaassen eben bearbeitet sein und überall möglichst geradlinige, nicht ausgebrochene Kanten zeigen. Die Kopffläche muss sich möglichst der rechteckigen Form nähern und soll nicht über 400 und nicht unter 180 qcm gross sein, bei einer Minimalbreite von 7 cm und einer Maximallänge von 21 cm. Die Höhe der Steine soll 20 cm nicht über- und 13 cm nicht unterschreiten. Steine, deren kubischer Inhalt unter . . . ccm liegt, dürfen nur bis zu 30 % der ganzen Lieferung in derselben vorkommen. Die möglichst parallel der Fussfläche liegende Kopffläche des Steines darf die Grösse von 1/2 der Kopffläche nicht unterschreiten. Die Seiten-

flächen der Steine müssen möglichst eben und von der Kopffläche aus gerechnet bis auf die Tiefe von mind. 2,5 $^{\text{cm}}$ möglichst senkrecht beschlagen sein; erst von hier ab darf die Verjüngung beginnen.

c. **Prismatische Steine.** Qualität, Art und Herkunft des Materials genauer zu verzeichnen event. ein besonderen Härtegrad vorzuschreiben, worüber Bd. III, Abschn. Strassenbau zu vergleichen. Die Steine müssen in der Kopffläche eben voll- und scharfkantig bearbeitet und die Kanten der Kopffläche möglichst rechtwinklig zu einander gerichtet sein. Die Fuss-, (Setz-) Fläche der Steine soll mindestens 0,75 der Kopffläche betragen und letzterer parallel sein. Die Seitenflächen müssen auf eine Höhe von 4 $^{\text{cm}}$ von der Kopffläche abwärts gemessen senkrecht zur Kopffläche stehen und so eben bearbeitet sein, dass zwischen 2 Nachbarsteinen im Pflaster keine Fugen, die an irgend einer Stelle mehr als 13 $^{\text{mm}}$ Weite haben, entstehen; der untere Theil der Seitenflächen braucht dagegen nur rauh beschlagen zu werden.

d. **Würfelförmige Steine.** Bedingungen mit entsprechenden Verschärfungen nach dem Vorigen zu verfassen.

Abweichungen von den im Leistung-Verzeichnisse angegebenen Dimensionen für Breite und Höhe der prismatischen Steine und für Länge, Breite und Höhe der Würfelsteine dürfen 0,5 $^{\text{cm}}$ mehr oder 0,5 $^{\text{cm}}$ weniger betragen, die Abweichungen in der Länge der prismatischen Steine dürfen 1,5 $^{\text{cm}}$ mehr oder auch weniger betragen.

In dem zu liefernden Quantum der Würfelsteine soll die erforderliche Anzahl von Bindersteinen und halben Steinen enthalten sein. Und zwar sind zu liefern: pro 1000 Steine von:

17—18 $^{\text{cm}}$	Seitenlänge	924	St. ganze Steine,	47	St. Binder,	13	halbe Steine	
18—19 „	„	916	„ „ „	51	„ „	14	„ „	
19—20 „	„	909	„ „ „	56	„ „	14	„ „	

Die halben Steine sind nach der Diagonale der Kopffläche getheilte Steine; dieselben dürfen auch mit einem ganzen Steine zusammen aus einem Stück gearbeitet sein. — Bindersteine sollen die $1\frac{1}{2}$fache Länge der ganzen Steine haben.

e. **Bordschwellen.** Die Bordschwellen müssen aus feinkörnigem, durchaus gesundem Granit bestehen, ihrer ganzen Länge nach vollkantig sein, eine Breite von 30 $^{\text{cm}}$ und eine Höhe von nicht unter 26 $^{\text{cm}}$ haben. Die vordere Kante erhält eine Abfasung von 4 $^{\text{cm}}$ Breite bei 15 $^{\text{cm}}$ Höhe. Die Länge der einzelnen Stücke soll 0,9—1,5 $^{\text{m}}$ betragen. Die nach der Verlegung sichtbaren Flächen müssen fluchtrecht und sauber, die Endflächen senkrecht zu den Kanten und eben bearbeitet sein, so dass eine Verlegung der Steine ohne Nacharbeiten erfolgen kann. Die übrigen Flächentheile der Steine können rauh sein.

f. **Die Trottoirplatten** müssen aus feinkörnigem festen Granit aus den Brüchen bei . . . bestehen und rechteckige Form haben. Die einzelnen nicht unter 0,8 $^{\text{m}}$ langen, 1,0 $^{\text{m}}$ breiten Platten müssen eine Stärke von 10 $^{\text{cm}}$, haben. Die obere Fläche der Platten muss eben bearbeitet und ohne Löcher sein; die Seitenflächen dürfen nicht ausgebrochen sein und müssen bis 3 $^{\text{cm}}$ tief so genau bearbeitet sein, dass zwischen 2 Platten eine Fuge entsteht die an keiner Stelle eine Weite von über 1,3 $^{\text{cm}}$ hat.

Abnahme. Die Dammsteine, Kopfsteine und prismatischen Steine (ad a, b, c oben) werden bauseitig auf den anzuweisenden Lagerplätzen dicht geschlossen in regelmässigen Haufen zur Aufmessung nach kubischem Inhalt aufgesetzt. Die Bauverwaltung ist nicht verpflichtet, je auf 1 Mal kleinere Posten als 20 $^{\text{cbm}}$ zu übernehmen.

Die Würfelsteine (ad d) werden zur Abnahme dicht an einander schliessend — mit dem Kopfe nach unten — einen Stein hoch zur Aufmessung nach $^{\text{qm}}$ aufgesetzt. Die Abnahme der Bordsteine erfolgt auf dem Lagerplatz nach $^{\text{m}}$ Länge, die der Trottoirplatten nach $^{\text{qm}}$ Fläche.

Unbrauchbar befundene Steine sind vom Lieferanten spätestens 8 Tage nach erhaltener Aufforderung von der Lagerstelle zu entfernen, widrigen Falls solches auf Gefahr und Kosten desselben seitens der Bauverwaltung geschieht.

32. Ausführung von Pflaster-Arbeiten.

Umfang der Leistungen. Für die vertragsmässigen Preise hat Unternehmer die im Leistungs-Verzeichniss aufgeführten Arbeiten herzustellen incl. folgender Nebenleistungen:

1. Transport der Materialien von den Lagerplätzen, event. des Materials aus dem alten Plaster bis auf (60) $^{\text{m}}$ Entfernung.

2. Ausführung der erforderlichen Messungs- und Absteckungs-Arbeiten im Anschlusse an die innerhalb des Arbeits-Gebiets von der Bauverwaltung angegebenen Fixpunkte, zu deren Erhaltung bis nach Beendigung der Arbeit der Unternehmer verpflichtet ist.

3. Vorhaltung der erforderlichen gewöhnlichen Geräthschaften, ferner einer hölzernen mit Eisenbeschlag versehenen Schablone, eines Richtscheits von 5 $^{\text{m}}$ Länge und einer 3 $^{\text{m}}$ langen farbig getheilten, von dem Bauleitenden auf ihre Richtigkeit zu prüfenden Messlatte. Letztere Gegenstände müssen stets auf der Arbeitsstelle vorhanden sein.

4. Die nach polizeilicher Vorschrift erforderlichen Warnungs-Tafeln, Laternen, Sperrungs-Vorkehrungen etc., welche bauseitig geliefert werden, hat Unternehmer zu unterhalten und nach Anordnung sowohl des Aufsichts-Beamten als der polizeilichen Organe aufzustellen.

5. Transport des während der Arbeit ausgeworfenen und übrig bleibenden Steinmaterials zu bauseitig anzuweisenden, innerhalb (60) $^{\text{m}}$ Entfernung liegenden Lagerplätzen und ordnungsmässige Aufstapelung daselbst.

6. Behuf Regulirung des Planums ist etwa überflüssiger Boden bis auf 60 $^{\text{m}}$ Entfernung zu verkarren oder ordnungsmässig zur Seite aufzuschütten. Die Beseitigung überflüssigen Bodens kann bis auf 15 $^{\text{cm}}$ Tiefe ohne besondere Entschädigung verlangt werden, bei tieferer Abtragung treten besonders zu vereinbarende Entschädigungen ein.

7. Der zu dem Einschwemmen des neuen Pflasters erforderliche Bedarf an Wasser ist vom Unternehmer an- und herbei zu schaffen.

Alles erforderl. Material, mit Ausschluss d. Steine zum Mosaikpflaster, also Pflastersteine, Bettungs-Sand u. Kies, Bordschwellen, Trottoirplatten, Ziegel u. Zement liefert die Bauverwaltung.

Die in oder an den zu pflasternden Flächen belegenen Baulichkeiten, insonderheit auch alle Kanäle, Rohr- und Telegraphenleitungen sind sorgsam zu schützen; Unternehmer ist für alle durch seine Arbeiter daran verübten Beschädigungen zum Ersatz verpflichtet.

Aufbruch des alten Pflasters. Beim Aufbruch des vorhandenen Pflasters sind die gewonnenen Steine zu sortiren und regelrecht nach Anweisung seitwärts aufzusetzen.

Herstellung der Bettung. Vor Einbringen der Bettung muss der Erdkasten in einer Länge von mindestens 20 m gehörig regulirt und profilmässig angelegt werden. Die Sand- oder Kiesbettung ist in 25 cm Stärke einzubringen und so weit — event. nach vorgenommener Anfeuchtung — abzurammen, dass sie nach Urtheil des bauleit. Beamten die genügende Festigkeit für das Setzen des Pflasters besitzt. Für die Form der Oberfläche ist die vorgeschriebene Schablone maassgebend.

Herstellung des Pflasters. Die Rinnsteine sind nach dem im Situations- und Nivellements-Plan angegebenen Gefälle anzulegen. Dieselben sind aus 2 Reihen rechteckig bearbeiteter Steine (Würfelsteine) in der Weise herzustellen, dass die 1ste Reihe als Sohle, in der Querrichtung horizontal, die 2te Reihe mit einer Ansteigung in der Querrichtung von 2 cm gegen die Mittellinie der Strasse zu, gesetzt wird.

Die Pflastersteine sind nach der Form so zu sortiren, dass nur Steine von möglichst gleicher Kopfbreite neben einander zu stehen kommen; bei Reihenpflaster stehen in einerlei Reihe nur Steine gleicher Breite u. müssen je mindestens 30 solcher Reihen unmittelbar auf einander folgen.

Ueber die Richtung, welche an verschiedenen Stellen den Scharen zu geben — ob normal oder diagonal zur Strassenaxe — wird der baul. Beamte spezielle Bestimmungen treffen.

Die Steine sind in regelmässigem Verband zu setzen und dürfen nicht lehnen, sondern müssen senkrecht stehen. Die Stärke der Fugen darf höchstens . . cm betragen. Etwa fehlende Binder oder Zwickelstücke sind gegen vorher zu vereinbarenden Preis vom Unternehmer zu schlagen.

Die Steine müssen satt in Kies gesetzt werden und mit einem Höhen-Uebermaass gegen die Schablone (Rammmaass) von 2,5 cm. Dieses Maass darf an keiner Stelle des Pflasters um mehr als 0,5 cm unter- oder überschritten werden.

Das Pflaster ist, unter ausreichender Wasser-Besprengung vor und während der Rammarbeit, 3 Mal abzurammen u. z. die ersten beiden Male mit einer schweren 4 männigen Ramme, das 3. Mal (wo nur die verbliebenen partiellen Unebenheiten beseitigt werden) mit einmännigen Rammen. Etwa beim Rammen zersprungene Steine sind durch neue zu ersetzen. Demnächst folgt, nachdem zuvor der Aufsichts-Beamte sich von der tadellosen Beschaffenheit der abgerammten Fläche überzeugt hat, das Aufbringen einer 1 cm starken Kiesschicht unter Einfegen resp. Einschwemmen des Kieses.

Trottoirs, Bordschwellen müssen mindestens 4 Schichten hoch mit Ziegelsteinen in Zementmörtel untermauert werden. Die Bordschwellen sind genau nach dem in den Zeichnungen angegebenen Längen- und Quergefälle auf der Untermauerung in Zementmörtel zu verlegen, die Stossfugen satt mit Zementmörtel zu vergiessen und zu verstreichen.

Die Trottoirs werden mit 1 m breiter Granitbahn und beiderseitigem Mosaikpflaster befestigt. Die Granitbahnen sind auf sorgfältig festgestampfter Sandbettung von 15 cm Stärke derartig zu verlegen, dass sie in allen Punkten vollkommen unterstopft sind. Nachdem sie unter Anwendung einer Holz-Zwischenlage abgerammt sind, müssen sie derart nachgearbeitet werden, dass die neben einander liegenden Platten eine glatt und gleichmässig fortlaufende Fläche bilden. Schliesslich sind die Fugen mit Sand voll zu schwemmen und darnach 2 cm tief mit Zementmörtel zu verstreichen.

Die Mosaiksteine müssen von gleicher Grösse und gebräuchlicher Form scharfkantig gespalten sein und dürfen in keiner ihrer Flächen mehr als 6 cm Durchmesser haben. Dieselben sind aus (Granit, Porphyr, Kalkstein etc.) von gleichmässiger Färbung zu schlagen.

Das Mosaik-Pflaster ist auf einer Kiesbettung von 8 cm Stärke in trocknem Sand nach vorgeschriebenem Längen- und Quergefälle zu setzen, demnächst abzurammen und bis dahin vor Feuchtigkeit zu schützen. Das Pflaster ist darnach 3 Tage lang nach Vorschrift anzunässen, wobei die sich öffnenden Fugen mit einer Mischung aus feinem Sand und Portlandzement (1 zu 1) zu füllen sind.

Termine. Die Arbeit soll in der Zeit bis zum zur Ausführung kommen. Die Arbeiten sind innerhalb 3 Tagen nach Behändigung der schriftlichen Aufforderung zu beginnen und derart zu betreiben, dass in jedem Arbeitstage drschl. (100) qm Pflaster oder Trottoir-Fläche fertig gestellt werden, einschliesslich Zubereiten der Bettung, des Anlegens der Rinnsteine, Verlegen der Bordschwellen und aller Nebenarbeiten.

Konventionalstrafen. Für den Fall, dass der Unternehmer in seinen Leistungen gegen die vorstehend getroffenen Bestimmungen zurück bleibt, verfällt derselbe in eine Konventionalstrafe von 5 M. pro qm Minderleistung für jeden einzelnen Tag der Verzögerung. An dem Tage, an welchem die Fertigstellung der Theil- bezw. ganzen Arbeit erfolgen müsste, wird die zur Vollendung fehlende Flächengrösse ermittelt und darnach bis zum Tage der wirklichen Fertigstellung der Arbeit die fest gesetzte Konventionalstrafe in Rechnung gestellt ohne Rücksicht auf das fernerweite sukzessive Fortschreiten der Arbeit.

Abnahme. Frühestens 14 Tage nach Vollendung der Arbeiten findet eine Besichtigung event. Abnahme des Pflasters statt, behuf welcher das Deckmaterial auf Kosten des Unternehmers zu entfernen ist. Finden sich Mängel, so sind dieselben innerhalb 8 Tagen zu beseitigen; kommt der Unternehmer dieser Forderung nicht nach, so erfolgt die Instandsetzung auf Kosten desselben durch die Bauverwaltung.

Garantie. Der Unternehmer ist verpflichtet, die innerhalb des folgenden Jahres nach der Abnahme nöthig werdenden Reparaturen auf seine Kosten auszuführen, in dem Falle solche nachweislich Folge von Ausführungs-Mängeln sind.

33. Bedingungen für einen General-Entreprise-Vertrag über den Neubau eines Schulhauses mit Lehrer-Wohnung etc. zu . . .

1. Offert-Formular.

Unterzeichneter wohnhaft zu . . . erklärt hiermit unter Anerkennung der beigefügten speziellen und allgemeinen Bedingungen vom . . . dass er den Neubau eines . . . einschliesslich der Lieferung aller Materialien für die Summe von (gegen Einheitspreise des beiliegenden Leistungs-Verzeichnisses) ausführen will.

Zur Ausführung des Gebäudes sollen verwendet werden:

a. Hintermauerungs-Steine 1. Qualität für die Herstellung der Umfassungswände und balken-

tragenden Zwischenwände, die Gewölbe, das Kellerpflaster etc., bezogen aus . . . Nach Probe No. . . gezeichnet . . .

b. Dsgl. 2. Qualität für die übrigen Zwischenwände, bezogen aus . . . nach Probe No.

c. Verblendst. für die äussere Verblendung der Façaden, bezogen aus . . . nach Probe No. . . .

d. Sandsteine für die Steinmetz-Arbeiten an der Façade, bezogen aus . . . nach Probe No. . .

e. Schiefer für die Eindeckung der Dächer bezogen aus . . . nach Probe No. . .

etc. etc.

. . . . den Der Unternehmer.

Offerten ohne Beifügung der sub a bis e aufgeführten Proben finden keine Berücksichtigung. Die Proben müssen in der Qualität den im Büreau des Baubeamten zum Zweke des Verdinges ausliegenden mindestens entsprechen. (Bestimmung über Rückgabe der Proben).

2. Spezielle Bedingungen für

Hierzu . . Bl. Zeichnungen.*) Bl. 1. Situation. Bl. 2. Grundriss der Keller etc.

A. Gegenstand der Unternehmung und Vertrags-Erfüllung.

Umfang der Unternehmung. Die Unternehmung umfasst die vollständige Fertigstellung des Gebäudes, einschl. Lieferung und Transport der Materialien, sowie deren Verarbeitung, Beschaffung des Wassers, Herstellung der Gerüste, die erforderl. Absteckungen, die Errichtung der Schuppen für Mörtel-Bereitung und zum Aufenthalt für die Arbeiter, die Aufhöhung und Planirung der Terrains, kurz alles, was zur Vollendung des Baues erforderlich ist. — Ausgeschlossen ist nur die Herstellung der Zentralheiz. u. Ventilat.-Einrichtungen, welche besonders verdungen werden.

Von etwaigen Mehr- und Minderleistungen, welche in Folge von Seitens der Bauverwaltung angeordneten Abänderungen der Projekt-Zeichnungen eintreten, erfolgen Abzüge bez. Zuschläge an der Pauschal-Summe nach Maassgabe der bezügl. Massen und der vereinb. Einh.-Preise.

B. Bau-Ausführung im allgemeinen.

Beziehungen zu der Polizeibehörde. Die Einholung des erforderlichen Baukonsenses ist Sache der Bauverwaltung. Die weiter erforderlichen Anzeigen des Beginns der Bau-Ausführung etc., die Einholung der Genehmigung zur Aufstellung der Gerüste und Bauzäune, die Veranlassung der etwa erforderlichen Rohbau-Abnahme etc. ist Sache des Unternehmers. Derselbe hat allen Anordnungen der Baupolizei nachzukommen, alle erforderlichen, von derselben vorgeschriebenen Vorkehrungen ohne Entschädigung zu bewirken.**)

Die baupolizeiliche Genehmigung der projektirten Grundstücks-Entwässerung veranlasst die Bauverwaltung. Dieselbe beantragt auch die Herstellung der Anschlüsse der betr. Leitungen an die öffentlichen Entwässerungs-, Wasser- und Gasleitungen. Die erforderlichen Anzeigen für den Beginn der betr. Anlagen hat Unternehmer rechtzeitig zu machen.

Werkzeichnungen. Mit der Zuschlags-Ertheilung erhält Unternehmer je 1 Exemplar der für die Bau-Ausführung maassgebenden Zeichnungen. Unternehmer hat dieselben sorgfältig zu prüfen, und etwaige Fehler, Widersprüche und Unklarheiten rechtzeitig der Bauverwaltung zur Entscheidung oder Erläuterung vorzulegen. In der Ausführung sich vorfindende Mängel können durch Unklarheiten oder Fehler der Zeichnungen nicht entschuldigt werden. Nach diesen und den ihm etwa später überwiesenen Detail-Zeichnungen hat Unternehmer die erforderlichen Werkzeichnungen herstellen zu lassen und dem zur Revision und Genehmigung vorzulegen. (Event. sind die zu fertigenden Zeichnungen, Maasstäbe derselben, Termine der Einreichung speziell aufzuführen). Die Bau- und Werkzeichnungen sind stets auf der Baustelle zur Einsicht bereit zu halten.

Aufsicht auf der Baustelle. Der Unternehmer ist gehalten, während der ganzen Dauer der Bau-Ausführung einen sachverständigen Vertreter auf der Baustelle zu halten; alle Anordnungen, welche von der Bauverwaltung diesem Vertreter gegenüber getroffen werden, sind so zu betrachten, als seien sie dem Unternehmer selbst gegeben.

Absteckung. (Angabe der Absteckungen und der Höhenpunkte, welche dem Unternehmer von der Bauverwaltung übergeben werden.) Wenn der Unternehmer auch die Haupt-Absteckungen ausführt, so ist von deren Ausführung rechtzeitig Anzeige zu machen und sind dieselben von dem Baubeamten zu kontrolliren. Nach der bauseitigen Kontrole der ersten Haupt-Absteckung bleibt Unternehmer für die Richtigkeit aller Maasse ohne Unterschied verantwortlich.

Zufuhrwege und Lagerplätze. Falls die Baustelle nicht unmittelbar von einer öffentlichen Strasse zugänglich ist, wird dem Unternehmer durch die Bauverwaltung, behuf Zuführung der erforderlichen Materialien eine Zufahrt zur Baustelle beschafft. Zugleich werden ihm die erforderlichen Lagerplätze für Materialien (welche in der Situationszeichnung im Vertrage anzugeben sind) sofort nach Zuschlag überwiesen. Die Fahrbarmachung der Zufahrtstrasse für seine Transporte ist Sache des Unternehmers.

Projekt-Aenderungen und ausserkontraktliche Leistungen. Kleine Abänderungen des Projekts sind der Bauverwaltung vorbehalten, sollen aber dem Unternehmer rechtzeitig mitgetheilt werden. Bezüglich grösserer Aenderungen bleiben besondere Vereinbarungen vorbehalten.

Ohne schriftlichen Auftrag des darf Unternehmer keinerlei Abweichungen von den Vertrags-Zeichnungen auch keine ausserkontraktlichen Arbeiten zur Ausführung bringen. So weit für letztere Einheitspreise nicht vorgesehen sind, sind solche vor Inangriffnahme der Leistungen zu vereinbaren.

Rechnungen über ausserordentliche und Tagelohns-Arbeiten sind spätestens 14 Tage nach der Ausführung einzureichen.

Materialien-Abnahme. Alle Materialien werden vor der Verwendung in Bezug auf Qualität kontrollirt. Vor stattgehabter Kontrolle dürfen dieselben nicht in Verwendung genommen werden. Bezügliche Anträge sind rechtzeitig zu stellen.

*) Die Zeichnungen müssen alle Details, so weit klar stellen, dass eine präzise Preis-Bestimmung möglich ist und Abänderungen während der Bauausführung vermieden werden. Detail-Zeichnungen können z. Th. schematisch gehalten sein. Es sollen wenigstens die Schnitte und Ansichten den Maassstab 1:50 erhalten.

**) Ortspolizeiliche Vorschriften werden mitunter den Bedingungen angeheftet, ein Verfahren, das bei etwa zu erwartender Bewerbung entfernt wohnender Unternehmer zu empfehlen ist.

Fehlerhafte Arbeiten und Materialien. Fehlerhaft oder mangelhaft ausgeführte Arbeiten sind in den vorbezeichneten Fristen zu beseitigen, nicht abnahmefähige Materialien binnen 3 Tagen nach Zustellung betr. Aufforderung von der Baustelle zu entfernen.

Sonstige Bestimmungen. Der Bau ist bis zur Abnahme rein zu erhalten und die Licht- und Thüröffnungen sind, wenn es von der Bauverwaltung für nöthig erachtet wird, in geeigneter Weise zu schliessen; ebenso ist den Anweisungen derselben bezüglich einer rationellen Lüftung des Baues nachzukommen.

C. Ausführung im Speziellen.

Bem. Wenn die Ausführung auf Grund eines Leistungs-Verzeichnisses erfolgt, sind hier die speziellen Bestimmungen für die Ausführung der einzelnen Arbeiten anzuschliessen. Diese Bedingungen sind nach Maassgabe der bisher mitgeth. Vorlagen in kürzester Form aufzustellen.*) Liegt ein Leistungs-Verzeichniss nicht vor so ist entweder eine detaillirte Beschreibung der einzelnen Arbeiten beizugeben, oder eine eingehende Baubeschreibung getrennt anzufügen.**)

Termine

Konventionalstrafen

Abnahme. Nachdem die Arbeiten in allen Theilen vollendet sind, erfolgt die Abnahme auf den schriftlichen Antrag des Unternehmers und unter seiner Zuziehung durch den Zum Abnahme-Termin hat der Unternehmer das Gebäude vollständig bewohnbar, in gründlich gereinigtem Zustande zu übergeben. In gleicher Weise ist der dem Unternehmer, während der Ausführung als Baustelle überwiesene Theil des Grundstücks, sind die Lagerplätze, Zufuhrwege etc. befreit von Bauzäunen, Materialien- und sonstigen Schuppen, von Schutt, übrig gebliebenen Materialien, (auch nach Beseitigung und Verfüllung der Kalkgruben) gereinigt zu übergeben.

Haftung während der Ausführung. Bis zur vollzogenen Abnahme haftet Unternehmer für jede an dem Gebäude vorkommende Beschädigung und Verschlechterung und hat er bis dahin alle zum Schutze des Baues erforderlichen Vorkehrungen zu treffen. Namentlich ist das Mauerwerk in allen unfertigen Theilen beim Eintritt von Frost gehörig abzudecken. Auch hat der Unternehmer für alle Nachtheile und Unglücksfälle, welche während oder in Folge der Bau-Ausführung entstehen, einzig und allein zu haften; er ist daher auch zur Schadloshaltung seiner Leute und anderer Personen, sowie deren Eigenthum verpflichtet. — Der Unternehmer hat sämmtliche Baulichkeiten bis 4 Wochen über die faktische Ablieferung bezw. Abnahme des Baues hinaus bei einer anerkannt guten Assekuranz - Gesellschaft gegen Feuerschaden zu versichern, der Baubehörde die betr. Police zuzustellen und derselben in rechtsgütliger Form eine Vollmacht zur Erhebung der Versicherungs-Summe im Schadensfalle beizufügen.

Garantie. Der Untern.bleibt nach der Abnahme noch . . . Jahr für die Vorschriftsmässigkeit und Tüchtigkeit aller das Gebäude betr. Arbeiten und Lieferungen verantwortlich.

Kaution

Zahlung und Abrechnung. Die Bezahlung der ausgeführten Arbeiten erfolgt abschlägig entweder nach spezieller Berechnung auf Grund der Einheitspreise, jedoch in Raten, welche einen bestimmten Betrag nicht unterschreiten, bei Vergebung gegen Pauschal-Summe ohne Preis-Verzeichniss in fest zu setzenden Perioden der Bau-Ausführung und prozentuellen Raten der Entreprise-Summe, z. B.:

1 ster Termin nach Verlegung der Balkenlage 0,2 der Kontrakts-Summe etc.

Die Abrechnung geschieht bei Einheitspreisen unter Berechnung der wirklich ausgeführten Massen. Die bezüglichen Revisions-Zeichnungen, Massen- und Kosten-Berechnungen hat Unternehmer in anzugebender Form zu fertigen und bis zu einem fest zu setzenden Termin nach der Abnahme (ev. zum Theil in duplo) einzureichen. Bei Verdingung gegen Pauschal-Summe verzichtet Unternehmer auf den Einwand, dass im Leistungs - Verzeichniss enthaltene Angaben nicht mit der Zeichnung bezw. der Ausführung überein stimmen.

34. Lieferung u. Verlegung der Rohre u. Formstücke, d. Absperrschieber u. Hydranten für eine städtische Wasserwerks-Anlage***).

Umfang der Leistungen: Herstellung der gesammten Rohrleitungen, d. h. des Druckrohrs von der Pumpstation bei bis zum Hochreservoir; des Fallrohrs vom Hochreservoir bis zur Stadt; des Stadtrohr-Netzes mit allen Verzweigungen, (ausgenommen die Zuleitungen zu den Grundstücken); die Zuleitungsrohre von der Wassergewinnungs-Stelle zu den Maschinen und die Saugerohre mit allen dazu gehörigen Absperrschiebern, Hydranten und Formstücken, einschl. der Lieferung der Rohre, Maschinentheile u. Materialien, Verlegung u. aller Erdarbeiten.

*) Man sollte indessen nie eine Vergebung in General-Entreprise ohne ein ganz spezialisirtes Leistungs-Verzeichniss eintreten lassen, auch dann nicht, wenn die Vergebung für Pauschal-Summe erfolgt. Es ist zu erwägen, dass das Leistungs-Verzeichniss die knappste und übersichtlichste Form der Bau-Beschreibung bildet, dass ferner die Offerenten für Abgabe der Offerte einen Kostenanschlag aufstellen müssen, denselben also eine ganz ausserordentliche Arbeit zugemuthet wird, wenn die Verwaltung ihrerseits eine Massen - Berechnung und ein Arbeits-Verzeichniss nicht vorlegt. Dieses kann alle Arbeiten incl. Material, die Fenster und Thüren incl. Anstrich, Beschlag, Verglasung etc. zusammen fassen.

**) Vorzügliche Vorlagen für knapp und präzise gefasste Spezial-Bedingungen für General-Entreprise-Verträge, geben die Bedingnisshefte der Eisenbahn-Verwaltungen. (Siehe hierzu u. a. Tilp; Handbuch der Bedingnisse).

***) Auch die nachstehende Fassung der Bedingungen (wie diejen. ad 34) entspricht der Form der „General - Entreprise"; die Bedingungen sind aber vermöge der eingehaltenen Gliederung, leicht für den Fall umzumodeln, dass es sich um Verdingung von Einzel-Leistungen handelt.

Es kann hier — wie bei General-Entreprise-Verträgen überhaupt — Sache der Erwägung sein, ob dem General-Unternehmer die Verpflichtung aufzuerlegen sei, zu den für die Einzel-Leistungen heran zu ziehenden Handwerkern (Sub-Unternehmern) nur solche Personen zu wählen, gegen deren Zuziehung aus technischen Gründen von der Bauleitung keine Einwände erhoben werden. Doch wird man zu diesem weit gehenden Eingriff in die Befugnisse des Unternehmers sich nur in besonderen Fällen entschliessen.

Die Längen der einzelnen Rohrleitungen und die Stückzahlen der zu liefernden Absperrschieber und Hydranten sind im Leistungs-Verzeichnisse angegeben. Es ist Sache des Unternehmers, die Längen der einzelnen Rohrstränge im Terrain nachzumessen und sich davon zu überzeugen, ob die im Anschlage angenommenen Längen zu gross oder zu gering sind.

Rohre. Für die Maassen, Wandstärken, Muffenformen und Normalgewichte ist die vom Verein der Gas- und Wasserfachmänner Deutschlands und vom Vereine deutscher Ingenieure gemeinsam aufgestellte deutsche Normaltabelle (S. 29) maassgebend. Doch ist es unbenommen, auch Rohre ausländischen Ursprungs dem Angebote zu Grunde zu legen. Wenn dies geschieht, so ist in der Offerte nicht nur Durchmesser, Wandstärke, Normalgewicht bei bestimmter Baulänge und Muffenform anzugeben, sondern es sind auch etwaige Abänderungen von einzelnen Punkten der vorliegenden speziellen Bedingungen genau zu präzisiren.

Die Rohre sollen aus gutem, grauem Gusseisen hergestellt sein, welches im Kupolofen geschmolzen ist, sich noch bequem bohren und in dem gebohrten Loche mit einem scharfgängigen Gewinde versehen lässt.

Die geraden Rohre müssen in vertikal stehenden Formen gegossen sein und zwar nach eisernen, gedrehten Modellen ohne Naht. Sie dürfen keine blasigen, schaumigen oder löcherigen Stellen noch sonstige Gussfehler zeigen und müssen glatte innere und äussere Flächen besitzen; besonders die Muffen dürfen keinerlei Gussfehler zeigen. Die Muffenrohre müssen ganz gerade, genau zylindrisch und in den inneren und äusseren Wandungen genau konzentrisch sein, so dass die Wandstärke überall und ringsum keine messbare Differenz zeigt. Ganz besonders ist darauf zu achten, dass der zur Aufnahme der Dichtung dienende freie Raum genau konzentrisch und zylindrisch ist, nicht aber sich kegelförmig nach innen zu verjüngt. Rohre mit letzteren Fehlern werden zurück gewiesen.

Rohre mit einem Minder-Gewichte von mehr als 3 Proz. der vertragsmässigen Normal-Gewichte werden zurück gewiesen.

Die Rohre sollen in warmem Zustande, nachdem sie die Form verlassen haben und geputzt worden sind, innen und aussen mit einem Anstrich von Asphalt und Theer versehen werden. Doch sind diejenigen Flächentheile, mit denen die Dichtung in Berührung tritt, von jedem Anstrich frei zu halten. Der Anstrich darf weder abblättern, noch weich auf der Oberfläche haften, sondern muss gleichmässig, trocken, fest und glänzend die ganze Oberfläche bedecken.

Die, mit aufgetragenem Anstrich anzuliefernden, Rohre werden auf einem Lagerplatz abgeliefert und von zuverlässigen, erfahrenen Arbeitern unter der Aufsicht der Bauleitung, bezw. eines Beamten, einer Druckprobe mittels Wasserdruck auf 15 Atmosphären unterworfen.

Rohre, welche sich vorher mit Fehlern behaftet zeigen, werden zunächst von der Druckprobe ausgeschlossen. Sind die Fehler abzuändern, so geschieht dies auf Kosten des Lieferanten; es steht dann im Ermessen der Bauleitung, das betr. Rohr zur Probe zuzulassen oder nicht.

Die gut befundenen Rohre werden in einer besonderen Presse zwischen ihren Enden eingespannt, mit Wasser gefüllt und dann mittels einer Druckpumpe bis auf 15 Atm. gepresst; unter diesem Drucke wird das Rohr durch leichte Hammerschläge erschüttert. Rohre, welche diese Prozedur aushalten, ohne Lecke und Undichtigkeiten zu zeigen, sind als brauchbar für die Verlegung anerkannt, sobald ihr Gewicht als vertragsmässig befunden worden ist. Sämmtliche Rohre sind daher vor ihrer Zulassung auf die Baustelle einer Kontrolle durch die Waage zu unterziehen, sobald dies von der Bauleitung verlangt wird.

Lieferant hat die als unbrauchbar bezeichneten Stücke sofort durch neue vorschriftsmässige zu ersetzen. Geschieht dies bei der nächsten Sendung nicht, so ist die Behörde berechtigt, Ersatzrohre bei jeder beliebigen Giesserei und zu beliebigem Preise auf Rechnung des Lieferanten zu bestellen

Die ganze Einrichtung der Probirstation, den Schuppen, die Presse, die Druckpumpe mit Manometer und alle Werkzeuge resp. Utensilien stellt der Unternehmer auf seine Kosten, wie derselbe auch das Probiren selbst unter Aufsicht eines Beamten durch seine Leute ausführt und alle auf dem Probirplatze nothwendigen Arbeiten auf seine Kosten leistet, auch das erforderliche Wasser auf eigne Kosten beschafft.

Der Lieferant der Rohre ist so berechtigt als verpflichtet, einen qualifizirten und dispositionsfähigen Vertreter auf dem Lagerplatze anwesend zu halten, der den Proben beiwohnt. Wird hiervon kein Gebrauch gemacht, so erkennt der Lieferant stillschweigend die von der Bauleitung gemachte Angabe über die Quantität des abgenommenen Rohr-Materials an.

Alle nicht abnehmbaren Rohre oder Reste solcher sind schleunigst von dem Lagerplatze zu entfernen; geschieht dies auf Aufforderung nicht sofort, so lässt die Bauleitung die Entfernung auf Kosten und Gefahr des Lieferanten bewirken. Irgend eine Verantwortung über Verbleib des Bruches etc. wird von der Bauleitung dem Lieferanten gegenüber nicht übernommen.

Bem. Wenn es sich um eine Leitung handelt, bei der die Rohre sehr tief zu verlegen sind, so dass sie eine beträchtliche vertikale Belastung erleiden, kann es geboten erscheinen, ausser den vorbeschriebenen Druckproben auch Proben auf relative Festigkeit mit den Rohren anzustellen. Hierfür werden die spez. Bedingungen nach Lage des Einzelfalles zu verfassen sein.

Rohre, deren Schwanzenden bei der Druckprobe oder auf dem Transporte defekt geworden sind, können, mit Zustimmung der Bauleitung, nachdem das beschädigte Ende abgeschnitten und die Schnittfläche sauber bearbeitet wurde, zu einer neuen Druckprobe, ev. Verlegung zugel. werden.

Formstücke. Die Formstücke sind in Uebereinstimmung mit den Normalien der Rohre zu konstruiren und dürfen davon nicht abweichen. Schon vor dem Vertrags-Abschluss müssen vom Unternehmer der Bauleitung Konstruktions-Zeichnungen zur Genehmigung vorgelegt sein, welche dem Vertrage zu Grunde gelegt werden. Bei Anwendung der deutschen Normalien ist dies indess nicht erforderlich.

Die Schwanzenden der Formstücke müssen so beschaffen sein, dass sie, in die Muffen der geraden Rohre eingeführt, ganz denselben normalen und konzentrischen Ring für die Dichtung frei lassen, wie die Schwanzenden der geraden Rohre. Jedes Formstück, welches dieser Vorschrift nicht genügt, wird zurück gewiesen.

Formstücke, welche Flanschen und Schraubenlöcher haben, müssen bearbeitet sein, d. h. die Flanschen sind abzudrehen bezw. zu hobeln, die Löcher zu bohren, in keinem Falle aber

einzugiessen. Flanschengrösse und Flanschenstärke, Schraubenloch-Kreis, Schrauben-Anzahl und -Durchmesser richten sich genau nach den bereits erwähnten deutschen Normalien; anderen Falls sind Zeichnungen mit einzureichen. Im übrigen gelten alle auf die Lieferung der Rohre bezügl. Vorschriften, so weit sie anwendbar sind, auch für die Formstücke.

Abnahme. Die auf den Probirplatz angelieferten Rohre und Formstücke werden nach der Druckprobe, sobald sie dieselbe bestanden haben und von richtigem Gewicht befunden worden sind, dem Lieferanten als vorläufig abgenommen bezeichnet. Diese vorläufige Abnahme schliesst aber nicht aus, dass Rohre, an denen später irgend ein Mangel gefunden wird, nachträglich vom Verlegen ausgeschlossen werden.

Auch kann bei einzelnen Rohren, welche zu Bedenken Veranlassung geben, eine Wiederholung der Druckprobe von der Bauleitung gefordert werden, selbst wenn dieselben schon neben der Baugrube lagern. Unternehmer hat die dazu nöthigen Einrichtungen und Arbeiten, eben so wie auf dem Probirplatze unentgeltlich zu beschaffen, bezw. zu leisten.

Die Formstücke werden durch die Bauleitung auf ihre Uebereinstimmung mit den im Vertrage fest gesetzten Normalien und Abmessungen geprüft.

Angabe der Hütte. In der Offerte ist anzugeben, von welcher Hütte die Rohre und Formstücke vom Unternehmer bezogen werden sollen. Die Annahme oder Ablehnung dieser Bezugsquelle behält sich die Bauverwaltung vor.

Sollen mehrere Hütten mit Anfertigung der Rohre und Formstücke beauftragt werden, so sind alle in der Offerte namhaft zu machen, wie die Quantitäten etc., welche sie liefern sollen.

Von der im Vertrage zu bezeichnenden Bezugsquelle darf nicht abgewichen werden, ohne dass die spezielle Zustimmung der Bauverwaltung erfolgt.

Die Bauleitung kann zur Kontrolle Einsicht der Frachtbriefe verlangen.

Der Bauleitung steht der Besuch der Werkstätten und Hütten, in welchen die Rohre und Formstücke gefertigt werden, frei und es ist ihr jederzeit alle verlangte Einsicht in die Fabrikation der Rohre zu gewähren.

Preis-Berechnung. Die Preis-Berechnung geschieht bei den Rohren pro ^{m} Länge, bei den Formstücken a. auf 100 ^{kg} bearbeiteter, gehobelter und gebohrter Formstücke; b. auf 100 ^{kg} unbearbeiteter Formstücke, alles frei auf die Probirstation geliefert und aufgestapelt.

Die Hydranten. Die Hydranten sind nach gegebener Zeichnung zu konstruiren. Die Einströmungs-Oeffnung für das Wasser ist . . ^{mm}, die Ausströnmungs-Oeffnung . . ^{mm} im Lichten weit.

Das Ventil besteht aus Gusseisen mit Leder-Garnitur, welche mittels kupferner Nieten befestigt wird, Spindel, Spindelmutter, Stopfbüchse und sämmtliche Schraubenmuttern aus Rothguss. Gusseisen und Rothguss müssen von vorzüglicher Qualität sein.

Die Flanschen müssen sauber gedreht, die sämmtlichen Schraubenlöcher gebohrt sein. Sämmtliche Theile eines Hydranten müssen sich ohne weiteres an einem anderen beliebigen Hydranten einzeln oder zusammen einpassen und gebrauchen lassen, so dass sie als Reserve-Stücke benutzt werden können.

Zu dem kompleten Hydranten gehören: das aus 3 Theilen bestehende Schutzrohr, die Strassenkappe mit der eichenen Unterlagsbohle, die Haken zur Befestigung darauf und sämmtliche Dichtungs-Ringe sowie Verbindungs-Schrauben.

Mit den Hydranten sind im ganzen 3 Standrohre anzuliefern, welche eine Länge von 2,0 ^{m} von der Sitzfläche bis zur Mitte der Ausfluss-Oeffnung haben sollen. Die Standrohre sind von blankem Kupferblech mit sauber bearbeitetem und polirten Messing garnirt herzustellen. Das obere Ende soll 2 Ausläufe mit Schlauch-Verschraubungen nach vorgeschriebener Art haben. Ein Auslauf erhält einen Nothdeckel. In dem unteren Ende des Standrohrs soll ein Ventil eingeschaltet sein, welches das im Rohre enthaltene Wasser bei Schluss des Hydranten u. Abnahme d. Standrohres in letzterem zurück hält, ohne die Durchgangs-Weite wesentl. zu verengen.

Die Vierkante auf den Spindeln der Hydranten sind von gehärtetem Schmiedeisen und erhalten dieselbe Grösse, wie die der Absperrschieber. Die mit zu liefernden Schlüssel, ebenfalls von gehärtetem Schmiedeisen, müssen 70 ^{cm} über Pflasterhöhe stehen und auf alle Schieber und Hydranten passen. Die Anzahl der Schlüssel wird später bestimmt werden.

Die Preisberechnung geschieht für den kompleten Hydranten, frei Probirstation geliefert.

Absperrschieber. Unter dem vollständigen Absperrschieber ist zu verstehen:

a. das Schiebergehäuse mit dem Schieber selbst, mit Deckel, Stopfbüchse und Spindel, mit Vierkant-Aufsatz für die Schlüsselstange; b. die Schlüsselstange; c. das gusseiserne Schutzrohr mit Führungs-Deckel; d. die Strassenkappe mit daran befestigtem Deckel mit Unterlags-Bohle und Befestigungs-Haken; e. die zum Einbauen des Schiebers in die Leitung nöthigen Mutterschrauben und Dichtungs-Ringe.

Das gusseiserne Schiebergehäuse erhält elliptischen Querschnitt und einen gewölbten Deckel, in welchem die Stopfbüchse der Spindel sitzt. Der Deckel muss genau auf das Untertheil gearbeitet sein. Der Schieberkörper selbst besteht aus Gusseisen. Derselbe soll auf beiden Seiten schliessen, keilförmig abgeschrägt und mit Dichtungs-Ringen von Rothguss garnirt sein, welche warm und unlöslich aufgezogen sind.

Aus Rothguss bestehen die Spindel, die Spindelmutter, sämmtl. Stopfbüchsen-Futter, d. Dichtungs-Ringe an den Schlussflächen d. Schiebers u. d. Muttern sämmtl. Verbindungs-Schrauben.

Sämmtliche Theile müssen aufs sorgfältigste gearbeitet und so zusammen gepasst sein, dass diejenigen eines Absperrschiebers ohne weiteres zu einem beliebigen anderen Absperrschieber derselben Dimension benutzt werden können. Alle Flanschen und Verbindungsstellen sind sauber zu drehen und zu hobeln, die Löcher zu bohren.

Die Schlüssel-Stange ist von Schmiedeisen mit schmiedeisernem gehärteten Vierkant von gleicher Grösse wie die der Hydranten. Ueber die Schlüssel-Stange ist ein gusseisernes Schutzrohr zu schieben, welches die ganze Stopfbüchse des Schiebers umfasst und auf einem tellerartigen Vorsprunge desselben fest aufsitzt. Das obere Ende des Schutzrohrs ist durch eine Büchse mit Messing-Futter geschlossen, in der die Schlüssel-St. geführt wird. Die Strassenkappe soll auf starken eichenen Unterlagsbohlen von 8 ^{cm} Stärke mit Hakennägeln befestigt sein.

Der Preis bezieht sich auf den vollständigen, frei Probirstation gelieferten Absperrschieber.

Legung und Verdichtung der Rohre. Hierunter ist begriffen: a. das Anfahren der Rohre, Formstücke, Absperrschieber, Hydranten etc. von der Probirstation, oder dem sonstigen Lager-

platze zu den betr. Baustellen; b. das Ausheben und Einfüllen des Rohrgrabens, die Herstellung der Oberfläche, die Abfuhr des Schuttes und Bruches; c. das Einlegen und Verdichten der Rohre, überhaupt die Herstellung der betriebsfähigen Leitungen, einschl. Lieferung aller Dicht.-Materialien als Blei, Strick, Dichtungs-Ringe, Schrauben, Feuerungs-Material, Stellung aller Geräthe, Utensilien, Absteifungen, Wasserbewältigung und Nebenarbeiten ohne Ausnahme.

Anfuhr und Lagerung der Materialien. Unternehmer hat dafür zu sorgen, dass die an den Strassen rechtzeitig bereit liegenden Rohre in keiner Weise den Verkehr hemmen, sobald die Fahrbahn nicht ganz abgesperrt ist. Zugänge zu den Häusern dürfen nie abgesperrt werden. Schieber und Hydranten dürfen nicht aufsichtslos auf der Strasse liegen bleiben.

Unternehmer ist für die den Rohren, Formstücken, Schiebern und Hydranten während des Transports etwa zugefügten Schäden verantwortlich, derart, dass durch Stoss oder Wurf oder sonstige unvorsichtige Behandlung defekt gewordene Rohre etc. auf seine Kosten ersetzt werden.

Beginn der Arbeiten. Nachdem die Trace fest gestellt und da wo nöthig die Tiefenlage angegeben ist, wird die Strasse aufgebrochen. Die zuvorigen Meldungen bei der Polizei, sowie etwa nöthige Sperrungen geschehen seitens der Bauleitung. Die Arbeiten dürfen erst in Angriff genommen werden, wenn letztere dem Unternehmer Befugniss ertheilt hat.

Dem Unternehmer werden von der Bauleitung die Fixpunkte angegeben. Er ist für die Erhaltung derselben bis nach Vollendung des Baues verantwortlich. Die weiter erforderliche Absteckung wie die damit verbundenen Nebenarbeiten, sind vom Untern. auf eigene Kosten zu bewirken. Die Bauleitung ist berechtigt, die vom Untern. gemachten Maass-Bestimmungen zu kontrolliren, bezw. Abänderungen etc. anzuordnen, wobei Untern. das nöthige Personal, die Materalien, Instrumente etc. auf seine Kosten zu stellen hat.

Auf eigene Kosten hat derselbe auch die für ihn erforderlichen Kopien der Pläne, sowie etwaige Modelle und Schablonen anfertigen zu lassen.

Tiefe der Gräben. Die Gräben sind so tief zu halten, dass die Rohre überall 1.5 ^{m} mit Boden bedeckt werden. Für die durch Unebenheiten im Terrain oder vorgefundene Hindernisse erforderliche Mehrtiefe über die Normaltiefe hinaus wird keine Vergütung gewährt. (Werden beim Ausheben der Rohrgräben kompakte Felsmassen oder gemauerte Fundamente angetroffen, die in zusammen hängenden Massen je mehr als 0,5 ^{cbm} enthalten, so wird für die Beseitigung eine Extra-Vergütung von 5 M. pro 1 ^{cbm} in aufgeschichtetem Zustande gemessen, bauseitig gewährt. Wenn zur Lockerung solcher Massen etwa Sprengarbeiten ausgeführt werden, so hat für die erforderlichen Sicherheits-Vorkehrungen der Unternehmer zu sorgen, wie derselbe auch für allen dabei etwa angerichteten Schaden allein die Verantwortung trägt.)

Funde. Merkwürdige Natur- oder Kunst-Erzeugnisse, Münzen etc., die in den Rohrgräben angetroffen werden, sind an die Bauleitung abzuliefern.

Behandlung des Strassenbau-Materials. Die Materialien sind seitwärts ordnungsmässig aufzusetzen, bezw. gesondert aufzuschütten, um beim Zufüllen wieder in unvermischtem Zustande Verwendung finden zu können.

Kopflöcher. An den Muffen der Röhren sind Kopflöcher auszuheben, so dass der Arbeiter von allen Seiten zu den Dichtungsstellen kann und es dem Aufsichts-Beamten möglich wird, die Dichtung, deren Bleitiefe etc. zu revidiren und zu messen.

Absteifungen, Wasser-Ansammlungen, Hindernisse etc. Für nothwendig werdende Absteifung der Gräben hat Unternehmer auf seine Kosten zu sorgen. Schäden, welche durch nicht genügende Absteifung etc. der Rohrgräben herbei geführt werden, hat Unternehmer allein zu verantworten. Wasser-Ansammlungen in den Gräben sind ohne Rücksicht auf die Ursache ihrer Entstehung vom Untern. auf seine Kosten zu beseitigen, so weit sie die Arbeit beeinflussen.

Ueberhaupt müssen alle Hindernisse, auf welche bei Ausführung der Gräben gestossen wird, vom Unternehmer beseitigt oder in technisch richtiger Weise umgangen werden. Die Kosten dafür sind in dem vertragsm. Preise f. d. Legung und Verdichtung der Rohre einbegriffen.

Wird beim Ausheben Grund angetroffen, welcher der Bauleitung für sichere Lagerung der Rohre ungeeignet erscheint, wie Schlamm, Schlief, grosse Steine, alte Hölzer etc., so sind diese fremden Theile zu entfernen und durch Sandschüttung zu ersetzen. Der ausgeworfene ungeeignete Grund ist vom Untern. auf seine Kosten zu beseitigen und Sand zum Ersatz anzufahren.

Gasröhren; Wasserröhren. Die durch Rohrlegung beschädigten Leitungen der Gasanstalt, anderer Wasserwerks-Anlagen, sowie die Telegraphen-Leitungen etc. sind seitens des Unternehmers und auf dessen Kosten ordnungsmässig wieder herzustellen. Die frei gegrabenen Gas- u. Wasserrohre müssen abgesteift, gestützt oder sonstwie gegen Senkungen u. Bruch geschützt werden.

Ist es nothwendig, die Trace der Wasserröhren so anzuordnen, dass eine dieser Leitungen noch im Einverständniss mit den betr. Eigenthümern zu verlegen ist, so ist über diese Arbeit vor Beginn derselben eine Vereinbarung zwischen Bauleitung und Unternehmer zu treffen, durch welche die Kosten geregelt werden.

Kanäle. Die in den Strassen liegenden Kanäle (Siele) müssen intakt gehalten und in allen Fällen möglichst umgangen werden, dadurch, dass die Wasserrohre entweder unter die Sohle oder über die Kanäle geführt werden, je nach der Oertlichkeit und nach Verabredung mit der Bauleitung. Muss unter Zustimmung der letzteren ein Rohr durch den freien Querschnitt eines Sieles geführt werden, so ist das Stück, welches im freien Querschnitte liegt, mit einem gusseisernen Rohre zu umhüllen, das an beiden Seiten in den Kanalwangen sorgfältig mit Portlandzement vermauert wird. Die Lieferung des Umhüllungs-Rohres und dessen Einmauerung geschieht auf Kosten des Unternehmers der Rohrverlegung. — Beschädigungen an Kanälen sind sofort vom Unternehmer auf seine Kosten mit den besten Materialien und sorgfältig zu repariren.

Legung und Verdichtung der Rohre. Die Dichtung der Rohre geschieht in der bekannten Weise mittels Manilla-Tauwerk und Weichblei. Die Höhe des Bleirings oder des Muffen-Raumes, welcher nach dem Eintreiben des Strickes frei bleibt, soll im Minimum betragen:

für Rohre von 350 ^{mm} Weite	65 ^{mm}	für Rohre von 150 ^{mm} Weite	43 ^{mm}
„ „ „ 325 „ „	60 „	„ „ „ 125 „ „	40 „
„ „ „ 250 „ „	50 „	„ „ „ 100 „ „	38 „
„ „ „ 200 „ „	47 „	„ „ „ 80 „ „	35 „

Das zum Verdichten der Rohre verwendete Weichblei soll bester Qualität sein. Die abgestemmten Ringe dürfen nicht zerspringen. Die abgestemmte Muffe muss sauber und akkurat

aussehen. Bei Temperaturen von unter 5° C. müssen die Dichtungs-Arbeiten ruhen; für derartige Unterbrechungen wird keinerlei Entschädigung geleistet, doch die Frist zur Fertigstellung entsprechend verlängert.

Lage der Röhren. Die Axe des Rohrstranges muss eine fortlaufende Linie bilden, die aus Geraden besteht, an welche, als Tangenten, sich Kreisbögen schliessen. Es ist unzulässig Kurven durch Schiefstellen gerader Rohre in den Muffen herzustellen; es sind vielmehr an allen solchen Stellen entsprechend gekrümmte Bogen einzuschalten. Die Schwanzenden der Bogen müssen, so weit sie in die Muffen-Enden reichen, gerade Zylinder bilden, so dass die Gleichheit der Dichtungsstärke nicht beeinträchtigt wird. In der Krümmung abgeschnittene Bogen werden zur Verwendung nicht zugelassen.

Abgeschlagene Rohre dürfen nur verlegt werden, wenn das abgeschlagene Ende sauber bearbeitet und das verkürzte Rohr einer nochmaligen Probe unterworfen worden ist.

Einbauen der Formstücke, Hydranten und Schieber. Die zu jeder Strecke nothwendigen Formstücke, Hydranten, Absperrschieber etc. sind sofort bei Legung der Rohre mit einzubauen. Die Stellen für dieselben dürfen unter keinen Umständen wegen zeitweiligen Fehlens des betr. Stückes offen bleiben. Vor dem Aufbrechen einer Strasse ist dem baul. Beamten der Nachweis zu liefern, dass das in der Strasse nöthige Verlegungs-Material vorhanden ist; event. wird die Erlaubniss zum Beginn der Arbeit verweigert. Diese Verweigerung entbindet aber den Untern. nicht von der Verpflichtung, die Arbeit bis zum fest gesetzten Termine zu beendigen. An Stellen, die am Tage, des Verkehrs wegen, nicht offen gelegt werden dürfen, insbesondere bei der Unterführung der Rohre unter Eisenbahn-Gleisen, ist der Unternehmer verpflichtet, ohne besondere Entschädigungen des Nachts arbeiten zu lassen.

Einfüllen des Rohrgrabens. Nach vollendeter Verdichtung einer Strecke wird dieselbe zugeschüttet, jedoch nicht eher, als bis die Bauleitung dazu ihre Zustimmung gegeben hat. Der Boden wird dabei in Lagen von 20 bis 25 ^{cm} Höhe eingeworfen und festgestampft, nachdem das Rohr sorgfältig unterstopft ist. Ueberschüssiger Boden ist bis auf 100 ^{m} Entfernung nach Anweisung der Bauleitung zu verkarren, fehlender event. aus gleicher Entfernung herbei zu schaffen, beides ohne besondere Entschädigung, die erst eintritt, wenn die genannte Maximal-Entfernung von 100 ^{m} überschritten wird und sich dann nur auf die überschiessende Länge bezieht. Nachts dürfen im Graben verlegte Rohre ohne Bodenbedeckung nicht liegen bleiben. Die offenen Rohrenden sind stets mit gut schliessenden Holzpfropfen abzusperren.

Herstellung der Oberfläche. Die Oberfläche der Rohrstrecken ist wieder in denselben, baugerechten Zustand zu versetzen, in welchem sie vor Beginn der Arbeit gewesen ist.

Die bei Seite gelegten Materialien werden wieder benutzt. Fehlendes Material, Steine, Sand etc. ist vom Unternehmer in derselben Qualität auf seine Kosten zu beschaffen. Den Anforderungen der Strassenbau-Verwaltung muss genügt werden und hat Unternehmer innerhalb eines Zeitraumes von 3 Monaten nach der Vollendung der ganzen Anlage, nachgesunkene, anormale oder schadhafte Stellen sofort wieder repariren zu lassen, widrigen Falls dies auf seine Kosten geschieht. Unter Oberfläche der Rohrstrecke wird die ganze Fläche verstanden, die durch Boden-Rutschungen, Senkungen oder Einbrüche in Mitleidenschaft gezogen ist.

In gepflasterten Strassen dürfen verlegte Strecken, zu deren Verfüllung die Genehmigung der Bauleitung ertheilt ist, ungepflastert nicht liegen bleiben. Untern. haftet auch für die Güte des von ihm hergestellten Pflasters etc. während der vorgesehenen Garantiezeit mit seiner Kaution.

Abfuhr des Schuttes; Reinigung der Strassen. Sofort nach Fertigstellung einer Rohrstrecke ist die Strasse von dem übrig gebliebenen Schutte, Boden und sämmtlichen Materialien zu säubern. Es dürfen keine Reste in den Rinnsteinen, den Gräben und in den Häuserecken liegen bleiben. Geschieht die gründliche Aufräumung nicht sofort, so wird dieselbe auf Kosten des Unternehmers und zu jedem Preise anderweitig bewirkt werden.

Sicherung des Verkehrs. Die für den ungehinderten Verkehr des Publikums sowie des Fuhrwerks nöthigen Sicherheits-Vorrichtungen hat Unternehmer auf seine Kosten und Verantwortung zu treffen. Uebergänge sind mindestens an allen Strassen-Kreuzungen herzustellen, jedenfalls aber da, wo es polizeilich geboten wird. Solche Uebergänge sind während der Nacht gehörig zu beleuchten. Alle Unglücksfälle, welche durch nachlässige oder versäumte Absperrung, mangelhafte oder fehlende Beleuchtung etc. entstehen, treffen als einzigen Schuldigen den Unternehmer.

Den Anordnungen der zuständigen Wege- und Strassenpolizei-Verwaltungen ist unbedingt Folge zu leisten; es kann aber Untern. aus der Beobachtung strassenpolizeil. Vorschriften keinen Anspruch auf Entschädigung, Termin-Verlängerung, Mehrzahlung oder Minderleistung herleiten.

Aufmessung; Abnahme. Die Aufmessung der fertig verlegten Strecke soll derart stattfinden, dass je von Mitte zu Mitte Kreuzung gemessen und alle Schieber- und Formstück-Längen mit gerechnet werden. Nach Fertigstellung der gesammten Rohrstrecken findet eine Revisions-Messung in Gemeinschaft mit dem Untern. oder dessen Stellvertreter durch die Bauleitung statt, welche der Schlussrechnung zu Grunde gelegt wird. Definitiv abgenommen werden die Rohrleitungen erst, nachdem sie 4 Wochen lang unter dem vollen Betriebsdrucke gestanden haben.

Arbeitspläne. Sowohl mit den Lieferanten der Rohre und Formstücke, der Schieber und der Hydranten, als auch mit dem Unternehmer der Verlegung oder der ganzen Arbeit wird nach Ertheilung des Zuschlags ein Arbeitsplan vereinbart, der dem Vertrage als integrirender Theil beigefügt wird und gleiche Gültigkeit wie die übrigen Theile des Kontrakts besitzt.

Mehrbedarf und Nebenarbeiten. Die Lieferanten der Rohre, Formstücke, Schieber und Hydranten verpflichten sich, den durch Erweiterungen oder Aenderungen während der Bauperiode etwa eintretenden Mehrbedarf zu denselben Einheitspreisen und Bedingungen zu liefern, wie auch der Unternehmer der Rohrverlegung die Verlegung nicht vorgesehener Strecken zu denselben Preisen und denselben Bedingungen herzustellen sich verpflichtet. Arbeiten für die keine Preis-Ansätze im Kontrakte gegeben sind, dürfen nicht früher begonnen werden, als bis eine Einigung mit der Bauleitung stattgefunden hat. Wird dies verabsäumt, oder kommt eine Einigung nicht zu Stande und führt der Untern. die betr. Arbeiten dennoch aus, so unterwirft er sich damit stillschweigend der einseitigen Preis-Festsetzung der Bauleitung.

Haftpflicht des Unternehmers. Für die solide und vertragsmässige Ausführung aller Arbeiten und Lieferungen hat der Untern. drei Jahre, die vom Tage der Betriebs-Eröffnung des Werks

rechnen, zu haften. Wenn sich innerhalb dieses Zeitraums Schäden und Mängel zeigen und der Untern. seiner Verpflichtung, diese nach schriftlich ergangener Aufforderung sofort zu beseitigen, nicht genügt, so erfolgt Abhülfe auf seine Kosten; letztere werden ohne weiteres aus der Kaution entnommen, und wenn diese nicht reicht, vom Untern. eingezogen. — Das Wasserwerk ist von dem Tage an als im Betriebe zu betrachten, wo alle in den Bauplänen vorgesehenen Objekte sich im Betriebe oder betriebsfähigen Zustande befinden. Eine partielle Inbetriebsetzung ist für den Zeitpunkt, zu welchem die Garantiedauer beginnt, nicht maassgebend.

35. Lieferung u. Aufstellung einer Wasserschöpf-Anlage für eine Baugrube.

Gegenstand der Verdingung ist die Herstellung, Lieferung und Aufstellung der Kessel, Dampfmaschinen und Wasserhebe-Maschinen nebst Maschinen-Fundamenten, Maschinen- und Kesselhaus, Schornstein aus Eisen und aller zur völligen Fertigstellung der Anlage erforderlichen Nebenleistungen.

Für die vertragsmässigen Einzel-Pauschalpreise nach Maassgabe des Leistungs-Verzeichnisses hat Lieferant die bezüglichen Arbeiten incl. Lieferung aller Materialien herzustellen, die polizeilichen Abnahmen und Konzessionen zum Betriebe zu beschaffen und die Anlage in völlig betriebsmässigem Zustande an die Bauverwaltung zu übergeben.

In dem beigefügten Situationsplan ist der für die Aufstellung des Maschinenhauses verfügbare Platz, sowie die ungefähre Lage für die Wasserhebe-Maschinen und die des Kanals zur Ableitung des geförderten Wassers angegeben.

Die speziellen Dispositionen hierüber, die Wahl des Systems der Kessel, der Dampf- und Wasserhebe-Maschinen, so wie die Anordnung aller und jeglicher Details hierzu, bleibt dem Submittenten überlassen. Derselbe hat mit Einreichung der Offerte seine Vorschläge durch Zeichnung klar zu stellen und eine rechnungsmässige Begründung zu liefern, wonach die Anlage wie er sie geplant hat, der verlangten Leistung, innerhalb der obern und untern Grenze entspricht.

Der Unternehmer hat auch die erforderlichen Detail-Zeichnungen der Kessel und Maschinen nebst Angabe der Abmessungen und Stärken der einzelnen Theile der Offerte beizufügen.

Er leistet eine 2jährige Garantie für den geforderten Effekt, so wie für die Nichtüberschreitung eines beim Gebrauch von Kohlen der . . . Grube — von ihm selbst als erforderlich angegebenen — Kohlenquantums. Das Brennmaterial-Quantum ist auf die Hebung von 1000^{cbm} Wasser (event. auch auf 1000 . 1000 . x [^{mkg}] Arbeitsleistung) zu beziehen.

Unternehmer hat zwischen Pumpe und Abfluss-Gerinne oder auch an einer andern Stelle eine einfache Vorrichtung anzubringen, welche es ermöglicht, die sekundlich abfliessende Wassermenge zu jedem beliebigen Zeitpunkte angenähert zu ermitteln. Die blosse Anbringung eines Hubzählers an der Maschine wird für den vorliegenden Zweck als unzureichend angesehen; doch soll ein Hubzähler als Kontrollmittel an der Maschine vorhanden sein.

Der von der Bauverwaltung anzustellende und beim Betriebe des Schöpfwerkes den Anordnungen des bauleitenden Beamten unterstehende Maschinist wird bezüglich des Kohlenverbrauchs und des geförderten Wasserquantums, während des 1sten Halbjahres nach Inbetriebsetzung des Schöpfwerks, an mindestens 1 von je 3 Tagen genaue Ermittelungen anstellen und die gewonnenen Resultate fortlaufend aufzeichnen. Durch Uebertragung der gewonnenen Durchschnittszahlen auf die ganze Dauer der Garantiezeit soll der etwaige Mehrverbrauch an Kohlen gegen das vom Unternehmer bezeichnete Quantum fest gestellt werden und es soll der Unternehmer gehalten sein, ein etwaiges Mehr zu ersetzen, während der Werth eines etwaigen Minder-Verbrauchs zur Hälfte dem Unternehmer zufällt, zur andern Hälfte der Bauverwaltung verbleibt.

Der Unternehmer ist verpflichtet, den Maschinisten mit genauer Instruktion über die Bedienung und zweckmässigste Betriebsweise der Maschine zu versehen. Er ist berechtigt von Zeit zu Zeit von der Führung des Betriebes Kenntniss zu nehmen und etwaige dabei vorfallende Nachlässigkeiten etc. zur Kenntniss des bauleitenden Beamten zu bringen. Er verpflichtet sich die ihm beim Erscheinen auf der Pumpstation vorzulegenden fortlaufenden Notizen des Maschinisten über Kohlenverbrauch und gefördertes Wasserquantum durch Mitunterschrift als zutreffend und verbindlich für sich anzuerkennen.

Die Wasserhebe-Maschine soll im Maximum ein Quantum von 450 l. pro Sek. auf 5 ^{m} Höhe fördern; doch soll die Anlage noch bei einer Minimal-Leistung von nur 150 l. Wasserförderung pro Sek. zweckentsprechend arbeiten. Die Konstruktion ist so einzurichten, dass die Leistung von 100 l. pro Sek., — abgesehen von höchstens 3stündigen Unterbrechungen zufälliger Art — immerwährend gesichert erscheint, d. h. auch selbst dann erreichbar ist, wenn in Folge von Reparaturen an Kesseln, Dampfmaschine oder dem eigentlichen Schöpfwerk zeitweilig einzelne Theile der Anlage ausser Betrieb kommen.

Die Dampfspannung in den Kesseln soll 5 Atm. nicht überschreiten. Die Kessel sind mit allen gesetzlich und polizeilich vorgeschriebenen Armaturstücken, insbesondere auch mit einer zweifachen Speise-Vorrichtung, deren eine aus einer unabhängig vom Betriebe der Maschine zu betreibenden Dampfpumpe besteht, auszurüsten. Die Herstellung eines Brunnens zur Gewinnung von Kesselspeise-Wasser wie die Ausführung der erforderlichen Rohrverbindung ist Sache des Unternehmers. Ebenso liegt es dem Unternehmer ob, für die Beschaffung und Ableitung des Kondensations-Wassers in dem Falle zu sorgen, dass derselbe etwa ein bezügliches Maschinen-System projektirt. Bemerkt wird, dass die auf der Baustelle in . .^{m} Tiefe anzutreffenden Grundwasser nach genauer Untersuchung, als Kesselspeise-Wasser verwendbar sind.

Die Feuerzüge der Kessel sind mit Reinigungs-Thüren, die Rauchkanäle mit Schiebern zu versehen. Zum Kessel ist 1 Satz Roststäbe extra, von Schür- und Reinigungs-Geräthen 1 Satz, sowie für die vorkommenden Schraubenmuttern 1 Satz von Schlüsseln zu liefern.

Unter den Lagern sind nach Erfordern Tropfkästen anzubringen; die Maschinen und Pumpen erhalten in allen nicht blank zu belassenden Theilen einen passenden 3 maligen Mennige- bezw. Oelfarben-Anstrich. Die Schwungrad-Grube und andere Stellen, an denen durch bewegte Theile Gefahren für Passanten entstehen können, sind mit eisernem Geländer zu umgeben; der Pumpensumpf ist event. mit Bohlen abzudecken. Für Bewegung schwerer Stücke als Kolben, Ventile sind über den betr. Stellen durch Anbringung von Laufkatzen oder in sonst geeigneter Weise dauernde Vorrichtungen zu schaffen. Im Maschinen- u. Kesselhause sind für nächtlichen Betrieb Beleuchtungskörper zu Petroleum-Brand in ausreichender Zahl anzubringen.

Die Fundirung der Maschinen, der Kessel, des Schornsteins und der Pumpen, die Kessel-Einmauerung, die Herstellung der Rauchkanäle, sowie die sachgemässe Eingrenzung des Pumpensumpfes, die Herstellung von etwa m Holzgerinne zur Ableitung des geförderten Wassers ist ausschliesslich Sache des Unternehmers, welcher für alle genannten Theile in derselben Weise wie für die eigentliche Maschinen-Anlage Garantie übernimmt. Wenn es sich in Folge des sukzessiven Aushebens der Baugrube ereignen sollte, dass die Saugerohre der Schöpfwerke und die Einfassung des Pumpensumpfes nicht von vorn herein bis zur definitiven Tiefe hinab geführt werden können, so hat Unternehmer die schliessliche Vollendung zu einem späteren Zeitpunkte ohne Gewährung einer besonderen Entschädigung auszuführen.

Maschinen- und Kesselhaus können in ausgemauertem Fachwerk und mit Pappe-Eindeckung hergestellt werden, entweder als eintheiliger Bau oder getrennt von einander. Die Grösse des Kesselhauses ist so zu bemessen, dass in demselben Raum für Aufbewahrung von ca. 5 t. Kohlen-Vorrath bleibt. Die Thüröffnungen sind mit Schiebethoren verschliessbar einzurichten; die Fussboden-Befestigung ist mit Lehmschlag zu bewirken. Im Maschinenhause soll ein etwa 15 qm grosses heizbares Zimmer angelegt werden, welches Wand- und Deckenputz mit Wasserfarben-Anstrich und einen gedielten Fussboden erhält; der Fussboden im Maschinenraum wird mit Steinplatten, oder Ziegelpflaster in Zementmörtel verlegt, versehen. — Neben dem Schornsteinsockel ist ein Abort mit Grube anzulegen, welche durch den Schornstein entlüftet wird.

Die inneren und äusseren Thüren des Maschinenhauses sollen aus gehobelten Brettern mit aufgenagelten Leisten bestehen und Kastenschlösser mit Schlüssel erhalten. Die Thüren sind gleich den Fenstern mit Oelfarbe zu streichen. — Die gesammte Anlage und Anordnung muss den bezüglichen polizeilichen Vorschriften Genüge leisten. Unternehmer hat die Konzession zum Betriebe der Anlage vor Uebergabe derselben an die Bauverwaltung, sowie das Kesseldruckprobe-Attest zu beschaffen und alle betr. Schriftstücke der Bauverwaltung bei der Abnahme zu übergeben. Die daraus entstehenden Kosten fallen dem Unternehmer zur Last.

Dem Unternehmer wird zur Ausführung der baulichen Anlage wie der Montage der Maschinen ein Zeitraum von 12 Wochen gewährt. Besondere Unterkunfts-Stellen für die Maschinentheile werden bauseitig nicht angewiesen; die Ausführung ist vielmehr so zu bewirken, dass die Bauten des Kessel- und Maschinenhauses gleichzeitig für Lagerungs-Zwecke mit benutzt werden können. Die Bewachung der Bauten etc. liegt dem Unternehmer ob; die Bauverwaltung übernimmt keinerlei Gewähr gegen Beschädigung oder Diebstahl während der Ausführung.

Die Bauverwaltung behält sich die freie Auswahl unter den eingelaufenen Angeboten vor; sie wird ihre Entscheidung ausser von der Höhe der Baukosten und der muthmaasslichen Betriebskosten auch davon abhängig machen, ob die Mechanismen der Maschine und der Pumpe einfach und solide genug sind, um die Sicherheit des Betriebes bei einer Bedienung mit gewöhnlicher Aufmerksamkeit in Aussicht zu stellen.

Die Bauverwaltung behält sich überdies vor, die maschinellen Einrichtungen unter Zugrundelegung der im Leistungs-Verzeichniss angebotenen Pauschal-Preise für sich zu vergeben und die baulichen Anlagen anderweit zu beschaffen.

8. Mündliche Verabredungen u. Akkord-Verhandlungen.

Die preussischen Vorschriften über Vergebung von Leistungen etc. und Lieferungen v. 24. Juni 1880 bestimmen hinsichtlich vereinfachter Formen bei Verträgen über bauliche Leistungen und Arbeiten, dass sofern von dem Abschluss eines förmlichen Vertrages Abstand genommen wird, thunlichst in geeigneter Weise — z. B. durch gegenseitig anerkannte schriftliche Notizen — Vorsorge zu treffen ist, dass über den wesentlichen Inhalt des Uebereinkommens erforderlichen Falls Beweis geführt werden kann.*)

Derartige Notizen sind in verschiedener Form gebräuchlich, nämlich:
1. in der Form eines Protokolls; 2. in der Form eines sog. Akkord-Zettels; 3. in der Form der Korrespondenz.

1. Die Protokoll-Form empfiehlt sich, wenn eine Arbeit mit besonderer Beschleunigung ausgeführt werden soll. Die Form ist etwa folgende:

Verhandelt (Ort, Datum, Jahreszahl)

in Gegenwart des Baubeamten , ...
des Unternehmers .

Nachdem der Unternehmer . mit dem Gegenstand der Ausführung auf Grund des Sit.-Plans etc. bekannt gemacht worden ist, verpflichtet sich derselbe: etc.

V. G. U.

. .
Baubeamter. Unternehmer.

2. Die Form der sog. Akkord-Zettel wird vorzugsweise bei Ausführung von Erdarbeiten etc. angewendet. Der Akkord-Zettel wird in zwei Exemplaren ausgefertigt, von denen das eine nur die Unterschrift des Baubeamten, das andere nur die Unterschrift des Unternehmers trägt. Das eine Exemplar erhält der Unternehmer, während das andere bei der Bauverwaltung verbleibt.

Der genauen Angabe der Leistung, der vereinbarten Einheitspreise oder Pauschal-Summen und der Vollendungs-Termine werden zuweilen besondere Bedingungen über Ausführung der Arbeit, über Geräthe u. s. w. hinzu gefügt; z. B.:

*) Ueber die zur Rechtsgültigkeit derartiger Abkommen erforderlichen Bedingungen vergl. den Abschnitt II.

Akkord-Zettel No. für Arbeit.
Der Schachtmeister . übernimmt in nachstehend bezeichneten Stationen folgende . auszuführen.

No.	In den Stationen von	bis	Zahl der Einheiten	Beschreibung der Arbeiten	Akkord-preis für die Einheit M.	Pf.	Geldbetrag im ganzen M.	Pf.
				Summa				

Der Schachtmeister *N* verpflichtet sich, die übernommenen Arbeiten bis zum . 18 . . . in gutem untadelhaften Zustande abzuliefern, in welchem Falle derselbe den Betrag am nächsten Zahltage unverkürzt ausgezahlt erhält.
. den . . . ten 18 . . .
Der Schachtmeister.

Besondere Bedingungen. Für die im Akkord-Zettel aufgeführten Preise ist der Schachtmeister N. verpflichtet, die übernommenen Arbeiten nach den speziellen Anweisungen des Baubeamten auszuführen, weshalb nicht nur vom Schachtmeister, sondern auch von jedem einzelnen Arbeiter die von den Beamten zu ertheilenden Anweisungen unweigerlich befolgt werden müssen. In Bezug auf die Ausführung der Erdarbeiten wird Folgendes ausdrücklich zur Pflicht gemacht: Die sämmtlichen Auf- und Abtrags-Dossirungen müssen, wenn zur Befestigung derselben kein Rasen angewendet wird, für den bedungenen Preis mindestens 0,2 m stark mit fruchtbarer Erde bekleidet werden, zu welchem Zweck die obere Erdschicht aller Flächen, welche vergraben oder verschüttet werden sollen, nach Erforderniss 0,2 bis 0,3 m tief abzustechen und der gewonnene Boden nach näherer Anweisung abzulagern ist.

Der Schachtmeister darf das ihm zur Ausführung der Arbeiten, Ablagern von Material u. s. w. vom Aufsichts-Beamten bezeichnete Terrain nicht eigenmächtig überschreiten, widrigen Falls er für allen daraus entstehenden Schaden Ersatz zu leisten hat. — Die in den beigefügten Tabellen angegebenen Maasse sind genau einzuhalten etc. etc.

3. Verträge im Wege der Korrespondenz werden geschlossen, indem die eine Partei schriftlich Anträge stellt, welche die andere Partei annimmt. Die Anträge werden entweder vom Unternehmer in Form einer Offerte, oder von der Bauverwaltung in Form eines Bestellschreibens gestellt. Das Geschäft gilt als abgeschlossen, wenn seitens der Bauverwaltung, bezw. seitens des Unternehmers eine zusagende Antwort erfolgt.

Diese dem kaufmännischen Verkehr entnommene Art des Vertrags-Abschlusses eignet sich für Lieferungen. Folgendes Beispiel erläutert das Verfahren:

Ort, Datum, Jahreszahl.

An Herrn in

Zum Bau des . bestellt Unterzeichneter hierdurch die Ausführung der in dem umstehenden Verzeichniss beschriebenen Lieferungen u. s. w. zu den beigesetzten Preisen und unter folgenden Bedingungen:

1. Lieferungen etc., welche nach dem Urtheil der Bauverwaltung den Bestimmungen des umstehenden Verzeichnisses, sowie den etwa dazu gehörigen Zeichnungen und Probestücken nicht entsprechen, müssen je nach Vorschrift des Bauleitenden von dem Unternehmer geändert, bez. ersetzt werden. Ausgeschlossene Lieferungs-Gegenstände sind auf Kosten des Unternehmers sofort vom Bauplatze zu entfernen.

2. Die Lieferung u. s. w. müssen bis zu dem in dem Leistungs-Verzeichniss angegebenen Endtermin vollendet werden. Für jeden Tag Verspätung zahlt der Unternehmer eine Konventionalstrafe im Betrage von $^1/_2$ Prozent der bei richtiger Erfüllung seiner Verbindlichkeiten ihm dafür zustehenden Gesammt-Forderung. Ausserdem steht es der Bauverwaltung frei, das nach dem genannten Termin noch fehlende Quantum auf Rechnung des Unternehmers ganz oder theilweise anderweitig zu beschaffen.

3. Nachdem die Arbeiten, bez. Lieferungen ganz vollendet, seitens der Bauverwaltung revidirt und bedingungsmässig befunden sind, erfolgt nach der darüber aufgestellten Rechnung die Zahlung durch die für die betreffenden Ausführungen eingerichtete Spezialkasse . . .

Nachdem Sie mir den Empfang des Gegenwärtigen und Ihr Einverständniss mit dessen Inhalt, innerhalb der nächsten acht Tage angezeigt haben werden, wozu ich das anliegende Formular zu benutzen bitte, betrachte ich dieses Geschäft als definitiv abgeschlossen.

(Folgt das Leistungs-Verzeichniss.)

. .

Ort, Datum, Jahreszahl.

An den Herrn in

In Erwiederung auf das mir zugegangene Schreiben vom von dem eine Kopie vorstehend zurück erfolgt, erkläre ich mich mit dem Inhalt derselben einverstanden und verpflichte mich demnach, die bei mir bestellten Lieferungen etc. zu einem Gesammt-Betrage von M. . . . Pf. unter den mitgetheilten Bedingungen vorschriftsmässig und pünktlich auszuführen.

Der Unternehmer.

Erfolgt der Vertrags-Abschluss durch eine Offerte, so unterscheidet das Formular sich von dem vorstehenden nur im Eingang und Schluss des Schreibens.

9. Grundzüge der Einrichtungen des Verdingungswesens in Deutschland.

a. Die Reichs-Ressorts.

α. Das Garnison-Bauwesen.

Für die Garnisonbauten des Reiches ist eine einheitliche Regelung des Verdingungswesens bisher nicht erfolgt, doch mittels einer in Vorbereitung begriffenen neuen Garnison-Bauordnung beabsichtigt. Bis jetzt wird nach den lokalen Bestimmungen der einzelnen Staaten verfahren: in Preussen nach der Geschäfts-Ordnung für das Garnison-Bauwesen der Königl. preuss. Militär-Verwaltung, genehm. durch Allerh. Erl. v. 25. März 1839*), wozu indess verschiedene ergänzende Bestimmungen ergangen sind. Die nach Maassgabe der besonderen Verhältnisse zu treffende Wahl des speziellen Verdingungs-Verfahrens ist den betreffenden Behörden überlassen; doch soll in der Regel Lizitation oder Submission stattfinden. Die Zuschlags-Ertheilung und Vertrags-Genehmigung erfolgt durch die Korps-Intendanturen. Bei Objekten bis zu 500 M. hat der Lokalbeamte nach freiem Ermessen über die Verdingung zu befinden (Verf. v. 4. Mai 1880).

Nach denselben Vorschriften wie vor erwähnt wird bisher auch das Verdingungswesen bei den mit den Garnison-Bauten der Reichs-Marine befassten Stations-Intendanturen der deutschen Marine gehandhabt, wohingegen abweichende Vorschriften bezüglich:

β. Des Bauwesens der Werften der Reichs-Marine.

bestehen. Das Verdingungs-Wesen für die Werften ist geregelt in der „Dienstordnung für die Kaiserl. Werften“ v. 14. März 1882**): Tit. 3, „Beschaffungs-Betrieb“ und Beilage 64, „Allgemeine Bedingungen“.

Aus den sehr umfangreichen und in vielen Punkten bemerkenswerthen Bestimmungen sei hervor gehoben:

Die Beschaffungen sollen grundsätzlich im Inlande bewirkt werden; Ausnahmen bedürfen der Genehmigung der Admiralität. Grundsätzlich sind Fabrikanten und Produzenten in möglichst ausgedehntem Maasse heran zu ziehen, Zwischenhändler thunlichst zu vermeiden. In der Regel soll öffentliche Submission stattfinden.

Bei Objekten unter 300 M. ist die freihändige Beschaffung durch die Verwaltungs-Abtheilung der Werft ohne weiteres zulässig. Bei Objekten von 300 bis 1500 M. ist freihändige Beschaffung durch einen Werftbeschluss (Beschluss der vereinigten Werft-Direktoren) gestattet: Bei Ankäufen von anderen Behörden; — bei vortheilhaften Gelegenheits-Käufen; — wenn von dem Verkäufer besondere erprobte Zuverlässigkeit und Verschwiegenheit voraus gesetzt werden muss; — wenn Konkurrenz fehlt; — wegen Zeitmangel; — wenn die Admiralität besondere Bezugsquellen vorschreibt. Bei freihändiger Beschaffung von Objekten höheren Betrages ist die Genehmigung der Admiralität erforderlich.

Die beschränkte Submission darf angewendet werden: Wenn die Qualität des Gegenstandes durch Beschreibung und Prüfung nicht genau genug feststellbar ist; — wenn zur Herstellung ein besonderer Grad von Kunstfertigkeit und Leistungsfähigkeit erfordert wird; — wenn Beschleunigung des Verfahrens geboten ist; — wenn ein öffentliches Verfahren aufgehoben wurde und mit Grund anzunehmen ist, dass die wiederholte Ausbietung erfolglos sein würde.

Die Submissionen werden von dem Verwaltungs-Direktor der Werft abgehalten. Von dessen Beurtheilung hängt es ab, ob an das Submissions-Verfahren ein Unterbietungs-Verfahren (Lizitation) anzuschliessen ist, sofern solches in den Bedingungen vorbehalten wurde.

Die Zuschlags-Ertheilung bedarf der Genehmigung der Admiralität: Bei General-Beschaffungen; — bei Beschaffung von Maschinen, Kohlen und Schiffsbauhölzern im Betrage von über 3000 M.; — bei sonstigen Beschaffungen im Betrage über 15 000 M., oder unter 15 000 M., im Falle dass nicht dem Mindestfordernden der Zuschlag ertheilt werden soll.

Für die Behörde besteht keine Verbindlichkeit, dem Mindestfordernden den Zuschlag zu ertheilen; vielmehr soll auch die geschäftliche und technische Leistungsfähigkeit des Submittenten in Betracht gezogen werden. Unter sonst gleichen

*) Siehe v. Rönne. Die Baupolizei des preuss. Staates.
**) Berlin 1882; K. Hofbuchhandlung von Mittler u. Sohn.

Verhältnissen sollen die Offerten inländischer Erzeugnisse vor denen ausländischer den Vorzug geniessen; in wie weit bei nicht gleichen Verhältnissen Offerten inländischer Erzeugnisse zu bevorzugen sind, bleibt der Entscheidung der Admiralität vorbehalten. Sofern dem Verwaltungs-Direktor die Zuschlags-Ertheilung eingeräumt ist, bleibt diesem überlassen bei notorischer Sicherheit des Kontrahenten von einer Kautions-Stellung abzusehen. Ein theilweiser oder gänzlicher Erlass der Konventional-Strafen bedarf der Genehmigung der Admiralität.

Sehr speziell geregelt sind a. a. O. auch die Formalitäten der Submission; es muss indess hier genügen, auf die bezügl. Quelle hingewiesen zu haben.

γ. Das Bauwesen der Reichs-Post.

Für die Bau-Ausführungen der Reichs-Post ist die Handhabung des Submissionswesens durch Verfüg. d. Reichs-P.-A. vom 1. März 1882*) geregelt worden. Diese Bestimmungen sind im wesentlichen überein stimmend mit denjenigen der betr. Erlasse des preuss. Minist. d. öffentl. Arb. v. 24. Juni 1880. Die Wahl des Verdingungs-Systems wird im Erläuterungs-Bericht für die einzelnen Objekte erörtert und darnach bei den Revisionen durch die Ober-Postdirektionen Bestimmung getroffen. Dem Ermessen des ausführenden Baubeamten ist freihändige Vergebung für Objekte unter 500 M. anheim gestellt.

Die Zuschlags-Ertheilung und Genehmigung der Verträge steht bei den Ober-Postdirektionen. Von dem Abschluss eines Vertrages kann abgesehen werden bei Objekten unter 150 M. und bei Zug um Zug bewirkten Leistungen, so weit dies nach den maassgebenden Gesetzen unbeschadet der Rechtsgültigkeit des Uebereinkommens zulässig ist.

δ. Das Bauwesen der Reichs-Eisenbahnen (in Elsass-Lothringen.)

Für die Reichs-Eisenbahnen sind unter dem 30. Dezbr. 1882 vom Chef des Reichsamts allgemeine Bestimmungen über das beim Entwerfen und Veranschlagen sowie beim Verdingen und Abrechnen von Bauten und Beschaffungen zu beachtende Verfahren erlassen worden. Hiernach erfolgt die Vergebung und Ausführung der Bauarbeiten und Lieferungen in der Regel auf Grund einer öffentlichen oder beschränkten Ausschreibung nach Maassgabe der Verfügung der Kaiserl. General-Direktion in Strassburg v. 18. Februar 1881 (veröffentl. unter Nr. 89 im Amtsblatt dieser Behörde). Durch diese Verfügung werden die unterm 24. Juni 1880 vom preuss. Minister d. öffentl. Arb. für die preuss. Staats-Eisenb.-Verwaltung erlassenen Vorschriften mit geringfügigen Abänderungen auch bei der Verwaltung der Reichs-Eisenbahnen eingeführt. Zum nicht öffentlichen Verding von Objekten über 500 M. ist die Genehmigung der Kaiserl. General-Direktion erforderlich. Die Ertheilung des Zuschlags beim Verding von Arbeiten u. Lieferungen im Werthe von 80,000 M. und darüber ist dem Chef des Reichsamts vorbehalten.

Durch Erlass des Chefs d. Reichamts v. 4. März 1882 ist die Ausführung der Bauarbeiten in Regie, sei es im Kleinakkord, sei es im Tagelohn zugelassen, wenn:

1. die Arbeiten mit dem Betriebe derart im Zusammenhange stehen, dass dem Unternehmer nicht der ungestörte Fortbetrieb derselben gesichert werden kann;
2. die Arbeiten besonders dringend sind und aus diesem Grunde von einem Abkommen mit einem Unternehmer abgesehen werden muss;
3. der Umfang der Arbeiten sich im voraus nicht bestimmen lässt;
4. die Arbeiten besonders schwieriger Natur oder mit einem zu grossen Risiko für den Unternehmer verknüpft sind;
5. die Ausführung der Arbeiten in Akkord oder Tagelohn nach den obwaltenden Verhältnissen für die Verwaltung voraussichtlich günstiger ist als die Ausführung durch Unternehmer, und
6. es überh. nicht gelingt, geeignete Unternehmer für eine Arbeit zu gewinnen.

Zur Ausführung derartiger Arbeiten im Akkord oder Tagelohn durch die eigenen Bahnarbeiter ist die vorherige Genehmigung der Kaiserl. General-Direktion erforderlich. Die Ausführung von Bauarbeiten im Akkord darf nur unter direkter und spezieller Leitung der Beamten der Kaiserl. General-Direktion erfolgen und muss den Arbeitern unmittelbar, nicht unter Vermittelung von Untern., übertragen werden.

*) Vergl. § 10, Anl. 5, Abschn. I. der Allgem. Dienstordnung f. Post u. Telegraphie.

a. Landes-Verwaltung von Elsass-Lothringen.

Die öffentliche Submission bildet die regelmässige Form der Verdingung, beschränkte Submission die Ausnahme.

Ein Ober-Präsidial-Erlass v. 20. Okt. 1875 bestimmt:

Bei Objekten bis zu 1000 M. einschliessl. genügt die Bekanntmachung des Verdingungs-Term. durch das Kreisblatt und Plakate an den Gemeinde- bez. Gasthäusern in der Nähe der betr. Ortschaften. Bei Objekten über 1000 M. ist es dem pflichtmäss. Ermessen der Baubeamten überlassen, die zur Herstellung einer möglichst allgemeinen Konkurrenz geeigneten öffentl. Blätter auszuwählen.

Beschränkte Submission und freihänd. Vergebung dürfen nur ausnahmsweise und nur nach vorher eingeholter besonderer Genehmigung stattfinden. Die Genehmigung ist nur dann zu ertheilen, wenn dargethan wird, dass die Beschaffenheit der zu vergebenden Lieferungen u. Arb. besondere Garantien für die Geschäftstüchtigkeit der Submittenten erfordert, auf welche bei öffentl. Submission nicht Rücksicht genommen werden kann, oder dass bestimmte Firmen wegen Mangels der erforderl. Solidität von der Betheiligung an der Submission auszuschliessen sind, oder endlich, wenn fest steht, dass mit Rücksicht auf ihre künstlerische oder technische Befähigung nur eine bestimmte Firma oder Person in Frage kommt.

Nach vorstehenden Bestimmungen entscheiden die Bezirks-Präsidenten bezüglich aller Arbeiten und Lieferungen für den Hoch- und Wegebau, und das Ministerium bezüglich der Arb. für den Wasserbau. Eine Modifikation der vorstehend angegebenen Vorschriften ist durch einen Erlass v. 7. Dezbr. 1877 eingetreten, welcher bestimmt, dass die Kreis-Ingen., die Kultur-Ingen., die Baumeister für Hochb., die Wasserbaubez.-Ing. ermächtigt sind, in solchen Fällen, wo die Arbeitsleistung oder Lieferung als Bestandtheil eines genehmigten Kostenanschl. ein Objekt für sich bildet und den Kosten-Betrag von 300 M. voraussichtlich nicht überschreiten wird, freihändig zu vergeben.

Aus den allgem. Bedingungen (Oberpräs.-Erl. v. 12. Juli 1876) ist zu erwähnen:

Offerten sind in Prozenten der zum Verding gestellten Summe abzugeben; Kollektiv-Offerten und Nachgebote werden nicht angenommen.

Der Zuschlag erfolgt bei öffentl. Subm. an einen unter den drei Mindestfordernden, bei beschränkter Submission an den Mindestf.; Annullirung des Verfahrens ist in beiden Fällen vorbehalten. Unter-Lieferanten werden nicht anerkannt.

Der Unternehmer trägt die Kosten der Bekanntmachung des Verding.-Term., sowie die gesetzlichen Kosten des Aktes, auch die Kosten von Kopien der Zeichnungen, Kostenanschläge etc.

Eine Bestimmung, welche sich auf die Austragung von Streitigkeiten bezieht, lautet:

„Entstehen Streitigkeiten zwischen d. Baubeamten u. d. Untern. über die Güte des Materials oder Ausführung der Arbeit, so ernennt die dem Baubeamten vorges. Behörde einen andern Baubeamten, welcher nach Besichtigung und Anhörung beider Parteien ein motiv. Gutachten abzugeben hat, wobei es in der Art sein Bewenden behält, dass der Untern. auf jede fernere Besichtigung verzichtet, die Streitigkeiten mögen im gerichtlichen oder im Verwaltungswege entschieden werden."

b. Preussen.

Litteratur: W. Schulz. Der Verwaltungs-Dienst der preussischen Kreis- u. Wasser-Bauinspektoren. Magdeburg 1884; Selbstverlag d. Verf. — v. Rönne. Die Baupolizei des preuss. Staats. Breslau; P. Aderholz.

α. Allgemeine Bauverwaltung und Staatseisenbahn-Verwaltung.

Im Ressort des Ministeriums d. öffentl. Arb. hat das Verdingungs-Wesen eine Neuregelung erfahren durch theilweise Bestimmungen einer Zirkul.-Verfügung v. 20. Juni 1880, betr. die Einholung ministerieller Genehmigung und die Einreichung von Projekten*) und durch 2 Zirkular-Verfügungen v. 24. Juni 1880 betr. allgemeine Bestimmungen über die Vergebung von Leistungen und Lieferungen und besondere Bestimmungen, welche den auf Hochbauten der Staatsverwaltung bezüglichen Ausschreibungen zu Grunde zu legen sind.**) Die in Rede befindlichen

*) Gerichtet an die Königl. Regierungen und Landdrosteien, die Ministerial-Baukomm. und das Polizeipräsidium zu Berlin.

**) Gerichtet an die Königl. Regier. u. Landdrost., d. Minist.-Baukomm., d. Oberbergämter; die K. Eisenb.-Direktionen u. d. Oberpräsidenten von Sachsen, Schlesien, Rheinprovinz. — Veröffentl. in Zeitschr. f. Bauw. 1880, S. 343 u. flgd., sowie Deutsche Bauzeitg. 1880, S. 292 ff.

Vorschriften sind durch Zirkul.-Erl. v. 4. Okt. 1881*) auf Wasserbauten und durch Zirkul.-Erl. v. 26. Novbr. 1881**) auch auf Wegebauten sinngemäss erstreckt worden. Geringfügige Interpretationen u. Ergänzungen haben dieselben mittels zweier Zirkul.-Erlasse bezw. v. 16. Aug. 1880***) und v. 21. April 1881****) erfahren; letzterer Erlass betrifft die Kassen, woraus Untern. Zahlung empfangen sollen.

Die wesentlichsten Bestimmungen d. zit. Verfügungen u. Erlasse sind folgende:

Leistungen und Lieferungen sind in der Regel öffentlich auszuschreiben. Sofern aber dieselben nur durch einen beschränkten Kreis von Unternehmern in geeigneter Weise ausgeführt werden, kann unter Ausschluss der Oeffentlichkeit die engere Submission zur Anwendung kommen.

In öffentl. Ausschreib. ist die Auswahl i. d. Regel auf die drei Mindestfordernden zu beschränken, wenn nicht bei Lieferung nach Probe die 3 niedrigst. Offerten wegen Mangelhaftigkeit d. eingereicht. Probe ausser Berücksichtigung gelassen werden müssen. Bei der engeren Submission hat bei im übrigen der Sache nach gleichen Offerten die Vergebung an den Mindestfordernden zu erfolgen†).

Es ist die Befugniss vorzubehalten, alle Gebote abzulehnen, wenn keins derselben annehmbar erscheint.

Bietungs-Kautionen sind nicht zu verlangen; doch kann die Zuschlags-Ertheilung von der Niederlegung einer Kaution abhängig gemacht werden. Bei Vertrags-Summen unter 500 M., oder wenn die Kaution unter 50 M. betragen würde, kann von Erlegung derselben abgesehen werden. Kautionen unter 150 M. können mit der 1. Abschlags-Zahlung eingezogen werden.

Von dem Vorbehalt der Mehr- und Minder-Lieferung soll wenn möglich überhaupt abgesehen werden, namentlich bei Materialien, deren Preis erheblichen Schwankungen unterworfen ist.

Abschlags-Zahlungen sollen sich auf die ganze Höhe des gelieferten Quantums erstrecken; die betr. Instanzen können, sofern dies unbedenklich erscheint, die Anweisung der Abschlags-Zahlungen den Lokal-Baubeamten übertragen.

Konventionalstrafen sollen nur ausbedungen werden, wenn die Behörde ein erhebliches Interesse an der rechtzeitigen Vertrags-Erfüllung hat. Dieselben sollen fortfallen wenn bei nicht kontraktgemässer Lieferung die fraglichen Objekte sofort anderweitig beschafft werden können. Die Höhe der Konventionalstrafen ist in angemessenen Grenzen zu halten.

Freihändig dürfen Arbeiten und Lieferungen vergeben werden:

1. Bei Dringlichkeit des Bedarfs.
2. Wenn der überschlägige Werth den Betrag von 500 M. nicht übersteigt.
3. Wenn die Ausführung besondere Kunstfertigkeit erfordert. Von dem Abschluss eines förmlichen Vertrages kann bei Gegenständen unter 500 M. und bei Zug um Zug bewirkten Leistungen abgesehen werden.††)

Im Bereich der Allgemeinen Bauverwaltung bleibt bei Beträgen unter 1000 M. die Wahl des Verdingungs-Systems dem pflichtgemässen Ermessen des Bau-Beamten anheim gestellt; bei höheren Beträgen ist zur Nicht-Anwendung der öffentl. Submission die Genehmigung der K. Regierungen erforderlich. (Zirk. Verf. v. 20. Juni 1880.)

Bei Eisenbahn-Neubauten sind die Abtheilungs-Baumeister befugt, Verträge bis 3000 M. selbstständig abzuschliessen, sofern die bauleitende Verwaltung keine weiteren Bestimmungen getroffen hat. (Geschäfts-Instruktionen für Neubau-Ausführungen der Staats-Eisenb.-Verwaltung.)

Die Befugnisse der oberen Instanzen sind geregelt durch die „Bestimmungen, betr. die Organisation der Staatsbahnen und der vom Staate verwalteten Eisenbahnen" mit Allerh. Erlass v. 24. Nov. 1879.†††) Hiernach bleiben dem Minister d. öffentl. Arb. vorbehalten: Beim Bau, bezüglich bei Beschaffung von Oberbau-Material und Betriebsmitteln die Ermächtigung zum Abschluss freihändiger Lieferungs-Verträge für Objekte über 50,000 M.; die Zuschlags-Ertheilung bei öffentl. Submissionen bei Objekten über 150,000 M., jedes Loos für sich gerechnet. Beim Betriebe Genehmigung bezw. Zuschlags-Ertheilung ohne Berücksichtigung des Gegenstandes wie vor.

*) Zentr.-Bl. d. Bauverwaltg. 1881, S. 255. — **) Daselbst 1881, S. 339. — ***) Zeitschr. f. Bauw. 1881, S. 1. — ****) Zentr.-Bl. d. Bauverwaltg. 1881, S. 45.

†) Vergl. hierzu auch S. 108. — ††) Vergl. S. 157. — †††) Eisenb. Verordn. Bl. 880, S. 85.

Den Direktionen bleibt vorbehalten: Beim Bau: Ermächtigung freihändiger Abschlüsse bei Objekten über 50,000 M., Zuschlags-Ertheilung in öffentl. Submiss. bei Objekten über 150,000 M., sofern nicht die vorbehaltene Genehmigung des Ministers erforderlich ist. Beim Betriebe: Genehmigung freihändiger Abschlüsse bei Objekten über 5000 M. und Zuschlags-Ertheilung bei Objekten über 15,000 M. Bei unter jenen Beträgen bewertheten Objekten treten die Entscheidungen der Betriebsämter bezw. der besonderen Bau-Kommissionen in Wirksamkeit.

Als fernerweite Spezial-Vorschriften kommen folgende vom Minister der öffentl. Arbeiten erlassene in Betracht:

a. Ein Zirkul.-Erl. v. 1. März 1878*), wonach vermieden werden soll, nur ausländisches Produkt bei Verdingungen zuzulassen; von der Bezeichnung besonderer Produktions-Stätten soll gänzlich abgesehen werden.

b. Ein Zirkul.-Erl. v. 12. Novbr. 1878**), durch welchen angeordnet wird, dass bei Verträgen über Lieferung von Portlandzem. die Bestimmungen d. Normen über einheitl. Lieferung u. Prüfung von Portlandzem. zu Grunde gelegt werden sollen.

c. Ein Zirkul.-Erl. v. 16. Aug. 1880***), in welchem die K. Prüfungs-Station f. Baumaterialien in Berlin als entscheidende technische Instanz in Streitfällen über die Qualität von Portlandzement eingesetzt wird.

d. Ein Zirkul.-Erl. v. 10. Mai 1880****), wonach die Kohlen-Beschaffung für Zwecke der Bauverwaltung grundsätzlich nach Gewicht — unter Zugrundelegung der Tonne = 1000 kg als Einheit — erfolgen soll. Nur ausnahmsweise ist die Beschaffung nach Raum-Einheiten zulässig.

e. Zirkul.-Erl. v. 13. Mai 1882†) u. vom 27. Jan. 1884.††). Im Eingange der Verträge soll ersichtlich gemacht werden, ob sie auf Grund eines Submiss.-Verfahrens oder freihändig abgeschlossen wurden, ob das Verfahren öffentl. oder beschränkt u. ob Kontrahent Mindestfordernder war. Zuschlags-Ertheilung an nicht Mindestfordernde u. freihändige Vergebung sind in der Schlussrechnung zu begründen.

Die für das Ressort des Min. d. öffentl. Arb. erlassenen Bestimmungen sind im allgemeinen auch für die Bauausführungen in anderen Ministerial-Ressorts maassgebend; insbesondere gilt dies dann, wenn die Leitung der baulichen Ausführungen der übrigen Ressorts den Kreisbau-Beamten unterstellt ist. Indessen bestehen auch Ausnahmen. Dies gilt z. B für Domainenbauten und ebenso für Bauten der Forstverwaltung selbst, auch wenn bei diesen Bauten eine Mitwirkung der Kreisbau-Beamten stattfindet.

Nach einem Ministerial-Reskript v. 25. Septbr. 1843 ist es bei Domainenbauten, in allen Fällen in welchen Pächter erhebliche Beiträge oder auch nur Fuhren unentgeltlich zu leisten haben, gestattet von der sonst vorgeschriebenen Verdingung im Wege der Lizitation bezw. der Submission abzusehen und mit dem Pächter freihändig einen Entreprise-Vertrag abzuschliessen.

Bei Neu- und Reparaturbauten auf Forstdienst-Etablissements, wo wegen der meist grossen Entlegenheit die Ausübung einer ausreichenden technischen Kontrolle durch die Kreisbau-Beamten mit besonderen Schwierigkeiten verknüpft ist, darf nach einem Reskript des landwirthschaftl. Ministers v. 18. März 1882 die Ausführung des Baues, ohne Rücksicht auf die Höhe des Kostenbetrages, auf Rechnung durch den Revier-Oberförster bewirkt werden, der seinerseits ungehindert ist, alle Lieferungen und Arbeiten freihändig zu vergeben. Doch soll bei derartigen Aufträgen die persönliche Qualifikation des betr. Oberförsters in Betracht gezogen und die Kontroll-Verpflichtung des Kreisbau-Beamten unberührt bleiben.

c. Bayern.

Das Verdingungs-Wesen bei staatlichen Bau-Ausführungen im Königreich Bayern ist durch sehr umfassende Vorschriften geregelt, welche im Regier.-Bl. f. das Kgreich. Bayern vom Jahre 1864 veröffentlicht sind. Diese allgemeinen Bedingnisse umfassen in den §§ 1—30 die für beide Sparten des Staatsbauwesens — den sogen. ordentlichen Staatsbaudienst und den Eisenbahnbaudienst — geltenden Bestimmungen, während die Gültigkeit eines Anhangs, welcher in 151 Paragraphen

*) Zeitschr. f. Bauw. 1878, S. 147. — **) Zeitschr. f. Bauw. 1879, S. 1. — ***) Zeitschr. f. Bauw. 1880, S. 503. — ****) Zeitschr. f. Bauw. 1880, S. 148.

†) Eisenb. Verordn. Bl. 1882, S. 173. — ††) Zentr. Bl. d. Bauverw. 1884, S. 59.

ziemlich detaillirte Vorschriften über die Ausführung der einzelnen Arbeiten, sowohl Erdarbeiten und Kunstbauten, als insbesondere auch Hochbauten giebt, sich auf Arbeiten für die Staats-Eisenbahnen beschränkt. Diesem Anhange ist im Jahre 1882 ein Zusatz hinzu getreten, welcher die allgemeinen Bedingnisse für Material-Lieferungen zum Bau der Eisenbahnen enthält.

Die Verdingung der Arbeiten erfolgt theils in öffentlicher, theils in beschränkter Submission; es ist in jedem besonderen Falle die Anwendung des einen oder anderen Verfahrens der Anordnung der mit der Bauausführung betrauten Behörde — also des k. Bauamts, Ingenieur-Bezirks oder der Eisenbahnbau-Sektion anheim gegeben, wenn nicht in Ausnahms-Fällen dieselbe von der direkt vorgesetzten Behörde — der Kreis-Regierung, bezw. der General-Direktion vorgeschrieben wird. Im allgem. herrscht beim ordentlichen Staatsbaudienst, wie beim Bahnunterhaltungs-Dienst die Verdingung in beschränkter Submission vor, während beim Eisenbahnbau bisher fast ausschliesslich die öffentliche Submission zur Anwendung gekommen ist, daneben, namentlich in letzterer Zeit, aber auch der Regiebau einige Ausdehnung gewonnen hat. Die allgemeinen Bedingnisse enthalten in § 7 folgende Bestimmungen:

1. Verakkordirungen richten sich in formeller Beziehung nach den Anordnungen der Bauverwaltung, nach den Bekanntmachungen oder den Einladungen.

2. Abgebote bei allgemeinen und speziellen Submissionen dürfen nur in ganzen oder Zehntel-Prozenten gemacht werden.

3. Nachgebote finden beim Vorhandensein rechtzeitig gemachter und annehmbar befundener Angebote keine Berücksichtigung.

4. Der Verakkordirung liegen zu Grunde die allgemeinen Akkords-Bedingnisse, dann die weiteren in dem Vertrage oder Verhandlungs-Protokolle näher bezeichneten und von dem Unternehmer nach dem Vertrags-Abschlusse zur Anerkennung zu unterzeichnenden Urkunden und Elaborate. Letztere zu paraphiren, d. h. blattweise mit Unterschrift zu versehen, steht dem Akkordanten frei. Unterlässt er dies bei dem Vertrags-Abschlusse freiwillig so begiebt er sich hierdurch der späteren Einrede, dass aus den Verträgen und ihren Beilagen an Plänen, Anschlägen, Bedingniss-Heften u. s. w. — wie solche der definitiven Abrechnung zu Grunde gelegt werden — zu seinem Nachtheil etwas entfernt, denselben zugesetzt oder sonst an denselben etwas geändert worden sei.

In Bezug auf Material-Lieferungen zum Bau der Eisenbahnen ist aus den allgemeinen Bestimmungen etwa Folgendes hervor zu heben:

Aus § 1. Die Lieferungen von Baumaterialien werden vergeben durch: a. Abschliessung von Privat-Akkorden, b. spezielle (beschränkte) Submissionen c. allgemeine Submissionen. Zu den allgemeinen Submissionen werden In- und Ausländer ohne Unterschied zugelassen.

Aus § 2. Die Art der Vergebung der Lieferungen richtet sich in formeller Beziehung stets nach den Anordnungen der k. Eisenbahnbau-Verwaltung. Abgebote dürfen nur in ganzen und Zehntel-Prozenten gemacht werden. Nachgebote, sowie verspätet eingekommene Submissionen finden beim Vorhandensein rechtzeitig gemachter und annehmbar befundener Angebote keine Berücksichtigung. Bei allen Lieferungs-Offerten, allgemeinen wie speziellen Submissionen, steht es in der freien Wahl der General-Direktion der Verkehrs-Anstalten, welchem der auftretenden Submittenten dieselbe die Lieferung übertragen will, so wie es auch in deren Ermessen steht, sämmtliche Offerten unberücksichtigt zu lassen, oder eine nochmalige Entgegennahme von Offerten anzuordnen.

Jeder Akkordant hat eine Kaution von 10 % zu stellen; dieselbe kann auch durch Kürzung an der ersten Vorschuss-Zahlung geleistet werden.

Ueberschreitet der Akkordant einen Zwischentermin oder den Haupt-Vollendungstermin, so ist er hierdurch von selbst bei jeder Ueberschreitung in eine Konventional-Strafe von 20 % des Akkord-Betrages für die im Rückstande gebliebene Arbeitsleistung verfallen.

Vorschuss-Zahlungen werden geleistet: a. bis zu $^7/_{10}$ des Akkordwerthes der geleisteten Arbeit und der auf die Bauplätze gelieferten Materialien vor Erlegung der Kaution, und b. bis zu $^9/_{10}$ nach stattgefundener Erlegung der Kaution.

d. Sachsen.

Es bestehen nur wenige Vorschriften bezüglich des Verdingungswesens von Bauarbeiten. Der Grund dafür liegt hauptsächlich darin, dass das Staats-Bauwesen bei der Regierung keine stimmberechtigten sachverständigen Vertreter hat. Es ist dem entsprechend den Landbau-Beamten in ziemlich weiten Grenzen überlassen, die geeignet scheinenden Wege einzuschlagen und nur das eine ist unbedingt vorgeschrieben: durch Veranstaltung von Submissionen stets die möglichst billigen Preise zu erzielen.

Bei Beträgen über 300 M. soll eigentlich öffentliche Bekanntmachung erfolgen; jedoch begnügt man sich fast ausnahmslos mit beschränkter Submission, bei welchen indessen nicht nach prozentualem Auf- oder Abgebot, sondern auf Grund von Blanket-Offerten (mit dem Anschlag gleich lautend, jedoch ohne Preis-Ausfüllung) vergeben wird. Bei Beträgen über 300 M. hat der Kassen-Beamte den bezügl. formellen Kontrakt abzuschliessen, wozu ihm der Baubeamte die technischen Unterlagen liefert; bei kleineren Beträgen genügt ein von dem letzteren abgefasstes Protokoll. General-Unternehmungen sollen in der Regel nicht stattfinden; nur bei Arbeiten von weniger als 300 M. sollen Arbeiten verschiedener Branchen einen u. demselben Unternehmer übertragen werden. Doch wird von Erfüllung dieser Vorschrift häufig Umgang genommen.

e. Württemberg.

Das württembergsche Staatsbauwesen untersteht drei verschiedenen Ministerien: der Eisenbahnbau dem Ministerium d. Auswärtigen, der Strassen- u. Wasserbau dem Minist. d. Innern, der Hochbau dem Ministerium d. Finanzen. Dieser Theilung zufolge ist das Verdingungswesen verschieden geregelt.

Beim Eisenbahnbau ist sowohl Lizitation (Abstrich) als Submission üblich, letztere zudem sowohl in mündlicher*) (protokollarischer) als schriftlicher Form. Der Zuschlag erfolgt nach freier Auswahl unter den Unternehmern; andererseits bleiben aber die Bewerber an ihre Angebote selbst in dem Falle gebunden, dass die Bauverwaltung für gut finden sollte, vor ihrer Entschliessung über die (Abstrichs- oder Submissions-) Verhandlung wiederholte Akkord-Versuche anzustellen.

Unter-Verdingungen, die der Unternehmer vornimmt, sind an die Genehmigung der Bauverwaltung gebunden.

Kautionen sind normirt: bei Beträgen unter 1000 M. auf 200 M., bei Betr. bis 2000 M. auf 20 Proz., bei Betr. bis 10 000 M. auf 10 Proz. und bei Betr. über 10 000 M. auf 7 Proz.

Sehr genau geregelt ist das Verfahren, welches hinsichtlich der Entschädigung des Unternehmers Platz zu greifen hat, wenn eine gänzliche oder vorüber gehende Einstellung der Arbeit stattfindet. Es sollen dabei nämlich:

a. die zum bedingnissmässigen Weiterbau bestimmt gewesenen und für vollkommen tauglich befundenen Materialien und Vorrichtungen und:
b. auch jene unvermeidlichen Auslagen, die der Unternehmer zum Behuf des Arbeits-Betriebes erwiesenermaassen entweder schon bestritten oder noch zubestreiten hat,

in Rechnung gebracht werden. Wenn dann über die Frage: ob eine Auslage bei ordentlichem kunstgemässen Baubetriebe als unvermeidlich betrachtet werden könne, oder darüber: ob eine Auslage durch die Bezahlung der fertig gestellten Theilleistung, oder durch die Bezahlung, welche ad a oben stipulirt ist, nicht schon ganz oder zum Theil Erstattung gefunden habe? keine Einigung zu finden ist, so soll ein Schiedsgericht berufen werden. —

Schon die wenigen Züge, welche hier zur Anführung gelangt sind, lassen erkennen, dass die betr. Bestimmungen für den Unternehmer grosse Härten enthalten und ihm Risiken auferlegen, für welche er im Preise oder sonstwie Deckung wird suchen müssen. Aehnlich misslich für den Unternehmer sind Bestimmungen über das Verhältniss zwischen ihm und dem baul. Beamten, indem dieselben praktisch darauf hinaus kommen, von der oberen Behörde die Verpflichtung fern zu halten, für Handlungen oder Unterlassungen ihrer Beamten einzustehen.

Die für das Hochbauwesen geltenden Vorschriften sind ähnlich wie vor.

*) Eine besondere Form der öffentl. Submission, welche, weil nur sehr vereinzelt vorkommend, auf S. 106 unerwähnt geblieben ist.

f. Baden.

Das Ministerium der Finanzen hat unterm 23. März 1869 eine „Anweisung" erlassen, welche sich auf das dem Staat und den Gemeinden obliegende Hochbauwesen bezieht. In derselben bestimmt § 14:

Die Begebung der Neubauten zur Ausführung soll in der Regel auf schriftliche Angebote (Submissionen) für die einzelnen Bauarbeiten und fürs Ganze geschehen, nachdem den Bewerbern die Einsicht der Bedingungen, Pläne und Kosten-Ueberschläge gestattet worden ist und sie die Vertrags-Bedingungen unterzeichnet haben. — Sind die eingegangenen Gebote nicht annehmbar so wird zu einer zweiten Einforderung von schriftlichen Angeboten oder aber zur nunmehrigen öffentlichen Versteigerung (Lizitation) geschritten. Bleibt auch dieser Versuch ohne günstigen Erfolg (oder wird er den Verhältnissen nach nicht für räthlich oder thunlich erachtet), so können die Arbeiten aus der Hand vergeben werden. Eine Begebung aus der Hand ohne den vorgängigen Versuch der Einforderung schriftlicher Angebote oder der Versteigerung soll nur da stattfinden, wo besondere Umstände dieses Verfahren als das angemessene erkennen lassen und die bauleitende Behörde hierzu ausdrücklich vorher Ermächtigung ertheilt hat.

g. Grossherzogthum Sachsen (Weimar).

Das Verdingungswesen wird gegenwärtig auf Grund älterer Vorschriften, die vielfach abgeändert sind, gehandhabt. Der Erlass neuer einheitlicher Normativ-Bestimmungen befindet sich in Vorbereitung.

Grössere Arbeiten und Lieferungen werden im allgem. auf dem Wege der öffentlichen Submission zum Verding gebracht. Die Auswahl unter den Submittenten bleibt vorbehalten und ferner wird in den Subm.-Bedingung. ausgesprochen, dass Nachgebote in der Regel unberücksichtigt bleiben sollen und dass die Submittenten dem Termin zur Eröffnung der Offerten anwohnen können.

Wenn keine Bedenken besonderer Art entgegen stehen, trifft die Wahl als Unternehmer denjenigen, dessen Gebot zunächst unter dem ortsüblichen Durchschnitts-Preise bleibt.

Das dem schriftlichen Submissions-Verfahren gegenüber stehende mündliche Lizitations-Verfahren kommt gegenwärtig nur in denjenigen wenigen Fällen zur Anwendung, bei welchen es sich um Verding leicht übersichtlicher Leistungen der einfachsten Art handelt, wie z. B. bei Gewinnung von Rohmaterialien, bei Fuhrenleistungen etc. und ist auch hier mit Rücksicht auf ein allzu weit gehendes Unterbieten auf besondere Fälle beschränkt.

h. Oldenburg.

Alle Lieferungen und Arbeiten zu Staatsbauten müssen öffentlich ausgeboten werden. Von den drei Mindestfordernden wird derjenige mit den Arbeiten und Lieferungen betraut, der als der leistungsfähigste und zuverlässigste bekannt ist.

i. Beide Mecklenburg.

Die einzelnen Arbeiten werden in der Regel freihändig auf Grund eines Spezial-Akkords an die Baugewerksmeister vergeben. In Mecklenburg-Strelitz existirt ausserdem ein sog. Normal-Tarif mit fest stehenden Preiseinheits-Sätzen für alle Bauarbeiten. Nach diesem werden die Arbeiten in der Regel an einzelne Baugewerksmeister vergeben. Die Zimmer- und Maurer-Arbeiten fallen dabei den „Amts-Zimmer-" und „Amts-Maurermeistern" zu. — Die Vergebung der Arbeiten geschieht durch die Grossh. Aemter, die dabei an die Mitwirkung eines Baubeamten nicht gebunden sind. Eine Kontrolle während der Bau-Ausführung durch Baubeamte findet nur auf Requisition der Grossh. Aemter statt. Nur die Abnahme des Baues erfolgt unter Zuziehung eines Baubeamten.

k. Freie und Hansestadt Hamburg.

Die gesetzliche Regelung beschränkt sich bis jetzt auf die Bestimmungen im Art. 12 des sogen. „Finanzplans" vom Jahre 1814. Arbeiten und Lieferungen werden nach öffentlicher Bekanntmachung in Verding gegeben; indessen werden keine Akkorde bezüglich der einzelnen Arbeits-Kategorien abgeschlossen, vielmehr wird in der Regel der ganze Bau in General-Unternehmung vergeben. Nur bei grösseren Bau-Ausführungen werden die zu einer besonderen Gewerbe- oder Fachrichtung gehörigen Arbeiten, welche sich von der Herstellung des Gesammt-Baues trennen lassen (z. B. Dachdeckung, Tischlerarbeiten, Zentral-Heizungs-

anlagen u. dgl.) für sich vergeben. A. a. O. ist vorgeschrieben: Alle Lieferungen für öffentl. Rechnung und alle öffentl. Arbeit u. Bauten, deren Kosten über 360 M. betragen, sind — nach einem bestimmten Anschlage — öffentlich an den Mindestnehmenden zu lizitiren. Indessen sind in besond. Fällen, wo etwa Eile oder die öffentl. Sicherheit in Frage kommt, oder wo eine vorzügl. sorgfältige u. zuverlässige Ausführung der Arbeit erforderlich wird, Ausnahmen von dieser Regel zulässig.

Neuere gesetzliche Bestimmungen sind nicht getroffen; doch hat sich im Laufe der Zeit das Verfahren in sofern geändert, als bei der Submission der Zuschlag nicht mehr an die niedrigste Offerte geknüpft wird. Die Finanz-Deputation behält sich vielmehr ausdrücklich das Recht vor, unter den eingegangenen Angeboten das „annehmbarste" auszuwählen; doch bildet die Vergebung an den Mindestfordernden immerhin noch die Regel.

Die gesetzliche Bestimmung, dass alle Arbeiten und Lieferungen, welche einen grösseren Kostenaufwand als 360 M. erfordern, durch öffentliche Submission vergeben werden müssen, erfordert in jedem derartigen Falle den Kontrakts-Abschluss durch die Finanz-Deputation. — Bei manchen Arbeiten, namentlich wenn es sich um Reparaturen handelt, liegt eine direkte Uebertragung derselben Seitens des Baubeamten an den Ausführenden im öffentlichen Interesse. Der Uebertragung muss dann aber jedes Mal die Zustimmung des Senats sowohl wie der Finanz-Deputation zur Absehung vom Submissionswege vorher gehen.

Eine gesetzliche Neuregelung des Submissions - Verfahrens wird übrigens von verschiedenen Seiten angestrebt.*)

l. Freie Hansestadt Bremen.

Das bremische Verdingungswesen is nicht nur in Bezug auf den Verdingungs-Modus sondern auch in Hinsicht auf die allgemeinen und die speziellen Bedingungen vollständig geregelt in den „Allgem. Bedingungen in Betreff d. Arb. u. Lieferungen für öffentl. Pauten der freien Hansestadt Bremen. (Neue Ausgabe, Januar 1881. Bremen; Druck v. A. Guthe. Pr. 30 Pf.")

Nach § 27 der „Allgem. Bed." sollen die für das öffentl. Bauwesen zu liefernden Arbeiten und Bauten in der Regel nach öffentl. Bekanntmachung in Verding gegeben werden und nach § 29 ebenda behält sich die Bauverwaltung die Auswahl unter den eingegangenen Anerbietungen vor; sie wird jedoch so weit thunlich dem Mindestfordernden bei genügender Garantie den Zuschlag ertheilen. Der Eröffnungs-Termin der Offerten ist öffentlich. Kautionen sollen nach § 30 ebenda bis 20 Proz. betragen.

Ausgenommen von der öffentl. Verdingung werden nur solche Arbeiten und Lieferungen, auf welche ihrer besonderen Beschaffenheit wegen das Verdingungs-Verfahren nicht anwendbar erscheint und deren Vergebung aus freier Hand, oder unter Beschränkung auf einen kleineren Kreis von Gewerbetreibenden von dem Vorsitzer u. Rechnungsführer d. betr. Abtheilung der Baudeputation schriftlich genehm. ist.

Ein freies Verfügungsrecht über Bauarbeiten und Lieferungen steht dem Staats-Baumeistern nur bis zu einem Gesammt-Betrage von 100 M. zu.

m. Lübeck:

Wie Preussen.

n. Stadt Berlin.

Bei der Berliner städtischen Bauverwaltung bildet die beschränkte Submission die Regel. Unternehmer, welche sich an städtischen Bau-Ausführungen zu betheiligen wünschen, melden sich behuf Berücksichtigung bei Submissionen bei der städtischen Baudeputation. Sind sie in der Lage, ihre technische und geschäftliche Leistungsfähigkeit nachzuweisen, so werden sie in eine Liste der bei engeren Submissionen zu berücksichtigenden Unternehmer aufgenommen. Unternehmer, welchen Arbeiten übertragen waren und deren Leistungen zu gegründeten Anständen Veranlassung gaben, werden aus der Liste gestrichen und nicht weiter berücksichtigt.

Aufnahmefähig in die Liste der Aufzufordernden sind in gleicher Weise Einwohner der Stadt und Auswärtige.

Neben den beschränkten Submissionen werden auch vielfach öffentliche abgehalten wenn besondere Gründe hierzu Veranlassung bieten.

*) Vergl. hierzu: Vergebung öffentl. Bauten und Lieferungen in Hamburg. Vorschl. d. Archit. u. Ingen.-Verein. Hamburg 1881. J. F. Richter.

I. Die Bau-Ausführung.

Litteratur: Ueber Organisation und Formales sind zu vergleichen:

Speziell betreffs der Verhältnisse in der preussischen Bauverwaltung: v. Roenne. Die Baupolizei des preuss. Staates. Breslau, Aderholz. — Meissner. Preussische Verwaltungskunde. Grünberg i. S. 1882; Weiss Nachf. — Schulz. Verwaltungsdienst der preussischen Kreis- und Wasser-Bauinspektoren. Magdeburg 1884, Selbstverlag des Verf.

In Bezug auf Festungsbauwesen: v. Prittwitz u. Gaffron. Leitung grosser Bauten.

In Bezug auf Eisenbahnbau: Etzel. Organisation d. Baudienstes der schweizer. Zentralbahn. Basel 1854, Schweighauser. — Franzius u. Sonne. Handbuch der Ingen. Wissensch. Bd. I. — Paulus. Bau u. Ausrüstung der Eisenb. Stuttgart 1882, Maier. — H. Kosub und G. Kosub. Der Bureau-, Kassen- u. Kalkulaturdienst bei Eisenb.-Neubauten. Berlin 1884, Siemenroth.

1. Organisation des Baudienstes.

a. Typus der Organisation im allgemeinen.

Bei jeder Bau-Ausführung, einerlei ob sie durch die Organe einer öffentlichen Behörde oder durch einen unbeamteten Techniker bewirkt wird, sind 3 Instanzen zu unterscheiden: 1. der Bauherr, 2. die Bau-Oberleitung, 3. die spezielle Bauleitung.

Als Bauherr kann der Staat, vertreten durch eine Verwaltungs-Behörde, eine Kommune oder einen anderen selbstständigen, öffentlichen Verwaltungskörper, ferner eine Privatperson, bez. eine als jurist. Person aufzufassende Gesellschaft etc. erscheinen. Der Bauherr giebt den Auftrag zur Bearbeitung der Pprojekte; — prüft und genehmigt die von der Bau-Oberleitung aufgestellten Projekte und Kosten-Berechnungen; — ertheilt den Auftrag zur Ausführung; — weist die Baugelder an; — entscheidet über im Verlauf der Ausführung von der Bau-Oberleitung vorgeschlagene Aenderungen der genehm. Baupläne oder ordnet aus eigener Initiative solche an; — übernimmt den fertig gestellten Bau nach erfolgter Revision; — revidirt und genehmigt die Bau-Abschluss-Rechnung. Er bedient sich hierbei entweder sachverst. Beamten, welche ausser direkter Beziehung zur Bau-Oberleitung stehen, und im allgem. höheren, mindest. gleichen Ranges, wie der Baudirigent sind. Sofern der Bauherr eine nicht sachverständige Privatperson ist, bedient er sich bei Ausübung seiner Funktionen eines sachverständ. Beiraths. Häufig überträgt der Bauherr einen Theil seiner Funktionen an die Bau-Oberleitung.

Die Bau-Oberleitung kann entweder durch Beamte des Bauherrn oder durch für den Einzelfall heran gezogene Privat-Techniker, mit welchen der Bauherr einen Vertrag abschliesst, bewirkt werden. Derselben sind oft mehrere von einander unabhängige Bau-Ausführungen unterstellt und an ihrer Spitze funktionirt oft ein Baudirigent, zuweilen ein Kollegium. Die Bau-Oberleitung stellt die Projekte und Anschläge auf; — führt die Genehmigung derselben von Seiten des Bauherrn herbei; — ordnet den Beginn der Bau-Ausführung an; — stellt die generellen Dispositionen für den Verlauf derselben fest; — pflegt die erforderlichen Beziehungen zu dem Bauherrn während der Ausführung; — vertritt denselben auf Erfordern anderen Behörden oder Privatpersonen gegenüber; — schliesst die Verträge, event. unter Vorbehalt der Genehmigung des Bauherrn ab, bez. genehmigt die von der speziellen Bauleitung abgeschlossenen Verträge; — stellt die wichtigeren oft auch alle Detail-Entwürfe für die Bau-Ausführung fest, bez. genehmigt die von der Spezial-Leitung aufgestellten Detail-Entwürfe; — ertheilt der Spezial-Leitung die erforderl. technischen Instruktionen; — kontrollirt die Ausführung in Bezug auf technische Tüchtigkeit und zeitlichen Verlauf; — kontrollirt und weist die Baurechnungen an; — befindet über Differenzen zwischen der speziellen Bauleitung u. den Unternehmern vor der etwaigen weiteren Verfolgung der Sache u. übergiebt schliesslich den fertigen Bau und die Bauabschluss-Rechnung an den Bauherrn.

Die spezielle Bauleitung kann ebenfalls entweder durch Beamte des Bauherrn, welche der Bau-Oberleitung unterstellt sind, oder falls diese in den Händen eines Privat-Technikers liegt, durch Angestellte des letzteren wahrgenommen werden. Sie hat alle Detail-Anordnungen auf der Baustelle selbst zu treffen; — besorgt die Verdingung der Arbeiten und die Vertrags-Abschlüsse, so weit dies Geschäft nicht der Oberleitung vorbehalten ist; — pflegt den geschäftlichen Verkehr mit den Unternehmern nach Genehmigung des Vertrages; — kontrollirt die Arbeiten auf der Baustelle und in den Werkstätten;*) — besorgt die Herstellung der

*) Gewisse Kontrollen und Abnahmen werden mitunter vom Zentral-Büreau der Bau-Oberleitung aus besorgt, wie z. B. die Kontrolle der Fabrikation und Abnahme von Eisenkonstruktionen, von Oberbaumaterial beim Eisenbahnbau u. s. w. in den Werkstätten.

Detail-Entwürfe, welche nicht von Seiten der Bau-Oberleitung aufgestellt werden, sowie die erforderlichen Arbeits- und Werkzeichnungen, bez. genehmigt die von den Unternehmern vertragsmässig aufzustellenden Werkzeichnungen; — stellt die eingehenden Rechnungen fest und überreicht dieselben der Oberleitung; — berichtet an letztere über den Fortgang des Baues etc. Von der speziellen Bauleitung werden endlich die Bauabschluss-Rechnungen und die sonstigen Bau-Abschlussarbeiten angefertigt und der Bau-Oberleitung überreicht.

Die Beziehungen zu den die Baupolizei ausübenden Behörden sowie zu anderen Verwaltungsstellen oder Privatpersonen, welche zu der Bau-Ausführung in Folge irgend welcher Interessen rechtlicher oder anderer Art in Beziehung treten, pflegt eine der drei genannten Instanzen, je nach der Natur des Gegenstandes. Im allgemeinen wird die Erledigung rechtlicher Fragen Sache des Bauherrn, genereller polizeilicher Fragen Sache der Bau-Oberleitung, spezieller polizeilicher Fragen, welche nur die Baustelle betreffen, Sache der Spezialleitung sein.

Die Begrenzung der Funktionen der zwei für die Bauleitung bestimmten Organe kann, wie sich nach Vorstehendem ergiebt, nach einzelnen Richtungen sehr verschieden geregelt sein. Als Extreme lassen sich denken:

1. Die Thätigkeit der speziellen Bauleitung bleibt ganz auf die Anordnungen und Kontrollen auf der Baustelle, die Beziehungen zu den Unternehmern, den Abschluss von Akkorden und kleineren Verträgen, die Rechnungs-Abwickelungen beschränkt, während die Oberleitung alle für die Bau-Ausführung erforderlichen Projektirungs-Arbeiten — bis auf Herstellung der Arbeits-Zeichnungen — und die erheblicheren Vertrags-Abschlüsse besorgt.

2. Die spezielle Bauleitung führt den Bau nach den Festsetzungen des Kostenanschlags der Erläuterungs-Berichte und Projekt-Entwürfe, unter Feststellung aller Detail-Entwürfe und Abschluss aller Verträge, aus. Die Bau-Oberleitung bleibt also von der Genehmigung der Projekte ab ohne eigentliche Initiative, genehmigt nur die grösseren Verträge und vorgeschlagene Aenderungen am Projekt, hat die Rechnungen zu revidiren und die grösseren Rechnungen anzuweisen. Zwischen beiden steht das System:

3. Für die Ausführung behält sich die Bau-Oberleitung die Feststellung aller wichtigen Detail-Entwürfe, namentlich aller derjenigen vor, welche am besten durch Spezialisten gefertigt werden und für welche Normalien für alle Baustellen gegeben werden können, während die spezielle Bauleitung in einem gegebenen Rahmen sich in ihren Dispositionen frei bewegt, alle gewöhnl. Details und die Arb-Zeichnungen fest stellt. Bezüglich der Vertrags-Abschlüsse u. der Rechnungs-Anweisung verhält sich die Bau-Oberleitung wie bei einem der beiden Systeme ad 1 u. 2.

Welches der 3 Systeme im gegebenen Fall das beste sei hängt ganz von der besonderen Natur der Bau-Ausführung, der räumlichen Entfernung der beiden Organe der Bauleitung und in zahlreichen Fällen auch von Personen-Fragen ab.

Die Systeme ad 1 und 3 haben den Vorzug, dass die grössere Reife und Erfahrung des Baudirigenten in allen Stadien der Bau-Ausführung von Einfluss bleibt und Vergeudung durch Konzentration aller oder eines Theils der Projektirungs-Arbeiten und durch die Aufstellung von Normalien in einem Zentral-Bureau einer Verzettelung von Arbeitskraft vorgebeugt wird und dass es möglich ist, in dem Zentralbureau für Spezialitäten besonders geeignete Kräfte zu halten.

Ist die Beziehung des Zentral-Bureaus zu den Baustellen auch räumlich eine sehr enge so kann das System ad 1 mit bestem Erfolge angewandt werden. Ist dies nicht der Fall, so ist das System ad 3 das geeignete; doch sind einfache Formen des innern geschäftlichen Verkehrs und zwischen den einzelnen Organen Voraussetzung.

Das System ad 2 hat den Vorzug, durch die grosse Unabhängigkeit der speziellen Bauleitung eine flotte und einfache Geschäfts-Behandlung zu ermöglichen, macht aber, namentlich bei grösseren Bau-Ausführungen, hohe Ansprüche an den Bauleitenden in Bezug auf Vielseitigkeit der theoretischen, künstlerischen und praktischen Ausbildung, vermöge deren er allen vorkommenden Spezialfragen gewachsen sein muss; in einem solchen Falle ist also die Anwendbarkeit des Systems ganz besonders von Personen-Fragen abhängig. —

Der vorstehend charakterisirte ist der ideale Typus für die Organisation einer Bau-Ausführung. Derselbe liegt nothwendiger Weise in den Hauptzügen immer zu Grunde, ist aber namentlich in der ständigen Organisation des staatlichen Baudienstes oft bis zur Unkenntlichkeit verwischt, da sich diese Organisation nach ihrer historischen Entwickelung wohl oder übel in das vorhandene Schema der Organisation der Verwaltungs-Behörden hat einfügen müssen, ohne Rücksicht auf die eigenen speziellen Bedürfnisse. Namentlich ist die Bau-Oberleitung meistens auf mehrere Instanzen vertheilt, mit den Funktionen des Bauherrn in weit gehender Weise verquickt und hierdurch sowie durch ihre Verbindung mit den rein administrativen Körperschaften der Einheitlichkeit und Initiative besonders in den Zwischen-Instanzen vielfach beraubt.

Dagegen werden den grossen Eisenbahnbauten nicht allein die hohe Entwickelung der modernen Technik, sondern auch die Ausbildung mustergültiger Formen der technischen Administration verdankt.

Neuerdings ist oft bei anderen grösseren Bau-Ausführungen eine aus dem Rahmen der ständigen Gliederung des Baudienstes fast ganz heraus gelöste Bauleitung nach dem vorangeführten Typus gezchaffen worden.*)

Da die Darstellung des thatsächlichen Bestandes der Organisation der staatlichen Bauverwaltung noch im Abschnitt II näher berührt wird, so brauchen an gegenwärtiger Stelle nur die typischen Verhältnisse der Details der formalen Behandlung des Dienstes zur Sprache gebracht zu werden.

b. Die Bau-Oberleitung und das Zentral-Büreau.

Während für die Wahrnehmung der Geschäfte des äusseren Dienstes der Bau-Ober-(Zentral)-Leitung die Spezial-Bauleitungen der einzelnen Baustellen — Bau-Abtheilungen — unterstellt sind, ist für die Wahrnehmung des inneren Dienstes ein Zentral-Büreau erforderlich, welches sich im allgemeinen in eine administrative und eine technische Abtheilung gliedert.

Die administrative Abtheilung umfasst bei grossem Personal und sehr spezieller Durchbildung der Organisation gewöhnlich die folgenden Büreaus:

1. Das Sekretariat. Dasselbe besorgt alle Geschäfte rein administrativer Natur, so weit dieselben nicht einem der nachstehend genannten anderweiten Büreaus zufallen; es führt ausserdem die Personalien der Beamten und besorgt die Hausverwaltung.

2. Die Registratur. Sie hat die Sammlung, Ordnung und Bewegung der Schriftstücke und Akten zu bewirken, also alle Aus- und Eingänge zu journalisiren und über den Verbleib aller Schriftstücke Kontrolle zu üben. Diese müssen daher stets bei Ein- und Ausgang, auch während ihrer Bewegung bloss in den Zentral-Büreaus, durch die Registratur gehen. Peinliche Ordnung in diesem Büreau ist unerlässliches Erforderniss für die Promptheit des gesammten Geschäfts-Verkehrs. Bei grossen Verwaltungen wird die Registratur in kleinere Einzel-Registraturen zerlegt, deren Eintheilung sich nach derjenigen der Akten richtet. Die Einzel-Registraturen stehen unter einem Vorsteher der Haupt-(Gesammt-)Registratur. (Vergl. die weiterhin folgende Registratur-Ordnung).

3. Die Kanzlei. Dieselbe besorgt die Vervielfältigung der Schriftstücke, sei es durch Abschreiben sei es auf mechanischem Wege, die Beförderung und Empfangnahme der Korrespondenz, sowie Inserate und Bekanntmachungen. Sie verwaltet die Schreibmaterialien und die Druck-Formulare und besorgt den Ankauf und die Ausgabe derselben an die einzelnen Beamten.

4. Die technische Rechnungs-Revision besorgt die Revision der eingehenden Rechnungen nach technischen Gesichtspunkten, auch bezügl. Angemessenheit u. Vertragsmässigkeit der Preise, Richtigkeit d. Rechnungs-Vermerke.

5. Der Kalkulatur liegt ob die kalkulatorische Feststellung der Anschläge und Rechnungen sowie deren formale Revision und die Vorbereitung der auf das Rechnungswesen bezüglichen Vorlagen.

6. Die Buchhaltung besorgt die Buchung der von der Zentralstelle angewiesenen Gelder. Die Spezialbuchung ist meistens Sache der Baustellen.

7. Die Kasse. Ist nicht nothwendig mit der Bauleitung verbunden; meistens werden die Zahlungen durch eine besonders bestimmte anderweite Kasse geleistet.

*) Vergl. hierzu auch betr. Vorschläge in Deutsche Bauzeitg. 1884, S. 65.

Bei Verwaltungen mit kleinerem Geschäfts-Umfang werden oft mehrere der ad 1—7 gen. Büreaus zusammen gefasst, wie: Registratur und Kanzlei, Kalkulatur und Buchhaltung. Oft wird die ganze administrative Abtheilung in ein Büreau zusammen gezogen, einem Sekretär oder Büreau-Vorsteher unterstellt und nur die technische Rechnungs-Revision getrennt belassen oder mit der technischen Abtheilung vereinigt. Bei solcher vereinfachten Gliederung ist eine Verbindung der kalkulatorischen mit der technischen Revision sehr empfehlenswerth, da durch sie insbesondere manche Vereinfachungen im Rechnungswesen ermöglicht werden.

Die technische Abtheilung umfasst nach Bedarf verschiedene Projektirungs-Büreaus unter eigenen Vorstehern (Architektur-Büreau, Konstruktions-Büreau, maschinen-technisches Büreau, u. s. w.) oder man begnügt sich mit einem Projektirungs-Büreau; überhaupt ist die Zusammensetzung ganz von den speziellen Verhältnissen abhängig. Den Vorstehern ist zur Besorgung der laufenden Schreibgeschäfte u. s. w. oft ein administrativer Beamter (Sekretär) beigegeben. Die bezüglichen Kanzlei-Geschäfte werden meistens in der Hauptkanzlei erledigt. Zur technischen Abtheilung gehört ferner die in der Regel als selbstständiges Büreau bestehende Plankammer, welche die Sammlung, Ordnung und Bewegung der Zeichnungen zu bewirken hat. Die Plankammer besorgt auch die erforderlichen geometrischen Arbeiten (wenn dieser Geschäftszweig überhaupt dem Zentral-Büreau zugewiesen ist), ferner die Vervielfältigung der Zeichnungen, die Aufbewahrung der Autographien und deren Ausgabe, oft auch das Kopiren der Zeichnungen auf nicht mechanischem Wege. Endlich beschafft die Plankammer die in den Büreaus erforderlichen Zeichenmaterialien und Apparate (Reissbretter, Mappen etc.) und sorgt für deren ordnungsmässige Verwaltung. Bei kleinem Geschäfts-Umfange, wo die Einrichtung der Plankammer entfällt, werden die Geschäfte derselben von einem Beamten des Projektirungs-Büreaus besorgt.

Die Bibliothek wird nach Maassgabe der besonderen und persönlichen Verhältnisse entweder vom Sekretariat, von der Plankammer oder von einem Beamten der technischen Abtheilung verwaltet.

Eine Prüfungs-Station für Baumaterialien ist verhältnissmässig selten vorhanden; wenn sie vorkommt, ist sie der Bau-Oberleitung als selbständige Abtheilung unmittelbar unterstellt. Eigentlich sollte die Prüfungs-Station niemals fehlen und immer sollte sie in der Lage sein, nicht nur (wie freilich meistens der Fall) Festigkeits-Proben für Zement, Steine und Eisen, sondern auch einfachere chemische Untersuchungen auszuführen. Indessen wird es dann meistens an geeigneten Persönlichkeiten fehlen.

c. Die spezielle Bauleitung.

An der Spitze derselben steht der bauleitende Baumeister, dem zu seiner Untersützung eine Reihe von weiteren Beamten beigegeben sind, welche sich bei grösserem Umfang der Geschäfte in Beamte des inneren und äusseren Dienstes gliedern. Der innere Dienst konzentrirt sich in einem Büreau, welches bei grösserem Personal in den reduzirten Formen des Zentral-Büreaus gegliedert wird. Gewöhnlich genügt zur Besorgung der Kanzlei- und Registratur-Geschäfte ein Beamter, dem zur Beschaffung der Abschriften event. ein oder mehrere Schreiber beigegeben werden, und, zur Besorgung aller nicht-technischen Kalkulatur-Arbeiten der Rechnungs-Ausfertigung und der Buchführung, ein Rechnungsführer.

Für die Anfertigung der Detailprojekte und Werkzeichnungen, für technisches Rechnungswesen etc. sind bei grösseren Bauten einige jüngere Techniker (Bauführer, Assistenten, Praktikanten) sowie Zeichner zur Anfertigung von Kopien erforderlich.

Bei kleineren Baustellen können sämmtliche Büreau-Geschäfte von einem Bauschreiber besorgt werden, von dem mitunter eine niedere technische Bildung gefordert wird (welche durch längeres Arbeiten in technischen Büreaus erworben sein kann), um auch bei Herstellung von Zeichnungs-Kopien, sowie geringfügigen Projektzeichnungen etc. verwandt zu werden.

Für den äusseren Dienst sind bei grösseren Baustellen zur steten persönlichen Kontrolle der Arbeiten Baumeister, Bauführer etc. und Bauaufseher erforderlich. Falls beide letztgenannten Organe vertreten sind, liegen dem Bauaufseher die Wahrung von Disziplin und Ordnung auf der Baustelle, die vorbereitenden Arbeiten für die Abnahmen, Materialien-Kontrolle, die Kontrolle von Tagelohns-Arbeiten und Füh-

rung der Tagelohns-Listen und sonstige zur Unterstützung des Bauführers erforderliche Arbeiten ob. Die Bauführer haben vor allem die Messungs-Arbeiten und Abnahmen in Bezug auf Maass und Zahl zu machen und die bezüglichen Atteste auszustellen, bezw. die Rechnungen auf Richtigkeit der Vordersätze zu bescheinigen. Im übrigen werden die Geschäfte des äusseren Dienstes auf die einzelnen Organe nach Maassgabe der speziellen Verhältnisse vertheilt.

Umfangreiche Baustellen bedürfen eines eigenen Materialien-Verwalters, welcher die Anlieferung, Aufbewahrung und Ausgabe der Materialien besorgt und die erforderlichen Bücher und Listen führt.

Auf ganz kleinen Baustellen reduzirt sich das Personal zuweilen auf den Bauaufseher allein, welcher oft auch die Büreau-Geschäfte mit besorgt. Es ist indessen für den Bauleitenden immer vortheilhafter auf den Bauaufseher als auf den Bauschreiber zu verzichten, da die technische Kontrolle und Anordnung stets den Schwerpunkt der Thätigkeit des Bauleitenden bildet und er vor allem, nöthigen Falls unter persönlicher Uebernahme des ganzen äusseren Dienstes, auf Entlastung von den Büreau-Geschäften bedacht sein muss, für deren Besorgung sich stets mit leichter Mühe geeignete Persönlichkeiten gewinnen lassen. Ein Bauaufseher aber, der einen Theil des Büreaudienstes und des äusseren Dienstes besorgen soll, wird sich oft entweder zur einen oder andern Arbeit nicht hinreichend qualifiziren.

Für Büreau-Reinigung, Heizung, niedere Büreau-Geschäfte (Aktenheften, Aufziehen der Zeichnungen u. s. w.), sowie für Botengänge ist ein Büreaudiener, für die Bewachung der Baustelle sind Nacht- und Tagewächter erforderlich. Bei kleinen Baustellen lässt man die Büreaudiener-Geschäfte durch einen von dem Unternehmer der Maurerarbeiten zu stellenden Arbeiter besorgen, dessen Dienste nach Stunden berechnet werden. Oder es wird ein Bauwächter angestellt, welcher geringfügige Aufseher- und niedere Büreaugeschäfte mit versieht. Die Anstellung eines Nachtwächters wird oft erst nach Fertigstellung des Rohbaues erforderlich; derselbe muss mittels Kontroluhr kontrollirt werden und bei ausgedehnten Baustellen zur Haltung eines Wachthundes verpflichtet werden.

Hervor zu heben ist, dass die Geschäfte der speziellen Bauleitung fast immer am intensivsten im letzten Stadium des Baues, kurz vor der Vollendung bis zur Abwickelung der Abschluss-Geschäfte, sind. Es kommt wohl vor, dass dem Bauleitenden gerade in diesem Stadium Hülfskräfte entzogen werden, wenn die im Anschlag für Bauleitung vorgesehenen Mittel erschöpft sind. Man sei in dieser Beziehung bei der Veranschlagung vorsichtig u. hüte sich namentl. davor, im Anfang des Baues das Hülfspersonal über das allerdringendste Bedürfniss hinaus zu vermehren.*)

2. Der dienstliche und geschäftliche Verkehr.

a. Allgemeine Grundsätze.

Allgemein gilt die Regel, dass jeder Beamte und jede Dienststelle nur mit der nächst vorgesetzten oder der nächst untergebenen Dienststelle dienstlich verkehrt. Bei jeder ausnahmsweise erforderlichen Abweichung von dieser Regel muss die übergangene Dienststelle entweder benachrichtigt werden oder das betr. Schriftstück zur Weiter-Beförderung durch ihre Hände gehen. Die Benachrichtigung der übergangenen Dienststelle erfolgt im schriftlichen Verkehr durch die absendende Dienststelle; wenn das Umgekehrte stattfinden soll muss besondere Bestimmung getroffen werden.**) Sofern jedoch ein Beamter von einem höheren Vorgesetzten, mit Uebergehung einer dazwischen stehenden Dienststelle, persönlich und mündlich Aufträge erhält oder jenem auf Aufforderung Bericht erstattet, ist er stets verpflichtet, über den Vorgang mündlich oder schriftlich der nächst vorgesetzten Dienststelle eine Meldung zu machen. Falls der betr. Vorgesetzte den übergangenen Beamten früher zu sprechen Gelegenheit hat wird er diesem von seinen Anordnungen Mittheilung machen; indessen wird dadurch die Verpflichtung der unteren Dienststelle zur Meldung nicht aufgehoben.

Diese Regeln gelten allgemein; sie sollten auch nicht allein bei den Beamten einer Behörde, sondern auch bei denjenigen eines Privat-Technikers oder Unter-

*) Vergl. übrigens hierzu einen Erlass d. preuss. Minist. d. öffentl. Arb. v. 21. Juni 1882 (Zentralbl. d. Bauverw. 1882, S. 238), nach welchem zur Beschleunigung der Abrechnungs-Arbeiten am Schlusse der Bau-Ausführung die Hülfskräfte entsprechend vermehrt werden sollen.

**) Auch bei Beschwerden muss der Instanzen-Zug eingehalten und bei solchen über den nächsten Vorgesetzten das Schriftstück diesem offen zur Weiterbeförderung übergeben werden.

nehmers, wie für letzteren selbst im Verkehr mit den eigenen Beamten in Anwendung kommen.

Nach aussen hin erfolgt der dienstliche und geschäftliche Verkehr der Bau-Ober-Leitung nur durch den Bau-Dirigenten, derjenige der speziellen Bauleitung nur durch den Bauleitenden, welchem alle ausgehenden Schriftstücke, auch wenn sie kraft der Initiative eines anderen Beamten entstanden sind, zur Unterschrift vorgelegt werden. Abweichungen hiervon setzen besondere Bestimmungen voraus.

Ein Verkehr mit anderen Behörden ist nur unter selbstständigen Dienststellen zulässig, nicht zwischen einzelnen Beamten derselben, sofern letztere von der vorgesetzten Dienststelle nicht ausdrücklich als zu Verhandlungen berechtigt bezeichnet worden sind.

Der Verkehr mit den Untern. ist vom Abschluss des Vertrags an Sache der speziellen Bauleitung; die Untern. dürfen ihrerseits von diesem Zeitpunkte ab ohne Wissen des Bauleitenden nicht selbstständig mit der Zentralstelle verhandeln, sofern über Ausnahmen nicht besondere Bestimmung vorliegen. Alle Schreiben dürfen nur an den Untern. selbst, nie an dessen Beamte gehen, sofern diese nicht vom Untern. ausdrücklich als berechtigt zu schriftl. Verhandlung erklärt worden sind.

Alle an die Bau-Oberleitung eingehenden Schreiben kommen bei dem Baudirigenten, solche an die spezielle Bauleitung bei dem Bauleitenden zur alleinigen Vorlage. Von ihnen werden erforderlichen Falls die betr. Sachen den einzelnen Beamten zur weiteren Bearbeitung, zur Verfassung von Antwort-Schreiben, Aufstellung von Verfügungs-Entwürfen, zur Kenntnissnahme etc. zugefertigt. Kein im amtlichen Verkehr eingehendes Schriftstück ist Eigenthum des Beamten, der zu dessen Empfangnahme berechtigt ist, sondern Eigenthum der Behörde und muss deren Akten einverleibt werden.

Die Akten einer Dienststelle sind allen Beamten derselben dienstlich zugänglich, mit Ausnahme der als „sekret" bezeichneten und der Personal-Akten.

Jedem Beamten müssen die Organisation einer Verwaltung, welcher er angehört, sowie seine eigenen Funktionen und die Funktionen der andern, namentlich der direkt vorgesetzten und untergebenen Beamten, desgleichen die allgemeinen und speziellen Dienst-Vorschriften genau bekannt sein. Bei seinem Dienstantritt muss ihm, sofern es sich nicht um allgemein bekannte Verhältnisse handelt, bezügliche Instruktion von dem nächsten Vorgesetzten ertheilt werden.

Jede Amtshandlung muss auf ihren Urheber zurück geführt werden können. Dazu dient die klare Definition der Dienst-Obliegenheiten jedes Beamten, die schriftliche Behandlung aller wichtigen Vorgänge und die Unterzeichnung aller Schriftstücke, Berechnungen und Zeichnungen durch ihren Verfasser.

b. Schriftliche Behandlung.

Die gewöhnliche Form des dienstlichen und geschäftlichen Verkehrs ist die schriftliche. Ihr sind folgende Vorzüge eigen:

1. Alle Verhandlungen werden bestimmt und dauernd fixirt und wird daher ein nachträglicher Widerstreit über den Gegenstand des Verhandelten vermieden; der Gang der Verhandlung und deren Festsetzungen sind jederzeit aus den Akten ersichtlich; letzterer Umstand ist besonders wichtig wenn Personenwechsel eintritt.
2. Räumliche Entfernung d. Personen hindert nicht die Stetigkeit des Verkehrs.
3. Für die einzelnen Beamten wird eine geordnete Arbeits-Eintheilung möglich.

Jede schriftliche Behandlung einer Sache entwickelt sich in einer Reihe von Einzel-Stadien, bei welchen der Anfang, die Zwischen-Behandlung und der Abschluss der Sache zu unterscheiden sind.

Alle auf die schriftliche Behandlung einer und derselben Sache Bezug habenden Schriftstücke werden, so weit die Behandlung Zug um Zug bewirkt wird, und oft bis zum Abschluss bei der Bewegung innerhalb eines bestimmten Geschäftskreises zusammen gehalten und bilden eine „Vorlage" (Piece). Nach Abschluss oder bei Unterbrechung der Behandlung wird diese dem bezüglichen Aktenstück einverleibt.

Um die schriftliche Behandlung zu vereinfachen, dieselbe auch in ihrem Umfange möglichst knapp zu halten, wird das System der Rand- (Marginal-) Schreiben benutzt, bei welchem so weit wie möglich zu allen schriftlichen Verhandlungen über eine und dieselbe Sache derselbe Bogen benutzt wird und die Aeusserungen der Reihe nach auf den freien Rand des Anfangsstückes oder unter den beschriebenen

Theil desselb. gesetzt werden; event. werden Blätter hinzu gefügt. Die einzelnen Aeusserungen sind möglichst knapp unter abgekürzten und beschränkten Formalien zu geben. Sofern ein auf die betr. Vorlage bezügliches Schreiben nach aussen gehen muss, wird der Entwurf (Konzept) als Randschreiben verfasst und in der Kanzlei die Reinschrift gefertigt: das Antwortschreiben wird der Vorlage beigefügt. Um diejenigen Sachen, welche als Randschreiben behandelt sind, für die Registratur als solche zu bezeichnen, wird denselben die Notiz „urschriftlich“ (*brevi manu*; *originaliter*) vorgesetzt; im engeren Verkehr der Bureaus ist der Vermerk indessen oft entbehrlich und entfällt. Wenn ein Schriftstück zum Zwecke einer Rand-Aeusserung, einer Kenntnissnahme oder dergl. aus dem engeren Kreise, in welchem die Bewegung der Vorlagen gewöhnlich stattfindet, heraus gehen, aber in denselben zurück kehren soll, wird dem bezügl. Anschreiben die weiter Notiz *sub pet. rem.* (oder *s. p. r.*) vorgesetzt.*) Vorgesetzten gegenüber ist diese Form unzulässig; von ihnen ist in dem betr. Schreiben die Rückgabe der Anlagen zu erbitten.

Wenn eine Dienststelle ein Randschreiben mit der Notiz *s. p. r.* erhält, muss von dem Randschreiben und dem Antwort-Schreiben, welches urschriftlich unter jenes gesetzt wird, Abschrift zurück behalten werden, falls nicht eine kurze Aktennotiz über den Vorgang genügt. Das System der *s. p. r.* -Schreiben hat also oft nur den Erfolg, die Schreibarbeit von einer Dienststelle auf eine andere abzuwälzen, erfordert daher Vorsicht im Gebrauch.

Wenn eine Erledigung durch Rücksprache stattgefunden hat, ist dies ebenfalls auf dem betr. Schriftstück zu vermerken, unter kurzer Angabe des Inhalts der Rücksprache, sofern derselbe von Wichtigkeit ist; die Notiz macht der Beamte, welcher das Schriftstück in Händen hat.

Telephonischer Verkehr wird im Zentral-Büreau im allgemeinen nur durch einen dazu bestimmten Beamten — gewöhnlich der Kanzlei — gepflogen. Dieselbe erhält schriftlich die Anfragen und schreibt das Ergebniss der Unterhaltung ebenfalls nieder; die betr. Stücke werden wie die übrigen der Vorlage einverleibt.

Es müssen auf den Schriftstücken nicht allein die ganze Behandlung der Sache, sondern, zur Kontrolle der Beamten, auch die gesammte Bewegung des Schriftstücks und alle Expeditionen nach ausserhalb ersichtlich sein. Jeder Eingang, sowohl selbstständiger Schreiben als auch Randschreiben, muss daher mit einem Vorlage- (Präsentations-) Vermerk versehen werden, welcher gewöhnlich unter das Datum des Eingangs gesetzt wird (z. B. *praes.* 3/4. 84).

Wenn Reinschriften von Konzepten gefertigt werden, muss die Reinschrift mit dem Original durch Vor- und Nachlesen verglichen (kollationirt) werden. Die Vergleichung wird bewirkt durch den Abschreiber und einen 2ten Kanzlisten, — wobei der Abschreiber vorliest —, oder 2 andere Kanzlisten. Bei wichtigen Schriftstücken nicht jedermann verständlichen Inhalts muss der Verfasser oder ein sachverständiger Beamter die Vergleichung bewirken.

Der ordnungsmässige Vollzug des Vorgangs ist links am Rande des Entwurf-Schreibens unter Angabe des Datums und des Namens der einzelnen Beamten anzugeben, wobei der die Reinschrift fertigende Kanzlist mit „Reinschr. gefert.“ (mundirt), der Vergleichende mit „verglichen“ (kollationirt) zeichnet. Die Namensangabe kann meistens durch abgekürzten Namenszug erfolgen.

Die ordnungsmässige Beförderung des Schreibens wird von dem expedirenden Beamten ebenfalls unter Angabe des Datums auf dem Entwurfschreiben vermerkt.

Falls eine Randverfügung einen Auftrag an eine Dienststelle enthält ist die Ausführung desselben, sofern ein weiterer Bericht nicht erforderlich ist, durch eine Notiz z. B. „geschehen“ mit Namen und Datum zu kennzeichnen. Analog erfolgt die Bestätigung der Kenntnissnahme durch die Notiz „Kenntniss genommen.“ Alle Formalien fallen bei diesen und ähnlichen Notizen fort.

Wenn ein Schriftstück nach einer bestimmten Frist abermals vorgelegt werden soll, wird es mit einem Vermerk wie z. B. „Reprod. nach . . . Tagen“ versehen. Die Reproduktion zu der bestimmten Zeit ist Sache der Registratur.

Wenn ein Auftrag in einer bestimmten Frist erledigt werden soll, wird unter demselben der Termin kurz vermerkt (z. B. *not. term.* 8 Tage). Der Termin ist

*) Auch *s. f. r.*; — *s. r. r.*; — *s. l. r.*; die „Feinheiten“ dieser verschiedenen Kurialien und deren Anwendung gleich gestellten oder untergebenen Beamten gegenüber sind leicht ersichtlich.

zur Erledigung einzuhalten und, falls dies nicht möglich ist, unter Angabe der Gründe der Verzögerung eine Frist-Verlängerung zu erbitten.

Alle auf dieselbe Sache Bezug nehmenden Schriftstücke werden nach u. nach dem Anfangsstück beigelegt u. bilden in ihrer Gesammtheit die Vorlage oder Piece. Beim Abschluss oder bei Unterbrechung der Behandlung erfolgt der Auftrag „Zu den Akten" (*a. a.*, *ad acta*), wonach die Registratur die Einverleibung der Vorlage in das betr. Aktenstück zu besorgen hat. Es kommt indessen oft vor, dass die Behandlung einer Sache nicht Zug um Zug von Anfang bis zum Abschluss bewirkt werden kann. Tritt eine längere Pause in der Behandlung ein, so wird die Vorlage auch unabgeschlossen den Akten einverleibt, um später in diesen wieder vorgelegt zu werden. Häufig kommt es auch vor, dass sich eine Vorlage in eine ganze Anzahl neuer selbstständiger Vorlagen zersplittert.

Durch das System der Marginal-Schreiben wird der schriftliche Verkehr sehr vereinfacht. Derselbe wird schwerfällig durch die Fertigung von Reinschriften aller aus dem Kreise der Akten-Bewegung heraus gehenden Schriftstücke, indem die Erledigung der Sachen sich verzögert und der Bedarf an Personal sich vergrössert. Zu grösserer Einfachheit der Geschäfts-Behandlung auch bei diesem System, dient der im kaufmännischen Verkehr allgemein übliche Gebrauch der Kopirpresse. Bei Anwendung derselben entfällt das Abschreiben ganz; das bezügl. Schriftstück wird urschriftlich abgesandt, nachdem von demselben mechanisch eine Kopie genommen ist, welche der betr. Vorlage beigeheftet wird. Bedingung für den Gebrauch der Kopirpresse ist allerdings die Gewöhnung an eine deutliche Handschrift, da andererseits die auf durchsichtigem Papier genommene Kopie schwer leserlich ist. — Bei grossem Geschäfts-Umfange werden einzelne geeign. Beamte ständig für die Korrespondenz-Führung bestimmt, und zwar für die administrativen Sachen Sekretaire, für die technischen Angelegenheiten Beamte der technischen Abtheilung oder dem Sekretariat beizugebende technische Beamte. Für alle Schreiben im dienstlichen Verkehr wird dann stets Brief-Format benutzt. Für einzelne umfangreiche Schriftstücke kann ausnahmsw. die Fertigung von Reinschriften erforderlich werden.

Der Gebrauch, von ausgehenden Schreiben den Entwurf oder eine Kopie zu behalten wird von vielen Beamten ungebührlich übertrieben. Sofern der Wortlaut des Schreibens nicht von Bedeutung ist, kann sehr oft von beiden Abstand genommen werden; eine kurze Notiz über Inhalt des abgehenden Schreibens und Datum der Expedition am Rande des betr. Schriftstücks genügt oft vollkommen, während das Schreiben selbst in der Urschrift abgehen kann.

Es mag hervor gehoben werden, dass es im allgemeinen üblich ist, zu Schreiben an vorgesetzte Dienststellen nur gebrochene Bogen zu benutzen, wovon die rechte Hälfte beschrieben wird. Man setzt links oben auf die freie Hälfte der 1. Seite eine kurze Notiz über den Inhalt der Sache, unter dieser Angabe wird die Journal-Nummer des Vorgangs angezogen, oder, falls ein solcher nicht vorhanden ist, die Notiz „ohne Vorgang" oder auch „*ex officio*" gesetzt. (Z. B.: Betrifft das Ergebniss der Submission auf für ad 7. N. I. 317); links unten ebenda wird die Adresse, rechts oben auf die erste beschriebene Seite das Datum gesetzt. Wenn Anlagen beigegeben sind, wird dies dort, wo dieselben am Eingange des Schreibens zuerst erwähnt werden, am Rande durch einen schrägen Strich (Anlagestrich) mit darüber gesetzter Zahl hervor gehoben. Besser aber werden die Anlagen links unter der Inhalts-Angabe aufgezählt. In der Unterschrift muss die Bezeichnung der Dienststelle oder der Amtscharakter des Absenders, mitunter Beides angegeben werden. Bei Schreiben an den Minister ist in Preussen das nachstehende Schema üblich.

Betrifft: . *ad rescr.* vom . Referent Anlagen An den Staatsminister, Minister der öffentl. Arbeiten Herrn Excellenz J.-N. . . . zu Berlin.	 den . . . ten 18

Für die Reichs-Behörden ist zu amtlichen Schriftstücken ein Papier-Format von 33 cm Höhe und 21 cm Breite vorgeschrieben. Dieses Format ist später auch für die preussischen Behörden eingeführt worden. In Uebereinstimmung damit muss das Format von Zeichnungen gehalten sein, die den Akten einverleibt werden.

Im schriftlichen Verkehr der Beamten innerhalb des Dienstkreises einer Bau-Ausführung muss, so weit die Form der Randschreiben nicht zur Anwendung kommen kann, stets die knappste und einfachste Form gewahrt bleiben; vielfach ist auch der Gebrauch des gebrochenen Bogens entbehrlich; Curialien sollten auf das unerlässliche Minimum beschränkt werden.*)

Durchaus verwerflich ist die bei manchen Beamten beliebte übertriebene Pflege des schriftlichen Verkehrs, welche oft so weit geht, dass in demselben Zimmer die unerheblichsten Dinge schriftlich verhandelt werden. Unbedingt muss überall da, wo man mit dem mündlichen Verkehr schneller und einfacher zur Erledigung der Sache kommt, dieser stattfinden und die relativ immer schwerfällige schriftliche Behandlung auf das absolut Nothwendige beschränkt bleiben.

c. Registratur-Ordnung.

Im Vorstehenden ist alles Prinzipielle über die Art der Behandlung des schriftlichen Verkehrs mitgetheilt. Eine wichtige Ergänzung dazu bildet die Kenntniss der Registratur-Behandlung, welche gewissermaassen den Schlüssel für das Verständniss des Getriebes einer grossen Verwaltung liefert. Nachstehend ist ein Auszug aus der Registratur-Anweisung einer sehr grossen Verwaltung gegeben, es erscheint dazu die Bemerkung nothwendig, dass bei geringerem Umfang der Geschäfte etc. die qu. Instruktion sich in einzelnen Punkten einfacher gestaltet.

Registratur-Anweisung.

1. Eintheilung der Akten. Die Akten werden in Abtheilungen, Sektionen und Titel getheilt; die Abtheilungen werden mit römischen Ziffern, (I, II, III, . . .) die Sektionen mit arabischen Ziffern (1, 2, 3, . . .) die Titel mit grossen lateinischen Buchstaben bezeichnet. In den Titeln werden die einzelnen Volumina mit fortlaufenden Nummern aufgeführt. Eine Eintheilung der Registratur in Einzel-Registraturen erfolgt im Anschlusse an die Akten-Eintheilung. Wenn eine Abtheilung in mehrere Registraturen zerlegt ist führen diese neben dem Abtheilungs-Zeichen die Buchstaben A, B, C, . . .

2. Einrichtung der Bücher. In der Registratur sind folgende Bücher zu führen:

a. Ein Korrespondenz-Journal (Schema I).
b. Ein Termin- bez. Reproduktions-Kalender (Schema II).
c. Ein Kalender für periodische Termine (Schema II).
d. Ein Akten-Repertorium (Schema III).
e. Ein Akten-Ausgabe-Journal (Schema IV).

3. Behandlung neuer Sachen. Die zur Registratur gelangenden neuen Sachen werden von dem Registratur-Vorsteher auf der ersten Seite unten in der Mitte mit dem Aktenzeichen desjenigen Aktenstücks versehen, dem das Schriftstück nach der Erledigung einzuverleiben ist und demnächst von dem „Journalisten“ journalisirt, auch die Journ.-Nummern in den „Rotulus“ des betr. Aktenstücks eingetragen.

Falls irrthümlicher Weise Sachen ohne das Präsentatum und das Visum des Verwaltungs-Chefs in die Registratur gelangen, so ist die betr. Sache durch das Sekretariat bei jenem nochmals zur Vorlage zu bringen.

Die neuen Sachen werden vor der Journalisirung von dem Verwaltungs-Chef mit dem Zeichen desjenigen Dezernenten versehen, welchem sie zur weiteren Bearbeitung vorzulegen sind, bezw. mit einem Zeichen, welches die Wiedervorlage bei dem Verwaltungs-Chef anordnet.

Nach der Journalisirung hat die Registratur diese Vorlage unter Beifügung der zur Bearbeitung erforderl. Vorstücke zu bewirken. Sofern dieselben sich in Aktenstücken befinden ist auf der neuen Sache das Blatt des Aktenstücks in Blei zu vermerken: auch sind bei den Vorstücken Aktenzeichen einzulegen und ist die neue Nummer des Stücks an passender Stelle auf dem Vorstück zu konferiren.

Neue Sachen, die keine Vorstücke haben, sind oben links mit d. Zeichen N. S. zu versehen.

Falls die die betr. Vorstücke enthaltenden Akten dem Dezernenten vorliegen oder anderweit dringend gebraucht werden, ist die neue Sache mit einem entsprechenden Vermerk versehen dem Dezernenten unverweilt vorzulegen. Sind zur Bearbeitung der Sachen die Akten unentbehrlich, so wird von dem Dezernenten in einer Bleinotiz der Registratur die Beifügung bezw. Extrahirung der Akten aufgegeben werden.

Das Vorlegen der Sachen erfolgt stets in Mappen, welche das Zeichen des Dezernenten und, wenn mehrere Registraturen vorhanden sind, das besondere Zeichen der betr. Registratur tragen.

4. Schleunige Sachen. Es sind zum Abgange zu bringen:

a. die mit „heute“ bezeichneten Sachen an demselben Tage;
b. die mit „citissime“ bezeichneten Sachen spätestens am 2ten Tage;
c. die mit „cito“ bezeichneten Sachen spätestens am 4ten Tage.

Sofern ein anderer Termin bestimmt werden soll, erfolgt der Vermerk:

„Spätestens am . . . ten Tage zum Abgang.“

Sachen, welche den Vermerk „sogleich“ oder „sofort“ tragen, sind mit äusserster Beschleunigung der betr. Dienststelle zuzustellen.

*) Die Bauordnung für den Bau der Bundesfestung Ulm bestimmt hierzu im § 22: „Die Korrespondenz zwischen dem Festungsbau-Direktor u. den Offizieren erfolgt ohne alle Curialien mittelst Handbillets auf ordinärem Papier.“ (v. Prittwitz u. Gaffron, Leitung grosser Bauten).

Es steht dem Verwaltungs-Chef, den Abtheil.-Dirigenten u. Dezernenten zu, die Vermerke „sogleich“ oder „sofort“ in einen der unter a, b, c erwähnten Vermerke abzuändern. Erfolgt die Abänderung nicht, so sind die betr. Sachen wie die mit „heute“ bezeichneten zu behandeln.

Die Registratur, bezw. die Kanzlei haben die mit Beschleunigungs-Vermerken versehenen Sachen besonders im Auge zu behalten und erforderlichen Falls die Abtheilungs-Dirigenten und Dezernenten auf die betr. Vorlagen aufmerksam zu machen. Die Beschleunigungs-Vermerke sind thunlichst mit farbigem Stift zu machen oder mit solchem zu unterstreichen.

Wenn die Fristen nicht eingehalten werden, so ist dem Verwaltungs-Chef, bezw. dem Abtheilungs-Dirigenten darüber jedes Mal von der Registratur, bezw. der Kanzlei eine kurze Vorlage nach vorgeschriebenem Schema mit der Bezeichnung „heute“ zu machen.

Zahlungen an Unternehmer u. s. w. sind stets als schleunige Sachen zu behandeln.

Alle mit Beschleunigungs-Vermerk versehenen Sachen sind in rother Mappe zur Vorlage zu bringen. Depeschen sind in besonderen Mappen vorzulegen. Zur Weiterbeförderung der schleunigen Sachen sind die Boten jedes Mal besonders zu verwenden.

5. **Sammel-Berichte.** Am Schlusse des Entwurfs einer Verfügung, durch welche mehrere untergeordnete Dienststellen zur Erstattung von Berichten oder Anzeigen aufgefordert werden, wird jedes Mal vermerkt:

„Registratur! Berichte sind zu sammeln.“ „Registratur! Berichte sind einzeln vorzulegen.“ Fehlt diese Anordnung, so hat die Registratur das betr. Entwurf-Schreiben nach Abgang der Reinschriften behuf Bestimmung über Behandlung der eingehend. Berichte nochm. vorzulegen.

Die zu sammelnden Berichte sind nicht einzeln in das Journal einzutragen, sondern nur dadurch zu kontrolliren, dass in einem Verzeichniss der betr. Dienststellen diejenigen, von denen Bericht eingegangen ist, angestrichen, die nicht in Betracht kommenden durchstrichen werden.

Nach Ablauf des Termins ist das Verzeichniss zu journalisiren und dann mit allen eingegangenen Berichten unter einer Nummer mit Hinzufügung der Exzitatorien an die rückständigen Dienststellen zur Vorlage zu bringen. Ein gleiches Verfahren ist auch bei periodischen Eingaben, deren besondere Vorlage nicht erforderlich ist, zu beobachten.

6. **Führung des Journals** (Schema I). Die Nummern des Journals laufen von Anfang bis zu Ende jeden Jahres. Maassgebend für das Datum ist der Präsentations-Vermerk. Eine etwa in Bezug genommene frühere Journal-Nr. ist in Spalte 2 und die Nr., welche der Einsender als sein Journal-Zeichen anführt, in Spalte 5 einzutragen.

Schema I.: **Korrespondenz-Journal.**

Monat

Lfd. No.	Bezugs-No.	Präsentation	Datum	Extrahent (Absender)	Inhalt	Dezernent	Tag der Vorlage	Verfügung	Datum	Zur Expedition	Zur Kontrolle	Zur Hauptkasse	Zur Kanzlei	Abgang	Anmerkungen	Akten-Bezeichn.				Zu den Akten
																Abth.	Sektion	Titel	No.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21

Die Nummer, unter welcher das Schriftstück in das Journal eingetragen ist, wird auf dasselbe in roth wenn Theil-Registraturen eingerichtet sind unter Hinzufügung des Registratur-Zeichens, z. B.: I A. 3715) unter das Präsentatum gesetzt.

Enthält das Schriftstück Anlagen, so sind diese am oberen Rande der 1. Seite in Blei mit der Nummer des betr. Stückes zu versehen. Zeichnungen sind als solche durch ein der betr. Ziffer beigesetztes „Z“ hervor zu heben und ist die Verpackungs-Art (Mappe, Rolle) beizumerken. Im übrigen erhalten sie wie die anderen Anlagen die Nr. des zugehörigen Schriftstücks. Ausserdem erhalten die Mappen oder Rollen Etiketts, auf welchen die Journ.-Nr. und die Zahl der einliegenden Bläter zu notiren ist.

Es ist hierbei gleichzeitig zu prüfen, ob die angezogenen Anlagen vollständig vorhanden sind. Falls eine derselben fehlt und durch Rückfragen nichts über sie zu ermitteln ist, so ist das Fehlen der Anlage auf dem Stück in Blei zu vermerken, die wirklich vorhandene Anzahl aber in roth unter die Journal-Nr. zu setzen. Anlagen von solcher Beschaffenheit, dass sie leicht aus dem Stück heraus fallen können, sind zu befestigen.

Nach Eintragung der neuen Sachen werden alle in Bezug genommenen fremden Schreiben nach den — diesseitigen — Journal-No. ermittelt und die aufgefundene No. wird auf dem Schriftstück in Blei vermerkt. Bei allen diesen so ermittelten, sowie bei d n von vorn herein in Bezug genommenen — diesseitigen — Nummern ist im Journal die neue No. des Stücks in der Spalte „Anmerk.“ zu notiren. Ausserdem wird noch bei jeder der auf dem Schriftstück angezogenen Nummern vermerkt, wo sich dieselben dem Journal nach befinden.

Es darf keine Sache von einem Beamten an einen anderen oder an die Kanzlei direkt gegeben oder geschickt werden, sondern es gelangt dieselbe stets erst wieder zum Journal, in welchem der Name des bisherigen Inhabers gelöscht, u. die Dienststelle, welche die Sache demnächst erhalten soll, mit Angabe d. Zustellungs-Datums notirt wird, wonach sie dieser Dienststelle durch die Registratur zugeht. Machen jedoch besond. Umstände die direkte Abgabe einer Sache unvermeidlich, so muss der Journalist hiervon sofort in Kenntniss gesetzt werden.

Wenn eine Sache mit dem Visum des Verwaltungs-Chefs versehen und in der Registratur journalisirt ist darf dieselbe nicht ohne weiteres zu den Akten einer Büreau-Abtheilung genommen werden, sofern sie ihrem Inhalt nach dorthin gehört. Hierzu ist jedes Mal Verfügung d. Verwaltungs-Chefs erforderlich, welche auf das Schriftstück zu setzen ist, in der Form:

1. die Nr. ist im Journal zu löschen! 2. Br. m. an das . . . Büreau abzugeben!

Vor der Abgabe ist die Nummer auf dem Schriftstück zum Zeichen, dass dieselbe im Journal gelöscht ist, zu durchstreichen, sowie im Journal ein Abgabe-Vermerk zu machen.

Alle Nummern, welche einem Schriftstücke als dazu gehörig beiliegen, müssen im Journal der Nummer des Schriftstücks beinotirt werden. Die Expedienten haben links oben am Kopfe des Schriftstücks diejenigen Nummern zu verzeichnen, welche zu demselben gehören, oder dadurch Erledigung finden.

In gleicher Weise ist auf den zugeh. Stücken d. erledigende Nr. d. Schlussstücks zu notiren.

Die dergestalt in einer Vorlage verbundenen Schriftstücke sind von dem Expedienten thunlichst zu heften, damit dieselben auch bei den Akten bei dem erledigenden Stück bleiben. Sind Entwurfs-Schreiben (Konzepte) mit der Bemerkung versehen: „*reprod.* nach Abgang" oder „nach Abg. wieder vorzulegen", so ist nach Fertigung der Reinschrift das Entwurfs-Schreiben mit allen Vorgängen dem Dezernenten durch die Registratur wieder vorzulegen.

7. Der Reproduktions-Kalender dient zur Kontrolle des pünktlichen Eingangs aller auf die erlassenen Verfügungen und Schreiben zu erwartenden Berichte und Antwort-Schreiben. Es

Schema II.: **Reproduktions-Kalender.**

Monat

No. des Stücks	Datum der Verfügung	Wer die Anzeige machen soll	Kurzer Inhalt	Akten-Zeichen				Ist eingegangen	No. unter der die Reproduktion erfolgt ist	Bemerkungen
				Abth.	Sektion	Titel	No.			

sind daher alle in der Registratur eingehenden Konzepte von dem Journalisten an den, den Reproduktions-Kalender führenden Beamten abzugeben, welcher die angegebenen Termine, bis zu welchen die Antwort zu erwarten, bezw. anzuregen oder einzufordern ist, in den Reproduktions-Kalender einträgt, auch dass dies geschehen, auf dem betr. Schriftstück durch Angabe der notirten Frist (z. B. 3/5. 83.) in Tinte vermerkt. Fehlt auf einem Schriftstück der Termins-Vermerk, obwohl der Inhalt es erforderlich macht, die Angelegenheit im Auge zu behalten, so ist der Termin als auf 14 Tage bestimmt anzunehmen. Erscheint die Notirung einer kürzeren Frist geboten, so ist kurzer Hand die Bestimmung einzuholen. Ist die Frist nach Stunden berechnet, so ist sie von der Präsentation bei der empfangenden Dienststelle bis zum Abgang bei der letzteren zu berechnen. Wird die Frist nach Tagen, Wochen oder Monaten bestimmt, so sind für Hin- und Rücksendung 2 Tage zu berechnen.

Bei der Rückkunft der Frist-Sachen müssen die Termine sowohl im Reproduktions-Kalender als auch in den Akten auf dem bezüglichen Schriftstück, unter Angabe der Journal-No., welche die eingegangene Sache erhalten hat, sofort gelöscht werden, voraus gesetzt, dass der Termin durch den Eingang seine Erledigung gefunden hat.

8. Termins-Kalender für periodische Termine. In diesem werden nur diejenigen Termine notirt, welche sich in ein für alle Mal bestimmten Zeiträumen wiederholen. Zum Beginn eines jeden neuen Monats sind die in demselben fällig werdenden Termine in den Reproduktions-Kalender zu übertragen, in welchem ihre Erledigung kontrollirt wird.

9. Registratur-Vorlagen und Exzitatorien. Der Reproduktions-Kalender muss von dem betr. Beamten an jedem Tage eingesehen werden und es ist der Beamte dafür verantwortlich, dass an den nicht erledigten Terminen sofort Vorlagen gemacht, bezw. Exzitatorien ausgefertigt werden. Sobals dies geschehen ist, wird der abgelaufene Termin sofort im Reproduktions-Kalender und in den Akten auf dem betr. Stücke, unter Angabe der Journal-No., welche die Vorlage erhalten hat, gelöscht. Sofern die Reproduktion sich auf die Wiedervorlage eines Aktenstücks bezieht, erfolgt diese als Registratur-Vorlage unter Benutzung eines vorgeschriebenen Schemas.

Wenn Antworten oder Berichte zu den vorgemerkten Terminen nicht eingehen sind von der Registratur Erxzitatorien-Schemata auszufertigen und zur Vollziehung, mit den Vorgängen, vorzulegen. Nach derselben sind die Exzitatorien mit der mit dem Vermerke des Journalisten „nicht eingegangen" versehenen Akten-Notiz zur Kanzlei zu befördern, welche die sofortige Absendung zu besorgen hat. Fehlt jener Vermerk, so hat die Kanzlei das Exzitatorium nochmals dem Journalisten vorzulegen, behuf Feststellung, ob die Erledigung inzwischen erfolgt ist und dieser hat das Ergebniss auf der Akten-Notiz zu vermerken. Die Registratur hat im übrigen dafür zu sorgen, dass wenn eine Sache eingeht, wegen welcher ein Exzitatorium bereits in den Geschäftsgang gekommen ist, dieses sofort zurück gezogen wird.

In der Regel ist jedes Erinnerungs-Schreiben mit ders. No. zu verse en, welche die ursprüngl. Verfügung trägt. Fehlt es im Journal an Raum, so kann ausnahmw. das Erinnerungs-Schreiben eine neue No. erhalten. Registratur-Vorlagen sind wie neue Sachen in das Journal einzutragen.

10. Einverleibung der Vorlagen in die Akten. Erledigte Sachen werden von den Registratur-Vorstehern bezüglich ihrer vollständigen Erledigung, der richtigen Akten-Bezeichnung und der richtig vorhandenen Anlagen einer Schluss-Revision unterzogen, um demnächst in das betr. Aktenstück eingeheftet zu werden. Aus Schriftstücken, welche verschiedenartige Gegenstände behandeln, müssen Auszüge gefertigt und diese zu den betr. Akten gebracht oder neue Akten damit angelegt werden. Sind verschiedene Gegenstände in einem Schriftstück so verwoben, dass ein Auszug nicht genügen würde, so muss eine vollständige Abschrift gefertigt werden. Die Anfertigung dieser Auszüge hat die Kanzlei zu besorgen und ist am Kopfe derselben zu vermerken, bei welchen Akten sich das Original befindet, sowie auf diesem selbst anzugeben, zu welchen Akten ein Auszug oder eine Abschrift gebracht wurde.

11. Anlage der Akten. Die Akten zerfallen in General-Akten und Spezial-Akten. Die General-Akten umfassen Gesetze, Verordnungen, Anweisungen und Verfügungen, welche von allgemeiner Bedeutung sind. Sie müssen für die einzelnen Dienstzweige und Geschäftskreise getrennt angelegt werden, sind mit Aktendeckeln besonderer Farbe und der Aufschrift „*Acta generalia*" zu versehen. — Spezial-Akten enthalten nur Schriftstücke für die einzelnen Fälle des entsprechenden Dienstzweiges od. Geschäftskreises. Besondere Aktenstücke sind z. B. anzulegen: a. für jeden Bau nach Ertheilung der Genehmigung; b. für jeden Vertrag grösseren Um-

fangs. (In dies Aktenstück sind alle Kassen-Verfügungen über Kautionen, Abschlags-Zahlungen, Schlussrechnungen u. s. w., sowie der auf Abwickelung des Vertrags bezügl. Schriftwechsel zu bringen] c. für jeden Beamten, der von d. Verwaltung ressortirt u. dessen Personalien bei derselben bearbeitet werden. Spezial-Akten sind durch die Aufschrift *„Acta specialia“* zu kennzeichnen.

Jedes Aktenstück ist mit einer den Inhalt bezeichnenden Aufschrift zu versehen. Es muss ein für sich geschlossenes Ganzes bilden und die auf den durch die Ueberschrift bezeichneten Gegenstand bezüglichen Verhandlungen vollständig, aber auch nichts enthalten, was nicht unter die Ueberschrift des Aktenstücks gehört. Die zu derselben Akte gehörigen Schriftstücke sind thunlichst nach der Zeitfolge und der natürlichen Folge der Journ.-No. zu heften, dergestalt, dass zunächst die eingegangene Sache mit ihren Anlagen kommt, demnächst die dazu gehörigen Schreiben, Verfügungen und Berichte folgen.

Die Aktenstücke dürfen nicht zu voluminös werden; es sind bei dem Anwachsen über ca. 300 Seiten neue Aktenstücke anzulegen, welche als Fortsetzungen bezeichnet werden (z. B. Vol. II; cfr. Vol. I).

Häufig gebrauchte Verträge u. s. w. sind unmittelbar unter dem Aktendeckel einzuheften und erforderlichen Falls in das neue Volumen zu übernehmen.

Jedes Aktenstück erhält unter der Aufschrift die Angabe der Zeit von der Anlage bis zum Schluss. Bei Akten, welche mit einander in Verbindung stehen, wird durch Notirung der Aktenzeichen gegenseitig hierauf hingewiesen (z. B. cfr. Acta II. 1. A, 7).

An dem Bestande der Aktenstücke darf ohne besondere Verfügung keine Aenderung vorgenommen werden. Werden auf Grund einer solchen einer Akte Schriftstücke entnommen, so ist über den Verbleib ein Vermerk an betr. Stelle einzuheften, an dessen Stelle das Schriftstück sofort wieder bei Rückkunft einzuheften ist. Die einzelnen Blätter jedes Aktenstücks werden mit fortlaufenden in Rothstift geschriebenen Nummern versehen.

In das Nummer-Verzeichniss *(rotulus)* am Eingange des Aktenstücks werden die Journ.-No. der neuen Sachen gleich nach der Journalisirung (vergl. ad 3) eingetragen, und nach dem Einheften der erledigten Sache so durchstrichen, dass die Zahl lesbar bleibt. Neben der durchstrichenen Nummer ist die betr. Seiten-Nummer des eingehefteten Stücks zu vermerken. Lässt sich die Eintragung der neuen Sache in den *rotulus* wegen Verausgabung des betr. Aktenstücks nicht sofort bewirken, so sind Nr. und Aktenzeichen in einer Kladde vorläufig zu vermerken u. nach Rückkehr des Aktenstücks einzutragen, in der Kladde hiernach zu streichen.

In der Spalte „Bemerkungen“ des *rotulus* sind wichtige Schriftstücke, wie Verträge und Dokumente bei der betr. No. zu vermerken.

Schema III.: **Akten-Repertorium.**

Sektion Abtheilung Titel

Aktenzeichen				Akten-Benennung	Früheres Aktenzeichen			Zahl der Volumina	Vernichtet wurden Vol.	Bemerkungen
Abth.	Sektion	Titel	No.		Abth.	Sektion	Titel			

Aus dem nach Schema III zu fertigenden Akten-Repertorium muss stets ersichtlich sein, wie viel und welche Aktenstücke sich in der Registratur befinden.

12. **Aufbewahrung der Akten.** Die Akten werden in den Fächern der Repositorien nach Anleitung des Repertoriums unter gebracht. Die einzelnen Fächer sind an der oberen Kante mit Etiketts zu versehen, auf welchen die in den Fächern liegenden Akten vermerkt sind. Das neueste Volumen ist immer nach oben zu legen. Geheime Akten und Personal-Akten sind von dem Registratur-Vorsteher unter Verschluss zu halten. Die für die laufenden Geschäfte entbehrlichen Akten sind aus der kurrenten Registratur zu entfernen (zu reponiren) und in der „reponirten Registratur“ unter zu bringen. Sie sind daselbst ordnungsmässig aufzubewahren und in einem besonderen Repertorium der reponirten Akten zu verzeichnen.

13. **Verausgabung der Akten.** Zur Kontrolle der Akten-Bewegung ist das Akten-Ausgabe-Journal zu führen. Aus der Registratur entnommene Akten sind nach dem Gebrauch sofort zurück zu geben. Direkter Austausch der Akten unter den einzelnen Beamten ist nur in dringenden Fällen zulässig u. unter Beifügung einer Quittung zu derjen. Sache, der das Aktenstück entnommen wurde, damit auf Grund derselb. die Registratur das Ausgabe-Journal berichtigen kann.

Schema IV.: **Akten-Ausgabe-Journal.**

Lfde. No.	Bezeichn. d. ausgegebenen Akten						Empfänger der Akten	Ausgabe erfolgte		Tag d. Rückgabe	Bemerk.
		Abth.	Sektion	Titel	No.	Vol.		am Datum	mit Journ.-No.		

Ohne Wissen der Registratur dürfen Akten von dem Beamten nicht von ihrem Aufbewahrungs-Orte entnommen werden. Geschieht dies in dringlichen Fällen dennoch, so ist eine Quittung über die Entnahme zurück zu lassen.

14. **Rest-Extrakte.** Zur Kontrolle des Geschäftsganges durch den Verwaltungs-Chef legt die Registratur diesem zu bestimmten period. Terminen Rest-Extrakte über die noch nicht erledigten Sachen vor. Sie werden nach Unterzeichnung durch den Verwalt.-Chef wie neue Sachen, journalisirt und br. m. den betr. Beamten zugestellt. Ist nach Ablauf der gestellten Frist ein Rest-Extrakt noch nicht erledigt, so ist eine 2. Vorlage Seitens der Registratur zu machen.

15. **Behandlung der Zeichnungen.** Sofern nicht anders bestimmt wird, haben die Zeichnungen die Bewegung der zugehörigen Schriftstücke stets mit zu machen, was übrigens im Journal zu vermerken ist, so dass aus demselben der Verbleib der Zeichnungen stets er-

sichtlich ist. Sobald eine Vorlage „aktenreif" geworden ist, sind die zugehörigen Zeichnungen, sofern es fest steht, dass dieselben nicht anderweit gebraucht werden, an die Plankammer abzugeben, welche einen bezügl. Vermerk auf das Schriftstück zu setzen hat. In zweifelhaften Fällen ist Bestimmung einzuholen.

d. Behandlung der Zeichnungen u. Berechnungen.

Alle Zeichnungen müssen von dem Verfertiger und dem vorgesetzten Beamten, unter dessen Leitung die Bearbeitung stattfand, unterzeichnet werden unter Angabe von Datum und Amtscharakter. Wenn an einer Zeichnung nach einander mehrere Beamte gearbeitet haben, sind dieselben anzugeben. Vor der Ingebrauchnahme müssen die Zeichnungen im Zentral-Büreau dem Baudirigenten, bei der Spezial-Bauleitung dem Bauleitenden zur Genehmigung und Unterschrift vorgelegt werden. Alle unteren Dienststellen, sowie die Untern. sind berechtigt, Zeichnungen ohne die ordnungsmässigen Unterschriften zurück zu weisen.

Ohne Auftrag des Baudirigenten darf keine Original-Zeichnung aus dem Zentral-Büreau, ohne solche des Bauleitenden keine aus dem Spezial-Büreau heraus gehen. Eine Ausnahme machen die Umdruck-Zeichnungen, welche gewöhnlich ohne weiteres nach dem Bedürfnisse des Dienstes ausgegeben werden dürfen.

Aenderungen an Zeichnungen sollen wo möglich in unterscheidender Farbe gemacht werden, falls die Zeichnung bereits die sämmtlichen Unterschriften trägt, um den Umfang der Aenderung unterscheiden zu können. Der Beamte, welcher die Aenderungen ausführt, hat solches auf der Zeichnung mit Angabe des Namens und Datums zu vermerken (z. B. Aenderungen in roth durch N. N. 3/7. 83). Die Ausgabe der geänderten Zeichnungen darf nur auf Verfügung des Baudirigenten, bezw. des Bauleitenden erfolgen. Eigenmächtige Aenderungen oder abweichende Ausführungen von den übergebenen Zeichnungen sind weder den Beamten noch den Unternehmern gestattet; sofern solche wünschenswerth erscheinen, ist betr. Orts die Genehmigung zu beantragen.

Auf Zeichnungs-Kopien sind die Verfertiger der Originale und der Kopie, letztere durch eigenhändige Unterschrift, nebst dem bezügl. Datum etc. anzugeben.

Alle Maasse der Original-Zeichnungen und alle Berechnungen, sofern es sich nicht um unwichtige Sachen handelt, oder solche, bei denen bei einiger Aufmerksamkeit Fehler nicht möglich sind, müssen wo möglich von einem 2. Beamten revidirt, bezw. nachgerechnet werden. Gewisse Berechnungen gehen zu diesem Zwecke in die Kalkulatur; die übrigen werden in den Büreaus auf Anordnung des Vorstehers revidirt. Alle Berechnungen müssen daher in revisionsfähiger Form aufgestellt sein. Alle nachgerechneten Zahlen werden unterhakt, bei den nicht revidirbaren Zahlen unterbleibt die Markirung. Die Verantwortlichkeit für die Richtigkeit der unterhakten Zahlen bezügl. ihrer Entstehungweise hat der revid. Beamte. Die Berechnungen sind von beiden Theilen zu unterzeichnen.

Uebrigens wird auch die kalkulatorische Prüfung vielfach übertrieben oder unrationell behandelt. Für Berechnungen, welche ihrem ganzen Wesen nach nur überschlägige Vor-Ermittelungen sein können, wie z. B. alle Kostenanschläge, genügt fast immer eine generelle Prüfung.

e. Persönlicher Verkehr auf der Baustelle.

Die unter a. (S. 172) gegebenen allgemeinen Vorschriften müssen auch für den persönlichen Verkehr auf der Baustelle um so mehr hervor gehoben werden, als man in dieser Beziehung hier oft den gröbsten Verstössen begegnet. Fest zu halten ist, dass nur derjenige Beamte direkte Anordnungen auf der Baustelle treffen darf, welchem die spezielle Aufsicht obliegt, im allgemeinen also die Bauführer und Aufseher, deren Obliegenheiten speziell zu begrenzen sind. Denselben sind die Polire der Unternehmer als unterstellt zu betrachten. Erstere haben sich mit Anordnungen nur an die Polire, nicht an die Arbeiter selbst zu wenden. Jenen dürfen aber keine Aufträge, die über die vertragsm. Verpflichtungen der Unternehmer hinaus gehen, ertheilt werden; solche sind von dem Bauleitenden direkt an den Unternehmer zu richten. Aufträge, welche eine Abänderung oder Erweiterung eines bestehenden Vertrages zur Folge haben, dürfen nicht ohne Bewilligung der Instanz ertheilt werden, welche den Vertrag genehmigt hat.

Ueber wichtige mündliche Verhandlungen sind Protokolle aufzunehmen. Hierher gehören namentlich Uebergabe der Baustelle und der Absteckungen; Abnahme und

Aufmessung von Bautheilen, welche in weiterem Verlauf der Bau-Ausführung verdeckt werden; Feststellung des Standes der Arbeiten an den vertragsmässigen Vollendungs-Fristen, gleichgültig ob die Arbeiten fertig sind oder nicht; Uebergabe fertiger Arbeiten etc. An Stelle selbstständiger Protokolle können jedoch auch Notizen in einem „Baujournal" treten, welche die verhandelnden Personen zu unterzeichnen haben.

Aufmessungen, welche für die Abrechnung maassgebend sind, müssen im Beisein des Unternehmers oder eines Beauftragten desselben vorgenommen werden.

3. Reihenfolge und Verlauf der Bauarbeiten.

Vor Beginn der Projektirungs-Arbeiten zu einem Bau sind spezielle Ermittelungen über Boden-Beschaffenheit sowie Bohrversuche anzustellen; dabei müssen diejenigen Stellen des Bauplatzes, auf welche die grössere Belastung fällt (z. B. die Stellen, an welchen die Gebäude-Ecken liegen), besonders genau untersucht werden. Bei Hochbauten braucht sich die Untersuchung gewöhnlich auf nicht mehr als 3 ^{m} Tiefe zu erstrecken. Ist die Tragfähigkeit des Bodens für den beabsichtigten Bau nicht zweifelsfrei, so müssen Belastungs-Proben ausgeführt werden. Hierbei ist, wenn es sich um sehr wechselnde Boden-Beschaffenheit handelt, die Probe-Belastung in einer Art und Weise zu bewirken, die der späteren wirklichen Belastung einigermaassen nahe kommt. (Das Nähere hierzu s. im Abschnitt über Fundirungen; ferner ist zu vergl. Deutsche Bauztg. 1881 S. 403).

Die Projektirungs-Arbeiten selbst sollten zweckmässig in dem, dem Baujahre vorher gehenden Jahre vollendet sein, damit zu Anfang des letzteren die Pläne und Anschläge genehmigt vorliegen, die Detail-Zeichnungen in Angriff genommen, die Arbeiten und Material-Lieferungen rechtzeitig verdungen werden können. Namentlich ist zu beachten, dass Fuhrlöhne je nach der Jahreszeit sehr veränderlich, am höchsten zur Zeit der Ernte und der Feld-Bestellung sind.

Für den Verlauf der Bau-Ausführung ist eine Disposition aufzustellen. Es ist unzweckmässig, die Disposition von vorn herein zu detaillirt zu gestalten; man beginnt besser mit einer General-Disposition, welche allmählich spezialisirt wird. Die General-Disposition kann meistens die Termine der einzelnen Stadien der Rohbau-Ausführung genau angeben. Die Disposition für den Ausbau darf nicht früher gemacht werden, als zu einem Zeitpunkte, wo sich die Frist-Bemessungen für die einzelnen Verträge mit Sicherheit fest stellen lassen. Man disponire über die Fristen aber so, dass man volle Sicherheit hat mindestens schon einige Wochen vor dem in Aussicht genommenen Uebergabe-Termine fertig zu sein. Man hüte sich besonders vor einer zu optimistischen Termins-Bemessung für die einzelnen Arbeiten des Ausbaues schon deshalb, weil ein stark forcirter Betrieb diesen stets gefährlich ist, sorge vielmehr bei beschränkter Bauzeit durch Forcirung des Rohbaues dafür, dass die Frist für den Ausbau möglichst lang wird. Die Frist-Bemessungen in den Verträgen wollen sehr sorgfältig erwogen sein; die Einhaltung muss dann aber auch unbedingt gefordert und durch ausreichende Kontrollen gesichert werden

Sämmtliche Maurer-Materialien, vor allem aber Verblendsteine für Rohbau, sind alsbald zu verdingen, nachdem der Bau beschlossen ist. Hierher gehören auch die Steinmetz-Arbeiten, insbesondere Werkstücke welche mit vermauert werden müssen, ferner Fenster-Vergitterungen, einzumauernde Stütz- und Schliesshaken der Kellerthüren, Anker etc., eiserne Säulen, Unterlags-Platten, Träger, Thürdübel und Deckbohlen oder Zargen, demnächst die Balkenlagen und der Dachverband.

Zur Dach-Eindeckung ist 4 bis 6 Wochen, zur Ausstaakung 2 Wochen Vorausbestellung nöthig. Tischlerarbeiten — besonders Fenster und Thüren — erfordern bei einer Vertheilung, die dem Umfange des Baues und den Leistungen der Meister angemessen ist, 3 bis 5 Monate. Parkett-Fussböden sind 9 Monate, besser 1 Jahr vorher in Auftrag zu geben, wenn der Bedarf nicht von grösseren Lagern bezogen werden kann. Schlosser-Arbeiten sind ebenfalls 3—5 Monate, Glaser-, Töpfer- und Stuckarbeiten im allgemeinen 2—3 Monat vorher zu bestellen.

In der Regel ist es zuerst die Anfertigung der Steinmetz-Arbeiten, der Verblend- und Formsteine, später die der Tischler- und Glaser-Arbeiten, welche die Bau-Ausführung verzögern.

Die Reihenfolge und den zeitlichen Verlauf der einzelnen Arbeiten ersehe man aus der nachfolgenden beispielsweisen Zusammenstellung.

Reihenfolge der Arbeiten beim Bau eines, im Laufe von $1^1/_2$, bezw. $1^3/_4$ Jahr auszuführenden herrschaftl. Wohnhauses.

Angemessene Zeit der Ausführung von	bis	Angabe der Arbeiten	Erforderl. Zeit i. Woch.	Anhalt zur Berechnung der erforderl. Arbeitskraft: 1 Geselle bzw. Gehülfe kann mit den nöthigen Handlangern an 1 Tag ausführen: (Mauerwerk mit Oeffnungs-Abzug)
I. Baujahr:				
1. Februar	25. Febr.	Abstecken des Gebäudes und Nivellem. d. Bauplatzes. Beseitigen hinderlicher Gegenstände (Abbruch).		
		Umzäunung des Bauplatzes.		
		Einrichtung des Bau-Bureaus.		
		do. der Wächterbude.		
		do. des Arbeiter-Abtritts.		
		Beschaffung v. Wasser (Wasserleitung od. Brunnen).		
		Pflasterung provisor. Zufuhrwege. Entwässer.-Anlagen.		
		Anlage d. Kalkgruben, d. Kalklösch- u. Mörtelbank.		
		Anfuhr d. Materials zur Fundirung.		
		Vorsichtsmaassregeln bei nachbarl. Gebäuden; (Absteifen, Unterfahren etc.)		
10. Febr.	1. März	Ausführung d. Erdarbeiten	3	2—2,5 cbm
24. Febr.	15. März	Fundament-Mauerw. u. Ausführung d. Anlag. zum Schutz gegen aufsteigende Feuchtigkeit . . .	3	2—2,5 „
16. März	5. April	Kellermauerwerk , ...	3	1,5—2 „
		Einmauern solcher Fenstergitter, die grössere Widerstandsfähigk. haben sollen.		
		Verblendung d. Plinthen.		
		Aussparen v. Schlitzen u. Löchern f. Gas-, Wasser- u. Klosetanl. u. Dunströhren, sowie theilw. Aussparen d. Auflager im Mauerw. f. d. Treppenstufen. Einmauern d. Dübel u. Bohlen, bezw. Kreuzholz-Zargen. (Wiederholt sich in jedem Geschosse.)		
30. März	5. April	Verlegen d. Balkenlagen f. Portier- oder Kellerwohnungen	1	15 m
6. April	26. April	Anbringung d. Verankerungen.		
		Staakung d. Balkenlage	$^1/_2$	30—35 qm
		Mauerwerk d. Erdgeschosses	3	1,3—1,6 cbm
		Aufstellung eiserner, bezw. Sandstein-Säulen. Versetzen provisor. Prellsteine, Aufbringen u. Verlegen eisern. Träger, Eisenb.-Schienen u. Balkonträger, incl. Herstellung d. nöthigen Rüstungen	3	3—6 m
27. April	3. Mai	Verlegen d. Balkenlage über d. Erdgeschoss . .	1	15 m
1. Mai	17. Mai	Anbringung d. Verankerung.		
		Vermauern d. Balken bis z. Oberkante . . . , .	$^1/_2$	1,3 cbm
„	„	Staakung d. Balkenlage	$^1/_2$	20—30 qm
		Mauerwerk d. I. Geschosses	$2^1/_2$	1,2—1,5 cbm
13. Mai	20. Mai	Verlegen d. Balken über d. I. Geschoss	1	13 m
17. Mai	3. Juni	Anbringung d. Verankerungen.		
		Vermauern d. Balken bis z. Oberkante	$^1/_2$	1,3 cbm
		Staakung d. Balkenlage	$^1/_2$	15—20 qm
		Mauerwerk d. II. Geschosses	$2^1/_2$	1,2—1,5 cbm
3. Juni	17. Juni	Verlegen d. Balken über d. II. Gesch.	1	10—12 m
		Aufstellen d. Dachverbandes	2	„
17. Juni	21. Juni	Anbringung d. Verankerung.		
		Staakung d. Balkenlage	$^1/_2$	15—18 qm
		Ausmauern der Balkenlage	$^1/_2$	1,3 cbm
21. Juni	2. Juli	Mauerwerk d. Dachgeschosses	$1^1/_2$	1,1—1,3 cbm
		Ausführung d. Hauptgesimse		
2. Juli	26. Juli	Dachschalung f. Zinkdach	$1^1/_2$	15 qm
		Lattung für Schieferdach	1	40 „
		Dachdeckung m. Zink u. Herstellung d. Rinnen	$3^1/_2$	2,5—3 qm
		Oberlichte, Dachfenster, Aussteige-Oeffnungen etc.	3	
		Dachdeckung m. Schiefer	$2^1/_2$	7,5—10 „
14. Juli	26. Juli	Versetzen von Werkstein-Stufen zur massiven Treppe	2	6 m Stufe
27. Juli	6. Septbr.	Bedecken d. Staaken m. Strohlehm	2	20—30 qm
		Einziehen der Röhren f. Gas- u. Wasserleitung, sowie für Zentralheizung	6	8—10 m
22. Juli	29. Juli	Anlage u. Befestigung d. provis. Abfallrohre . ,	1	10 m
27. Juli	9. August	Herstellung d. Kellergewölbe	2	5 qm

Angemessene Zeit der Ausführung von	bis	Angabe der Arbeiten	Erforderl. Zeit i. Woch.	Anhalt zur Berechnung der erforderl. Arbeitskraft: 1 Geselle bzw. Gehülfe kann mit den nöthigen Handlangern an 1 Tag ausführen: (Mauerwerk mit Oeffnungs-Abzug)
10. August		Polizeiliche Bau-Abnahme. (S. Bem. 1 am Ende der Tab.)		
3. August	13. August	Ausführung der Schaldecken	1½	30 qm
		Anfertigung d. Rappputzes und der Pflasterarb. im Keller	2½	25 „ / 10 „
14. Septbr.	21. Septbr.	Berüsten der Hof- u. Vorder-Façaden	1	40 „
18. Septbr.	21. Septbr.	Rüstung im Inneren u. theilw. Rohren d. Decken	½	
21. Septbr.	8. Oktbr.	Innerer Putz der Räume, in welchen Kachelöfen aufgestellt werden	2½	20 „
21. Septbr.	12. Oktbr.	Putz d. Vorder-Façade	3	1,7—3,5 qm
		Putz d. Hof-Façaden	2½	8 qm
28. Septbr.	18. Oktbr.	Ausführung d. Stuckarbeiten in d. Räumen in welchen Kachelöfen stehen	3	1—1,2 qm
		Einsetzen d. Fenster	2	1—1½ dpp. F. / 2—3 einf. F.
		Verglasen d. Fenster	1	5 qm
28. Sept.	25. Oktbr.	Stuck-Arbeiten d. Façaden	3	1,5—2 qm
		Gesims-Abdeckungen d. Façaden	3	8 m
		Anbringung v. Thon- u. Zinkguss-Ornamenten	2	
5. Oktbr.	8. Novbr.	Setzen d. Kachelöfen u. Heerde	5	¼—⅓ Of.
8. Oktbr.	20. Oktbr.	Innerer Putz d. übrigen Räume (Treppenflure) etc.	1½	20 qm
15. Oktbr.	1. Novbr.	Innerer Stuck in diesen Räumen	2	1,0—1,2 qm
15. Oktbr.	22. Oktbr.	Einkratzen des Putzes für die Kupferdrähte der elektr. Klingeln, oder Verlegen v. Sprachrohre	1	
15. Oktbr.	30. Oktbr.	Beschütten d. Windelböden mit Lehm etc.	2	40 qm
18. Oktbr.	8. Novbr.	Legen d. Dach-Fussbodens	1½	15 „
		Fertigung d. Verschläge auf d. Boden u. im Keller	2	
25. Oktbr.	1. Novbr.	Anstrich d. Hoffaçaden	1	35 „
8. Novbr.	1. Dezbr.	Legen d. Blindböden	3	15 „
		Einstemmen u. Eingipsen d. Dübel zu d. Fussleisten d. Parkett-Fussb.	2	36 Stück.
		Einsetzen d. Rauchfang- u. Wrasenklappen	1	
		Unter d. Annahme, dass d. Putz namentl. in den Vouten, hinreichend trocken ist:		
25. Novbr.	5. Dezbr.	Schlämmen des Putzes	3	200 qm
II. Baujahr:				
1. Dezbr.	1. Januar	Malen d. gewöhnl. Decken	4	15 „
15. Dezbr.	20. Febr.	Malen d. reicheren Decken. (Da die Farbe derselben in der Regel mit den Tapeten harmonirt sind diese vorher auszuwählen)	8	1,5—3 „
20. Febr.	20. März	Legen d. gespundeten u. d. feineren Fussböden	4	6 qm
8. März	8. April	Aufstellen d. Haupttreppe	4	1—2 Stuf.
15. März	15. April	Einsetzen d. Thüren u. Fensterladen	4	2 Stck.
22. März	22. April	Beschlagen d. Thüren	4	3—4 „
26. März	26. April	Anbringung v. Ausguss-Becken, Wasserhähnen, Klosets, Prellsteinen, Granitschwellen, Aufstellung eiserner Gitter u. Thorwege	4	
		Asphalt- und Marmor-Arbeiten im Innern	1	7—9 qm
		Verlegen d. Dräthe f. elektr. u. andere Klingelzüge, Telephone, Herstellung der Aufzüge (Fahrstühle)	2,5	
		Senkgruben- u. Entwässer.-Anlagen	2	
		Pflasterung d. Hofes, (Anbringung d. Kratzeisen)	2	
		Umwehrungen, (Mauern oder Zäune)	4	
		Garten-Anlagen	3	
		Anbringung d. Spiegel, Gardinen-, Kronen-, u. Wetter-Rouleaux-Haken	1	
1. April	8. Mai	Oelfarben-Anstrich d. Fenster u. Thüren	5	
8. April	15. Mai	Dekoration d. Treppenhauses u. Anstrich d. Wände einzelner Räume	5	
22. April	15. Mai	Einsetzen d. Spiegelscheiben	1½	2,5—3 qm
		Bekleben der Wände mit Makulatur	3	15 qm
1. Mai	1. Juni	Legen der Parkett-Fussböden	4	3,5—5 qm
15. Mai	1. Juli	Ankleben d. Tapeten u. Anbringen von Goldleisten	6	8—10 Stck.
2. Juli	5. Juli	Anbringung v. Beleuchtungs-Gegenständen	½	
1. Juni	15. Juli	Anstrich d. Vorderfaçade (bei regnerischem Frühjahrswetter, etwas später auszuführen)	6	
25. Juni	15. Juli	Streichen der Fussböden	3	60 qm
25. Juni	15. Juli	Abziehen u. Bohnen der Parkett-Fussböden	3	6—10 qm

Bem. 1. Für Berlin gelten die folgenden Vorschriften: Der Rohbau gilt als vollendet, wenn die Eindeckung der Dächer erfolgt ist und die etwa anzulegenden unverbrennlichen Treppen vollendet sind. Indessen kann der Bauherr nach erfolgter Eindeckung der Dächer auch schon vor Vollendung der unverbrennlichen Treppen die Abnahme des Rohbaues erlangen, wenn er sich verpflichtet, die Kosten der späteren besonderen polizeil. Abnahme der Treppen zu zahlen. Mit dem Putzen der inneren und äusseren Wände in neu errichteten Wohngebäuden darf niemals früher begonnen werden, als 6 Wochen nach Abnahme des Rohbaues. Fallen jedoch die auf die Abnahme folgenden 6 Wochen ganz oder theilweise in die Monate Oktober bis März einschl. so verlängert sich die Frist um so viele Tage, als in die gen. Monate fallen, über 6 Wochen hinaus (Polizei-Verordnung für Berlin v. 4. Mai 1865). Ausnahmen sind unter keinen Umständen zu gestatten. (Vergl. Jaeschke, Minister. Reskr. v. 17. Nov. 1865.)

Bem. 2. Der Zusammenstellung auf S. 182, 183 liegt die Bedingung zu Grunde, dass das Haus am 1. August bezogen werden kann.

Sollen die Wohnungen erst zum 1. Oktober bezogen werden, so ist es zweckmässiger, die Legung d. Fussböden u. d. nachfolgenden Arb. $2^1/_2$—3 Monate später als angegeben zu beginnen.

Im übrigen ist in manchen Städten der Beziehbarkeits-Termin neuer Wohnungen von besonderer gesundheits-polizeilicher Erlaubniss abhängig. Die vielleicht am weitesten gehenden Vorschriften hierzu enthält eine für Dresden erlassene Bestimmung v. 1. Januar 1880, welche Folgendes vorschreibt:

„Alle zu Wohnungen bestimmten Räume neuer Gebäude oder neuer Etagen dürfen, wenn sie in der Zeit zwischen 1. Januar und 30. Juni in Mauerung und Verputzung fertig geworden sind, nicht früher als den 1. Oktober desselb. Jahres — wenn ihre Vollendung in der Zeit zwischen 1. Juli u. 30. Septbr. erfolgt, nicht früher als den 1. April des nächst folgenden Jahres — und wenn dieselbe in den Zeitraum zwischen 1. Oktober und 31. Dezbr. fällt, nicht früher als den 1. Juli nächsten Jahres zur Wohnung in Gebrauch genommen werden, wobei noch voraus gesetzt wird, dass die fragl. Räume nach Vollendung der Mauerung und Verputzung 2 Sommermonate hindurch dem Luftzuge ausgesetzt gestanden haben."

Bei Errichtung von gewöhnlichen Miethhäusern kann in grossen Städten die Bauzeit bis auf 12 sogar 9 Monate herab gezogen werden. In kleinen Orten ist jedoch meist auf einen erheblich langsameren Fortschritt des Baues zu rechnen.

Bei staatlichen Bauten gestatten die Formen der Geschäfts-Behandlung selten einen so raschen Bau-Fortgang, als bei Privatbauten. Eine Bauzeit von 1 Jahr lässt sich hier nur bei ganz kleinen Gebäuden einhalten. Bei Gebäuden mittlerer Grösse und von einfacher Ausstattung (grösseren Schulen, einfachen Verwaltungs-Geb.) ist auf eine Bauzeit von mindestens 2 Jahren zu rechnen, wobei bis zum Winter des 1. Baujahrs das Gebäude unter Dach gebracht und mit provisorischem Verschluss der Oeffnungen versehen wird. Mit Beginn des 2. Baujahres wird der Ausbau in Angriff genommen. Konnte der Bau nicht im Frühjahr begonnen werden, so muss oft das Gebäude im 1. Winter des schützenden Daches entbehren u. verlängert sich, je nach klimat. Bedingungen, die Bauzeit um $^1/_4$—$^1/_2$ Jahr.

Für Gebäude mit reicherer oder monumentaler Ausstattung, mit schwierigen Konstruktionen oder überhaupt bei ungewöhnlichem Umfange verlängert sich die Bauzeit ganz erheblich. Zur Orientirung über die bezüglichen Verhältnisse diene die nachstehende Darstellung der Bau-Fortschritte beim Neubau der Berliner technischen Hochschule in Charlottenburg, sowie die weiter folgende Zusammenstellung der Bau-Fortschritte einiger neueren grossen Bau-Ausführungen.

Hauptgebäude der technischen Hochschule in Charlottenburg bei Berlin; rot. 10 800 ^{qm} beb. Raum und 300 000 ^{cbm} umbauter Raum (incl. eines überdeckten Hofes, excl. der offenen Höfe). Baukosten 5 340 000 M. (nach dem Anschlage.) Bauzeit $6^1/_2$ Jahr. (Zentralbl. d. Bauverwltg. 1883.)

Febr. 1877 — Anfang 1878. Projektirungs-Arbeiten.

Juli 1878. Beginn der Bau-Ausführung. Die Bestellung der sehr bedeutenden Materialmengen (7500 ^{cbm} Kalk-Bruchsteine, 20 000 000 Ziegelsteine, 3000 ^{cbm} Sandstein- u. Granit-Werkstücke) wurde sofort eingeleitet. Um namentlich die rechtzeitige Lieferung der bedeutenden Werkstein-Mengen zu sichern, wurde die Bestellung an verschiedene Steinbrüche gegeben, welche vermöge ihrer Ausdehnung Bürgschaft für rechtzeitige Lieferung boten. Ferner wurden im Sommer 1878 die bedeutenden Mengen eiserner Träger (360 000 ^{kg} genietete, 75 000 ^{kg} gewalzte) in Bestellung gegeben und ward die Anordnung der Lüftungs- und Heizungs-Anlagen fest gestellt. Die Verblendung ist gleichzeitig mit der Hintermauerung hoch geführt worden.

1878. Vollendung der Fundamente und eines Theils des Sockels.

1879. „ d. Sockels u. d. Erdgeschosses.

1880. „ d. oberen Geschosses bis incl. Hauptgesims, m. Ausnahme d. Mittelbaues. Aufstellung u. Eindeckung d. Dächer. Gas-, Wasser- u. Heizungs-Anlagen wurden nach Maassgabe der Ausführung des Rohbaues gefördert.

1881. Vollendung des Mittelbaues im Rohbau; Eindeckung desselben; Aufstellung u. Verglasung d. Glasdaches über d. mittleren Hof. Alle Façaden wurden vollendet u. abgerüstet; d. Einwölbungs-Arbeiten, d. Einsetzen u. Verglasen d. Fenster u. d. Putzarbeiten ausgeführt, Gas-, Wasser- und Heiz-Einrichtungen entsprechend gefördert.

1882/83. Herstellung d. Fussböden, Treppen, inneren Thüren, Maler- u. Dekorations-Arb. Vollendung d. Gas-, Wasser- u. Heizungs-Einrichtungen.

1884. Gänzliche Vollendung d. Ausbaues u. d. inneren Einrichtung. Uebergabe im Herbst 1884.

Bauzeit einiger grossen Hochbauten.

Bezeichnung des Baues	Beb. Grundfl. qm	Umb. Raum cbm	Bau-Kosten M.	Bauzeit von	Bauzeit bis	Dauer i. Jahr. vom Beg. bis Sockel	Dauer i. Jahr. v. Sockel b. Vollend. d. Rohbaues	Dauer i. Jahr. Ausbau	Ganze Bauzeit Jahre
Johannis-Kirche in Altona .	1 020	26 000	423 000	IX. 1868	3. IV. 1873	$1\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}$	$4\frac{1}{2}$
Marien-Kirche in Stuttgart	1 250	25 200	900 000	IX. 1871	12. XI. 1879	$6\frac{1}{4}$		$1\frac{3}{4}$	8
Gemälde-Gallerie in Kassel	2 085	31 217	1 131 000	6. VI. 1871	17. XII. 1877	$3\frac{1}{2}$		3	$6\frac{1}{2}$
National-Gallerie in Berlin [1]	2 830	80 000	3 000 000	IV. 1866	22. III. 1876	$1\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	10
Gewerbe-Museum in Berlin	4 900	132 300	2 621 000	23. IV. 1877	21. XI. 1881	$2\frac{2}{3}$		$1\frac{5}{6}$	$4\frac{1}{2}$
Komische Oper in Wien . .	1 760	62 000	1 860 000	II. 1872	17. I. 1873	—	—	—	1
Neue Oper in Frankfurt a. M.	3 850	119 300	4 700 000	X. 1872	20. X. 1880	$5\frac{1}{4}$		$2\frac{3}{4}$	8
Hof-Theater in Dresden . .	5 200	134 000	4 200 000	Anf. 1871	2. II. 1878	5		2	7
Grosse Oper in Wien	8 900	261 000	—	16. XII. 1861	25. V. 1869	$1\frac{1}{4}$	3	$3\frac{1}{4}$	$7\frac{1}{2}$
Neue Oper in Paris	11 240	429 000	25 680 000	VIII. 1861	Ende 1874	$1\frac{1}{2}$	7 [2]	3	$11\frac{1}{2}$ [3]
Rathhaus in Wien	15 400	485 000	4 700 000	23. V. 1872	12. IX. 1883	1	$10\frac{1}{2}$		$11\frac{1}{2}$ [4]
Hauptgebäude d. Anhalter Bahnhofs in Berlin	16 000	—	4 500 000	Herbst 1876	16. VI. 1880	—	—	—	4

Bei Bauten mittleren Umfangs vergiebt man die gesammten Steinlieferungen auf ein Mal, lässt das Material aber allmählich nach dem Fortschritt des Baues, dem verfügbaren Raum der Baustelle und der Leistungsfähigkeit der Ziegelei anfahren. Bei bezüglich ihrer Zuverlässigkeit nicht hinreichend bekannten Ziegeleien ist es immer räthlich, die Ziegel auf der Baustelle überwintern zu lassen, da dann zweifelhaftes Material erkennbar wird und Zeit zum Ersatz bleibt.

Bei grossen Bau-Ausführungen von langer Dauer vergiebt man das Maurer-Material mitunter in einzelnen Posten nach und nach, namentlich wenn ein Sinken der Preise im Verlauf der Bau-Ausführung zu erwarten ist.

4. Einrichtung der Baustelle u. einige Bemerkungen, betr. praktische Seiten der Bau-Ausführung.

Für grosse Baustellen ist die Anfertigung eines Dispositions-Plans geboten, welcher die Zufuhr- und Transportwege, auch etwaige Gleisanlagen, die Entwässerungs-Vorkehrungen, die Materialien-Schuppen, die Material-Lagerplätze, die Lage des Baubüreaus, die vorläufigen Boden-Ablagerungs-Stellen, die Umfriedigung und anderes Zugehörige berücksichtigt. Insbesondere sind dabei die Ausdehnung nicht über das Nothwendige an Raum, die zeitliche Inanspruchnahme einzelner Theile der Baustelle, die sukzessive Hineinziehung derselben in den Rahmen des engeren Bauplatzes, die vorüber gehende Sperrung einzelner Theile der Baustelle für den allgemeineren Verkehr, die leichte Uebersichtlichkeit der Baustelle, die fortwährende Freihaltung der Transportwege und die brauchbare Beschaffenheit derselben auch bei ungünstiger Witterung ins Auge zu fassen. Wichtig ist es endlich, die Disposition so zu treffen, dass beim Beginn der Ausführung der sogen. Umgebungs-Arbeiten die betr. Flächen wieder vollkommen frei gelegt sind. Die gute Disposition einer grossen Baustelle erfordert Erfahrung und sorgfältige Ueberlegung vieler Einzelheiten, insbesondere in Bezug auf die zeitliche Folge der Vorgänge; sie wird im übrigen so sehr von den Besonderheiten des Falles beherrscht, dass für allgemeine Betrachtungen kein Raum bleibt.

Für Aufbewahrung von Zement u. Wasserkalk, Trass werden Bretterschuppen hergerichtet. — Wichtig ist es, noch vor Beginn der eigentlichen

[1]) Vergl. d. Nachrichten über d. Baufortschr. bis 1870: Zeitschr. f. Bauw. 1869 ff. Der umb. Raum ist incl. der Fundamente bis Fundam.-Sohle berechnet. Kastenfundirung bis durchschn. 6,5 m Tiefe unter Terrainhöhe. Während d. Kriegs 1870/71 ist d. Bau zwar nicht unterbrochen, aber verhältnissmässig schwach betrieben worden.

[2]) Bis zur Fertigstellung d. Rohbaues u. d. Dach-Eindeckung waren 1 110 000 Tagewerke d. verschiedenen Arbeiter erforderl. oder durchschn. pro Tag die Leistung von 450 Arbeitern. (Vrgl. *Nuitter. Le nouvel opéra. Paris, Hachette, 1875).*

[3]) Bei Berechnung der Bauzeit ist d. Unterbrechung durch d. Krieg und den Kommune-Aufstand in Abzug gebracht.

[4]) Der feinere Ausbau fehlt zum Theil noch.

Bauarbeiten an bequem gelegenen und leicht kontrollirbaren Stellen einige Abtritte für die Arbeiter anzulegen. Es ist mit grosser Strenge darauf zu halten, dass nicht in versteckt liegenden Theilen des Baues Bedürfniss-Anstalten sich bilden, namentlich nicht nach ausgeführter Beschüttung der Decken-Staakungen, da dann leicht Heerde für Schwammbildung und Infektionen anderer Art entstehen.

Der etwa zur Bau-Anlage gehörige Brunnen muss vor Beginn der Maurer-Arbeiten hergestellt werden; andern Falls dienen für die Wasser-Versorgung während des Baues (wenn nicht eine anderweite Wasserbeschaffung bequem möglich ist), zweckmässig sogen. Abessinier-Brunnen.

Kalkgruben werden auf kleineren Baustellen zweckmässig etwa 3 m lg., 2 m br., 1,5 m tief gemacht. Es müssen mindestens zwei Kalkgruben auf der Baustelle vorhanden sein; nur eine davon ist jeweilig in Benutzung. Die Gruben können event. direkt neben einander, nur durch Ziegelmauer getrennt, liegen. Die Gruben werden am besten von der Bauverwaltung ausgeführt und dem Unternehmer zur Benutzung überwiesen.

Bruchsteine lässt die Bauverwaltung in Tagelohn oder Akkord aufsetzen, um ein dichtes Zusammenpacken zu erreichen.

Ziegelsteine werden gewöhnlich in Haufen von 150 oder 200 Stück aufgesetzt und zwar entweder 12 Schichten à 12 + 6 St. oder:
12 „ à 16 + 8 „

Die Lieferungen der einzelnen Unternehmer sind durch breitere Gänge zu trennen und durch Tafeln mit Namen zu bezeichnen. Abgenommenes Material wird durch Bespritzen mit Kalkwasser kenntlich gemacht, ein Verfahren, welches auch gegen Entwendungen einen gewissen Schutz gewährt. (Vergl. hierzu auch die spez. Beding. f. Lieferung v. Ziegelsteinen S. 123).

Für die Abschnürungen des Unternehmens ist zuvor eine Absteckung der Hauptaxen und Fluchtlinien Seitens der Bauverwaltung zu machen; die Richtungslinien werden durch Kreuzpfähle bezeichnet. Pfähle etwa 8—10 cm stark, 0,4—0,6 m lang, am einzugrabenden Ende mit horizontalem Lattenkreuz aus 0,3 m langen, $^2/_4$ cm starken Latten, ca. 10—20 cm aus dem Terrain hervor ragend eingegraben und sorgfältig festgestampft; die Kopffläche des Kreuzpfahles erhält zur Bezeichnung des durch denselben fixirten Punktes einen kreuzförmigen Einschnitt. Die Haupt-Absteckung muss wenn möglich, insbesondere bei komplizirten und wichtigen Absteckungen, von einem 2. Beamten kontrollirt werden. Für umfangreiche Absteckungen muss ein Absteckungs-Plan gezeichnet werden. (Keller- oder Bankettgrundriss, oder wenn die Blätter zu gross sind, ein ad hoc gezeichneter kleiner Uebersichtsplan mit den erforderl. Maassen und den in roth eingetragenen abzusteckenden Axen.) Dem Unternehmer wird davon eine Kopie ausgehändigt. Zum Anschluss für die Höhen-Messungen müssen ein oder mehrere Fixpunkte gesetzt werden. (Kreuzpfähle wie oben, aber nur einige Centimeter aus dem Terrain hervor ragend, auf dem Kopf mit ganz eingeschlagenem Nagel.) Die Fixpunkte müssen an ein vorhandenes Nivellement angeschlossen oder unter einander durch Nivellement verbunden werden. Die Baugrube bedarf nur einer rohen Absteckung, welche im Anschluss an die Axen-Absteckung leicht ausführbar ist.

Nach Ausheben derselben und vor Anlage der Bankettgruben hat der Unternehmer die Schnurgerüste aus Latten herzustellen. Die Abschnürung muss von dem Baubeamten sorgfältig kontrollirt werden.

Nach Fertigstellung der Bankette und bei Anlage des aufgehenden Mauerwerks ist eine nochmalige sorgfältige Kontrolle vorzunehmen. Sobald das Mauerwerk über Terrain höher geführt wird, sind an den Ecken des Gebäudes Messlatten mit genauer Schichten-Theilung aufzustellen, welche ebenfalls von dem Baubeamten kontrollirt werden müssen. Bei gutem Material rechnet man gewöhnlich 13 Schichten pro steigendes Meter*) (77 mm Schichthöhe); bei nicht sehr akkuratem Material mauert man mit Schichthöhen von 80 mm.

Das Kellermauerwerk darf nicht „gegen Grund" (d. h. unmittelbar anstossend an Erdwände) gemauert werden. Vergitterungen der Kellerfenster werden zweckmässig bei der Aufmauerung eingesetzt. Ist Verblendung der Plinthen oder

*) Bei den Bauten der Berliner Stadteisenbahn ist mit 75 mm Schichthöhe gemauert worden, ein Maass, welches — wenn erreichbar — für die Berechnung bequemer ist, als die übliche Annahme von 13 Schichten pro m.

des Sockel-Geschosses vorgesehen, so muss mit dem Versetzen der Platten stets von den Ecken aus begonnen werden. — Profilirungen von Werksteinen werden durch Bretterschalung oder in Lehm gelegte Backsteine oder Lehmschlag vor Beschädigungen geschützt. Zur Sicherheit gegen Eindringen von Kalk werden Werksteinflächen mit einer wässerigen Auflösung von Lehm überzogen. Steinerne oder eiserne Treppen sind durch Belegen mit Brettern gegen Beschädigungen zu sichern. — Anker sind so einzulegen, dass sie nicht über Fenster-Oeffnungen treffen. Die Stösse der Mauerlatten für die Balkenlagen sollen über den Fensterpfeilern liegen. — Fensterbänke in Haustein und dergleichen werden anfangs nur an beiden Enden untermauert und erst nach erfolgtem Setzen des Baues unterlegt.

Es ist das Bestreben bei jeder Bau-Ausführung, den Bau so schnell wie möglich unter Dach zu bringen. Wenn man vor Eintritt des Winters die Eindeckung nicht vollenden kann, muss eine provisorische Eindeckung vorgenommen werden. Dabei ist besonders auf gute Ableitung des Regenwassers von der Mauergleiche zu achten und sind jedenfalls provisorische Abfallrohre anzubringen, da wenn diese fehlen, leicht schwere Schäden am Bau durch Eindringen von Feuchtigkeit ins Mauerwerk entstehen können. Im übrigen ist erst nach Aufstellen des Dachverbandes, Befestigen der Schraubenbolzen, Hängeeisen, Zugeisen u. s. w., das Aufmauern der Giebel und Schornsteine vorzunehmen, worauf die Klempner-Arbeiten und das Eindecken der Dachflächen folgen.

Die Ausführung der Kellergewölbe und der sonstigen Decken-Einwölbungen erfolgt am besten nach Eindeckung des Daches. Oeffnungen im Dache oder auch seitliche, durch welche Regen auf die Gewölbe fallen kann, sind Abends sorgfältig zu schliessen, um Wasser-Ansammlungen in den Zwickeln vorzubeugen, die bei frisch gemauerten Wölbungen leicht den Einsturz bewirken können. Die Ausführung der Wölbungen erst nach ausgeführter Dach-Eindeckung hat ferner die Vortheile, dass die Widerlager dann besser erhärtet sind und dass die Gefahr von Beschädigungen durch herab fallende Stücke wesentlich gemindert ist. Bei Tonnen- und Kreuzgewölben mauert man die Widerlager vor, bei den flachen Kappen werden die Gurtbogen von vorn herein ausgeführt; da, wo sich die Kappen-Anfänge anschliessen, wird das Mauerwerk so zurück gesetzt, dass man die erste Steinschicht der Kappen hier einsetzen kann.

Der Deckenputz ist immer früher als der Wandputz auszuführen. — Die Gas-, Wasser- und Entwässerungs-Leitungen sind, sofern sie verdeckt angebracht werden, vor Beginn der Putzarbeiten in den bezüglichen Räumen herzustellen. — Die Klosetbecken lasse man nicht eher aufstellen, als bis die Kloset-Räume von den übrigen Handwerkern fertig gestellt sind und halte die Räume sorgfältig unter Verschluss, um eine Benutzung und Beschmutzung der Klosets zu verhindern.

Es ist strenge zu verhüten, dass einzelne Räume von Handwerkern eigenmächtig mit Beschlag gelegt werden, um darin Handwerkzeug, Kleider etc. aufzubewahren. Nach Bedarf sind einzelnen Handwerkern, (wie Malern) verschliessbare Räume im Keller zur Aufbewahrung ihrer Geräthschaften zu überweisen. Räume, in welchen nicht gearbeitet wird, müssen unter Verschluss gehalten werden.

Das Legen der Fussböden muss bei trockenem Wetter und auf ganz ausgetrockneter Unterlage ausgeführt werden. Feinere Fussböden werden durch Belegen mit Pappe, Schwellen und bessere Treppen durch Schutzbretter vor Beschädigung gesichert.

Luxus-Drücker und Oliven der Thür- und Fenster-Beschläge werden nach dem Anschlagen eingebunden.

Bei Ausführung der Tapezier-Arbeiten sind die Fenster geschlossen zu halten; ebenso beim Streichen der Fussböden und Legen der Parkett-Fussböden. Der Tapezierer muss unter seinem Tisch eine Decke etc. legen, auf welche alle Abfälle zu werfen sind. — Es ist besonders darauf zu achten, dass die Maler nicht die Wasserkasten der Fenster zum Anmachen der Farben benutzen und Pinsel im Keller an den Wänden und Thüren ausstreichen.

Fensterglas darf nicht in Kisten aus stark harzigem Holz, auch nicht in Räumen aufbewahrt werden, welche feucht sind, da in beiden Fällen Erblindung stattfindet.

Hinsichtlich mancher sonstigen bei der Bau-Ausführung zu beachtenden Rücksichten praktischer Natur vergl. die „Speziellen Bedingungen" S. 115 ff., welche viel Bezügliches enthalten.

5. Geschäftsführung auf der Baustelle.

a. Bau-Journalführung.

Jede Bau-Ausführung erfordert eine dem Umfange derselben entsprechende Journalführung. Auf einfachen kleineren Bauten, deren spezielle Leitung durch einen Bauführer (Bau-Praktikanten etc.) bewirkt wird, kann diese auf die Führung eines Tagebuchs reduzirt werden, in welches fortlaufend unter Beifügung des Datums Eintragungen gemacht werden über: Zahl der Arbeiter in Akkord und Tagelohn und Beschäftigung derselben; Uebergabe der Arbeitsstellen; Ueberweisung der Werkzeichnungen; Beginn und Abschluss einzelner Arbeiten; Stand der Arbeiten zu einzelnen Zeitpunkten und an den vertragsmässigen Vollendungs-Terminen; Materiallieferung; Verbrauch der Materialien; Ein- und Ausgang der Korrespondenz; Abnahme von Arbeiten etc. Das Tagebuch muss als Aktenstück gelten können, aus welchem event. Beweis-Material zu entnehmen ist; wichtige Eintragungen müssen daher von den Unternehmern mit unterzeichnet werden.

Eine zweckmässige Anordnung giebt das nachstehend reproduzirte im „Taschenbuch der Schweizer Baupreise" (Zürich, Schmidt) empfohlene Schema I.

Schema I.

Tagebuch.

No.

Neubau .

Täglicher Rapport

. den 18 . . .

Witterung . Temperatur

Arbeitszeit .

Zahl		Arbeitstage	Tagelohn-Arbeiten auf Rechnung des Bauherrn Tage		M.	M.
	Erdarbeiter					
	Maurer					
	Maurer-Handlanger . . .					
	Steinmetzen					
	Zimmerleute			Verwendetes Material:		
	Schlosser					
	Spengler					
	Schreiner					
	Maler					
	Glaser					
	Gipser					
	Hafner			Summa . . .		
	Dachdecker		Tagesleistungen:			
	Tapezierer					
	Total . . .					

Angekommene Baumaterialien:

Bemerkungen:

Polier: Bauführer:

Gleichlautender Stamm. Perforirung

Das Tagebuch ist so eingerichtet, dass die Eintragung doppelt geschieht; das Duplikat wird abgerissen und geht als täglicher Rapport an den die Oberleitung führenden Techniker; das Hauptexemplar verbleibt gesammelt auf der Baustelle.

Die Mit-Unterzeichnung durch den Polier des Unternehmers, sowie die ganze Anordnung des Formulars setzt voraus, dass der Bau in General-Entreprise ausgeführt wird. In anderen Fällen muss das Formular so umgestaltet werden, dass sich Platz für die bei besonderen Gelegenheiten einzuholenden Unterschriften der Untern. findet, was leicht durchführbar ist, wenn die Eintragungen nummerirt sind und die angezogenen Nummern unten anerkannt werden. Auch auf grossen Baustellen ist eine ähnl. Rapportführung für die einzelnen Aufsichts-Beamten anwendbar.

Man kann das Tagebuch zugleich als Termin-Kalender benutzen, wenn dasselbe für die ganze Bauzeit zum voraus eingerichtet wird und dann für die einzelnen Tage die vertragsmässigen Leistungs-Termine oder sonst vorher fest zu setzende Vorgänge an betr. Stelle notirt werden. Andern Falls ist ein besonderer Termin-Kalender zu führen.

Auf grösseren Baustellen ist die Führung *mehrerer* Journale erforderlich und zwar: des *Baujournals*, des *Korrespondenz-Journals*, des *Termin-Kalenders*, der *Materialien-Verzeichnisse* und der *Inventarien-Verzeichnisse*. Hierzu treten öfter: ein *Verbrauchs-Register* über *Büreau-Bedürfnisse*, ein *Bestellzettel-Buch*, ein *Register der erhobenen und abgelieferten Beträge für Bedingnisshefte*, *Ramm-Register* und *Tagelohns-Bücher*.

Das **Baujournal** enthält etwa die Angaben des vorbesprocheuen Tagebuchs, mit Ausnahme der auf die Korrespondenz bezüglichen. Im *bayerischen* Bauwesen ist eine spezielle Form des Baujournals eingeführt, die dem Zwecke entspricht, das Baujournal zu einem beweisenden Aktenstück über alle wichtigeren Vorgänge auf der Baustelle zu machen Insbesondere sind darin in regelmässigen Intervallen authentische Vermerke über den Stand der Lieferungen und Arbeiten im Vergleich zu den Stipulationen der laufenden Kontrakte nieder zu schreiben, die sowohl von dem Baubeamten als den Unternehmern unterzeichnet werden. Ein in dieser Form *sorgfältig* geführtes Baujournal kann bei dem Abrechnungswesen und den Abwickelungen der Kontrakte vorzügliche Dienste leisten.

Zur Benutzung als **Korrespondenz-Journal** kann das Registratur-Journal nach dem Schema I. S. 177 nach einigen Reduktionen dienen. Ob und wie weit man sich in der Registratur-Führung den Formen nähert, welche in der Registratur-Anweisung S. 176 ff. gegeben sind, hängt von dem Geschäfts-Umfang ab. Jedenfalls muss aber nach *höchster Einfachheit* der Geschäftsformen gestrebt werden; der Gebrauch der Kopirpresse ist ganz besonders zu empfehlen. Häufig gebraucht man für das Korrespondenz-Journal auf Baustellen das nachstehend mitgetheilte Schema II.

Schema II. **Korrespondenz-Journal** (über 2 Folio-Seiten gehend).

Jrn.-No.	Eingang				Jrn.-No.	Ausgang			
	Datum der Zuschrift	Datum des Eingangs	Einsender	Kurze Inhalts-Angabe		Datum des Schreibens	Datum des Abgangs	Empfänger	Kurze Inhalts-Angabe

Inventarien-Verzeichnisse sind über den Bestand der für den Bau beschafften Mobilien und Geräthschaften zu führen. Es sind getrennte Inventarien anzulegen für: *Büreau-Inventar*, *Bau-Inventar* und *Bau-Einrichtungs-Inventar*. In das *Büreau-Inventar* sind alle zur Büreau-Ausstattung dienenden Gegenstände einzutragen, mit Ausnahme derjenigen, welche dem regelmässigen Verbrauch unterliegen; wie Schreib- und Zeichenmaterial u. dergl. Zum *Bau-Inventar* gehören die für die Ausführung angeschafften Geräthe, Maschinen u. dergl., zum *Bau-Einrichtungs-Inventar* die für die innere Einrichtung des Baues beschafften Mobilien etc. Bei kleinen Bau-Ausführungen können die beiden ersteren Inventarien oder auch alle drei in eins zusammen gefasst werden.

Der Bestand der Inventarien muss aus dem Verzeichniss stets ersichtlich sein. Ab- und Zugänge sind zu belegen, erstere durch die Angabe der betr. Rechnungen, letztere durch Quittung des Empfängers. Für Verluste durch Abnutzung oder besondere Ereignisse muss eine in vorgeschriebener Form zu gebende Bescheinigung des verantwortlichen Beamten beigebracht werden.

Emballagen, Kisten u. dergl., deren Rücksendung sich nicht verlohnt, müssen, falls sie nicht als Heizmaterial verbraucht werden, ebenfalls inventarisirt werden und ist ihr weiterer Verbleib nachzuweisen.

Schema III. **Inventarien-Verzeichniss.**

Inv. I.	Bureau-Inventar.						
Lfd. No.	No. der Rechnung	Datum der Anschaffung	Anzahl	Gegenstand	Abgang	Rückgang	Bestand am Schlusse der Bau-Ausführung

Das beigefügte Schema III eines Inventarien-Verzeichnisses ist hiernach verständlich. Die drei letzten Rubriken desselben können event. in eine Rubrik „Bemerkungen“ zusammen gezogen werden.

Schema V.

Ramm-Register.

Datum	Laufende No.	No. des Pfahles	Stärke	Der Pfahl hat gezogen in Hitze (à 15 Schläge)												Ueber Terrain stehen gebl.	Gesammtlänge des Pfahles	Anzahl der Schläge in der letzten Hitze	Beim letzten Schlage in der letzten Hitze		Bemerkungen
			cm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	m			Hubhöhe des Bären	zog der Pfahl	
15. V. 81.	1	148	28	4,25	3,03	2,39	1,27	1,52	0,20							0,34	12,00	15	9,50	0,012	Bärgewicht 20 Z. schw.

Schema Va.

Ramm-Register.

Lfd. No.	Dat.	Pfähle				Gewicht der Schuhe	Rammbär		Mannschaft		Zahl der Hitzen à Schläge	Abschnitt vom Pfahl	Rest des Pfahles			Zahl d. Hitzen (à ... Schläge) und Eindringen d. Pfahles								Bemerkung. (z. B. auch über Stillstand der Ramme etc.)
		No. des Pfahls	Holzgattung	Länge vor dem Einrammen	Stärke über Spitze		Gewicht	Mittl. Fallhöhe	am Zug	an der Lade			unter Rostschwelle	im Grund	ausser Grund	Hitzen Vorrücken 1	2	3	4	5	6	7	etc.	
				m	m		kg	cm				m	m	m	m	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm		

Das Materialien-Verzeichniss muss jederzeit nachweisen: welche Materialmengen angeliefert sind, den Zeitpunkt der Abnahme, den Lieferanten, den Abgang und die Verwendung und, durch Abschluss, die zeitigen Restmengen. Die Eintragung der Zugänge erfolgt erst bei der Abnahme, die der Abgänge, wenn das Material den bezüglichen Unternehmern zur Verwendung überwiesen wird. Die Materialien werden nur zur Verwendung für ein bestimmtes Bau-Objekt, welches sein eigenes Konto hat, überwiesen und für dasselbe notirt. Geht ein Theil davon zu einem anderen Bau-Objekt über, so muss dies Quantum zuerst unter Abgang, dann unter Eingang aufgeführt werden. Verdorbene und entwendete Materialien sind unter Abgang besonders zu vermerken. Auf der Baustelle gewonnenes Material ist in Zugang zu bringen. In bestimmten Zeiträumen, etwa $^1/_4$ jährlich, ist zur Kontrolle eine **Inventur** aufzunehmen, wobei die wirkl. Verwendung nachzurechnen u. das auf Bau- und Lagerstellen vorhandene Material nachzuzählen ist.

Ein passendes Schema ist sub IV gegeben. Für verschiedene Materialien (Hintermauer.Ziegel, Verblendsteine, Klinker, Kalk, Zement, Sand etc). sind bes. Verzeichnisse oder Buch-Seiten zu benutzen. Auch führt man über Abgang u. Zugang getrennte Bücher u. giebt in beiden jeder Seite, so viel Rubriken als Material.-Gattungen vorhanden sind.

Schema IV.

Materialien-Verzeichniss.

I. Hintermauerungs-Steine.

Zugang					Abgang				Bemerkungen (bez. Anerkenntniss der Ueberweisung)
No. d. Invent.	Lieferant	Datum der Abnahme	Lagerstelle	Quantum	No. d. Invent.	Datum der Ueberweis.	Verwendung	Quantum	
1	Zieg. Siegersdorf	$^3/_4$ 83	Ia	50 000	1	$^3/_4$ 83	Verwaltungsgeb.	30 000	
2	Verwaltungsgeb.	$^{20}/_5$ 83	Bau	10 000	1	$^3/_4$ 83	Maschinenhaus	20 000	
					2	$^{20}/_5$ 83	Umwährung I	10 000	

Ramm-Register müssen immer geführt werden, auch wenn das Rammen durch Untern. in Akkord geschieht. Unter Schema V u. Va sind 2 verschiedene Formulare gegeben, von welchen das letztere etwas weiter gehenden Zwecken entspricht.

Tagelohns-Listen; Schema VI. Bei Ausführung von Tagelohns-Arbeiten durch direkt von der Bauverwaltung gelohnte Arbeiter hat der Aufseher ein Notizbuch zu führen, etwa nach folgender Einrichtung:

Schema: VI. **Tagelohns-Liste.**

vom ten bis

Laufende No.	Namen.	Freitag.	Sonnabd.	Sonntag.	Montag.	Dienstag.	Mittwoch.	Donnerstg.	Freitag.	Sonnabd.	Sonntag.	Montag.	Dienstag.	Mittwoch	Donnerstg.	Freitag.	Sonnabd.

Bestellzettelbuch; Schema VII. Das Schema ist im Buch doppelt vorgedruckt; der Abschnitt wird abgerissen, der Stamm verbleibt im Buch. Um Missbrauch zu verhüten, hält der zur Ausstellung der Bestellzettel berechtigte Beamte das Bestellzettel-Buch unter Verschluss.

Schema VII. **Bestellzettel-Buch.**

Gleichlautender Stamm. — perforirt —

Bezeichnung des Baues

Rechnungs-Abschnitt.

Bestellzettel No.

Hr.

wird ersucht für den Neubau

des zu

bis zum ten cr.

nachstehend verzeichnete Gegenstände zu liefern und diesen Zettel nebst Rechnung an den unterzeichneten Empfänger zu senden.

Lfd. No.	Anzahl	Bezeichnung des Gegenstandes	Hierauf sind effektiv geliefert worden

..... d. Die oben bezeichneten Gegenstände sind hierher abgeliefert worden.

der den 18 ...

........................ der

........................

b. Rechnungsführung.*)

α. Ausgaben.

Bau-Konto. Zur Kontrolle der geleisteten Zahlungen und zur Uebersicht über den finanziellen Stand des Baues ist das Bau-Konto — (Zahlungs-Manual) mit der Einrichtung nach Schema VIII. zu führen, in welchem die einzelnen Be-

Schema VIII. **Bau-Konto.**

Litt. A. veranschlagt zu M.

Veranschlagt																	
			T.I.	T. II. Maurer-Arb.		T.III.	T.IV.	T.V.	T.VI.	T.VII.	T.VIII.	T.IX.			Gesammt-Beträge		
Lfd. No.	Dat. d. Rechn.	Name des Empfäng.	Erd-Arb.	A. Arb.-lohn	B. Material	Asphalt-Arb.	Steinm.-Arb.	Zimmer-Arb.	Staaker-Arb.	Eisen-Arb.	Dachd.-Arb.	Klempn.-Arb.	etc.	Posit.	durch die Haupt-Kasse	durch die Spezial-Bau-Kasse	

träge unter den betr. Titeln gebucht werden. Wenn, wie bei staatlichen Bau-Ausführungen gewöhnlich der Fall, die Zahlungen aus zwei verschiedenen Kassen**) geleistet werden, muss ersichtlich sein, aus welcher Kasse die einzelnen Summen gezahlt wurden. Hierzu dienen die beiden letzten Rubriken des Schemas, welche in eine Rubrik zusammen gefasst werden, wenn nur eine Kasse die Zahlung leistet. Beim Abschluss muss die Summe der in der letzten oder den beiden letzten Rubriken stehenden Beträge mit der Summe der auf die einzelnen Titel geleisteten Zahlungen überein stimmen. Das Konto wird zur Kontrolle doppelt geführt: bei

*) Bezüglich der für Preussen geltenden amtlichen Bestimmungen vergl.: Meissner. Preussische Verwaltungskunde Bd. 1. — H. Kosub u. G. Kosub. Der Büreau-, Kassen- und Kalkulatur-Dienst b. Eisenb.-Neubauten.

**) Für Preussen vergl. die Instruktion über die formelle Behandlung des Kassen- und Rechnungs-Wesens bei den auf Rechnung auszuführenden Staatsbauten im Bereiche der Bauverw. d. Ministeriums f. Handel etc. v. 8. Juni 1871. Ministerial.-Bl. 1871, S. 255.

der Kasse und im Baubüreau. In der Rubrik „Pos." wird die Position des Kostenanschl. angezogen, zu welcher die gebuchten Zahlungen gehören. Im übrigen wird die Bestimmung und Eintheilung der einzelnen Konten durch den Anschlag vorgeschrieben, welcher daher in seiner formalen Gestaltung auf die Anforderungen der Rechnungslegung gebührende Rücksicht nehmen muss.

Die einzelnen Konten erhalten die Bezeichnung der entsprechenden Anschläge. Im übrigen vergleiche unter „Genereller Kosten-Anschlag", S. 48 ff.

Für Titel, auf welche eine grosse Anzahl kleiner Rechnungen zu buchen sind (wie z. B. Bauleitung etc.), ist es im Interesse der Wahrung der Uebersichtlichkeit über zusammen gehörige Zahlungen zweckmässig, ein Neben-Konto zu führen in welchem man die einzelnen Beträge positionsweise bucht. Dasselbe Verfahren kann man für die Aufstellung der Kosten-Statistik benutzen, um diejenigen Kosten-Beträge zu ermitteln, welche beim Konto-Abschluss nicht direkt ersichtlich werden. Es ist hierbei nicht nöthig, die Rechnungen in Bezug auf die Eintheilung des Neben-Kontos zu zerlegen (also z. B. nur Beträge derselben Position auf einer Rechnung zuzulassen), sondern es kann auf dem Duplikat der Zahlungs-Anweisung eine Notiz in Blei für die Kontrolle der Neben-Buchung gemacht werden.

Bau-Rechnungen. Wenn nicht die Benutzung besonderer Rechnungs-Formulare (Zahlrollen) vorgeschrieben ist, werden die Rechnungen von den Unternehmern ausgestellt und dem Bauleitenden übergeben, welcher die Revision bewirkt, die Rechnung bescheinigt und die Zahlungs-Anweisung ertheilt. Letztere muss den Namen und die Adresse des Rechnungs-Ausstellers, den Gegenstand der Rechnung und die Angabe des Vertrags auf Grund dessen die Zahlung geleistet wird, oder dass die Bestellung freihändig vergeben wurde, bezw. die Angabe der Verfügung auf Grund deren die Arbeit ausgeführt wurde und die Schluss-Summe enthalten. Das Formular ist im Schema IX gegeben*).

Schema IX. **Zahlungs-Anweisung.**

Belag No.

Bezeichnung des Baues.

Kosten-Anschlag vom
Tit.
Pos.

Zahlungs-Anweisung.

Zahlungs-Manual.
Kontrakt No. . . .

über .

	M.	Pf.
Summa . . .		

Der Kopf der Zahlungs-Anweisung muss links die No. der Rechnung, welche dieselbe in dem Konto hat, tragen, sowie die erforderlichen Buchungs-Vermerke; ausserdem ist auf der Rechnung event. die Inventarisirung unter Angabe der Inventarisirungs-No. zu bescheinigen.

Sofern es sich um Rechnungen über vertragsmässige Leistungen handelt, sollen die Aussteller gehalten werden, die Form der Rechnung und der dazu gehörigen Massen-Berechnungen dem Anschlage anzuschliessen (Vergl. § 19 der Allgem. Beding. S. 111). Jede Rechnung soll nur Beträge enthalten, welche auf dasselbe Konto und denselben Titel gehören. Es kann aber für mehrere Rechnungen dieselbe Zahlungs-Anweisung benutzt werden, falls die Rechnungen sich auf gleiche Objekte (zur selben Rechnungs-Ueberschrift gehörig) beziehen und auf denselben Titel des gleichen Kontos gebucht werden.

Auf grössere Verträge werden in verschiedenen Stadien der Ausführung Abschlags-Zahlungen geleistet, für welche eine überschlägige Berechnung (bei Material-Lieferungen eine genaue Berechnung) des Geldwerthes der ausgeführten Arbeit erforderlich ist. Für die Anweisung der Abschlags-Zahlungen werden gewöhnlich die oben angegebenen Anweisungs-Formulare, mitunter auch besondere Formulare benutzt. Im ersten Fall ist auf die Anweisung die Bezeichnung „Abschlags-Zahlung" zu setzen. In der Anweisung ist die Summe des Werthes aller geleisteten Arbeiten auszuwerfen; alsdann sind die bereits geleisteten Abschlags- event. auch die à conto-Zahlungen unter Angabe der No. und des Datums aufzuführen und in Abzug zu bringen. Der Rest ergiebt den Betrag der Abschlags-Zahlung.

*) Nach dem für d. preuss. Allg. Bauverw. vorgeschriebenen Schema. Vergl. Zeitschr. f. Bauw. 1881 S. 7. Die Bezeichnung des Kontos setzt man am besten über die Belag-No.

Die Schlusszahlungs-Anweisung erhält die Bezeichnung „Schluss-Zahlung". Die Berechnung erfolgt analog wie vor unter Anführung des Schlussbetrages d. Rechnung u. Abzug der einzelnen geleisteten Abschlags-Zahlungen. Den Anweisungen sind d. Original-Rechnungen, d. Schluss-Rechnungen auch d. Original-Verträge beizuheften. à Konto-Zahlungen müssen im Kopf als solche bezeichnet sein. Zahlungs-Anweisungen über Tagelöhne der von der Bauverwaltung direkt beschäftigten Arbeiter u. über Fuhren können unter Benutzung d. Formulare X u. XI ausgestellt werden. Der Kopf wird wie bei sonstigen Anweisungen behandelt.

Schema X. **Zahlungs-Anweisung für Tagelöhner.**

Lfd. No.	Name der Arbeiter	Tage							Summa der Tage	Lohn pro Tag	Geld-Betrag	Quittung der Empfänger
		M. 5	D. 6	M. 7	D. 8	F. 9	S. 10	S. 11			M.	

Schema XI. **Zahlungs-Anweisung für Fuhren.**

Lfd. No.	Name u. Wohnort des Empfängers	Zahl	Gegenstand der Ladung	Preis pro Fuhre		Geld-Betrag		Quittung des Empfängers
				M.	Pf.	M.	Pf.	

Die Bescheinigung der Rechnung durch den betr. Beamten bezieht sich auf die Richtigkeit der Vordersätze, bei Leistungen auf Grund von Verträgen auf die Uebereinstimmung der Preise mit den Kontrakts-Preisen und die Vertragsmässigkeit der Leistung, bei freihändiger Bestellung auf die Angemessenheit der Preise, die Nothwendigkeit der Leistung und die Verwendung für die Zwecke des Baues. Für Beschaffung an gewissem Ort ist die Attest-Form vorgeschrieben.

Häufig sind erläuternde Bemerkungen für die Revis.-Instanz über die Veranlassung d. Beschaffung, den Grund ungewöhnl. Höhe des Preises etc. hinzu zu fügen.*)

Die Zahlungs-Anweisung wird durch den Bauleitenden bescheinigt, dsgl. durch den revidirenden Beamten und von der zur Ausstellung der Kassen-Ordres berechtigten Instanz auf die Kasse angewiesen.

Alle Zahlungs-Anweisungen werden doppelt ausgefertigt. Die als solche bezeichneten Unikate gehen nebst den Original-Rechnungen an die Kasse; die Duplikate bleiben im Baubüreau.

β. Einnahmen.

Einnahmen können erwachsen durch Verkauf von erübrigten Materialien, entbehrlich gewordenen oder abzubrechenden Bauten und Gegenständen. Ueber Einnahmen ist ein Einnahme-Belag aufzustellen und der Kasse zu überweisen.

Die Buchung erfolgt auf ein besonderes Einnahme-Konto.**)

Entbehrliche Gegenstände werden meistens öffentlich versteigert. Der Termin ist rechtzeitig bekannt zu machen.

Ueber die Verkaufs-Verhandlung hat der betr. Beamte ein Protokoll aufzunehmen, worin der verkaufte Gegenstand und der Erlös klar angegeben sein muss. Das Protokoll muss von den Käufern und einigen Zeugen als richtig anerkannt mit unterschrieben und vom Bauleitenden vollzogen werden. Das Geld wird demnächst mit dem Protokoll an die Kasse eingesandt, der letzteres als Einnahme-Belag zu dienen hat.

*) Für die preuss. Allgem. Bauverw. vergl. d. Zirkul.-Verfüg. v. 16. Aug. 1876, die Form der Atteste auf den Geldausgabe-Belägen betr.: Zeitschr. f. Bauw. 1877, S. 2. Es kann die Bescheinigung der Geldausgabe-Beläge (Zahlungs-Anweisungen) auf die abgekürzte Form „die Richtigkeit bescheinigt" beschränkt werden. Die Anwendung dieser Form ist aber nicht auf die sonstigen, zur Rechnungs-Justifikation gehörigen Schriftstücke auszudehnen, über deren Attestirung bei ihrer grossen Verschiedenheit gleichmässige Vorschriften nicht gegeben werden können.

Vergl. ferner Zirkul.-Verfüg. v. 29. März 1873 die Form der Quittung-Leistung über Tagelöhne u. Beträge für Akkord-Arbeiten betr.: Zeitschr. f. Bauw. 1873, S. 257.

**) Bezügl. der Verrechnung der Einnahmen bei der preussisch. Bauverwaltung ist zu vergl. Zirkul.-Erl. der Minister. f. Handel, Gewerbe, etc. und der Finanzen v. 7. Dezbr. 1878: Zeitschr. f. Bauw. 1879, S. 169. Die Einnahmen sollen nicht mehr durch Absetzung der Kosten in den Anschlägen den Baufonds zugeführt, sondern bei den allgemeinen Einnahmen der betr. Verwaltung, oder, falls die Baukosten nicht aus Ordinarien-Fonds bestritten wurden, bei der General-Staatskasse verrechnet werden.

Schema XII. **Auktions-Protokoll.**

Verhandelt. Ort. Datum. Jahreszahl.

In Gegenwart des Baubeamten, der
Zum meistbietenden Verkaufe der auf bis heute gewonnenen Materialien, aus steht auf heute Vormittag Uhr Termin an, welcher durch die Zeitung zur allgemeinen Kenntniss gebracht worden.

Nachdem eine hinreichende Anzahl von Kauflustigen sich eingefunden hatte, wurde zum Verkaufe geschritten. Das nachfolgende Verzeichniss ergiebt die betr. Gegenstände, die Namen der Käufer und das Meistgebot, für welches der Zuschlag ertheilt worden ist.

Auktions-Verzeichniss.

Lfd. No.	Anzahl	Bezeichnung der Gegenstände	Name des Käufers	Verkaufs-Preis M.	Verkaufs-Preis Pf.	Eigenhändige Unterschrift der Käufer

Da sich weiter nichts zu bemerken fand, wurde diese Verhandlung geschlossen. Ich bescheinige dass der Erlös aus dem Verkauf der oben genannten Gegenstände nicht mehr als (mit Buchstaben) Mark betragen hat, und dass die Käufer in meiner Gegenwart eigenhändig unterschrieben haben.

Geschehen wie oben.

Der Baubeamte:

Das Ergebniss der Auktion wird in einem Einnahme-Belag zusammen gefasst, dem die betr. Quittungs-Beläge angeheftet werden.

Einnahme-Belag.

Bei dem am auf dem Grundstücke stattgehabten Verkaufe der ist nach angeheftetem Auktions-Protokoll eine Brutto-Einnahme erzielt worden von M.

Hiervon gehen ab:

a. für Bekanntmachung des Auktions-Termins durch die...... Zeitung 1. Bel. No. 1 M.

b. Remuneration des etc. für Ausrufen der Gebote bei Abhaltung der Auktion 1. Bel. No. 3 M.

zusammen ab M.

Ort. Datum. Jahreszahl. Unterschrift. Bleibt reine Einnahme M.

γ. Kontrakts-Kontrolle.

Die Kontrakts-Kontrolle dient zur Kontrolle der Vertrags-Erfüllung und der Abschl.-Zahlungen. Dieselbe wird gewöhnlich zwar bei der Bau-Oberleitung geführt; bei grösseren Bauten ist indessen die Führung auch im Bau-Büreau zweckmässig. Es wird dafür in Schema XIII eine häufig gebrauchte Anordnung gegeben.

Schema XIII. **Kontrakts-Kontrolle.**

No. des Vertrages

Datum
Unternehmer.....................
Gegenstand Vollendungs-Termin
Kontrakts-Summe Garantie-Zeit

Kaution bestellt. | Zessionen | Es sind Stempel verwendet: 1. für das Haupt-Exemplar 2. für das Neben-Exemplar....

Abschlags-Zahlungen							à-Konto-Zahlungen					
Lfd. No.	No. des Belages	Datum	Im einzelnen M.	Im einzelnen Pf.	Schluss-Betrag M.	Schluss-Betrag Pf.	Lfd. No.	No. des Belags	Datum	Gegenstand	Betrag M.	Betrag Pf.

Zweckmässig und einfach ist die nachstehende, bei der Berliner städtischen Bau-Verwaltung übliche Einrichtung: Der Vertrag erhält einen Umschlag aus starkem weissem Aktendeckel-Papier, welcher wie folgt bedruckt ist:

Bau-Inspektion
Neubau des
Kontrakt No. über mit dem wohnhaft
Kaution

Abschlags-Zahlungen.

Lfd. No.	No. der Zahlungs-Berechnung	Datum Tag	Datum Monat	Datum Jahr	Betrag M.	Betrag Pf.	Bemerkungen

Realisations-Attest. Dass der pp. seinen vertragsmässigen Verpflichtungen, jedoch mit Ausnahme der Garantiepflicht nachgekommen ist, wird hiermit bescheinigt.

Datum Unterschrift des Bau-Inspektors.

Das Realis.-Attest wird bei Einreichung d. Vertrags m. d. Schlussrechn. vollzogen.

Schema XIV.

Rapport über den finanziellen Stand einer Bau-Ausführung.

Laufende Nummer	Anschlags- Tit.	Anschlags- Pos.	Bezeichnung der Arbeiten	Betrag des Anschlags M. Pf.	A. Ausgeführte und bereits abgerechnete Arbeiten M. Pf.	B. Noch in d. Ausführung begriffene Arbeiten, Betrag a. der Abschlagszahlungen M. Pf.	B. Betrag b. der z. Vollendung noch erf. Summe M. Pf.	C. Noch ausstehende Arbeiten M. Pf.	Betrag der muthmaasslichen Ausführungskosten M. Pf.	Daher muthmaassliche Ersparnisse M. Pf.	Daher muthmaassliche Ueberschreitungen M. Pf.	Bemerkungen
1	2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1.	I.	1—3	Erdarbeiten:	3 200 —	2 975 —	— —	— —	— —	2 975 —	225 —	— —	
2.	IIa.		Maurerarbeiten:									
		4—10	Fundamente und Kellermauerwerk	6 300 —	5 900 —	— —	— —	— —	5 900 —	— —	— —	
		11—162	Die übrigen Maurerarbeiten	35 800 —	— —	22 000 —	12 800 —	— —	34 800 —	— —	— —	
			Für nothwendig gewordene Tagelohns-Arbeiten bereits verausgabt	— —	510 —	— —	— —	— —	510 —	— —	— —	
			Noch zu reserviren für diverse kleine ausserkontraktl. Arb.	— —	— —	— —	— —	350 —	350 —	— —	— —	
				42 100 —	— —	— —	— —	— —	41 560 —	540 —	— —	
3.	III.		Maurermaterialien:									
		164—166	Gewöhnliche Mauersteine und Klinker. Die Ueberschreitung ist durch die aus der Submission resultirenden höheren Preise entstanden.	36 000 —	11 200 —	10 000 —	17 000 —	— —	38 200 —	— —	— —	
		167—170	Verblend- u. Formsteine. Bemerkung wie vor.	15 000 —	— —	8 000 —	8 500 —	— —	16 500 —	— —	— —	
		171—174	Kalk, Sand, Zement etc.	7 000 —	— —	4 000 —	2 300 —	— —	6 300 —	— —	— —	
				58 000 —	— —	— —	— —	— —	61 000 —	— —	3 000 —	

Schema XV.

Jahres-Rapporte der Bezirks-Regierungen an den Minister.

Rapport über die im Jahre 18 . . . in der Ausführung begriffen gewesenen noch nicht abgerechneten Hoch- bezw. Wasserbauten.

1	2	3	4	4a	4b	5	6	7	8
Lfd. No. (Lfd. No. des Baues im vorjähr. Rapporte)	Gegenstand und Ort des Baues	Anschlags-Summe M.	Bebaute Grundfläche in qm und Kosten pro qm	Inhalt des Gebäudes in cbm und Kosten pro cbm	Anzahl u. Bezeichnung d. Nutz-Einh. bei Hochbauten, d. charakterist. Einheit bei Wasserb. und Kosten p. Einh.	Zeitpunkt, an welchem d. Bau begonnen worden, wie weit derselbe gegenwärtig gediehen ist u. bis zu welcher Zeit man der Vollendung entgegen sehen kann, unter Ang. der techn. Lage des Baues u. von Verhältnissen u. Ereignissen, die auf die Bau-Ausführung von Einfluss sind	Name des leitenden Kreis-Baubeamten	Kurze Beschreibung d. Baues in Bezug auf die Beschaffenheit der Baustelle, Disposit. d. Grundrisse, bezw. sonstige Anordnungen der Situation, hinsichtl. des gewählten Baustils, der hauptsächl. zur Verwendung kommend. Materialien, Art d. Fundirung, Heizung u. Ventilat., sowie überh. aller sonst. eigenthüml. und interess. Konstruktionen einschl. der zur Anwend. gekommenen Arbeitsmasch. unter Beigabe von Grundriss- bezw. Plan-Skizzen	Bemerkungen nebst Anzeigen: 1. Aus welchen Fonds die Kosten erfolgen; 2. Ob und welche Beihülfe dem leitenden Baubeamten bewilligt ist; 3. Ob die veranschlagten Summen bei der Ausführung zutreffen oder welche Differenz sich muthmaasslich ergeben wird etc.

c. Bau-Rapporte.

Bei grösseren Ausführungen sind Rapporte der Aufseher und Bauführer an den Bauleitenden, sonst aber an die Bau-Oberleitung und bei Staatsbauten an die Zentralstelle zu erstatten.

Für Tages-Rapporte kann das auf S. 188 gegebene Schema benutzt werden. Rapporte an die Oberleitung für grössere Zeiträume (Monate, Vierteljahre) müssen den zeitlichen Verlauf und den Stand der Arbeiten darstellen, erkennen lassen, ob die Bau-Fortschritte dem Plane gemäss vor sich gegangen sind, sowie Auskunft über den finanziellen Stand der Bau-Ausführung geben. Oft lassen die gebrauchten Formulare das, worauf es ankommt, nur dürftig oder unzutreffend erkennen; besser ist dann die Erstattung eines kurzen Berichts unter übersichtlicher Vorführung der erforderlichen Zahlen.

Für einen nur die finanzielle Lage berührenden Rapport ist das Schema XIV brauchbar, welches im Bereiche der preussischen Allgem Bauverwaltung für die vierteljährlich an die Bezirks-Regierungen einzureichenden finanziellen Nachweisungen vorgeschrieben ist.*) Ausserdem sind bei der gen. Verwaltung am Anfange jedes Jahres (bis 20. I.) über die in Ausführung begriffenen Hochbauten, bei welchen die veranschlagten Kosten des Hauptgebäudes den Betrag von 10 000 M. überschreiten, Seitens der Bezirks-Regierungen dem Minister Rapporte einzureichen, unter Benutzung des Schemas XV.**)

d. Bau-Abschlussarbeiten.

Während der Bau-Ausführung ist die Abwickelung der Rechnungen und die Vorbereitung der Bau-Abschlussarbeiten derart vorzunehmen, dass letztere in möglichst kurzer Frist nach Beendigung des Baues erledigt werden können. Die Bau-Abschlussarbeiten sind im allgemeinen die folgenden:

α. Bau-Uebergabe.

Bei der Uebergabe an den Bauherrn, bezw. die betr. Verwaltung wird gewöhnlich ein Uebergabe-Protokoll aufgenommen. In diesem in der gewöhnlichen Form zu haltenden Protokoll werden die etwaigen Anstände und Anträge etc. vermerkt, die demnächst im ordnungsmässigen Geschäftsgange zu erledigen sind. Abschrift des Ausstattungs-Inventars wird übergeben, die Uebernahme im Original anerkannt.

β. Bau-Rechnungslegung.

Es wird eine Abschrift des Bau-Kontos gefertigt. In derselben werden die Abschlags-Zahlungen nicht aufgeführt, sondern nur die Schlussrechnungen mit den Schlussbeträgen eingesetzt. Die Zahlungs-Anweisungen mit den dazu gehörigen Rechnungen, Verträgen und sonstigen Anlagen werden nach Titeln geordnet geheftet und die Beläge, in der Folge, in welcher sie geheftet worden sind, nochmals nummerirt. Beides ist gewöhnlich Sache der Kasse; doch wird oft auch die Bauleitung dabei mitzuwirken haben.

In gewissen Fällen namentlich wenn eine Ueberschreitung der Baukosten stattgefunden hat, wird bei öffentl. Bauten die Aufstellung eines Revisions-Kostenanschlags gefordert, welcher dazu bestimmt ist, die Veranlassung der Ueberschreitung nachzuweisen und dieselbe zu rechtfertigen.

Die ältere Form des Revisions-Kostenanschlags, bei welcher positionsweise die Beträge des Anschlags und der Ausgabe gegenüber gestellt und die vorgekommenen Abweichungen (selbst geringfügiger Art) motivirt wurden, ist nicht allein mit einem erheblichen Schreibwerk verbunden, sondern auch wenig geeignet, eine klare Uebersicht über die wirklichen Verhältnisse zu geben; dieser Zweck wird durch summarische Nachweisungen viel besser erreicht. Von diesem Standpunkte aus können die in Preussen im Bereich der Allgem. Bauverwaltung gegenwärtig geltenden Vorschriften vom 20. Oktober 1880 als Muster aufgeführt werden. Der wesentliche Inhalt dieser Bestimmungen ist der folgende:

*) Zirk.-Erl. die Etats u. Kostenanschl.-Ueberschreitungen bei Staatsbauten betr., v. 30. März 1881. Zentral-Bl. d. Bauverw. 1881 S. 29. Die gedachten Nachweisungen sind nur für Bauten im Betrage über 50 000 M. einzureichen.

**) Zirk.-Erl. betr. die für die Bau-Statistik einzureichenden Rapporte, v. 16. Dez. 1882. Zentral-Bl. d. Bauverw. 1883 S. 11.

Abrechnungs-Verfahren bei öffentl. Bauten.
(Zeitschr. f. Bauw. 1881, S. 1.)

Revisions-Nachweisungen sind erforderlich:

1. Wenn der Bau vor erfolgter Superrevision des Kostenanschlags zur Ausführung gelangt war.
2. Wenn bei der Ausführung wesentliche, der Rechtfertigung bedürfende Abweichungen von den genehmigten Projekten vorgenommen wurden.
3. Wenn der Anschlag überschritten wurde.

In der Revisions-Nachweisung ist eine nach Titeln geordnete und auf die Rechnungs-Beläge Bezug nehmende Zusammenstellung der Kosten beizubringen, welche titelweise die vorgekommenen einzelnen Mehrausgaben und Abweichungen ersichtlich macht und begründet. Dieser Kosten-Zusammenstellung ist sodann ein ausführlicher Erläuterungs-Bericht beizufügen, in welchem die Entstehung und der Umfang der Anschlags-Ueberschreitung sowie die etwaigen Abweichungen vom Bauprojekte in allen wesentlichen Punkten dargelegt und gehörig erörtert werden.

Nach denselben Grundsätzen ist auch die Abrechnung solcher Bauten zu bewerkstelligen, welche ausnahmsweise ohne Zugrundelegung eines Kostenanschlags ausgeführt worden sind.

Das Revisions-Protokoll ist etwa nach folgender Disposition abzufassen:

Grundlagen der Ausführung (Projekt, Verfügungen). Bau-Fortschritte. Modus der Ausführung und Arbeits-Verdingung. Aenderungen am Bauprojeckt. Generelle Darlegung der Abweichungen gegen Projekt und Anschlag und der Anschlags-Ueberschreitungen, wobei letztere titelweise geordnet werden.

Für den Revisions-Nachweis selbst dient das folgende Schema (XVI).

Schema XVI. **Zusammenstellung der bei dem Bau des entstandenen Baukosten.**

No. des Belages	Datum und No. des bezügl. Vertrags.	Gegenstand der Berechnung	Anschlag M.	Anschlag Pf.	Abrechnung M.	Abrechnung Pf.
		Tit. III. Maurerarbeiten.				
		Lt. Anschlag stehen zur Verfügung . . .	66 500	—		
4	2 22. 2. 78	An *N* lt. besonder. Abrechnung über kontraktl. übernommene Arb. ad Pos. 3				
	5. 3. 78	— incl. 96	—	—	67 600	—
		ad Pos. 3. Das Mehr an Bankettmauerw. wurde durch die nothwendig gewordene tiefere Fundirung bewirkt.				
		ad Pos. 4, 5, 6. Das Mehr an Mauerw. ist durch nachträgl. Aenderung der Grundriss-Disposition bewirkt etc.				

Am Schlusse ist eine Gegenüberstellung der Titel in vorschriftsmässiger Reihenfolge hinzu zu fügen und sind Gesammtkosten des Baues, sowie die Ueberschreitung zu ermitteln.

Die Nummerirung der Beläge ist erst bei Anfertigung des Revis. Nachweises vorzunehmen. Und zwar sind die Beläge dem Gange der Zusammenstellung entsprechend zu heften und mit durchlaufenden Nummern zu versehen, welche in Spalte 1 der Zusammenstellung thunlichst in derselben Reihenfolge vorkommen müssen. Diese Anordnung ermöglicht die Zusammenfassung einer grösseren Anzahl kleinerer Beläge, welche auf denselben Gegenstand Bezug haben, z. B. aller Beläge über Schreibmaterialien etc.

Demnächst sind die Inventarien und Materialien-Verzeichnisse abzuschliessen, und es ist Nachweis über den Verbleib der Inventarien zu führen und ordnungsmässig zu belegen.*)

Vielfach wird ein spezieller Nachweis über die Verwendung der Maurer-Materialien gefordert. Die Massenberechnung dazu ist direkt den Rechnungen über Maurer-Arbeiten zu entnehmen; indessen bleibt dann noch eine sorgfältige Berechnung der Oeffnung-Abzüge aufzustellen, in welcher auch Ventilations-Kanäle, Aussparungen für Terrakotten und Sandstein etc. zu berücksichtigen sind. Die Beschaffung des Nachweises ist allerdings mit nicht unerheblicher Mühe für Aufsteller und Revisor verbunden; es kann aber, namentlich bei grösseren Ausführungen, durch mangelhafte Kontrolle bei Abnahme und Verwendung ein so nennenswerther Betrag verschleudert, andererseits durch entsprechende Sorgfalt so wesentlich an

*) Bei der Revision werden häufig Nachweise über den Verbleib von Objekten gefordert, welche beim Bau überflüssig werden, aber nicht in den Inventarien-Verzeichnissen zu erscheinen pflegen, als Bauzäune, Emballagen, Zement-Fastagen u. dergl. Gewöhnlich fehlt es nur an einer geeigneten Form, unter welcher der Nachweis über den Verbleib dieser Objekte der Revision gegenüber geführt wird, da zur Zeit der Rechnungs-Aufstellung noch nicht der definitive Verbleib bekannt und eine bezügliche Notiz auf der Rechnung unzulässig ist. Um Weiterungen zu entgehen, ist es üblich, z. B. wenig werthvolle Zementtonnen dem Unternehmer der Maurer-Arbeiten zu überlassen oder dieselben dem Zement-Lieferanten wieder zur Disposition zu stellen, jedoch ohne jede Garantie für Vollzähligkeit; hierüber wird aber kontraktliche Bestimmung zu treffen sein. Die anderen Objekte, welche etwa nicht am Schluss des Baues zur Verauktionirung kommen, nimmt man am besten in das Inventar auf und weist dort den weiteren Verbleib in entsprechender Weise nach.

Material gespart werden, dass die Forderung eines derartigen Nachweises fast immer gut begründet sein wird. Wenn für typische Bauten eine Statistik des Materialien-Bedarfs geführt wird, kann die Aufstellung des Nachweises auf die Fälle beschränkt bleiben, in welchen erhebliche Abweichungen von den Erfahrungs-Sätzen stattgefunden haben. —

Zu der Rechnungslegung ist auch die Aufstellung einer statistischen Nachweisung zu rechnen, welche in grossen Zügen, auf Grund charakteristischer relativer Zahlen, ein Bild des mit der Ausführung erreichten Effekts in Bezug auf Zweck-Erfüllung, allgemeine Anordnung und Baukosten giebt. (Spezielleres hierüber enthält der folgende Abschnitt.)

γ. Bau-Inventarisation.

Die Bau-Inventarisation dient zur Darstellung des faktischen zeitigen Bestandes des Bauwerks bei seiner Vollendung. Hiezu werden Inventarisations-Zeichnungen und die Bau-Beschreibung benutzt. Bezüglich der Inventarisations-Zeichnungen gelten in Preussen im Bereiche der Allgemeinen Bauverwaltung folgende Bestimmungen.*)

Invent.-Zeichnungen sind erforderlich bei Bauten über 10,000 M., wenn die Ausführung nur auf Staatskosten erfolgte; bei Bauten über 30,000 M., wenn Gemeinden oder sonstige Baupflichtige Zuschüsse ertheilten, es sei denn, dass dieselben auch bei geringerem Betrage der Baukosten bereit sind, einen entsprechenden Kosten-Antheil für Anfertigung der Zeichnungen zu tragen. In gleicher Weise ist bei grösseren Bau-Anlagen zu verfahren, wenn die Kosten des Hauptgebäudes über jenen Betrag hinaus gehen. Bei Bauten von besonderer Eigenthümlichkeit und Wichtigkeit sind die Invent.-Zeichn. auch bei geringeren Baukosten erforderlich.

Diese Bestimmungen gelten auch für Wasser- und Brückenbauten, mit Ausschluss von Strom-Regulirungen.

Die Kosten für Herstellung und Umdruck der Zeichnungen sind in den Anschlägen in besonderer Pos. vorzusehen.

Anzufertigen sind:

a. Bei Hochbauten: Die Grundrisse sämmtlicher Geschosse incl. Keller und Dachboden unter Einzeichnung der eisernen Träger, Gewölbe, Rauch-, Ventilations-Rohre, der Heizapparate und Oefen, der Entwässerung u. Wasserzuführung, unter Angabe der Abmessungen und der Bestimmungen der einzelnen Räume. Die Lage der Balken ist, wenn nicht rechtwinklig zur Frontmauer, durch Bemerkungen auf den Zeichnungen kenntlich zu machen.

Die wesentlichsten Ansichten und Durchschnitte, letztere mit Angabe der Höhen, sowie der Beschaffenheit des Baugrundes unter Einzeichnung des bekannten höchsten Grundwasserstandes.

Ein Situationsplan, in welchem die wichtigsten zur Beurtheilung der Terrain-Gestaltung und anstossenden Strassen erforderlichen Höhenzahlen eingetragen, auch die Entwässerungs-Verhältnisse angedeutet sind.

Bemerkenswerthe Details der architektonischen und konstruktiven Anordnung, der Heizungs-Anlagen etc.

b. Bei Wasser- und Brücken-Bauten: Alle zur Klarlegung der Gesammt-Anordnung sowie der Details erforderlichen Grundrisse, Ansichten und Schnitte nebst Situations- und Nivellements-Zeichnungen.

Die Zeichnungen sind in mindestens 10 Exemplaren herzustellen.

Je 1 Exemplar ist dem Ressort-Minister, dem Arbeits-Minister und der bauleitenden Behörde zu überweisen; 3 Exemplare erhält die bei Benutzung und Instandhaltung des Bauwerks betheiligte Behörde; der Rest ist von dem Lokal-Baubeamten in Verwahrung zu nehmen.

Die Bau-Beschreibung enthält eine gedrängte Aufzählung der wichtigeren Bestandtheile des Bauwerks, nebst Angabe über deren Beschaffenheit und Anordnung, wobei man mit dem Hauptbau, bezw. den Haupttheilen eines Baues beginnt und stufenweise bis zu den Einzelheiten vorschreitet, zu denen noch die Beschläge, Anstriche der Thüren und Wände und Derartiges mit rechnen. Möbel bleiben unberücksichtigt; Inventarien-Stücke, sofern sie ihrer Individualität nach zum Bau gehören, (beispielsw. Aufzugs-Vorrichtungen, Dachleitern, abnehmbare Läden-Verschlüsse, Reserve-Thüren, Fensterflügel für Ventilationszwecke vorgerichtet, Schornstein-Aufsätze, Fahnenstangen, Feuerlösch-Geräthe etc., etc.) sind aufzunehmen.

Es ist möglichst klare Gliederung und Vollständigkeit, bei grösster Knappheit der Fassung anzustreben: Ziele die auf verschiedene Weise erreichbar sind und auf verschiedenen Wegen angestrebt werden müssen, je nach der Eigenart die das betr. Gebäude, namentlich in Bezug auf seine allgemeine Disposition bietet. Aus diesem Grunde und weil die Arbeit einfacher Art ist, ist es unzweckmässig, bezw. unnöthig erschienen, ein Schema oder Beispiel für eine Bau-Beschreibung hier anzufügen.

*) Erl. d. Ministerien für öffentl. Arb., für Landwirthschaft etc. des Innern, d. Justiz, des Kultus und der Finanzen, v. 15. Sept. 1883. betr. d. Anfertigung d. ev. Invent.-Zeichnungen. Zentral-Bl. d. Bauverw. 1883 S. 367.

K. Baustatistik.

Litteratur.

Statistik im allgemeinen; Geschichte, Eintheilung, Methode, Organisation, Uebersicht der Ergebnisse.

Maurice Block. *Traité théorique et pratique de statistique. Paris 1878.* Dtsch. von v. Scheel unter dem Titel: Handbuch der Statistik, bearbeitet als Handbuch der Statistik des deutschen Reiches. Leipzig 1879, Veit & Comp.

Haushofer. Lehr- und Handbuch der Statistik. Wien 1882, Braumüller.

Mayr. Gesetzmässigkeit im Gesellschaftsleben. München 1877, Oldenbourg.

Morpurgo. Die Statistik und die Sozialwissenschaften. Aus dem Italienischen. Jena 1877, Costenoble.

A. Wagner. Artik. „Statistik" im deutschen Staatswörterbuch. Herausg. von Bluntschli & Brater.

Wappäus. Einleitung in das Studium der Statistik. Leipzig 1881, Hinrichs.

Engel. Das statistische Seminar und das Studium der Statistik überhaupt. Zeitschrift des k. preuss. statist. Büreaus 1871, S. 181.

Baustatistik insbesondere.

Blankenstein. Ueber bautechnische Statistik. Berlin 1880, Bernstein (Separat-Abdr. aus dem Wochenbl. für Archit. und Ingen. 1879).

Elb. Ueber Gebäude-Statistik. Dresden 1882, Schoenfeld.

Endell & Frommann. Statistische Nachweisungen betr. die in den Jahren 1871—80 vollendeten Preuss. Staatsbauten. Berlin 1883, Ernst & Korn (Separat-Abdruck aus der Zeitschr. f. Bauw. Wird fortgesetzt.)

Housselle. Denkschrift betr. die Statistik des Bauwesens; (veranlasst von Verb. deutsch. Archit.- u. Ingen.-Vereine). Berlin 1881.

v. Kaven Baustatistik einer ausgeführten Eisenbahn. Aachen, Mayer 1880.

Deutsche Bauztg. 1878 S. 197; — 1883 S. 403; — 1884 S. 175 ff.

1. Allgemeines über Statistik.

Die Anfänge der Statistik reichen zeitlich sehr weit zurück. Die ältesten Arbeiten, welche als statistische bezeichnet werden können, entspringen den praktischen Bedürfnissen der Regierungs- und Verwaltungskunst und halten sich im Charakter von Inventarien- und Zustands-Nachweisungen, welche nach wirthschaftlichen und politischen Gesichtspunkten aufgestellt sind.*)

Neue Bahnen thaten der Statistik sich auf, als man dazu überging, durch Vergleichung des angesammelten Zahlenmaterials die Gesetze zu ermitteln, welche dem Eintreten bestimmter Zustände und den Zustands-Aenderungen im Staats- und Gesellschaftsleben zu Grunde liegen. Epoche machend wirkte in dieser Richtung das 1742 erschienene Buch des preuss. Konsistorialraths Süssmilch: „Göttliche Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts."

Als Begründer der neueren Statistik, deren Haupt-Gegenstand die Darstellungen des Typischen und die Erforschung der Gesetzmässigkeit im menschlichen Gesellschaftsleben auf Grund systematischer und kontinuirlicher Massen-Beobachtung ist, darf der Belgier Adolphe Quételet betrachtet werden, (1796—1874). Sein Hauptwerk ist: *Sur l'homme et le développement de ses facultés, ou essay de statistique sociale. Paris 1835.* (Spätere Bearbeitung, als „*Physique sociale etc.*", Brüssel 1869).

Die bedeutsamste Entwickelung nimmt die Statistik mit Einrichtung „statistischer Büreaus" durch die Regierungen der meisten europäischen Staaten**) seit Anfang dieses Jahrhunderts.

Für die Ausbildung einheitlicher Methoden sind die statistischen Kongresse von Bedeutung gewesen.***) —

Für die Begriffs-Bestimmung ist zu unterscheiden zwischen Statistik als Wissenschaft und Statistik als Methode.

Die Statistik als Wissenschaft hat zum Gegenstand: die Ermittelung und Darstellung der in Maass und Zahl fassbaren Eigenart des Zustandes und der Gesetze der Zustands-Aenderung im menschlichen Gesellschaftsleben auf Grund systematisch geordneter Massen-Beobachtungen. Zur schärferen Unterscheidung

*) Die Bezeichnungen *statista* und *statisticum* kommen schon im 17. Jahrhundert vor; die deutsche Bezeichnung „Statistik" ist seit Ende des 18. Jahrhunderts in Gebrauch. Der Ausdruck wird vom latein. *status* hergeleitet, welches in klassischen Zeiten für den Begriff „Zustand" später auch für „Staat" gebraucht wird. Dem entsprechend bildet die ältere Statistik, als deren Hauptvertreter und Begründer in der Mitte des 18. Jahrhunderts der Deutsche Achenwall angesehen wird, eine Sammlung von Staats-Merkwürdigkeiten und eine Darstellung des gegenwärtigen Zustandes des Staats.

**) Ueber Organisation und Wirksamkeit derselben vergl. auch Mayr; Organisation der amtlichen Statistik und die Arbeitsthätigkeit der statist. Büreaus. München 1876, Mühlthaler.

***) Ueber die Thätigkeit der Congresse vergl. Block. *Traité . . Chap. III.* sowie auch Quételet: *Congrès international, Bruxelles 1873* und Engel: *Compte rendu gen. des Trav. du congrès internat. de statistique ect. Berlin 1863.*

von der Statistik als Methode haben einzelne Schriftsteller für jene Wissenschaft eine die Aufgabe besser charakterisirende Bezeichnung einzuführen gesucht. Quételet: *Physique sociale*; Achille Guillard: *Demographie*; Messedaglia und Engel: *Demologie.)*

Die Statistik als Methode ist nicht auf die Sozialwissenschaft, durch welche sie entwickelt wurde, beschränkt, sondern findet in jeder andern Wissenschaft Verwendung. Sie dient zur Darstellung von Zuständen und zur Ermittelung von Gesetzen, welche nur aus der Erfahrung gewonnen werden können durch die auf quantitativer Massen-Beobachtung beruhende Feststellung und Gruppirung von Thatsachen.

2. Aufgabe der Baustatistik im allgemeinen.

Mit Rücksicht auf das Vorstehende kann die Baustatistik nach zwei Gesichtspunkten entwickelt werden und es ist daher zu unterscheiden:

a. Baustatistik als Zweig der Sozialwissenschaft. Sie hat darzustellen:

α. Typische Verhältnisse desjenigen Theils der Bevölkerung, welcher mit der Herstellung von Bauwerken beschäftigt ist; u. z. sowohl für die ganze Berufsklasse als auch für die einzelnen Berufsgruppen innerhalb derselben, nämlich:

Die Zahl der Individuen im ganzen und im Verhältniss zu der gesammten Bevölkerung und die Veränderungen in der Anzahl, den materiellen sittlichen und geistigen Kulturzustand als: Bildungsgang, Erwerbs- und Vermögens-Verhältnisse, Krankheiten, Unfälle, Invalidität, Sterblichkeit, Verbrechen etc.; ferner die Beziehungen der Zustands-Aenderungen in dieser Berufsklasse unter einander und zu den allgemeinen Zustands-Aenderungen der ganzen Bevölkerung.

β. Einfluss der baulichen Thätigkeit auf die Bevölkerung im allgem. u. z.:

In materieller Hinsicht: der zeitliche Verbrauch an Bauwerken und Baumaterialien; Geldwerth der vorhandenen und beabsichtigten Bauwerke; Einfluss auf Handel, Industrie und Erwerb; Ein- und Ausfuhr von Bau-Objekten und Materialien; Einfluss der dem Verkehr dienenden Bauwerke (Strassen, Eisenbahnen, Kanäle) auf die Bewegung der Bevölkerung und der Güter.

In Hinsicht auf Sicherheit, Leben und Gesundheit: förderliche und schädliche Einflüsse von baulichen Einrichtungen.

b. Anwendung der statistischen Methode im Bauwesen.

Sie dient zur Beschaffung derjenigen Grundlagen der gesammten bauwissenschaftlichen Theorie, welche nur durch Erfahrung zu gewinnen sind und zu deren Ermittelung das Experiment unzureichend ist, sowie zur fortlaufenden Kontrole der Uebereinstimmung zwischen Theorie und Wirklichkeit.

Anwendung findet die statist. Methode für die Bedürfnisse der Praxis: im Eisenbahnbau und Betrieb, im Strassenbau, im Wasserbau, im Brückenbau, im Hochbau.

Material für die 1. Abtheilung der Baustatistik ist vielfach vorhanden — wenn auch nach anderen Gesichtspunkten zusammen gestellt — in den fortlaufenden amtlichen Erhebungen, Volks- und Gewerbe-Zählungen, Lohn-Statistiken, Statistiken der technischen Lehranstalten, Handels-Statistiken, einigen Gebäude-Statistiken etc.

Weiteres Material liefern die umfangreichen Statistiken der Eisenbahn-Verwaltungen; vergl. namentlich die Statist. des Vereins deutscher Eisenbahn-Verwaltungen seit 1851; die statist. Nachrichten von den preuss. Eisenbahnen seit 1855; Statistik der im Betriebe befindl. Eisenbahnen Deutschlands, bearb. im Reichseisenbahnamt; seit 1880. Ferner das generelle Verzeichniss der deutschen Wasserstrassen: Die deutschen Wasserstrassen, im Band XV. d. Stat. d. deutsch. Reichs.

An Monographien sind hervor zu heben:

Engel. Arbeits- und Werkzeugmaschinen der preuss. Industrie nach den Aufnahmen vom 1. Dez. 1875 in der Zeitschr. des k. preuss. statist. Büreaus 1878. — Engel. Submissionswesen und Subm.-Statistik in den Jahren 1873—1878; ebenda 1879. — Engel. Das Zeitalter des Dampfes in technisch-statist. Beleuchtung: ebenda 1879 und 1880 ff. — E. Kühn. Die histor. Entwickelung des deutschen u. deutsch-österr. Eisenb.-Netzes. Berlin 1882, Verlag des k. preuss. statist. Büreaus.

Baustatistisches Material im engeren Sinne enthalten ebenfalls die Statistiken der Eisenbahn-Verwaltungen, doch nur in beschränktem Maasse, da bei den Zusammenstellungen im allgemeinen nur die Bedürfnisse der Betriebs-Verwaltung und die wirthschaftlichen Gesichtspunkte maassgebend gewesen sind.

Für Strassenbau liefern Beachtenswerthes: Die Beiträge zur Statistik der inneren Verwaltung des Grossherzogth. Baden, Band Strassenbau. Karlsruhe, Müller.

Einzelne spezifisch-technische kleinere Statistiken zur Ermittelung von Erfahrungswerthen sind zwar häufiger bearbeitet, doch ist nur wenig veröffentlicht worden. Vergl. hierzu: Schwedler. Konstruktion eiserner Brücken; Zeitschr. f. Bauw. 1865. — Funk. Ueber Fundirung grosser Brücken; Deutsche Bauzeitg. 1877. — Theune. Zur finanz. Statistik der Dachdeckungen; Deutsche Bauzeitg. 1878. — Schwering. Konstruktion der Glas-Bedachungen; Zeitschr. d. Arch. u. Ingen. Ver. zu Hannover 1881.

Als die erste fortlaufende Baustatistik für Hochbau ist wohl diejenige der Berliner städtischen Bauverwaltung anzusehen: Blankenstein, über bautechn. Statist. Eine umfangreiche Baustatist. der preuss. Bauverwaltung wird seit 1883 veröffentlicht: Endell u. Frommann Statist. Nachw.

Was den erstgenannten Zweig der Baustatistik betrifft, so liegt dessen Entwickelung naturgemäss vorwiegend in den Händen der Berufs-Statistiker, wenngleich die Ergebnisse den Bauwissenschaften ebenfalls oft werthvolles Material liefern werden. Die Anwendung der „statistischen Methode“ im Bauwesen ist dagegen spezielle Aufgabe der Techniker.

3. Die statistische Methode.

a. Eigenthümlichkeit der statistischen Beobachtungsweise.

Die statistische Massen-Beobachtung ist zu unterscheiden von der Einzel-Beobachtung durch Experiment. Durch das letztere wird die Einzel-Erscheinung isolirt und befreit von allen dieselbe abändernden zufälligen Einflüssen, dergestalt, dass die Einzel-Erscheinung direkt den Typus der Gattung repräsentirt und dieser an ihr studirt werden kann.

Die statistische Beobachtungs-Methode hat ebenfalls die Feststellung des Typischen, des Gattungs-Charakters der Erscheinung zum Gegenstand; eigenthümlich ist ihr indessen die Beobachtung der Erscheinung gerade unter zufälligen Einflüssen, welche der Einzel-Erscheinung ein individuelles Gepräge geben. Zu der Feststellung des Gattungs-Charakters gelangt sie durch Beobachtung grosser Massen von zur selben Gattung gehörigen Einzel-Erscheinungen, an welchen alle möglichen zufälligen Abänderungen sich zeigen. Durch Feststellung des allen Erscheinungen Gemeinsamen wird der Typus fixirt

Diese Eigenthümlichkeit der Methode gestattet die Anwendung der Beobachtung zur Auffindung von Gesetzen auch auf solchen Gebieten, auf welchen das Experiment unmöglich oder unzulängliche Resultate liefert. Sie führt ausserdem zur Erforschung der zufälligen Abänderungen der Erscheinungen, deren Kenntniss auf vielen Gebieten, besonders auch in den technischen Wissenschaften unerlässlich ist.

b. Theorie der Massen-Erscheinung; Gesetz der grossen Zahl.*)

Wenn für ein Ereigniss verschiedene Zahlenwerthe beobachtet werden, so ist die Veränderlichkeit der letzteren zurückführbar entweder auf die zufälligen Abänderungen des normalen oder typischen Werthes des Ereignisses, oder auf die Abhängigkeit des Ereignisses von variabeln Grössen, oder endlich auf das Vorhandensein beider, auf die Abänderung des Zahlenwerthes wirkenden genannten Ursachen.

Die Theorie der Massen-Erscheinung eines unter dem Einfluss zufälliger Abänderungen stehenden Ereignisses ist Gegenstand d. Wahrscheinlichkeits-Rechnung. Die Erörterung ist identisch mit derjenigen über die Beobachtungs-Fehler.

Sammelt man durch Beobachtung eine grosse Anzahl von Zahlenwerthen für ein Ereigniss welches von keiner variabeln Grösse abhängig ist, sondern nur zufälligen Abänderungen unterliegt, so kann jeder einzelne beobachtete Zahlenwerth angesehen werden als eine Summe aus dem Zahlenwerth für den Typus des Ereignisses, plus einer durch zufällige Einflüsse erzeugten Abänderung desselben; er ist daher zu setzen $= a + \triangle$. — a bezeichnet den typischen Werth der Erscheinung, $\triangle$ die zufällige Abänderung, welche Störung genannt werde.

Die Grösse $\triangle$ kann alle Werthe zwischen den Grenzen $+\triangle_1$ und $-\triangle_1$ durchlaufen, daher auch $= 0$ werden. Jedes Ereigniss, sofern es nicht durch das Experiment isolirt ist, unterliegt stets einer unendlichen Anzahl von zufälligen Einflüssen, welche auch dann vorhanden sind, wenn die Störung $\triangle = 0$ ist. Man kann daher die Grösse $\triangle$ ansehen als die algebraische Summe einer unendlich grossen Anzahl von konstanten elementaren Störungen von der unendlich kleinen Grösse $d\triangle$, welche ebenso leicht positiv wie negativ ausfallen werden. Dem Werth $\triangle$ kann hiernach die Form gegeben werden:

$$\triangle = m.d\triangle - (n - m).d\triangle$$

in welchem Ausdruck m alle Werthe von $+n$ bis 0 durchlaufen kann.

Die Wahrscheinlichkeit des Eintreffens ist nicht für alle Kombinationen aus positiven und negativen Werthen von $d\triangle$ dieselbe, wenn unter der Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses verstanden wird: das Verhältniss der Anzahl der Fälle, welche das Ereigniss herbei führen können zur Anzahl der möglichen Fälle.

*) Vergl. Quételet. *Lettres sur la théorie des probabilités. Bruxelles 1846*, wie auch *Physique sociale* — Lexis. Zur Theorie der Massen-Erscheinungen. Freiburg i. B. 1877, Wagner.

Wenn in einer Urne eine gleiche Anzahl schwarzer und weisser Kugeln liegt so ist die Wahrscheinlichkeit in einem Zuge schwarz zu ziehen $= {}^1/_2$, eben so gross auch die Wahrscheinlichkeit weiss zu ziehen.

Wenn zwei Züge gemacht werden so sind folgende 4 Kombinationen möglich: *SS*, *SW*, *WS*, *WW*. Die Zahl der überhaupt möglichen Fälle ist $= 2^2 = 4$. Sieht man aber von der Anordnung der Elemente in der Kombination ab, so sind hier nur zwei Züge möglich, welche *S* und *W* liefern und die Wahrscheinlichkeit des Eintreffens dieser Kombination ist also ${}^2/_4 = {}^1/_2$, die Wahrscheinlichkeit für *SS* oder *WW* je nur ${}^1/_4$.

Bei drei Zügen ergeben sich die möglichen Kombinationen, wenn man jede der voran gehenden ein Mal mit *S* und ein Mal mit *W* kombinirt; die Zahl der Kombinationen ist daher $= 2^3$.

In gleicher Weise weiter schliessend findet man, dass für n Züge die Zahl der möglichen Fälle $= 2^n$ ist.

Die Zahl derjenigen Fälle, welche eine bestimmte Kombination von *S* und *W* zu n Elementen zu Stande bringen, für welche die Folge der Elemente in der Kombination gleichgültig ist, wird dargestellt durch die Koeffizienten der einzelnen Glieder des in eine Reihe entwickelten Binoms $(a+b)^n$. Denn es wird:

$$(a+b)^1 = a+b$$
$$(a+b)^2 = aa+ab+ba+bb$$
$$(a+b)^3 = aaa+aab+aba+abb+baa+bab+bba+bbb$$

etc. etc.

Es entsteht also auch hier jedes Glied, indem man die Glieder der für den voraus gehenden Zahlenwerth von n entwickelten Reihe ein Mal mit a und ein Mal mit b kombinirt. Indem man die Glieder, welche nur durch die Anordnung der Faktoren verschieden sind, zusammen fasst, erhält man den bekannten Ausdruck:

$$(a+b)^n = a^n + n\,a^{n-1}\,b + \frac{n(n-1)}{1.2}\,a^{n-2}\,b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}\,a^{n-3}\,b^3 + \ldots$$

Die gleichen Resultate erhält man für die relative Möglichkeit des Eintretens einer bestimmten Kombination aus positiven und negativen Werthen $d\triangle$ und es ist danach die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten der Kombination $\triangle = +m.d\triangle - (n-m).d\triangle$:

$$\omega = \frac{1}{2^n}\cdot\frac{n}{1}\cdot\frac{n-1}{2}\cdot\frac{n-2}{3}\cdots\frac{n-(m-1)}{m}$$

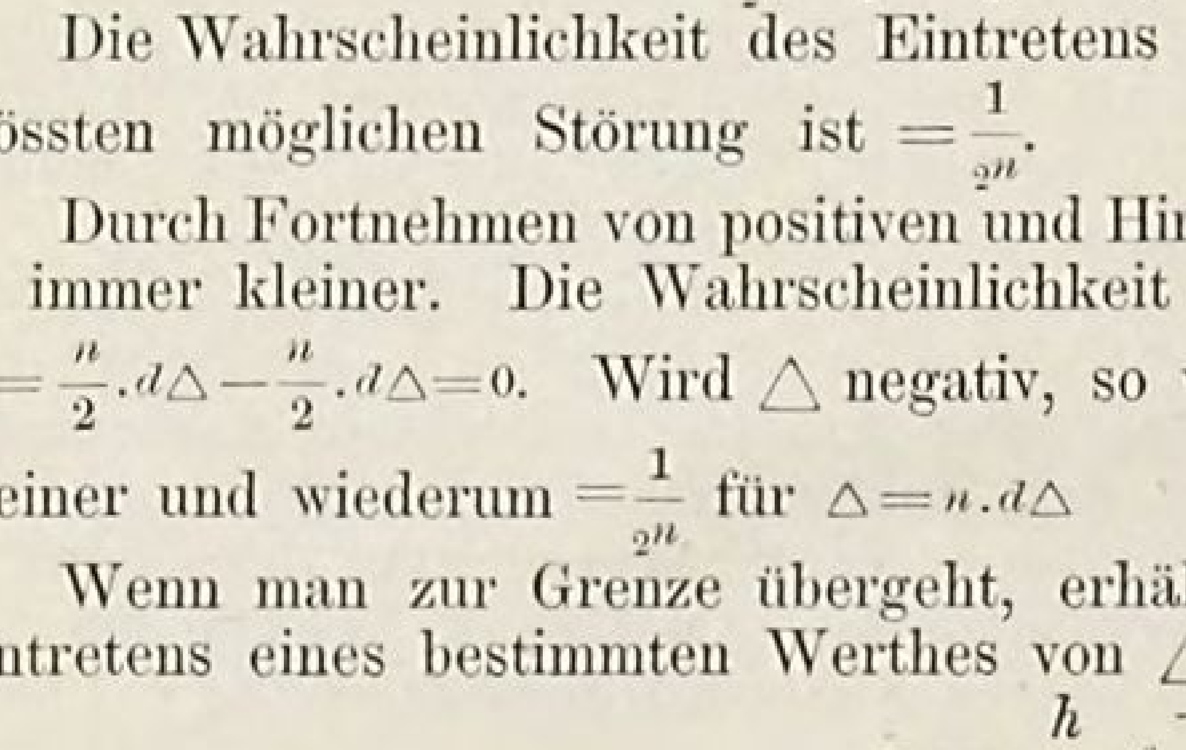
Die Wahrscheinlichkeit des Eintretens von $+n.d\triangle$ oder $-n.d\triangle$ also, der grössten möglichen Störung ist $= \frac{1}{2^n}$.

Durch Fortnehmen von positiven und Hinzufügen von negativen Werthen $d\triangle$ wird $\triangle$ immer kleiner. Die Wahrscheinlichkeit wächst also und wird am grössten für $\triangle = \frac{n}{2}.d\triangle - \frac{n}{2}.d\triangle = 0$. Wird $\triangle$ negativ, so wird die zugehörige Wahrscheinlichkeit kleiner und wiederum $= \frac{1}{2^n}$ für $\triangle = n.d\triangle$

Wenn man zur Grenze übergeht, erhält man für die relative Möglichkeit des Eintretens eines bestimmten Werthes von $\triangle$ den Ausdruck:

$$\eta = \frac{h}{\sqrt{\pi}}\,e^{-h^2\triangle^2}$$

Fig. 15.



und die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten dieses speziellen Werthes von $\triangle$ ist:

$$\omega = \frac{h}{\sqrt{\pi}}\,e^{-h^2\triangle^2}\,d\triangle \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (1)$$

h bezeichnet eine Konstante, die von der Genauigkeit der Beobachtung der (Präzision) abhängt und durch die Beziehung $\frac{1}{h} = \sqrt{\frac{1}{2}\,n}$ gegeben ist.

Trägt man für alle Werthe von $\triangle$ als Abszissen die zugehörigen Werthe von η als Ordinaten auf, so ergiebt sich eine Kurve vom Typus Fig. 15, welche aus 2 zu der Ordinate η_a symmetrischen Zweigen besteht. η_a stellt die relative Möglichkeit dar für $\triangle = 0$.

Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines bestimmten Werthes von $\triangle$ ist gleich dem Flächen-Element $\eta . d\triangle$. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Störungen in gewissen Grenzen $\triangle_{I}$ und $\triangle_{II}$ bleiben werden, ist:

$$\int_{\triangle_{II}}^{\triangle_{I}} \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2\triangle^2} d\triangle. \quad (2)$$

Wenn die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Ereignisses $= \frac{y}{z}$ ist, so ist das wirkliche Eintreten des Ereignisses in z Fällen, welche dasselbe herbei führen können, annähernd y Male zu erwarten, in dem Falle, dass z gross ist; und zwar ist die Annäherung um so weit gehender je grösser z.

Liegt also eine sehr grosse Zahl von Beobachtungen eines Ereignisses vor, so wird die Zahl der grossen Störungen seltener auftreten als die der kleinen und um so seltener je grösser die Störung ist. Die Störungen gruppiren sich nach der Grösse ihres Zahlenwerthes und der Häufigkeit ihres Vorkommens nach einem durch die obige Gleichung für η dargestellten Gesetz.

Dies ist die mathematische Darstellung des bekannten „Gesetzes der grossen Zahl", welches in Worten gewöhnlich etwa so ausgesprochen wird: dass in einer unendlichen Reihe von Vorkommnissen die Wirkung der regelmässigen und ständigen Ursachen, diejenigen der unregelmässigen und zufälligen überwiegen muss und dass letztere um so seltener auftreten, je grösser die Abänderung ist, welche sie an dem Typus der Erscheinung hervor bringen.

Der in der Formel für η vorkommende Werth h ist ein unbestimmter, da h als eine unendlich grosse Zahl gedacht wird. Um die Verhältnisse der Kurve in bestimmten Zahlen ausdrücken zu können, benutzt man die wahrscheinliche Störung $= r$ als Maassstab. Dies ist diejenige Grenze, welche sowohl in positivem als negativem Sinne eben so oft überschritten wie nicht erreicht wird. Da die Fläche der Kurve (also die Wahrscheinlichkeit, dass die Abänderung innerhalb der möglichen Grenzen bleibt) $= 1$ ist, so ist die zwischen den Ordinaten η_{+r} und η_{-r} liegende Fläche $= \frac{1}{2}$, bez. die Fläche zwischen η_{a} und $\eta_{r} = \frac{1}{4}$.

Der Werth r wird dargestellt durch die Formel: $r = 0{,}674 \sqrt{\frac{\Sigma(\triangle^2)}{m}}$ (3) in welchem Ausdruck m die Zahl der angestellten Beobachtungen ist.

Die Gl. (1—3) können als Näherungswerthe auch dann verwendet werden, wenn m eine endliche Zahl ist, und die Veränderung von $\triangle$ nicht kontinuirlich, sondern in endlichen Intervallen vor sich geht.

Für die Berechnungvon r kann man sich folgender etwas bequemeren Näherungs-Formel bedienen, welche für den Fall gilt, dass die Anzahl der Beobachtungen eine sehr grosse ist:

$$r = 0{,}8453 \frac{\Sigma(\triangle)}{m} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (3a)$$

worin $\Sigma(\triangle)$ die Summe der beobachteten Störungen und m die Zahl der Beobachtungen ist; die Werthe von $\triangle$ sind ohne Berücksichtigung des Vorzeichens zu nehmen.

Nach der Theorie vertheilen sich bei 1000 Beobachtungen die beobachteten Störungen ihrer Grösse nach (in Vielfachen von r ausgedrückt) nach den Angaben in nebenstehender Tabelle.*)

Von 0,0 r — 1,0 r	= 500
„ 1,0 r — 2,0 r	= 323
„ 2,0 r — 3,0 r	= 134
„ 3,0 r — 4,0 r	= 36
„ 4,0 r — 5,0 r	= 6
Sa.	= 999

Man kann die Zahlen der Tabelle zum Verzeichnen der Kurve benutzen, indem man die Ordinaten in der Mitte jedes Intervalls im Verhältniss zu den Häufigkeits-Zahlen aufträgt, da die Fläche zwischen 2 Ordinaten gleich der Wahrscheinlichkeit ist, dass die Störung in das betreffende Intervall fällt und der Massstab für die Abzissen willkürlich gewählt werden kann.

Charakteristische Verhältnisse der Kurve sind noch: die Ordin. η_{r} ist = rot. 0,8 η_{a}; dieselbe bezeichnet den Wendepunkt der Kurve. Für $\triangle = 5r$ ist annähernd $\eta = o$.

Liegt eine Anzahl von m Beobachtungen vor — sämmtlich von gleicher Präzision — welche die einzelnen Werthe F_1, F_2, F_3 F_m ergeben haben, so ist der wahrscheinliche typische Werth a das arithmetische Mittel aus den Werthen der einzelnen Beobachtungen also:

$$a = \frac{\Sigma(F)}{m} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4).$$

*) Die ausführliche Tabelle siehe im Abschn. Mathematik, „Wahrscheinlichkeits-Rechnung."

Kommt aber den einzelnen Beobachtungen nicht gleiche Präzision zu, so ist:

$$a = \frac{\Sigma(h^2 F)}{\Sigma(h^2)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4a)$$

Ist der Werth der beobachteten Grösse abhängig von variabeln Grössen und gleichzeitig beeinflusst durch zufällige Störungen, so lehrt die Methode der kleinsten Quadrate die Ermittelung der typischen Werthe.

Ein weiteres Eingehen darauf ist hier um so weniger am Platze, als die Ausführung dieser komplizirten Rechnungs-Operationen bei der Anwendung von Massen-Beobachtungen möglichst vermieden wird und man sich fast immer mit Annäherungs-Rechnungen begnügt; hiervon weiterhin.*)

Nachstehendes Beispiel, welches die Bestätigung der mit Hülfe der Wahrscheinlichkeits-Rechnung entwickelten Gesetze durch die Erfahrung zeigt, entnehmen wir Hagens Wahrscheinlichkeits-Rechnung, S. 87; die bezüglichen Rechnungen werden hier aber fortgelassen.

Hagen zählte in Eytelweins Handbuch der Mechanik, Ausgabe von 1801, das Vorkommen des Buchstabens e in jeder Zeile der Vorrede mit Einschluss der Diphtongen ä, ö ü. Die eingezogenen und abgebrochenen Zeilen wurden fortgelassen. In 110 Zeilen wiederholte sich der Buchstabe e 886 Mal, also in jeder Zeile im Mittel 8,06 oder nahezu 8 Mal.

Nach der Methode der kleinsten Quadrate wurde die Wahrscheinlichkeit des Vorkommens der abweichenden Zahlenwerthe berechnet, und damit das wirkliche Vorkommen der entsprechenden Abweichungen verglichen. Es ergab sich die nachstehende Anzahl von Abweichungen verschiedener Grösse:

Abweichung		0	1	2	3	4	5	über 5
Vorkommen	berechnet	24,5	39,7	26,5	12,9	4,8	1,3	0,3 Mal
	beobachtet	26	43	24	11	4	0	2 Mal

Die Uebereinstimmung der berechneten mit den beobachteten Werthen ist der geringen Anzahl von Abzählungen unerachtet, durchaus befriedigend.

Eine noch grössere Uebereinstimmung zwischen der Beobachtung und der auf Grund der Theorie ausgeführten Rechnung zeigen die Angaben der nachstehenden Tabelle über Messungen von Körpergrössen an 25878 Soldaten der *United States Army*.**)

Grössen-Maasse m	Zahl der Gemessenen (absolut) in Grössen-Intervallen von 0,025 m	Häufigkeit des Vorkommens der Einzelwerthe pro 1000 Gemessener beobachtet	berechnet	Grössen-Maasse m	Zahl der Gemessenen (absolut) in Grössen-Intervallen von 0,025 m	Häufigkeit des Vorkommens der Einzelwerthe pro 1000 Gemessener beobachtet	berechnet
1,397—1,524	31	1	2	1,753	3631	140	146
1,549	15	1	3	1,778	3133	121	121
1,575	50	2	9	1,803	2075	80	56
1,600	526	20	21	1,829	1485	57	53
1,626	1237	48	42	1,854	600	26	28
1,651	1947	75	72	1,880	343	13	13
1,676	3019	117	107	1,905	118	5	5
1,702	3475	134	137	1,930	42	2	2
1,727	4054	157	153	1,930—2,007	17	1	0

c. Die statistischen Operationen.

Die statischen Arbeiten sind folgende:

1. Die Erhebungen;
2. Die Gruppirung und rechnerische Bearbeitung des Urmaterials;
3. Die weitere wissenschaftliche Ausnützung des statistischen Materials zur Ermittelung der Gesetzmässigkeit der Erscheinungen.

Letztere Thätigkeit ist als die wichtigste und der eigentliche Zweck der statistischen Arbeiten anzusehen.

Die Erhebungen sind fortlaufende oder periodische, zu einem bestimmten Zweck gemachte. Sie erfolgen mittels vorgeschriebener Formulare oder Tabellen (Erhebungs-Formulare) und liefern das statistische Rohmaterial (Urmaterial) und in erster Linie absolute Zahlen.

Zur Gruppirung des statistischen Urmaterials dienen zunächst die Konzentrations-Tabellen. Eine weitere Bearbeitung hat die Ermittelung von relativen und typischen Zahlenwerthen zum Gegenstande. Zur anschaulichen Darstellung von statischen Ergebnissen dienen graphische Darstellungen und Tableaus.

*) Auch die vorstehende Erörterung hat sich nur mit der Vorführung des Gedankengangs der mathematischen Entwickelung des Gesetzes der Massen-Erscheinung und der Zusammenstellung der Formeln begnügt. Man vergl. im übrigen: G. Hagen. Grundzüge der Wahrscheinlichkeits-Rechnung. Berlin 1882, Ernst u. Korn.

**) Vergl. Internat. stat. Kongress in Berlin. Berlin 1865, Decker; Bd. II. Abschn. VI.; Beilagen. Elliot. *On the military statistics of the United States*, S. 715. Auch bei Quételet. *Physique sociale*, I. S. 231, II. S. 56. 59, 70. Desgl. in Quételets *Lettres sur la théorie des probabilitées*. Siehe auch: Stinda. Anwendung der Wahrscheinlichkeits-Rechnung in der anthropologischen Statistik. Archiv für Anthropologie, Bd. XIV.

Bezüglich der Tabellen mag hier nur hervor gehoben werden, dass auf eine übersichtliche Anordnung grosser Werth zu legen ist. Das Entwerfen der Schemata ist eine Arbeit, welche grosse Umsicht und Erfahrung in statistischen Arbeiten erheischt. Auch die äussere Form und Anordnung ist von besonderer Bedeutung, da von ihr die Klarheit und Sicherheit in der Anwendung mit abhängig ist.

Eine spezielle Besprechung erübrigt hier nur betreffs der wichtigsten rechnerischen Operationen und der graphischen Darstellung.

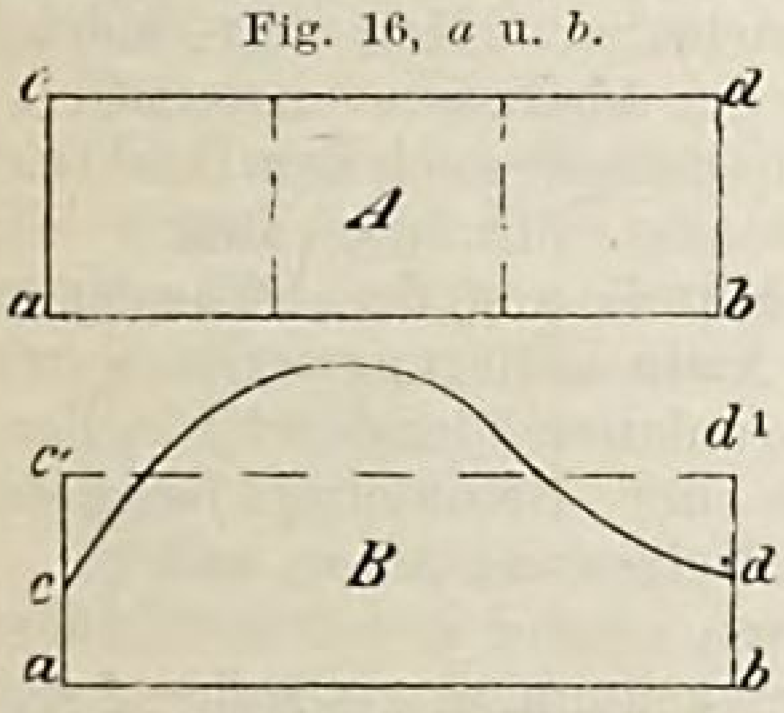
a. Rechnerische Operationen.

Die aus den Beobachtungen gewonnenen absoluten Werthe gewähren selten die Möglichkeit einer leichten und raschen Vergleichung. Man gebraucht daher gewisse reduzirte Zahlen, welche wir allgemein charakterisirende Zahlen nennen wollen. Derartige viel gebrauchte charakterisirende Zahlen sind die relativen und die Durchschnitts-Zahlen.

Relative Zahlen erhält man durch Reduktion der beobachteten absoluten Werthe auf eine Einheit. Die Zahl der pro 1000 der Bevölkerung jährlich Gestorbenen, der Kosten eines Gebäudes pro ^{qm} bebauter Grundfläche oder pro ^{cbm} umbauten Raumes, der Anlage oder Betriebskosten einer Heizanlage pro 100 ^{cbm} geheizten Raumes sind solche oft gebrauchten relativen Zahlen. Bei der Wahl der Einheiten bedarf es Vorsicht und Ueberlegung. Bedingung ist, dass der absolute Zahlenwerth der betr. Erscheinung wenigstens annähernd proportional der Anzahl der als Einheit benutzten Grösse veränderlich sei. Die beobachtete Grösse muss also die Form $F = f(x)$ haben, die relative Zahl stellt den Werth $\frac{F}{x} = f$ her, wobei f noch weiter von Variabeln abhängig sein kann. Die relative Zahl kann auch angesehen werden als entstanden durch Division einer Summe aus gleichen Summanden durch die Anzahl der Summanden.

Die Durchschnittszahl entsteht mittels Division einer Summe von ungleichen Summanden durch die Anzahl von Summanden. Bedingung für ihre Brauchbarkeit ist, dass das Ereigniss unter der Form einer Summe aus stets gleicher oder annähernd gleicher Summanden-Zahl aufgefasst werden darf. Die mittlere Tages-, Monats- oder Jahres-Temperatur, die durchschnittlichen täglichen Betriebskosten einer Heizanlage während einer Heizperiode sind viel gebrauchte Durchschnitts-Zahlen.

Fig. 16, *a* u. *b*.



Man übersieht die Bedeutung der Durchschnittswerthe und den Unterschied derselben gegen die relativen Zahlenwerthe am besten mit Hülfe der beistehenden geometrischen Darstellungen. Fig. 16*a* stellt den Zahlenwerth eines Ereignisses durch die Fläche eines Parallelogramms dar, dessen Grundlinie *ab* die Anzahl der als Einheit benutzten Grösse misst, (also z. B. den kubisch. Gebäude-Inhalt); die relative Zahl ist die Höhe *ac* des Parallelogramms. In Fig. 16*b* wird der Zahlenwerth des Ereignisses durch eine Fläche dargestellt, die von einer Kurve, der Abszissenaxe und 2 Ordinaten begrenzt wird. Zieht man die Linie $c^1 d^1$, dergestalt dass die Fläche $abc^1d^1 = abcd$ wird, so ist die Länge $ac^1 = bd^1$ ein Durchschnittswerth.

Man kann endlich durch Bildung von Durchschnitts-Zahlen aus den relativen charakterisirende Zahlen gewinnen, wie es z. B. die durchschnittl. täglichen Heizkosten pro 100 ^{cbm} geheizten Raumes sind.

Die charakterisirenden Zahlen sind vorzugsweise in den zur Veröffentlichung oder zur sonstigen weiteren Benutzung bestimmten Tabellen, welche nicht mehr blosses Rohmaterial enthalten sollen, aufzunehmen. Die Herstellung gehört zu den einfacheren rechnerischen Operationen der Statistik.

Die wichtigste Operation ist die Ermittelung der typischen Werthe. Die Berechnung gestaltet sich am einfachsten, wenn die beobachtete Erscheinung nicht von Variabeln abhängig ist, also die Form $F = a$ hat. Der wahrscheinliche typische Werth ist dann nach (4) das arithmetische Mittel also $a = \frac{\Sigma(F)}{m}$

Der typische Werth wird also in diesem Falle durch ganz dieselbe Rechnungs-Operation, wie der Durchschnittswerth hergestellt, hat aber eine völlig andere, durch die vorauf gehenden Erörterungen hinreichend klar gestellte Bedeutung.

Der als arithmetisches Mittel aus sämmtlichen Beobachtungen hergestellte typische Werth möge als **typisches Mittel** bezeichnet werden.

Das Kriterium dazu, ob ein typisches Mittel vorhanden ist, giebt die Untersuchung über die Häufigkeit des Auftretens der einzelnen Abweichungen von dem berechneten Mittelwerth, welche sich nach ihrer Grösse, entsprechend dem Gesetze der Wahrscheinlichkeits-Kurve vertheilen müssen.

Es gelingt nicht oft, ein typisches Mittel in voller Schärfe herzustellen. Wenn sich indessen die Abweichungen von einem mittleren Werth, wenn auch nicht genau genug nach dem Gesetz der zufälligen Störungen, so doch derart vertheilen, dass die grösseren Abweichungen selten sind und eine Anhäufung weniger differirender Werthe um einen mittleren Werth stattfindet, so benutzt man diesen eben so wie den typischen Werth. Solche Werthe die den Uebergang zu den typischen Grössen bilden, seien allgemein als **Mittelwerthe** bezeichnet.*)

Fig. 17.

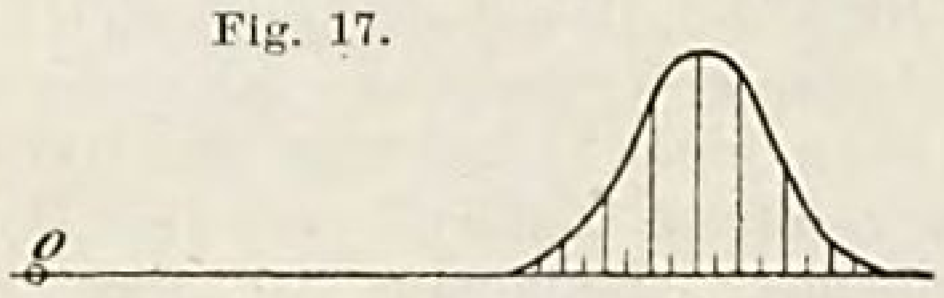
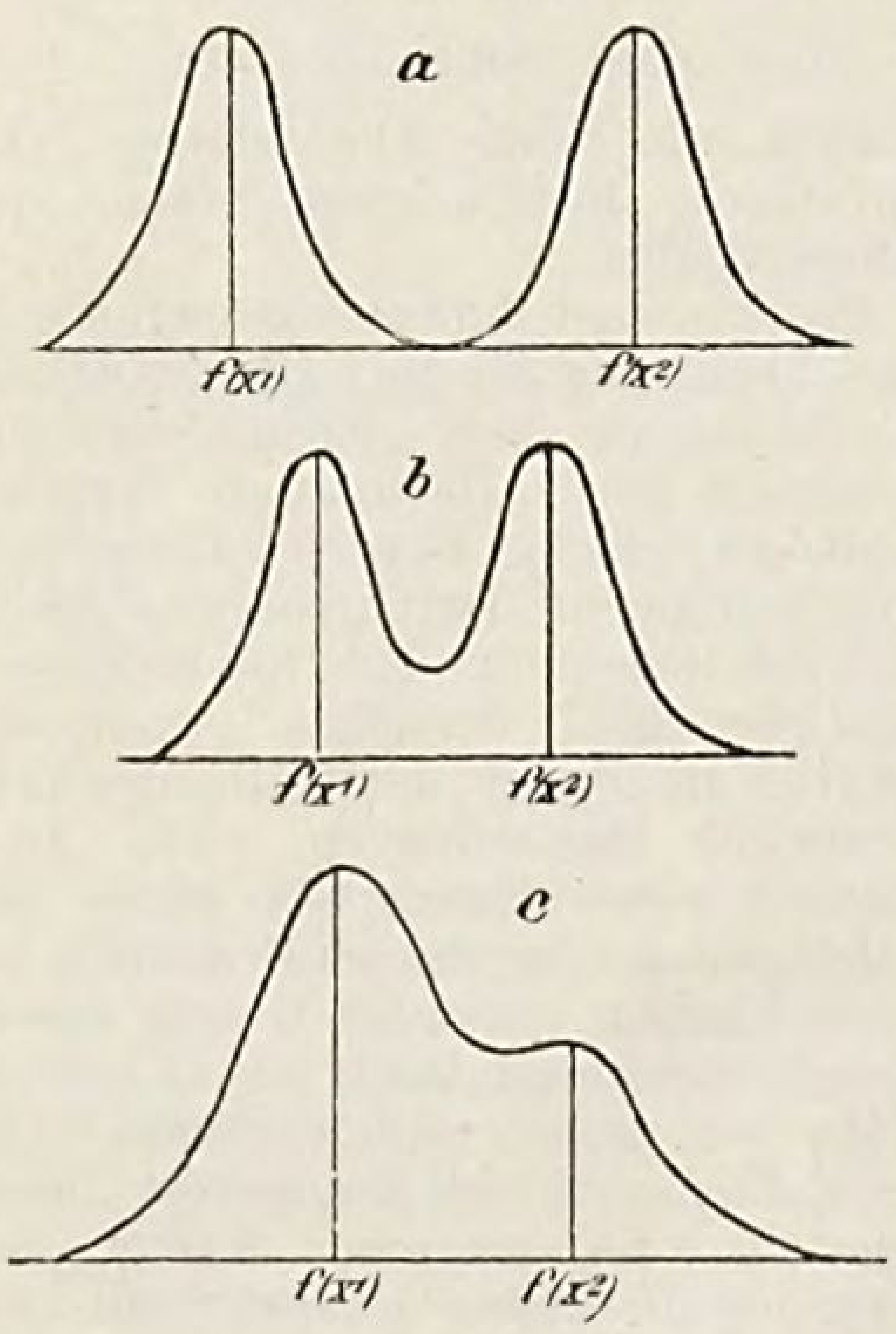


Fig. 18; *a*, *b*, *c*.



Die Untersuchung, ob die Verschiedenheiten der beobachteten Werthe nur durch Störungen veranlasst sind, wird durch **graphische** Behandlung sehr vereinfacht. Man ordnet die beobachteten Werthe nach ihrer Grösse und zwar nach fort schreitenden gleichen Intervallen der Grösse, zählt dann wie viel Beobachtungen in jedes Intervall fallen, trägt die Grössen von einem Nullpunkt aus nach den angenommenen Intervallen fort schreitend als Abszissen, die Zahlen, welche die Häufigkeit der Vorkommens messen, als Ordinaten auf und zwar letztere in der Mitte des Intervalls der Ordinaten, Fig. 17. Verzeichnet man dann durch die so gegebenen Punkte eine Kurve, oder — wenn dies nicht gelingt — eine diesen Punkten sich möglichst anschliessende Ausgleichungs-Kurve, so muss diese die charakteristische Gestalt der Wahrscheinlichkeits-Kurve aufweisen (S.202**), wenn nur Störungen vorliegen. Man hat hierbei den Anfangspunkt der Abszissen von dem Fusspunkt der mittleren Ordinate nach dem Punkte *O* verlegt, erspart also für die Probe die Berechnung des Mittels und der Differenzen.

Der Werth r kann näherungsweise durch Abzählen und Interpolation oder durch Flächen-Berechnung nach der Bedingung bestimmt werden, dass die Fläche zwischen η_a und η_r = der Fläche zwischen η_r und $\eta = o$ ist. Diese graphischen Untersuchungen vollziehen sich mit Hülfe von quadirtem Papier sehr rasch und gewähren der Berechnung gegenüber grosse Erleichterung.

Auch wenn die erhaltene Kurve nicht den Bedingungen entspricht, lässt sie mitunter einige Folgerungen zu, welche für die weitere Untersuchung von Werth sein können.

*) Eine präzise Nomenclatur hat sich hierzu allerdings in der Statistik noch nicht eingebürgert. Dies wird dadurch erschwert, dass der Durchschnittswerth seiner Entstehung nach auch ein Mittelwerth ist. Um so wünschenswerther sind aber präzise Bezeichnungen, welche die Bedeutung der angegebenen Zahl sofort erkennen lassen. Quételet bezeichnet mit „*moyenne*“ den typischen Mittel-Werth, mit „*moyenne arithmétique*“ den Durchschnittswerth. — Herschel empfiehlt die Bezeichnung „*moyenne*“ für die typischen Mittel zu reserviren, für den Durchschnittswerth die Bezeichnung „*average*“ (Durchschnitt) anzuwenden.

**) Aus der symmetrischen Form der Wahrscheinlichkeits-Kurve würde übrigens folgen, dass der Mittelwerth einfach dadurch bestimmt werden kann, dass man die Summe aus dem grössten und dem kleinsten beobachteten Werth durch 2 dividirt. Dies Verfahren ist aber unsicher; denn da die Wahrscheinlichkeit des Vorkommens der grossen Abweichungen von dem Typus sehr gering ist, kann es sein, dass die grösste mögliche Abweichung auf der einen Seite beobachtet, auf der andern Seite nicht beobachtet ist. Als rasch zum Ziele führendes Näherungs-Verfahren wird diese Methode indessen zuweilen unter der Bezeichnung „Staffelungs-Verfahren“ angewandt. Man rangirt z. B. die Schüler einer Klasse nach ihrer Befähigung und greift durch Abzählen den in der Mitte Stehenden heraus; derselbe wird dann annähernd als Typus angesehen.

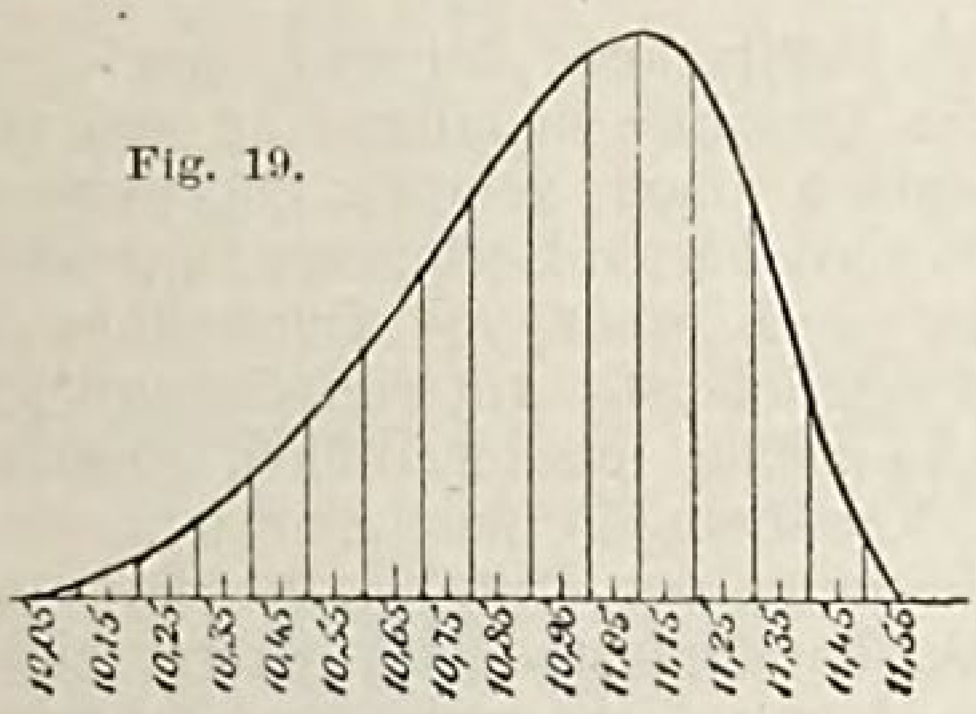
Wenn eine Grösse Funktion nur einer Variabeln, und eine Anzahl Beobachtungen vorhanden ist, in welchen x in zwei Werthen auftritt, so würde die Wahrscheinlichkeits-Kurve die Form Fig. 18a annehmen, falls die beiden Werthe für x so weit aus einander liegen, dass die Störungen der entstehenden Werthe von F nicht über einander greifen; findet ein Uebereinandergreifen statt, so erhält die Kurve die Form Fig. 18b. Man könnte mit Hülfe der Störungs-Kurve also Schlüsse auf die bisher noch unbekannte Natur der Grösse F ziehen und Elemente für die Berechnung der typischen Werthe der Konstanten erhalten.

Symmetrische Kurven obiger Formen entstehen unter der Voraussetzung, dass in der grossen Zahl der Beobachtungen die von x_1 abhängigen Werthe häufiger auftreten, als diejenigen für x_2; treten letztere seltener auf, so wird die Kurve für x_2 flacher. (Fig. 18c.)

Sind die Bedingungen für die Darstellung des typischen Werthes als arithmetisches Mittel nicht ganz ausgesprochen vorhanden, so ist es mitunter von Bedeutung, das „Dichtigkeits-Mittel" zu bestimmen. Sei z. B. eine Beobachtungs-Reihe mit folgenden Resultaten vorhanden:

Grösse. . . .	10,05—10,15	10,15—10,25	10,25—10,35	10,35—10,45	10,45—10,55	10,55—10,65	10,65—10,75	10,75—10,85
Beobachtg. .	2	5	8	10	15	20	30	35
Grösse. . . .	10,85—10,95	10,95—11,05	11,05—11,15	11,15—11,25	11,25—11,35	11,35—11,45	11,45—11,55	
Beobachtg. .	45	50	51	47	35	20	4	

Fig. 19.



Die Wahrscheinlichkeits-Kurve für diese Beobachtungen ist in Fig. 19 gegeben. Das arithmetische Mittel ist 10,94; man sieht aber aus der Kurve, dass die grösste Anhäufung um den Werth 11,10 stattfindet, dass dieser der wahrscheinlichste und zur Darstellung des Typus besser geeignet ist als das „arithmetische Mittel". Uebrigens würde die Wahrscheinlichkeits-Kurve eine der Fig. 19 ähnliche Gestalt annehmen, wenn die Chancen für die negativen Störungen grösser wären, als diejenigen für die positiven. Der durch die grösste Ordinate gegebene Abszissen-Werth wäre dann der Werth, für welchen die Störung $= o$ ist, also der typische Werth.

Die wahrscheinliche Störung kann auch in diesem Falle leicht ermittelt werden; man hat indess 2 Werthe, einen positiven und einen negativen zu bestimmen. Die Ordinaten der wahrscheinlichen Störungen halbiren die Flächen rechts und links der Ordinate des Dichtigkeit-Mittels. Die Grösse der wahrscheinlichen Störungen kann also annähernd aus der Fläche berechnet werden; durch die Benutzung von eng quadrirtem Papier werden rechnerische Operationen der vorliegenden Art wesentlich erleichtert.

Bisher ward voraus gesetzt, dass nur Beobachtungen von gleicher Präzission h kombinirt wurden. Dies ist jedoch nicht der Fall, wenn die einzelnen Beobachtungen wiederum Mittelwerthe aus Beobachtung-Reihen verschiedenen Umfangs sind.

Setzt man $g = h^2$ und nennt g das Gewicht der Beobachtung, dann ist nach Gl. (4a) das typische Mittel aus m Beobachtungen, welche einzeln die Gewichte $g_1, g_2 \ldots$ haben:

$$a = \frac{\Sigma (g\,F)}{\Sigma (g)}$$

Die Beobachtungen sind darnach so oft in die Reihe einzusetzen, aus welcher das typische Mittel gebildet wird, als die Gewichte angeben.

Das Gewicht einer Zahl, welche als arithmethisches Mittel aus z Beobachtungen gewonnen wurde, ist proportional der Zahl z der Glieder der Beobachtungs-Reihe. Seien F_1 und F_2 aus 2 Beobachtungs-Reihen mit z_1 und z_2 Gliedern gewonnen, so verhalten sich ihre Gewichte:

$$g_1 : g_2 = z_1 : z_2$$

Um also die Gewichte der in die Tabellen eingeführten Zahlen beurtheilen zu können, ist es nöthig, die Anzahl der Glieder der Beobachtungs-Reihen anzugeben, aus welchen die Zahlen ermittelt wurden.

Sehr zu empfehlen ist die Angabe noch einer anderen, ebenfalls zur Beurtheilung des Gewichts benutzbaren Zahl; dies ist die mittlere Oszillation.

Die mittlere Oszillation ist $\mu = \frac{\Sigma(\triangle)}{m}$, d. h.: gleich der Summe aller Differenzen der einzelnen Beobachtungen mit dem Mittelwerth, dividirt durch die Anzahl der Beobachtungen, wobei die Vorzeichen der Differenzen unberücksichtigt bleiben.

Die Präzisionen verhalten sich umgekehrt, wie die wahrscheinlichen Störungen, also:

$$g : g_1 = h^2 : h_1^2 = \frac{1}{r^2} : \frac{1}{r_1^2}$$

Nach Gl. (3a) sind aber die wahrscheinlichen Störungen den mittleren Oszillationen proportional; also ist auch:

$$g : g_1 = \mu_1^2 : \mu^2$$

D. h. die Gewichte verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate der mittlere Oszillationen. Diese Beziehung gilt näherungsweise unter der Voraussetzung, dass die Zahl der Beobachtungen in den einzelnen Beobachtungs-Reihen gross ist und dass die einzelnen Werthe der Beobachtungen durch Störungen des typischen Werthes entstanden sind.

Man giebt die Oszillation in Prozenten des arithm. Mittels an und setzt sie als Exponenten zu dieser Zahl; man schreibt also $15{,}3^{12}$ und dies heisst typisches Mittel = 15,3 mit der Oszillation von 12%.*)

Wenn die beobachtete Grösse nicht unter der Form $F = a$ oder $\frac{F}{x} = a$ erscheint, sondern von Variabeln abhängig ist, erfordert die Bestimmung der typischen Werthe der Konstanten nach der Methode der kleinsten Quadrate umfangreiche und mühsame Rechnungen, welche zu vermeiden namentlich dann geboten ist, wenn das Beobachtungs-Material nicht der Art ist, um die verfeinerten Rechnungs-Operationen überhaupt lohnend erscheinen zu lassen oder auch wenn die Darstellung der Funktion nicht anders als nur näherungsweise möglich ist. Am einfachsten kommt man zum Ziel, wenn man nur Beobachtungen in solche einzelne Reihen zusammen stellt, für die man annehmen kann, dass die Variabeln für jede Beobacht.-Reihe konstant gewesen sind. Durch weitere Vergleichung der Mittelwerthe kann man dann Schlüsse auf die Beding. der Veränderlichk. der darzustellenden Grösse ziehen.

Häufig kann man auch derart verfahren, dass man aus theoretischen Erwägungen eine einfache Formel mit möglichst nur einer Variabeln aufstellt und deren Konstanten graphisch ermittelt, indem man die beobachteten Werthe als Ordinaten zu den entsprechenden Werthen der Variabeln aufträgt, eine Kurve zeichnet, welche sich den beobachteten Werthen möglichst anschliesst und alsdann durch Probiren passende Werthe der Konstanten aufsucht. Untersuchungen dieser Art gehören zu den allerschwierigsten.**)

β. Graphische Darstellungen

Litteratur: *Congrès internat. de St. Petersbourg 1872.* Band I. — Schwabe. Theorie der graphischen Darstellungen. — Mayr. Gutachten über die Anwendung der graphischen Methode in der Statistik. München, 1874; Gotteswinter & Mossl. (Das Wesentliche hieraus ist in desselben Verfassers „Gesetzmässigkeit im Gesellschaftsleben" wieder gegeben).

Die am häufigsten gebrauchten graphischen Darstellungen haben die Ermittelung oder Veranschaulichung des funktionellen Verhältnisses zweier Grössen zum Zweck, welche als Koordinaten eines rechtwinkligen Systems aufgetragen werden. Häufig ist es zweckmässig die Beziehung der Grössen dadurch zur Anschauung zu bringen, dass man beide als Funktionen einer und derselben 3ten Veränderlichen, gewöhnlich des Raumes oder der Zeit, auffasst, und die beiden Tableaus über einander stellt.

Oft ist ein funktionelles Verhältniss nicht gegeben und sind einfach Grössen-Verhältnisse zur Anschauung und Vergleichung zu bringen. Man kann hierzu gerade Linien benutzen, welche nach einem beliebigen Maassstabe neben einander gestellt werden, wobei Unter-Abtheilungen durch verschiedene Punktirungen gebildet werden können (Fig. 20).

Da die Begrenzung der Länge der einzelnen Linien nicht genügend prägnant und in die Augen fallend ist, verbindet man wohl die Endpunkte durch einen

*) Vom internationalen statist. Kongress 1869 wurde die Beifügung der Angaben, wie gross die Zahl der Beobachtungen gewesen ist, aus welcher ein Mittelwerth dargestellt wurde, so wie die Angabe der mittleren Oszillation empfohlen. (Vgl. *Congrès intern. VII. Session*; la Haye.

**) Als Beispiele baustatistischer Untersuchungen vergl.: Schwedler. Ueber Brückenbalken-Systeme von 200—400 Fuss Spannweite. Zeitschr. f. Bauw. 1863. — Schwering Konstruktion der Glas-Bedachungen. Zeitschr. d. Archit, u. Ingen. Ver. zu Hannover. 1884. — Brennecke, Beitrag zur Statistik des Fundirungskosten grosser Brücken; ebenda. 1882; dsgl. Dtsch. Bauztg. 1882.

Linienzug. Diese Darstellung hat indessen nur dann Sinn, wenn ein kontinuirlicher Uebergang von einem Werth zum andern zu denken ist, wobei immer die Zeit des Uebergangs durch das Intervall zwischen Vertikalen mit zur Darstellung gebracht werden muss, also das Bestehen eines funktionellen Verhältniss. Voraussetzung ist. Wenn daher nur Grössen-Verhältnisse zur Darstellung kommen, ist es am besten, Rechtecke von gleicher Breite, welche einfach neben einander gestellt werden, zu benutzen. Unter-Abtheilungen können durch verschiedene Schraffirung oder Farbe angedeutet werden, Fig. 21. Eine Anwendung dieses Prinzips zeigt das Tableau der Beobachtungen einer hydrometrischen Station, Fig. 22, in welchem Pegel-Beobachtungen, tägliche Niederschlags-Mengen und Temperaturen zusammen gestellt sind.*) Auf analogem Prinzip beruht die Darstellung Fig. 23, in welcher die Baukosten einer Eisenbahn mit dem Längenprofil zusammen gestellt sind.**) Derartige Tableaus werden auch mit Nutzen zur Darstellung der Unterhaltungskosten von Strassen und Eisenbahnen benutzt.

Fig. 20.

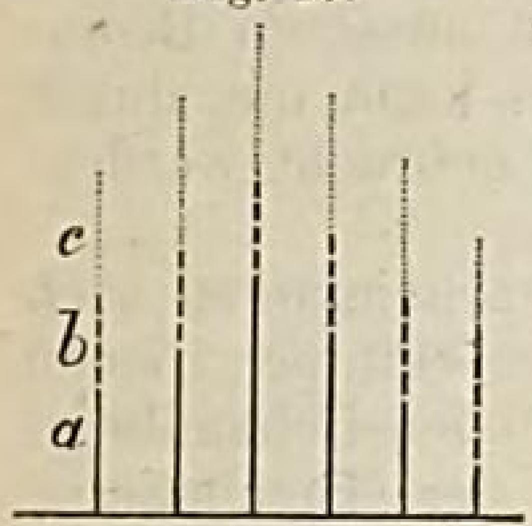


Fig. 21.

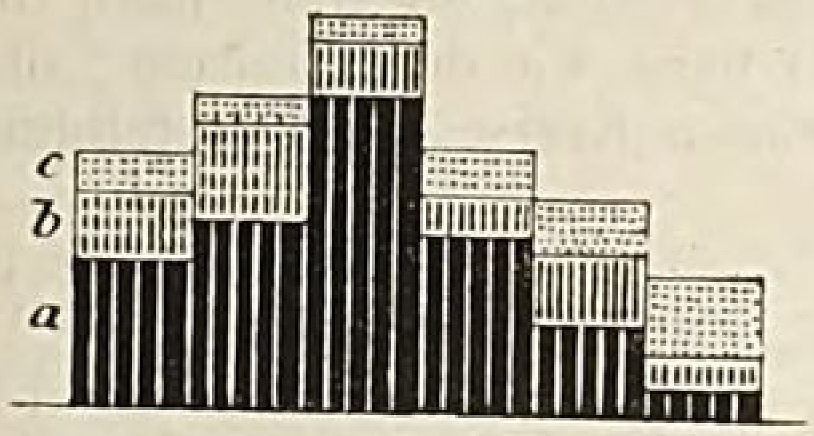


Fig. 22.

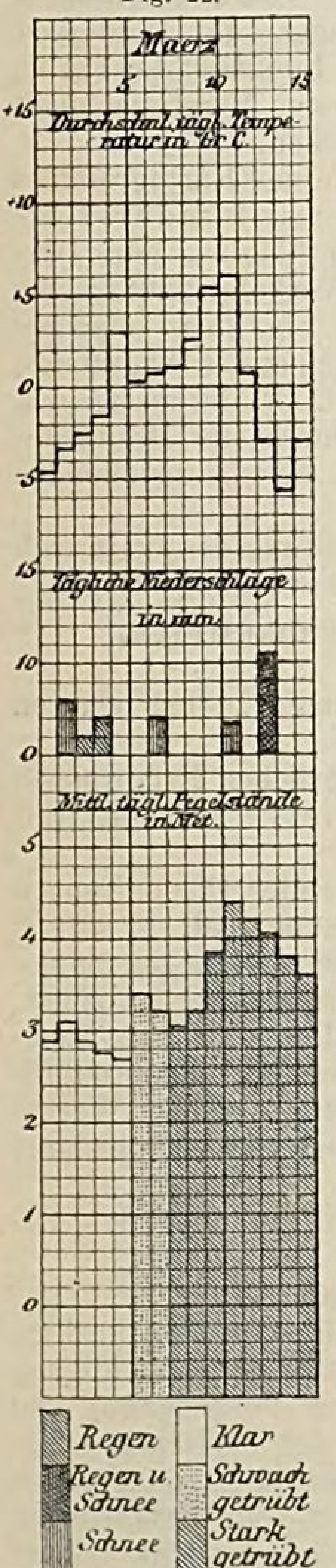
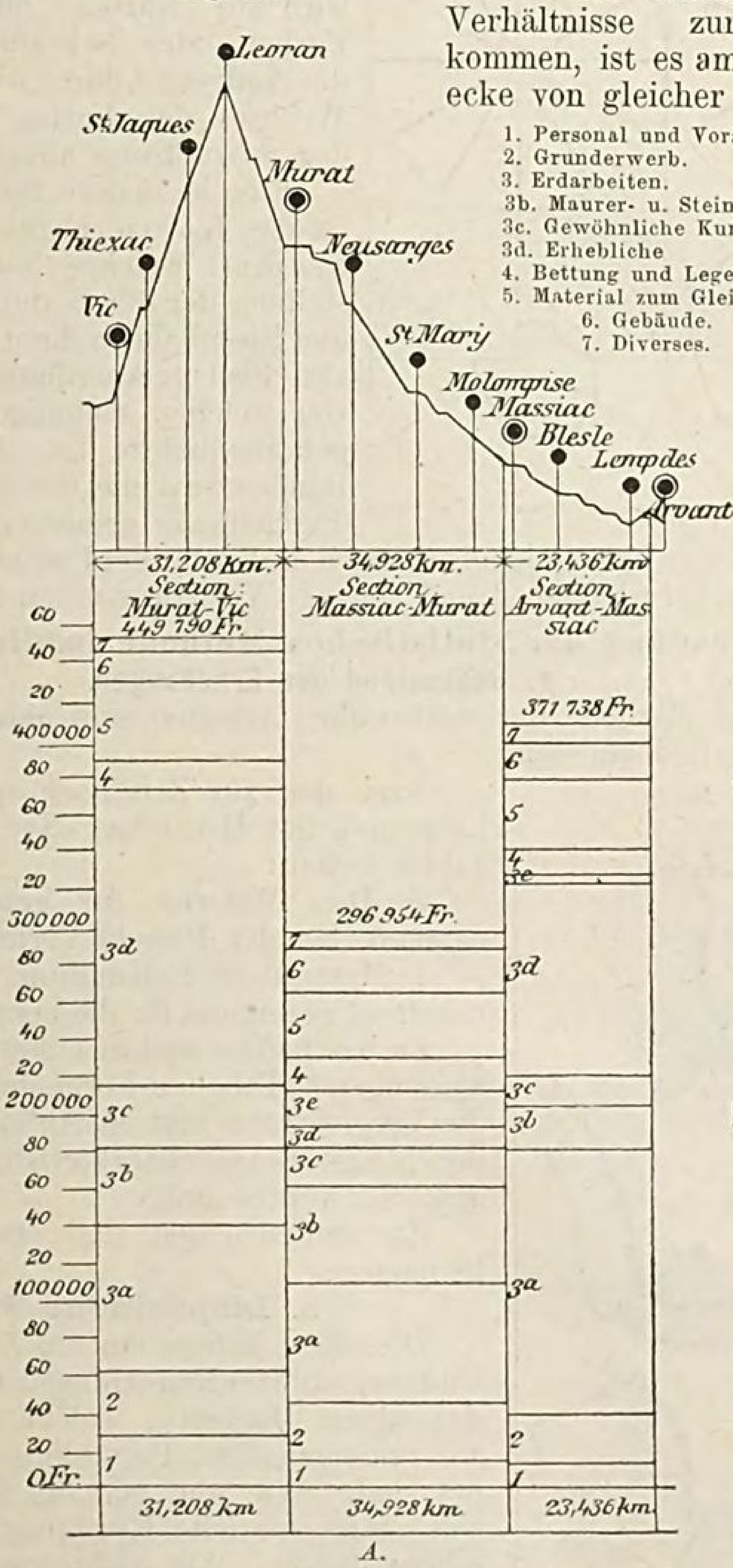


Fig. 23.



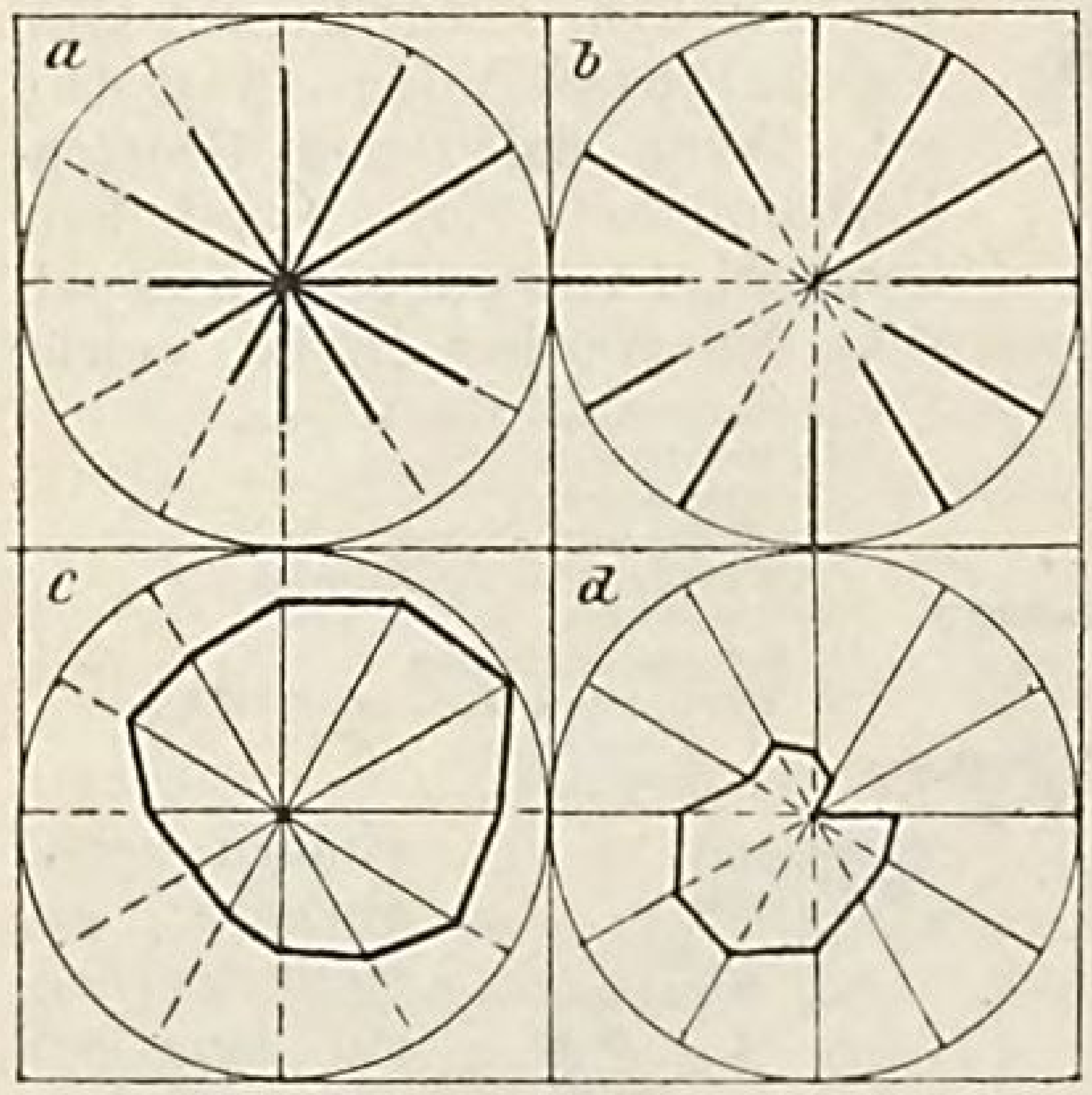
1. Personal und Vorarbeiten.
2. Grunderwerb.
3. Erdarbeiten.
3b. Maurer- u. Steinsetzer-Arb.
3c. Gewöhnliche Kunstbauten.
3d. Erhebliche "
4. Bettung und Legen
5. Material zum Gleis und Zubehör.
6. Gebäude.
7. Diverses.

*) Vergl.: Frank. Zur Frage der besseren Behandlung und Ausnutzung des Wassers. Zeitschr. für Baukunde 1882. S. 25.

**) Aus: v. Kaven. Baustatistik einer ausgeführten Eisenbahn.

Bei den vorerwähnten Darstellungen wurde die gerade Linie benutzt; häufig ist auch der Kreis verwendbar. Werden z. B. Beobachtungen während eines Jahres gemacht und nach der Zeit zusammen gestellt, so steht nach den äusseren Bedingungen der Januar dem Dezember so nahe wie dem Februar; dies kann nur durch Anordnung der Beobachtungen in einem Kreise zur Darstellung gebracht werden. Fig. 24 giebt bezügliche Schemata.

Fig. 24.



Zur Darstellung der Erscheinungen nach ihrer geographischen Verbreitung dienen Kartogramme mit Flächen-Behandlung. Der Verbreitungs-Bezirk der Erscheinung wird auf Karten mit charakterisirenden Farben oder Schraffirung, die Häufigkeit des Auftretens durch die Intensität der Farbe, Wechsel der Farbe, oder Verschiedenheit der Schraffirung angegeben.

Eine besondere Form des Kartogrammes ist das Kartogramm mit Bänder-Diagramm, welches hauptsächlich zur Darstellung der Stärke des Verkehrs auf Strassen und Eisenbahnen dient. Fig. 25 a—c zeigen verschiedene Anordnungen dieses Diagramms, von welchen diejenige 24 b die beste und gebräuchlichste ist. Durch die Breite des Bandes wird die Grösse der darzustellenden Erscheinung gemessen.

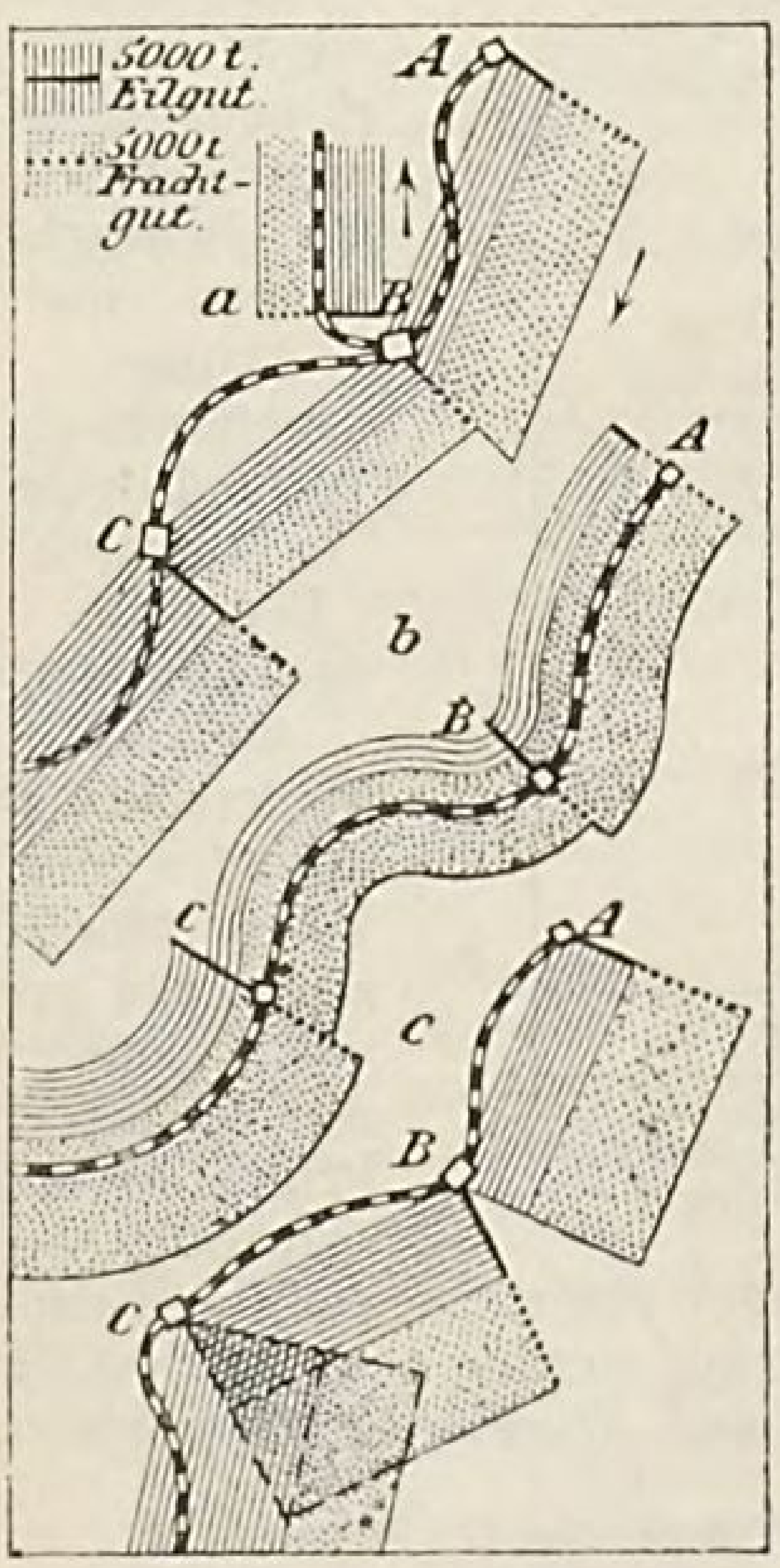
Nach demselben Prinzip kann man auch die Kosten der Unterhaltung, den Verbrauch an Deckmaterial bei Chausseen und sonstige Verhältnisse zur Darstellung bringen.*)

IV. Anwendung der statistischen Methode im Hochbauwesen.

a. Gegenstand der Erhebungen.

Umfang und Methode der statistischen Arbeiten sind abhängig zu machen von den praktischen Bedürfnissen.

Fig. 25.



Nach den zur Zeit noch spärlichen Erfahrungen kann man der Hochbau-Statistik etwa die Aufgaben stellen:

1. Das Material für generelle Disponirungen namentl. bei der Projekt-Verfassung und:

2. Material für Behandlung der wichtigsten ökonomischen Fragen und für die Veranschlagung zu liefern.

Zu beschaffen sind in erster Linie Zustands-Nachweisungen in Tabellen-Form, deren Zahlenmaterial für die Vergleichung und die Ableitung typischer Werthe durch Einführung charakterisirender Zahlen geeignet gemacht werden muss.

Zu unterscheiden sind etwa die folgenden Erhebungen:

α. Dispositions-Statistiken.

Dieselben liefern ein auf Zahlenangaben basirtes Bild ausgeführter Bau-Anlagen, unter Berücksichtigung derjenigen Momente, welche zur Vergleichung und zur zahlenmässigen Darstellung des Typischen geeignet sind. Wie weit man in dieser Beziehung gehen soll, muss spezielle Erwägung lehren; Erfahrungen fehlen bisher. Als wichtigste Gesichtspunkte kann man zur Zeit etwa die folgenden aufstellen:

Die Statistik gebe die Darstellung des Verhältnisses, in welchem in jedem Falle der aufgewandte technische Apparat zu dem erzielten Effekt steht, also die Darstellung des Nutzeffekts.

*) Vergl. die Kartogramme in: „Beiträge zur Statistik der inneren Verwaltung des Grossherzogthums Baden; Strassenbau.“

Der technische Apparat kann in vielen Fällen ausreichend dargestellt werden durch die Grösse des Gebäudes in qm. beb. Grundfl. oder cbm umbauten Raumes. In einzelnen Fällen sind noch besondere Anlagen und Einrichtungen nach ihrem Umfange ins Auge zu fassen.

Der Effekt kann in zweifacher Weise dargestellt werden.

Bei vielen Gebäude-Gattungen ist eine bestimmt gegebene Zahl von Nutzeinheiten vorhanden, wie bei Schulen die Zahl der Schüler, bei Krankenhäusern die Zahl der Betten, bei Theatern die Zahl der Zuschauer. Der Nutzeffect ist darstellbar durch die relative Zahl, welche den Gebäude-Inhalt pro Nutzeinheit angiebt. In manchen Fällen wird aber die Darstellung des Nutzeffekts durchsichtiger und die Effekts-Zahl praktisch brauchbarer wenn man diejenigen Räume ins Auge fasst, die nach Zahl und Grösse durch die Zweck-Erfüllung des Gebäudes gegeben sind und das Verhältniss ihres Rauminhalts oder ihrer Fläche zum Rauminhalt oder zur Grundfläche des gesammten Gebäudes darstellt. Viele Gebäude-Gattungen, für welche andere Nutzeinheiten nicht angebbar sind, werden durch diese Verhältnisszahl überhaupt erst der statistischen Untersuchung zugänglich. Stellt man z. B. fest, wie sich für gewisse Wohnhaus-Typen im einzelnen Geschoss der nutzbare Zimmerraum zur bebauten Grundfläche oder der gesammte Zimmerinhalt zum Gebäude-Inhalt verhält, so gewinnt man einen raschen Ueberblick über das, was auf einem gegebenen Grundstück in ökonomisch-baulicher Beziehung sich leisten lässt, wie verschiedene Grundriss-Typen in Bezug auf den Nutzeffekt sich zu einander verhalten und man vermag in aller Kürze eine Reihe von vergleichenden Ueberschlags-Rechnungen über Baukosten, Rentabilität etc., welche für die generelle Feststellung des Bauprogramms und des Projekts nothwendig sind, auszuführen.

Bei Schulgebäuden ist die Zahl der Schüler von vorn herein gegeben; die Grössen-Verhältnisse der Klassen (Fläche, Rauminhalt) sind hiermit durch bestimmte Verhältniss-Zahlen ebenfalls fest gestellt. In Beziehung auf die Verhältnisse weiterer Räume: Aula, Spezialklassen für Physik, Zeichnen etc., Bibliothek, Konferenz-Zimmer und drgl., bleibt immer ein gewisser Spielraum und werden daher die relativen Zahlen, welche den kubischen Inhalt des Gebäudes pro Schüler darstellen, sehr schwanken, ohne dass ein Kriterium gegeben ist, welches die Ursache der Schwankungen beurtheilen lässt. Die Verhältnisse werden durchsichtig, wenn man den Klassen-Inhalt zur Einheit nimmt und sein Verhältniss zum Inhalt der sonstigen Nutzräume (excl. Korridore, Treppen etc.), sowie zum gesammten Gebäude-Inhalt darstellt. Diese als Beispiele. Noch werthvoller für Aufstellung vergleichender genereller Projekte und Feststellung des Bauprogramms, wird derartiges statistisches Material bei grossen und komplizirten Bau-Anlagen.*

Bei weiterem Eindringen wird die Dispositions-Statistik noch andere Momente, welche sich zur zahlenmässigen typischen Darstellung eignen, zu untersuchen haben. Man wird z. B. geben bei Schulen und Krankenhäusern: die relativen Zahlen für die Grösse der unbebauten Grundstücks-Fläche, für die Fensterflächen in Schulzimmern und Krankenzimmern, für die Ventilation, in Krankenhäusern; ferner Angaben über Wasserversorgung (Wasserquantum, Zahl und Grösse von Reservoiren etc.) Grösse der Wirthschafts-Räume und dergl.

Verhältnisse, welche sich nicht zur typischen Darstellung eignen, bleiben besser unberücksichtigt, da sie die Tabellen unnützer Weise unübersichtlich und schwerfällig machen. Detail muss in Bau-Beschreibungen studirt werden.

Eine wünschenswerthe Ergänzung der Dispositions-Statistiken bilden:

β. Betriebs-Statistiken.

Durch dieselben ist zu untersuchen: ob und wie die Anordnungen vorhandener Bau-Anlagen dem Bedürfniss entsprochen haben, sowie welchen Veränderungen das Bedürfniss unter äusseren Einflüssen unterliegt; ebenfalls nur so weit die bezüglichen Verhältnisse sich zur zahlenmässigen typischen Darstellung eignen. Sie liefern das Material zu einer Kritik der Disposition vorhandener Bau-Anlagen, so wie zur Ermittelung des Bedürfnisses bei Aufstellung von Bau-Programmen. Betriebs-Statistiken werden bereits vielfach geführt, nehmen aber noch nicht immer ausreichende Rücksicht auf die baulichen Verhältnisse.

*) Vergl. Deutsch. Bauzeitg. 1884, S. 308.

γ. Massen-Statistiken.

Dieselben liefern Material zur Vereinfachung der Massen-Berechnungen sowohl in speziellen Kostenanschlägen als auch für überschlägige Kosten-Berechnungen und Taxen. Bewährt haben sich anscheinend von bisher versuchten Massen-Statistiken die nach dem weiterhin gegebenen Formular ausgeführten. Zu empfehlen wäre noch die Ausführung einer Massen-Statistik über Gewichte von Eisenkonstruktionen der Decken und Dächer. Bei derselben sind möglichst frei tragende und unterstützende Theile getrennt zu halten, auch die Belastungen für welche konstruirt wurde, anzugeben.

δ. Baukosten-Statistiken.

Summarische Angaben über die Baukosten ganzer Bauwerke und einzelner wichtiger Bautheile. Die Kostenangaben der Bau-Anlagen sind nach den Gesichtspunkten getrennt zu halten, welche bereits sub D bei „Generelle Kostenanschläge“ hervor gehoben wurden.

Die relativen Zahlenangaben beziehen sich auf die aus den Grössen-Verhältnissen des Bauwerks entnommenen Einheiten oder auf Nutzeinheiten; das Erforderliche hierzu ist bereits sub E, S. 82 ff. erörtert worden.

Für die Brauchbarkeit der Baukosten-Statistiken ist noch zu beachten, dass sich die Baukosten als Summe aus einzelnen Gliedern darstellen, deren jedes ziemlich unabhängig von den andern willkürlich veränderlich ist. Für die Vergleichung u. weitere Benutzung der Kosteneinh.-Sätze ist deren Entstehungsweise durch Darstellung des Verhältnisses der einzelnen Summen-Glieder nachzuweisen.

In übersichtlichster Weise würde dies geschehen, wenn man darstellen wollte, wie viel Prozent die Kosten beanspruchen: A. des Rohbaues, B. der Ausstattung und Einrichtung. Die Trennung dieser Kostenangaben stösst indess auf Schwierigkeiten, da man nicht streng nach diesen Rücksichten zu buchen pflegt. Bei einfachen Bauten kann man annähernd zu der angegebenen Trennung gelangen, wenn das Verhältniss der einzelnen Titel, unter Zusammenfassung derselben, wie in dem nachfolgenden Formular VII. angegeben ist; bei reicher behandelten Bauten würden aber die Kosten der Façaden und alle sonstigen dekorativen Steinmetzarbeiten aus Gruppe A. auszuscheiden sein.*)

Da weiterhin die Kosten von nach Zeit und Ort schwankenden Einheitspreisen abhängig sind, ist eine Zusammenstellung der wichtigsten Einheitspreise ebenfalls wünschenswerth. (Vergl. Formular VIII.)

Bei Kostenangaben für einzelne Bau- u. Einrichtungstheile pflegt man auszusondern:

Zentralheizungen. Um die Kosten vergleichbar zu halten, muss man getrennt angeben:

1. Die Kosten der rohen Heizungsanlage, also die Heizkörper und Verschlussklappen, Kanäle, eisernes Rauchrohr, Deflektoren etc. bei Luftheizungs-Anlagen; Heizkessel oder Schlangen, Dampfkessel, Rohrleitungen und Heizkörper etc. bei Wasser- und Dampfheizungen, alles incl. Einmauerung, Montirung und Stemmarbeiten. 2. Kosten der sonstigen Nebenarbeiten anderer Handwerker, gemauerte Ventilations-Kanäle etc. 3. Bei reicher dekorativer Ausstattung die Kosten derselben. Die Kostenangaben sub 1 und 2 reduzirt auf ^{cbm} geheizten Raum, diejenigen sub 3 am besten als prozentualer Zuschlag zu 1 und 2.

Kosten für Heizversuche und Probe-Betrieb sind jedenfalls auszuschliessen.

Falls bei Dampfheizungen die Kesselanlage verschiedenen Zwecken dient, also Dampf nicht nur für die Heizung, sondern auch für Maschinen-Betrieb, Kochzwecke etc. zu liefern hat, werden am besten die Kosten im Verhältniss zu dem maximalen Dampfverbrauch pro Zeiteinheit der einzelnen Anlagen vertheilt. Wenn dieselbe Dampfleitung Dampf für Heizungs- und Kochzwecke liefern soll, muss ebenfalls eine Repartition der Kosten für die Dampfleitung in Kanäle, Verkleidungen etc. eintreten, indem man die Kosten des beiden Anlagen gemeinsamen Theils der Leitung im Verhältniss des Dampf-Verbrauchs repartirt.

Gas-Einrichtungen. Die relative Zahl giebt die Kosten pro Flamme. Da die gesammte Flammenzahl auf die Höhe der Kosten von Einfluss ist, muss diese ebenfalls angegeben werden. Es empfiehlt sich, die Kosten der Beleuchtungskörper getrennt anzugeben.

*) Vergl. auch Deutsche Bauzeitg. 1878. S. 197.

Wasserleitung. Die relative Zahl giebt die Kosten pro Zapfstelle; die Kosten der Ausguss-Becken sind einzuschliessen. Kosten für Bade-Einrichtungen, Klosets, Pissoirs sind besonders pro Stück zu berechnen; für den Anschluss an die Hauptleitungen ist bei Berechnung der Zahl der Zapfstellen pro Bade-Einrichtung, pro Kloset- und pro Pissoir-Einrichtung (letztere ohne Berücksichtigung der Zahl der Stände) je 1 Zapfstelle anzusetzen. In analoger Weise werden grosse Waschküchen-Anlagen behandelt.

Kochküchen-Anlagen grösseren Umfangs mit Dampfbetrieb. Die relative Zahl giebt die Kosten pro Liter Kessel-Inhalt. Da diese Kosten sehr durch den Umfang der Anlage und die Zahl der Kessel beeinflusst sind, muss letztere näher angegeben werden. In die Kosten sind die Dampfzuleitungen, Kosten der Dampf-Erzeuger (event. durch Repartition ermittelt) einzuschliessen. Gut ist es aber, die letzteren ausserdem getrennt anzugeben, um die Möglichkeit der Kontrolle über Entstehung der Zahlen zu schaffen.

ε. Statistiken über Dauer von Bau-Objekten, Betriebs- und Unterhaltungskosten

Diese Statistiken liefern das Material für die Beurtheilung des ökonomischen Werths von Bau-Objekten. Es liegen auf diesem Gebiete bisher nur sehr geringe Erfahrungen vor; nach denselben können folgende allgemeine Gesichtspunkte hervor gehoben werden.

Als Dauer ist die Zeit von der Herstellung bis zu der wegen vollständiger Abnutzung des Bau-Objekts erfolgenden Beseitigung zu rechnen; erfolgt die Beseitigung aus anderen Gründen, so ist die Dauer nicht erschöpft, also auch nicht angebbar. Haben einzelne Theile des Bau-Objekts verschieden lange Dauer, so muss diese für jeden Theil besonders beobachtet und fest gestellt werden. Besondere Umstände, welche die Dauer beeinflussen, wie Konstruktion, Unterhaltung, äussere Einwirkungen sind ebenfalls zu beachten.

Unter den zu beobachtenden Betriebskosten nehmen diejenigen der Heizungs-Anlagen ein besonderes Interesse in Anspruch. Es werden Durchschnitts-Zahlen der Kosten für Heizmaterial pro Tag einer Heizperiode und, diese weiter reduzirt, pro $^{\mathrm{cbm}}$ geheizten Raumes berechnet. Die Zahl der Heiztage, Art und Preis des Heizmaterials, Umfang der Anlage, bezw. Zahl der Systeme und Umfang der einzelnen Systeme, Beobachtungs-Jahre sind anzugeben. Für die Ableitung typischer Werthe müssen Beobachtungen vieler Heizanlagen desselben Systems über eine grosse Zeitperiode vorliegen; auch sind nur Anlagen für dieselbe Gebäude-Gattung, für welche die Bedingungen des Betriebes die gleichen sind, zusammen zu fassen. Wenn bei Dampfheizungen Dampf für andere als Heizungs-Zwecke mit geliefert wurde, so sind diese Anlagen zu weiteren Vergleichen nicht geeignet, falls nicht mit Hülfe von speziellen Einrichtungen oder von gut begründeten Schätzungen eine Repartition der Betriebskosten sich durchführen lasst.

Die Unterhaltungskosten werden gemeinhin auf Proz. der Baukosten reduzirt; erstere müssen also bekannt sein. Oft ist indessen auch eine Reduktion auf eine andere Einheit brauchbar, wie z. B. bei Dachdeckungen pro $^{\mathrm{qm}}$ Dachfläche, bei Heizanlagen pro 100 $^{\mathrm{cbm}}$ geheizten Raumes etc. So weit die Unterhaltungskosten als eine Summe aus von einander unabhängig veränderlichen Gliedern erscheinen, ist es zweckmässig, die Entstehungsweise der Hauptzahlen durch Angabe der Summen-Glieder nachzuweisen, also bei den Unterhaltungskosten von Gebäuden etwa zu trennen: die Unterhaltungskosten für Mauern und Putz, Dächer, Facaden, innere Ausstattung, Heizung, Beleuchtung und Wasserleitung. Besondere Umstände, welche auf die Kosten einwirken, wie Konstruktion und Herstellung, Zeit der Herstellung Zustand in einzelnen Perioden des Alters, äussere Einflüsse, sind ebenfalls zu beobachten. Die jährlichen Unterhaltungskosten müssen als Durchschnitte aus längeren Perioden — von 5—10 Jahren — berechnet werden. Die Perioden sind so anzunehmen, dass das Wachsen der Unterhaltungskosten als Funktion der Zeit beobachtet werden kann. Die Grösse der Periode für die Durchschnitts-Berechnung ist anzugeben.

ζ. Ausführung der Erhebungen und Erhebungs-Formulare.

Die Ansammlung grösseren statistischen Materials setzt das Vorhandensein von Zentralstellen voraus, welche die Erhebungen anordnen und Erhebungs-Schemata und Instruktionen für die Ausfüllung derselben geben.

Es empfiehlt sich, die Erhebungs-Schemata umfangreicher anzulegen, als die Konzentrations-Schemata und in ersteren die Entstehungsweise wichtiger Zahlen so weit nachweisen zu lassen, dass eine Kontrolle möglich ist. Vor allem müssen die Erheb.-Formulare alle absoluten Zahlen enthalten. Es ist direkter Verkehr zwischen der Zentralstelle u. den Erhebern erwünscht. Im übrigen gilt als Grundsatz, zweifelh. Angaben, über die keine nähere Aufklärung zu erhalten ist, nicht zu unterdrücken; doch mag die Sammelstelle Bedenken anführen.

Auch kleine Verwaltungen (Kommunen) oder einzelne Architekten mit ausgebreiteter Praxis werden immer mit Nutzen eine Statistik über den Bereich ihrer Thätigkeit führen. Die Zahlen der im Vorstehenden angeführten Statistiken sind fast sämmtlich stets vorhanden und nur in die fortlaufend geführten Schemata einzutragen; es sind also grössere Rechnungen und nennenswerthe Arbeits-Aufwände mit der Aufmachung der Statistik nicht verbunden. Nur trage man in die Zeichnungen alle Flächen und kubischen Inhalte der einzelnen Räume ein, um das Material bequem zur Hand zu haben.

Für die Kosten-Statistiken müssen die Hauptzahlen stets aus den Schlusssummen der Konten entnommen werden können, worauf bei Anordnung der Buchung Rücksicht zu nehmen ist. Im Anschlage nicht vorgesehene, nachträglich angeordnete Arbeiten, müssen immer bei dem Titel gebucht werden zu welchem sie sachlich gehören, und nicht auf den Titel Insgemein, auf welchen nur Arbeiten zu buchen sind, die in den anderen Titeln nicht unter gebracht werden können. Wird die Buchung nicht demgemäss gehandhabt, so ist eine richtige Kosten-Statistik nur durch Berichtigung der Bau-Konten, unter Durchsicht aller Rechnungen herstellbar und dann mit erheblichem Arbeits-Aufwand verbunden. Die Kosten einzelner Bautheile und Einricht.-Objekte sind allerdings nicht direkt aus den Konten zu entnehmen, sondern müssen oft aus verschiedenen Rechnungen zusammen gestellt werden. Bequem ist es daher, für die Kosten-Statistik einige Nebenkonten zu führen.

Die oben gemachte Eintheilung der Statistiken braucht nicht in den Schematen durchgeführt zu werden, sondern es können, sofern es bequemer erscheint, die auf Disposition und Kosten bezüglichen Angaben, so weit erforderlich, auf dasselbe Schema zusammen gebracht werden.

Für die Statistik der Bau-Ausführungen kann man als Konzentrations-Schemata anwenden:

1. Ein Hauptschema für Baukosten und Disposition.

Auf der folgenden Seite ist das für die preussische Allgemeine Bauverwaltung eingeführte Formulare (I) mitgetheilt, zu welchem in dem Zirkul.-Erlass des Minist. d. öffentl. Arb. v. 16. Dezbr. 1883 (Zentr.-Bl. d. Bauverwaltung 1884, S. 11. folgende Erläuterungen gegeben sind:

Zur Aufnahme in die statist. Nachweisungen gelangen diejenigen Bauanlagen, bei welchen die Anschlagskosten des Hauptgebäudes über 10 000 M. betragen.

ad Kol. 2. Sofern ganze Bauanlagen in Frage kommen, ist zunächst der Hauptname mit der Gesammtkosten-Summe aufzuführen; hierauf folgen die einzelnen Gebäude und Nebenanlagen, unter Angabe der Einzelkosten etc. Bei Erweiterungs-Bauten ist nur der neu hinzu gekommene Theil des Gebäudes zu berücksichtigen. Umbauten oder Restaurationen fallen fort. Situations-Skizze und Grundriss mindestens des Erdgeschosses (ev. Pause oder Umdruck) sind beizufügen mit Maassen der Fronten und der Haupträume. Die Bestimmung der Haupträume in allen Geschossen ist durch Legende kenntlich zu machen.

ad Kol. 5. Die Grundfläche ist in Höhe des Erdgeschosses anzugeben unter Mittheilung der Rechnungs-Ansätze. Falls einzelne Theile des Gebäudes verschiedene Höhen besitzen sind die entsprechenden Grundflächen getrennt anzugeben.

ad Kol. 6. Geschosshöhen sind zwischen Oberkante Fussboden zu messen. Die Gesammthöhe ist bei unterkellerten Gebäuden von Keller-Fussboden, bei nicht unterkellerten Gebäuden von Terrain bis Oberkante Hauptgesims zu messen. Bei Kirchthürmen ist die Gesammthöhe bis zum Fuss der Spitze zu messen.

ad Kol. 7. Unwesentliche Anbauten bleiben unberücksichtigt.

ad Kol. 8. Als Nutzeinheiten sind anzuführen: bei Kirchen die Zahl der Sitzplätze, bei kathol. Kirchen auch die Stehplätze, unter der Voraussetzung, dass der Raum vor den Altären bis zur nächsten Sitzbank frei bleibt; bei Schulen

Form. I. **Erhebungs-Formulare der preussischen Allgemeinen Bauverwaltung.**

1.	2.	3.	4.	5.		6.	7.	8.	9.					10.							11.					12.			13.
Lfd. No.	Gegenstand und Ort des Baues; Längenmaasse der einzelnen Bautheile	Zeit der Ausführung	Namen des entwerfenden bezw. ausführenden Baubeamten	Bebaute Grundfläche		Höhen des Kellers und der Geschosse sowie d. Drempels bezw. Hauptgesch. ü. Dachfussbod.	Kubischer Inhalt	Anzahl und Bezeichnung der Nutzeinheiten	Kosten des Bauwerks einschl. der Spalte 10 angeführten Kostenbeträge, sowie des Werthes der ev. Hand- u.Spanndienste, ausschl. Kosten f. Grunderwerb, künstliche Fundirung, Inventare u. s. w. und d. Nebenanlagen					Kostenbeträge für die							Material und Konstruktion der					Kostenbeträge der einzelnen Titel nach der Ausführung			Bemerkungen über weitere Einzelheiten der Bauart.: Material und Konstr. der Treppen, Fussböden etc.; über Kosten einzeln. Bautheile, Angabe wichtiger Einheitspreise für Mater. und Arbeitsleist. Höhe der in Spalte 9 u. 10 ausgeschl. Kostenbeträge.
														Bauführung	Heizung: Art und Konstr. d. Oefen bez. der Heizungsanlage		Gasleitung: nach Abzug der Kosten für die ausserhalb des Gebäude liegenden Zu- u. Ableitungen u. für die Beleuchtungskörper		Wasserleitung: nach Abzug der Kosten für die ausserhalb des Gebäude liegenden Zu- u. Ableitungen u. für die Beleuchtungskörper										
				im Erdgeschoss	davon unterkellert				Anschlag	Ausführung	pro qm	pro cbm	pro Nutzeinheit		im ganzen	pro 100 cbm	im ganzen	pro Flamme	im ganzen	pro Hahn	Fundamente	Mauern	Façaden	Dächer (Thurmspitze)	Decken	Titel No.	Bezeichn. des Titels		
				qm	qm	m	cbm		M.	M.	M.	M.	M.	M.														M.	

Form. II. Erhebungs-Formul. d. preuss Allgem. Bauverwaltung über Betriebskosten d. Zentralheizungen. (Anweisung etc. v. 7. März 1884. Vergl. S. 139).

A. Angabe des Systems der Heizung:

B. Bezeichnung des Gebändes:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
Ort	Zeit d. Ausführung d. Heiz-Anlage	Baukosten des Gebäudes	Name und Wohnort der Fabrikanten	Inhalt der beheizt. Räume	Art der Ventilation	Kosten d. Zentralheizung incl. Ventilation			Anzahl der Heiztage im Jahr	Kosten der baulichen Unterhaltung der Heiz. und Ventil.			Mittl. Aussentemper. währ. der Heizper. 9 U. M. u. 1 U. N. M.	Kosten des Betriebes				Art und Preis d. Heiz.-Mat. pro cbm resp. pro 50 kg	Bemerkungen
						Im ganz.	pr. 100 cbm beh. Raum	In % d. Summe Spalte 3		Im ganz.	pr. 100 cbm beh. Raum	In % d. Kosten i. Spalte 7		Im ganz.	pr. 100 cbm beh. Raum	pro Betriebstag	In % d. Kosten i. Spalte 7		
		rot. M.		rot. cbm		rot. M.	M.			M.	M.		0 C.	rot. M.	M.	M.			

Klassen und Schülerzahl; bei Seminaren Zahl der Seminaristen und der Uebungs-Schüler, von ersteren die Zahl der Externen und der Internen; bei Turnhallen Zahl der gemeinschaftlich Turnenden; bei Gefängnissen Zahl der Sträflinge getrennt nach Geschlechtern unter Angabe wie viel in Isolirhaft wie viel in gemeinschaftlicher Haft; bei Krankenhäusern Zahl der Betten; bei Ställen Stückzahl des Viehes, nach Gattungen gesondert; bei Scheunen Grösse und nutzbarer Rauminhalt der Bansen; bei Abtritten Zahl der Sitzplätze und Pissoirstände.

ad Kol. 10. Ausserhalb des Gebäudes gelegene Gas- und Wasserleitungen sind bei den Nebenanlagen, Kosten der Beleuchtungskörper unter Inventar anzugeben. Grösse des beheizten Raumes, Zahl der Gasflammen und Wasser-Auslässe sind anzugeben.

ad Kol. 11. Die Angaben sollen kurz aber ausreichend charakterisirend sein. Bei Dachdeckungen: ob Schalung oder Lattung, ob Schieferdeckung in englischer, deutscher etc. Art, Dachpfannen oder Flachziegel, Kronendach oder Spliessdach etc.

ad Kol. 13. Besonders anzugeben sind u. a. die Höhe der Kirchthürme (bis Spitze) Höhe der Kirchenschiffe und Turnhallen, Art der Sammlung u. Abführung der Fäkalien etc. So weit für die Nebenanl. selbstst. Angaben in den Sp. 1—11 nicht gemacht werden

Form III. **Haupt-Tabelle der Baukosten.**

Lfde. No.	Bezeichnung des Baues	Zeit der Ausführung	Baukosten in M.	Bebaute Grundfl. der Gebäude	Kubisch. Inhalt der Gebäude	Kosten		Kosten pro cbm			Anzahl u. Bezeichnung d. Nutzeinheit.	cbm Gebäude pro Nutzeinheit	Kosten pro Nutzeinht.	Bauart	Bemerkung.
						pro qm Gebäude	pro cbm Gebäude	Rohbau excl. Façade	Façaden	Ausbau					
				qm	cbm	M.	M.	M.	M.	M.			M.		

Form. IV. **Kosten von Gas-, Wasser- und Heizungs-Einrichtungen.**

No. nach Form. III.	Bezeichnung des Baues.	Beleuchtung					Wasserleitung u. Entwässerung							Beheizung							Bemerkungen.
		Zahl der Flammen		Kosten pro Flamme			Zahl der Zapfstellen		Kosten excl. Kloset u. Badeeinr.		Kosten						Kosten				
																	pro 100 cbm geh. Raum				
		Im ganzen	pro cbm Gebäude	excl. Beleuchtungskörper	Beleuchtungskörper	incl. Beleuchtungskörper	Im ganzen	pro cbm Gebäude	pro Zapfstelle	pro cbm Gebäude	pro Kloset	pro Pissoir	pro Bade-Einrichtung	Heizsystem	cbm geh. Raum	Zahl d. Heizstellen. (Einzeln-Systeme)	Heizeinrichtung incl. Montirung	Neben-Arbeiten (Kanäle, Bekleidungen etc.)	Dekorative Nebenarbeiten in $^0/_0$ von 18+19	18+19+20 pro 100 cbm Gebäude	
				M.	M.	M.			M.	M.	M.	M.	M.								
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.

Form. V. **Kosten von Umgebungs-Arbeiten.**

No. nach Form. III.	Bezeichnung des Baues	Unbebaute Fläche	Kosten für Terrain-Reg., Anpfl., Befest., Wasser, Gasl., u. Bewäss.		Kosten pro qm unbeb. Fläche.						Umwehr. im ganzen		Kosten pro m Umwehrung					Brunnen			Bemerkungen.
			im ganz.	pro qm unbeb. Fläche	Erdarb. u. Regulir.	Befestigung	Bepflanzung	Bewässerung	Unterirdische Entwässerung.	Gasleitung u. Beleuchtung	m pro qm Terain	Kosten pro qm Terrain	Massive Mauern	Veranda-Mauern	Hölzerne Trennungs-Zäune	Vorgarten-Gitter incl. Fundamente	Eis. Umw. incl. Fundam.	Durchm.	Tiefe	Kosten pro m Tiefe	
		qm	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.

Form. VII. **Antheile der einzelnen Titel an den Gesammtkosten.**

Laufende No.	Bezeichnung des Baues	Gruppe A. (Rohbau)						Gruppe B. (Ausbau)							A	B	Bemerkungen.
		1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.			
		Erd-, Maurer-, und Asphalt-Arb.	Maurer-Mater. u. Arb.	Steinmetz-Arb.	Zimmer- u. Staaker-Arb.	Dachdecker- u. Klempner	Eisen- u. Schmiede-Arb.	Schlosser, Tischler, Glaser	Anstreicher, Maler, Tapez.	Stuck	Töpfer	Zentralheizung	Gas u. Wasser	Insgemein	Summe 1—6	Summe 7—13	

Form. VIII. **Einheitspreise.**

Lfd. No. n. Form. III.	Bezeichn. des Baues	Zeit der Ausführung	Maurergesellen-Stunden	Arbeiterstunden	cbm Mauerwerk Erdgeschoss	Zulage pro Geschoss	qm Kappengewölbe	qm Wandputz	qm Rohrputz	cbm Bruchsteine	Mille Hintermauer.-Steine	Mille 4/4 Verblendst.	Mille 1/2 Verblendst.	Mille 1/4 Verblendst.	cbm Kalk	Tonnen Zement	m Balkenverleg.	m Holz verbinden	cbm Kiefern Bauholz	qm gehob. Fussboden	qm Schieferdach incl. Lattung	qm Zinkdach	qm 4flügl. einf. Fenst.	qm 6-Füllungsthür	qm Panneele	100 kg gewalzte eiserne Träger	Bemerkungen.

Form. VI. **Kosten der Bauleitung.**

No. n. Form. II.	Bezeichn. d. Baues	Bauzeit	Bausumme (excl. Bauleitg.)	Beamtengehälter u. Gratifikationen. Im ganzen	Beamtengehälter u. Gratifikationen. % der Bausumme	Büreaukosten, Einrichtungen desselb., Schreib- und Zeichenmat. Im ganzen	Büreaukosten … % der Bausumme	Provisorien, (Bauzäune, Materialienschuppen, Wege-Unterhaltung etc.) Im ganzen	Provisorien … % der Bausumme	Sa. aus 6+8+10	Oberleitung u. Zentralbureau in % der Bausumme	Bemerkungen
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.

Form. IX. **Dispositions-Statistik für Schulen.**

Lfde. No.	Bezeichnung	Zahl der Schüler	Gebäude-Inhalt im ganzen	Gebäude-Inhalt pro Schüler	Klassen-Inhalt Im ganzen		Klassen-Inhalt pro Schüler		Klassen-Inhalt pro Schüler in unteren Klassen		in mittler. Klassen		in oberen Klassen		Klassen-Inh. = % des Gebäude-Inh.	Aula qm im ganzen	Aula qm pro Schüler	Inh. all. Nutzräume im ganzen	Inh. all. Nutzräume Proz. d. Gebäude-Inh.	Unbebaute Grundstücksfläche im ganzen	Unbebaute Grundstücksfläche pro Schüler
			qm	cbm	qm	cbm	qm	cbm	qm	cbm	qm	cbm	qm	cbm							

Form. X. **Mauerquerschnitte, nutzbare Fläche, Maurer- und Zimmermaterial-Bedarf.**

No. nach Form. II.	Bezeichnung des Baues	Mauer-Querschn. excl. Gurtbögen pro 100 qm beb. Grundfläche: Keller	1. Geschoss	2. Geschoss	3. Geschoss	4. Geschoss	Im Drschn.	Nutzbare Fläche (Zimmer etc. excl. Korridore, Treppen, Klosets etc.) pro 100 qm bebaute Fläche: 1. Geschoss	2. Geschoss	3. Geschoss	4. Geschoss	Im Drschn.	Mauerquerschnitte incl. Gurtbögen pro 100 qm beb. Grundfläche: Banketto	Keller	1. Geschoss	2. Geschoss	3. Geschoss	4. Geschoss	Im Drschn.	Oeffnungs-Abzug in % des Mauerwerks	Maurermaterial-Bedarf pro 100 cbm Gebäude: Ziegel	Kalk	Zement	Zimmermaterial-Bedarf: Balkenlagen pro qm Decke		Dachverbände pro qm Dachfläche in plano		Fachw. Wände pro qm Fachwand		Fussbodenlager pro 100 qm Zimmerfläche	Eisenzeug: pro 100 qm Balkenlage	pro 100 qm Dachfläche in plano	Bemerkungen.
		qm	qm	qm	qm	qm	qm	qm	qm	qm	qm	qm	qm	qm	qm	qm	qm	qm	qm		Mille	cbm	cbm	m	cbm	m	cbm	m	cbm	m	kg	kg	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.	31.	32.	33.	34.

können, sind dieselben hier aufzunehmen. Die Angabe der Einheitspreise bildet einen wesentl. Theil dieser Nachweisung. Ausserdem sind Preise u. Gesammtkosten für seltnere Materialien, besondere Bautheile aufzunehmen, z. B. bei Kirchen: Kanzel, Altar etc.

Ausser dem Schema für Baukosten und Disposition (I) sind anzulegen: Neben-Schemata dsgl. für Spezialisirungen einzelner Objekte und Schemata für Massen-Statistik. —

Vorstehend sind die bisher zur Anwendung gekommenen Formulare mitgetheilt; dieselben berücksichtigen allerdings noch nicht alle im Früheren berührten Gesichtspunkte. Mit Rücksicht auf das Format des Buches haben vielfach die Tabellen-Köpfe vertikal gesetzt werden müssen, was für die wirkliche Benutzung n i c h t als mustergültig zu bezeichnen ist.

Die Formulare III—VIII und X sind Konzentrations-Schemata der Berliner städtischen Bauverwaltung; dieselben sind hier jedoch mit kleinen Aenderungen wieder gegeben, da die ursprünglichen Formulare nicht immer als ganz zweckmässig sich erwiesen. Das Schema IX giebt ein Beispiel für die Behandlung der Dispositions-Statistik im Anschluss an die anderen Formulare.

Die Formulare der Berliner städtischen Bauverwaltung sind auf eine weitere Vertiefung der statistischen Untersuchung berechnet und daneben aus dem Bemühen entstanden das einzelne Schema möglichst knapp und übersichtlich zu halten. Dieselben dürften sich auch sonst bei kleineren Verwaltungen wohl bewähren. (Die ursprünglichen Formulare in B l a n k e n s t e i n. Bautechnische Statistik.)

II.

Grundzüge der Baurechts- und Baupolizei-Wissenschaften.

Bearbeitet von Dr. jur. et phil. **C. Hilse**, Rechtslehrer an der technischen Hochschule zu Berlin.

A. Einleitende Erörterungen.

In der nachfolgenden Besprechung wird Baurecht und Baupolizei in einem weiteren, als dem gemein üblichen Sinne genommen, indem alle bei Bau-Ausführungen vorkommenden Rechts-Verhältnisse und Rechts-Einrichtungen Besprechung finden, ohne Unterschied, ob sie gerade mit Rücksicht auf das Bauwesen, oder, wie z. B. das Grundbuch-Recht, aus weiteren Gesichtspunkten sich entwickelt und ausgebildet haben. Andererseits bedingt der eng bemessene Umfang der Arbeit die Einschränkung auf die Haupt-Grundsätze der einzelnen Rechts-Einrichtungen um so mehr, als, um für ganz Deutschland Brauchbares zu schaffen, eine stete Berücksichtigung der Abweichungen in den verschiedenen Rechts-Gebieten nothwendig erscheint.

I. Begründung von Recht und Gesetz.

Recht ist die Nothwendigkeit im Gebiete der Freiheit. Von Natur ist nämlich jeder Mensch frei, so dass ihm ungezügelte Freiheits-Aeusserungen zustehen. Mit dem Zusammenleben Mehrerer ist jedoch der Zustand einer unbeschränkten Freiheit des Einzelnen unverträglich, weil der Handlungs-Freiheit des Einen die Freiheit der Anderen gegenüber steht, fremde Eingriffe in ihre Freiheits-Sphäre zurück zu weisen. Die Freiheits-Aeusserungen des Einzelnen müssen also durch die schuldige Rücksicht auf die Anderen bestimmt und begrenzt sein. Damit ist die Nothwendigkeit zu einer Beschränkung der Sonderfreiheit in der Natur der Lebens-Verhältnisse begründet und folgeweise sittlich und vernunftgemäss gerechtfertigt.

Die Grenze für die Sonderfreiheit bestimmt das Gesetz, d. h. der zum Ausdruck gelangte Mehrheits-Wille. Er kann inhaltlich gerichtet sein auf ein Einschränken oder auf ein Ausdehnen der menschlichen Handlungen, mithin deren Vornahme entweder verhindern oder, umgekehrt, fordern. Hieraus ergiebt sich die Unterscheidung von Verboten und Geboten. Erstere hindern die Vornahme gewisser Handlungen, während letztere solche gegen den Willen des durch sie Betroffenen durchgesetzt wissen wollen. Zuwiderhandlungen gegen Verbote werden bestraft, gegen Gebote durch Zwangs-Maassregeln beseitigt; Beides ist berechtigt. Denn im Nichtbefolgen des Gesetzes liegt unverkennbar eine Verletzung der Allgemeinheit durch Auflehnen gegen ihren Willen. Solches darf und braucht von ihr nicht geduldet zu werden. Sie muss zum gewaltsamen Durchsetzen ihres Willens, und damit zur wirksamen Beseitigung des Geschehenen und Bekämpfung des Widerspruchs-Geistes des Einzelnen berechtigt sein. Obrigkeitlicher Zwang und das Strafgesetz sind also in der Vernunft begründet und haben eine natürliche und sittliche Unterlage. Denn die durch den begangenen Widerspruch kundgegebene Missachtung des Allgemeinwillens und Nichtbeachtung der Rücksichten auf das Gemeinwohl muss durch Zufügen von Uebeln bestraft und geahndet werden können, um dadurch gleichzeitig für die Zukunft den Widerspruchs-Geist des Einzelnen zu beseitigen und ihm Rücksicht für das Gemeinwohl zum Bewusstsein zu bringen.

II. Unterscheidungen des Rechts.

Von den vielen Unterscheidungen des Rechts sind nur folgende bemerkenswerth:

1. Von dem, was der Vernunft nach Recht ist, (Vernunftrecht) unterscheidet man das gesetzte Recht, welches als Ausdruck des allgemeinen Willens bei einem bestimmten Volke wirklich gilt, und entweder auf einer lange erprobten gleichmässigen Handlungsweise (Volksgewohnheit) oder auf Satzungen beruht, welche die verfassungsgemässen Organe des Gemeinwillens erlassen haben.

2. Wenn es sich im betr. Staate durch seine rechts-erzeugenden Organe bildete, nennt man es einheimisches, wenn dagegen fremde Rechtsquellen in der Form, in welcher sie in ihrer Heimath gelten, Geltung beigelegt erhielten, rezipirtes.

3. Ist seine Anwendbarkeit unbedingt, heisst es prinzipales; hängt sie indess von der Voraussetzung ab, dass über den betreffenden Gegenstand nicht etwa ein anderes Recht sich gebildet hat und vorgeht, so spricht man vom Hilfsrecht oder subsidiären.

4. Gegenüber dem gemeinen[1]) Rechte, welches in einem grösseren Rechts-Gebiete vermöge einer von diesem Ganzen als solchem ausgegangenen und durch dasselbe bestimmten juristischen Nothwendigkeit gilt, spricht man von einem partikularen oder örtlichen, wenn seine Geltung auf einzelne Gebietstheile oder wohl gar nur auf Orte beschränkt ist.

5. Das Recht, welches die Normen über das Verhältniss sowohl des Staats als politischem Organismus, als aller Einzelnen der bürgerlichen Gesellschaft zu ihm als solchem, fest setzt, heisst öffentliches, zum Unterschiede von Privatrecht, welches die Normen über alle Rechts-Verhältnisse umfasst, welche ausserhalb der unmittelbaren Beziehungen zum Staate liegen.

6. Die Normen des öffentlichen Rechts können sich entweder auf die Konstituirung des Staats und der Staatsgewalt (Verfassungsrecht) oder auf die Ausübung der Staatsgewalt (Verwaltungsrecht) oder auf das Verhältniss verschiedener Staaten zu einander (Völkerrecht) oder auf das zur Kirche und den Religions-Gesellschaften (Kirchenrecht) oder endlich auf die Zuwiderhandlungen gegen staatliche Verbote (Strafrecht) erstrecken.

7. Das formelle Recht lehrt die Wege, auf welchen Rechts-Streitigkeiten und Rechts-Verletzungen zum verfassungsgemässen Austrag gebracht werden; das materielle stellt die Grundsätze auf, welche für die einzelnen Rechts- und Lebens-Verhältnisse massgebend sein sollen.

8. Verbinden die Rechtsnormen alle Mitglieder des Staates gleichmässig, so spricht man vom allgemeinen Recht gegenüber dem Sonderrecht, welches nur für einzelne Klassen gilt, und den Privilegien, d. h. den vom Gesetzgeber verliehenen Befreiungen Einzelner vom gemeinen Rechte.

9. Jede der Person zustehende Berechtigung heisst subjektives Recht im Gegensatze zu dem objektiven, d. h. der Gesammtheit der bestehenden Rechtssätze.

III. Das Gesetz.

a. Sein Entstehen und Aufhören.

Insofern das Gesetz den allgemeinen Willen gegenüber dem Sonderwillen zum Ausdruck bringen soll kann es nur entweder auf unmittelbarer Volks-Abstimmung oder auf Aeusserungen der berufenen Vertreter des Volkswillens beruhen. Solche sind in monarch. Staaten die Landesherren allein, in konstitutionellen diese im Verein mit Landesvertretungen, in republikan. die Landesvertretungen und das gewählte Staats-Oberhaupt. Wer zur Gesetzgebung berufen sei, bestimmen die Verfassungs-Urkunden als Grundrechte des Staats. Verfassungsgemäss üben die gesetzgeb. Gewalt aus:

a. für das deutsche Reich[2]) der Kaiser in Verbindung mit dem Bundesrathe und dem Reichstage in der Weise, dass ein überein stimmender Beschluss dieser beiden und die Zustimmung des Kaisers für jedes Gesetz nöthig ist;

b. für die einzelnen deutschen Staaten, je nach ihrer Staatsverfassung, bald der Landesherr in Verbindung mit der meist aus 2 Körperschaften bestehenden Landesvertretung[3]), bald Landesvertretungen allein, wie z. B. in den freien Städten, bald der Landesherr allein.

Nur die auf diesem Wege zu Stande gekommenen Satzungen heissen Gesetze, zu deren Rechtswirksamkeit überdies noch hinzu treten muss die Veröffentlichung auf amtlichem Wege, damit sie bekannt werden konnten.

[1]) Gemeines Recht wird auch in einem anderen Sinne gebraucht. S. unten, S. 221.
[2]) R.-Verf.-Urk. Art. 2. 5. — [3]) z. B. Preussen; Verf.-Urk. Art. 62.

In beschränktem Umfange, für Gegenstände geringerer Bedeutung in sachlicher, örtlicher und zeitlicher Hinsicht macht sich das Bedürfniss geltend, der Vollziehungs-Gewalt zu übertragen, auf der Grundlage bestehender Gesetze allgemein verbindliche Bestimmungen zu erlassen. Als solche kommen vor:

a. für das Reich[1]) Ausführungs-Vorschriften, Beschlüsse, Bestimmungen des Bundesraths, sowie des Reichskanzlers und der Reichs-Behörden,

b. in den einzelnen deutschen Ländern die Anordnungen zur Ausführung und Anwendung der allgemeinen Grundsätze als landesherrliche Verordnungen oder allerhöchste Erlasse (wenn sie vom Landesherrn ausgehen), Ministerial-Verfügungen, Verordnungen der Polizei- oder Provinzialbehörden, Orts-Statuten.

Satzungen dieser Art bedürfen zu ihrer Rechts-Verbindlichkeit gleichfalls der Veröffentlichung durch bestimmte amtliche Blätter.[2])

Erlassene Gesetze gelten bis zu ihrer Aufhebung[3]) durch ein neues Gesetz.

b. Grenze seiner Anwendbarkeit.

Die Anwendbarkeit des Gesetzes ist zeitlich, örtlich und sachlich begrenzt; d. h. es gilt in der Regel, ohne rückwirkende Kraft auf frühere Vorgänge, erst mit dem ausdrücklich ausgesprochenen oder gesetzlich geregelten Anfangstage, darf nur im Umfange seines Geltungs-Bereichs, d. h. auf Rechts-Verhältnisse, die ihrer Natur nach ihm angehören, angewendet werden und ist, falls es sich auf das Ordnen besonderer Verhältnisse oder Zustände beschränkt, als Ausnahme-Gesetz der Ausdehnung darüber hinaus unfähig.

c. Die in Deutschland geltenden Rechts-Systeme und deren Quellen.

α. Das formelle Recht.

Seit dem 1. Oktober 1879 gilt in Deutschland auf dem Gebiete des formellen Rechts Einheit. Seine Grundlage bilden nebst den entsprechenden, dazu gehörigen Einführungs-Gesetzen für:

A. Die bürgerlichen Rechts-Streitigkeiten:

a. Die Civilprozess-Ordnung für das deutsche Reich v. 30. Jan. 1877.

b. Die Konkurs-Ordnung für das deutsche Reich v. 10. Febr. 1874.

B. Das Strafverfahren: die Strafprozess-Ordnung für das deutsche Reich v. 1. Febr. 1877.

C. Für beide gemeinsam:

a. Das Gerichtsverfassungs-Gesetz für das deutsche Reich v. 27. Jan. 1877.

b. Die Rechtsanwalts-Ordnung für das deutsche Reich v. 1. Juli 1878, indem die letzteren beiden die allgemeinen Grundsätze über die Garantien des Richteramts, über die Gerichtsbarkeit, über die Organisation der Gerichte, bezw. über die Anwaltschaft aufstellen.

Sämmtliche Reichsgesetze[4]) sind in Paragraphen getheilt, die durch das ganze Gesetz fortlaufend gezählt werden. Eine weitere Zerlegung der einzelnen Gesetze in Abschnitte und dieser in Titel hat für das Nachschlagen keine Bedeutung.

Die kürzeste und sehr gewöhnliche Art, eine Stelle zu zitiren, ist, dass man das Gesetz mit seinen Anfangsbuchstaben (als z. B.: C. Pr.O., Konk.-O., Str. Pr.-O., G.-V.-G., Anw.-O.) anführt und darauf, unter Vorsetzen des Zeichens §, die Ziffer folgen lässt, unter welcher sich die Satzung im Gesetzes-Texte findet.

β. Das materielle Recht.

1. Das Strafrecht.

Bezüglich des materiellen Rechts besteht nur im Strafrechts-Gebiete Rechtseinheit. Seine vornehmlichsten Quellen sind das Strafgesetzbuch für das deutsche Reich v. 15. Mai 1871, welches seit 31. Mai 1870 für den norddeutschen Bund gegolten hatte, nebst Ergänzungs-Gesetzen[5]) v. 10. Dezember 1871, 26. Febr. 1876.

Bezüglich seiner innern Anordnung und der Zitirweise findet das oben ad c, α Gesagte entsprechende Anwendung.

Ausserdem enthalten eine Anzahl anderer Reichsgesetze strafrechtliche Bestimmungen. Auch ist der Landes-Gesetzgebung ein beschränkter Einfluss geblieben und haben überdies von Landes-Polizei-Behörden im Bereiche ihrer Zuständigkeit erlassene Strafbestimmungen Geltung zu finden.

[1]) Dieselben finden sich entweder im Reichsges.-Blatt oder dem Centralbl. f. d. deutsche Reich.

[2]) Solche sind z. B. für Preussen die Ministerialblätter, Regierungs-Amtsblätter, Kreisblätter.

[3]) Anders nach sächs. (B. Ges.- B. §. 4) und gemeinem Recht (1. 32. §. 1 D. I. 3).

[4]) Sie finden sich in dem entsprechenden Jahrgange des Reichsges.-Blattes, sind aber auch in besonderen amtlichen Ausgaben zu beziehen.

[5]) In den amtlichen Ausgaben sind die Ergänzungen im Texte eingeschaltet.

2. Privat- und Verwaltungsrecht.

a. Die verschiedenen Rechts-Gebiete. Auf dem Gebiete des Privat- und des Verwaltungs-Rechts besteht dagegen in Deutschland noch keine Einheit. Sie wird zwar durch das seit 1874 in Vorbereitung begriffene bürgerliche Gesetzbuch angestrebt. Der langsame Fortgang, welchen bei den vorliegenden, zu überwältigenden Schwierigkeiten die Kommissions-Arbeiten bisher genommen haben und auch nur nehmen konnten, lässt die Vollendung des Entwurfs in absehbarer Zeit kaum erwarten. Zwischen seiner Fertigstellung und seiner Erhebung zum Gesetz, welche einen Beschluss der drei verfassungsgemässen Gesetzgebungs-Faktoren nöthig macht, wird ein weiterer, muthmasslich längerer Zeitraum vergehen. Man wird deshalb noch recht lange Zeit auf die Anwendung der in den zu Deutschland vereinigten Einzelstaaten herrschenden Rechte, Gesetze und Orts-Gewohnheiten angewiesen sein, wenn es sich um die rechtliche Beurtheilung handelt, welche vorliegende Lebens-Verhältnisse, Zustände und Ereignisse zu finden haben. Die Schwierigkeit dieser Aufgabe ist nicht zu unterschätzen. Denn nicht allein hat jeder der vielen Einzelstaaten seine besondere gesetzgebende Gewalt und besondere Gesetzgebung — jene wird noch dadurch wesentlich vergrössert, dass innerhalb desselben Landes[1]) mehrfach mehre Rechts-Systeme, örtlich begrenzt, neben einander bestehen. Daher kommt es auch, dass das nämliche Rechts- oder Lebens-Verhältniss, der gleiche Zustand, dieselbe Streitfrage häufig einer verschiedenen Behandlung und Beurtheilung ausgesetzt ist, je nach Verschiedenheit des Orts und der Gesetzgebung, wo und nach welcher die Entscheidung zu treffen war.

Von dem, was für das Recht im allgemeinen gilt, macht das Baurecht keine Ausnahme. Im Gegentheil haben im Gebiete desselben neben den Satzungen der Rechtsbücher eine grössere Anzahl Observanzen, alte Provinzial-, resp. Orts-Rechte einen beherrschenden Einfluss behalten. Die Vielseitigkeit der zu berücksichtigenden Rechts-Materien und Rechts-Satzungen ist also eine noch grössere. Unter diesen Umständen ist es hier geboten, sich auf die Darstellung der gemeinen Rechte zu beschränken und die Sonder-Verhältnisse, welche Gewohnheit, Herkommen und Ortsstatut für einzelne Orte geschaffen haben, unberührt zu lassen.

Im wesentlichen lassen sich in Deutschland vier grosse Rechts-Gebiete und Rechts-Systeme[2]) unterscheiden, nämlich das Geltungsgebiet:

a. des gemeinen Rechts, welches diejenigen Länder, bzw. Landestheile Deutschlands umfasst, die unter b. c. und d. nicht ausdrücklich ausgenommen werden.

b. des preussischen allgemeinen Landrechts, welches die preussischen Provinzen Brandenburg, Ost- und West-Preussen, Posen, Schlesien, Westfalen, Sachsen, Pommern (ausschliesslich Neu-Vorpommern und Rügen), sowie in der Provinz Hannover Ostfriesland umfasst und von bayerischen Landestheilen im Bezirk Bayreuth gilt,

c. des französischen Rechts, welches in dem grössten Theile der preuss. Rheinprovinz, in Rheinhessen, der Rheinpfalz, sowie in Elsass-Lothringen gilt,

d. des bürgerlichen Gesetzbuchs für das Königreich Sachsen, dessen Geltung sich auf dies Königreich beschränkt.

b. Die Rechtsquellen. 1. Das gemeine Recht. Unter dem gemeinen oder Pandekten-Recht versteht man das römische Privatrecht in der Gestalt, in welcher es auf Grundlage der Justinianischen Gesetzgebungs-Arbeiten in Deutschland rezipirt und als giltig anerkannt ist, sowie durch Einfluss der einheimischen Rechts-Einrichtungen und Gesetzgebung sich ausgebildet hat. Dasselbe beruht auf dem:

I. *corpus juris civilis*[3]), dessen Bestandtheile wieder sind:

[1]) Die grösste Mannigfaltigkeit weist Bayern auf. In Ober-Bayern, Nieder-Bayern und der Oberpfalz gilt bayerisches Landrecht, in den Fürstenthümern Ansbach und Bayreuth preussisches Landrecht, in der Rheinpfalz französisches Recht, in einzelnen Ortschaften das österreichische bürgerliche Gesetzbuch, in wieder anderen Gebieten das gemeine Recht. Ausserdem bestehen noch mehr als 50 Partikular-Rechte.

[2]) Das System des österreichischen bürgerl. Gesetzbuchs bleibt unerörtert, weil sein Geltungsbereich in Deutschland zu klein ist.

[3]) Die üblichste Art einzelne Stellen zu allegiren erklärt sich durch folgende Beispiele: a. aus den Institutionen: pr. § 4. J. (oder Inst.) *de justitia et jure* (I. 1); b. aus den Pandekten: l. 2 § 20. D. *ne quid in loco publ.* (43. 8); aus dem Kodex: l. 1 *Cod de poenis* (9. 47) oder *const.* 1 *de poenis* (9. 47); aus den Novellen: *nov.* 89. *cap.* 12. pr. § 4. Vereinzelt werden die Titel-Ueberschriften weggelassen.

1. die Institutionen, in 4 Büchern, deren jedes in Titel und diese wieder in Paragraphen geschieden sind, publizirt den 21. November 533 mit Gesetzeskraft vom 30. Dezbr. 533,
2. die Pandekten (*pandectae* oder *digesta*) in 50 Büchern, welche je in Titel, diese wieder in *leges*, letztere vielfach noch in Paragraphen zerfallen, publ. den 16. Dezbr. 533, ebenfalls mit Gesetzeskraft vom 30. Dezbr.,
3. der *codex constitutionum Justinianeus* (*codex repetitae*) im Gegensatz zum älteren *codex* vom Jahre 529, in 12 Büchern mit derselben Unterabtheilung wie zu 2, publ. den 16. November 534, mit Gesetzeskraft vom 29. Dezbr. 534.
4. die Novellen (*novellae constitutiones*), einzeln erlassen von 535—565.

II. *corpus juris canonici*, welches nicht blos für kirchliche Angelegenheiten als gemeines Recht rezipirt ist. Seine Bestandtheile sind:

1. das *decretum* (*Gratiani*), das Werk eines Mönchs in Bologna (1141—1145), welches durch den Gebrauch Gesetzes-Ansehen erhalten hat.[1]) Es besteht aus 3 Theilen. Der 1. zerfällt in 101 *distinctionen*;[2]) der 2. enthält 36 *causae*, deren jede in verschiedenen *quästionen* abgehandelt wird.[3]) Die *qu.* 3 der *causa* 33 aber enthält einen besonderen Tractat: *de poenitentia*, der wieder in 7 *distinctionen* zerfällt.[4]) Der dritte Theil endlich zerfällt wieder in 5 *distinctionen*, und wird, nach der Ueberschrift des Abschnitts, *de consecratione* genannt.
2. *decretales Gregorii IX*, publ. 1234, in 5 Büchern, diese in Titel abgetheilt, in welchen die betr. Verfügungen zusammen gestellt sind.[5])
3. *liber sextus decretalium*, so genannt als Zugabe zu den 5 Büchern der Gregorischen Sammlung, selbst aber auch wieder in 5 Bücher und Titel eingetheilt, von Bonifacius VIII. 1298.[6])
4. *Clementinae*, *sc. constitutiones in concilio Viennensi* (1311) von Clemens V. *publ.* 1313, den Universitäten Bologna und Paris zugesandt 1317, ebenfalls in 5 Büchern.[7])

III. Gesetzen des ehemaligen deutschen Reichs, die theils in Reichs-Abschieden,[8]) theils in Reichs-Ordnungen, theils als einzelne Reichs-Beschlüsse, erlassen[9]), aber für das Privatrecht höchst dürftig sind und nur wenige Rechts-Institute betreffen, und in gemeinen deutschen Gewohnheits-Rechten, durch welche das römische Recht in seiner Anwendung vielfach und bedeutend umgestaltet wurde.

IV. Den Gesetzen des jetzigen deutschen Reichs.[10])

Uebrigens ist das gemeine Recht auf dem Gebiete des Privatrechts stets nur als subsidiäres[11]) aufgefasst worden, so dass es in den einzelnen Gegenden und Ländern stets deren Partikular-Recht nachsteht. Es hat daher auch jetzt in den Staaten, in denen es heut noch gilt, der Richter zunächst nach dem Partikular-Recht seines Staates zu entscheiden[12]) und nur da, wo solches Lücken aufweist, das ehemalige gemeine Recht zur Anwendung zu bringen.

2. Das preussische Landrecht. a. Seine Grundlage ist das Allgemeine Landrecht für die Preussischen Staaten. Es wurde mittels Patent vom 5. Febr. 1794

[1]) Jedoch nur für die aufgenommenen Beweisstellen (*canones capitula*), nicht für die eigenen Sätze des Verfassers (*dicta Gratiani*).

[2]) Man zitirt daraus z. B.: *cap.* oder *can.* 1. 2. *dist.* 10.

[3]) Desgl. z. B.: *cap.* 1. C. 12. *qu.* 1.

[4]) Desgl. z. B.: *cap.* 6. D. 3 *de poenit.*

[5]) Man allegirt daraus z. B.: *cap.* 6. X. *de probat.* 2. 19. (X. d. i. *extra*, *sc. extra decretum Gratiani vagantes decretales*).

[6]) Man zitirt daraus z. B.: *cap.* 1 *de praescript.* in 6to. 2. 13.

[7]) Woraus man allegirt z. B.: *Clem.* 1 *de appelat.* 2. 12.

[8]) Dieselben sind entweder Reichstags-Abschiede oder Reichs-Deputations-Abschiede.

[9]) Die beste Sammlung aller Reichs-Gesetze ist die „Sammlung der deutschen Reichs-Abschiede sammt den wichtigsten Reichs-Schlüssen. Frankfurt 1747, 4 Bde. Folio.

[10]) Ueber dieselben s. unten ad e S. 223. Uebrigens sind auch die Gesetze des vormaligen deutschen Bundes eine Quelle des gemeinen Rechts.

[11]) M. vergl. Wächter; Pandekten, (Leipzig 1880) § 14. Bd. I. S. 63.

[12]) Nur den Charakter einer unter öffentlicher Autorität verfassten Aufzeichnung des bestehenden Gewohnheits-Rechts haben z. B. für:

a. Bayern: *codex Maximilianu Bavaricus civilis* oder neu verbessertes und ergänztes Churbayerisches Landrecht v. 1756 in 4 Theilen;

b. Württemberg: Württembergisches Landrecht v. 6. Mai 1555, bezw. 1. Juli 1567 u. 1. Juli 1610.

publizirt, hat seit 1. Juni 1874 Gesetzeskraft und verdrängte die bisher in Geltung gewesenen römischen und gemeinen sächsischen Rechte. Es umfasst neben dem Civilrecht noch das Kirchen-, Staats-, Gemeinde-, Gesellschafts- und Strafrecht und zerfällt in 2 Theile. Der erste zählt 23, der andere 20 Titel. Jeder Titel ist in Paragraphen, welche von 1 anfangen und durch den ganzen Titel fortzählen, selbst wenn er in Abschnitte zerfällt, getheilt. Der erste Theil handelt zunächst in 3 Titeln von den allgemeinen Lehren; in Titel 4—6 von Willens-Erklärungen, Verträgen und von Schaden; in Titel 7—16 vom Besitz und Eigenthum, dessen Erwerbung, Erhaltung, Verfolgung und Verlust; in Titel 17 und 18 von den verschiedenen Arten des Eigenthums; in Titel 19—23 von den übrigen Rechten an Sachen. Der 2. Theil handelt von der Familie (1—5), Gesellschaften, Gemeinden, Korporationen, Staat (6—17), Pflege und Schutz der Personen (18—20). — Das Landrecht[1]) gilt nur als gemeines subsidiäres, also beim Mangel einschlagender Bestimmungen des Provinzial- oder Orts-Rechts. Einige Materien sind verschiedentlich suspendirt, andere durch die spätere Gesetzgebung gänzlich umgestaltet.

b. Im Jahre 1803 wurde ein Anhang dazu erlassen, dessen einzelne Paragraphen an denjenigen Stellen des Landrechts-Textes eingefügt sind,[2]) welche sie ergänzen sollen.

c. Weitere Ausbildung, Abänderung und Ergänzung hat es durch die spätere Gesetzgebung Preussens erhalten. Man findet diese so weit sie auf Gesetzen, Verordnungen, Kabinetsordre's, Erlassen beruht, seit 1810[3]) in der Gesetzsammlung für die Preuss. Staaten,[4]) und so weit Verfügungen der Zentral- u. Provinzial-Behörden in Frage kommen, in deren Publikations-Blättern.[5])

3. Das französische Recht. Hauptquelle der *Code Napoléon* oder *Code civil de Français*. Er enthält das gesammte allgemeine Zivilrecht, hat seit dem 21 März 1804 für das damalige Frankreich und seit dem 1. Januar 1808 für das vormalige Königreich Westfalen verbindende Kraft und besteht aus 2281 mit fortlaufenden Zahlen bezeichneten Artikeln, von denen Art. 1—6 die Einleitung bilden, die weiteren in 3 Bücher vertheilt, letztere aber wieder in Titel und Kapitel zerlegt sind.[6]) Mit seiner Einführung haben die bestandenen allgemeinen oder örtlichen Gewohnheiten, Statuten, Vorschriften aufgehört, so dass er als absolutes Recht gilt.

Der *C. c.* ist durch spätere Gesetze vielfach ergänzt und abgeändert worden. Dieselben erlangten selbstredend nur für dasjenige Land Geltung, von dessen verfassungsgemässen Organen sie erlassen waren. Daher kommt es, dass das französische Zivilrecht in den Reichslanden in einzelnen Materien von diesem in Rheinbayern und der Rheinprovinz abweicht.

Im Grossherzogthum Baden hat der *C. c.* als badisches Landrecht[7]) in einer Ueberarbeitung mit einigen Zusätzen und Abänderungen seit dem 1. Januar 1810 Gesetzeskraft.

4. Das sächsische Landrecht. Quelle ist das durch Verordn. v. 2. Jannar 1863 veröffentlichte, am 1. März 1865 in Geltung getretene bürgerliche Gesetzbuch für das Königreich Sachsen, nebst dessen späteren Ergänzungs-Gesetzen. Es fasst das auf einer eigenthümlichen Vereinigung deutschen und fremden Rechts beruhende, seit Jahrhunderten selbstständig ausgebildete sächsische Recht in einer ausschliesslich geltenden Gesammt-Kodifikation zusammen. Der Stoff ist in Theile, diese sind in Abtheilungen, letztere in Abschnitte und weiter in § vertheilt.[8])

e. Das deutsche Reichsrecht. Darunter ist nur das seit Wieder-

[1]) Die kürzeste und sehr gewöhnliche Art. eine Stelle zu zitiren ist, dass man den Theil mit römischer, Titel- und Paragraphen-Ziffer mit deutscher Ziffer bezeichnet z. B.: A. L. R. I., 8 §. 139 oder A. L. R. II. 13 §. 6.

[2]) Man zitirt: Anh. § 127 zu A. L. R. II. 11 § 275.

[3]) Bis zum Jahr 1806 finden sie sich in der Akademischen Edikten-Sammlung, welche auch Verfügungen der Zentral-Behörden brachte; aus der Zeit von 1806—1810 in einem besonderen Ergänzungs-Bande.

[4]) Sie erscheint seit 27. October 1810 in IV. wird in einzelnen Nummern ausgegeben. Jeder Jahrgang bildet einen Band.

[5]) Diese sind: Ministerialblatt für die innere Verwaltung, Justizministerial-Blatt, Eisenbahn-Verordnungsblatt, so weit die Zentral-Behörden in Frage kommen, sowie die Amtsblätter der einzelnen Regierungs-Bezirke wenn es sich um Satzungen der Regierungen handelt.

[6]) Die hier gedachte Eintheilung hat für das Zitiren keine Bedeutung. Man zitirt vielmehr: C. c. (oder C. N. oder Cod. civ.) Art.7.

[7]) Code Napoléon mit Zusätzen u. Handelsgesetzen als Landrecht f. d. Grossherzogthum Baden.

[8]) Man zitirt z. B.: Sächs. Bürg. G.-B. §. 1173 oder B. G. B. §§ 321 — 27.

erstehen des deutschen Reichs durch die Reichsgewalt geschaffene Recht zu verstehen. Es geht dem Landesrechte vor, so dass für die von ihm berührten Rechts-Materien auf dasselbe zurück zu gehen ist. Reichsverfassungsgemäss unterliegen die Bestimmungen über den Gewerbebetrieb, einschl. des Versicherungswesens, die Ordnung des Maass-, Münz und Gewichtswesens, die Erfindungs-Patente, der Schutz des geistigen Eigenthums, das Eisenbahnwesen, der für den Flösserei- und Schifffahrts-Betrieb geeignete Zustand gemeinsamer Wasserstrassen, die Bestimmungen über die Beglaubigung von öffentlichen Urkunden, endlich die gemeinsame Gesetzgebung über das Obligationen-, Handels- und Wechselrecht der Beaufsichtigung seitens des Reichs und der Gesetzgebung desselben. Für eine grosse Anzahl nachfolgend zu erörternder Rechts-Materien ist mithin durch seinen Einfluss eine Neugestaltung oder eine mehr oder weniger umfangreiche Abänderung gegenüber der Behandlung durch die Landes-Rechtssysteme, schon bald eingetreten, bald wenigstens zu erwarten.

Seine Bestandtheile sind neben den von Rechts wegen verkündeten durch den Bundestag und Reichstag beschlossenen Reichsgesetzen:

a. die zu deren Ausführung erforderlichen allgemeinen Verwaltungs-Vorschriften und Einrichtungen,

b. die in den Grenzen seiner Zuständigkeit ergangenen Erlasse des Reichskanzleramts bezw. der Reichs-Behörden.

IV. Gesetzes-Anwendungs-Regeln.

a. Auslegung der Gesetze.

Der Kenntniss der gesetzlichen Bestimmungen muss deren Verständniss hinzu treten, welches im Auffassen ihres wahren Sinnes und ganzen Inhalts besteht. Die darauf gerichtete Thätigkeit heisst Auslegung (Interpretation). Man bedarf ihrer nicht blos zur Erkenntniss des Rechts im objektiven Sinne, sondern auch zur Beurtheilung einzelner Rechts-Verhältnisse, sofern diese durch Willens-Erklärungen oder obrigkeitliche Entscheidungen bestimmt werden. Man unterscheidet legale und doktrinelle Interpretation, die erstere wieder in authentische und usuelle [1]), die letztere in grammatische, welche ausschliesslich die Regeln des Sprachgebrauchs zu Grunde legt, und logische, welche gleichzeitig auf den Zusammenhang des Gesetzes in sich und mit anderen, seinen erkennbaren Grund und die äussere Veranlassung zurück geht, wodurch es geschehen kann, dass der Ausdruck bald enger, bald weiter ist, als es der wahren Absicht des Erklärenden entspricht. Sie ist ihrem Erfolge nach deshalb bald eine ausdehnende, bald eine einschränkende.

b. Collision der Gesetze.

In dem Umfange der gesammten Quellen finden sich häufig einander widerstreitende Bestimmungen. Ist solches zwischen einem Gesetze des norddeutschen Bundes oder des deutschen Reichs und einem Landesgesetze der Fall, so geht das erstere vor. Im übrigen gilt die Regel, dass das neuere Recht dem älteren vorgehe, wobei jedoch zu beachten ist, dass die Aufhebung einer älteren Regel nicht nothwendig auch die Aufhebung eines neben derselben bestandenen Ausnahme-Gesetzes mit sich bringt. Bei Widersprüchen in verschiedenen Satzungen desselben Gesetzes gilt die spätere Satzung für die neuere, weshalb sie die vordere ausschliesst.

c. Analogie [2]).

Reicht zur Entscheidung einer sich ergebenden Rechtsfrage der Inhalt der vorliegenden Rechtsquellen nicht aus, so muss auf den Geist des bestehenden Rechts zurück gegangen, die Lücke also durch Analogie auszufüllen versucht werden. Man unterscheidet Rechts- und Gesetzes-Analogie. Zur analogen Anwendung eines Gesetzes ist erforderlich, dass das betr. Gesetz, wenngleich nicht nach seinem Wortlaute, doch nach seinem unzweifelhaften Grunde auf den zu entscheidenden Fall passt. Der Analogie entziehen sich deshalb Ausnahme-Gesetze, welche unausdehnbare Fälle betreffen.

[1]) Die Wirkung einer solchen wird vielfach mit Unrecht der Auslegung beigelegt, zu welcher die Rechtssprechung des Reichgerichts, bezw. der obersten Landesgerichte sich stetig bekannte, da die unteren Gerichte an diese Autorität nicht gebunden sind.

[2]) L. 11. 12. 27. 32. pr. D. I. 3. — A. L. R. Einl. § 49. — Cod. c. Art. 4. — B. G. B. §§ 25, 26.

B. Das Privat-Baurecht.

I. Die Träger der Rechts-Verhältnisse.

Litteratur: Arndts. Lehrbuch der Pandekten, §§ 48—55. — v. Wächter. Pandekten, §§ 59—67. — Dernburg. Lehrbuch d. preuss. Privatrechts, §§ 14—59. — Förster. Theorie u. Praxis d. Privatrechts, §§ 20—22. — Koch. Lehrbuch d. Privatrechts, §§ 41—80. — Zachariä. Handbuch d. französ. Civilrechts; v. Dr. Puchelt, §§ 75 ff.

a. Das Rechts-Subjekt im allgemeinen.

Die nothwendige Voraussetzung eines jeden Rechts und Rechts-Verhältnisses ist das Dasein Jemandes, der in Rechts-Verhältnisse zu treten und Rechte zu haben fähig ist, d. h. eines Rechts-Subjekts, welches gemeinüblich Person genannt wird. Man unterscheidet natürliche (oder physische) und juristische (oder moralische) Person.

Erstere ist jeder lebende Mensch, da nach heutigem deutschen Rechte es aufgehört hat, Menschen die Persönlichkeit und Rechts-Fähigkeit zu versagen.

Juristische Personen sind Wesen ohne sichtbare äussere Existenz, denen nur aus Zweckmässigkeits-Gründen von der Gesetzgebung eine rechtliche Existenz und Persönlichkeit beigelegt wird. Auf sie hat ein unabweisliches Bedürfniss des gesellschaftlichen Lebens, eine rechtliche Nothwendigkeit für die Zwecke des Menschen geführt. Die heutigen Lebens- und Verkehrs-Verhältnisse machen mit ihrer weiteren Entwickelung immer neue Rechtsbildungen nöthig, lassen stets neue Formen entstehen, in denen juristische Personen sich bilden können. Und gerade für das Gebiet des Gewerbewesens sind in jüngster Zeit neue Rechtsbildungen und neue Formen juristischer Personen geschaffen worden.

Allerdings hat man die Grundsätze des römischen Rechts verlassen und auf die im heimischen Rechte entstandenen Bildungen genossenschaftlicher Verbindungen zurück gehen müssen. Auch ist nicht zu verkennen, dass mit der Veränderung der gesellschaftlichen und wirthschaftlichen Anschauung die Vielgestaltigkeit der juristischen Personen zunehmen muss, indem man den veränderten Verhältnissen entsprechende neue schafft, ohne gleichzeitig die bestehenden beseitigen zu können. Auf keinem anderen Gebiete muss der Rechts-Gedanke so sehr den Lebens- und Verkehrs-Verhältnissen sich anpassen, als gerade hier.

Aus der unendlichen Menge moderner „Genossenschaften" werden hier diejenigen eine Besprechung finden, welche mit dem Bauwesen in eine — wenn vielleicht auch nur sehr entfernte — Verbindung gebracht werden können.

α. Die natürliche Person.[1])

Um „Person" zu sein, muss der Mensch Rechts-Fähigkeit und Handlungs-Fähigkeit in sich vereinen.

1. Rechts-Fähigkeit.

Erfordernisse für die Rechts-Fähigkeit sind aber:

1. lebend geboren zu sein, da dem erst werdenden Menschen zwar gewisse Erwerbungen aufgehoben werden, solche indess thatsächlich erst gemacht werden können, wenn er später wirklich geboren wurde,

2. auch zu leben, weil mit dem Tode[2]) die Rechts-Fähigkeit aufhört.

Ein Fehlen oder Verlust der Rechts-Fähigkeit innerhalb dieser beiden Zeitpunkte ist für den Menschen ausgeschlossen. Sie ist im heutigen Privatrecht regelmässig bei allen Menschen gleich und nicht zu verwechseln mit der Reichs- oder Staats-Angehörigkeit, welche bezüglich der Ausübung der politischen Rechte einflussreich, für die privatrechtliche Stellung jedoch bedeutungslos ist.

2. Handlungs-Fähigkeit.

Von der Rechts-Fähigkeit verschieden ist die Handlungs-Fähigkeit, d. h. die Fähigkeit, mit rechtlicher Wirkung zu handeln. Beide sind von einander unabhängig. Denn rechtsfähig ist auch der völlig Handlungs-Unfähige, aber nicht jeder Rechts-Fähige ist handlungsfähig.

Die Handlungs-Fähigkeit unterscheidet man in natürliche und juristische.

Erstere ist gleichbedeutend mit der Willens-Fähigkeit, welche besteht in dem Bewusstsein dessen, was man thut, und dem Vermögen, sich hierzu mit Will-

[1]) *J. de jure person.* I. 3, *D. de Stat. hom.* I. 5. — A. L.-R. I. 1. — *C. c.* Art. 7—516. — B. G. B. §§ 31—50.

[2]) Dem Tode steht in rechtlicher Wirkung die Todes-Erklärung Verschollener gleich.

kür und Wahl zu bestimmen. Treten ihr die Veräusserungs- und Verpflichtungs-Fähigkeit, d. h. das Vermögen hinzu, durch Rechts-Geschäfte etwas aufzugeben oder zu übernehmen, so wird sie zur juristischen Handlungs-Fähigkeit. Sie kann dauernd fehlen oder vorüber gehend aufgehoben sein.

3. Einfluss staatlicher oder gesellschaftlicher Zustände.

In dieser Hinsicht sind zu beachten:

Die Ausländer-Eigenschaft, Stand, Religion, Verlust der bürgerlichen Ehre, Makel der Geburt üben im Privatrechts-Gebiete überhaupt keinen oder doch nur einen sehr geringfügigen Einfluss.

4. Einfluss natürlicher Zustände.

1. Das Geschlecht begründet keine wesentliche Verschiedenheit der privatrechtlichen Fähigkeit mehr. Gemeinrechtlich bestehen zwar noch zum Schutze gegen die Gefahren privatrechtlicher Selbstständigkeit für gewisse Rechts-Handlungen weiblicher Personen strengere Form-Vorschriften, während andere Rechte solche neuerdings [1]) aufgegeben haben. Unverheirathete bedürfen bei gewissen Angelegenheiten eines männlichen Beistandes [2]), Ehefrauen zu ihren Erklärungen ausnahmlos der ehemännlichen Genehmigung, was indess überwiegend mit den güterrechtlichen Verhältnissen zusammen hängt.

2. Das Alter scheidet die Personen, so weit das Privatrecht in Frage kommt, in Kinder bis zum vollendeten 7., in Unmündige bis zum vollendeten 14., in Minderjährige bis zum vollendeten 21. Lebensjahre und Grossjährige nach Ueberschreiten letzteren Zeitpunktes [3]), sowie bezüglich des Strafrechts in Straffreie bis zum vollendeten 12., und Erkenntniss-Beschränkte bis zum vollendeten 18. Lebensjahre. [4]) Nur Grossjährige sind selbständig handlungsfähig; für die Anderen handelt deren Vater oder Vormund.

3. Die väterliche Gewalt macht während ihres Bestandes eine Zustimmung des Vaters zu den Rechts-Handlungen des Hauskindes nöthig.

4. Krankhafte Körper- und Seelenzustände wirken auf die Handlungs-Fähigkeit in verschiedenem Umfange:

a. Geisteskranke, d. h. die des Gebrauchs ihrer Vernunft gänzlich Beraubten gelten für willensunfähig und sind zu bevormunden;

b. Dasselbe ist bei taub und stumm Geborenen [5]) so lange der Fall, bis sie gelernt haben, sich durch allgemein verständliche Zeichen auszudrücken;

c. Blinde, Stumme, Taube haben ihre rechtlichen Willens-Erklärungen unter besonderen Formen abzugeben.

5. Muthwillige Misswirthschaft kann zum Verlust der Handlungs-Fähigkeit führen, indem der Betreffende durch Erkenntniss zum Verschwender erklärt wird und unter Vormundschaft gestellt werden darf.

5. Mängel der Willens-Bestimmung.

Als die Willens-Freiheit beschränkende und damit die Handlungs-Fähigkeit vorüber gehend aufhebende Zustände des an sich Handlungs-Fähigen gelten ferner:

a. Zwang, [6]) worunter jede physische Gewalt zu verstehen ist, die das Wollen vollständig aufhebt;

b. Durch eine ernst gemeinte Drohung mit einer gegenwärtigen Gefahr für erhebliche Güter des Lebens hervor gerufene Furcht;

c. Krankheit u. Benommenheit, z. B. durch Uebergenuss von Getränken, sobald sie die Vernunft zu verdunkeln u. das klare Erkennen zu benehmen geeignet ist.

6. Irrthum [7]) und Betrug.

Irrthum und Missverständniss heben dagegen die Willens-Freiheit ohne Unterschied, ob sie selbstverschuldet oder von der anderen Seite absichtlich erregt sind, nicht auf, geben jedoch bedingungsweise das Recht zur Aufhebung der unter ihrem Einflusse zu Stande gekommenen Rechts-Geschäfte. Sie erstrecken sich entweder auf die rechtlichen Folgen des Geschäfts oder auf die Eigenschaften

1) z. B. preuss. Ges. v. 1. Dez. 1869.

2) z. B. A. L.-R. II. 1 §§ 88, 200. — C. c. Art. 499, 502, 512 — B. G. B. §§ 1646 — 1929.

3) R.-G. v. 17. Febr. 1875.

4) Str.-G.-B. §§ 55—57.

5) Neuere Rechte, z. B. preuss. Vorm.-O. §. 81 verlangen für sie die Bestellung eines Vormundes.

6) *D. quod metus causa* 4. 2. — *De doli mali et metus except.* 44, 4. — A. L.-R. I. 4 §§ 31 ff. — B. G. B. §§ 803 — 834.

7) *De juris et facti ignorantia*; *D.* 22. 6. *Cod.* 1. 15. — A. L.-R. I. 4 §§ 75 ff. — B. G. B. §§ 95 ff.

einer Person oder Sache, weshalb man Rechts-Irrthum von diesem über Thatsachen unterscheidet. In beiderlei Arten kann er wesentlich oder unwesentlich, vermeidbar oder unvermeidbar sein. Dies ist bestimmend für seine Entschuldbarkeit und die etwaige Anfechtbarkeit des Geschäfts. Wurde der Irrthum von der anderen Seite absichtlich hervor gerufen oder benutzt, so spricht man vom Betruge.

β. Die juristische Person.

Sie ist ein Rechts-Subjekt, das nur vermöge der Rechts-Idee ohne natürliche Persönlichkeit besteht. Es gehört dazu die Anerkennung der Persönlichkeit durch das Recht, welche entweder auf einem Rechtssatze oder auf besonderer Bewilligung von Seiten der Staatsgewalt beruht, sowie als äussere Unterlage entweder eine Vereinigung natürlicher Personen oder ein gewisser, der Sicherung und Förderung werthen Zwecken gewidmeter Güter-Inbegriff. Nach dieser Unterlage unterscheidet man Gemeinheiten und Stiftungen.

Da das gesellschaftliche Leben in seiner Entwickelung stetig zu neuen Verbindungen führt, welche eines Organs bedürfen, durch dessen Schutz und organisirte Hülfe und Thätigkeit die Befriedigung und Unterstützung der Zwecke der Vereinigten, so weit sie durch den Einzelnen nicht zu erzielen ist, gewonnen und gesichert werden soll, ist der Kreis der juristischen Personen stetiger Erweiterung ausgesetzt. Die zur Zeit anerkannten, für das Baufach wichtigsten Arten sind:

1. Das Reich und der Staat.

Sie werden in privatrechtlichen Beziehungen durch den Fiskus, d. h. sein gesammtes Vermögen, als eigene juristische Person vorgestellt und unterliegen in dieser Eigenschaft den allgemeinen Grundsätzen des Privatrechts ebenso wie alle anderen Personen. Der Fiskus macht nur eine juristische Person aus, obschon er seine Angelegenheiten durch verschiedene Behörden und Kassen verwaltet, und Dritte diese Geschäfts-Vertheilung zu berücksichtigen haben, so dass sie stets nur gegen diejenige fiskalische Behörde vorgehen und klagen können, welcher vom Fiskus die Vertretung des fraglichen Geschäfts überwiesen ist. Früher war er mit einer Menge, dem Verkehr lästiger Privilegien ausgestattet, die heut der Mehrzahl nach beseitigt sind.

2. Die Stadt- und Dorfgemeinden.

Sie werden nach aussen durch den Magistrat, bezw. den Gemeinde-Vorstand vertreten, bedürfen zu einzelnen Veräusserungs-Geschäften die Genehmigung der Aufsichts-Behörde und sind vereinzelt bei Uebernahme von Verpflichtungen dadurch beschränkt, dass die betr. Urkunde zwei Unterschriften [1]) zu ihrer Rechts-Wirksamkeit benöthigt.

3. Provinzen, provinzialständische Verbände, Kreise.

Die Vertretung in ihren Vermögens-Rechten geschieht durch die gesetzlich bestellten Verwalter, also z. B. die der Provinzen durch die Landes-Direktion.

4. Kirchen- und Schulgemeinden.

Vertreter der vermögensrechtlichen Angelegenheiten ist ihr aus Wahl der Gemeinde-Mitglieder hervor gegangener Vorstand, so dass dieser für sie in Prozessen zu laden ist und von ihm Verträge vollzogen sein müssen, um gültig zu sein.

5. Aktien-Gesellschaften. [2])

Unter den zum Zweck des Geschäfts-Betriebes, nämlich im Interesse erleichterter Geschäftsführung, damit sie auf ihren Namen erwerben, sowie als Gesammtheit klagen und beklagt werden können, in neuerer Zeit mit dem Rechte juristischer Personen ausgestatteten Vereinigungen sind die Aktien-Gesellschaften hervor zu heben. Das Wesen derselben besteht darin, dass sich die einzelnen Gesellschafter nur mit Einlagen betheiligen, ohne persönlich für die Verbindlichkeiten der Gesellschaft zu haften. Das Gesellschafts-Kapital wird in Aktien zerlegt, die auf Inhaber oder Namen lauten, untheilbar aber übertragbar sind, über einen bezifferten Geldbetrag ausgestellt sein müssen, in Wirklichkeit jedoch den Eigenthums-Titel über den aliquoten Antheil am Gesellschafts-Vermögen bilden. A.-G. entstehen durch Eintragung ins Handelsregister und enden durch die Löschung. Vertretung durch den Vorstand, dessen statutengemässe jeweilige Besetzung das Handelsregister auszuweisen hat.

[1]) z. B. preuss. Städte-Ordnung v. 30. Mai 1853 §. 56 Nr. 8.
[2]) H.-G.-B. Art. 207 ff.

6. Genossenschaften.

Man unterscheidet Schutz- und Erwerbs-Genossenschaften.

a. Die Erwerbs Genossenschaften[1]) sind Gesellschaften von nicht geschlossener Mitgliederzahl, welche die Förderung des Kredits, Erwerbs, oder der Wirthschaft ihrer Mitglieder mittels gemeinschaftlichen Geschäfts-Betriebes bezwecken. Erst mit der auf Grund des schriftlich abgefassten Gesellschafts-Vertrages erfolgten Eintragung in das gerichtliche Genossenschafts-Register beginnt ihre juristische Persönlichkeit, welche durch die bewirkte Löschung wieder aufhört. Vertretung durch den Vorstand, dessen jeweilige Besetzung das Register auszuweisen hat. Für die Verbindlichkeiten der Genossenschaft haften alle Genossenschafter solidarisch und mit ihrem ganzen Vermögen, also über die Einlagen hinaus.

b. Schutz-Genossenschaften[2]) kommen vor, zur gemeinsamen Anlegung und Unterhaltung von Unternehmungen, (z. B. Deichen) deren Vortheile einer ganzen Gegend zugute kommen, aber nur durch ein gemeinsames Wirken zu Stande zu bringen und fort zu führen sind, bald unter freiwilliger Zustimmung aller Betheiligten, bald unter Einwirkung obrigkeitlichen Zwanges. Sie bedürfen für ihr Statut der landesherrlichen Genehmigung, werden nach Aussen durch ihren statutarischen Vorstand (z. B. Deichhauptmann) vertreten. Die zur Erfüllung des Zwecks, zur Anlage und Unterhaltung der Anstalten erforderlichen Beiträge und Leistungen sind von den Einzelnen nach dem Verhältniss der ihnen daraus erwachsenden Vortheile aufzubringen und haben meist die Natur von Real-Lasten. Sie beginnen ihre Existenz mit Genehmigung des Statuts.

7. Gewerkschaften.[3])

Sie bestehen zum Zwecke des Bergbau-Betriebes, werden nach aussen durch einen der Berg-Behörde zu benennenden Repräsentanten vertreten. Für die Verbindlichkeiten haftet nur das Vermögen der Gewerkschaft.

8. Handels-Gesellschaften.[4])

Sie haben nur für die Dauer ihrer Eintragung ins gerichtliche Gesellschafts-Register juristische Persönlichkeit, vorzüglich zu dem Zwecke, damit sie auf ihren Namen erwerben, sowie als Gesammtheit klagen und beklagt werden können. Man hat zu unterscheiden: offene und stille (Kommandit-) Gesellschaften. Die erstere[5]) ist vorhanden wenn zwei oder mehre Personen ein Handels-Gewerbe unter gemeinschaftlicher Firma betreiben und bei keiner von ihnen die Betheiligung auf Vermögens-Einlagen beschränkt ist. Sind dagegen einer oder mehrere Gesellschafter nur mit Vermögens-Einlagen betheiligt, so liegt eine Kommandit-Gesellschaft[6]) vor, welche zur Kommandit-Gesellschaft auf Aktien wird, wenn das Kapital der stillen Betheiligten in Aktien oder Aktientheile zerlegt wurde.[7]) Für die Verbindlichkeiten der Gesellschafter haften bei der offenen H. G. die Gesellschafter solidarisch und mit ihrem ganzen Vermögen, ohne Unterschied, ob sie die Vertretung der Gesellschaft hatten oder nicht, bei der stillen H. G. dagegen die Kommanditisten nur mit ihrer Einlage, dagegen die persönlich Haftenden darüber hinaus, mit ihrem ganzen Vermögen. Gültig vertreten wird die Kommand.-Gesellsch. durch jeden persönlich Haftenden, die offene Gesellsch. von jedem Gesellschafter, welcher nicht etwa von der Befugniss, die Gesellsch. zu vertreten, ausgeschlossen ist — was aus der Eintragung im Handelreg. ersichtlich sein müsste — so dass man sich gefahrlos mit jedem dort Verzeichneten in Rechts-Geschäfte für die Gesellschaft einlassen kann.

Auf die im Geschäfts-Verkehr vielfach vorkommenden Vereinigungen mehrer Personen zum gemeinsamen Geschäfts-Betriebe z. B. eines Baugewerbes, haben, sofern es zu deren handelsgerichtlichen Eintragung nicht gekommen ist, die vorstehenden Grundsätze keine Anwendung. Jene sind keine juristische Personen, können unter der angenommenen Firma weder Rechte erwerben, noch Verbindlichkeiten eingehen, so dass ihre desfallsigen Handlungen rechts-unwirksam sind. Es sind vielmehr einfache Erwerbs-Gesellschaften, welche nur für die Betheiligung unter einander, nach Maassgabe des schriftlich zu Stande zu bringenden Vertrages Wirkung äussern.

[1]) B.-G. v. 4. Juli 1868 betr. die privatrechtl. Stellung der Erwerbs- und Wirthschafts-Genossenschaften.

[2]) Z. B. preuss. Ges. v. 28. Febr. 1843 §§ 56—59.

[3]) Z. B. preuss. Berg-G. v. 24. Juni 1864 §§ 94—117.

[4]) H. G. B. Art. 110, 129. — [5]) H. G. B. Art. 85.

[6]) H. G. B. Art. 150 ff. — [7]) H. G. B. Art. 150—173 ff.

Erwerbungen und Verpflichtungen müssen dagegen von den mehren Gesellschaftern auf deren eigenen Namen geschehen und eingegangen, etwaige Verträge also von ihnen mit ihrem eigenen Namen vollzogen werden, so dass der Vollzug mit der Firma-Unterschrift völlig unwirksam ist und dem Gegen-Kontrahenten kein Recht zur Inanspruchnahme der einzelnen Gesellschafter giebt. Desgleichen können sie nur auf eigenen Namen klagen und verklagt werden, so dass eine im Namen oder gegen die Firma angestrengte Klage unverfolgbar sein würde.

9. Korporative Gesellschaften.[1]).

Auch dauernde Verbindungen zu geselligen, wissenschaftlicken, religiösen oder Wohlthätigkeits-Zwecken können die Rechte juristischer Personen geniessen, erhalten dieselben indessen erst durch besondere landesherrliche Genehmigung beigelegt. Sie werden von ihrem statutarischen Vorstande vertreten, der für sie Rechte erwerben und Verbindlichkeiten übernehmen kann, für deren Erfüllung nur das Korporations-Vermögen haftet. Ohne solche Genehmigung bestehende Vereinigungen gleicher Art und Zwecke haben dagegen keine Rechtsfähigkeit.

Dasselbe gilt für Stiftungen, Armen- und Wohlthätigkeits-Anstalten mit der Beschränkung, dass hier schon stillschweigende Genehmigung seitens der Landes-Obrigkeit ausreichend befunden wird. — Wer zur Vertretung solcher Personen befugt ist, lässt sich nur aus den Statuten oder Bestallungs-Urkunden ersehen.

10. Gewerbliche Unterstützungs- und Hülfskassen.

Man kennt zwei wesentlich verschiedene Arten, nämlich die freien und die Zwangskassen. Ihr Zustandekommen ist neuerdings aus gesellschafts-politischen Gesichtspunkten begünstigt worden. Um indess die Minderbegüterten, welche gleichzeitig meist minder erfahren in den Lebensverhältnissen zu sein pflegen und auf deren Betheiligung bei derartigen Kassen es hauptsächlich abgesehen ist, vor Nachtheilen und dem Beitritt zu leistungsunfähigen Kassen zu schützen, ist ihre Zulassung von einer Genehmigung der Obrigkeit abhängig gemacht. Freie Kassen lassen sich nur in den Formen der „eingeschriebenen Hülfskassen" gründen. Zwangskassen kommen nur in den Formen der Bau-, Betriebs-, Gemeinde-, Innungs-Krankenkassen und Knappschafts-Kassen vor. Für die gesetzgeberisch in Aussicht genommenen Zwangs-Invaliden- und Altersversorgung-Kassen sind Formen noch nicht gefunden, dagegen Normativ-Bestimmungen für Arbeiter-Unfallversicherungs-Zwangskassen.[2])

a. Die eingeschriebenen Hülfskassen.[3]) Sie müssen auf freier Uebereinkunft beruhen, durch die höhere Verwaltungs-Behörde ihres Domizils zugelassen sein, Eintragung in das Hülfskassen-Register gefunden haben, um rechtsfähig zu sein. Sie können mit obrigkeitlicher Genehmigung örtliche Verwaltungsstellen einrichten und sich behufs gegenseitiger Aushülfe zu einem Verbande vereinigen, müssen aber ihre Wirksamkeit auf die gegenseitige Unterstützung ihrer Mitglieder für den Fall der Krankheit beschränken. Gerichtlich und aussergerichtlich werden sie durch einen aus Wahl der Mitglieder hervor gehenden Vorstand vertreten, welcher obrigkeitlicher Bestätigung nicht bedarf, während die Kassen als solche unter behördlicher Aufsicht stehen.

1. Vermögens-rechtliche Bestandtheile. Die Kasse kann unter ihrem Namen Rechte erwerben und Verbindlichkeiten eingehen, Eigenthum und andere dingliche Rechte an Grundstücken erwerben, vor Gericht klagen und verklagt werden und wird durch die in ihrem Namen vom Vorstande abgeschlossenen Geschäfte verpflichtet und berechtigt. Für ihre Verbindlichkeiten haftet den Kassen-Gläubigern jedoch nur das Kassen-Vermögen, so dass die Mitglieder über den Umfang der statutarischen Beiträge, welche zwar nach gleichen Grundsätzen abzumessen sind, ohne für alle ziffermässig gleich sein zu müssen, hinaus zu Leistungen für die Kasse nicht verpflichtet sind, umgekehrt aber auch ihre Mehr-Ansprüche verlieren, falls das Kassen-Vermögen zur vollen Befriedigung der fälligen Unterstützungs-Verpflichtungen nicht ausreichen sollte. Der Beitritt muss schriftlich erfolgen und darf nur bedingt von der

[1]) Unter welchen Voraussetzungen an sie die Rechte der jurist. Persönlichkeit ertheilt werden können, wird in landesgesetzlichen Bestimmungen entschieden; verpflichten indess die betr. Verwaltungs-Stellen zu der Ertheilung nicht. Man sehe z. B. A. L. R. II 6.

[2]) Unfallsvers. Ges. v. 6. Juli 1884. R. G. Bl. S. 69. (Vergl. unt. III. b. β., S. 250 ff.)

[3]) R.-G. v. 7. April 1876 u. 2. Juni 1884.

Betheiligung an anderen Gesellschaften abhängig gemacht werden. Durch den Beitritt entsteht ein längstens für die ersten 13 Wochen ausschliessbares Recht auf Unterstützung nach Maassgabe des Statuts [1]), welches mit rechtlicher Wirkung weder übertragbar noch verpfändbar ist, nicht einmal Gegenstand der Beschlagnahme sein kann, und, einmal erworben, selbst durch Austritt oder Ausschluss nicht verloren geht. Die Beiträge sind unter Vorbehalt richterl. Entscheidung im Wege des Verwaltungs-Zwangsverfahrens beitreibbar, können nur auf Grund der Statuten eine Erhöhung erfahren und dürfen, falls sie vom Arbeitgeber vorgeschossen waren, gegen fälligen Lohn verrechnet werden. Bei Auflösung der Kasse bleibt deren letzten Mitgliedern ein Recht auf die nach Deckung der Unterstützungs-Verpflichtungen verbliebenen Ueberschüsse des Kassen-Vermögens. Beitritt von Minderjährigen ist nicht ausgeschlossen; doch haben solche kein Stimmrecht in der General-Versammlung. Beitragszahlungs-Verzug bewirkt den Ausschluss von der Theilnahme an Abstimmungen.

2. Die verwaltungs-rechtlichen Bestandtheile. Die Statuten und deren Abänderungen bedürfen der behördlichen Genehmigung, über welche binnen 6 Wochen zu entscheiden und gegen deren Versagung Rekurs zulässig ist. Bei der Statuten-Prüfung ist darauf zu achten, dass die Unterstützungen sich innerhalb der gesetzlichen Grenzen halten,[2]) und nicht fremde, unzulässige Zwecke verfolgt werden.[3])

[1]) Gegen Versagung der Zulassung ist Rekurs zulässig. Gerechtfertigt ist die Versagung nur, wenn das Statut den gesetzlichen Anforderungen nicht entspricht, ihm nämlich nothwendige Erfordernisse abgehen, als welche gelten die Bestimmungen über: 1. den Namen, Sitz und Zweck der Kasse; 2. den Beitritt und Austritt der Mitglieder; 3. die Höhe der Mitglieder-Beiträge; 4. die Voraussetzungen, die Art und den Umfang der Unterstützungen; 5. die Bildung des Vorstandes, die Legitimation seiner Mitglieder und den Umfang seiner Befugnisse; 6. die Zusammensetzung und Berufung der General-Versammlung und die Art ihrer Beschluss-Fassung; 7. über die Bildung örtlicher Verwaltungs-Stellen und deren Befugnisse; 8. die Abänderung des Statuts; 9. die Verwendung des Kassen-Vermögens im Falle der Auflösung oder Schliessung der Kasse; 10. die Aufstellung und Prüfung der Jahresrechnung oder wenn das Statut mit dem Zwecke der Kasse nicht in Verbindung stehende, sowie gesetzeswidrige Bestimmungen enthält.

[2]) Die Kranken-Unterstützung kann sich auf Gewährung von Krankengeld, ärztliche Behandlung, Arznei und andere Heilmittel, Verpflegung in einem Krankenhause, sowie die geeigneten Mittel zur Erleichterung der den Kranken nach der Genesung verbliebenen körperlichen Mängel für Mitglieder beschränken, aber auch darüber hinaus auf Gewährung von Kranken-Unterstützung an Wöchnerinnen und von ärztlicher Behandlung der Familien-Angehörigen der Mitglieder ausgedehnt werden. — Soll indess die Mitgliedschaft Befreiung von der Beitragspflicht zu Zwangskassen schaffen, so muss ihre Mindest-Leistung bestehen im Gewähren: 1. einer Kranken-Unterstützung, welche mit der Maassgabe zu bemessen ist, dass der durchschnittliche Tagelohn derjenigen Klassen der Versicherten, für welche die Kasse errichtet wird, soweit er drei Mark für den Arbeitstag nicht überschreitet, an die Stelle des ortsüblichen Tagelohns gewöhnlicher Tagearbeiter tritt; 2. einer gleichen Unterstützung an Wöchnerinnen auf die Dauer von drei Wochen nach ihrer Niederkunft; 3. für den Todesfall eines Mitgliedes eines Sterbegeldes im zwanzigfachen Betrage des ortsüblichen Tagelohns, wobei der durchschnittliche Tagelohn unter Berücksichtigung der zwischen den Kassen-Mitgliedern hinsichtlich der Lohnhöhe bestehenden Verschiedenheiten klassenweise mit der Beschränkung fest gestellt wird, dass er in keiner Klasse mehr als 4 Mark und weniger als den üblichen Tagelohn betragen darf. Dagegen ist bei freien Kassen die höchste Leistung keineswegs wie bei Zwangskassen eingeschränkt. Die Erhöhung und Erweiterung der Leistungen darf vielmehr (was bei Zwangskassen unerlaubt ist): 1. die Dauer der Kranken-Unterstützung sogar noch länger als bis zu 1 Jahr ausdehnen; 2. das Krankengeld auf einen höheren Betrag, und zwar noch über Dreiviertel des durchschnittlichen Tagelohns fest setzen, sowie neben freier ärztlicher Behandlung und Arznei noch andere Heilmittel gewähren; 3. neben freier Kur und Verpflegung in einem Krankenhause ein Krankengeld, welches nicht auf ein Achtel des durchschnittlichen Tagelohnes beschränkt zu sein braucht, auch Solchen bewilligen, welche nicht den Unterhalt von Angehörigen aus ihrem Lohne bestritten haben; 4. Wöchnerinnen die Kranken-Unterstützung beliebig, also über die Dauer von 6 Wochen nach ihrer Niederkunft gewähren; 5. freie ärztliche Behandlung, freie Arznei und sonstige Heilmittel für erkrankte Familien-Angehörige den Kassen-Mitgliedern selbst dann noch zahlen, wenn diese vielleicht selbst dem Kranken-Versicherungs-Zwange unterliegen, wie ferner für Ehefrauen der Kassen-Mitglieder im Falle der Entbindung die zulässige Kranken-Unterstützung eintreten lassen; 6. das Sterbegeld nicht blos bis zum vierzigfachen Betrage des ortsüblichen Tagelohns, sondern beliebig darüber hinaus erhöhen; 7. beim Tode der Ehefrau oder eines Kindes eines Kassen-Mitgliedes unabhängig davon, ob diese Personen selbst dem Versicherungs-Zwange unterliegen, ein Sterbegeld aussetzen, welches nicht einmal für die erstere auf den Betrag bis zu Zweidritteln, für letztere bis zur Hälfte des für das Mitglied fest gestellten Sterbegeldes eingeschränkt zu sein braucht. Ebenso wenig ist für freie Kassen untersagt, dass ihre Leistungen auf weitere Unterstützungen, namentlich auf Invaliden-, Wittwen- und Waisen-Unterstützungen, ausgedehnt werden, was alles bezüglich der Orts-, Betriebs-, Bau-Krankenkassen geschehen ist durch R.-G. v. 15. Juli 1883 §§ 20, 21.

[3]) Wegen Hervortretens sozialdemokratischer Bestrebungen können eingeschriebene Hilfskassen geschlossen werden. M. s. Erk. d. preuss. O. V. G. Bd. V, S. 303.

Die Kasse unterliegt während ihres Bestehens behördlicher Aufsicht. Dieselbe beschränkt sich nicht auf die Beobachtung der Veränderungen im Mitglieder-Bestande, das Vorhandensein und die richtige Besetzung der Kassen-Organe, auf die vorgekommenen Krankheiten und Sterbefälle, den Kassenbestand und die Leistungsfähigkeit der Kasse, sondern darf sich auch darauf richten, dass die statutengemässen Bestimmungen streng eingehalten werden. Die Aufsichts-Behörde darf deshalb jederzeit Vorlegung der Kassenbücher, Verhandlungen und Rechnungen im Geschäftslokal zur Einsichtnahme verlangen, die Erfüllung der gesetzlichen Pflichten durch Ordnungs-Strafen[1]) gegen die Mitglieder der Verwaltungs-Organe[2]) oder durch andere gesetzliche Maassnahmen erzwingen, unter Umständen selbst General-Versammlungen[3]) einberufen und die Auflösung[4]) der Kasse herbei führen.

Auf Anordnung der Gemeinde-Behörden konnte bisher eine Beitritts-Pflicht der Arbeiter begründet werden. Dies ist jetzt aufgehoben; damit ist gleichzeitig die Berechtigung der Gemeinde-Beh., unter Umständen die Vorstands-Stellen selbst zu besetzen und die Befugnisse der Generalversamml. selbst wahrzunehmen, weg gefallen. Ebenso ist es nicht mehr zulässig, dass die Arbeitgeber Zuschüsse zu der Kasse leisten und dadurch eine Stimm-Berechtigung bei der Generalversamml. erwerben, die vorm. mit der Beschränkung bestand, dass die Zahl ihrer Stimmen jedenfalls die Hälfte der den Mitgliedern der Kasse zustehenden Stimmen nicht übersteigen durfte.

In jedem 5. Jahre muss durch einen Sachverständigen geschätzt werden, ob zur Erfüllung der Kassen-Verpflichtungen die vorhandenen Mittel einschl. des Reservefonds ausreichen. Mangels derselben muss entweder Erhöhung der Beiträge oder Ermässigung der Kassenleistungen eintreten. Auf Antrag der Kasse ist ihr gebührenfrei zu bescheinigen, ob das Statut den Vorschriften des R.-G. v. 15. Juni 1883 entspricht, so dass die Kassenmitglieder vom Beitritt zu Zwangskassen befreit sind.

b. Zwangskassen.[5]) Die Einführung des Krankenversicherungs-Zwanges erfolgte aus dem gesellschafts-politischen Gesichtspunkte, dass der Arbeiter davor geschützt werden müsse, durch unverschuldete Krankheit in Noth zu gerathen, aus der er bei seinen beschränkten Erwerbs-Verhältnissen schwer sich wieder heraus arbeiten könne.

Der Versicherungs-Zwang erstreckt sich auf alle gegen Gehalt oder Lohn im Handwerk und in sonstigen stehenden Gewerbe-Betrieben beschäftigte Personen, also zweifellos auch auf Bauhandwerker, deren Arbeits-Verdienst $6^2/_3$ M. für den Arbeitstag — also 40 M. für die Woche — nicht übersteigt, sofern nicht etwa die Beschäftigung ihrer Natur nach nur eine vorüber gehende, oder durch den Arbeits-

[1]) Dieselben können bis 100 M. gehen. Daneben giebt es noch gerichtl. zu verhängende Strafen bis 300 M.; auch können pflichtwidrig handelnde Vorst.-Mitgl. wegen Untreue aus Str. G. B. § 366 strafbar werden.

[2]) Nothwendige Gesellschafts-Organe sind der Vorstand und die General-Versammlung; zulässig ist ein Verwaltungs-Ausschuss zur Ueberwachung des Vorstandes.

[3]) Kann aus Abgeordneten gebildet werden, deren Zahl jedenfalls nicht unter 30 betragen darf.

[4]) Die Schliessung einer Kasse kann durch die höhere Verwaltungs-Behörde erfolgen: 1. wenn mehr als $^1/_4$ der Mitglieder mit der Einzahlung der Beiträge im Rückstande ist und trotz ergangener Aufforderung der Aufsichts-Behörde weder die Beitreibung der fälligen Beiträge, noch der Ausschluss der säumigen Mitglieder erfolgt; 2. wenn die Kasse trotz ergangener Aufforderung der Aufsichts-Behörde 4 Wochen mit Zahlung fälliger, nicht streitiger Unterstützungen im Rückstande ist; 3. wenn die General-Versammlung einen mit den Vorschriften dieses Gesetzes oder des Kassen-Statuts im Widerspruch stehenden Beschluss gefasst hat und der Aufforderung der Aufsichts-Behörde, denselben zurück zu nehmen, innerhalb der gesetzten auf mindestens 6 Wochen zu bemessenden Frist nicht nachgekommen ist; 4. wenn dem Gesetzes-Paragr. 6 zuwider Mitglieder zu Handlungen, oder Unterlassungen verpflichtet, oder wenn der Vorschrift des § 13 entgegen Beiträge von den Mitgliedern erhoben oder Verwendungen aus dem Vermögen der Kasse bewirkt werden; 5. wenn im Falle des § 26 Abs. 2 innerhalb der bestimmten Frist für die Herstellung des Gleichgewichts zwischen den Verpflichtungen und Einnahmen der Kasse nicht Sorge getragen ist: die Erhöhung der Beiträge oder die Minderung der Unterstützungs-Sätze in dem fest gesetzten Umfange nicht erfolgt ist, oder wenn sich ergiebt, dass nach §§ 3, 4 die Zulassung hätte versagt werden müssen und die erforderl. Abänderung des Statuts innerhalb einer von der höheren Verwaltungs-Behörde zu bestimmenden, mindestens 6wöchentlichen Frist nicht bewirkt worden ist; 6. wenn Mitglieder aus einem nach diesem Gesetze unzulässigen Grunde aus der Kasse ausgeschlossen werden.

Gegen die Maassregeln der Verwaltungs-Behörde ist der Rekurs zulässig; wegen des Verfahrens und der Behörden gelten die Vorschriften der §§ 20. 21 der Gewerbe-Ordnung. In Elsass-Lothringen finden statt derselben die dort geltenden Bestimmungen über das Verfahren in streitigen Verwaltungs-Sachen entsprechende Anwendung. Die Eröffnung des Konkurs-Verfahrens über eine Kasse hat die Schliessung kraft Gesetzes zur Folge.

[5]) R. G. v. 15. Juni 1883 (R. G. Bl. S. 73).

Vertrag im voraus auf einen Zeitraum von weniger als 1 Woche beschränkt ist. Er kann indess durch Gemeinde-Statut sogar auf selbständige Gewerbtreibende, welche in eigenen Betriebsstätten für Rechnung anderer Gewerbtreibender mit der Herstellung oder Bearbeitung gewerblicher Erzeugnisse beschäftigt werden, ausgedehnt werden. Je nachdem die Errichtung der Kasse von der Gemeinde, dem Betriebs-Unternehmer, dem Bauherrn, den Innungen, den Gewerkschaften geschah, unterscheidet man Orts-, Betriebs-, Bau-, Innungs- und Knappschafts-Kassen, neben denen die Gemeinde-Krankenversicherung mit der Wirkung besteht, dass der Zwang der letzteren beizutreten für alle diejenigen gilt, welche ihre Mitgliedschaft bei Kassen der ersteren Art oder bei eingeschriebenen Hülfskassen nicht nachzuweisen vermögen.

Während sich die Mindest-Leistungen der Gemeinde-Krankenversicherung darauf beschränken kann, den Mitgliedern auf die Dauer von 13 Wochen zu gewähren:

a. vom Beginne der Krankheit ab freie ärztliche Behandlung, Arznei, sowie Brillen, Bruchbänder und ähnliche Heilmittel,

b. im Falle der Erwerbs-Unfähigkeit, von 3 Tagen nach dem Tage der Erkrankung ab für jeden Arbeitstag ein Krankengeld in Höhe des halben ortsüblichen Tagelohns gewöhnlicher Tagearbeiter,

ist für die anderen Kassen-Arten eine grössere Mindest-Leistung vorgeschrieben, allerdings umgekehrt aber auch die Höchst-Leistung[1]) gesetzlich begrenzt.

Zur Errichtung von:

1. Bau-Krankenkassen[2]) ist der Bauherr unbedingt berechtigt und auf Anordnung der höheren Verwaltungs-Behörden für die bei Eisenbahn-, Kanal-, Strom-, Deich- und Festungsbauten, sowie in anderen vorüber gehenden Bau-Betrieben beschäftigten Personen, wenn zeitweilig eine grössere Zahl von Arbeitern beschäftigt werden, sogar verpflichtet, widrigen Falls er den von ihm beschäft. Personen für den Fall einer Krankheit und ihren Hinterbliebenen im Falle des Todes die vorgeschriebenen Unterstützungen aus eigenen Mitteln zu gewähren hat. Die Errichtungs-Pflicht kann mit behördl. Genehmigung jedoch auf die Bauunternehmer abgewälzt werden. Mit Auflösen des Betriebes oder in Folge ordnungswidr. Kassen- u. Rechnungsführung erlangt die Kasse durch Schliessung die Endschaft.

2. Betriebs-Krankenkassen.[3]) Ihre Errichtung ist ein Recht und auf Anordnung der Verwaltungs-Behörde eine Pflicht von Unternehmern, welche wenigstens 50 versicherungspflichtige Personen beschäftigen. Verabsäumen der Pflicht erzeugt die Verbindlichkeit des Unternehmers für jeden Versicherungs-Pflichtigen Beiträge bis zu 5% seines verdienten Lohnes aus eigenen Mitteln an die Gemeinde-Krankenkasse zu zahlen. Dieselbe Verbindlichkeit entsteht ihm, wenn es wegen Verabsäumen der Sorge für ordnungsmässige Kassen- und Rechnungsführung zur Auflösung der Kasse kommen muss, nicht aber wenn die Auflösung wegen Aufhören des Betriebs oder Sinkens der Mitgliedschaft unter die zulässige Mindest-Ziffer eintritt.

3. Innungs-Krankenkassen.[4]) Ihre Gründung ist zwar ein Recht, nach heutiger Gesetzgebung jedoch keine Pflicht der Innungen. Ueber die Einnahmen und Ausgaben solcher begründeten Unterst.-Kassen muss getrennte Rechnung geführt werden. Das ausschliesslich für diese Kassen bestimmte Vermögen ist getrennt von dem übrigen Innungs-Verm. zu verwalten; Verwendungen für andere Zwecke dürfen aus demselben nicht gemacht werden. Die Gläubiger der Kasse haben das Recht auf abgesonderte Befriedigung aus dem getrennt verwalteten Vermögen.

Neben diesen Zwangskassen sind zur Unterstützung der Gesellen und Lehrlinge in Fällen der Arbeits-Unfähigkeit oder sonstiger Bedürftigkeit Kassen zulässig, welche jedoch in den Formen freier Hilfskassen errichtet werden müssen, so dass ein Beitritts-Zwang nicht gefordert werden kann.

Auch die zur Unterstützung der Innungs-Mitglieder und ihrer Angehörigen errichteten Innungs-Krankenkassen[5]) können nur in den Formen der freien Hilfskassen entstehen. Sie erhalten dann durch die Genehmigung der höheren Verwaltungs-Behörde die Rechte juristischer Personen, so weit es zur Erlangung dieser Rechte einer besonderen staatlichen Genehmigung bedarf.

[1]) M. vergl. oben S. 230 Anm. 2. — [2]) a. R. G. §§ 69 ff., 20—42. — [3]) a. R. G. §§ 59—68, 20—42. — [4]) a. R. G. §§ 73, 20—42, mit R.-Gew.-O. § 97a No. 5, § 100c. — [5]) R. Gew. O. §§ 97c, 140.

4. Gemeinsame Grundsätze. Zweck der Kasse darf nur die Kranken-Unterstützung der Mitglieder und ihrer Familien-Angehörigen innerhalb des gesetzlichen Umfangs sein. Sie erhält ihre Rechts-Fähigkeit erst durch die Genehmigung des Statuts[1]) Seitens der Verwaltungs-Behörde, die nur aus gesetzlichen Gründen mit der Wirkung versagbar ist, dass gegen den Versagungs-Beschluss Rekurs eingelegt werden kann. Ihr Wesen besteht darin, dass durch den Arbeits-Vertrag mit rechtlicher Wirkung ein Beitritts-Zwang für die Beschäftigten geschaffen werden darf, die sich demselben nur entziehen dürfen, wenn ihre Löhnung mehr als $6^2/_3$ M. für den Arbeitstag beträgt, oder sie nachweislich einer anderen gesetzlich zugelassenen Kasse schon als Mitglieder angehören, bezw. inzwischen beigetreten sind, oder endlich im Krankheitsfalle mindestens für 13 Wochen auf Verpflegung oder Gehalt durch den Arbeitgeber gesetzlichen oder vertragmässigen Anspruch haben. Die Mitgliedschaft darf jedoch nicht auf die Beitritts-Pflichtigen beschränkt werden; vielmehr ist den vorüber gehend Beschäftigten ein Beitritts-Recht und den aus der Arbeit Austretenden ein Recht zum Verbleiben in der Mitgliedschaft offen zu halten. Bei Verwaltung der Kasse steht dem Arbeitgeber eine Mitwirkung zu, indem er nicht allein im Vorstande, sondern auch in der Mitglieder-Versammlung vertreten sein, indess in keiner Körperschaft mehr als $^1/_3$ der Stimmen in sich vereinigen darf, wogegen er verpflichtet ist, Zuschüsse aus eigenen Mitteln, die mindestens 50% der Gesammt-Beiträge der Zwangs-Mitglieder zu betragen haben, zu leisten, im Bedarfs-Falle solche, ohne Aussicht auf Wieder-Erstattung, darüber hinaus zu erhöhen, wenn es sich um Ergänzung der Mittel zur Deckung der Kassen-Bedürfnisse handelt, sowie vorüber gehend Vorschüsse zu leisten, die Beiträge der Mitglieder für diese einzuzahlen, welche er bei der Löhnung kürzen darf und aus eigenen Mitteln und unter eigener Verantwortlichkeit einen Kassen- und Rechnungsführer, sowie das übrige Verwaltungs-Personal zu stellen.

5. Vermögens-rechtliche Bestandtheile. Aus der Mitgliedschaft, welche für Beitrittspflichtige mit Antritt ihrer Dienststellung, für freiwillige Mitglieder mit Annahme ihrer Eintritts-Erklärung beginnt, entspringt für die Mitglieder das Recht auf statutengemässe Unterstützung, die mit rechtlicher Wirkung weder verpfändet, noch übertragen, noch gepfändet und blos auf schuldige Beiträge verrechnet werden darf, aber auch die Pflicht zur Zahlung der Beiträge und eines Eintritts-Geldes, worüber hinaus jedoch Leistungen nicht bestehen. Der Arbeitgeber dagegen erlangt keine vermögensrechtl. Ansprüche an die Kasse, während er durch Gründung der Kasse verpflichtet wird den statutengem. Zuschuss zu zahlen, Vorschüsse zu gewähren, unter Umständen das Defizit zwischen Einnahme u. Ausgaben zu tragen und sich der Einziehung der Kassenleistungen zu unterziehen. Auf das etwaige, bei Auflösung der Kasse vorhandene Vermögen haben weder Mitglieder noch Arbeitgeber Anspruch, indem es vielmehr für gleiche Unterstütz.-Zwecke der Gemeinde zufällt. — Die Kasse kann unter ihrem Namen Rechte jeder Art erwerben, ist prozessfähig u.haftet den Gläubigern nur in Höhe ihres Vermögens. Das Austritts-Recht u. ebenso das Ausschluss-Recht eines Mitgl. aus der Kasse ist beschränkt. Streitigk. zwischen Mitgl. u. der Kasse werden im Gemeinde-Streitverf. zum Austrag gebracht.

6. Verwaltungs-rechtliche Bestandtheile. Die Errichtung der Kassen kann nur im behördl. Einvernehmen erfolgen, da das Statut die Prüfung u. Genehmigung nöthig hat. Während des Bestandes haben sie unter Aufsicht der Gemeinde- u. der Oberaufsicht von Landes-Verwalt.-Behörden zu stehen, die sehr weit gehend ist, sich namentl. auf genaues Einhalten der Statuten, Erhalten der Leistungsfähigkeit der Kasse, sachgem. Kassen- und Rechnungsführung erstreckt, weshalb sie nicht blos die ihnen wünschenswerthen Nachrichten einfordern, sondern sogar unmittelb. eingreifen, das Wahlverfahren leiten und General-Versammlungen einberufen, gegen Vorstands-Mitgl. Ordnungsstrafen verhängen u. das Schliessen der Kassen herbei führen können.

Unter dieser Aufsicht werden die Kassen durch ihren eigenen, theils aus Wahl der Mitglieder, theils aus Ernennung durch die Arbeitgeber hervor gehenden Vorstand verwaltet und wird dessen Geschäftsführung durch eine General-Versammlung beaufsichtigt, in welcher die Mitglieder bald persönlich bald durch Vertreter auftreten können und der Arbeitgeber ein beschränktes Stimmrecht hat.

[1]) Muster-Statuten finden sich für die verschiedenen Arten von Kassen in: Centralbl. f. d. D. Reich 1864 S. 65. ff.; Eisenb.-Verordn. Bl. 1884 S. 166; Preuss. Min.-Bl. f. d. B. u. V. 1884 S. 52 ff.

Die Bestimmungen: dass die Kassenführer und dessen Hülfspersonal vom Arbeitgeber zu gestellen sind, sowie diejenigen über Mindest- und Höchst-Höhe der Beiträge, Unterstützungen und des Reservefonds sind öffentlich-rechtlicher Natur, so dass Abweichungen davon unstatthaft sind.

11. Innung[1]) von Gewerbtreibenden.

Innungen sind zur Förderung gemeinsamer gewerblicher Interessen eingegangene Vereinigungen selbstständiger Gewerbtreibender, die sich nicht nothwendig auf den Umfang eines Gemeinde-Bezirks zu beschränken brauchen. Zur Verfolgung gemeinsamer Aufgaben und Interessen ist die Vereinigung mehrer Innungen desselben Aufsichts-Bez. zu einem Innungs-Ausschuss, verschiedener Aufsichts-Bez. zu einem Innungs-Verbande gesetzlich statthaft. Die Unterscheidung in neue und alte, d. h. vor dem 31. Juni 1869 bestandene Innung ist praktisch werthlos.

a. Privat-rechtliche Bestandtheile. Rechtsfähig ist nur die Innung Sie allein kann unter ihrem Namen Rechte erwerben, Verbindlichkeiten eingehen, vor Gericht Recht nehmen und geben. Sie wird durch ihren Vorstand vertreten, zu dessen Legitimation die Bescheinigung der Aufsichts-Behörde genügt, dass die darin bezeichneten Personen zur Zeit den Vorstand bilden. Für die Innungs-Schulden haftet nur das Innungs-Vermögen, auf welches bei einer Auflösung der Innung deren letzte Mitglieder nur so weit Anspruch haben, als es aus ihren eigenen — übrigens im Wege des Verwaltungs-Zwangsverfahrens beitreibbaren — Beiträgen und verhängten Ordnungsstrafen entstanden war, während der Ueberrest der Domizil-Gemeinde zur Verwendung für gewerbliche Zwecke zufällt. Die Aufnahme in die Innung ist für jeden Unbescholtenen, sofern er den statutarischen oder gesetzlichen Anforderungen entspricht, erzwingbar, der Austritt nach Kündigung, bei Verlust jedes Anrechts an das Innungs-Vermögen, unbenommen, die dem Rechtsweg unterliegende Beitragspflicht auf die Aufwendungen für die Innungs-Zwecke begrenzt. Die vermögens-rechtlichen Innungs-Rechte der Mitglieder können von deren Wittwen, welche den Gewerbe-Betrieb fortsetzen, so lange ausgeübt werden, als sie die entsprechenden Verpflichtungen erfüllen.

b. Verwaltungs-rechtliche Bestandtheile. Die Statuten[2]) und Neben-Statuten der Innungen, Innungs-Ausschüsse und Innungs-Verbände, sowie deren Abänderungen bedürfen obrigkeitlicher Genehmigung, welche jedoch nur aus gesetzlichen Gründen[3]) versagbar ist. Der Versagungs-Beschluss ist anfechtbar. Während ihres Bestandes steht die Innung unter der Aufsicht der Gemeinde-Behörde, welche die Befolgung der gesetzlichen und statutarischen Vorschriften erzwingen, Streitig-

[1]) R.-Gew.-O. §§. 81 ff.

[2]) Nothwendige, unerlässliche Erfordernisse für ein Innungs-Statut sind nach Gew.-Ordn. § 98a Bestimmungen über: 1. Namen, Sitz und Bezirk der Innung; 2. die Aufgaben der Innung, sowie über die dauernden Einrichtungen zur Erfüllung dieser Aufgaben; namentlich sind die nachfolgenden Verhältnisse des Lehrlingswesens zu regeln: a. die von den Innungs-Mitgliedern bei der Annahme von Lehrlingen zu erfüllenden Voraussetzungen und Formen, sowie die Dauer der Lehrzeit; b. die Ueberwachung der Beobachtung der in §§ 120, 126, 127 enthaltenen Vorschriften seitens der Innung; c. die Verpflichtung der Meister, ihre Lehrlinge zum Besuche der Fortbildungs-Schule oder Fachschule anzuhalten; d. die Beendigung der Lehrzeit, die Ausschreibung der Lehrlinge von der Innung und die Ertheilung des Lehrbriefes; e. die Bildung der Behörde und das Verfahren zur Entscheidung der im § 97 unter No. 4 bezeichneten Streitigkeiten; 3. über Aufnahme, Austritt und Ausschliessung der Mitglieder; 4. über die Rechte und Pflichten der Mitglieder, insbesondere über die Beiträge, welche von denselben zu entrichten sind und über den Maassstab, nach welchem deren Umlegung erfolgt; 5. über die etwa wegen Verletzung statutarischer Vorschriften gegen die Innungs-Mitglieder zu verhängenden Ordnungsstrafen; 6. über die Bildung des Vorstandes, über den Umfang seiner Befugnisse und die Formen seiner Geschäftsführung; 7. über die Zusammensetzung und Berufung der Innungs-Versammlung, über das Stimmrecht in derselben und über die Art der Beschlussfassung; 8. über die Beurkundung der Beschlüsse der Innungs-Versammlung und des Vorstandes; 9. über die Voraussetzungen und die Form einer Abänderung des Statuts; 10. über die Voraussetzungen und die Form der Auflösung der Innung; 11. über die Verwendung des Innungs-Vermögens im Falle der Auflösung oder Schliessung der Innung; 12. über die Aufstellung und Prüfung der Jahres-Rechnung. Umgekehrt sind unzulässig Bestimmungen, welche mit den in der Gew.-Ordnung bezeichneten Aufgaben der Innung nicht in Verbindung stehen oder sonstigen gesetzlichen Vorschriften zuwider laufen.

[3]) Nämlich für den Innungs-Verband nach § 104c, wenn dessen Zwecke sich nicht in den gesetzlichen Grenzen halten oder das Verbands-Statut den gesetzlichen Anforderungen nicht entspricht, für die Innung selbst wegen vorschriftswidriger Beschaffenheit des Statuts, Bestehens einer älteren Innung desselben Gewerbes im nämlichen Bezirke, mangelnder Sicherheits-Leistung für die erforderlichen Mittel zur Erfüllung der Innungs-Einrichtungen und endlich wegen beabsichtigter Ausdehnung über den zugelassenen Begrenzungs-Bezirk (§ 98b).

keiten in inneren Innungs-Angelegenheiten entscheiden, die Vorstandswahlen kontrolliren und den Innungs-Versammlungen beiwohnen kann. Den Innungs-Verband beaufsichtigt die höhere Verwaltungs-Behörde. Den Innungen kann behördlicher Seits das Lehrlingswesen und die Lehrlings-Prüfung anvertraut werden; in ihnen können Schiedsgerichte zur Entscheidung von Gewerbe-Streitigkeiten sich bilden. Der Innungs-Verband ist zu Berichten über die Verhältnisse der in ihm vertretenen Gewerbe berechtigt und zur Abgabe von Gutachten über gewerbliche Fragen verpflichtet. — Ihre Endschaft erreicht die Innung entweder durch Auflösungs-Beschluss ihrer Mitglieder, oder durch Schliessung seitens der Behörde.[1]) — Gegen alle gemeinde-behördlichen oder obrigkeitlichen Erlasse in Innungssachen steht bald der Rekurs, bald eine Beschwerde offen. — Die Innungen können die Mitgliedschaft von Ablegung einer Prüfung abhängig machen, deren Art und Umfang jedoch bereits das Statut zu regeln hat. — Ueber die Aufgaben der Innung hinaus gehende Thätigkeiten sind unstatthaft. — Die Gesellenschaft kann an Verwaltung der Innung betheiligt werden.

b. Die Personen bei Bauausführungen.

α. Der Bauherr.

Bei Bau-Ausführungen sind der, auf dessen Rechnung die Ausführung geschieht, (Bauherr) und der Bau-Ausführende verschiedene Personen, so oft nicht etwa Jemand auf eigene Rechnung selbst baut. Bauherr kann eben so gut eine juristische wie eine natürliche Person, ja kann selbst ein Handlungs-Unfähiger sein; es kommt nur darauf an, dass mit dem berechtigten Vertreter und in der für die besonderen Zustände des Gegen-Kontrahenten vorgesehenen Form diejenigen Vereinbarungen getroffen sind, aus welchen man gegen den Bauherrn Ansprüche erheben will. In dieser Beziehung sind folgende Grundsätze maassgebend:

1. Stellvertretung.[2])

Sie ist entweder eine nothwendige oder eine freiwillige; erstere wieder eine gesetzliche oder eine obrigkeitlich bestellte, je nachdem, ob sie kraft des Gesetzes oder erst auf Grund eines Auftrages der Behörde eintritt.

Als die gesetzlichen Vertreter handlungsunfähiger natürlicher Personen gelten deren leibliche Väter. Sind solche nicht vorhanden, so werden Vormünder oder Pfleger (Kuratoren) bestellt, die zum Ausweis eine obrigkeitl. Bestallung[3]) erhalten, für gewisse — meist in der Bestallung ausgesprochene — Rechts-Handlungen jedoch noch die Genehmigung der Vormundschaft-Behörde nöthig haben. Bei Verhandlungen mit ihnen thut man gut, sich die Bestallung vorlegen zu lassen.

Für juristische Personen handelt deren gesetzlicher Vorstand[4]) als Vertreter.[5]) Dieser hat die Erklärungen in derjenigen Form abzugeben, welche gesetzl. oder statutar. vorgeschrieben ist, so dass Abweichungen hiervon die Erklärung für die vertretene Person unverbindlich machen und höchstens einen — meist kaum verfolgbaren — Anspruch auf Schadens-Ersatz gegen den Vertreter zu schaffen geeignet sind.

2. Vollmacht.[6])

Jede handlungsfähige Person kann sich rechtswirksam für seine Geschäfte einen Vertreter selbst bestellen. Solches geschieht durch Vollmacht. Der

[1]) Nach Gew.-Ordn. §§ 103, 104g kann die Schliessung einer Innung oder eines Innungs-Verbandes behördlicher Seits nur herbei geführt werden, wenn: entweder sich ergiebt, dass die Genehmigung hätte versagt werden müssen und die erforderliche Aenderung des Statuts innerhalb einer zu setzenden Frist nicht bewirkt wird — oder die Innung, wiederholter Aufforderung der Aufsichts-Behörde ungeachtet, die Erfüllung der ihr gesetzten Aufgaben vernachlässigt — oder sie sich gesetzwidriger Handlungen oder Unterlassungen schuldig macht, durch welche das Gemeinwohl gefährdet wird — oder wenn sie andere als die gesetzlich zulässigen Zwecke verfolgt. Ebenso diejenige eines Innungs-Ausschusses, welcher seinen statutar. Verpflichtungen nicht nachkommt, oder Beschlüsse fasst, die über seine statutar. Rechte hinaus gehen. Schliessung aus vor angegebenen Gründen erfolgt durch die höhere Verwaltungs-Behörde, während die Eröffnung des Konkurs-Verfahrens über das Vermögen der Innung die Schliessung kraft Gesetzes zur Folge hat.

[2]) *Tit. per quas personas nobis acquiritur:* J. II. 9, *Cod.* 5, 27, und *de procurat. D.* 3. 3, *Cod.* 2. 13. — A. L.-R. I, 13; II, 18. — Vorm.-O. v. 5. 7. 1875. — *C. c.* Art. 388—515. — Bürg. G.-B. §§ 1815 ff.

[3]) z. B. pr. Vorm.-O. §§ 24. 47. — B. G. B. § 1901.

[4]) H.-G.-B. Art. 227, 231. — Ges. v. 4. Juli 1868 § 20. — R.-Gew.-O. § 101. — Ges. v. 7. April 1876 § 18. — Ges. v. 5. Juni 1883 § 35.

[5]) Für sich auflösende Personen handeln Liquidatoren; z. B. H.-G.B. Art. 137, 138.

[6]) *Mandati vel contra: D.* 17. 1, *Cod.* 4. 35. — A. L.-R. I. 13 §§ 5—227. — *C. c.* Art. 1984—2010. — B. G. B. §§ 1294 ff.

Umfang der Befugnisse eines Bevollmächtigten und folgeweise auch der Wirkung seiner Handlungen für den Machtgeber bestimmt sich durch dessen erklärten Willen, d. i. den Inhalt der Vollmacht, welche eine allgemeine (General-) oder eine für den Einzelfall gegebene (Spezial-) Vollmacht sein kann; und zwar generell rücksichtlich einer ganzen, mehr oder minder umfassenden Klasse, von Geschäften, oder rücksichtlich eines bestimmten Geschäfts, zu dessen Ausführung wieder verschiedene einzelne Handlungen erforderlich sind. Ueber den Umfang und die Zeitdauer der Vollmacht hinaus braucht der Machtgeber die Handlungen seines Vertreters nicht anzuerkennen, woraus die Nothwendigkeit folgt, sich bei jeder Verhandlung mit dem Bevollmächtigten die Vollmachts-Urkunde vorlegen zu lassen, wozu vereinzelt die Gesetze sogar verpflichten und dem sich der Bevollmächtigte nicht entziehen darf. Die Vertretung kann mehreren Personen mit der Wirkung aufgetragen werden, dass sie nur durch gemeinsames Handeln den Machtgeber verpflichten können. Man spricht dann von Kollektiv-Vollmacht.

3. Geschäfts-Genehmigung.

Lässt man sich mit einem nicht befugten Stellvertreter, oder mit einem an sich befugten, über die Grenzen des Auftrags hinaus ein, so läuft man Gefahr, dass das Rechts-Geschäft Seitens des Geschäftsherrn abgelehnt wird. Der ursprüngliche Mangel der Befugniss zur Stellvertretung kann jedoch durch die nachträgliche Zustimmung[1]) des Anderen zu dem in seinem Namen vorgenommenen Rechts-Geschäfte ersetzt werden. Durch diese Genehmigung (*ratihabitio*) wird das Rechts-Geschäft für ihn eben so wirksam, als ob es ursprünglich mit seinem Willen so abgeschlossen wäre. Für diese Genehmigung wird meist eine ausdrückliche Erklärung verlangt, so dass eine stillschweigende, aus konkludenten Handlungen abzuleitende, vielfach für den Zweck nicht genügt.

4. Geschäftsführung ohne Auftrag.[2])

Uebrigens kann vereinzelt auch ohne Auftrag ein Stellvertreter mit verpflichtender Wirkung für einen anderen handeln, insofern er dessen wahres Interesse in Acht nimmt. Die Schwierigkeiten bei Geltendmachen der Ansprüche aus einer solchen Geschäftsführung ohne Auftrag (*negotiorum gestio*) sind indess so gross, dass man mit besonderer Vorsicht an sie heran gehen muss.

5. Besondere Vollmachts-Arten.

Die Befugnisse des kaufmännischen Prokuristen[3]) zur Vertretung seines Prinzipals beschränken sich auf Handlungs-Geschäfte, so dass für die darüber hinaus gehenden Abkommen, z. B. Bau-Aufträge, ihre Vertretungs-Befugniss nicht ausreicht.

Endlich ist der Präsumtiv-Vollmacht[4]) zu erwähnen, worunter man zu verstehen hat, dass zu gunsten gewisser Verhältnisse und Personen, behuf Erleichterung des Verkehrs, die Gesetzes-Vermuthung geschaffen ist, dass der Betreffende Vollmacht habe, z. B. der Ueberbringer einer vollzogenen Quittung zur Geld-Empfangnahme.

β. Der Bau-Unternehmer.

Da nach heutigem Gewerbe-Recht[5]) der Betrieb eines Gewerbes Jedermann gestattet ist, so weit nicht die Gewerbe-Ordnung selbst Ausnahmen oder Beschränkungen vorgeschrieben oder zugelassen hat, bezüglich des Baugewerbes solche jedoch fehlen, ist gesetzlich Jedermann berechtigt, Bauten auszuführen sowie gewerbsmässig die Ausführung von Bauten und Reparaturen zu übernehmen, ohne eines Befähigungs-Nachweises zu bedürfen. Es kann sich deshalb jeder straffrei Bau-, Maurer-, Zimmer-Meister nennen, da diese Benennungen durch den Wegfall des Prüfungs-Zwanges die Eigenschaft eines vom Staate gewissermaassen bestätigten Titels verloren haben. Gleiches gilt von den Hilfspersonen des Baufaches, so dass Jemand ohne jede Fachvorbildung als Geselle Arbeit suchen und nehmen darf. Ein Lehrzwang besteht nicht mehr. Es giebt im heutigen Gewerbe-Betriebe nur noch Arbeitgeber und Arbeitnehmer.[6])

1) *L.* 24 *D. ratam rem haberi* (46. 8). — A. L.-R. I. 13 §§ 145 ff. — B. G. B. §§ 1340, 1358.

2) *D. de negot. gest.* (3. 5). — A. L.-R. I. 13 §§ 228 ff. — *C. c.* Art. 1372. — B. G. B. §§ 1339 ff.

3) H.-G.-B. Art. 42 ff. 52.

4) z. B. H.-G.-B. Art. 47. 49. 50. — 1. 35 *D. de proc.* (3. 3), 1. 12. *Cod. de proc.* (2. 13). — A. L.-R. I. 13 §§ 119 ff., II. 1 §§ 202, 231.

5) R. Gew. O. § 1.

6) a. a. O. §§ 108—133.

Vor Beginn eines selbständigen Betriebes des Baugewerbes an einem festen Wohnsitze ist ohne Unterschied, ob man sich Meister oder Unternehmer nennt, der zuständigen Behörde im Gewerbe-Steuer-Interesse hiervon Anzeige[1]) zu machen, deren Unterlassen jedoch dem Betreffenden keineswegs die Rechts-Fähigkeit für die inzwischen eingegangenen Geschäfte benimmt, sondern nur wegen Gewerbesteuer-Defraude Strafbarkeit nach sich zieht.

Eine heilsame Beschränkung, dass völlig Unbefähigte das Baugewerbe ergreifen, glaubte man geschaffen durch die Straf-Bestimmungen: dass Jeder, der bei der Leitung oder Ausführung eines Baues wider die allgemeinen Regeln der Baukunst dergestalt gehandelt habe, dass für Andere Gefahr entstanden sei, mit Geldstrafe oder mit Gefängniss bis zu 1 Jahre zu belegen sei;[2]) sowie durch die Verschärfung der Strafen für fahrlässige Tödtung oder Körperverletzung gegen einen Thäter, welcher zu der Aufmerksamkeit, welche er aus den Augen setzte, vermöge seines Berufs oder Gewerbes[3]) besonders verpflichtet war. Nachdem indess das Reichs-Gericht sich zu dem bedenklichen Rechts-Grundsatze bekannt hat, dass ein Bau-Unternehmer, der, ohne Bautechniker zu sein, einen Bau ausführt, ohne einen geeigneten Sachverständigen zuzuziehen, sich nur einer einfachen Fahrlässigkeit, nicht aber einer solchen Fahrlässigkeit schuldig mache, zu deren Unterlassung er vermöge seines Gewerbes besonders verpflichtet gewesen und deshalb nur wegen einfacher fahrlässiger Tödtung oder Körperverletzung zu bestrafen sei, ist das Gegentheil hergestellt und es vortheilhafter, ohne jede Vorbildung Bau-Ausführungen zu übernehmen.

Die gesetzliche Beseitigung des Befähigungs-Nachweises für den Beginn des Baugewerbes benimmt keineswegs dem Bauherrn das Recht ohne Unterschied, ob er eine Privatperson, die Gemeinde oder der Staat sei, seine Aufträge von einem Befähigungs-Nachweise des Auftragnehmers abhängig zu machen. Es stehen deshalb weder der Prüfungs-Zwang für die in den Staats- oder Gemeinde-Baudienst Eintretenden, noch der Gebrauch, nur geprüfte Bauhandwerker zu beschäftigen, mit der Gewerbefreiheit in Widerspruch. Man kennt gegenwärtig Prüfungen zum Zwecke des Befähigungs-Nachweises für den Staats-Baudienst, welche das Recht zum ausschliesslichen Führen nur durch sie zu gewinnender Prädikate (Regierungs-Bauführer, Regierungs-Baumeister) geben, daneben Prüfungen zum Nachweis der erforderl. Kenntnisse für den Gewerbe-Betrieb, welche zwar der staatl. Aufsicht entbehren, gleichwohl bei gewissen staatlichen Verhältnissen, z. B. Auswahl der gerichtlichen Bau-Sachverständigen berücksichtigt werden. Ihre Abnahme geschieht bald durch Innungen, bald durch Baugewerkschulen.

γ Die Bau-Arbeitnehmer.

Die im Baugewerbe werkthätigen Personen lassen sich unterscheiden in:

a. Vertreter und Gehülfen bei dem Entwurf, der Beaufsichtigung und Leitung des Werks, also bei der Bau-Führung;

b. Gesellen, welche zur Leistung solcher Dienste angenommen sind, welche fachtechnische Kenntnisse und Fertigkeiten voraus setzen;

c. Arbeitskräfte, welche nur rein mechanische Dienste leisten.

Die Rechts-Verhältnisse dieser 3 Klassen von Arbeitsnehmern regeln sich, mangels vorliegender Abreden, nach anderen Rechts-Grundsätzen.

a. Baumeister; Bauführer; Werkführer. Für die bei der Bauführung Thätigen, worunter Baumeister, Bauführer, Zeichner und mit dem Abrechnungs-Geschäft betrauten Personen zu rechnen sind, bestehen keine besonderen Rechts-Grundsätze. Jedenfalls sind selbst in solchen Baugeschäften, welche ihre Eintragung in das Handels-Register erlangt haben, auf sie die Grundsätze des Handels-Gesetzbuches nicht anwendbar. Allein maassgebend sind die getroffenen Annahme-Bedingungen. Fehlt es an solchen, so kommen die landesrechtlichen[4]) Grundsätze der Verträge über Handlungen bezw. mit Handwerkern und Künstlern zur Anwendung. Es kann die Aufhebung des Verhältnisses ohne vorgängige Kündigung erfolgen. Eine gesetzliche Kündigungs-Frist besteht für Bau-Arbeitnehmer dieser Art jedenfalls nicht.

[1]) a. a. O. §§. 14. ff.; Wegen Zuwiderhandeln verfällt man nicht blos in die Ordnungsstrafe des §. 148[1] a. a. O., sondern kann überdies wegen Gewerbesteuer-Hinterziehung strafbar werden.

[2]) Str. G. B. §. 367 No. 14. 15.

[3]) Str. G. B. §§. 222, 230.

[4]) A. L.-R. I. 11. §§ 869 ff., 920 ff.

b. Gehülfen.[1]) Die Gesellen-Arbeitsverhältnisse bestimmen sich für Deutschland einheitlich nach der Gewerbe-Ordnung. Mangels entgegen gesetzter Abrede sind sie erst nach vorgängiger 14tägiger Kündigung lösbar, wofern nicht ein gesetzlicher Austritts- oder Entlassungs-Grund vorliegt, von welchem bei Verlust des Rechts binnen 7 Tagen Gebrauch gemacht werden kann.

Unberechtigte Entlassung giebt dem Arbeiter, unberechtigtes Verlassen der Arbeit dem Arbeitgeber einen Entschädigungs-Anspruch. Für letzteren haftet selbstschuldnerisch derjenige Arbeitgeber, welcher den Gesellen zum Vertragsbruche bestimmt oder seines Vorliegens ungeachtet beschäftigt hat.

Art u. Höhe der Löhnung ist zwar freier Abrede überlassen; doch muss deren Zahlung baar erfolgen; Hingabe von Waaren an Zahlungsstatt ist unstatthaft, eine dahin gerichtete Abmachung unwirksam und geschehene Leistung anfechtbar.

Beim Abgang darf ein Zeugniss über Art und Dauer der Beschäftigung gefordert werden.

c. Tage-Arbeiter.[2]) Die Rechts-Verhältnisse der gewöhnlichen Bauarbeiter sind nach den Landesrechten zu beurtheilen. Sie sind danach täglich lösbar, ohne einen Schadens-Anspruch zu hinterlassen. Die Gedungenen haben sich der Aufsicht und Vorschrift des Dingenden zu fügen, auch mangels einer Lohn-Abrede Anspruch auf üblichen Lohn und vertreten nur grobes Versehen. Machen Natur-Ereignisse den Abbruch der Arbeit nöthig, so bleibt ein Anspruch für die geleistete, dagegen kein Recht auf Fortsetzung der Arbeit bestehen.

δ. Der Bau-Lehrherr.[3])

Der mit Wegfall des Prüfungswesens im Baugewerbe gefallene Lern- und Gesellenprüfungs-Zwang hat das Zustandekommen von Lehr-Verhältnissen nicht beseitigt. Sie haben ausnahmslos vermögens-rechtlichen und staats-politischen Gesichtspunkten Rechnung zu tragen. Der Lehrherr ist nicht allein verpflichtet, den Lehrling in den bei seinem Betriebe vorkommenden gewerblichen Arbeiten in zweckentsprechender Reihenfolge und Ausdehnung zu unterweisen, sowie seine Ausbildung selbst oder durch einen Vertreter zu leiten, sondern auch ihn zur Arbeitsamkeit und guten Sitten anzuhalten, vor Ausschweifungen zu bewahren, zur weiteren Ausbildung und zum Besuch des Gottesdienstes Gelegenheit zu geben. Umgekehrt gebührt ihm das Recht auf die Arbeitskraft des Lehrlings, der überdies seiner väterlichen Zucht unterworfen ist. Er kann binnen 7 Tagen die Rückkehr eines entlaufenen Lehrlings erzwingen und bei berechtigter vorzeitiger Lösung des Lehr-Verhältnisses Entschädigung fordern, voraus gesetzt, dass der Lehr-Vertrag schriftlich geschlossen war. Mit verhaftet für diese Entschädigung ist bei unbefugtem Lehr-Austritt neben dem Lehrling dessen Vater und der Lehrherr, welcher ihn zum Verlassen der früheren Lehre bestimmt oder in Kenntniss von dem vorliegenden Lehrbruch beschäftigt hat. Dies Forderungs-Recht ist indess binnen 4 Wochen geltend zu machen.

Beide Theile haben während der ersten 4 Wochen des Lehr-Verhältnisses ein Rücktritts-Recht, im weiteren Verlauf unter gewissen Voraussetzungen ein Entlassungs-, bezw. Austritts-Recht und der Lehrling überdies, falls er zu einem anderen Gewerbe übergehen will, ein Kündigungs-Recht.

Bei Beendigung des Lehr-Verhältnisses darf der Lehrling ein Zeugniss über den Grad der erworbenen Kenntnisse und Fertigkeiten, sowie über sein Betragen fordern, das durch einen von einer Innung oder sonstigen Vertretung der Gewerbetreibenden ausgestellten Lehrbrief ersetzbar ist.

Für Ausführung einer Lehrlings-Prüfung durch Innungen ist neuerdings der gesetzliche Boden geschaffen.[4]) (Nach einem vom Bundesrath noch nicht gut geheissenen Reichstags-Beschluss sollen in Zukunft Lehrlinge nur von Innungs-Mitgliedern ausgebildet werden dürfen; wenigstens ist dies der Zweck der sogen. Ackermann'schen Anträge, deren Bestätigung durch den Bundesrath indess anscheinend nicht gesichert ist.)

[1]) R. Gew.-O. §§ 105—125.
[2]) z. B. A. L.-R. I. 11. §§ 895—919.
[3]) R.-Gew.-O. §§. 126 ff., 105 ff.
[4]) A. a. O. § 100.

II. Gegenstand des Rechts.

a. Begriff der Sache.[1])

Litteratur: Arndts. a. a. O. §§ 48—55. — Dernburg. a. a. O. §§ 60—67. — Förster. a. a. O. §§ 20—22. — Koch. a. a. O. §§ 81—96. — Zachariae. a. a. O. §§ 168 ff.

Alle Gegenstände, welche die Person ihrem Rechte unterwerfen darf, auf welche sich also ihre Berechtigung beziehen kann, sind Sachen im rechtlichen Sinne, während nach dem Sprachgebrauch Sache nur ist, was von Natur oder durch Uebereinkunft der Menschen eine Selbständigkeit hat, vermöge deren es dauernder Gegenstand eines Rechts sein kann.

Aber selbst in diesem engeren Sinne ist „Sache" noch nicht gleichbedeutend mit „Gegenstand der Körperwelt." Denn einerseits kann es Körper geben, welche, wie nach heutiger, die Sklaverei nicht mehr anerkennender Rechts-Auffassung, als Mensch überhaupt, oder welche wenigstens wegen besonderer Umstände, oder ihnen anhaftender Eigenschaften für gewisse Personen, oder in gewissen Beziehungen unfähig sind, Gegenstand eines Rechts zu sein. Andererseits braucht das Herrschafts-Verhältniss der Person sich nicht auf körperliche Sachen zu beschränken, kann vielmehr darüber hinaus z. B. Leistungen Jemandes oder vermögens-rechtliche Ansprüche umfassen. Deshalb spricht man von einer objektiven Rechts-Fähigkeit, worunter die Eigenschaft der Sache zu verstehen ist, Gegenstand des Rechts überhaupt oder solcher des bestimmten Rechts-Verhältnisses sein zu können.

b. Natürliche Verschiedenheiten der Sache.

α. Aeussere Beschaffenheit.[2])

Da nach heutiger Rechts-Auffassung ausser den vielen Existenzen der äusseren Natur auch Dinge, welche ihr Bestehen nur von der Schöpfungskraft menschlicher Gedanken ableiten, also ohne greifbares Dasein sind, Gegenstand juristischen Willen-Aktes sein können, ergiebt sich als nächst liegende Unterscheidung die in körperliche und körperlose Sachen. Dieselbe ist nicht ohne praktische Bedeutung für die Form, unter welcher der Gegenstand rechtlich erworben wird. Den körperlichen Sachen werden nur Körper beigezählt, welchen die Eigenschaft eines freien Willens nicht zukommt, so dass der Mensch durch Verdingen seiner Dienste an einen Anderen nicht zur Sache wird. Zu den unkörperlichen Sachen gehören menschliche Leistungen (Handlungen oder Unterlassungen) und Rechts-Verbindlichkeiten. Dadurch, dass über Forderungen Urkunden errichtet sind, werden sie noch nicht ohne weiteres wie körperliche Sachen behandelt. Solches tritt nur dann ein, wenn etwa, wie z. B. bei den Kassen-Anweisungen und den Inhaber-Papieren, die bestehende Urkunde den Rechtsgrund für die Zahlungs-Verbindlichkeit des Verpflichteten abgiebt.

β. Beweglichkeit.[3])

Je nachdem sie ihren Ort verändern können, ohne ihr Wesen zu verändern, unterscheidet man bewegliche Sachen (Fahrnisse) von den unbeweglichen (Liegenschaften). Zu den letzteren gehören ihrer Natur nach die Grundstücke, d. i. begrenzte Theile des Erdbodens, von denen aber zugleich die darin wurzelnden Pflanzen, sowie die darin gefesteten Gebäude integrirende Bestandtheile bilden. Gewisse bewegliche Güter sind durch das Gesetz unter bestimmten Bedingungen schlechthin, d. h. auch in Beziehung für dritte Personen, in Liegenschaften verwandelt, z. B. Seeschiffe, Schiffsmühlen. Alle anderen Sachen sind bewegliche, ohne Unterschied, ob sie sich selbst zu bewegen vermögen (*moventia*) oder durch äussere Kräfte bewegt werden müssen (*mobiles*). Wird diese Unterscheidung auf Vermögen überhaupt bezogen, so muss man Sachenrechte, je nachdem sie eine bewegliche oder unbewegliche Sache zum Gegenstande haben, zu dem einen oder zu dem anderen zählen. Rechte, die mit einer unbeweglichen Sache verbunden sind, gehören natürlich auch zum unbeweglichen Vermögen; Forderungen aber sind regelmässig viel mehr zum beweglichen Vermögen zu rechnen.

γ. Vertretbarkeit.[4])

Sachen können bei Rechts-Verhältnissen entweder als individuell bestimmte in Betracht kommen (*species*) oder als nur nach der Gattung bezeichnete Gegen-

[1]) *De rerum divisione* J. 2. 1., D. I. 8. — A. L.-R. I. 2. — *C. c.* Art. 516—543. — B. G. B. §§ 58—78.
[2]) A. L. R. I. 2 §§ 1. 2.
[3]) A. L. R. I. 2 §§ 6—30. — *C. c.* Art. 516 ff. 552. — B. G. B. §§ 59, 60.
[4]) *L.* 2. § 1 *D. de reb. cred.* (1',1) — A. L. R. I. 2 § 41 — *C. c.* Art. 1291. — B. G. B. § 61.

stände (*genus*). Es giebt aber Sachen, bei denen ihrer Natur nach die spezies gleichgültig sind und es nur auf Quantität und Qualität ankommt. Diese heissen vertretbare Sachen im vorzüglichen Sinne (*res fungibiles*) und werden juristisch von anderen blos nach dem *genus* bestimmten Sachen, Gattungs-Sachen, wohl unterschieden, obgleich auch sie keineswegs überall als vertretbare behandelt werden. Eine vorzüglich wichtige vertretbare Sache ist das Geld.

δ. Verbrauchbarkeit.[1])

Sie beruht darauf, ob die Sachen durch den Gebrauch verbraucht werden oder nicht. Keineswegs ist jede vertretbare Sache auch verbrauchbar und kann umgekehrt eine an sich verbrauchbare Sache nach Lage der Umstände unvertretbar sein.

ε. Theilbarkeit.[2])

Während nach dem Naturgesetz alle Körper ins Unendliche theilbar sind, gelten juristisch doch als untheilbar diejenigen Sachen, welche ohne Zerstörung ihres Wesens nicht in mehrere Ganze zerlegt werden können und diesen werden verglichen solche Sachen, bei denen eine Zertheilung nicht ohne unverhältnissmässige Minderung ihres Werthes möglich ist. Eine andere Frage ist es, ob eine Sache nach räumlich unterschiedenen Theilen dem Rechte verschiedener Personen unterworfen sein könne? Dies wird anerkannt bei Grundstücken, nicht bei beweglichen Sachen, die noch als natürliche Ganze bestehen; doch kann wohl eine Sache, die an sich ein selbständiges Ganzes, aber als Theil einer zusammen gesetzten Sache verwendet ist, mit dieser zwar körperlich, jedoch nicht wesentlich zusammen hängt, einem Anderen gehören, als dem Eigenthümer des zusammen gesetzten Ganzen. Dagegen kann eine jede eigenthumsfähige Sache — bewegliche oder unbewegliche — dergestalt unter Mehrere getheilt gedacht werden, dass Allen die ganze Sache, aber jedem nur zum Theil, also keinem von ihnen irgend ein bestimmter reeller Theil ausschliesslich gehört. Diese sogenannte ideelle Theilung ist aber eigentlich nicht eine Theilung der Sache, sondern eine Theilung des Rechts an derselben, d. i. des Rechts-Inhaltes und in diesem Sinne sind, gleich dem Eigenthum, auch manche anderen Rechte oder unkörperliche Sachen theilbar, manche aber untheilbar.

ζ. Verkehrs-Fähigkeit.[3])

Nicht alle körperlichen Sachen sind fähig, Gegenstand von Rechten der Privatpersonen und daher Gegenstand des privatrechtlichen Verkehrs zu sein; manchen Sachen ist diese Fähigkeit entzogen, während andere nur zufällig sich nicht im Eigenthum von Privatpersonen befinden, aber wohl darin sich befinden könnten. Zu jenen gehören: 1. die für kirchliche und gottesdienstliche Zwecke bestimmten. 2. die dem Gemein-Gebrauch Aller vorbehaltenen, wovon jedoch einzelne Theile wohl durch Ausscheidung, so lange diese thatsächlich und erlaubter Weise besteht, die Eigenschaft einer Sonder-Herrschaft des Einzelnen annehmen können. 3. die den Staatszwecken dienenden im engeren Sinne, d. i. solche, welche im Eigenthum des Staats oder auch einer Gemeinde befindlich, zu öffentlichem Gebrauche bestimmt sind, als: öffentliche Strassen, Plätze, Flüsse, Häfen, Brücken und dergl. Ausserdem ist in Ansehung mancher Sachen aus Rücksichten des öffentlichen Wohles der Verkehr beschränkt oder untersagt.

Nicht erwerbsfähig und deshalb herrenlos sind nur die zu 2. gedachten Sachen, weil sie nach Naturgesetzen nicht der Gegenstand einer alle Anderen ausschliessenden Herrschaft sein können, während die Sachen, welche kraft Gesetzes dem Verkehr entzogen (weil sie für den Gebrauch der Religions-Gesellschaften oder des Gemeindewesens oder den allgemeinen Verkehr bestimmt sind) durch Aufhören dieser Zweck-Bestimmung wieder in Verkehr gebracht werden dürfen.

η. Schätzbarkeit.[4])

Die bürgerliche Gesellschaft hat das Bedürfniss, die Gegenstände nach dem Grade ihrer Nutzbarkeit mit einander in Vergleichung zu bringen und schätzt zu

1) Tit. *D. de usufructu etc.* (7,5). — A. L. R. I. 2. § 120, 14. § 83, 21. § 173 — *C. c.* Art. 537, 1874. *M.* s. H. G. B Art. 301, 338.

2) *L.* 25 § 1 *D. de V. S.* (50,16). — A. L. R. I. 2 § 41; 17 § 82.

3) §§ 12—16, 18, 47. *J. de rer. div.* (2,1). — A. L. R. I. 8. § 43 ff., II. 14. § 21, 15 § 80 — *C. c.* Art. 539, 552, 672 ff., 713 ff. — B. G. B. §§ 58, 223, 793, 2408—2410.

4) A. L. R. I. 2. §§ 109 ff.

diesem Zwecke deren Werth in Geld. Für diese Schätzung giebt es einen doppelten Maassstab, ein Mal den Preis, welcher für Sachen von wesentlich gleicher Art erzielt wurde (Kaufwerth) oder den regelmässig wiederkehrenden Ertrag im Durchschnitt mehrerer Jahre. Da die Kaufkraft wie die Rente Vortheile sind, welche die Sache dem Eigenthümer bietet, wird der Regel nach je der höhere Betrag zu berücksichtigen sein. Man unterscheidet weiter den gemeinen Werth, d. h. den Nutzen, welchen Jedermann aus der Sache ziehen kann, von demjenigen Nutzen, welchen dieselbe ausschliesslich für ein gewisses Subjekt in Folge einer besonderen Brauchbarkeit für dessen Zwecke hat, als ausserordentlichen Werth und endlich eine besondere Vorliebe für die Sache, den Affektions-Werth.

Die Unschätzbarkeit kann eine absolute oder relative sein, je nachdem für die Sachen überhaupt Geld ein Aequivalent nicht bildet, z. B. persönliche Freiheit, oder sie zwar geldwerthig sind, der Werth-Betrag sich aber um deswillen nicht objektiv mit Sicherheit bestimmen lässt, weil sie weder einen Marktpreis haben, noch einen gleichmässigen und ständigen Ertrag liefern.

ϑ. Haupt- und Nebensache.[1])

Die Eintheilung der Sachen in Haupt- und Nebensachen bezieht sich auf das Verhältniss zwischen zwei Sachen, vermöge dessen die eine nach dem Rechte der anderen zu beurtheilen ist (*accessorium sequitur suum principale*). Ein solches Verhältniss tritt ein zwischen: 1. einer Liegenschaft und ihrem Zubehör; 2. zwischen einer Sache, die einen Zuwachs erhält und zwischen der Sache, welche ihr zuwächst; 3. wenn bei Veräusserungen nach der Absicht der Parteien, oder bei freigebigen Verfügungen nach der Absicht des Gebers, die eine Sache als unter einer andern stillschweigend begriffen zu betrachten ist.

c. Sach-Gesammtheit.[2])

Der natürliche Begriff der Sache ist im Recht auf ähnliche Weise erweitert wie der natürliche Begriff der Person; wie eine Mehrheit natürlicher Personen ein Rechts-Subjekt bilden kann, so kann auch ein Inbegriff mehrer einzelner Sachen (Sach-Gesammtheit) als Einheit ein Rechts-Objekt, als ein Kollektiv-Ganzes behandeln. Eine Mehrheit dieser äusseren Gegenstände, welche als eine Einheit, als ein Ganzes zu betrachten ist, wird eine Gesammtheit genannt. Es sind aber mehrere äussere Gegenstände als ein Ganzes zu betrachten, entweder zufolge der Absicht des Eigenthümers (*universitates facti*) oder kraft Gesetzes (*universitates juris*). Es ist gleichgültig ob die einzelnen Stücke der Gesammtheit unter sich durch Befestigungen zusammen hängen, wie bei einem Gebäude, oder ob sie vollständig von einander getrenntes Dasein haben, wie z. B. bei einer Bibliothek. Eine Einheit äusserer Gegenstände der ersten Art begründet jedoch für Andere nicht schon von Rechts wegen, sondern nur kraft einer Verfügung des Eigenthümers, oder kraft eines Vertrags, oder kraft einer besonderen gesetzlichen Vorschrift besondere Rechte und Verbindlichkeiten. Von Rechts wegen sind die durch die Absicht des Eigenthümers vereinigten Gegenstände in Beziehung auf andere Personen als einzelne Gegenstände zu betrachten. Ein Ganzes der letzteren Art (die einzige Gesammtheit dieser Art) ist das Vermögen einer Person. Die Gegenstände des Vermögens werden als solche Güter genannt. Das Vermögen setzt sich zusammen aus der Gesammtheit der körperlichen und unkörperl. Sachen Jemandes, unter Berücksichtigung der davon zur Erfüllung von Verbindlichkeiten auszuscheidenden Stücke (Schulden). Die Gesammtheit als solche ist übertragbar, selbstredend unbeschadet der Rechte Dritter, so dass etwaige Gläubiger durch Uebertragung der Verpflichtungen auf einen Dritten und deren Uebernahme Seitens desselben, nicht das Recht verlieren sich an ihren Schuldner zu halten.

d. Zubehör (Pertinenz).[3])

Die bei Erwerbs-Geschäften übliche Bezeichnung des Erwerbs-Gegenstandes durch den Zusatz: „mit allem Zubehör" macht ein Eingehen auf diesen Rechts-Begriff nöthig. Zubehör ist nicht gleichbedeutend mit Nebensache. Nach römischem Rechte fällt darunter nur eine an sich selbständige Sache, welche eine dauernde

[1]) A. L.-R. I. 2 §§ 42 ff.. — *C. c.* Art. 696, 1018 ff., 1692, 2250.

[2]) L. 30. pr. D. *de usucap.* (41. 3). — A. L.-R. I. 2 §§. 32—40. — *C. c.* Art. 589. 646. 1800 ff. — B. G. B. § 64.

[3]) L. 13—18 *D. de act. emti* (19. 1). L. 1, 40 § 6, l. 47—49. *D. de contrah. emt.* (18. 1). — A. L.-R. I. 2 §§ 42 ff., 75 ff. — *C. c.* Art. 517, 524. — B. G. B. §§ 65—71; 410—413.

Verwendung für den Dienst einer anderen, der Hauptsache, durch den Besitzer der letzteren erhalten hat und wird dieser Begriff nur zur Gewinnung eines Interpretations-Mittels für die Absicht der Parteien verwerthet, indem es gemäss der Vermuthung ihres Willens die Verfügungen über die Hauptsache — namentlich durch Verkauf, Vermächtniss, Verpfändung — auch auf die Pertinenz erstreckte.

Nach preussischem und französ. Recht, welch letzteres auch hier deutscher Anschauung entspricht, ist Zubehör nicht blos die einer Hauptsache dienende Hülfs-Sache, vielmehr alles, was ein wirthschaftliches Ganzes mit einem anderen Objekte ausmacht, ohne doch zur Substanz zu gehören. Vorzugsweise bestimmend ist also die Zugehörigkeit zu einer anderen Sache, ohne dass es sich um einen zum Wesen der Hauptsache gehörenden Bestandtheil handelt. Auch braucht keineswegs die Verwendung zum Dienste der Hauptsache verwirklicht zu sein indem z. B. noch nicht verwendetes Baumaterial als Pertinenz gilt, wenn es bereits definitiv und äusserlich erkennbar für eine andere Sache bestimmt war. Ferner sind Zubehör solche Grundstücke, welche einem als Einheit gedachten Gute von dessen Besitzer zugeschlagen wurden, was entweder durch eine ausdrückliche Willens-Erklärung oder stillschweigend durch gemeinschaftliche Bewirthschaftung geschehen kann und insbesondere durch Zuschreibung des Grundstücks im Grundbuche begründet wird.

Gebäude, die auf einem Grundstück aufgeführt, oder Baulichkeiten, die unter der Erde angelegt werden, gehören zur **Substanz** des Grundstücks, abgesehen von den Bestandtheilen, welche einerseits nicht wesentlich nothwendig sind, um das Gebäude für seine Bestimmung tauglich zu machen und andererseits ohne Nachtheil für ihr Wesen und für ihren Werth von dem Gebäude gesondert werden können. Dagegen sind als Zubehör des Gebäudes diejenigen an sich beweglichen Sachen zu betrachten, welche der Eigenthümer in das Gebäude eingebracht hat, dass sie dem Gebäude für immer verbleiben, nicht aber die zur Benutzung eines Wohnhauses angebrachten, lediglich für die Bewohner angeschafften Stücke, welche sie im Falle der Veränderung der Wohnung mit sich zu führen pflegen. Die Zubehör-Eigenschaft beschränkt sich andererseits nicht auf Mobilien, welche erd-, wand-, band-, niet- und nagelfest sind; sie erstreckt sich vielmehr auch auf Gegenstände wie Schlüssel, Feuerlösch-Geräthe, welche nicht im Gebäude befestigt, aber für dasselbe angeschafft sind. Bei der Bestimmung des Zubehörs einer Liegenschaft ist auf den besonderen Zweck Rücksicht zu nehmen, zu welchem sie bestimmt und eingerichtet ist, so dass u. a. Pertinenzen einer Fabrik die deren Betrieb dienenden Geräthschaften bilden. Ebenso ist das dem Gewerbe gewidmete Inventar Zubehör eines den gewerblichen Zwecken gewidmeten Gebäudes, z. B. auch Zimmerplatzes, Gasthofes, weil hier überall eine wirthschaftliche Einheit angenommen wird. Deshalb nimmt das Zubehör, so lange es in diesem Verhältnisse steht, in gewisser Hinsicht die juristische Natur der Hauptsache, inbesondere deren Immobiliar-Qualität an, so dass auch bewegliche Pertinenzen durch die Verhypothekirung der Hauptsache mit ergriffen werden, obgleich an und für sich eine bewegliche Sache der Verhypothekirung nicht fähig ist.

Die Zubehör-Eigenschaft geht verloren, sowie der Grund wegfällt, auf welchem sie beruht. Wenn daher ein Gebäude eingerissen wird, so sind die Materialien bewegliches Gut. Werden jedoch Sachen dieser Art von einem Grundstücke oder Geb. nur vorüber gehend in der Absicht gesondert, die Sachen wieder zu dem vorigen Zwecke zu benutzen, z. B. Oefen zum Zweck des Umsetzens abgebrochen, so behalten sie mit der bisherigen Bestimmung die bisherige Eigenschaft.[1])

e. Sach-Erweiterungen.

Viele Sachen erhalten während ihres Bestandes Erweiterungen und Umgestaltungen von aussen in der Art, dass die eine Sache mit der anderen verbunden wird. Sie entstehen entweder ohne menschliches Zuthun auf natürlichem Wege, oder durch menschliche Einwirkung. Demnach unterscheidet man **Arbeits-Erzeugnisse** von den **An- und Zuwüchsen**.

α. An- und Zuwüchse.

Diesen werden zugerechnet:

[1]) L. 17 § 10. *D. de act. emt.* (19. 1). — A. L.-R. I. 2 §§ 88, 89 mit *C. c.* Art. 532. u. B. G. B. § 67.

1. Anspülungen.[1])

Anspülungen fremder Erdtheile an das eigene Grundstück (Alluvionen) erwirbt der Eigenthümer des Ufers, wo sie sich angesetzt haben, ohne besondere Besitz-Ergreifung. Dasselbe gilt von anwachsenden Erdzungen und Halbinseln, selbst wenn sich dieser Anwuchs der Breite nach über die Mitte des Flusses erstreckt, so dass der gegenüber liegende Ufer-Besitzer kein Erwerbs-Recht hat. Erst wenn sich der Anwuchs der Länge nach über die Eigenthums-Grenze des Ufers ausdehnt, erwirbt der Nachbar den über ragenden Theil. Dieses Erwerbs geht jedoch verlustig, wer drei Jahre lang gestattet, dass Derjenige, an dessem Ufer die Ansetzung begonnen, diese über seine Grenze hinaus nutzt. Anspülungen dürfen nicht künstlich befördert werden, aber unter Berücksichtigung der wasserpolizeil. Vorschriften darf jeder Ufer-Besitzer die ihm nachtheil. Verbreiterung des gegenüber liegenden Ufers u. das Ausreissen des Stroms am eigenen Ufer verhindern. Das an der Anspülung, der Erdzunge, oder Halbinsel erworbene Eigenth. geht nicht verloren wenn später der Anwuchs durch das Wasser vom Ufer wieder getrennt wird.

2. Abgerissenes Land.[2])

Abgerissenes Land (Avulsion) bleibt dem bisherigen Eigenthümer, wenn es seine erkennbare Individualität behält, welche es binnen Jahresfrist und zwar nach preuss. und französ. Recht unbedingt, nach gemeinem Recht jedoch nur für den Fall, dass kein Zusammenwachsen stattfand, zurück nehmen darf. Später darf derjenige Grundeigenthümer, an dessen Ufer es sich angelegt, oder auf dessen Boden es geworfen worden, es sich durch Besitz-Ergreifung aneignen.

3. Die Insel.[3])

Die Insel, d. h. eine solche Erd-Erhebung im Bette eines öffentlichen oder Privatflusses, welche bei gewöhnlichem Wasserstande mit einem Nachen umfahren werden kann, wird durch wirkliche Besitz-Ergreifung von dem oder den Eigenthümern der zunächst liegenden Ufer erworben. Der vom Ufer durch Einbiegungen des Flusses abgetrennte Erdfleck ist keine Insel und es wird durch die Umströmung das Eigenthum desselben nicht geändert. Nicht ohne Schwierigkeit ist beim Insel-Erwerb bestimmbar, welchen Theil jeder Ufer-Besitzer in Besitz nehmen darf. Nach gemeinem und französ. Recht entscheidet dies eine durch die Mitte des Flusses gezogene Linie. Schneidet diese die Insel, so fallen die dadurch abgeschnittenen Theile jedem gegenüber liegenden Ufer-Besitzer, oder wenn die Insel vor mehreren angrenzenden Grundstücken sich erstreckt, jedem ihrer Eigenthümer so weit zu, als die Insel längs ihrer Ufer sich ausdehnt. Wird die Insel von jener Linie nicht durchschnitten, so gehört sie Demjenigen ganz, dem sie zunächst liegt. — Nach preuss. Recht folgt die Linie nicht der Mitte des Flusses in seinen Krümmungen, sondern verbindet in gerader Richtung die Mittelpunkte zweier Querlinien, welche die Endpunkte der Insel berühren, wenn sie vom einen zum andern der gegenüber liegenden Ufer gezogen werden; dadurch kann es kommen, dass der nächst liegende Ufer-Besitzer den kleinsten Theil erhält. Benachbarte Ufer-Besitzer erwerben den Theil der Insel, der durch die Mittellinie und eine von der Ufergrenze auf diese senkrecht gezogene Querlinie abgeschnitten wird. Eine weitere Abweichung in den verschiedenen Rechts-Systemen zeigt sich darin, dass nach gem. und franz. Rechte keine, nach preuss. Recht dagegen zum Erwerb die Besitz-Ergreifung erfordert wird. Abweichend von den anderen Rechten ist endlich im Gebiete des A. L.-R. die Möglichkeit geschaffen, dass der eine von den zum Erwerb der Insel berechtigten Ufer-Besitzern die Insel ganz in Besitz nimmt; er braucht nämlich nur die anderen mit seinem Vorhaben bekannt zu machen und zu einer Erklärung durch die Verwaltungs-Beh. des Staats auffordern zu lassen, sich ihres Erwerb-Rechts zu bedienen. Diejen. Ufer-Besitzer, welche binnen 3 Jahren der Aufforderung keine Folge geben, haben ihr Recht verwirkt. — Das Recht des Staats, im Schiffahrts-Interesse oder zur Wiederherstellung des Flusslaufs Inseln weg zu räumen, oder zu durchstechen, wie Ufer-Anspülungen zu beseitigen, erzeugt bei öffentl. Flüssen eine Pflicht zu billiger Entschädigung des Erwerbers nur, wenn dieser die Alluvion oder Insel 50 Jahre besessen; bei Privat-Flüssen ist der Eigenth. vollständig zu entschädigen.

[1]) § 20. J. (2. 1), l. 7. § 3., C. 12. 1. 30 D (41. 2). — A. L. R. I. 9 §§ 225. 227, II. 15 § 56. — *C. c.* Art. 556. 557. — B. G. B. § 283. — [2]) L. 7. § 2 D. h. t. (41. 1). — A. L.-R. I. 9 § 223. — *C. c.* Art. 559. — [3]) L. 56, 65 D. *de acqu. rerum dom.* (41. 1). — A. L.-R. I. 9 §§ 242. 244. 246. — *C. c.* Art. 560—562.

4. Verlassene Flussbetten.[1]

Das natürlich zugelandete und verlassene Flussbett erwirbt der angrenzende Ufer-Besitzer so weit sein Ufer reicht und bis in die Mitte des Bettes, ohne Besitz-Ergreifung. Die Mitte wird hier wie bei der Insel bestimmt. Wird das Bett künstlich verengt oder trocken gelegt, so ist zwar nicht Bedingung des Erwerbs an dem gewonnenen Lande, dass man zu den Arbeiten und Kosten der Ausführung beigetragen; es muss aber der Beitrag Denen, die diese Kosten aufgewendet haben, vom Erwerber ersetzt werden. Auch ist hier Besitz-Ergreifung erforderlich. — Das Bett abgelassener Landseen bleibt den bisherigen Eigenthümern.

Entschädigt werden aus dem gewonnenen Lande oder dessen Werth Diejenigen, welche nutzbare Rechte am See gehabt und die, welche durch den künstlich angelegten neuen Lauf des Flusses an ihrem Eigenthum verloren haben.

5. Baum an der Grenze.[2]

Abgesehen von den erörterten Fällen, in denen eine unbewegliche Sache einer unbeweglichen an- und zugewachsen ist, sind Fälle denkbar, in denen bewegliche Sachen einer unbeweglichen natürlich zuwachsen. Von denselben ist nur der Baum an der Grenze hervor zu heben.

Im römischen Recht gilt er als gemeinsames Zubehör beider Grundstücke, so dass er durch eine auf der Grenzlinie stehende Fläche getheilt erscheint und nach seinem Fällen eine dem entsprechende Theilung des Holzes auszuführen ist. Nach preussischem Recht gehört der ganze Baum zu dem Grundstück, auf dessen Fläche der Stamm aus der Erde tritt.

β. Arbeits-Erzeugnisse.

Veränderungen durch mechanische Thätigkeit können bei unbeweglichen und bei beweglichen Sachen stattfinden. Diese der ersteren Art werden später dargestellt; diese der letzteren Art sind in dreifacher Form ausführbar:

1. Einer verwandelt die Sache eines Andern in eine Sache einer anderen Art (Spezifikation);[3]

2. Mehrere bewegliche Sachen verschiedener Eigenthümer sind zu einem Ganzen in der Art vereinigt, dass jede von ihnen einen besonderen Theil des Ganzen bildet (Adjunctio);[4]

3. die Sachen verschiedener Eigenthümer werden mit einander vermischt und vermengt (Konfusion und Kommixtion).[5]

Geschah eine solche Veränderung im allseitigen Einvernehmen der Betheiligten so werden Ausgleichs-Modalitäten unter ihnen vorher getroffen sein, die maassgebend bleiben. Fehlt es an der Zustimmung, so muss das Recht ausgleichend eintreten. — Die verschiedenen Systeme weichen von einander ab. Während das römische Recht bei vorliegender Unmöglichkeit einer Aussonderung das Ganze im Falle zu 1 dem gutgläubigen Verfertiger, in diesen zu 2 und 3 Dem, welchem der bedeutendste Stoff gehörte, zufallen und, falls die Stoffe ziemlich gleich sind, Mit-Eigenthum entstehen lässt, stellt das preussische A. L.-R. den moralischen Gesichtspunkt in den Vordergrund und gelangt so im Falle zu 1 dazu, das Ganze dem gutgläubigen Arbeiter unter der Verpflichtung zuzusprechen, für den Stoff Vergütigung nach dem Grade seines Verschuldens zu gewähren, während es in den Fällen zu 2 und 3 ein Wahlrecht zu gunsten Desjenigen entstehen lässt, ohne oder gegen dessen Wissen die Verbindung erfolgte, u. z. auf Grundlage folgender Voraussetzungen:

Ist die Verbindung arglistiger Weise, d. h. mit der Absicht, sich durch den Schaden des Andern zu bereichern, bewirkt worden, so hat der Benachtheiligte die Wahl, entweder gegen eine dem Fiskus zufallende, nach dem niedrigsten Satz berechnete Vergütigung des Arbeitslohns und des Werths des ihm fremden verbundenen Stoffs das neue Ganze zu nehmen, oder es dem Andern zu überlassen und von diesem den höchsten Werth, den der ihm entzogene Stoff in der Zeit zwischen der widerrechtlichen Anmaassung und der Klage-Zustellung gehabt hat,

[1]) L. 7. § 5. D. *de acqu. rerum dom.* (41. 1). — A. L.-R. I. 9 §§ 263. 265. 270, II. 15 § 68. — *C. c.* Art. 563. — B. G. B. § 281.

[2]) L. 6. § 2 D. (47, 7). — A. L.-R. I. 9 §§ 285—297. — *C. c.* Art. 673. — B. G. B. § 361.

[3]) L. 26, 33, 34 D. II. 1. — A. L.-R. I. 9 § 298. — *C. c.* Art. 566—569. — B. G. B. § 246.

[4]) L. 7, 12, 24, 26. D. *de rer. acqu.* (41, 1). — A. L.-R. I. 9 §§ 299, 304—306, 315. — *C. c.* Art. 570—572, 576. — B. G. B. §§ 247 ff. — [5]) L. 3, 5, 23 D. (6. 1), 1, 6, 7 D. (10, 4), 1, 12, 27 D. *de rer. acqu.* (41, 1). — A. L. R. I. 9 298. — *C c.* Art. 573—575. — B. G. B. § 249.

zu verlangen. Daneben bleibt ihm der Anspruch auf Ersatz des Schadens und entgangenen Gewinnes. — Liegt keine Arglist vor, so wird geprüft, welchem von Beiden der beträchtlichste Stoff-Antheil an dem Ganzen zustehe. Hat der Verbindende selbst den grösseren Antheil, so behält er das Ganze, erstattet dem Andern das Material nach dem höchsten Preise z. Z. der Verbindung und leistet auch sonst vollständigen Ersatz. Hat der Andere den grösseren Antheil, so behält er entweder das Ganze und vergütigt dem Verbindenden dessen Stoff-Antheil nach dem gemeinen Werth z. Z. der Verbindung — welcher jedoch an dem Werth der Verbesserung seine Grenze findet —, oder er überlässt das Ganze dem Verbindenden und dann wird ihm von diesem Material und Schaden nach dem höchsten Preise und vollständig ersetzt. Bleibt die Grösse des Material-Antheils zweifelhaft, so hat Derjenige, ohne dessen Zuthun die Verbindung erfolgt, dasselbe Wahlrecht. —

Die Auseinandersetzung kann sich dann noch verwickeln, wenn ein Dritter die Materialien mehrerer Personen unter einander, oder mit den seinigen verbunden und vermengt hat. Den mehreren Eigenthümern gegenüber bleibt der Verbindende in derselben Lage, wie Einem gegenüber; aber die Interessen der mehreren Eigenthümer müssen noch unter einander ausgeglichen werden. Ihr Wahlrecht dem Verbindenden gegenüber wird entw. von denen, die den beträchtlichsten Antheil am Material haben, oder durchs Loos bestimmt. Unter ihnen entscheidet sich bei der Verbindung ungleichart. Materialien, wer das Ganze behalten soll, entw. nach dem grösseren Werth des Antheils oder durchs Loos, mit Abfindung der Andern; sind gleichart. Materialien verbunden, so werden sie Mit-Eigenthümer des Ganzen.

γ. Früchte.[1]

So nennt man die Erzeugnisse, welche von einer Sache gewonnen werden, durch welche diese zu einer nutzbaren wird. Sie bilden den Gegensatz zur Substanz. Nicht jede Sache ist in dem Sinne nutzbar, dass sie Frucht bietet; andere Sachen können nur gebraucht werden. — Die Frucht kann aus einer dreifachen Quelle stammen: Entweder entwickelt sie sich auf natürlichem Wege, ohne menschliches Zuthun aus der Sache (natürliche Frucht), oder sie wird durch menschliche Arbeit geboten (industrielle Frucht), oder sie wird nach den Regelungen des menschlichen Verkehrs aus der Benutzung eines Kapitals produzirt (Civilfrucht). Natur, Arbeit und Kapital sind die drei zusammen wirkenden Faktoren für die wirthschaftliche Produktion. Diesen drei Arten der Frucht gemeinsam ist, dass sie der aus einer Sache entstehende abgesonderte Nutzen, ein Erzeugniss derselben sind. Wie die juristische Abstraktion den Begriff der Person und Sache überhaupt erweitert, so erweitert sie auch den der Frucht und macht ihn erst dadurch zu einem Rechts-Begriff, aus den Schranken der Natürlichkeit ihn heraus hebend. Daher erklärt es sich, dass Erzeugnisse, die im natürlichen Sinne Früchte genannt werden müssen, im rechtlichen nicht so angesehen werden, und umgekehrt. Obstbäume im Garten sind natürliche Erzeugnisse; gleichwohl sind nicht sie, sondern sind die Obst-Erzeugnisse die Früchte; Bäume im Forst aber sind Früchte. Mineralien können nur insoweit als Früchte des Grundstücks angesehen werden, als sie sich in demselben neu erzeugen; sonst gehören sie zur Substanz des Bodens. Ein ferneres Kriterium für den Begriff der Frucht ist der Nutzen, den sie Demjenigen gewährt, der ein Recht auf die Sache hat, aus welcher sie hervor geht. Frucht gewährt Nutzung, Ertrag. Nutzungen heissen die Vortheile, welche die Sache ihrem Inhaber unbeschadet ihrer Substanz gewähren kann. Unbeschadet ihrer Substanz, — d. h. die Frucht muss aus der Sache, ohne sie zu vermindern oder zu beeinträchtigen, entstanden sein. Die Frucht ist aber auch, weil sie Nutzen gewährt, ein Vortheil für den Berechtigten; bei den sogen. industriellen Früchten kommt also die Aufwendung in Abzug, die gemacht werden muss, um sie zu gewinnen: die Arbeit, die Abnutzung der Geräthschaften, die Kosten.

Bei allen Arten von Früchten endlich sind im Gebiete des Rechts zu unterscheiden: die stehenden, welche mit der Muttersache noch zusammen hängen, die abgesonderten, die gezogenen oder genossenen und die versäumten, welche hätten gewonnen werden können, aber wegen Nachlässigkeit des Besitzers ausgeblieben sind; hierzu gehören auch die natürlich entstandenen aber nicht eingesammelten.

[1] *D. de usuris et fructibus,* (22, 1). — A. L.-R. I. 7 §§ 189 ff., 9 §§ 220, 275, 11 § 803 ff., 14 §§ 259. 269, 20. § 476; II. 1 § 464, 2 § 307. — *C. c.* Art. 547 ff. — B. G. B. §§ 73 ff.

III. Die Privatrechte in ihrer Entstehung und Endigung.

Litteratur: Arndts. Lehrbuch der Pandekten, §§ 56—91. — v. Wächter. Pandekten §§ 68—95. — Dernburg. Lehrbuch des preuss. Privatrechts, §§ 68—121. — Förster. Theorie und Praxis des heutigen gemein. preuss. Privatrechts, §§ 24—46. — Koch. Lehrbuch des gemeinen preussischen Privatrechts, §§ 99—145. — Zachariae. Handb. d. französ. Civilrechts, §§ 178 ff.

a. Die Berechtigung.

α. Wesen derselben.

Aus der rechtlichen Beziehung der Person zur Sache bildet sich das Rechts-Verhältniss. Die Befugniss, ein solches nach den Geboten und Normen des Rechts auszuüben, macht die Berechtigung oder das Privatrecht in subjektivem Sinne aus.

Die Privatrechte sind persönliche oder dingliche.[1]) Ersteres ist die Befugniss, von einem Verpflichteten zu fordern, dass er etwas gebe, leiste, verstatte, unterlasse; sein Inhalt ist mithin die Schuld-Verbindlichkeit Jemandes, die Obligation. Das dingliche Recht auf die Sache ist dagegen dasjenige, dessen Gegenstand eine Sache ist ohne Rücksicht auf die Person, bei welcher sie sich befindet, so dass es gegen den jeweiligen Besitzer ausübbar ist.

Beiderlei Rechte sind entweder schon wohlerworbene, die bis zur Erfüllung ihres Zwecks, oder bis zum Eintritt von Thatsachen, welche in entgegen gesetzter Richtung wirken, fortdauern, oder erst noch schwebende Rechts-Erwerbungen, je nachdem die Thatsachen bereits sämmtlich eingetreten sind, die die Begründung des Rechts vollenden, oder erst Thatsachen eingetreten sind, die nur in Verbindung mit künftig eintretenden, noch gehofften, jene Wirkung begründen.

Das Dasein mancher Rechte ist bedingt durch das Dasein eines anderen Rechts, auf welches sie sich beziehen. Solche nennt man abhängige oder Nebenrechte zum Unterschiede von Hauptrechten[2]) die selbständig bestehen. Sie können zwar aus einem eigenen selbständigen Grunde entstehen, dagegen nicht willkürlich vom Hauptrecht getrennt werden, mit dessen Untergang sie gleichfalls erlöschen; die Zinsenzahlungs-Pflicht z. B. endet mit der Kapitals-Zahlung.

Ausnahmlos steht im Privatrechte jeder Berechtigung eine Verpflichtung gegenüber. Die Uebergabe des Werks ist z. B. ein aus der Werk-Verdingung entspringendes Recht des Einen und Pflicht des Anderen. Mithin bilden den Inhalt jedes Vermögens-Rechts: Befugniss und Verpflichtung gemeinsam.

β. Der Rechts-Erwerb und seine Arten.

Die Entstehung der Berechtigung für die Person heisst Rechts-Erwerbung. Ihre Voraussetzung ist das Vorhandensein oder Zusammentreffen verschiedener Umstände, denen die Wirkung beiwohnt, ein Herrschafts-Verhältniss zwischen Person und Sache herzustellen.

Unerlässliche Erfordernisse zum Erwerb eines Rechts sind:

1. die rechtliche Möglichkeit der Erwerbung, wozu wieder gehört:
 a. dass nicht allein die Befugniss, welche man erwerben will, in den Gesetzen als mögliches Recht anerkannt, sondern dass der Erwerbende auch fähig sei, ein solches Recht zu haben;
 b. die Erwerbs-Art, d. h. dass die Thatsache, durch welche das Recht erworben werden soll, von den Gesetzen als gültig und wirksam anerkannt sei.
2. der Erwerbs-Akt, d. h die wirkliche Erwerbung, welche darin besteht, dass die zur Erwerbung nöthige Thatsache für die Person wirklich eintraf, sich auch in ihr verkörperte.

Das Recht, um dessen Erwerb es sich handelt, entsteht zuerst in der Person des Erwerbenden; oder es war bereits vorhanden, so dass es sich um seinen Uebergang von dem Einen auf den Anderen handelt. Hiernach unterscheidet man den ursprünglichen vom abgeleiteten Rechts-Erwerb. Der Erstere tritt ein ohne gleichzeitig das Aufhören des Rechts eines Anderen nothwendig zu machen. Fälle dieser Art sind z. B.: der Erwerb der An- und Zuwüchse, die Besitz-Ergreifung herrenloser Sachen. Umgekehrt bewirkt der abgeleitete Erwerb mit dem Entstehen der Berechtigung für den Einen, dessen Aufhören für einen Anderen,

[1]) L. 3 *pr. D. de O.* et. A. (44. 7). — A. L.-R. I. 2 § 122—141, 10 § 1—18. 21—25, 19 § 3—5. — Ges. v. 5. Mai 1872. — *C. c.* Art. 517, 526. — B. G. B. § 60.

[2]) Die weiteren Unterscheidungen, z. B. das Wesen der Zustands-Rechte, Familien-Rechte u. a. m. liegen dem Zweck dieser Darstellung fern.

indem er sich auf die Nachfolge in einem bestehenden Recht gründet, also nur stattfindet, insofern es dem Vorgänger wirklich zustand. Es gilt hier der Rechts-Grundsatz: [1]) „Niemand kann mehr Rechte auf einen Anderen übertragen, als er selbst besitzt" mit der Wirkung, dass der Umfang der Erwerbung abhängig davon ist, wie weit dem Rechts-Vorgänger (Auktor) solche zustand.

Die Rechts-Nachfolge kann sich auf einzelne Vermögens-Stücke beschränken oder eine Gesammtheit von Vermögens-Verhältnissen zum Gegenstande haben. Danach unterscheidet man die Singular- und Universal-Succession. Bei der letzteren wird der Rechts-Nachfolger bald mit dem Vorgänger als die nämliche Person behandelt, so dass er dessen Persönlichkeit fortsetzt, bald wird ihm ein solches Vertretungs-Recht nicht gegeben.

Ihre Eigenschaft leiten die Rechts-Nachfolger entweder von dem Gesetze oder aus der Willens-Erklärung Desjenigen ab, in dessen Rechte sie treten; oder sie stützen sie auf Handlungen der Staatsgewalt, wie z. B. beim Grundstücks-Erwerb durch Zwangs-Versteigerung oder Zwangs-Enteignung.

Nicht ohne Einfluss ist es, ob der Erwerb ohne oder gegen eine Gegenleistung für das abgetretene Recht eintritt, also ein unentgeltlicher oder entgeltlicher gewesen ist; den letzteren nennt man lästigen.

γ. Endigung der Rechte.

Rechte erlöschen durch Untergang oder Uebergang. Das Recht geht unter, weil entweder der Gegenstand wegfällt, z. B. eine Sache zerstört wird; oder weil die Rechts-Beziehung zu ihr aufhört, z. B. eine Schuld durch Zahlung getilgt wird; oder weil der Berechtigte das Erlöschen will, also verzichtet; oder seine Bestands-Möglichkeit durch Gesetzgebung, z. B. die Gewerbe-Berechtigung durch R.-Gew.-Ordn. beseitigt und aufgehoben ist. Die Verlust-Gründe treten bald unabhängig vom Willen des Berechtigten ein, z. B. beim Untergang der Sache, bald mit dem Willen, wie durch Erlass und Verzicht.

Beim Uebergang des Rechts bleibt das Recht als solches bestehen und wechselt nur seinen Träger. Jener kann entgeltlich und unentgeltlich, mit und ohne Willen des bisherigen Inhabers eintreten; ersterer Fall liegt bei der Veräusserung, letzterer bei der Vererbung vor. Die Veräusserung braucht nicht das ganze Recht, bezw. die ganze Sache zu umfassen, kann sich vielmehr auf ein Weggeben, oder Aufgeben, oder Mindern, oder Beschränken des bisherigen Rechts beziehen. Das Weggeben oder Aufgeben nennt man Veräusserung im engeren Sinne; die Minderung und Beschränkung kann z. B. durch Auflegen dinglicher Lasten geschehen.

Verschiedentlich sind Rechte nur widerruflich ertheilt. Diese erlöschen selbstredend durch Widerruf oder durch Eintritt desjenigen Ereignisses oder Zeitpunkts, von dessen Eintritt der Rechts-Untergang abhängig gemacht war.

Endlich kann die Nichtausübung eines Rechts Seitens des Inhabers bald ohne weiteres den Verlust, oder doch wenigstens die Befugniss zur Entziehung begründen.

b. Rechte erzeugende Begebenheiten.

Der Entstehung, Endigung und Veränderung von Rechten Jemandes müssen allemal Begebenheiten voraus gehen, durch welche sie bewirkt werden. Dieselben sind theils Erzeugnisse der eigenen Willensthat, theils treten sie unabhängig von der eigenen Thätigkeit ein. Zu den ersteren gehören die Rechts-Geschäfte und schuldhaften Handlungen; die letzteren gehören den *obligationes ex lege* an.

α. Grundlage der gesetzlichen Privatrechte.

1. Im allgemeinen.

Gestaltet sich ein Recht vorzugsweise durch unveränderlich eingreifende, das Schicksal der Einzelnen unabhängig von deren Willen bestimmende Begebenheiten, legt also das Gesetz dem Vorkommnisse ohne Rüchsicht auf den Willen der Betheiligten eine Rechte erzeugende Kraft bei, so ist das Gesetz die Grundlage der Berechtigung; man spricht dann von Berechtigungen oder Verbindlichkeiten aus dem Gesetze. Zur Begründung des Anspruchs genügt hier der Nachweis des Vorhandenseins derjenigen Begebenheit, welcher die rechts-erzeugende Kraft beiwohnt. Keineswegs fussen auf die Rechts-Ordnung unmittelbar blos die Veränderungen im Rechte, welche als Folge des Ablaufs oder Eintritts eines bestimmten Zeitpunkts

[1]) L. 54 *D. de R. J.* (50. 17.)

eintreten. Vielmehr wohnt einer Anzahl anderer Begebenheiten gleichfalls eine selbstständige, rechts-bildende Kraft bei; z. B. dem durch Verschulden einer Person der Besatzung veranlassten Zusammenstoss von Seeschiffen die Begründung des Anspruchs gegen den Rheder[1]; dem Auflauf oder Aufruhr diese gegen die Gemeinde[2]; dem Eintritt eines Unfalls in den haftpflichtigen Gewerbe-Betrieben diese gegen den Betriebs-Unternehmer.

2. Die Unfalls-Haftpflicht.

Litteratur: R. Ges. v. 7. Juni 1871. — Eger. Das Reichs-Haftpflichtgesetz, (2. Aufl. Breslau 1882). — Endemann. Die Haftpflicht der Eisenbahnen (Berlin 1871). — B. Hilse. Formulare f. Rechtshandlung. d. streit. Gerichtsbarkeit, S. 125. — Jacobs. Die Verbindlichkeit zum Schadensersatze (1874). — Koch. Das Haftpflichtgesetz. — Römer: in Goldschmidt's Zeitschr. Bd. 18, S. 1 ff.

Dieselbe ist für den Umfang des deutschen Reichs eine einheitliche, so weit es sich um Tödtungen oder Verletzungen von Menschen handelt. Bei Sach-Beschädigungen trifft solche nicht zu, so dass die Haftung für diese durch die Landes-Gesetzgebung bestimmt wird, z. B. in Preussen durch Ges. v. 8. Nov. 1838, § 25. Man hat sogar schon vereinzelt versucht, wenn durch dieselbe Begebenheit gleichzeitig mit der Körper-Verletzung eine Sach-Beschädigung eingetreten, z. B. dem vom Zuge Ueberfahrenen auch die Kleidung verletzt war, eine Trennung der beiderlei Ansprüche vorzunehmen und für diese aus der Sach-Beschädigung eine andere Begründung zu fordern. Das Baugewerbe als solches fällt unter das Haftpflichtgesetz nicht.[3]) Für die Unfälle beim Eisenbahn-Betrieb muss die Begründung des Anspruchs eine andere sein als für solche bei den anderen Betriebs-Arten. Da das Gesetz die Eigenschaft eines Ausnahme-Gesetzes hat, ist es auf ähnliche Fälle nicht anwendbar.

a. Der Umfang der Schadensersatz-Verbindlichkeit. Es wird unterschieden, ob der Unfall tödtlichen Ausgang genommen, oder nur eine Körper-Beschädigung zur Folge gehabt hat.

1. Tödtlicher Ausgang. Im Falle eines tödtlichen Ausgangs sind jedenfalls die Kosten der Krankheit, ferner die Beerdigungs-Kosten, endlich die durch aufgehobene oder verminderte Erwerbsfähigkeit während der Krankheit erlittenen Vermögens-Nachtheile zu ersetzen. Hierzu tritt für den Fall, dass der Getödtete zur Zeit seines Todes vermöge Gesetzes verpflichtet war, einem Andern — der Frau, Kindern, Eltern, Geschwistern — Unterhalt zu gewähren, der Anspruch dieses Anderen auf so weiten Ersatz, als ihm in Folge des Todesfalls der Unterhalt entzogen ist. Die Frage, ob der Getödtete zur Alimentation Anderer gesetzlich verpflichtet war, regelt sich nach den Landes-Gesetzen. Hiernach ist der Anspruch meist abhängig vom Mangel eigenen Vermögens des zu Alimentirenden und seiner Unfähigkeit sich selbst zu ernähren, wie vom Vorhandensein der Mittel bei dem Alimentations-Verpflichteten. Geht die gesetzliche Verbindlichkeit des Alimentations-Verpflichteten auf solvente Erben desselben über, so ist ein Entschädigungs-Anspruch aus dem Haftpflicht-Gesetz nicht begründet. Dagegen wird er nicht beseitigt durch Vorhandensein subsidiär Verpflichteter. Bei der Feststellung der Entschädigung ist die muthmaassliche Dauer des Lebens des Alimentations-Verpflichteten zu berücksichtigen, so dass z. B. eine Wittwe nicht auf ihre eigene Lebenszeit, sondern nur auf diejenige Zeit, welche ihr Ehemann muthmaasslich gelebt haben würde, Unterstützungs-Ansprüche hat.

2. Körper-Verletzung. Im Falle einer Körper-Verletzung ist jedenfalls Ersatz der Heilungskosten und ausserdem dieser desjenigen Vermögens-Nachtheils zu leisten, welchen der Verletzte durch eine in Folge der Verletzung eingetretene zeitweise oder dauernde Erwerbs-Unfähigkeit, oder Verminderung der Erwerbs-Fähigkeit erleidet. Ist der Verletzte zu seinem bisherigen Berufe durch die Verletzung unfähig geworden, so wird vollständige Erw.-Unfähigkeit anzunehmen sein wenn der Betriebs-Untern. nicht darthut, dass der Verletzte sich eine seinen Kenntnissen, seinem Bildungsgrade, seiner früheren Stellung und seinen gesellschaftl. Verhältnissen entsprechende andere Stellung dauernd verschaffen kann.

3. Gemeinsame Bestimmungen. Die dargestellten Bestimmungen können

[1]) H. G. B. Art. 736 ff.
[2]) z. B. preuss. Ges. v. 11. März 1851.
[3]) Dagegen versicherungspflichtig gemäss R. Ges. v. 6. Juli 1884, § 1. (Vergl. S. 250).

nicht im voraus durch Uebereinkunft ausgeschlossen werden. War der Getödtete oder Verletzte gegen den Unfall bei Versicherungs-Anstalten oder Unterstützungs-Kassen versichert und hat der Betriebs-Unternehmer zu den Kosten der Versicherung mindestens $^1/_3$ beigetragen, so ist die volle Leistung des Versicherers auf die Entschädigung einzurechnen. Ob die Zuschüsse des Unternehmers freiwillige waren, oder ob eine Verpflichtung zu denselben übernommen war, ist unerheblich. Als Ersatz für Unterhalt oder Erwerb ist in der Regel eine Rente zuzubilligen. Beide Theile können bei späterer wesentlicher Veränderung der Umstände, welche für die Feststellung der Rente und ihrer Höhe maassgebend waren, eine Veränderung der Rente fordern: der Verpflichtete also Aufhebung oder Minderung, der Berechtigte Erhöhung oder Wiedergewährung der Rente. Kapitals-Abfindung kann nur im Einvernehmen beider Theile zugesprochen werden.

4. Verlust des Anspruchs. Bei Bemessung der Schadens-Höhe ist dem Richter freie Beweis-Würdigung zur Pflicht gemacht, was in der Praxis zu manchen bedenklichen Grundsätzen geführt hat. — Gestehen die Landes- oder Orts-Rechte dem Verunglückten noch andere und weiter gehende Ansprüche zu, so bestehen solche neben dem Haftpflicht-Gesetz fort, da nicht beabsichtigt war, die Verletzten schlechter zu stellen, d. h. ihnen günstigere Satzungen aufzuheben.

Die Forderungen auf Schadens-Ersatz verjähren in 2 Jahren vom Tage des Unfalls an, die Forderungen der gesetzlich Alimentations-Berechtigten jedoch erst in 2 Jahren vom Todestage des Getödteten an, falls dieser Tag ein anderer, als der des Unfalls ist. Dabei kommen die allgemeinen Grundsätze der Landes-Rechte bezüglich der Verjährung zur Anwendung; die Verjährung läuft aber auch gegen Minderjährige und ihnen gleich gestellte Personen, mit Ausschluss der Wiedereinsetzung. Es genügt die Erhebung der Klage innerhalb der fraglichen Zeit, um spätere Erhöhung oder Wiedergewährung der Rente fordern zu können.

b. Voraussetzung des Schadens-Ersatzes. Haftpflichtig sind nur die im Gesetz benannten Gewerbe, u. z. mit wesentlich verschiedenen Wirkungen. Man muss deshalb die beiden Gattungen der haftpflichtigen Gewerbe getrennt behandeln.

1. Haftpflicht der Eisenbahnen. Hier genügt schon, dass bei dem Betriebe einer Eisenbahn ein Mensch getödtet oder körperlich verletzt wird, um die Haftpflicht des Betriebs-Unternehmers für den dadurch entstandenen Schaden zu begründen. Er wird davon nur frei, sofern er beweist, dass der Unfall durch höhere Gewalt, oder durch eigenes Verschulden des Getödteten oder Verletzten verursacht ist. Das Verschulden eines Dritten, der z. B. den Eisenbahnzug gefährdete, indem er ein Betriebs-Hinderniss schuf, bewirkt keine Beseitigung der Haftpflicht, welche nach dem heutigen Gerichts-Gebrauche selbst bei mittelbarem Schaden angenommen wird, z. B. wenn ein Pferdebahnwagen durch Bremsen zum Stehen gebracht wird, um ein zwischen die Pferde gelaufenes Kind vor dem Ueberfahrenwerden zu schützen, und nun infolge des heftigen Stosses, den der Wagen beim Bremsen etc. erhielt, jemand in eine Fensterscheibe fällt und sich schwer verletzt.

Unter Eisenbahnen werden hier verstanden alle zum Transport dienenden, mit Schienen belegten Anlagen, welche nicht lediglich integrirende Theile eines anderen Unternehmens sind. Es kommt nichts darauf an, ob sie dem Publikum zur Benutzung geöffnet sind; auch wird nicht unterschieden, ob die Bewegung durch Dampfkraft oder Pferde vermittelt wird. Zum Betrieb wird alles gerechnet, was den Transport unmittelbar betrifft; es gehört jedoch nicht hierher die Thätigkeit in den Maschinenwerkstätten und ähnlichen Anlagen, welche mit der Eisenbahn verbunden sind, aber eine selbständige Existenz haben; ebenso wenig der Bau oder die Reparatur des Bahnkörpers.

Zur Begründung des Anspruchs genügt der Nachweis eines Zusammenhangs zwischen der Beschädigung und dem Betriebe der Bahn. Das Vorhandensein oder Fehlen eines Verschuldens in der Person eines Betriebs-Angestellten ist ohne Einfluss auf das Ersatz-Forderungs-Recht.

2. Der übrigen haftpflichtigen Betriebe. Anders ist es bei diesen. Wer ein Bergwerk, eine Grube, einen Steinbruch, eine Gräberei oder eine Fabrik betreibt, haftet erst [1]) auf Grund des ihm geführten Nachweises,

[1]) Durch R. Ges. v. 6. Juli 1884 § 96 ist an deren Stelle die Haftpflicht für alle Aufwendungen getreten, welche in Folge des Unfalls von Unfalls-Genossenschaften oder Krankenkassen gemacht worden sind.

dass sein Bevollmächtiger oder sein Repräsentant, oder eine zur Leitung oder Beaufsichtigung des Betriebs oder der Arbeiter angenommene Person ein Verschulden in Ausführung ihrer Dienst-Verrichtungen begangen habe und dieses Verschulden mit dem Tode oder der Körper-Verletzung eines Menschen derart in ersichtlichem Zusammenhang steht, dass der eingetretene Erfolg als deren nothwendige Wirkung anzusehen sei, für den hierdurch entstandenen Schaden. Auch hier genügt nicht, dass die Anlage in der Entstehung begriffen und blos vorbereitet wird; auch hier trifft die besondere Haftung für die Gefahren bei einem selbständigen Hülfs-Gewerbe, z. B. der Zufuhr oder Abfuhr nicht zu.

Da jedoch hier der Unternehmer nicht schlechthin für jeden von ihm angestellten Arbeiter einsteht, dem Verletzten vielmehr der Nachweis nicht blos einer vorgefallenen Schuld, sondern überdies des Umstandes obliegt, dass Derjenige, dem das Verschulden zur Last fällt, eine den Betrieb ganz oder theilweise bestimmende, nicht bloss selbst leistende Thätigkeit hatte, ist seine Lage schon weniger ungünstig, als bei den Eisenb.-Unfällen. Das Verschulden braucht nicht nothwendig im positiven Handeln u. in Anweisungen, sondern kann auch im Unterlassen bestehen, z. B. im Nichteinschreiten gegen ungeeignetes Verhalten der Arbeiter.

Dass bei konkurrirendem Verschulden des Beschädigten die Haftung wegfällt, ist im Gesetze nicht ausdrücklich bestimmt, wohl aber mindestens als Regel anzunehmen wenn dem Beschädigten eigner Vorsatz oder frevelhafter Leichtsinn zur Last gelegt werden kann; die Haft-Ansprüche sind hier ausgeschlossen, weil anderen Falls der Rechts-Grundsatz verletzt werden würde, dass Niemand durch sein Verschulden Rechte erwerben und die Lage eines Andern verschlechtern, bezw. in dessen Person Verbindlichkeiten begründen darf.

3. Betriebs-Unfalls-Versicherungpflicht.

Derselben unterliegen die Baugewerbe[2]), sobald in ihnen auch nur 1 Lehrling beschäftigt wird, ohne Unterschied, ob die Betriebs-Unternehmer das Bauhandwerk erlernt haben und selbst ausüben, oder nicht. Sie umfasst jedoch nicht Erdarbeiter für Wege, Kanäle, Eisenbahnen, oder die vorüber gehend beim Bau beschäftigten Personen anderer Gewerbszweige, z. B. Tischler, Glaser etc. Versicherung zu nehmen haben die Betriebs-Unternehmer, von denen die im Wege des Umlage-Verfahrens aufzubringenden Beträge zur Entschädigung der Verunglückten aus eigenen Mitteln zu zahlen sind, ohne wegen derselben Ersatz von den Arbeitern fordern zu dürfen. Die Höhe der Beiträge schwankt, indem sie durch die Zahl der Unfälle und den Geldbedarf für Entschädigungen beeinflusst wird. Die Vertheilung auf die einzelnen Unternehmer geschieht im Verhältniss der Gesammtzahl der Versicherten zur Zahl der eigenen Leute und unter Berücksichtigung der grösseren oder geringeren Gefährlichkeit des Betriebes. Um letzteren Umstand fest zu stellen, werden die Betriebe in „Gefahren-Klassen" vertheilt. Die Leistung der Beiträge geschieht jährlich; ihre Einziehung erfolgt durch Mitwirkung der Post. In den ersten 11 Jahren müssen Zuschläge über die wirkliche Bedarf-Summe erhoben und geleistet werden um einen Reserve-Fonds aufzubringen, dessen Höchst-Höhe die doppelte Summe eines Jahres-Bedarfs betragen soll.

Versicherung muss für sämmtliche Arbeiter, sowie wenigstens für solche Betriebs-Beamte, deren Jahres-Einkommen 2000 M. nicht übersteigt, und kann für höher besoldete Betriebs-Beamte, sowie für die eigene Person des Betriebs-Unternehmers genommen werden. Gegenstand der Versicherung sind nur Schäden aus Tödtungen oder Körper-Verletzungen. Der Verletzte hat Anspruch auf Ersatz der Heilungs-Kosten, welche vom Beginn der 14. Woche nach Eintritt des Unfalls entstanden sind, und auf Zahlung einer für die Dauer der Erwerbs-Unfähigkeit oder -Minderung zu gewährenden Rente, deren Höchst-Höhe $66^2/_3$ % seines Arbeits-Verdienstes beträgt. Die Hinterbliebenen eines Getödteten haben, ausser Ersatz der Beerdigungs-Kosten, eine Abfindung durch Rente zu erhalten, welche für die Wittwe 20 %, für jedes Kind 15 oder 20 %, für alle zusammen jedoch nicht mehr als 60 % seines Arbeits-Verdienstes beträgt. Auch Eltern des Verstorbenen können bis zur Höhe von 20 % des Arbeits-Verdienstes Anspruch erlangen. Bei Verheirathung einer Wittwe erlischt ihr Rentenbezugs-Recht und tritt an dessen Stelle ein Abfindungs-Kapital in Höhe eines 3jährigen

[1]) R.-Unfallversicher.-Ges. v. 6. Juli 1884. — Anleitung d. Reichs-Vers.-Amts v. 14. Juli 1884.

[2]) Maurer, Zimmerer, Dachdecker, Steinhauer, Brunnenmacher und Schornsteinfeger; doch erstreckt sich die Versicherungs-Pflicht auch auf Handlanger, Steinträger etc.

Renten-Betrages. — Jeder Anspruch des Verletzten oder der Hinterbliebenen fällt weg, wenn der Betroffene vorsätzlich den Unfall selbst veranlasst hatte. Die Ansprüche sind weder pfänd- noch verpfändbar, müssen binnen 2 Jahren geltend gemacht werden und können eine ziffermässige Aenderung erfahren, wenn sich im Zeiten-Verlaufe die Umstände ändern, unter denen sie fest gestellt wurden. Die Feststellung geschieht durch die Verwaltungs-Organe. Streitigkeiten werden durch das R.-Versicher.-Amt, oder ein aus Vertretern der Betheiligten gebildetes Schiedsgericht erledigt.

Träger der Versicherung [1]) sind „Berufs-Genossenschaften", d. h. Vereinigungen der versicherungspflichtigen Unternehmer zum gemeinsamen Aufbringen der Schadens-Summe. Ihre Bildung kann freiwillig erfolgen, oder behördlich verlangt sein. Sie haben die Eigenschaft einer juristischen Person, werden von einem Vorstand aus der Zahl der Genossenschafter vertreten, stehen unter Aufsicht einer besonderen Reichsbehörde (R.-Versicher.-Amt), und ordnen ihre Angelegenheiten gemäss eines vom R.-Versicher.-Amt zu bestätigenden Statuts selbstständig durch Mitglieder-Versammlung. Die Betheiligung der Arbeitsnehmerschaft ist beschränkt: auf den Beisitz zum Schiedsgericht, Begutachtung der zur Verhütung von Unfällen zu erlassenden Vorschriften, Entsendung von 2 nicht ständigen Mitgliedern an das R.-Versicher.-Amt. Auf Organisation und Verwaltung der Kasse hat sie keinen Einfluss. Die Genossenschaften können in kleinere Verbände (Sektionen) vertheilt sein, welche dann das Gefahren-Risiko zunächst unter sich decken. Den Umlagen hat das genossenschaftl. Kataster, welches durch Nachtragen der Zu- und Abgänge, sowie Veränderung in den einzelnen Betrieben und deren Umfang im Laufenden zu erhalten ist, und ein Gefahren-Tarif zu Grunde zu liegen, um Willkührlichkeiten auszuschliessen.

β. Die Verjährung. [2])

Litteratur: Arndts. A. a. O. § 87 S. 97. — v. Wächter. A. a. O. § 92 I. S. 473 ff. — Unterholzner. Verjährungslehre; II. Aufl. 1858. — Dernburg. A. a. O. § 163 I. S. 329. — Förster. A. a. O. § 46 I. S. 210 ff. — Koch. A. a. O. § 146 ff. I. S. 289. — Zachariae. A. a. O. §§ 209 ff.; 771 ff.

1. Begriff und Arten.

Auch durch Zeit-Ablauf kann eine Veränderung in bestehenden Rechten eintreten. Man spricht dann von Verjährung. Dieselbe ist eine erwerbende, wenn durch den Zeit-Ablauf Rechte entstehen, oder eine erlöschende, wenn durch den Zeit-Ablauf Rechte verloren gehen. Die erwerbende wird auch Ersitzung, die erlöschende aber bald Verschweigung, bald Klage-Verjährung genannt.

Zweck jeder Verjährung ist der Schutz des Verkehrs. Es soll dem vorgebeugt werden, dass das Bestreiten eines Rechts arglistig so lange aufgeschoben wird, bis der Gegner seine Beweis-Mittel verloren habe. Danach ist sie sittlich gerechtfertigt und für die Verkehrs-Sicherheit unentbehrlich.

Auch die Versäumung von Prozess-Fristen und ähnlichen Zeit-Bestimmungen, durch welche die Verfolgung von Rechten erschwert oder benommen wird, fällt unter die Verjährung im weiteren Sinne.

2. Erwerbende Verjährung (Ersitzung).

a. Begriff und Wesen. Die erwerbende Verjährung setzt zwei Bedingungen voraus: Nichtgebrauch auf der einen, Besitz und Ausübung des Rechts auf der anderen Seite. Sie bezieht sich auf alle Fälle, wo Jemand eine Sache oder ein Recht besessen hat. Das römische Recht wendet sie ursprünglich nur auf Eigenthum an und hat sie später der Sache nach noch auf Servituten übertragen. Der Ausdruck des A. L.-R. ist so allgemein, dass alle möglichen Rechte, selbst Obligationen, Gegenstand der Verjährung sein können; und so allgemein ist es auch wirklich gedacht. Wenn z. B. Jemand 30 Jahre lang Zinsen zahlt so ist dadurch die Kapitals-Forderung erworben, welche Anwendung nach der Begriffs-Bestimmung ganz folgerecht ist, aber deshalb doch nicht auf andere Obligationen analog stattfindet. Durch die erwerbende Verjährung wird das Recht seiner Substanz nach in dem Umfange, in welchem es besessen worden, erworben und nicht blos eine Einrede gegen die Eigenthums-Klage.

[1]) Dieser Theil der Darstellung gehört unter B. I, S. 225 ff., welcher jedoch vor Erlass des Gesetzes schon gedruckt war; er wird deshalb hier nachgetragen.

[2]) *D. de div. temp. praescript* (44. 3) *X. de praescript* (2. 26), in 6to (2. 13). — A. L.-R. I. 9 §§ 500 bis 669. — *C. c.* Art. 2219—2281. — B. G. B. §§ 150 ff, 1017 ff.

b. Zeitdauer. Man hat zu unterscheiden: die gewöhnliche, ausserordentliche und ungewöhnliche Verjährung; auch sind in den einzelnen Rechts-Gebieten besondere Zeitfristen maassgebend.

Die gewöhnliche vollzieht sich nach gemeinem Recht bald auf Grund des römischen Rechts in 3 Jahren für bewegliche, in 10 oder 20 Jahren für unbewegliche Sachen, während durch Gerichtsgebrauch in den Ländern des sächsischen Rechts das Zeitmaass verändert ist und für den Erwerb beweglicher Habe Ablauf von Jahr und Tag (d. h. einer Frist von 1 Jahre 6 Wochen und 3 Tagen), für Grundstücke dagegen der Ablauf von 3 Jahren 6 Wochen u. 3 Tagen angenommen wird.[1]) Nach preuss. Landrecht wird sie durch Besitz in 10 Jahren vollendet. Diese Frist fängt an mit dem Augenblicke, wo der Besitz durch das Zusammentreffen der Besitz-Ergreifung mit dem Willen erworben ist, bei der Ersitzung einer Abgabe — wenngleich die Abgabe alljährlich postnumerando abgeführt ist — nicht mit dem Anfange des Jahres, für welches sie zuerst gegeben worden, sondern mit dem Tage der ersten wirklichen Entrichtung. Sie wird zum besten moralischer Personen, insofern diese nicht noch besser privilegirt sind, immer verdoppelt, und gegen Personen, welche abwesend sind, wird die 1 Jahr und darüber dauernde Zeit ununterbrochener Abwesenheit auf die Hälfte gerechnet, auf Abwesenheiten unter 1 Jahr aber keine Rücksicht genommen. Zwischen beweglichen und unbeweglichen Sachen wird kein Unterschied gemacht. — Zur ausserordentlichen Verjährung hat die erkannte Nothwendigkeit geführt. Da es im Verkehrsleben nicht selten vorkommt, dass bald gar kein Titel, oder wenigstens kein gültiger Titel des Besitzers nachgewiesen werden kann, so kommt das Gesetz in der Art zu Hülfe, dass Ablauf längerer Jahre dieselbe Wirkung erzeugt, die sonst die 10 Jahre hatten, d. h Ersitzung herstellen. Redlichkeit ist auch hierbei nothwendiges Erforderniss. Nach röm. Rechte werden 30 oder 40 Jahre, nach preuss. Landrecht stets 30 Jahr erfordert. — Unter ungewöhnlicher Verjährung ist endlich eine solche zu verstehen, deren Lauf aus besonderen Gründen mehr als die allgemein gesetzliche Zeit bedarf. Solche Gründe sind bald ein Verjährungs-Privileg, welches im gemeinen Recht Staat und Kirche, im preuss. Recht ausserdem noch Armen- und Schulanstalten, nicht aber die Städte als solche an sich haben, und gegen die sich die Verjährung dort in 40, hier in 44 Jahren vollzieht, bald die Beschaffenheit des zu ersitzenden Gegenstandes. So können Gerechtigkeiten, welche unständig, nur bei besonderen Gelegenheiten ausübbar sind, z. B. auf Ausbesserung eines Gebäudes oder Wegebesserung nach röm. Recht nur durch Ausübung seit unvordenklicher Zeit, nach preuss. Recht durch Ausübung während der letzten 40 Jahre bei allen gebotenen Gelegenheiten, deren Zahl jedoch wenigstens 3 gewesen sein muss, ersessen werden. Hierher fällt auch im preuss. Landrechts-Gebiete die Erwerbung der Steuerfreiheit für öffentliche Abgaben durch Nichtzahlung während 50 Jahren[2]), sowie die Erlangung der Sicherheit gegen fiskalische Ansprüche durch Berufung auf das Normaljahr[3]), d. h. darauf, dass solche 1740, (bezw. in Westpreussen 1797 und in der Rheinprovinz 1815) noch nicht bestanden haben, bezw. wenigstens nicht eingefordert seien.

3. Voraussetzungen.

Uebrigens kann nicht jede Sache ersessen werden. Während die römische Ersitzung nur den Erwerb von Eigenthum und dinglichen Rechten an körperlichen Sachen vermittelt, erstreckt sich die preussische darüber hinaus auf Rechte jeder Art, auch wenn sie keinen Bezug auf körperliche Sachen haben, z. B. zur Führung einer fremden Firma.[4]) Sie erstreckt sich jedoch nur auf privatrechtliche Befugnisse. Der Ersitzung entzogen sind also öffentliche Sachen und Rechte.

Weitere Bedingungen für die Ersitzung sind: 1) wahrer, d. h. vollständiger Besitz; 2) guter Glaube, d. h. man darf das bessere Recht eines Anderen beim Erwerb nicht kennen, während eine nachträgliche Erlangung dieser Kenntniss nicht schadet; 3) *Justus titulus*, d. h. ein Titel, der an sich zur Erlangung des Eigenthums geschickt ist; 4) gehörige Fortsetzung bis zur Vollendung.

[1]) Z. B.: Nürnb. Reform II. 16, 9. — Lüneb. Stadtr. 2, 9. — Hadeler Landr. 2, 18. Man vergl. dazu Gerber. System des deutschen Privatrechts § 101. — [2]) A. L.-R. I. 9 §§ 656—659. — [3]) A. L.-R. I. 9 §§ 641—647 mit Ges. v. 18. Dez. 1831. — [4]) H. G. B. Art. 22. 23.

4. Unterbrechung.

Das A. L.-R. kennt, wie das R. R., eine doppelte Unterbrechung der Verjährung (*usurpatio*): eine natürliche und eine juristische. Die natürliche tritt ein, durch Verlust des Besitzes; dabei gilt aber die Eigenthümlichkeit, dass, wenn der Besitz wieder erlangt wird, ohne dass in der Zwischenzeit ein Anderer ihn erworben hatte, die Unterbrechung nicht gerechnet wird. — Die juristische (Civil-) Usurpation tritt ein: 1. durch Klage gegen den Besitzstand oder gegen das Besitzrecht; 2. durch Einlegung einer Protestation unter denselben Bedingungen wie bei der Klage-Anmeldung; 3. durch nachträglich erworbene Kenntniss des Mangels in der eigenen Berechtigung, daher auch durch Eintritt eines unredlichen Nachfolgers; 4) durch Versagung des rechtlichen Gehörs, jedoch nur so lange das Hinderniss dauert.

5. Verschweigung.

Litteratur: Arndts. A. a. O. §§ 107—109. — v. Wächter. A. a. O. §§ 104—109. — Dernburg. A. a. O. 168. — Förster. A. a. O. § 46. — Koch. A. a. O. § 149 ff. — Zachariae. A. a. O. § 771.

a. Rechtliche Natur und Bedeutung. Die auslöschende (aufhebende) Verjährung oder Verschweigung entnimmt ihre Rechtfertigung der Nachlässigkeit des bisher Berechtigten und der unentschuldigten Versäumniss der Klage-Anstellung. Im römischen Rechte als Klage-Verjährung (*temporis* oder *temporalis praescriptio*, im deutschen Recht als Verschweigung bekannt, hat sie in neueren Rechten durch Herbeiziehung des gar nicht hierher gehörigen, sondern mit der Ersitzung in Verbindung stehenden Nichtgebrauchs sich zur erlöschenden Verjährung ausgebildet. Sie ist ihrer Natur nach eine Einrede, mittels welcher das fortdauernde Recht unwirksam gemacht wird. Es sind jedoch auch Fälle denkbar, wo durch Nichtgebrauch während einer bestimmten Zeit ein Recht verloren geht, ohne dass dabei von einer Klage-Verjährung die Rede wäre; mit dieser haben sie das gemeinsam, dass die fortgesetzte Unthätigkeit das Recht hemmt, unterscheiden sich von ihr aber darin, dass das Recht selbst erloschen ist und auf die sonstigen Erfordernisse der Klage-Verjährung nichts ankommt, weil überhaupt der Fall einer Klage nicht vorhanden ist. Dahin gehören gewisse Prozess-Fristen, z. B. die Frist zur Verfertigung des Erbschafts-Inventariums, zum Ablehnen eines Schiedsrichters u. s. w. Diese vereinzelten Fälle lassen sich auf keinen Gattungs-Begriff zurück führen und haben keinen gemeinsamen Namen, wohl aber die Eigenthümlichkeit, dass in ihnen dem Berechtigten kein bestimmter Verpflichteter gegenüber steht und dass es sich wesentlich um Beobachtung einer gewissen Form handelt. Man hat in ihr eine Strafe der Nachlässigkeit zu sehen; ob die vorgefallene Vernachlässigung entschuldbar gewesen oder nicht, ist einflusslos, so dass guter Glaube nicht entschuldigt.

b. Anfang. Der Anfangs-Termin der Verjährung fällt nach den verschiedenen Rechts-Systemen nicht zusammen. Während sie nach gemeinem Recht erst mit Entstehung des Klage-Rechts läuft, fängt sie nach A. L.-R. mit dem Tage an, wo von dem Rechte Gebrauch gemacht, beziehungsweise die Erfüllung der Verbindlichkeit zuerst gefordert werden könnte, ohne Unterschied, ob der Verpflichtete sich widerwillig zeigt oder nicht. Bei einer auf Kündigung ausstehenden Forderung wird die Verjährungs-Frist um die Kündigungs-Frist verlängert. Wenn ein Recht nur theilweis ausgeübt, z. B. die Wohnung nur zum Theil bezogen wird, so fängt kein Nichtgebrauch in Beziehung auf den andern Theil an, während umgekehrt bei Schuld-Verbindlichkeiten z. B. eine Theil-Zahlung nicht den Beginn der Verjährung für den ungetilgten Betrag aufhält. Belegte Forderungen verjähren vom Fälligkeits-Termine ab, bedingte mit dem Eintritt der Bedingung. — Der Verschiedenheit des Anfangs-Termins entspricht es, dass nach modernen Gesetzen das Haupt-Recht durch Nichtausübung erlischt, wenn es die Verjährungs-Zeit hindurch zu keiner Verwirklichung durch Einforderung der einzelnen Prästationen kam, im gemeinen Rechte nur die letzteren erlöschen, das Haupt-Recht jedoch bestehen bleibt.

c. Dauer. In der Regel vollendet sich die Verjährung in 30 Jahren. Den Verkehrs-Bedürfnissen der Neuzeit Rechnung tragend sind indess nach dem Vorbilde des französischen Rechts [1]) allerwärts [2]) für eine Menge von Rechts-Verhältnissen kürzere Verjährungs-Fristen fest gesetzt. So genügen z. B. zur Verjährung

[1]) C. c. Art. 2271—2277.

[2]) Von den im Bauwesen vorkommenden Ansprüchen verjähren z. B. in Preussen nach dem Ges. v. 31. März 1838, und zwar vom letzten auf den fest gesetzten Zahlungstag oder auf die Entstehung folgenden Dezember ab gerechnet mit Ablauf von: (Forts. am Fuss d. folgd. Seite.)

der Ansprüche aus dem Haftpflicht-Gesetz 2 Jahre[1]), aus unerlaubten Handlungen bald 3[2]), bald 5 Jahre, wegen Mängel des Kauf-Gegenstandes 6 Monat[3]).

Die Verjährungs-Fristen sind so vielgestaltig, dass ihre Neuregelung um so mehr nothwendig ist, als grosse Meinungs-Verschiedenheit darüber herrscht, wie die bestehenden Bestimmungen über die Verjährungs-Fristen auf die einzelnen Fälle zur Anwendung zu bringen sind. Das Reichsgericht hat z. B. in neuerer Zeit bezüglich der Verjährungs-Fristen im Baugewerbe dahin erkannt, dass 1. Omissiv-Delikte aus § 330 des St.-G.-B. mit Ablauf von 5 Jahren seit dem Tage der Uebergabe des Bauwerks gerechnet; 2. Ansprüche der Bauhandwerker und Lieferanten aus Lieferungen für von Baugewerks-Meistern zum Zwecke deren Veräusserung errichtete Gebäude in 30 Jahren; 3. solche aus Entreprise-Verträgen in gleicher Frist; 4. dagegen alle unter den gemein-gewöhnlichen Begriff der Bau-Arbeiten fallenden Ansprüche in 2 Jahren verjähren.

d. Unterbrechung. Der Lauf des Nichtgebrauchs wird gehemmt durch Versagung des rechtlichen Gehörs, so lange das Hinderniss dauert, und unterbrochen mit Vernichtung der bis dahin gelaufenen Verjährung: a. durch Anerkenntniss mit ausdrücklicher Erklärung, mittels Sicherheits-Bestellung oder mittels Zinsenzahlung, oder mit ausdrücklicher Abschlags-Zahlung oder Nachsuchung einer Frist-Bewilligung; b. durch Erhebung der Klage, und zwar selbst bei einem ungehörigen Richter; c. durch thatsächliche Verwirklichung des Rechts, welche beruht bald in der Herstellung und Erhaltung eines Zustandes, z. B. bei einer Bau-Servitut in dem Bestehen der entsprechenden Einrichtungen, bald in einer Thätigkeit seitens des Berechtigten oder seiner Leute, z. B. in dem Benutzen des Weges, auf den uns eine Wege-Gerechtigkeit ein Recht giebt, bald endlich — bei affirmativen Rechten — in einer entsprechenden Leistung seitens des Verpflichteten oder seines gehörig legitimirten Vertreters.

γ. Die selbstgeschaffenen Privatrechte.

Den Rechts-Grund für Entstehung oder Verlust von Berechtigungen giebt vielfach die zur äusseren Erscheinung gelangte menschlichen Thätigkeit ab, dass sie sich wechselseitig zu Wirkung und Ursache gestalten. Man bezeichnet deshalb die Handlungen als Grundlage von Rechten.

1. Handlung.

Handlung heisst eine mit dem Willen in Verbindung stehende menschliche Thätigkeit und auch der Erfolg der Thätigkeit: die Thatsache oder Begebenheit. Man unterscheidet: 1. innere Handlungen (Gedanken) und äussere oder körperliche Handlungen, welche in der Thätigkeit des Leibes oder einzelner Organe bestehen. Nur diese sind Gegenstand rechtlicher Bestimmung. Ferner: 2. positive (Begehungen) und negative (Handlungen) Unterlassungen; 3. mögliche und unmögliche; 4. erlaubte d. h. solche, welche weder durch natürliche noch durch positive Gesetze verboten sind, und unerlaubte, aus welchen nur Ver-

a. 4 Jahren: die Forderungen der Kommissarien öffentlicher Behörden, der Rechtsanwälte, der Notarien, der Feldmesser und Kondukteure, der Makler und aller derjenigen Personen, welche aus der Besorgung bestimmter Geschäfte und Aufträge ein Gewerbe machen, sowie der Zeugen und Sachverständigen wegen ihrer Gebühren und Auslagen; der Hausbeamten und des Gesindes wegen ihres Diensteinkommens; der Lehrherren hinsichtlich des Lehrgeldes; wegen der Rückstände an vorbedungenen Zinsen, an Mieths- und Pachtgeldern; wegen Rückstände von Abgaben an Privatpersonen, für z. B. Wege und Brücken; auf Erstattung von Prozesskosten von dem Gegner; auf Nachzahlung des von Seiten der Staatsbehörden gar nicht oder zu wenig Eingeforderten, oder auf Erstattung der an dieselben zu viel gezahlten Kosten, Stempel- und Porto-Gefälle, mit Ausnahme der Werthstempel, welche mehr als 1 Proz. betragen, oder zu Verträgen und Schuld-Verschreibungen zu verbrauchen sind; auf Zahlung der zur Hebung gestellten, aber rückständig verbliebenen oder kreditirten direkten oder indir. Steuern, u. aller Arten von öffentl. Staats-, Kreis-, Gemeinde- und sonstigen Gesellschafts-Abgaben und Lasten.

b. 2 Jahren: Die Forderungen der Fabrik-Unternehmer, Künstler und Handwerker, sowohl für Waaren und Arbeiten, mit Ausnahme solcher Forderungen, welche in Bezug auf den Gewerbs-Betrieb des Empfängers der Waare oder Arbeit entstanden sind, auch wegen der an ihre Arbeiter gegebenen Vorschüsse; der Lehrer für Honorare, der Fabrikarbeiter, Gesellen und gemeinen Handarbeiter wegen Lohnes; der Fuhrleute und Schiffer wegen Lohnes und Auslagen;

c. 1 Jahr: Die Forderungen auf Nachzahlung oder Zurückzahlung indirekter Steuern; Nachforderungen von Grundsteuern, sowie Gewerbe- und persönlichen Steuern im Falle gänzlicher Uebergehung; circa 3 Monate vom Tage der Bekanntmachung der Heberolle erlischt der Anspruch wegen auferlegter direkter Steuern auf Ermässigung und Befreiung, sowie auf Rückerstattung für das laufende Jahr.

[1]) R.-Ges. v. 7. Juni 1871. — [2]) Z. B. A. L.-R. I. 6. § 53. — [3]) H. G. B. Art. 349.

bindlichkeiten, keine Rechte entstehen, und die vereinzelt wieder in gemissbilligte, gesetzwidrige oder verbotene unterschieden sind. Zum Begriff einer Handlung gehört Willkür des Handelnden; wo diese fehlt ist die wahrnehmbare Form einer äusseren Handlung im rechtlichen Sinne nur eine zufällige Begebenheit.

2. Willens-Erklärungen.[1])

Litteratur: Arndts. A. a. O. §§ 58 ff. — v. Wächter. A. a. O. §§ 70—72. — Dernburg. A. a. O. § 71 ff. — Förster. A. a. O. § 25 ff. — Koch. A. a. O. §§ 102. 137 ff. — Zachariae. A. a. O.
Quellen: L. 53. *D. de V. S.* (50. 16), l. 18. *D. de poenis* (48, 19). — A. L.-R. I. 3. — B. G. B. §§ 79 ff; 116 ff; 773 ff.

Unter den erlaubten Handlungen sind besonders die Willens-Erklärungen als die vorzüglichsten Mittel, durch welche Rechte erworben, übertragen oder aufgehoben werden, hervor zu heben. Sie erfordern nicht bloss Willen, sondern auch Freiheit in der Bestimmung des Willens. Was diese freie Willens-Bestimmung zweifelhaft machen kann, ist insbesondere: Zwang und Furcht, Betrug und Irrthum.[2])

Die Willens-Erklärungen sind ihrem Dasein nach entweder gewisse oder nur vermuthete. Die gewissen Willens-Erklärungen sind wieder ausdrückliche oder stillschweigende. Ausdrücklich geschieht die Willens-Erklärung durch Worte und auch durch Handlungen, z. B. durch Zeichen. Auch stillschweigend kann sie auf gleiche Weise gegeben werden, durch Worte nämlich, wenn der Sinn derselben die gemeinte Erklärung nothwendig voraus setzt, z. B. wenn ein Pfandgläubiger in die Veräusserung des Pfandes willigt — worin ein stillschweigender Verzicht auf das Pfandrecht liegt — sowie durch Handlungen, mögen sie ommissiv oder kommissiv sein, insofern daraus die Absicht des Handelnden zuverlässig geschlossen werden kann (*facta concludentia*). Die wichtigste ommissivische Handlung ist das Stillschweigen. Davon gilt die Regel: blosses Stillschweigen gilt nur alsdann für Einwilligung, wenn der Schweigende sich erklären konnte und nach einer positiven Bestimmung dazu auch verbunden war. Denn ohne eine solche Verbindlichkeit braucht Niemand auf Fragen zu antworten.[3])

3. Rechts-Geschäfte.

Willens-Erklärungen zum Zweck der Begründung, Uebertragung oder Auflösung von Rechts-Verhältnissen nennt man Rechts-Geschäfte.[4]) Die Erfordernisse in Ansehung der Person, des Gegenstandes und der Form, ohne welche das Geschäft keine rechtlichen Wirkungen hervor bringt, oder bei deren Veränderung das Geschäft ein anderes als das beabsichtigte wird, nennt man wesentliche Bestandtheile des Geschäfts (*essentialia*). Was aus einem gültigen Rechts-Geschäft nach den gesetzlichen Bestimmungen von selbst folgt, ist das Natürliche desselben (*naturalia*), und was hieran durch Verabredung der Kontrahenten verändert, sowie was sonst noch hinzu gethan wird, sind zufällige Neben-Abreden (*accidentalia*).

Man unterscheidet die einseitigen Rechts-Geschäfte, welche, wie z. B. Geschäftsführung ohne Auftrag und letztwillige Verordnungen durch den Willen nur einer Person hervor gerufen werden, von den zweiseitigen, welche des Zusammenwirkens von 2 Personen bedürfen. Die letzteren nennt man Verträge.

Beiderlei Rechts-Geschäfte sind wieder entgeltliche (onerose), wenn jeder Theil Vortheil dabei sucht, oder unentgeltliche (lukrative) Geschäfte, wenn dieselben ihrer Natur nach nur Einen zu Gunsten des Anderen beschweren. Endlich begegnet man der Unterscheidung zwischen Geschäften unter Lebenden (*inter vivos*), d. h. solchen, welche alsbald unwiderruflich werden, und von Todes wegen (*mortis causa*), deren Unwiderruflichkeit erst mit dem Tode des Verfügenden eintritt.

4. Verträge.

a. Willens-Beschaffenheit. Insofern der Vertrag als mehrseitiges Rechts-Geschäft die gegenseitig erklärte Einigung des Willens verschiedener Personen voraus setzt, welcher auf Begründung einer Verpflichtung des Einen oder Beider zu einer obligatorischen Leistung gerichtet ist, bildet die Willens-Freiheit und -Fähigkeit auf beiden Seiten nothwendige Vorbedingung für sein Zustandekommen. Fehlt solche auf der einen Seite, so gilt das Geschäft zwar zu gunsten desselben,

[1]) A. L.-R. I. 4. — B. G. B. §§ 88—115.
[2]) M. vergl. oben S. 226, unter 5, 6.
[3]) So nach A. L.-R. I. 4 § 62, dagegen streitig nach gemeinem Recht. M. vergl. *cap.* 43, 44. in 6to (5. 12) mit 1. 142. *D. de R. J.* (50. 16). — Auch B. G. B. § 99.
[4]) B. G. B. § 88.

während seine eigene Verbindlichkeit wegfällt, sobald dem Anderen der vorhandene Mangel bekannt war.

Da Willens-Einheit verlangt wird, ist einseitige Aufforderung oder Anerbietung zur Vertragsschliessung, selbst wenn sie in ein förmliches Versprechen eingekleidet ist, unverbindlich und darf zurück genommen werden, so lange die Annahme-Erklärung noch fehlt.

Hat man sich beiderseits zum Abschluss eines Vertrages verpflichtet, so entspringt daraus unter Umständen bald ein Klage-Recht auf Vertrags-Abschluss, bald wenigstens ein Anspruch auf Schadens-Ersatz wegen nicht erfolgender Abschliessung.

Der Abschluss kann unter Abwesenden geschehen, indem sie einander ihren Willen durch Briefe oder Mittelspersonen kund thun. Ob hier das Eintreffen oder der Abgang der Antwort entscheidet, ist nach gemeinem Rechte streitig, während dass preussische Recht gesetzl. Bestimmungen[1]) enthält, u. der Anbietende abwarten muss ob innerhalb des gewöhnlichen Laufs der Posten eine Antwort eingehen konnte.

b. Inhalt. Zweck des Schuld-Vertrages ist die Hervorbringung einer Verbindlichkeit. Sein Inhalt muss also von solcher Beschaffenheit sein, dass daraus eine Verbindlichkeit entstehen kann. Deshalb können in der Regel nur eigene Leistungen versprochen werden. Zu seinem Wesen gehört ferner ein gewisser rechtlicher Zweck, der den nächsten juristischen Beweggrund enthält, aus welchem die Verpflichtung eingegangen wird (Verpflichtungs-Grund), und so zugleich den rechtlichen Charakter des Geschäfts näher bestimmt. Derselbe kann bestehen: in einer reinen Gunst-Bezeigung für den Berechtigten (Schenkung); oder in der Absicht, einem bestehenden Rechts-Anspruche zu genügen (Tilgung); oder für eine Leistung von der anderen Seite eine Rückleistung oder Gegenleistung zu gewähren, bezw. für eine Verpflichtung des anderen Theils eine Gegen-Verpflichtung zu übernehmen, oder sonst irgend welchen rechtlichen Zweck zu erreichen.

Der Verpflichtungs-Grund muss aus dem Vertrage ersichtlich sein. Beim Mangel oder Wegfall des Verpflichtungs-Grundes wird die Verpflichtung unwirksam. Der Vertrag ist nichtig, wenn er nach der ihm zu Grunde liegenden Absicht ein rechtlich unmögliches Geschäft in sich schliesst.

Hängt bei einem Schuld-Vertrage von ungewissen Umständen ab, ob er im Erfolg den Abschliessenden Verlust oder Vortheil bringt, so nennt man ihn einen gewagten (Glücks-) Vertrag, ohne Unterschied, ob Ungewissheit des Gegenstandes, oder des Ereignisses, von welchem die Gegenleistung gegen eine unbedingte Leistung abhängt, vorliegt.

Je nachdem die Verträge nur auf einer Seite oder auf beiden Verpflichtungen erzeugen, unterscheidet man einseitige und zweiseitige. Diese Unterscheidung ist nicht gleichbedeutend mit der in wohlthätige (unentgeltliche) und lästige (entgeltliche), die vielmehr darauf beruht, ob dem Vertrage die Absicht der Vergeltung für Gewährung eines Vortheils von der anderen Seite zu Grunde liegt. Es kann auch einseit. lästige Verträge geben, wie z. B. das verzinsliche Darlehn.

c. Bestärkung der Verträge. Während nach älterem[2]) Recht der Eid dem Vertrage eine grössere juristische Kraft geben konnte, fällt solches für die heutigen[3]) Rechte fort. Im Gebrauche finden sich vielmehr nur noch:

1. Draufgabe (Handgeld),[4]) welche darin besteht, dass als Zeichen eines abgeschlossenen oder abzuschliessenden Geschäfts etwas gegeben wird. Das Hingeben macht den Vertrags-Abschluss unwiderruflich. Mangels einer ausdrücklichen oder stillschweigenden anderweiten Abrede ist das Gegebene zurück zu gewähren, wenn es entweder zur Vollziehung kommt, oder der Vertrag ohne Verschulden der Parteien wieder rückgängig gemacht wird. Geht der Vertrag durch Schuld des Gebers zurück, verliert der Geber zwar die Draufgabe, kann ihren Werth jedoch auf die etwa zu gewährende Entschädigung verrechnen. Sie nimmt die Natur des Reugeldes an, wenn gegen ihren Verlust der einseitige Rücktritt gestattet wird; doch muss eine ausdrückliche dahin gehende Verabredung der Parteien vorliegen.

1) A. L.-R. I. 5 §§ 90. 94 ff.

2) *Auth. Sacramenta puberum* ad l. 1. *Cod. adv. vend.* (2. 28), cap. 1. 6. 8. 9. 15. 18. 20. 33. *X. de jurejur.* (2. 24), cap. 2 *de jurejur.* in 6to (2. 11), cap. 2 *de pactis* in 6to (1. 8), cap. 58 *de R. J.* in 6to.

3) Arndts. A. a. O. § 240. — Stobbe. Geschichte des deutschen Vertragsrechts S. 50. — Förster. A. a. O. § 81.

4) L. 35 pr. *D. de contrah. emt.* (18. 1). — A. L.-R. I. 5 §§ 205—225. — B. G. B. § 895.

2. Gerichtliche Bestätigung, welche weiterhin bei den Vertrags-Formen Besprechung findet.

5. Der Scherz im Geschäfts-Verkehr.[1])

Zur Wirksamkeit der Willens-Erklärung ist Ernstlichkeit derselben erforderlich; d. h. die Absicht des Erklärenden muss auf die vorgenommene Rechts-Handlung gerichtet sein. Deshalb sind Aeusserungen des Scherzes und der Höflichkeit wirkungslos. Man vermuthet jedoch den Ernst bei Erklärungen in Angelegenheiten seines Berufs oder Gewerbes, oder wenn die für Erklärungen solcher Art vorgeschriebene Form beobachtet worden ist. Wer auf Grund eines angeblich vorgefallenen Scherzes ein Rechts-Geschäft nicht gelten lassen und den Einwand des Scherzes erheben will, hat einen Nachweis so schlagender Umstände zu erbringen, dass bei dem Richter kein Zweifel dieserhalb übrig bleiben kann. Deshalb war vielfach der nothwendige Eid zur Ergänzung des unvollständigen Beweises ausgeschlossen. Abweichend vom gemeinen Recht überkommt im Landrechts-Gebiete derjenige, welcher einen Anderen durch ungebührlichen, d. h. einen den Umständen vernünftigerweise nicht entsprechenden Scherz zu lästigen Anstalten und Handlungen wissentlich veranlasst, die Pflicht zur Schadloshaltung. Lagen indessen Umstände vor, welche dem Andern den Mangel der Ernstlichkeit unschwer hätten erkennen lassen müssen, indem z. B. unannehmbare oder unmögliche Anhänge und Bedingungen gemacht, oder Rede-Wendungen gebraucht sind, die gemeinüblich nur für Höflichkeits-Formen gelten, so wird nach herrschendem Gerichts-Gebrauch Demjenigen, der auf solche Scherze etwas gegeben hat, ein Ersatz-Anspruch meist nur zugestanden, wenn er umgekehrt die Ueberzeugung herzustellen vermag, dass gleichwohl an der Ernstlichkeit der Erklärung nicht hätte gezweifelt werden können.

6. Simulation.[2])

Die Absicht für die äusserlich vorgenommene Rechts-Handlung fehlt insbesondere bei den simulirten Geschäften. Simulation heisst die Handlung, durch welche man mit Vorbedacht etwas Anderes ausdrückt, als man denkt. Simulirt werden kann sowohl das ganze Rechts-Geschäft, bald ohne dass ein Anderes ernstlich gewollt worden, wie z. B. ein Kauf zu dem Zwecke, um dadurch Andere zum Kreditgeben zu verleiten, bald um damit ein Verbotenes zu bemänteln, wie z. B. einen Kauf auf Wiederkauf, der zur Verdeckung eines wucherlichen Darlehns- und Pfand-Kontraktes vorgegeben wird; oder auch nur ein Theil des wirklich gemeinten Geschäfts, z. B. bei Käufen, wenn der Preis höher oder niedriger als verabredet angegeben wird. Die Simulationen bezwecken gewöhnlich die Hintergehung Anderer, oder die Defraudation schuldiger Gefälle, namentlich der Kosten und Stempel. — Regel ist: das simulirte Geschäft ist wegen Mangel des Willens null und nichtig. Ob das darunter versteckte Geschäft gültig sei, hängt davon ab, ob es erlaubt und in verbindlicher Form zu Stande gekommen. Ist nur in Ansehung eines Theils des Geschäfts eine Simulation vorgefallen, so ist zu unterscheiden, ob sie einen wesentlichen Bestandtheil, oder nur eine Zufälligkeit (Neben-Abrede) betrifft. Im ersteren Falle, z. B. wenn bei einem Kaufe der Preis unrichtig angegeben worden, gilt das Gleiche, wie wenn das ganze Geschäft simulirt und ein Anderes darunter versteckt ist. Man hat jedoch angenommen, dass ein formgemässer Kauf-Kontrakt, in welchem blos das Kaufgeld höher oder niedriger als verabredet angegeben worden, nicht aufgerufen werden könne, wenn er nach der mündlichen Abrede von beiden Seiten im wesentlichen erfüllt worden. Uebrigens gilt bei Kauf-Geschäften über bewegliche Sachen und über Grundstücke kein Unterschied; es muss daher auch der Käufer eines Grundstücks, welcher dasselbe bereits übergeben erhalten hat, den mündlich versprochenen Preis dafür zahlen, wenn er nicht, was ihm frei steht, den ganzen Kauf rückgängig machen will. In dem andern Falle hingegen gilt das Geschäft; die simulirten Neben-Abreden fallen weg und die wirklich verabredeten Neben-Bestimmungen gelten nur dann, wenn sie an sich zulässig und in die zur Verbindlichmachung erforderliche Form gebracht sind. Ausserdem werden sie als mündliche Neben-Abreden nicht beachtet und es treten die Naturalien des Geschäfts an deren Stelle. Besteht die Simulation in der Vorschiebung anderer Personen oder wird das Geschäft auf fremden Namen

[1]) L. 3. § 2. D. *de O et* A. (44. 7). — A. L.-R. I. 4 § 56. — [2]) *Cod. plus valere quod agitur* etc. (4, 22). — A. L.-R. I. 11 §§ 321—326, 20 § 237. — *C. c.* Art 911. — B. G. B. § 61.

verlautbart, so ist es, wenn ganz andere Personen als die eigentlichen Kontrahenten auftreten, ebenso, als wenn ein Geschäft zur Verdeckung eines anderen simulirt worden ist; dass sich die Kontrahenten fremde Namen geben, schadet der Gültigkeit nicht.

Das simulirte Geschäft kann durch Klage und Einrede angefochten werden. Den Beweis der stattgehabten Simulation hat Derjenige zu erbringen, der ihr Vorhandensein behauptet. Er unterliegt denselben Regeln, wie der des Scherzes. Auch dritte Personen, welche das Geschäft nicht abgeschlossen haben, können ein Anfechtungs-Recht haben, z. B. Gläubiger, zu deren Benachtheiligung Veräusserungs-Verträge geschlossen sind. Gerichtliche Verlautbarung oder Bestätigung schliesst weder den Beweis des Scherzes noch den der Simulation aus. Selbst gegen ein ergangenes Erkenntniss ist er denkbar und zulässig.[1]) Bei zweiseitigen Rechts-Geschäften ist denkbar, dass beide Theile simuliren, in welchem Falle sie dann *in solidum* den dadurch bevortheilten Dritten vollständig entschädigen müssen, gegenseitig aber aus der Simulation — wohl zu unterscheiden von dem darunter versteckten Geschäfte — gar keinen Anspruch auf Schadens-Ersatz und auch keinen Regress haben. Hat aber nur Einer simulirt, so muss er den Andern vollständig schadlos halten. — Häufig geschieht die Simulation, um den Gläubigern den Gegenstand zu ihrer Befriedigung zu entziehen. Rechts-Handlungen, welche in der dem anderen Theile bekannten Absicht, die Gläubiger zu benachtheiligen, vorgenommen werden, sind jedoch anfechtbar[2]); und zwar wird bei den innerhalb des letzten Jahres vor der Konkurs-Eröffnung abgeschlossenen entgeltlichen Verträgen des Gemein-Schuldners mit seinem Ehegatten oder nahen Angehörigen das Vorhandensein dieser Absicht dergestalt vermuthet, dass den Anfechtungs-Beklagten die Beweislast für das Gegentheil trifft. Unter Umständen, nämlich im Konkurs, kann die Simulation bald Strafbarkeit begründen, bald wenigstens ein Strafbarkeits-Kriterium abgeben.[3])

δ. Förmlichkeiten der Rechts-Geschäfte.

Litteratur: B. Hilse: Formul. f. Rechtshandl. d. freiw. Gerichtsbark. (5. Aufl. 1884).

1. Allgemeine Grundsätze.

Nach älterem Rechte hatte man feierliche Formen (Förmlichkeiten, Formalitäten, Solennitäten) von unfeierlichen zu unterscheiden. Heute haben die äussern Formen nur noch den Zweck, dem Irrthum und Betrug entgegen zu wirken, was bei den alten römischen Formen nicht der Hauptzweck war. Von den Formen gilt im heutigen Recht ziemlich allgem. die Regel: dass, wenn eine Vorschrift über die Form gegeben ist, im Zweifel angenommen wird, dass die Form zu mehrerer Sicherheit und Beglaubigung dienen, nicht aber eine Bedingung der Gültigkeit bilden solle. Bestehen zu verschiedenen Zeiten versch. Formen und kommt es auf die Gültigkeit der Handlung an, so entscheidet diejen. Form, welche damals, als die Handlung zur Vollendung kam, galt; doch mit der nicht auf die Form von Verträgen anzuwendenden Ausnahme, dass die Handlung, welche danach ungültig sein würde, als gültig geschützt wird, wenn die nach den zur Zeit des Streits geltenden Gesetzen vorgeschriebenen wesentl. Förmlichkeiten angetroffen werden. — Kenntniss der Form-Vorschriften ist deshalb für das Verkehrsleben unentbehrlich.

2. Die verschiedenen Arten.

Nach heutigem Rechte lassen sich unterscheiden: gerichtliche, notarielle, schriftliche und mündliche Abfassung.

a. Rechts-Handlungen in gerichtlicher Form. Eine Anzahl Rechts-Handlungen verlangt zu ihrem rechts-verbindlichen Zustandekommen[4]) eine Mitwirkung der Gerichte[5]) entweder durch Beglaubigen der Unterschrift, oder Ver-

[1]) M. vergl. Entsch. d. Ob.-Trib. Bd. 52 S. 1 ff. — [2]) R.-Konk.-Ordn. § 24.

[3]) R.-Konk.-Ordn. § 209 Nr. 1, 2, § 212.

[4]) Ohne vorgängiges Prozess-Verfahren findet nach dem neueren Prozess-Rechte die Zwangsvollstreckung beschränkt aus Urkunden statt, welche von einem deutschen Gerichte oder Notar innerhalb der Grenzen seiner Amts-Befugnisse in der vorgeschriebenen Form aufgenommen sind, so dass die Beobachtung der verordneten Form an praktischem Werthe gewinnt.

[5]) Aufnahme von Verhandlungen der freiwilligen Gerichtsbarkeit ist, wo sie besteht, seit Inkrafttreten des Gerichtsverfassungs-Gesetzes v. 27. Jan. 1877 (R. Ges. Bl. 41) gemäss Einf.-Ges. dazu v. 27. Jan. 1877 (R. Ges. Bl. 77) § 4, mit Preuss. Ausf.-G. v. 24. April 1878 (G.-S. 230) §§ 16, 25, 26, 28 den Amtsgerichten übertragen und zwar dergestalt, dass auch die aufgehobenen Amts-Verrichtungen der Universitäts-Gerichte, Kirchspiels-Gerichte im Lande Hadeln und Schöffen-Gerichte im Bezirke des früheren Justiz-Senats zu Ehrenbreitstein auf diese übergehen und sie gleichzeitig für die in der Rheinprovinz (rh. C.-Pr.-O. Art. 867, 872) den Handels-Gerichten und (Art. 907—915, 921—952) den Landgerichten zugewiesenen Verrichtungen zuständig werden.

lautbaren des Inhalts einer von den Vertragsschliessenden schon vorher errichteten und unterzeichneten Urkunde, oder durch Aufnahme der Willens-Erklärung durch den Richter,[1]) oder durch nachträgliche Bestätigung oder Genehmigung der von den Betheiligten abgegebenen Willens-Erklärung. Das Unterscheidende liegt darin:

Bei Beglaubigen der Unterschrift und Verlautbaren eines Vertrags hat der Richter darauf, ob die darin enthaltenen Erklärungen gesetzlich zulässig, unzweideutig gefasst, sowie frei und wohlüberlegt abgegeben sind, nicht Rücksicht zu nehmen, braucht sich vielmehr nur von der Personen-Identität der Erschienenen und ihrer Geschäfts-Fähigkeit zur Zeit des Verhandelns zu überzeugen. Bei der Unterschrifts-Beglaubigung hat er ihnen demnächst, ohne die Urkunde durchzulesen, die darunter befindlichen Unterschriften vorzuzeigen und die Erklärung entgegen zu nehmen, dass sie dieselben eigenhändig geschrieben haben. Bei der Verlautbarung muss er die Urkunde laut und deutlich vorlesen, die Handzeichen den Erschienenen vorlegen und das Bekenntniss entgegen nehmen, dass sie den Inhalt verstanden haben, zu halten Willens sind, sich zu demselben bekennen und die Handzeichen von ihnen herrühren. Ueber diese Vorgänge ist sowohl dort wie hier eine Verhandlung aufzunehmen; die Beglaubigung, bezw. Verlautbarung ist unter der Original-Urkunde zu vermerken.

Bei gerichtlichen Aufnahmen hat der Richter darauf zu achten, dass das unter seiner Mitwirkung zu Stande gekommene Rechts-Geschäft auch Aussicht auf Wirksamkeit besitzt. Er hat sich daher von der Freiheit und Ernstlichkeit des Willens der Vertragsschliessenden Ueberzeugung zu verschaffen, dieselben in geeigneter Weise über die Folgen ihrer Erklärung zu belehren und durch seine Erfahrungen zu unterstützen, endlich seine Mitwirkung zu versagen, sofern die aufzunehmende Erklärung gesetzlich unerlaubten oder gar verbotenen Inhalts ist. Auch darf er die Aufnahme ihm gesetzlich unverbindlich scheinender Willens-Aeusserungen der Vertragschliessenden mit der Bemerkung, dass deren Aufnahme gegen seine Belehrung ausdrücklich verlangt ist, versehen und dadurch seine Verbindlickeit für deren Aufnahme ablehnen. Nur vereinzelt ist die Zuziehung eines zweiten, das Protokoll führenden Gerichtsbeamten (Gerichtsschreiber) nöthig.

Die Urschriften der aufgenommenen Verhandlungen bleiben bei den Akten; die Betheiligten erhalten Ausfertigungen.

Vor der gerichtlichen Bestätigung und Genehmigung einer Willens-Erklärung endlich hat der Richter deren Inhalt und die daraus ableitbaren denkbaren Folgen, sowie die vorliegenden persönlichen Verhältnisse der Betheiligten genau und gewissenhaft zu prüfen, von der Zuträglichkeit der durch die Erklärung beabsichsichtigten Rechts-Folgen für die, seiner Genehmigung bedürfenden Betheiligten sich volle Ueberzeugung zu verschaffen und, sofern er dieselbe nicht erlangen kann, die Bestätigung und Genehmigung abzulehnen. Bestätigung und Genehmigung wird durch ein sie aussprechendes Attest hergestellt.

In welchen Fällen die eine oder andere Form der gerichtlichen Mitwirkung einzutreten hat, bestimmen die Landes-Gesetze.

b. Mitwirkung der Verwaltungs-Behörden wird gleichfalls bei einer — allerdings beschränkten — Anzahl Rechts-Handlungen verlangt.[2]) Die Thätigkeit der Letzteren erstreckt sich theils auf die Aufnahme selbst,[3]) theils auf die Prüfung und Bestätigung bereits aufgenommener.[4]) In jedem Falle ist Voraus-

[1]) Bei Truppentheilen, welche sich im Auslande befinden, oder nach der Mobilmachung ihre Standquartiere verlassen haben, gebührt den Auditeuren die Aufnahme von Verhandlungen der freiwilligen Gerichtsbarkeit; doch haben sie dabei die den Civilgerichten vorgeschriebenen Förmlichkeiten zu beachten (Ges. v. 26. Oktober 1851 [G.-S. 181] Art. VIII.; Ges. v. 8. Juni 1860 [G.-S. 240] § 1; Erl, v. 1. April 1867 [G.-S. 528]), und die aufgenommenen Verhandlungen den Civilgerichten zu übersenden. Wegen der Befugniss der Konsuln und Gesandtschafts-Kanzler dazu s. Ges. v. 29. Juni 1865 (G.-S. 681) § 1 mit V. v. 24. Juni 1867 (G.-S. 833) § 56 und 8. Nov. 1867 (B. G. B. 137) §§ 14, 16, sowie Ges. v. 10. Juli 1879 (R. Ges.-Bl. 1879) §§ 3, 12, 43).

[2]) Die ausschliessliche Zuständigkeit der Verwaltungs-Behörden zur Mitwirkung bei Rechts-Handlungen regeln in Preussen: Ed. v. 14. September 1811 (G.-S. 299) § 59; Ges. v. 15. November 1811 (G.-S. 352) § 2; Dekl. v. 29. Mai 1816 (G.-S. 177) Art. 103 mit V. v. 20. Juni 1817 (G.-S. 161) u. Ges. v. 23. Januar 1846 (G.-S. 26) § 2; Ges. v. 9. März 1874 (G.-S. 94) § 2 und Ges. v. 6. Febr. 1875 (R. Ges.-Bl. 23) §§ 3, 11.

[3]) Preuss. V. v. 20. Juni 1817 (G.-S. 172) § 65 mit V. v. 22. November 1844 (G.-S. 1845 S. 21) §§ 11, 12 mit Ges. v. 14. Juni 1859 (G.-S. 325) §§ 1 ff. — [4]) Preuss. V. v. 30. Juni 1834 (G.-S. 102) §§ 11, 13, 15, 30. 39 mit Ges. v. 19. Mai 1852 (G.-S. 383) und Ges. v. 21. April 1852 (G.-S. 258).

setzung, dass die Betheiligten einig, oder Streitpunkte vorher regulirt oder endgiltig durch richterl. Entscheidung fest gestellt sind. Deshalb ist Zuziehung eines Richters erforderlich, so oft verschiedene Interessen unter den Betheiligten obwalten, deren gegenseitige Berücksichtigung Uneinigkeiten unter ihnen befürchten lassen. Dem zugezogenen Richter fällt dann die Regulirung der Streitpunkte zu.[1]) An besondere Förmlichkeiten ist diese Art von Rechts-Handlungen nicht gebunden.

c. **Notarieller Abschluss** liegt vor, wenn bei dem Zustandekommen von Rechts-Geschäften Personen mitgewirkt haben, welche landesbehördl. damit betraut sind. Ihre Mitwirkung schafft für die Verlautbarungen öffentl. Glauben, so dass sie mit den gerichtl. gleiche Beweiskraft u. Glaubwürdigkeit geniessen; die notarielle Vertrags-abschluss-Form ist also keine schwächere als die gerichtl.; sie reicht aber für solche Rechts-Gesch. nicht aus, für die gerichtl. Abschluss vom Gesetz ausdrückl. gefordert ist. Wo notarielle Form gefordert ist, genügt fast ausnahmslos, dass die unter der anderw. zu Papier gebrachten Willens-Erklärung befindl. Unterschrift der Erklärenden notariell beglaub. werde. Umgekehrt ist vereinzelt neben der Aufnahme der Erklärung zu notariellem Protokoll eine Selbstthätigkeit des Notars zur Herstellung des Beweises einer bestimmten Thatsache erforderl., z. B. bei der Protest-Urkunde. Es lässt sich danach eine dreifache Thätigkeit der Notare unterscheiden:

a. Beglaubigung der Unterschrift unter einer bereits entworfenen u. vollzogenen Willens-Erklärung; b. Aufnahme einer Willens-Erklärung zu notarieller Verhandlung; c. selbstthätige Ermittelung eines bestimmten Sachverhalts u. Beurkundung des fest gestellten Befundes; hierher gehören die verschiedenen Arten notarieller Proteste.

Uebrigens haben Anspruch auf öffentlichen Glauben ihrer Richtigkeit, auf volle Beweiskraft nur *die* Verhandlungen, welche ein bei der Sache unbetheiligter Notar innerhalb des Gerichts-Bezirks, für den er bestellt ist, nachdem er sich über die Identität und Verfügungs-Fähigkeit der Erklärenden, sowie die Gesetzmässigkeit und Zulässigkeit des vor ihm zu verlautbarenden Geschäfts seinem Inhalte nach vergewissert hat, unter Zuziehung eines zweiten Notars oder zweier Instruments-Zeugen und bei Beobachten der verordneten Förmlichkeiten aufgenommen hat.

d. **Schriftliche Aufzeichnung** der getroffenen Willens-Vereinbarungen ist bald zur Rechts-Verbindlichkeit erforderlich, aber auch ausreichend, bald entbehrlich, z. B. nach Handelsrecht für Rechts-Geschäfte unter Kaufleuten, indem dort mündlicher Abschluss genügt. Schriftform verstösst aber auch gegen keine gesetzl. Grundsätze, so dass Rechts-Geschäfte, die an sich nicht schriftlich abgefasst zu werden brauchen, auf Grund Vereinbarung der Betheiligten schriftlich errichtet werden können, um den zu Stande gekommenen Vertrags-Willen zuverlässiger erhalten zu wissen. Eines förmlichen Vertrages bedarf es jedoch nicht; vielmehr haben *Protokolle*, *Akkordzettel*[2]) und der *Briefwechsel* gleiche Wirkung. Sofern der Protokollirende ein Beamter ist und in dieser Eigenschaft handelt, hat sein Protokoll sogar die Eigenschaft einer öffentl. Urkunde.

Einzelne Verträge sind der Schriftform unterworfen ohne Unterschied des Werthes, um den es sich handelt, andere dagegen nur bei einem Werthe von 150 M. oder darüber, oder wenn, abgesehen vom Werthe, der eine der Betheiligten die Schriftform für das Geschäft fordert; hiernach lassen sich unterscheiden:

I. unbedingt der schriftlichen Form unterworfene Rechts-Geschäfte;
II. bedingt der schriftlichen Form unterworfene Rechts-Geschäfte, und zwar:
 A. bei Werthen von 150 M. und darüber,
 B. bei dem einseitigen Verlangen eines Betheiligten;
III. von der Schriftform befreite Rechts-Geschäfte.[3])

Bei privat-schriftlicher Abfassung handelt es sich weniger um das Beobachten äusserer Formen[4]), als um Vollständigkeit und möglichst vielseitige Berücksichtigung

[1]) Preuss. Ges. v. 15. Nov. 1811 (G.-S. 352) § 5 mit A. G.-O. l. 42. § 35. — [2]) Man vergl. S. 158.

[3]) Dahin gehören die Abreden zwischen Baumeistern und Schachtmeistern oder Baugewerks-Meistern *nicht*. Sobald der Werth 150 M. erreicht oder übersteigt, sind solche *schriftlich* abzuschliessen, widrigen Falls Klage auf Erfüllung beiderseits versagt bleibt.

[4]) Der Eingang solcher Verträge pflegt dahin gefasst zu werden:

„Zwischen dem N. N. in W. und N. N. in P. ist heut nach gegenseitiger Vereinbarung folgender Vertrag zu Stande gekommen“, oder:

„Der N. N. und N, N. haben heut nachstehend. Abkommen vereinbart und geschlossen.“

Das reicht vollständig aus. Handelt es sich um eine *einseitige* Willens-Erklärung, so ist ein weitläufiger Eingang nicht nothwendig. Man kann gleich mit der Sache in direkter Rede beginnen, und unterschreibt diese Auslassung mit vollem (d. i. Vor- und Zu-) Namen.

der Lebens-Verhältnisse. Sie brauchen nur in 1 Exemplare abgefasst[1]) zu werden; dagegen ist ihre Abfassung in 2 gleich lautenden Exemplaren, von denen jeder Betheiligte eins erhält, üblich und rathsam.[2])

ε. Neben-Bestimmungen der Rechts-Geschäfte.

Nicht selten wird die Wirkung der Rechts-Geschäfte von dem Eintritt oder Ausbleiben gewisser Ereignisse (bedingt) oder Zeitpunkte (betagt) abhängig gemacht, oder der Abschluss-Zweck angegeben, oder werden Vorbehalte gemacht, oder die Rechts-Folgen gesichert.

1. Bedingungen.[3])

Bedingt ist ein Rechts-Geschäft, wenn dessen Rechts-Wirkung von dem Eintritt einer ungewissen Thatsache willkürlich abhängig gemacht wird. Es kann dies in doppelter Weise geschehen: dass die Rechts-Wirkung mit dem Ereignisse erst beginnen, oder wieder aufhören soll. Danach unterscheidet man aufschiebende oder auflösende Bedingungen. Die Bedingung kann ferner sein: a. entweder eine affirmative oder negative, je nachdem das Eintreten oder Ausbleiben eines Umstandes maassgebend ist; b. willkürliche, zufällige und gemischte, je nachdem, ob ihre Erfüllung von dem Willen des bedingt Verpflichteten ganz, oder gar nicht, oder wenigstens theilweis abhängt; b. unmöglich oder unsittlich, indem sie entweder aus natürlichen oder aus juristischen Gründen nicht eintreten kann. So lange ungewiss ist, ob das Ereigniss eintritt, schwebt die Bedingung; tritt es dagegen ein, so ist sie erfüllt. Die Erfüllung wird jedoch angenommen, obschon sie es buchstäblich nicht ist, wenn Derjenige, welchem die Nicht-Erfüllung zum Vortheil gereicht, absichtlich die Erfüllung hindert oder erschwert.

2. Zeit-Bestimmung.

Sie bezweckt entweder den Anfang oder die Dauer eines Verhältnisses zu bestimmen, kann bald in sich genau bestimmt, bald von einem künftigen, noch ungewissen Umstande abhängig sein. Ist letzteren Falls ungewiss, ob und wann jener Neben-Umstand eintritt, so wird die Bestimmung als Bedingung behandelt.

3. Zweck-Bestimmung.[4])

Sie kann in doppelter Weise vorkommen. Entweder wird die Zuwendung eines Vermögens-Vortheils an die Voraussetzung geknüpft, dass seine Verwendung in vorgeschriebener Weise geschieht, z. B. das Stipendium zu einer Kunstreise, so wird durch die Annahme der Empfänger zur Auflage verpflichtet. Oder es wird der Beweggrund für den Geschäfts-Abschluss angegeben mit der Wirkung, dass er bei Auslegung des Vertrags-Willens maassgebend sei, z. B. beim Bau-Auftrag: dass man eine für seinen Bedarf zweckdienliche Baulichkeit haben wolle.

4. Vorbehalte.

Zusätze etwa des Inhalts „unter Vorbehalt ministerieller Genehmigung“ haben die Rechts-Natur von Bedingungen. Man begegnet jedoch auch dahin zielenden Erklärungen: dass man durch die vorzunehmende Handlung gewisse Rechte nicht aufgeben, solche sich vielmehr erhalten wolle, z. B. bei der Quittung über das Kapital die noch rückständigen Zinsen sich wahrt. Dieselben sind zulässig, müssen indess ausdrücklich und vor Abschluss des Recht-Geschäfts erklärt sein.

[1]) Da die Unterschrift der Vertragschliessenden wesentliche Voraussetzung für die Rechts-Beständigkeit bildet, so fragt es sich, welchen Einfluss die von dem einen Theile einseitig ohne oder sogar gegen den Willen des anderen vorgenommene Durchstreichung seiner Namens-Unterschrift unter dem von beiden Theilen vollzogenen Vertrag auf dessen Rechts-Beständigkeit ausübt. Seitens des Landgerichts Berlin I. ist in einer Strafsache dahin erkannt, dass dadurch die Vernichtung einer Urkunde (eines Mieths-Vertrages) nicht strafrechtlich begründet werde, weil nur durch Zerreissen ein schriftlicher Vertrag rechts-unverbindlich werde. — Da jedoch ein durchstrichener Name keinen zu definirenden Namenszug bildet, so wird civilrechtlich mindestens die Beweislast wesentlich geändert und dürfte in Fällen der Nothwendigkeit der Schriftform diese Auffassung mindestens ihre starken Bedenken haben. M. vgl. hierüber B. Hilse in der Baugew. Zeitg. Jahrg. 1880 u. i. d. D. G.-Z. Bd. 5. — Durch Telegramm kann die Schriftform nur ersetzt werden, wenn die aufgegebene Depesche von dem Betheiligten selbst geschrieben, wie das O.-Trib (Entsch. Bd. 45 S. 57; Striethorst Bd. 42 S. 50) ausführt. Vgl. Förster I. S. 452; Dernburg I. S. 180; Bachmann in Scherings Arch. II. 434; Hertz in d. Anw.-Z. I. 121; Macco ebd. 237.

[2]) In einem solchen Falle lautet der übliche Schluss dahin: „Dieser Vertrag ist in 2 (3, 4 u. s. w.) gleich lautenden Exemplaren abgefasst, von denen die Betheiligten je eines erhalten haben.“ Ueber die Bedeutung dieses Zusatzes in rechtl. Beziehung, namentl. bei Abweichen d. Vertrags-Urkunden in ihrem Inhalte, s. m. B. Hilse in der Preuss. Anwalts-Zeitg. 1866, Nr. 34 S. 609 ff., 625 ff.

[3]) *D. de cond. demonstr.* (35. 1), *de cond. instit.* (28. 7.), *Cod. de instit. et substit. l.* (6. 25), *de condit. insertis* (6. 46). — A. L.-R. I. 4 § 90 — 144. — C. c. Art. 1168 ff. — B. G. B. §§ 108 ff.

[4]) D. 35. 1, *Cod.* 6. 45, 6. 55. — A. L.-R I. 4 §§ 146 — 155. — B. G. B. §§ 996, 1399.

5. Protestation.

Verwahrung gegen nachtheilige Folgen, die eine eigene oder fremde Handlung oder irgend ein anderer Vorgang für den Erklärenden haben kann, ist gegen Handlungen Dritter nutzlos, weil, wenn sie befugt sind, wir kein Recht zum Protestiren haben und Unbefugte unser Recht nicht beeinträchtigen können — gegen eigene Handlungen indess meist wirkungslos. Wichtig und wirksam ist eine solche Verwahrung nur wenn man eine Handlung vornimmt, welche nach ihrer äusseren Erscheinung oder dem Sinne, den die Gesetze ihr im Zweifel beilegen, eine bestimmte Absicht ausspricht, bei der es doch aber möglich ist, dass sie in einer anderen Absicht vorgenommen wurde, weil man dadurch die Folgen abwendet, welche bei jener Absicht eintreten würden.

6. Vertrags-Strafen.[1])

Litteratur: Förster. A. a. O. § 107. — B. Hilse. Formulare S. 422. 122.

Die Ausgleichung des aus Nicht-Erfüllung, oder aus Erfüllungs-Verzug zu erwartenden Nachtheils kann im voraus durch beiderseitige Vereinbarung dem Betrage und der Art nach fest gestellt werden. Diese Feststellung schliesst meist[2]) die Forderung eines höheren Interesses aus,[3]) wird meist den Betrag des Nachtheils übersteigen, bald unbegrenzt, bald nur bis zur doppelten Höhe[4]), und die Ausgleichung entweder für allen Nachtheil aus der gänzlichen oder theilweisen Nicht-Erfüllung, oder nur für einen bestimmten Nachtheil (z. B. den Ablieferungs-Verzug) bilden. Sie fällt weg wenn es zur Vertrags-Erfüllung kommt; oder das Geschäft rechts-ungültig war; oder die Nicht-Erfüllung von der einen Seite unverschuldet, bezw. von der Gegenseite verschuldet ist. — Als Gegenstand der Strafe kann jede Leistung bedungen werden, die vertragsmässig sein darf und dabei nicht die Ehre und Freiheit des Verpflichteten verletzt. Sie bedarf meist der Schriftform. Fälschlich wird sie vereinzelt den Bestärk.-Mitteln der Verträge beigezählt.

7. Stempelpflichtigkeit.

Litteratur: B. Hilse. Formulare f. Rechtshandl. d. freiw. Gerichtsbark., S. 478 ff. — Hoyer & Gaupp. Die preussische Stempel-Gesetzgebung.

In Schriftform zu Stande gekommene Rechts-Geschäfte unterliegen in Deutschland einer Abgabe, Stempel genannt. Dieselbe wird in der Weise erhoben, dass das abgabenpfl. Schriftstück[5]) entweder auf Stempelpapier niedergeschrieben wird oder dass Stempel-Marken aufzukleben und zu vernichten sind. Nur vereinzelt wird die Kassation der Stempel-Marken den Zahlungspflichtigen selbst überlassen; meist muss sie durch die Behörde, bezw. deren Organe (z. B. Stempel-Distributeure) geschehen, abgesehen von den zur Aufnahme öffentl. Urkunden bestellten Notaren.

Stempelpfl. sind die abgeschlossenen Rechts-Geschäfte nicht als solche, sondern nur ihrer Schriftform wegen. Lässt man sich an mündlichen Abmachungen genügen, so ist das Geschäft abgabenfrei. Der Nichtverbrauch des tarifm. Stempels bestimmt indess bei Rechts-Geschäften keineswegs ihre Rechts-Gültigkeit, erzeugt also keine Unwirksamkeit der Urkunde, schwächt nicht einmal das Klage-Recht durch Untergang der bevorzugten Beitreibungs-Form des Urkunden-Prozesses, sondern zieht nur eine Geldstrafe nach sich, die bei Reichs-Stempel den 50fachen Betrag, bei Landes-Stempel meist den 4fachen Betrag des hinterzogenen Stempel-Betrages ausmacht, während das Geschäft rechtsbeständig bleibt und seine Klagbarkeit behält.

Die Höhe der zu entrichtenden Abgabe ist keineswegs überall und für alle Rechts-Geschäfte gleich; vielmehr sind die verschiedenen Gattungen von Rechts-Geschäften verschieden hoch, bald durch eine feste Grundtaxe (meist 1,50 M.), bald durch einen aliquoten Theil des Geldbetrages, um welchen es sich bei dem Geschäfte handelt, besteuert. Ueberdies weichen die einzelnen Länder nicht nur in der Abgaben-Höhe, sondern auch bezüglich der Abgaben-Pflichtigkeit selbst von einander nicht unwesentlich ab. Es ist deshalb nothwendig, die Stempel-Tarife für das Land, in welchem der Abschluss erfolgte, zu Grunde zu legen.

Jedes Schriftstück ist nur ein Mal stempelpflichtig und zwar an dem Orte seiner Ausstellung. Es kann vorkommen, dass bei Verträgen die Betheiligten an

[1]) L. 11. D. 46. 5. — A. L.-R. I. 5 §§ 292—316, 9 § 366, 11 §§ 825, 826, 834, II. 1 § 113.
[2]) Abgesehen vom gemeinen R. nach l. 28. 47. D. 19. 1, l. 42. D. 17. 1.
[3]) A. L.-R. I 5 § 293. — B. G. B. § 14. I. 31. — M. vergl. H. G. B. Art. 284. 398.
[4]) A. L.-R. I. 5 § 301 mit B. G. v. 14. Nov. 1867. § 1. — [5]) Dies ist bei den oben, S. 157, 158 dargelegten Formen das Protokoll, der Akkordzettel, die zusagende Antwort.

verschiedenen Orten unterschreiben. Es gilt dann der Ort, wo die letzte zur Vollständigkeit der Urkunde erforderlich gewesene Unterschrift geleistet wird, als derjenige, wo die Abgabe zu leisten ist.

Wenn für ein Geschäft sowohl Reichs- als Landes-Stempel-Steuer zutreffen befreit die Zahlung der Reichs-Abgabe von der des Landes-Stempels, dagegen nicht umgekehrt die Landes-Abgabe von der Reichs-Abgabe, selbst wenn letztere die niedrigere ist.

Für Verwendung des Stempels zu sorgen ist jeder Betheiligte verpflichtet, unbekümmert darum, ob die Zahlung der Abgabe von ihm oder einem Anderen (z. B. dem Gegen-Kontrahenten) zu leisten ist. Es verfällt deshalb nicht allein der Abgabenpflichtige, sondern jeder, welcher das stempelpflichtige Schriftstück mit unterschrieben, oder von demselben Gebrauch gemacht hat, in die Stempelstrafe. Verwirkt ist die Strafe mit Ablauf der Frist, binnen welcher die Verwendung geschehen sollte sogar dann, wenn zwar ein Stempel verwendet, aber nicht vorschriftsmässig kassirt war. Ist ein geringerer als der tarifmässige Stempel verwendet, so bemisst sich die Strafe nur nach der Höhe des fehlenden Betrages.

In dem nämlichen Schriftstücke können mehrere selbständige Rechts-Geschäfte beurkundet sein, indem z. B. bei einer Werk-Verdingung der Werkmeister eine Kaution bestellt und auch einen Bevollmächtigten zur Geld-Empfangnahme ernennt. Der Stempel muss dann die Höhe erreichen, welche die Tarifsätze für die einzelnen Rechts-Geschäfte zusammen ausmachen.

Eine gewisse Schwierigkeit bietet die Höhe der Stempel-Abgabe für Bauwerk-Verdingungs-Verträge nach der neuesten Gesetzgebung in Preussen, indem im Ges. v. 6. Juni 1884, § 2, die Abgabe dahin fest gesetzt wird:

Werksverdingungs-Verträge, inhalts deren der Uebernehmer auch das Material für das übernommene Werk ganz oder theilweise anzuschaffen hat, sind, falls letzteres in der Herstellung beweglicher Sachen besteht, wie Lieferungs-Verträge unter Zugrundelegung des für das Werk bedungenen Gesammtpreises zu versteuern.

Handelt es sich bei dem verdungenen Werk um eine nicht bewegliche Sache, so ist der Werksverdingungs-Vertrag so zu versteuern, als wenn ein Lieferungs-Vertrag über die zu dem Werke erforderlichen, von dem Unternehmer anzuschaffenden beweglichen Gegenstände in demjenigen Zustande, in welchem sie mit dem Grund und Boden in dauernde Verbindung gebracht werden sollen, und ausserdem ein Arbeits-Vertrag abgeschlossen wäre. In dem Vertrage muss daher angegeben werden, wie viel von dem bedungenen Preise einerseits als Preis der erwähnten beweglichen Gegenstände in dem bezeichneten Zustande, und andererseits als Vergütung für die alsdann noch mit denselben auszuführende Arbeit anzusehen ist. Fehlt es an einer solchen Angabe, so ist der Lieferungs-Stempel nach dem bedungenen Gesammtpreise zu verwenden.

Was ist Rohmaterial beim Bau? Sind es z. B. die fertigen Tischlerarbeiten oder die zur Herstellung verwendeten Bretter? Ist bei Maler- u. Stuckarbeiten die Farbe und der Gips auszuscheiden und als Material besonders zu versteuern?

Ausführungs-Bestimmungen sind noch nicht erlassen; noch weniger hat die Praxis sich für eine bestimmte Auslegungs-Art entscheiden können. Es ist annehmbar, dass Gebäude-Theile, welche vor Einfügen in den Bau ein selbständiges Ganzes bilden, wie Schlösser, Thüren, Fenster, mit dem Werthe der fertigen Stücke als Material einzusetzen sind, während bei Fussböden, Oefen etc. nur der Werth der behobelten Bretter oder Kacheln dem Materialien-Stempel unterliegt.[1]) Es ist aber die ganze Vertrags-Summe mit dem Materialien-Stempel zu versteuern, wenn die Sonderung ihrer beiden Bestandtheile nach Material- und Arbeitswerth unterblieben war.

In Fällen, wo die volle Werth-Summe nicht sofort feststellbar ist, unterliegen die Verträge der vorläufigen Abgabe in Höhe des Vertrags-Stempels, bei Fortbestand der Nachbringung des Stempels binnen 14 Tagen nach Aufstellung der Rechnung. Verabsäumen dieser Frist begründet Strafbarkeit wegen Stempel-Hinterziehung.

η. Ausübung der Privat-Rechte.

Durch volle Ausübung werden gewisse Rechte, namentlich Forderungen selbst zerstört, während andere, z. B. dingliche Rechte, eine fortdauernde Ausübung ohne Erschöpfung ihres Inhalts ermöglichen. Ob er sein Recht überhaupt, ob er es ganz oder theilweis ausüben will, steht im Belieben des Berechtigten, davon abgesehen, dass fortgesetzte Nichtausübung bisweilen den Verlust des Rechts zur Folge hat. Die Ausübung ist nicht allein meist durch Stellvertreter zulässig, sondern selbst dann noch ungehindert, wenn sie Andern zum Nachtheile gereicht und dem Berechtigten selbst keinen Vortheil bringt. Nur in vereinzelten Verhältnissen wird eine dem Berechtigten nutzlose, einem Andern schädliche Ausübung als unbillig oder unsittlich nicht gestattet. Selbst wenn verschiedene Rechte in

[1]) Man vergl. hierzu auch Deutsch. Bauzeitg. 1884, S. 322.

der Art zusammen treffen, dass die Ausübung des einen durch die Ausübung des andern ganz oder zum Theil ausgeschlossen wird (Kollision der Rechte), kann Jeder sein Recht vollständig ausüben, soweit es ihm thatsächlich möglich ist; daher wird Derjenige, dem der Andere zuvor gekommen ist, in der Ausübung seines Rechts gehindert; sonst kann Jeder nur beschränkt durch die Mitausübung des Andern sein Recht ausüben; in manchen Fällen muss das Loos entscheiden. Wenn dagegen Jemand unbefugt die Ausübung seines Rechts sich anmaasst oder einen Andern darin beeinträchtigt, so ist eine Rechts-Verletzung vorhanden, gegen welche Diesem Schutz zu gewähren ist.

IV. Schutz und Verfolgung der Rechte.[1])

Litteratur: Fitting. Der Reichs-Civilprozess. — Eckstein. Formular-Buch zur C.-Pr.-O. — B. Hilse. Formulare für Rechtshandlungen der streitigen Gerichtsbarkeit, II. Aufl. 1883. — Von Kommentatoren sind die hervor ragenden: v. Hartmann, Petersen, Sarwey, Struckmann-Koch, Wilmowski-Levy.

Die Möglichkeit einer Verletzung oder Versagung von Rechts-Ansprüchen und die Versagung der entsprechenden Verbindlichkeiten ist nicht ausgeschlossen. Es kann nun ohne Gefahr für das Gemeinwesen als Regel nicht aufgestellt werden, dass Jeder sich selbst Recht suche und nehme. Daraus ergiebt sich die Nothwendigkeit zum Finden und Aufstellen von Formen, unter denen streitige Rechte durch Hülfe der Staatsgewalt zu unstreitigen umgeschaffen und dem Berechtigten Das verschafft werde, was den Inhalt seines Rechts ausmacht. Der obrigkeitlich anerkannte Weg, welcher dahin führt, ist das Rechts-Verfahren.

a. Verfahrens-Arten.

Seit dem 1. Oktober 1879 herrscht in Deutschsand Einheit des Verfahrens zur Geltendmachung und Verfolgung von Rechts-Streitigkeiten. Man unterscheidet gegenwärtig das gerichtliche von dem aussergerichtlichen Verfahren, und bei ersterem das Verfahren vor den ordentlichen und vor ausserordentlichen Gerichten. Zu den letzteren zählt man:

1. Die Gewerbe-Gerichte und Gewerbe-Schiedsgerichte zur Entscheidung von Gewerbe-Streitigkeiten;
2. Schiedsgerichte;
3. Schiedsmänner.

Die verschiedentlich zur Entscheidung von Verwaltungs-Streitigkeiten eingesetzten „Verwaltungs-Gerichte“ haben erst im „Verwaltungs-Recht“ Besprechung zu finden. Sprachgebräuchlich ist deshalb gerichtliches Verfahren im engeren Sinne nur dasjenige, welches sich vor den staatlich zur Entscheidung von Rechts-Streitigkeiten eingesetzten Gerichts-Behörden auf Grund der verordneten Verfahrens-Grundsätze vollzieht, so dass dann alle anderen Formen der Austragung eines Rechts-Streits unter den Begriff „aussergerichtliche“ Beilegung fallen.

b. Das ordentliche Verfahren.

α. Die Gerichts-Behörden.

Man kennt gegenwärtig Amtsgerichte, Landgerichte, Ober-Landesgerichte und das Reichsgericht.

1. Das Reichsgericht.[2])

Es ist eine Reichs-Behörde und hat seinen Sitz in Leipzig. Seine Mitglieder werden auf Vorschlag des Bundesraths vom Kaiser ernannt. Als höchster Gerichtshof für Deutschland ist es sowohl in Straf- wie in bürgerlichen Rechtsstreit-Sachen zuständig. Es entscheidet in Senaten, welche für längere Zeitdauer im voraus gebildet werden und in ihrer Mitglieder-Besetzung nicht willkürlich änderbar sind. In bürgerlichen Streitigkeiten, welche sich auf das Reichsrecht gründen, ist es bedingungslos, in solchen, die nach Landesrechten zu entscheiden sind, jedoch nur dann zum Urtheil auf Revisionen gegen Erkenntnisse der Ober-Landesgerichte zuständig, wenn für die bezügl. Länder keine besonderen obersten Landes-Gerichtshöfe bestehen; solche sind z. B. vorhanden in Bayern, Württemberg.

2. Ober-Landesgerichte.[3])

Dieselben sind Landes-Gerichtshöfe, weshalb ihre Besetzung durch Ernennungen Seitens der bezüglichen Landesherrn erfolgt. Bald umfasst ihr Bezirk mehrere

[1]) C.-Pr.-O. v. 30. Januar 1877. — G.-V.-G. v. 27. Januar 1877.
[2]) R.-Ges. v. 11. April 1877. — G.-V.-G. § 135. — E.-Ges. z. G.-V.-G. § 8.
[3]) G.-V.-G. § 123. Nr. 1. 4.

Landesgebiete (z. B. der des hanseatischen in Hamburg); bald bestehen umgekehrt für dasselbe Landesgebiet mehre Ober-Landesgerichte (z. B. in Preussen 12), in welchem Falle sich ihr Bezirk mit dem Verwaltungs-Gebiete einer Provinz zu decken pflegt. Sie sind in Straf- und bürgerlichen Streitsachen zuständig, über welche sie in getrennten Senaten entscheiden. Ihre sachliche Zuständigkeit beschränkt sich in bürgerlichen Rechtsstreit-Sachen auf die Entscheidung der Berufungen gegen erstinstanzliche Urtheile der Landesgerichte. Ihre Urtheile sind durch Revision oder Nichtigkeits-Klage an das Reichsgericht, bezw. die obersten Landesgerichte anfechtbar.

3. Landgerichte.

a. Einrichtung. Dieselben sind kollegialische Behörden, erstrecken sich meist über das Gebiet mehrer Verwaltungs-Kreise desselben Landes, greifen indess vereinzelt in mehre Landesgebiete hinein. Zu ihren Urtheilen ist die Mitwirkung von 3 oder 5 Mitgliedern nöthig, welche eine Kammer bilden.[1]) Sie erkennen nicht nur in erster, sondern als Berufungs-Behörden[2]) über Urtheile der Amtsgerichte auch in 2. Instanz. Letztere Urtheile sind unanfechtbar; diese in erster Instanz können durch Berufung an das Ober-Landesgericht angefochten werden. Ihre Mitglieder müssen in der Regel geprüfte Juristen sein. Nur bezüglich der zur Entscheidung von Handels-Sachen bei einzelnen Landesgerichten gebildeten Handels-Kammern gilt die Ausnahme, dass nur deren Vorsitzender Jurist zu sein braucht, die je 2 Beisitzer indess dem Kaufmanns-Stande entnommen werden. Die Ernennung sämmtlicher Mitglieder und der Vorsitzenden erfolgt durch den Landesherrn; die Zutheilung der einzelnen Ernannten in die verschiedenen Kammern ist dem Gerichts-Vorstande (Präsidenten) überlassen.

b. Zuständigkeit. Die Landgerichte sind zur Entscheidung in erster Instanz ausschliesslich[3]) zuständig für Rechts-Streitigkeiten: a. deren Streitwerth 300 M. übersteigt; b. unbekümmert um die Höhe des Streit-Werthes für Ansprüche gegen Reichs-Beamte, in den meisten Bundesstaaten auch gegen alle öffentl. Beamte wegen Ueberschreitung ihrer amtl. Befugnisse oder wegen pflichtwidriger Unterlassung von Amtshandlungen, ferner für solche gegen den Landes-Fiskus wegen Verschuldung von Staatsbeamten, bezw. Entrichtung von Stempel- u. Steuer-Abgaben.

4. Die Amtsgerichte.

a. Einrichtung. Dieselben sind nicht nur Urtheils-Behörden, d. h. zur Entscheidung streitiger Rechte oder begangener strafbarer Handlungen bestellt, sondern es sind ihnen überdies eine Anzahl Gerichts-Verwaltungsgeschäfte z. B. das Vormundschaftswesen, die Führung der Grundbücher und der Handelsregister wie Zwangsvollstreckungs-Geschäfte übertragen. Sie sind nur mit je 1 Richter besetzt. Manche Orte bilden indess den Sitz mehrerer Amtsbezirke; doch sind auch hier die Geschäfte der einzelnen Gerichte entweder örtlich oder sachlich derart genau abgegrenzt, dass jedes Gericht von dem anderen völlig unabhängig dasteht. Der Bezirk eines Amtsgerichts ist meist kleiner als ein Verwaltungs-Kreis. Zu Amtsrichtern können nur geprüfte Juristen bestellt werden. Ihre Bestellung geschieht durch den Landesherrn. Vielfach vereinigen sich in ihnen die Rechtsprechung in bürgerlichen Rechtsstreit- und in Strafsachen; vereinzelt ist dieselbe indess getrennt. In Strafsachen muss die Zuziehung von 2 Beisitzern aus den Gerichts-Eingesessenen erfolgen, die als solche Schöffen genannt werden, woher sich die Bezeichnung „Schöffengerichte" für die Amtsgerichte als Strafgerichte ableitet.

b. Zuständigkeit. Zur Zuständigkeit der Amtsgerichte[4]) in bürgerlichen Rechtsstreit-Sachen gehören:

1. Streitigkeiten über vermögens-rechtliche Ansprüche, deren Gegenstand an Geld oder Geldeswerth die Summe von 300 Mark nicht übersteigt, insoweit solche nicht der ausschliesslichen Zuständigkeit der Landgerichte vorbehalten wurden;

2. Streitigkeiten ohne Rücksicht auf den Werth des Streit-Gegenstandes, als hier in Betracht kommend:

a. zwischen Miethern und Vermiethern von Wohnungs- und anderen Räumen wegen Ueberlassung, Benutzung und Räumung derselben, sowie wegen Zurückhaltung der vom Miether in die Mieths-Räume eingebrachten Sachen;

[1]) G.-V.-G. § 100. 109—117. — [2]) G.-V.-G. § 71. — [3]) G.-V.-G. § 70 mit Ausf.-G. § 39. — [4]) G.-V.-G. § 23.

b. zwischen Dienstherrschaft und Gesinde, Arbeitgebern und Arbeitern, hinsichtlich des Dienst- und Arbeits-Verhältnisses;

c. selbständiger Gewerbtreibender mit ihren Gesellen, Gehülfen oder Lehrlingen, die sich auf den Antritt, die Fortsetzung oder Aufhebung des Arbeits- oder Lehr-Verhältnisses, die gegenseitigen Ansprüche, Leistungen, sowie die Ausstellung von Zeugnissen beziehen;

d. der Fuhrleute, Schiffer, Flösser, welche über Fuhrlohn, Verlust oder Beschädigung der Fracht entstehen, sowie

e. das Aufgebots-Verfahren.

Ausserdem sind der ausschliesslichen Zuständigkeit der Amtsgerichte überwiesen das Mahn- und das gerichtliche Sühne-Verfahren, unbekümmert um die Höhe des Streitwerths.

Den Parteien ist es überlassen, bei Streitigkeiten im Werthe über 300 M. das Amtsgericht durch Uebereinkommen als zuständiges Gericht zu wählen.

β. Gang des Verfahrens.

Das Verfahren in den einzelnen Instanzen (Klage-, Berufungs-, Revisions-Instanz) bietet nur unwesentliche Verschiedenheiten. Namentlich ist der Gang des Verfahrens vor den Amts- und Landgerichten bis auf den wesentlichen Umstand ziemlich gleich, dass bei den Amtsgerichten die Partei selbst auftreten darf, vor den Landgerichten sie sich jedoch durch einen Rechts-Anwalt vertreten lassen muss. Uebereinstimmend wird hier wie dort öffentlich und mündlich verhandelt; d. h. es sind die Verhältnisse, aus denen Ansprüche abgeleitet werden, und die gegnerischen Ablehnungs-Gründe frei vorzutragen, so dass nur gilt, was vorgetragen ist, und diejenigen Anführungen unberücksichtigt zu bleiben haben, welche zwar dem Gericht schriftlich vorgelegt, dagegen später nicht mehr mündlich wiederholt wurden. Daraus folgt auch die Nothwendigkeit für die Betheiligten, selbst oder durch einen Vertreter bei der Verhandlung zugegen zu sein. Das Ausbleiben Beider hat Weglegung der Sache, das des Beklagten dessen Verurtheilung im Versäumniss-Verfahren, das des Klägers nach Wahl des Beklagten entweder Weglegen der Sache, oder Abweisen im Versäumniss-Verfahren zur Folge.

1. Der Sach-Betrieb.

Das Gericht tritt nicht von Amts wegen ein, muss vielmehr von aussen her mit der Sache befasst werden. Sämmtliche Handlungen, welche die richterliche Thätigkeit veranlassen sollen, sind von Demjenigen zu betreiben, welcher daran ein Interesse hat. Der Sach-Betrieb liegt also in den Händen der Rechtsuchenden. Er zerfällt in die:

a. Klage-Erhebung, worunter alle zur Durchführung des Anspruchs bestimmten Maassnahmen des Rechtsuchenden begriffen werden; — b. Einrede, worunter die Ablehnungs-Gründe des Beklagten zusammen gefasst werden; — c. Rechtsmittel-Erhebung, d. h. Schritte zur Aenderung gefällter Rechts-Entscheide.

2. Ladung.

Damit der Richter mit der Sache befasst werde, ist die Vorführung des Gegners vor ihm nöthig. Dieselbe wird bewirkt durch eine Aufforderung Seitens Desjenigen, der solche wünscht, an den Gegner, sich an einem bestimmten Tage zur Einlassung auf die Sache bei dem Gerichte einzufinden. Danach giebt es Ladungen zur Verhandlung: auf die Klage, die Berufung, die Revision. Jede Ladung hat schriftlich zu erfolgen, muss den Zweck, zu welchem sie geschieht, enthalten, u. ist von dem Betreibenden mittels eines Gerichts-Vollziehers dem Gegner zuzustellen.

Im Einzelnen sind zu berücksichtigen:

a. Ladung. [1]) Dies ist die Aufforderung an den Gegner, zu einem seitens des Gerichts anberaumten Termine zur Einlassung auf die Klage, bezw. auf die Berufung oder Revision zu erscheinen. Im landgerichtlichen Verfahren, so wie bei Berufungen und Revision muss sie den Zusatz enthalten, dass ein bei dem Prozess-Gerichte zugelassener Anwalt zu bestellen und ihm zu benennen sei. Sie ist so wesentlich für die Erhebung der Klage, bezw. Einlegung von Rechtsmitteln, dass ihr Fehlen die Anberaumung eines Termins hindert.

b. Die Termins-Bestimmung erfolgt durch den Richter; zu diesem Zwecke wird die Klage, bezw. der betreffende Schriftsatz in der Urschrift, d. h. dem für

[1]) C.-Pr.-O. §§ 124. 193.

den Kläger bestimmten Exemplare, so wie einer Abschrift für das Gericht und so viel Abschriften als beklagte Personen sind, dem Gerichte eingereicht.

Der Amtsrichter, bezw. der Vorsitzende hat den Termin innerhalb 24 Stunden [1]) einzurücken, d. h. auf der Urschrift zu vermerken.

c. **Die Ladung und Einlassungs - Fristen.** [2]) Zwischen der Zustellung und dem Termine müssen bestimmte Fristen für den Gegner zur Vorbereitung seiner Einreden liegen. Nur wenn solche inne gehalten sind ist ein Versäumniss-Urtheil statthaft. Sie sollen im landgerichtlichen Verfahren 1 Monat, im amtsgerichtlichen 1 Woche, wenn der Beklagte ausserhalb, und 3 Tage, wenn er innerhalb des Gerichts-Bezirks wohnt, in Markt-, Mess- und Wechsel-Sachen mindestens 24 Stunden betragen, können jedoch auf Antrag des Klägers durch den Richter eine Abkürzung erfahren. Muss eine Ladung durch öffentliche Bekanntmachung erfolgen, so wird mit der Termins-Bestimmung gleichzeitig die Einlassungs-Frist nach richterlichem Ermessen fest gesetzt.

3. Die Verhandlung.

Dieselbe beginnt mit dem Aufruf der Sache, wonächst der Antragsteller seine Anträge zu begründen, der Gegner seine Ablehnungs - Gründe anzugeben hat, zuletzt der Richter sein Urtheil nach freiem Ermessen fällt. In der Verhandlung sind auch etwaige Beweis-Erhebungen zu erledigen. Die Geltendmachung von Angriffs-, Vertheidigungs- und Beweismitteln ist bis zu den vom Richter erklärten Schlusse der Verhandlung unverwehrt. Die getroffene Entscheidung ist entweder sofort bekannt zu machen, oder es muss für ihre Verkündigung ein neuer Termin anberaumt werden.

Der Verlauf der Verhandlungen ist bei den verschiedenen Gerichten im wesentlichen gleich. —

Während der vom 15. Juli bis 15. September jeden Jahres währenden Gerichts-Ferien werden Termine in der Regel nicht abgehalten. Auch verlängern sich viele Fristen dadurch, dass solche in der Ferien-Zeit nicht ablaufen. Eine Ausnahme machen die Präklusiv-Fristen, an deren fruchtlosen Ablauf die Gesetze Rechts-Nachtheile knüpfen, wie die Rechtsmittel-Fristen, indem solche auch innerhalb der Ferien ihr Ende erreichen. Ausserdem bezeichnet das Gesetz [3]) eine Anzahl Sachen mit der Wirkung als Ferien-Sachen, dass in denselben Termine auch in den Gerichts-Ferien anberaumt werden müssen. Hierzu gehören Streitigkeiten zwischen Vermiethern und Miethern von Wohnungen und anderen Räumen wegen Ueberlassung, Benutzung und Räumung derselben, sowie wegen Zurückhaltung der vom Miether in die Miethräume eingebrachten Sachen, sowie Bausachen, wenn über Fortsetzung eines angefangenen Baues gestritten wird. In allen anderen Angelegenheiten darf jedoch das Gericht, sofern sie besonderer Beschleunigung bedürfen, auf Antrag in den Ferien Termine abhalten, und muss jedenfalls auf die in den Ferien vorgelegten Sachen Termins-Bestimmung treffen. Dies ist nothwendig, weil anderen Falls Ausschliessungs-Fristen verloren gehen könnten. Es gilt dies Alles gleichmässig für das Berufungs- u. Revisions-Verfahren.

a. **Die Zustellung.** Solche ist, nachdem der Termin eingerückt, d. h. auf der Urschrift vermerkt wurde, erst zulässig und, wie angeführt, durch einen Gerichtsvollzieher zu bewirken. Sie zu veranlassen, ist Sache der Partei, mit alleiniger Ausnahme des amtsgerichtlichen Verfahrens, wo sie durch Vermittelung des Gerichtsschreibers bewirkt wird, falls nicht ausdrücklich auf der Klageschrift vermerkt wurde, dass Kläger dies selbst veranlassen wolle. Die Ausführung geschieht, falls der Wohnort des Beklagten bekannt ist, oder derselbe einen Zustellungs-Bevollmächtigten, d. h. jemanden zur Empfangnahme gerichtlicher Verfügungen bestellt [4]) hat, durch den Gerichtsvollzieher, u. z. entweder mittels Benutzung der Post oder persönlich, wenn dies letztere gewünscht wird. Ist der Aufenthalt unbekannt oder die Ladung nur durch Vermittelung von Behörden zu bewirken, so geschieht sie durch das Gericht. In diesem Falle hat der Antrag auf Ladung bezüglich Fristen-Wahrung gleiche Wirkung [5]) mit der bewirkten Ladung.

b. **Die öffentliche Ladung.** Sie geschieht mittels Bekanntmachung im Reichs- u. Staats-Anzeiger, sowie den vom Gerichte auszuwählenden Blättern und durch Aushängen an der Gerichtstafel. Ausserdem besteht noch eine Nieder-

[1]) C.-Pr.-O. § 193. m. G.-V.-G. § 202. — [2]) C.-Pr.-O. § 201. G.-V.-G. 202. — [3]) G.-V.-G. § 202. — [4]) C.-Pr.-O. § 160. 162. — [5]) C.-Pr.-O. § 190.

legung der Ladung bei der Postanstalt, welche zulässig ist, wenn der zu Ladende in der bezeichneten Wohnung nicht aufgefunden werden kann.[1])

c. **Die Zustellungs-Urkunde** ist die Bescheinigung über bewirkte Zustellung. Sie wird mit der Urschrift verbunden der betreibenden Partei übergeben, welche dadurch den Nachweis der Ladung führt. Eine Abschrift dieser erhält der Empfänger, um seinerseits sich ausweisen zu können. Die Vorlegung der Zustellungs-Urk. ist für eine Anzahl richterlichen Maassnahmen und Beurkundungen z. B. für das Versäumniss-Urtheil, zum Erlass eines Vollstreck.-Befehls u. A. m. unentbehrlich.

γ. Der Angriff.

1. Klage.

Richterliche Thätigkeit tritt nur auf Antrag Desjenigen ein, der einen Anspruch verfolgen will und als solcher Kläger heisst, gegen Denjenigen, welcher diesen Anspruch bestreitet (Beklagten). Er kann zwar ohne Vorbereitung des Gerichts an jedem ordentlichen Gerichts-Tage mündlich[2]) gestellt, pflegt aber durch Zustellung eines Schriftsatzes[3]) erhoben zu werden, dessen unerlässliche Erfordernisse sind:

a. Bezeichnung des Klägers und Beklagten nach Stand, Vor- und Familien-Namen, Wohnort und etwaigem gesetzlichen Beistand oder Vertreter;

b. Angabe des zur Verhandlung angerufenen Gerichts;

c. Gegenstand und Grund des Anspruchs;

d. Klage-Antrag, d. h. was Kläger zugesprochen verlangt, so dass er sich auch auf das Zusprechen der vorläufigen Vollstreckbarkeit des zu fällenden Richterspruchs (Urtel, Erkenntniss) erstrecken muss, falls solches verlangt wird;

e. Ladung des Gegners, d. h. Aufforderung zum Erscheinen vor dem Gericht.

Derselbe kann indess auch beliebige weitere Ausführungen zur Begründung des Anspruchs enthalten, in welchem Falle man von „vorbereitendem Schriftsatze" spricht.

Uebrigens kann auf beiden Seiten eine Personen-Mehrheit sein, wenn nämlich entweder Mehre gemeinsam einen Anspruch verfolgen, oder mehre Verpflichtete zu derselben Leistung verbunden sind. Auch kann der Beklagte einen Gegen-Anspruch klagend geltend machen und die Gegen-Verurtheilung des ursprünglichen Klägers verlangen. Man spricht dann von Widerklage, in welchem Falle der frühere Beklagte gleichzeitig Widerkläger, der frühere Kläger Widerbeklagter heisst.

Im amtsgerichtlichen Verfahren darf die schriftliche Klage durch entsprechende Erklärung zu Protokoll des Gerichtsschreibers ersetzt werden.[4])

Die Klage-Anstellung bewirkt Rechtshängigkeit, welche die nochmalige gleichzeitige Verhandlung der Streitfrage vor einem anderen Gerichte abschneidet, und unterbricht die Verjährung und Ersitzung.[5])

a. **Klage-Grund und Gegenstand** Im nämlichen Verfahren können gleichzeitig mehre Streitigkeiten zum Austrage gebracht werden und zwar in Form der:

1. Widerklage, bei welcher es sich um gegenseitige Ansprüche handelt;

2. Klage-Verbindung[6]) (Kumulation), welche vorliegt, wenn der nämliche Kläger gegen denselben Beklagten aus einem oder mehren Rechts-Verhältnissen verschiedene Ansprüche hat, z. B. der Vermiether wegen unterlassener Miethszahlung auf den Miethszins und auf Exmission, oder der Baumeister wegen verschiedener Leistungen und Aufträge gegen den nämlichen Bauherrn, die er gleichzeitig entschieden sehen will Eine solche ist statthaft, wenn selbst die einzelnen Ansprüche auf verschiedenen Gründen beruhen, sofern nur für sie sämmtlich das Prozess-Gericht zuständig und dieselbe Prozess-Art zulässig ist. Dagegen ist unstatthaft, die Verbindung der Besitz-Klage mit derjenigen, durch welche das Recht selbst geltend gemacht wird.

3. Streit-Genossenschaft,[7]) welche ausführbar ist, falls verschiedene Personen aus dem nämlichen Rechtsgrunde selbständige Ansprüche aus einer unerlaubten Handlung gegen dieselbe Person haben und diese, dass mehre Kläger sich zur gemeinsamen Verfolgung ihrer selbständigen Ansprüche verbinden.

[1]) C.-Pr.-O. § 167.

[2]) C.-Pr.-O. § 461, ist jedoch ungebräuchlich und schwer ausführbar, weil der Gegner anwesend sein müsste.

[3]) C.-Pr.-O. §§ 230, 460. — [4]) Ebenda § 451. — [5]) Ebenda § 235[3], §§ 240, 241, 242. — [6]) Ebenda § 232. — [7]) Ebenda §§ 36, Nr. 3, 56 ff., 434, 438.

4. Prozess-Verbindung,[1]) zu der es kommt, wenn seitens des Gerichts Verbindung mehrer bei ihm anhängiger Prozesse derselben oder verschiedener Parteien zum Zweck der gleichzeitigen Verhandlung und Entscheidung in dem Falle angeordnet wird, dass die Ansprüche, welche den Gegenstand dieser Prozesse bilden, im rechtlichen Zusammenhange stehen, oder in einer Klage hätten geltend gemacht werden können.

Daraus erhellt, dass der Rechtstitel, aus welchem der Kläger seinen Anspruch ableitet, auf welchen er also sein Recht begründen will, seiner Entstehung, seiner Höhe und seiner Fälligkeit nach, genau bezeichnet, sowie dass seine Beziehung zu den Rechtsstreit-Parteien dargethan werden muss. Es gehört dazu namentlich auch der Nachweis der:

a. Aktiv-Legitimation, d. h. dass das beanspruchte Recht auch wirklich dem Kläger zustehe;

b. Passiv-Legitimation, d. h. die Darlegung der Gründe, aus welchen die Verpflichtung gerade den Beklagten treffen soll.

b. Klage-Arten. Die Klagen sind entweder persönliche, d. h. aus einem bestehenden Rechts-Verhältnisse gegen den daraus Verpflichteten gerichtet, oder dingliche auf Verfolgung dinglicher Ansprüche gegen den jetzigen Besitzer der verpflichteten Sache mit der Wirkung angestrengt, dass der jeweilige Rechts-Nachfolger die Entscheidung gegen sich gelten lassen muss. — Sie können auf die Verurtheilung zur Gewährung vertretbarer oder unvertretbarer Sachen, auf Leisten oder Unterlassen einer Handlung, auf Anerkennung eines Rechts, kurz auf alles, was Gegenstand des Rechts sein kann, gerichtet sein. Besonderer Art sind die Präjudizial-Klagen, durch welche zunächst nur die Anerkennung eines Schuld-Verhältnisses oder Zustandes erstrebt wird, ohne die ziffermässige Höhe der Leistung schon zu kennen, z. B. die Ersatz-Verbindlichkeit aus der Haftpflicht als solche.

c. Klage Aenderung. Die angestrengte Klage kann ohne Einwilligung des Gegners nicht geändert werden. Dies gilt indess nur von dem Klage-Grunde. Werden unter dessen Aufrechterhaltung nur: 1. die thatsächlichen oder rechtlichen Anführungen ergänzt oder berichtigt; 2. der Klage-Antrag in der Hauptsache oder in Bezug auf Neben-Forderungen erweitert oder beschränkt; 3. statt des ursprünglich geforderten Gegenstandes wegen einer später eingetretenen Veränderung ein anderer Gegenstand oder das Interesse gefordert, so wird dies nicht als Klage-Aenderung angesehen und ist statthaft. Einverständniss des Beklagten zur Klage-Aenderung wird rechtsvermuthet, wenn er auf die veränderte Klage sich einliess. Eine Anfechtung der Entscheidung, dass eine Klage-Aenderung nicht vorliegt, ist unzulässig.

d. Betheiligung Dritter am Rechts-Streite. Bisweilen will Jemand, falls er im schwebenden Rechts-Streite unterliegt, auf einen Dritten zurück gehen und diesen für das in Anspruch nehmen, wozu er durch das ergangene Urtheil verpflichtet wird. Deshalb muss dieser 3. Betheiligte in dem schwebenden Rechts-Streite zugezogen werden können, damit er seine Gerechtsame vertrete, oder um auf diese Weise ihm für den späteren Rechts-Streit die Einrede ungenügender u. ungeeigneter Wahrnehmung seiner Interessen abzuschneiden. Dies geschieht durch:

1. Haupt-Intervention[2]), welche Demjenigen zusteht, der die Sache oder das Recht, worüber unter anderen Personen ein Rechts-Streit anhängig geworden ist, ganz oder theilweise für sich in Anspruch nimmt und durch Klagen gegen beide Parteien verfolgt, während welcher das Haupt-Verfahren ruht.

2. Neben-Intervention[3]) Desjenigen, welcher ein rechtliches Interesse daran hat, dass in einem zwischen anderen Personen anhängigen Rechts-Streite, die eine Partei obsiege und ihr deshalb beitritt; dieser Beitritt kann bis zur rechtskräftigen Entscheidung in jeder Lage des Rechts-Streits und selbst mit Einlegung eines Rechts-Mittels erfolgen, und zwar durch Zustellung eines Schriftsatzes.

3. Streit-Verkündung[4]) an Denjenigen, an welchen für den Fall des ungünstigen Ausgangs des Rechts-Streits ein Anspruch auf Gewährleistung oder Schadloshaltung erhoben werden soll. Auch sie geschieht durch Zustellung eines Schriftsatzes, ist bis zur rechtskräftigen Entscheidung zulässig und auch dem Streit-Verkündeten noch gegen seine Vormänner gestattet.

[1]) C.-Pr.-O. § 138. — [2]) Ebenda § 61. — [3]) Ebenda § 63. — [4]) Ebenda § 69.

e. Gerichtsstand. Die Klage darf nur bei dem zuständigen Gerichte erhoben und durchgeführt werden, indem nur das für die Sache sachlich und örtlich zuständige Gericht für den gesetzlichen Richter gilt. Ihm darf Niemand wider seinen Willen entzogen werden. Demnach muss in jedem Falle untersucht werden, ob der Beklagte unter dem mit der Sache befassten Gerichte steht, also dort seinen Gerichtsstand hat. Der örtliche Gerichtsstand bestimmt sich entweder nach der Person des Beklagten, oder nach dem Streit-Gegenstand, so dass er weiter ein persönlicher oder dinglicher ist. Man unterscheidet ausserdem Gerichtsstand des Wohnsitzes, Aufenthalts, der Niederlassung, des Vermögens, der unerlaubten Handlung.[1])

Der dingliche Gerichtsstand wird durch die Beziehungen zu einer unbeweglichen Sache bestimmt.[2]) Als solcher ist für Klagen, durch welche das Eigenthum, eine dingliche Belastung, oder die Freiheit von einer solchen geltend gemacht wird, für Grenzscheidungs-, Theilungs- und Besitz-Klagen das Gericht ausschliesslich zuständig, in dessen Bezirke die Sache belegen ist. — Betrifft die Klage eine Grund-Dienstbarkeit oder eine Reallast, so ist der Gerichtstand des dienenden oder belasteten Grundstücks entscheidend. — In dem dinglichen Gerichtsstande kann mit der hypothekarischen Klage die Schuldklage, mit der Klage auf Löschung einer Hypothek die Klage auf Befreiung von der persönlichen Verbindlichkeit, mit der Klage auf Anerkennung einer Reallast die Klage auf rückständige Leistungen erhoben werden, wenn die verbundenen Klagen gegen denselben Beklagten gerichtet sind. Ebenso können persönliche Klagen, welche gegen den Eigenthümer oder Besitzer einer unbeweglichen Sache, als solchen gerichtet werden, sowie Klagen wegen Beschädigung eines Grundstücks oder in Betreff der Entschädigung wegen Enteignung eines Grundstücks im dinglichen Gerichtsstande erhoben werden.

Widerklage[3]) kann bei dem Klage-Gerichte erhoben werden, wenn der Gegen-Anspruch mit dem in der Klage geltend gemachten Anspruch oder mit den gegen denselben vorgebrachten Vertheidigungs-Mitteln im Zusammenhang steht. Dies trifft nicht zu, wenn die Zuständigkeit des Gerichts für eine Klage wegen des Gegen-Anspruchs auch durch Vereinbarung nicht würde begründet werden können.

f. Rechtshängigkeit.[4]) Sie entsteht durch die Klage-Erhebung und bewirkt, dass: a. alle Folgen des bürgerl. Rechts, welche an den Ablauf einer Frist geknüpft sind, beseitigt,[5]) mithin die Verjährung unterbrochen und Präklusions-Fristen, wie solche z. B. die Versicherungs-Polizen enthalten, gewahrt werden, was früher schon durch Klage-Anmeldung geschehen konnte, für welche das neuere Recht jedoch keine Formen mehr kennt; b. wenn während der Dauer dieser von einer Partei die Streitsache anderweit anhängig gemacht wird, die Einrede der Rechtshängigkeit vom Gegner erhoben werden kann; c. eine Zuständigkeit des Prozess-Gerichts durch eine Veränderung der sie begründenden Umstände nicht berührt wird.

Während durch die Rechtshängigkeit das Recht der Partei nicht eingeschränkt wird den in Streit befangenen Gegenstand zu veräussern, hat sie dennoch zur Folge, dass der neue Erwerber an Stelle seines Rechts-Vorgängers in den Rechts-Streit in der Lage eintritt,[6]) in welcher er zur Zeit des Erwerbs sich befand, so dass z. B. der Käufer eines Grundstücks die gegen seinen Vorbesitzer gerichteten Klagen und ergehenden Urtheile gegen sich gelten lassen muss, gleichwie die Zwangs-Vollstreckung aus solchen gegen ihn erfolgt.

g. Klage-Rücknahme[7]) darf mit Zustimmung des Beklagten jederzeit bis zur Urtels-Fällung, ohne diese Zustimmung jedoch nur bis zum Beginn der mündlichen Verhandlung erfolgen und ist durch einen Schriftsatz zu bewirken,

[1]) Es müssen danach verklagt werden: persönliche Schuldner im Gericht-Bezirk ihre Wohnsitzes; Militairpersonen des Garnisonorts; Lehrlinge, Gewerbegehülfen, Dienstboten des Aufenthaltsorts; Aufenthaltslose oder im Auslande weilende des letzten Wohnorts im Inlande; Gemeinden, Korporationen, Genossenschaften, Gesellschaften, Innungen, Stiftungen etc., falls deren Statuten nicht einen anderen bestimmen, des Orts, wo die Verwaltung geführt wird; der Fiskus in diesem des Amtssitzes der ihn vertretenden Behörde. Ausserdem ist der Ort der Handels-Niederlassung, der Vertrags-Erfüllung, der Erbschaft und der Mess- und Markt-Ort bestimmend, sowie für Personen, welche einen festen Aufenthalt im Inlande nicht haben, dasjenige Gericht zuständig, in dessen Bezirk sich Vermögen derselben befindet, M. s. a. O. § 13 ff.

[2]) C.-Pr.-O. § 25. — [3]) Ebenda § 33. — [4]) Ebenda § 235 ff. — [5]) Ebenda § 239. — [6]) Ebenda § 237. — [7]) Ebenda § 243.

welcher zugestellt werden muss. An dem Buchstaben fest haltend, pflegen die Gerichte dann solche als nicht bewirkt anzusehen, wenn der Nachweis der Zustellung unterblieb. Sie hat zur Folge, dass die Rechtshängigkeit aufhört, mit ihr folgeweise auch alle Wirkungen derselben, also z. B. die Unterbrechung der Verjährung. Ferner folgt daraus die Kostenpflicht des Klägers u. das dem entsprechende Recht des Beklagten, für den Fall, dass die Klage von neuem erhoben wird, seine Einlassung auf dieselbe so lange zu verweigern, bis die Kosten jener gezahlt wurden.

δ. Die Vertheidigung.

Zur Widerlegung und Entkräftung des Klage-Anspruchs kann der Beklagte: a. entweder sich auf gänzliches oder theilweises Bestreiten der Klage-Behauptungen (Abstreiten) beschränken; b. oder selbständige neue Thatsachen vorbringen, bei deren Bewahrheitung der Klage-Anspruch seine Berechtigung verlieren würde (Einrede erheben); c. oder unter Zugeben des Sachverhalts blos die daraus abgeleiteten, ihm nachtheiligen Rechts-Folgerungen bekämpfen.

Er kann dies alles entweder bis zum Verhandlungs-Termine versparen, oder vorher schriftlich in einem vorbereitendem Schriftsatze bewirken, welcher dem Kläger zuzustellen und abschriftlich bei Gericht nieder zu legen ist. Ein solcher Schriftsatz ist nothwendig und zwar binnen $^2/_3$ der Frist zwischen Zustellung und Termins-Tag zuzustellen, wenn thatsächliche Einreden erhoben werden, weil andern Falls Kläger einen neuen Termin auf Kosten des Beklagten fordern darf. Die Einreden heissen zerstörliche (peremptorische), wenn sie zu einer Abweisung der Klage an und für sich führen müssen, hemmende (dilatorische), wenn sie nur die vorüber gehende Abweisung rechtfertigen (z. B. Stundung), weil die Wirksamkeit des Klage-Anspruchs zur Zeit ausgeschlossen ist, endlich Prozess hindernde, wenn sie sich darauf beschränken, dass, unbekümmert um die Frage, ob der Klage-Antrag berechtigt sei, Beklagter sich auf den Rechts-Streit nicht einzulassen braucht. Prozess hindernde Einreden[1]) sind bei Vermeidung ihres Verlustes gleichzeitig und in der Regel vor Beginn der Verhandlung zur Hauptsache geltend zu machen; alle andern können jederzeit beliebig erhoben werden, selbst noch in der Berufungs-, aber nicht mehr in der Revisions-Verhandlung.

Man spricht auch von Beweis-Einreden, worunter Einwendungen gegen die Zulässigkeit einer Beweis-Antretung oder die Glaubwürdigkeit eines Beweis-Mittels des Gegners zu verstehen sind. Ihr Vorbringen geschieht meist erst gelegentlich der Beweis-Aufnahme. Sie können thatsächlicher, oder rein rechtlicher Natur sein, je nachdem durch sie selbständige, die Beweis-Fähigkeit entkräftende Thatsachen erbracht werden, z. B., dass ein Zeuge eidesunfähig erklärt, eine Urkunde gefälscht sei, oder nur bei den vorhandenen That-Umständen die rechtliche Unzulässsigkeit ihrer Verwerthung als Beweis-Mittel behauptet wird.

ε. Beweis.

Ob eine Thatsache wahr sei oder nicht, entzieht sich der Selbst-Wahrnehmung des Erkenntniss-Richters. Sein Ausspruch hat indess die Richtigkeit der sachlichen Behauptungen zur Voraussetzung, weil der Sachverhalt den Untersatz für sein Urtheil bildet. Deshalb muss sein mangelndes Selbstwissen durch äussere Mittel ergänzt werden, die man Beweis-Mittel nennt. Sie bezwecken das richterliche Wissen in thatsächlicher Hinsicht herzustellen. Als solche gelten:

1. Richterlicher Augenschein,

d. h. jede amtliche Sinnes-Wahrnehmung des Richters, z. B. Besichtigung eines Bauwerks, ohne Unterschied, ob sie beantragt oder von Amts wegen erfolgt war.

[1]) Es sind dies: 1. Unzuständigkeit des Gerichts, d. h. die Einrede, dass das angerufene Gericht entweder überhaupt nicht zuständig, oder dem Beklagten gegenüber nicht zulässig sei. 2. Unzulässigkeit des Rechtsweges, d. h,, weil über den der Klage zu Grunde liegenden Umstand der Rechtsweg ausgeschlossen sei. 3. Rechtshängigkeit, indem bereits ein Verfahren schwebe, in welchem über denselben Anspruch unter denselben Parteien verhandelt werde. 4. Bisher unterbliebene Erstattung der Kosten des früheren Verfahrens, darauf begründet, dass Beklagter sich nicht eher auf den Rechts-Streit einzulassen brauche, als bis ihm die Kosten eines von dem Kläger früher angestrengten erstattet seien, wozu dieser infolge seines Unterliegens verbunden ist. 5. Mangelnde Sicherheit für die Prozesskosten, welche ein im Auslande wohnender Kläger zu bestellen hat. 6. Mangelnde Prozessfähigkeit, bezw. der gesetzlichen Vertretung, darauf begründet, dass Beklagter selbst nicht vor Gericht auftreten könne, auch sein gehöriger Vertreter nicht für ihn geladen sei.

Diese Einreden bewirken, dass erst nach ihrer Beseitigung in der Hauptsache verhandelt werden kann.

2. Zeugen.

Es sollen dies unbetheiligte Personen sein, welche dem Richter etwas von ihnen selbst Wahrgenommenes mittheilen. Sie haben ihre Aussage meist zu beeiden. Ihre Vernehmung erfolgt im Beisein der Parteien durch das Gericht. Der Zeugniss-Pflicht kann man sich nur unter gewissen gesetzlichen Voraussetzungen entziehen. Auf einen vorgeschlagenen Zeugen darf man nur bis zu Beginn seiner Vernehmung verzichten. Vorgeschlagen kann der Zeuge auch über andere, als die in sein Wissen gestellten Thatsachen vernommen werden.

3. Sachverständige.

Von ihnen wird die zur richtigen Beurtheilung eines gewissen Sach-Verhalts erforderliche, besondere Sachkenntniss verlangt, durch welche sie das in dieser Hinsicht mangelhafte Erkenntniss-Vermögen des Richters unterstützen sollen. Ihre Auslassung, die beeidet werden muss, heisst Gutachten; ihre Auswahl hängt vom Ermessen des Richters ab, der dabei an die Parteien-Vorschläge nicht gebunden ist. Ein Sachverständiger kann nur aus gleichen Gründen, wie ein Richter, abgelehnt werden[1]) und darf, wenn er sich zur Erstattung von Gutachten vor Gericht bereit erklärt hat, oder für solche Gutachten öffentlich bestellt ist, oder seinem Berufe nach die erforderliche Sachkenntniss besitzt Abgabe des Gutachtens nur aus denselben Gründen verweigern, aus denen ein Zeuge das Zeugniss weigern darf. Solche Gründe sind, wenn man: 1. in der Sache selbst Partei ist, oder betreffs dieser zu einer Partei in dem Verhältnisse eines Mitberechtigten, Mitverpflichteten oder Regrespflichtigen steht; 2. Ehemann der Partei oder 3. mit der Partei in gerader Linie verwandt, verschwägert oder durch Adoption verbunden, in der Seitenlinie bis zum 3. Grade verwandt oder bis zum 2. Grade verschwägert ist, auch wenn die Ehe nicht mehr besteht; 4. Prozess-Bevollmächt. oder Beistand oder gesetzlicher Vertreter der Partei ist; 5. Zeuge oder Sachverständiger ist; 6. in einer früheren Instanz mitwirkte. Wie der Richter, kann auch der Sachverstdige auf Antrag der Partei wegen Besorgniss der Befangenheit abgelehnt werden. Das Gutachten darf schriftlich erstattet werden und ist angemessen zu vergütigen.[2])

4. Urkunden.

Man unterscheidet öffentliche, d. h. vom Gericht, einer Behörde, Notar oder einer sonstigen mit öffentlichem Glauben ausgestellten Person zu Stande gebrachte, von Privat-Urkunden. Letztere bedürfen wieder des Beweises ihrer Echtheit, der durch Eid geführt werden kann. Beweiskräftig sind nur die Urschriften oder Ausfertigungen, dagegen jedenfalls nicht unbeglaubigte Abschriften. Zu ihrer Vorlegung sind die Parteien jedenfalls verpflichtet. Unter Umständen können auch dritte Unbetheiligte im Wege eines besonderen, gegen sie gerichteten Verfahrens (Editions-Verfahren) zur Vorlegung ihnen gehöriger Urkunden gebracht werden. Uebrigens haben nicht blos Schriftstücke, sondern auch andere Gegenstände, z. B. Zeichnungen, Pläne, Kerbhölzer unter Umständen Urkunden-Eigenschaft.

5. Eid.

Durch feierliche Wort-Formel (Anrufung Gottes zum Zeugen der Wahrheit und Rächer der Unwahrheit) bekräftigtes Partei-Vorbringen soll der Richter für wahr halten, sobald er diesen Eid selbst abnahm. Man unterscheidet den freiwilligen (welcher wieder ein zugeschobener oder zurück geschobener sein kann) von dem nothwendigen, welchen der Richter zur Ergänzung mangelhaften Beweises fordert, auf welchen deshalb zu erkennen ist und dessen Abnahme nur auf Grund eines Urtheils erfolgen kann. Er ist ein Wahrheits-Eid, wenn er dahin geht, dass eine Thatsache wahr oder unwahr sei, oder ein Ueberzeugungs-Eid, dass man die Thatsache für wahr halte.

6. Beweispflicht.

Derjenige muss beweisen, welcher eine Thatsache vorgebracht hat, also der Kläger die Klage, der Beklagte die Einwands-Behauptungen. Verabsäumt er solches, so wird sein Vorbringen für nicht angebracht, bezw. die Thatsache als widerlegt angesehen. Welche Thatsachen und durch welche Mittel sie zu beweisen seien, sowie wen die Beweis-Last treffe, hat auf Grund der Haupt-Verhandlung der Richter durch Beschluss (Beweis-Beschluss) auszusprechen.

[1]) C.-Pr.-O. § 371 mit §§ 41. 42. — [2]) Ebenda § 378.

7. Beweis-Aufnahme.

Dieselbe erfolgt in der Regel erst nach geschlossenem Haupt-Verfahren über den anhängigen Rechts-Streit, entweder vor dem Erkenntniss-Gericht oder durch einen dazu ersuchten Richter.

8. Sicherung des Beweises[1])

oder „Beweis-Aufnahme zum ewigen Gedächtniss", wie solche nach der alten Rechts-Bezeichnung gemeinüblich heut noch genannt wird, kann indess schon vor eingeleitetem Rechts-Streit stattfinden, und muss dies z. B. im Zwangsenteignungs-Verfahren nach ergangenem Dringlichkeits-Beschlusse geschehen, so oft ein Beweis durch richterlichen Augenschein, durch Sachverständige oder Zeugen geführt werden soll und der Verlust des Beweis-Mittels durch drohenden Untergang der Sache oder Verlust der Person zu besorgen ist. Das Gesuch ist beim Amtsgericht anzubringen, muss die Thatsachen, über welche, sowie die Beweis-Mittel, durch welche Beweis erhoben werden soll, enthalten und entweder die Zustimmung des Gegners beibringen oder den Grund glaubhaft machen, aus welchem die Gefahr des Verlustes oder der erschwerten Benutzung des Beweis-Mittels droht. Die Entscheidung über das Gesuch, kann ohne vorher gegangene mündliche Verhandlung erfolgen. Die Bewilligung hat die Kraft eines unanfechtbaren Beweis-Beschlusses. Die Beweis-Aufnahme geschieht nach den gewöhnlichen Regeln. Die gewonnenen Beweis-Verhandlungen können später auch gegen den Antragsteller benutzt werden.

ζ. Urtel und Vergleich.

Dass Ergebniss des Rechts-Streites stellt das Urtel fest. Dasselbe ist der Schluss aus dem fest gestellten Sachverhalt (Untersatz) und der anzupassenden Rechts-Regel (Obersatz).

Es ist nun möglich, dass der Sachverhalt nicht die sämmtlichen Kriterien enthält, unter denen die beanspruchte Berechtigung zusprechbar war, so dass keineswegs jeder Rechts-Streit zu einem Obsiegen des Klägers zu führen braucht. Je nachdem, ob das Urtel den Rechts-Streit abschliesst, oder nur eine Vorfrage entscheidet, werden End- und Zwischen-Urtel unterschieden. Eine Abart des ersteren ist das Theil-Urtel, welches nur über einen Theil der erhobenen Ansprüche entscheidet, während wegen des Ueberrestes noch weiter verhandelt wird. Das End-Urtel ist entweder bedingt, wenn es die ausgesprochenen Folgen von der Leistung oder Nichtleistung eines Eides abhängig macht, oder unbedingt. Es kann dem Kläger jedes Verlangen ganz zubilligen, oder ganz absprechen, oder theilweis zu- und theilweis absprechen. Seinem Inhalte nach führt es also zur Verurtheilung, oder zur Abweisung, oder theilweis zu beiden zugleich.

Ist es wegen Ausbleiben des Gegners im Verhandlungs-Termin gefällt heisst es Versäumniss-Urtel; liegt ihm ein Anerkenntniss des Beklagten zu Grunde, Anerkenntniss-Urtel. Auch das Versäumniss-Urtel kann erweisend ausfallen.

In formeller Hinsicht muss jedes Urtel enthalten, ausser der Bezeichnung der Parteien und des Erkenntniss-Gerichts:

1. Den Thatbestand, d. h. eine gedrängte Darstellung des Sach- und Streitstandes, auf Grund der mündlichen Partei-Vorträge, unter Hervorhebung der gestellten Anträge. — 2. Die Entscheidungs-Gründe, d. h die maassgebend gewesenen rechtlichen Erwägungen und Rechts-Grundsätze. — 3. Die Urtels-Formel, d. h. die Entscheidung in kurzer und bestimmter Fassung.

Die Abfassung erfolgt schriftlich; die Urschrift bleibt bei den Akten, während die Parteien auf ihren Antrag Ausfertigungen erhalten.

Ein verkündetes Urtel darf von dem erlassenden Gerichte nicht mehr geändert werden, während eine Berichtigung von Schreib- oder Rechen-Fehlern und sonstigen ähnlichen Ungenauigkeiten auf Antrag zulässig ist.

Ebenso darf binnen 1 Woche die Aenderung des That-Bestandes wegen vorgefallener Ungenauigkeiten, Widersprüche u. s. w. verlangt werden.

Uebrigens braucht es nicht immer zum Urtel zu kommen. Vielfach werden schwebende Streitigkeiten durch einen vor dem Erkenntniss-Gericht zu Stande gekommenen Vergleich erledigt. Derselbe ist vollstreckbar. Die Vollstreckungs-Urkunde bildet die mit dem Attest der Vollstreckbarkeit versehene Gerichts-Verhandlung, in welcher der Vergleich protokollirt ist.

[1]) C.-Pr.-O. § 447 ff.

η. Rechtskraft.

Eine feste Geltung gleich als Recht erhält das Urtel erst durch die Rechtskraft, die äusserlich die Betheiligten an das Urtel bindet, so dass sie dasselbe durch Einspruch oder Rechtsmittel nicht mehr anfechten können und den Inhalt des Urtels an Stelle des ursprünglichen Rechts-Verhältnisses treten lässt, auf welches die Betheiligten nicht mehr zurück greifen können.

Sie entsteht nach erfolgter Zustellung entweder sofort, falls Rechtsmittel nicht mehr eingelegt werden können, andern Falls mit Ablauf der Rechtsmittel-Frist. Mithin ist Urtels-Zustellung nöthig, welche von Dem zu bewirken ist, welcher an dem Entstehen der Rechtskraft ein sachliches oder rechtliches Interesse hat.

Die Rechtskraft beschränkt sich meist nur auf die Prozessführenden.

ϑ. Die Rechtsmittel.

Rechtsmittel sind solche prozessualischen Mittel, durch welche noch nicht rechtskräftig gewordene Entscheidungen vor einem höhern Gericht angefochten werden können. Sie bestehen in der Berufung, der Revision und der Beschwerde. Berufung und Revision sind Rechtsmittel gegen ergangene Entscheidungen 1., bezw. 2. Instanz. Die Beschwerde dient zur Anfechtung mannigfaltiger anderer Entscheidungen, deren relativ geringe Bedeutung einfache Formen für die Anfechtung und ihre Erledigung als angemessen erscheinen lässt. Ausserdem giebt es Maassnahmen, welche mehr darauf gerichtet sind, die Wirkung richterlicher Erlasse zu beseitigen. Dahin gehören: Einspruch, Widerspruch, Wieder-Einsetzung.

1. Widerspruch.[1])

Er ist die von einem Beklagten gegen einen ihm zugestellten Zahlungs-Befehl im Mahn-Verfahren, bezw. gegen einen Beschluss, durch welchen ein Arrest angeordnet wird, gerichtete Erklärung, welche im ersteren Falle formlos ist, im zweiten eine Ladung des Gegners enthalten muss, welche die Gründe aufführt, aus denen der Beschluss angefochten wird.

2. Einspruch.[2])

Er findet nur gegen ergangene Versäumniss-Urtheile, bezw. Vollstreckungs-Befehle im Mahn-Verfahren statt, ist an eine Nothfrist von 2 Wochen vom Tage der Zustellung gebunden und erfolgt durch Einlegen eines Schriftsatzes, der enthalten muss: 1. die Bezeichnung des Urtheils, gegen das der Einspruch gerichtet ist; 2. die Erklärung, dass hiergegen Einspruch eingelegt wird; 3. die Ladung zur mündlichen Verhandlung. Er bewirkt Zurück-Versetzung der Sache in den früheren Stand.

3. Wieder-Einsetzung.[3])

Dieselbe kann innerhalb 2 Wochen Derjenige nachsuchen, welcher in Folge eingetretener Natur-Ereignisse eine Nothfrist versäumte, jedoch auch nur längstens bis zum Ablauf von 1 Jahr, vom Ende der Nothfrist beginnend. Desgleichen kann innerhalb 1 Monat Derjenige sie nachsuchen, der spätestens 3 Tage vor dem Ablauf einer Frist ein Schriftstück dem Gerichtsvollzieher, bezw. dem Gerichte übergab, von welchem die rechtzeitige Vermittelung verabsäumt wurde. Sie erfolgt durch Zustellung eines Schriftsatzes, der enthalten muss: 1. die Angabe der solche begründenden Thatsachen; 2. desgl. der Mittel für deren Glaubhaftmachung; 3. die Nachholung der versäumten Prozess-Handlung, oder wenn sie bereits nachgeholt ist, die Bezugnahme hierauf. Die Wieder-Einsetzung gehört vor das in der Hauptsache zuständige Gericht.

4. Beschwerde.[4])

Man kennt die einfache und die weitere Beschwerde. Sie kann nur in Fällen eingelegt werden, in denen sie durch besondere gesetzl. Vorschrift für zulässig erklärt ist, und über sie entscheidet das zunächst höhere Gericht. Sie unterliegt dem Anwalts-Zwange, ausser gegen Kosten-Verfügungen, in welchen die Partei sie formlos einlegen darf, wird bei dem Gericht, gegen welches sie gerichtet ist, eingelegt, welches sie dem vorgesetzten Gerichte abgiebt. Die Entscheidung kann ohne mündliche Verhandlung erfolgen.

[1]) C.-Pr.-O. §§ 634, 804. — [2]) Ebenda §§ 303 ff. 474, 640. — [3]) Ebenda § 211 ff.

[4]) Es sind dies die Fälle der C.-Pr.-O. § 46 Abs. 2; 68 Abs. 2; 97 Abs. 3; 99 Abs. 3· 118, 126 Abs. 3; 229, 290 Abs. 3; 301, 345 Abs. 3; 352 Abs. 3; 355 Abs. 3; 371 Abs. 5; 374 Abs. 2; 604 Abs. 1; 619 Abs. 2; 621 Abs. 3; 639 Abs. 2; 701, 813 Abs. 4; 829 Abs. 3. — Konk.-O. § 66 Abs. 3. — R.-A.-O. §§ 35, 36 Abs. 2. — G.-V.-G. §§ 4 Abs. 2· 16 Abs. 2; 47 Abs. 2; 48 Abs. 2. — Geb.-O. f. G.-Vollz. § 22. — Geb.-O. f. Zeugen und Sachverst. § 17 Abs. 3. — Von einer anderen Art von Beschwerde ist die Rede in G.-V.-G. §§ 160, 183. (S. Begr. z. G.-V.-G.-Entw. § 130 in Abs. 2.)

5. Berufung.[1])

Gegen erst-richterliche End-Urtheile des Amtsgerichts ist sie bei dem Landgericht, gegen solche des Landgerichts bei dem Oberlandes-Gericht innerhalb der Nothfrist von 1 Monat seit Urtheils-Zustellung durch Ladung des Gegners vor das Berufungs-Gericht, einzulegen; sie kann nachträglich gerechtfertigt werden.

6. Revision.[2])

Diese ist nur gegen Urtheile der Oberlandes-Gerichte bei dem Reichs-Gericht, bezw. obersten Landes-Gericht gleichfalls innerhalb 1 Monat nach Zustellung des Berufungs-Urtheils einzulegen. Sie ist nur statthaft, wenn: 1. der angefochtene Betrag 1500 M. übersteigt; 2. die Entscheidung nach G.-V.-G. § 70 ausschliesslich den Landgerichten zusteht; 3. unbekümmert um den Streitwerth es sich um Zuständigkeit des Gerichts, bezw. die Unzulässigkeit des Rechtsweges, oder Unzulässigkeit der Berufung handelt.

Die Beschwerde-Punkte sind anzuführen und zu begründen. Nur insoweit dies geschehen, wird der Gerichtshof mit der Sach-Berathung betraut.

7. Berufungs- und Revisions-Anschluss.

Wird Berufung oder Revision eingelegt, so erlangt dadurch der Gegner das Recht, seinerseits sich dem anschliessen zu dürfen, selbst wenn für ihn die Nothfrist schon abgelaufen war. Durch die Gerichts-Ferien wird der Fristenlauf für Einlegung des Rechtsmittels nicht gehemmt, so dass innerhalb derselben der Schriftsatz zugestellt sein muss.

8. Nichtigkeits-Klage und Restitution.

Rechtskräftige Erkenntnisse können auf doppeltem Wege noch angefochten werden, nämlich durch:

a. Nichtigkeits-Klage,[3]) wenn das erkennende Gericht nicht vorschriftsmässig besetzt war, oder ein Richter bei der Entscheidung mitgewirkt hat, welcher von der Ausübung des Richter-Amts kraft des Gesetzes ausgeschlossen, oder wegen Befangenheit abgelehnt war, oder wenn die Partei in dem Verfahren nicht vorschriftsmässig vertreten war und der Anfechtungs-Grund nicht durch Berufung geltend gemacht werden konnte.

b. Restitutions-Klage in den Fällen, dass der Gegner der Leistung des das Urtheil begründenden Eides sich einer groben Verletzung der Eidespflicht schuldig gemacht hat; eine dem Urtheile zu Grunde liegende Urkunde gefälscht war; ein meineidiger Zeuge oder Sachverständiger auf den Ausgang der Entscheidung eingewirkt hat; das Urtheil durch eine strafwürdige Handlung der Gegenpartei oder ihres Vertreters erwirkt wurde; einem mitwirkenden Richter die Verletzung seiner Amtspflichten gegen die Partei zur Last fällt; ein die Entscheidung bedingendes strafgerichtliches Urtheil aufgehoben, bezw. durch ein anderes beseitigt wurde; endlich die Partei-Urkunden oder ein früher ergangenes rechtskräftiges Urtheil wieder aufgefunden hat und solches eine Aenderung der Entscheidung nach sich ziehen muss.

Beide Klagen sind innerhalb 1 monatlicher Nothfrist seit Bekanntwerden der Anfechtungs-Gründe einzulegen und zwar bei demjenigen Gerichte, dessen Entscheidung aufgehoben werden soll. Mit Ablauf von 5 Jahren seit Rechtskraft des Urtheils sind sie jedoch unstatthaft.[4])

ι. Zwangs-Vollstreckung.

Sogar aus dem Urtel darf man sich noch nicht selbst Recht nehmen, muss sich vielmehr der Beihülfe der Gerichte oder staatlich dazu bestellter Personen, die Gerichtsvollzieher heissen, bedienen. Sie führen im Auftrage des Obsiegenden das Urtel aus, sobald es vollstreckbar ist. Die Vollstreckbarkeit ist eine endgültige oder vorläufige. Letztere muss ausdrücklich ausgesprochen sein und ist nur beschränkt[5]) zulässig, kann auch durch Sicherstellung abgewendet werden.

[1]) C.-Pr.-O. §§ 472 ff. — [2]) Ebenda §§ 507 ff. — [3]) Ebenda §§ 542 ff. — [4]) Ebenda § 549. —

[5]) Für vorläufig vollstreckbar zu erklären sind:

a. von Amts wegen: 1. Urtheile, welche auf Grund eines Anerkenntnisses eine Verurtheilung aussprechen, oder 2., welche den Eintritt der in einem bedingten End-Urtheile ausgedrückten Folgen aussprechen; 3. ein zweites oder ferneres Versäumniss-Urtheil, welches zur Hauptsache in derselben Instanz gegen dieselbe Partei ergeht; 4. Urtheile, welche im Urkunden oder Wechsel-Prozesse erlassen werden, oder 5., durch welche Arreste, oder einstweilige Verfügungen aufgehoben werden, oder 6., welche eine Verurtheilung zur Entrichtung von Alimenten (verte!)

Dass ein Urtel vollstreckbar sei, muss aus demselben hervor gehen. Es muss deshalb die Urkunde über ein End-Urtel, das nicht für vorläufig vollstreckbar erklärt worden, den Vermerk enthalten, dass Rechtskraft eingetreten sei; dieser ist falls Rechtsmittel möglich waren, nur auf Grund des Vorvermerks Seitens der Gerichtsschreiberei des höheren Gerichts ertheilbar, dass es innerhalb der Nothfrist zur Einlegung des zulässigen Rechtsmittels nicht gekommen war.

Die Zwangs-Vollstreckung geschieht in das bewegliche Vermögen durch Pfändung, d. h. dadurch, dass ein Vermögens-Stück zum Zweck der Befriedigung als Pfand erklärt und behandelt wird; in Geld-Forderungen, sowie in Ansprüche auf Herausgabe oder Leistung körperlicher Sachen, und in unkörperliche Vermögens-Stücke durch Beschlagnahme und Ueberweisung Seitens des Vollstreckungs-Gerichts; in Grundstücks-Erträgnisse durch Zwangs-Verwaltung; in die Substanz der Grundstücke durch Zwangs-Verkauf (Subhastation). Personalhaft[1]) ist nur zur Erzwingung eines Offenbarungs-Eides[2]) u. sonstiger Handlungen zulässig.

Von mehreren Gläubigern hat derjenige das Vorrecht, welcher zuerst pfändete. Gewisse Forderungen z. B. künftiges Arbeitslohn[3]) der Gewerbe-Gehülfen und Gehalt der im Gewerbe angestellten Beamten sind der Pfändung bald ganz entzogen, bald ihr nur sehr beschränkt unterworfen.

Liegt Unmöglichkeit zur Befriedigung sämmtlicher Gläubiger aus den Vermögens-Beständen vor, so kommt es zum Konkurs-Verfahren, dessen Darstellung indess dem Zweck vorliegender Arbeit zu fern liegt.

ϰ. Arrest und einstweilige Verfügung.

Zur Sicherung künftiger Zwangs-Vollstreckung ist die Beschränkung Jemandes in seiner freien persönlichen Bewegung (persönlicher) oder in der Verfügung über Vermögens-Stücke (dinglicher Arrest)[4]) durch Verfügung des Gerichts möglich. Das entsprechende Gesuch unterliegt nicht dem Anwalts-Zwang, muss den Anspruch und Arrest-Grund bezeichnen, die glaubhaft gemacht sein sollen, widrigen Falls dem Gesuch nur gegen Sicherheits-Bestellung stattgegeben werden kann. Er kann durch Hinterlegung abgewendet werden; auch darf man ihm widersprechen.

Zu einstweiligen Verfügungen[5]) kann es kommen, wenn entweder Veränderungen des bestehenden Zustandes zu besorgen sind, durch welche die Verwirklichung des Rechts einer Partei auf den Streit-Gegenstand vereitelt, bezw. wesentlich erschwert werden würde, oder um hinsichtlich eines streitigen Rechts-Verhältnisses einen einstweiligen maassgebenden Zustand herzustellen. So kann durch solche z. B. Stützung eines Gebäudes geboten, Benutzung eines Weges verboten werden. Zuständig zu ihrem Erlasse ist das Gericht der Hauptsache, nur ausnahmsweise das Amtsgericht. Welche Maassregeln zur Ausführung des Zweckes zu treffen sind, hat das zuständige Gericht nach freiem Ermessen zu bestimmen.

λ Besondere Verfahrens-Arten.

Hervor zu heben sind schliesslich von den besonderen Verfahrens-Arten noch:

1. Das Sühne-Verfahren.[6])

Dasselbe besteht darin, dass man Denjenigen, gegen welchen ein Anspruch besteht, zu dem Zwecke einer Beilegung durch Vergleich ladet. Ausbleiben des Beklagten bewirkt die Beendigung des Verfahrens, hebt indess die durch seine Einleitung eingetretene Unterbrechung der Verjährung nicht auf, so dass jenes sich empfiehlt, um eine Unterbrechung herbei zu führen.

(d. h. Reichnissen zum Zwecke des Lebens-Unterhalts) aussprechen, so weit die Alimente für die Zeit nach der Erhebung der Klage und für das vorher gehende letzte Vierteljahr zu entrichten sind;

b. auf Antrag: Urtheile, welche betreffen: 1. Streitigkeiten zwischen Vermiethern und Miethern von Wohnungs- oder anderen Räumen wegen Ueberlassung, Benutzung oder Räumung derselben, sowie wegen Zurückbehaltung der vom Miether in die Miethsräume eingebrachten Sachen, oder 2. zwischen Dienstherrschaft und Gesinde, zwischen Arbeitgebern und Arbeitern hinsichtlich des Dienst- und Arbeits-Verhältnisses, sowie die im § 108 der Gew.-Ord. bezeichneten Streitigkeiten, insofern dieselben während der Dauer des Dienst-, Arbeits- oder Lehr-Verhältnisses entstehen, oder 3. zwischen Reisenden und Wirthen, Fuhrleuten, Schiffern, Flössern, oder Auswanderungs-Expedienten in den Einschiffungs-Häfen, welche über Wirthszechen, Fuhrlohn, Ueberfahrts-Gelder, Beförderung der Reisenden oder ihrer Habe, oder über Verlust oder Beschädigung der letzteren, sowie Streitigk. zwischen Reisenden u. Handwerkern, welche aus Anlass der Reise entstanden sind, endlich 4. über andere vermögensrechtl. Ansprüche, falls der Gegenstand der Verurtheilung an Geld oder Geldeswerth die Summe von 300 M. nicht übersteigt.

[1]) C.-Pr.-O. §§ 355, 774 ff., 782 ff. — [2]) Ebenda §§ 711, 769 ff. — [3]) R.-Ges. v. 21. Juni 1869. — [4]) C.-Pr.-O. §§ 796 ff. — [5]) Ebenda §§ 814, 819, 584, 613. — [6]) Ebenda § 471.

2. Das Mahn-Verfahren.[1])

Es ist nur wegen Ansprüche an Geld oder vertretbare Sachen zulässig. Unbeschadet der Forderungs-Höhe kann bei dem Amtsgericht des Wohnorts des Schuldners unter Angabe des Rechts-Grundes, der Höhe und der Fälligkeit der Forderung ein Zahlungs-Befehl im Mahn-Verfahren beantragt werden. Der erlassene Befehl ist dem Beklagten zuzustellen, welcher binnen 14 Tagen Widerspruch erheben darf. Geht solcher rechtzeitig ein, so muss Kläger innerhalb 6 Monaten den Beklagten vor das sachlich zuständige Gericht laden, bei Werthen über 300 M. also vor das Landgericht. Wird nicht widersprochen, so darf nach Frist-Ablauf der Vollstreckungs-Befehl beantragt und erlassen werden, welcher die Wirkungen eines vollstreckbaren End-Urtels hat. Versäumt Kläger die rechtzeitige Klage-Erhebung, so gehen die bis dahin bestandenen Wirkungen der Rechtshängigkeit unter.

3. Urkunden-Prozess.[2])

Wenn sämmtliche zur Begründung der Klage dienenden Thatsachen durch Urkunden erweisbar sind, ist der Urkunden-Prozess zulässig, sofern es sich um Zahlung einer bestimmten Geldsumme oder die Leistung einer bestimmten Quantität anderer vertretbarer Sachen oder Werthpapiere handelt. Der Klage sind sämmtliche Urkunden in Abschrift beizufügen. Dem Beklagten sind nur solche Einreden gestattet, welche durch Urkunden oder Eid erweisbar sind; das Urtheil ist von Amts wegen vollstreckbar. Nicht blos öffentliche, d. h. gerichtlich oder notariell aufgenommene, sondern auch Privat-Urkunden, d. h. von der Partei ausgehende, genügen. Letzteren Falls ist über deren Echtheit Eides-Antrag zulässig. Eine Art des Urkunden-Prozesses ist der Wechsel-Prozess. Bis zum Erlass eines erstrichterlich. Urtheils ist d. Urkunden-Proz. in den ordentl. Prozess umwandelbar.

c. Ausserordentliche Rechts-Verfahren.

α. Gewerbe-Gerichte.[3])

Streitigkeiten der selbständigen Gewerbtreibenden mit ihren Gesellen, Gehülfen und Lehrlingen aus dem beiderseitigen Verhältnisse, sowie solche der Hülfskassen mit ihren Mitgliedern sind den ordentlichen Gerichten entzogen. Sie sind durch die Gemeinde-Behörden zu entscheiden, wofern nicht besondere Behörden dazu bestellt, oder durch Orts-Statut Schiedsgerichte, aus Arbeitsgebern und Arbeitsnehmern gebildet, damit betraut sind.

Gegen die ergangenen Urtheile steht den Betheiligten binnen 10 Tagen Berufung auf den Rechtsweg durch Erheben (also Zustellen der Klage) zu, ohne dass jedoch die vorläufige Vollstreckung dadurch gehindert wird.

Die Entscheidung pflegt auf Grund mündlicher, unmittelbarer Verhandlung zu geschehen; Leitung und Betrieb der Sache besorgt die Gemeinde-Behörde. Zur Einleitung reichen ziemlich formlose Anträge (Klagen) gemeinüblich aus.

β. Schieds-Gerichte.[4])

Streitfragen können durch freie Vereinbarung der Betheiligten (Schieds-Vertrag) der Entscheidung durch ein oder mehrere beliebige Personen als Schiedsrichter unterstellt und dadurch dem ordentlichen Richter entzogen werden. Die Besetzung der Gerichte, Auswahl der Richter ist dem freien Ermessen der Betheiligten mit der Beschränkung überlassen, dass sie nicht auf Personen fallen darf, die als Richter abgelehnt werden dürfen. Ausnahmsweise kann auf Antrag der betreibenden Partei das zuständige Gericht die Ernennung vornehmen. Die Art des Verfahrens ist bis auf den Umstand, dass es jedenfalls zum Hören der Parteien kommen muss, dem freien Ermessen der Schiedsrichter überlassen, wenn die Betheiligten nicht etwa eine abweichende Vereinbarung getroffen haben.

Der Schieds-Spruch ist schriftlich abzufassen, unter Angabe des Abfassungs-Tages 3 Mal auszufertigen, durch den Gerichtsvollzieher zuzustellen und demnächst in der mit der dritten Ausfertigung herzustellenden Zustellungs-Urkunde auf der Gerichtsschreiberei des zuständigen ordentlichen Gerichts nieder zu legen. Diese Vorschrift ist öffentlich rechtlicher Natur, also nicht abänderlich. Urschrift und Ausfertigung sind stempelpflichtig; für Verwendung d. Stempels ist jeder Schiedsrichter verantwortl., nicht blos der Obmann.

[1]) C.-Pr.-O. §§ 628 ff, 637. —
[2]) Ebenda § 555.
[3]) R.-Gew.-O. § 127. — R.-Ges.. v. 15. Juli 1883.
[4]) C.-Pr.-O. § 851. ff.

Der wie angegeben zugestellte Schieds-Spruch hat die Wirkung eines rechtskräftigen gerichtlichen Urtheils, und ist blos durch eine Nichtigkeits- oder Restitutions-Klage bei dem zuständigen Gericht beschränkt[1]) anfechtbar. — Um vollstreckt werden zu können, muss die betreibende Partei bei dem Gericht, wo der Spruch niedergelegt wurde, Klage auf Erlass des Vollstreckungs-Urtheils anstrengen, über die im ordentlichen Verfahren verhandelt wird.

γ Schiedsmanns-Vergleich.[2])

Wo das Institut der Schiedsmänner besteht, ist die Möglichkeit zu einer Erledigung von Streitigkeiten durch ihre Vermittelung geboten, sobald die Betheiligten einig sind, dies durch Vergleich zu thun. Die Schiedsmänner sind nämlich zu Vergleichs-Abschlüssen in vermögens-rechtlichen Streitigkeiten befugt, während ein Entscheidungs-Recht ihnen abgeht. Durch sie aufgenommene Vergleiche sind vollstreckbar. Ihre Thätigkeit tritt fast kostenlos ein. Es empfiehlt sich dieser Weg deshalb in Fällen, wo schnelle Erlangung eines vollstreckbaren Titels zwischen den Betheiligten wünschenswerth ist.

d. Selbsthülfe.

Litteratur: Arndts. A. a. O., § 94. — Dernburg. A. a. O., § 122. — Förster. A. a. O., § 49. — Koch. A. a. O., §§ 206—208. — Zachariae. A. a. O., § 263, No. 4.

Sein gutes Recht darf man gegen Verletzung auch durch eigene Macht schützen, sofern diese nicht durch Rechts-Vorschrift beschränkt ist und man an sich rechtswidriger Handlungen sich enthält. Selbst Gewalt anzuwenden ist zur Abwehr einer versuchten rechtswidrigen Aenderung bestehender Verhältnisse erlaubt, sofern jene nur in den Schranken der Vertheidigung gegen drohendes Unrecht bleibt, d. i. im Umfange der Nothwehr. Unerlaubt aber ist es, zur Befriedigung einer Forderung Sachen des Schuldners ohne dessen Willen und ohne richterliche Ermächtigung in Besitz zu nehmen. Selbst nicht die Veräusserung zum Pfande gegebener Sachen ist dem Pfändungs-Gläubiger gestattet. Eine Ausnahme erleiden diese Bestimmungen, wenn die Eigenmacht wegen Unzulänglichkeit der richterlichen Hülfe angewendet wurde, um einen sonst drohenden unwiederbringlichen Verlust abzuwenden. Es gewähren deshalb die Gesetze z. B. dem Vermiether ein Recht zum Zurückbehalten der vom Miether in die Wohnung eingebrachten Gegenstände wegen des Miethzinses, dem Handwerker zum Einbehalt der Sachen, an denen er seine Arbeit geleistet, wegen des Arbeitslohnes. Man nennt dies Retentions-Recht.[3])

e. Sicherung der Rechte.

Litteratur: Arndts. A. a. O. § 93. — Dernburg. A. a. O. § 145 ff. — Förster. A. a. O., § 48. — B. Hilse. A. a. O. II S. 142, 150. — Zachariae. A. a. O. §§ 311 ff.

Die Möglichkeit einer Verletzung giebt Anlass zu besonderen juristischen Maassregeln, um die künftige Anerkennung von Rechts-Ansprüchen und Erfüllung der entsprechenden Verbindlichkeiten zu sichern: Kautionen im weitern Sinne. Zu diesem Zwecke können:

1. Privatrechts-Geschäfte dienen: Kautionen[4]) im eigentlichen Sinne, welche entweder nur eine grössere Sicherheit, rücksichtlich der rechtlichen Begründung und Anerkennung eines Rechts-Anspruchs gewähren: Verbal-Kautionen, oder zugleich auch sichernde Mittel der Verwirklichung desselben darbieten: Real-Kautionen. Das erste kann geschehen: a. durch blossen Vertrag, und ist dann zum Zwecke der Beweis-Erleichterung verwerthbar, oder: b. durch eidlich bestärktes Versprechen, welches den Verpflichteten wenigstens im Gewissen stärker bindet; dagegen ist z. B. das Ehrenwort meist nicht erlaubt. Das andere kann geschehen entweder: durch Bürgschaft, wodurch dem Berechtigten die Möglichkeit gegeben wird, nöthigen Falls noch andere Personen, als den eigentlich Ver-

[1]) Gründe sind: 1. wenn das schiedsrichterliche Verfahren unzulässig war; 2. wenn der Schieds-Spruch eine Partei zu einer verbotenen Handlung verurtheilt hat; 3. wenn die Partei in dem Verfahren nicht nach Vorschrift der Gesetze vertreten war, voraus gesetzt, dass sie nicht die Prozessführung ausdrücklich oder stillschweigend genehmigt hat; 4. wenn der Partei in dem Verfahren das rechtliche Gehör nicht gewährt war; 5. wenn der Schieds-Spruch nicht mit Gründen versehen ist; 6. wenn die Voraussetzungen vorliegen, unter welchen in den Fällen von C.-Pr.-O. § 543 No. 1—6 die Restitutions-Klage stattfindet.

[2]) z. B. in Preussen; s. i. B. Hilse. A. a. O. II. S. 277.

[3]) Das französisch-rechtliche Vorzugsrecht der Baumeister, Bau-Unternehmer und -Arbeiter am Grundstücks-Erlös wegen des Arbeitslohns hat die Eigenschaft eines solchen nicht. C. c. Art. 2103. No. 9.

[4]) Tit. Inst. 3 18, 4. 11, D. 2. 8, 46. 5, Cod. 2. 57. — A. L.-R. I. 14. §§ 178 ff. — B. G. B. §§ 136 ff., 617 ff.

pflichteten, wegen Befriedigung seiner Ansprüche zu belangen, und welche in subsidiäre und selbstschuldnerische unterschieden wird, je nachdem man sich nur wegen des Ausfalls, oder ohne weiteres an den Bürgen halten kann, oder b. durch Pfandrechte,[1]) vermöge deren ihm der Werth bestimmter Sachen für seine Befriedigung Sicherheit giebt. Auch kann: c. einer befürchteten Verletzung vorgebeugt werden durch Hinterlegung[2]) eines Gegenstandes bei einem Nichtbetheiligten. Die Verbindlichkeit zur Kautions-Leistung aber kann entweder durch Privat-Willen, Vertrag oder letztwillige Verfügung begründet sein, oder durch Rechts-Vorschrift. Die Art der zu leistenden Kaution bestimmt sich durch die Auslegung der betreffenden Bestimmung; manche Personen sind aber in dieser Beziehung gesetzlich begünstigt.

2. Richterliche Verfügungen und zwar:

a. Arrest, welcher schon oben, S. 276 behandelt worden ist.

b. Vormerkungen im Grundbuch, um das Recht auf Auflassung, oder auf Eintragung des Eigenthums-Uebergangs, oder das Recht zur Eintragung des Eigenthums, oder das Recht auf Eintragung eines dinglichen Rechts zu erhalten.

c. Sperr-Vermerke im Grundbuch, zur Verhinderung nachtheiliger Belastungen und Maassregeln.

d. Sequestration und Administration, d. h. Anweisung an Jemand behuf deren Verwaltung zur Sicherung von Rechts-Ansprüchen in den Besitz eines fremden Vermögens oder einzelner Vermögens-Gegenstände zu treten. Der Immitirte hat ein Recht auf Detention des Gegenstandes zum Zwecke der Bewahrung und Beaufsichtigung, so lange der Grund der Immission besteht, und wird darin durch besondere Rechtsmittel geschützt.

V. Das Eigenthum und seine Erwerbs-Arten.

Litteratur: Arndts. A. a. O. § 130 ff. — v. Wächter. A. a. O. § 118 ff. — Gerber. A. a. O. § 72—102. — Dernburg. A. a. O. § 181 ff. § 215. — Förster. A. a. O. — Koch. A. a. O. § 232 ff. — Zachariä. A. a. O. §§ 193 ff.

a. Begriff und Inhalt des Eigenthums.

Eigenthum heisst das Rechts-Verhältniss, welches in der rechtlichen Herrschaft einer Person über eine Sache in ihrer Totalität besteht und seiner Natur nach unbeschränkt und auschliesslich ist.

Nach römischer Rechts-Ansicht nur an körperlichen Sachen denkbar, haben neuere Rechte seinen Begriff auf unkörperliche Sachen ausgedehnt, so dass Eigenthum gleichbedeutend mit „Vermögen" wird.

Inhaltlich unterscheidet man im Eigenthum zwei Bestandtheile: Unbeschränktheit, vermöge der man volle Gewalt über die Sache hat, damit zu thun, was man will, und Ausschliesslichkeit, vermöge der man Andere von ihrem Gebrauch abhalten kann. Man zerlegt es in die Befugniss, über die Substanz der Sache zu verfügen (Proprietät), die sich äussern kann, sie entweder zu behaupten (Besitz), oder weg zu geben (Veräusserungs-Recht), und die Sache zu seinem Vortheil zu gebrauchen (Gebrauchs- oder Nutzungs-Recht).

b. Das Grundeigenthum.

α. Besonderheiten.

Hervor zu heben als Eigenthums-Gegenstand ist der Grund und Boden, weil sich hier besondere Verhältnisse gestalten können. Deshalb hat stets und allerwärts das Grundeigenthum eine sorgfältigere Behandlung im Volks-Bewusstsein und Volksrechte gegenüber dem Eigenthum an beweglichen Sachen erfahren.

In der Auffassung wurzelnd, dass das Eigenthums-Recht nicht qualitativ als die Anwartschaft auf die Gesammt-Herrschaft der Sache bestimmt, sondern quantitativ nach dem Umfange der Befugnisse des Berechtigten bemerkbar sei, unterschied man Ober- und Untereigenthum[3]) an der nämlichen Sache, worauf mehrere selbständige Rechts-Einrichtungen, z. B. Lehnrecht, Erbzins beruhen.

Man unterschied ferner in Fällen, wo das nämliche Grundstück einer Mehrheit von Personen zustand, das Gesammt-Eigenthum, wonach jedem Betheiligten ein Eigenthum an der ganzen Sache zustehen sollte, von dem Mit-Eigenthum, wonach Jedem nur ein verhältnissmässiger Antheil gebührt. In richtiger Erkennt-

[1]) A. L.-R. I. 20 § 1 ff. — Ges. v. 5. Mai 1872.
[2]) z. B. Hinterlegungs-Ordnung v. 14. März 1879.
[3]) M. s. die Litteratur und Quellen bei Gerber. System des Deutschen Privatrechts, § 103 ff.

niss, dass das Grund-Eigenthum die Grundlage und Hauptstütze der Sesshaftigkeit bilde, indem der Grundeigenthümer minder leicht frei umher ziehen kann wie Der, welcher sein Vermögen in Mobilien angelegt hat, weil seinem Wegzuge erst die Entäusserung des Grundstücks voran gehen muss, hat sich unter dem Einflusse der öffentlichen Rechts-Ordnung und der wirthschaftlichen Zustände im Mittelalter ein durchgreifender Gegensatz des Immobiliar- und Mobiliar-Sachenrechts heraus gebildet, der in vielfacher Hinsicht noch heut weiter wirkt, sich namentlich in der Oeffentlichkeit und Förmlichkeit des Erwerbs und der Belastung der Grundstücke einerseits — der umfassendsten Gewährung der Veräusserungs- und Verkehrs-Freiheit an fahrender Habe andererseits praktisch äussert.

β. Die Grundbuch-Verfassung.

1. Wesen derselben.

Selbst das spätere römische Recht hatte noch keinerlei Veranstaltung getroffen, um den Rechts-Zustand der Grundstücke Dritten erkennbar zu machen und für die hypothekarische Belastung den nöthigen äussern Anhalt zu schaffen, da es vielmehr seinen Tendenzen entsprach, den Schuldenstand der Grundbesitzer Dritten gegenüber geheim zu halten. Dagegen war es Bestreben des älteren deutschen Rechts, dem Akte der freiwilligen Veräusserung und Verpfändung der Grundstücke dadurch Oeffentlichkeit zu geben, dass man denselben an der Dingstätte des Bezirks der belegenen Sache öffentlich vollzog. Insbesondere wurde für die Veräusserung der Grundstücke seit dem späteren Mittelalter die Auflassung gewöhnlich, bei welcher der bisherige Eigenthümer mit dem Erwerber vor dem Gerichte der belegenen Sache erschien und der Erstere dem Letzteren das Grundstück mittelst förmlicher Erklärung übereignete, woran sich eine richterliche Bekräftigung der Auflassung anschloss. Auch die ältere Form der Pfand-Bestellung durch eigentliche Satzung vollzog sich meist mittels solcher Auflassung und bei der späteren Satzung war wenigstens die gerichtliche Form der Begründung die Regel. Daraus entwickelte sich die Einrichtung, für die einzelnen Grundstücke besondere Register anzulegen, deren Einsicht jederzeit über die Beschaffenheit und Belastung sichern Aufschluss zu verschaffen im Stande sei. Sie fand ihren Abschluss in den heut üblichen Grund- oder Hypotheken-Büchern, deren äussere Beschaffenheit allerdings nicht allerwärts vollständig gleich ist. Ihre Führung gilt auch bald als Verwaltungs-Sache, bald, wie in Preussen[1]), als Sache der Gerichte, wenngleich in derselben nur eine rechts-polizeiliche Thätigkeit liegt. Die Bearbeitung erfolgt hier bureaumässig, durch das Grundbuch-Amt, welches aus einem einzelnen Richter und einem Buchführer, sowie den nöthigen Unterbeamten besteht. Beschwerden über Verfügungen des Grundbuch-Amts gehen an das nächst höhere Gericht des Bezirks, welches über dieselben kollegialisch befindet, bei dessen Entscheidung es aber dann endgültig bewendet. Die Grundbücher selbst sind regelmässig nach Gemeinden oder selbständigen Gutsbezirken distriktsweise anzulegen. Aufnahme finden in den Büchern nicht blos Grundstücke, sondern auch das Bergwerks-Eigenthum, Seeschiffe und gewisse selbständige Gerechtigkeiten. Vor allem erhalten besondere Blätter — ein sog. Folium — die selbständigen Grundstücke, d. h. alle, welche nicht mit einem anderen Grundstücke zu einer rechtlichen Einheit verbunden sind. Auch jedes von mehreren, einem und demselben Besitzer gehörenden selbständigen Grundstücken hat der Regel nach sein besonderes Blatt. Seiner Anlage nach besteht also das preussische Grundbuch aus sog. Real-Folien. — Für Domainen und andere dem Staate gehörige Grundstücke, für das Grundeigenthum der Gemeinden, Kirchen, Klöster und Schulen, für das Territorium der öffentlichen Landwege, und der Eisenbahnen hat das Recht von jeher von einer Nöthigung zur Eintragung abgesehen, da solche Stücke regelmässig nicht veräussert oder verpfändet werden. Daher können sogar im Grundbuche bisher enthaltene Grundstücke, welche für die genannten juristischen Personen erworben werden, auf deren Antrag aus dem Buche heraus treten.

2. Die einzelnen Bestandtheile des Grundbuchs.

Die erste und fundamentale Aufgabe des Grundbuch-Blattes ist, das Grundstück, um das es sich handelt, derart zu bezeichnen, dass dasselbe im Bedürfniss-Falle, und zwar auch nach langer Zeit, und selbst nach Aenderung seiner äusseren Ge-

[1]) Und zwar einheitlich in den verschiedenen Rechts-Gebieten nach Ges. v. 5. Mai 1872.

stalt immer wieder auf der Erdoberfläche genau seinem Umfange nach zu ermitteln ist. Dieser Aufgabe ist der erste Bestandtheil des Grundbuch-Blattes, der sog. Titel — das Titelblatt — gewidmet.

3. Das Titelblatt.

Da überall die Grund- und Gebäudesteuer-Bücher (von welchen dem Grundbuch-Amte eine Abschrift mitzutheilen ist) zur Ausmittelung ihrer Lage und Grösse nach der in die Grundbücher einzutragenden oder bereits eingetragenen Grundstücke, dienen sollen, ist der Grundsteuer-Reinertrag und der Gebäudesteuer-Nutzungswerth, nach welchem die Steuer-Veranlagung der Grundstücke geschieht, auf dem Titel des Blattes einzutragen, um sofort dem Verkehr einen Anhalt zur Beurtheilung der Belastungs-Fähigkeit des Grundstücks zu geben. Rechtliche Veränderungen im Bestande des Grundstücks sind nachzutragen, um gehörige Wirksamkeit zu haben. Es muss also eine Abschreibung erfolgen, wenn Bestandtheile oder Zubehör-Stücke von dem eingetragenen Grundstücke getrennt werden sollen. Nicht weniger hat eine Zuschreibung zu geschehen, wenn dem Haupt-Grundstücke bisher nicht zu ihm gehörige Grundstücke hinzu treten sollen, um mit ihm fortan eine juristische Einheit zu bilden. Auch die Einschreibung solcher Veränderungen geschieht auf dem Titel.

4. Die drei Abtheilungen des Grundbuchs.

Ausser dem Titelblatt enthält das Grundbuch-Blatt drei Abtheilungen oder Rubriken, nämlich: 1. das Eigenthums-Blatt für die Eintragung des Eigenthümers, 2. das Belastungs-Blatt für die dinglichen Belastungen ausser Hypotheken und Grundschulden, endlich 3. das Hypotheken-Blatt für die Pfandrechte. Die Einschreibungen auf diese Blätter bilden entweder: a. Eintragungen im engeren Sinne, welche die buchmässige Veröffentlichung der Neu-Begründung oder der Uebertragung eines dinglichen Rechts bezwecken, oder: b. Löschungen, d. h. Einschreibungen zum Zwecke der Veröffentlichung der Tilgung eines dinglichen Rechts, oder der Wiederaufhebung der Uebertragung oder einer sonstigen Veränderung eines Rechts. Hierzu kommen noch die Vormerkungen: vorläufige Einschreibungen.

Alle Einschreibungen müssen in buchmässiger Verbindung stehen. Der Inhalt der einzelnen Abtheilungen bestimmt sich speziell dahin:

a. Abtheilung 1. Hier ist der gegenwärtige Eigenthümer einzutragen. Die Eintragung des Erwerbs-Grundes und des Erwerbs-Preises erfolgt nach der neuen Grundbuch-Verfassung, abweichend vom bisherigen Recht, nur auf Antrag, gerade so, wie dies mit einer öffentlichen Taxe und der Feuerversicherungs-Summe seit lange der Fall ist.

b. Abtheilung 2. Sie enthält die dinglichen Belastungen des Grundstücks, abgesehen von den an den Staat zu entrichtenden öffentlichen Abgaben und Leistungen, für welche die Steuerbücher bestimmt sind. Zur Einschreibung kommen hiernach in diese Abtheilung, einmal die dinglichen Gebrauchs- und Nutzungs-Rechte an fremder Sache (z. B. der Niessbrauch), dann dingliche Rechte auf die Substanz des Grundstücks (z. B. Vorkaufs- und Wiederkaufs-Rechte), ferner Beschränkungen der persönlichen Handlungs-Fähigkeit des Eigenthümers. Eine 2. Spalte in dieser Abtheilung dient der Bekundung von Veränderungen der eingetragenen Belastungen, (z. B. von Umwandlungen). Eine 3. Hauptspalte ist für die Löschung der eingetragenen Belastung selbst, d. h. für die Bekundung ihrer Aufhebung bestimmt.

c. Abtheilung 3. Hier endlich haben die Hypotheken und Grundschulden ihren Platz, unter Angabe ihres Betrags, ihres Zinssatzes, der Bedingungen der Rückzahlung. Eine weitere Haupt-Spalte dieser Abtheilung nimmt die Veränderungen, — sog. Sub-Ingrossationen — auf (z. B. Zessionen, Verpfändungen, Prioritäts-Einräumungen), so dass sich auch hier eine Nebenspalte hinzu gesellt, welche für die Löschung der Veränderung, d. h. Herstellung des ursprünglichen Rechts-Zustandes dient. Endlich erfolgt in der 3. Hauptspalte unter der Bezeichnung „Löschung" die Beurkundung des Untergangs der Hypothek oder der Grundschuld.

c. Eigenthums-Erwerb.

Eigenthum erwirbt man entweder völlig unabhängig vom Eigenthum eines Andern, oder als Nachfolger eines Andern, indem man in dessen Recht eintritt. Daraus ergiebt sich die Unterscheidung in ursprünglichen und abgeleiteten Eigenthums-Erwerb. Der letztere verlangt immer die Entäusserung Seitens des

bisher Berechtigten und wird, so oft er auf Rechts-Geschäften beruht, deshalb vielfach in der Veräusserung zusammen gefasst.

α. Ursprüngliche Erwerbs-Arten.

Hierher gehören: der Frucht-Erwerb; der Erwerb durch Arbeits-Erzeugnisse in Form der Umwandlung, Verbindung, Vermischung, oder durch Natur-Veränderung; in Folge der Anwüchse; des ausgetrockneten Flussbettes; neu entstandener Inseln. Andere für das Bauwesen minder wichtige Formen sind z. B.: Thierfang, Fund, Schatz, sowie die „Inädifikation", welche (S. 295) besondere Behandlung findet. Bald bewirkt schon die blosse Entstehung der Sache den Erwerb, bald muss noch eine willkürliche Handlung des Erwerbenden, nämlich das Ergreifen der Sache (Besitz-Ergreifung) hinzu treten, um das Herrschafts-Verhältniss des Erwerbers herzustellen.

β. Abgeleiteter Erwerb.

Derselbe vollzieht sich entweder von Todes wegen, indem die Nachfolge nach einem Verstorbenen eintritt, oder unter Lebenden; und zwar in beiden Fällen entweder auf Grund von Rechts-Geschäften, oder der Gesetze, oder eines Spruches der Staatsgewalt.

1. Beerbung.

So nennt man die Nachfolge in das Eigenthum eines Verstorbenen. Ihren Grund giebt entweder der in einem Testament oder Erb-Vertrage ausgesprochene freie Wille des Verstorbenen (Erblassers), indem er den Nachfolger zu seinem Erben ernannte (Erb-Einsetzung), oder ihm den Gegenstand als Schuld vermachte (Vermächtniss), oder bildet das Gesetz, indem es beim Mangel eines selbsterklärten Willens ihm gesetzlich (gesetzliche oder Intestat-Erbfolge) einen Willen unterlegt, den er naturgemäss gehabt haben müsste, nämlich: seine nächsten Angehörigen zu ernennen. Fehlt es an solchen, so wird die im Staat oder der Gemeinde verkörperte Gesammtheit der Menschen als Rechts-Nachfolgerin des Verstorbenen angesehen. Hierauf stützt sich das Anfalls-Recht des Fiskus auf herrenlose Verlassenschaften.

2. Veräusserung.

Darunter versteht man gemeinüblich die Erwerbs-Arten durch Rechts-Geschäfte unter Lebenden. Es genügt indess zur Uebertragung des Eigenthums einer Sache auf einen Anderen nicht der Abschluss des blossen Ueberlassungs-Vertrags, z. B. Kauf, Tausch, Schenkung, der vielmehr nur ein persönliches Recht auf Uebertragung begründet, sondern es muss noch die Uebergabe d. i. Uebertragung der Sache in die Gewalt des Erwerbers hinzu treten. Beide hängen dergestalt eng mit einander zusammen, dass durch die Uebergabe für sich allein und ohne den im Ueberlassungs-Geschäfte zum Ausdruck gelangten Willen, die Sache zu übertragen, bezw. zu übernehmen, noch kein Eigenthum entsteht. In der Regel kann nur der Eigenthümer seine eigene Sache veräussern.[1]) Man kennt eine freiwillige und zwangsweise Veräusserung. Für die freiw. Veräusserung der Fahrnisse genügt das Zusammentreffen eines formell und materiell gültigen Ueberlassungs-Geschäfts über eine seiner Veräusserungs-Gewalt unterworfene Sache und deren Uebertragung in die Gewalt des Erwerbers; ihre zwangsweise pflegt sich in den Formen der Auktion, d. h. des Ausbietens und der Ausantwortung an den Meistbietenden gegen Erlegung des Gebots zu vollziehen.

3. Ersitzung.

Dieselbe vollzieht sich durch Zeit-Ablauf bei ungestörtem Besitze. Ihr Wesen und ihre Erfordernisse fanden bereits S. 251 Besprechung.

4. Richterspruch und Verwirken.

Sie gehören zu den Arten der unfreiwilligen Veräusserung. Der Grund zum Eintritt des Veräusserungs-Zwanges kann bald in der Person des Eigenthümers, weil er seinen Verbindlichkeiten nicht genügte — sei es gegen die Gläubiger, sei es gegen die öffentliche Ordnung — bald ausserhalb desselben in dem Recht eines Andern liegen. Man kann danach Zwangs-Veräusserung und Zwangs-Ueberlassungen unterscheiden. Die wichtigsten hierher gehörenden Arten sind: Zwangs-Versteigerung, Zwangs-Enteignung, Verwirken wegen Vernachlässigung der Unterhaltungs-Pflichten.

[1]) Ausnahme im H. G. B. Art. 306, 307.

d. Besondere Erwerbs-Arten des Grundeigenthums.

α. Freiwilliger Erwerb.

Bei freiwilligen Veräusserungen von Liegenschaften genügte die Forderung, des gemeinen Rechts, welche zum Uebergang des Eigenthums die Uebergabe ausreichend erklärt, dem deutschen Rechts-Bewusstsein nicht, weil es für den Verkehr wesentlich ist, dass der Erwerb dieses wichtigsten Vermögens-Rechts nicht blos durch Einsetzen des Erwerbers in das thatsächliche Gewalt-Verhältniss, sondern allgemein erkennbar gemacht werde, weshalb die Mitwirkung der Behörden (Gerichte) nothwendig erklärt wurde. Man kennt zwei Formen der behördlichen Mitwirkung: Eintragung in die Grundbücher und Auflassung.

Vielfach wird irrthümlich die freiwillige Zwangs-Versteigerung (Subhastation) hierher gerechnet, deren Zweck nur ist, einen Gegenkontrahenten öffentlich zu ermitteln.

1. Eintragung in die Gerichts- oder Grundbücher.[1])

Nach den meisten Partikular-Rechten müssen Veräusserungen von Grundeigenthum in die öffentlichen Gerichts- oder Grundbücher eingetragen werden. Allein diese Eintragung hat nach den verschiedenen Landes-Rechten ganz verschiedene Bedeutung. Nach manchen, z. B. dem württembergschen, hängt von der Eintragung die Eigenthums-Uebertragung gar nicht ab; vielmehr bestimmt sich diese auch bei Grundstücken ganz nach dem römischen Rechte. Nach anderen dagegen ist bei Veräusserungen von Grundstücken jener Eintrag ein Erforderniss des Eigenthums-Ueberganges. Andere endlich, so namentlich das Sächsische Gesetzbuch, gehen weiter; sie machen bei Grundstücken jenen Eintrag zur ausschliesslichen Erwerbsart des Eigenthums, dergestalt, dass überhaupt Eigenthum an Grundstücken, abgesehen von einigen, ganz beschränkten Ausnahmen, nur erworben werden kann durch einen solchen Eintrag in das Grundbuch und dabei die Besitz-Uebertragung für den Eigenthums-Erwerb ganz indifferent ist, somit bei Grundstücken alle andern Erwerbs-Arten des Eigenthums, somit auch die Ersitzung (S. 228, 251) ausgeschlossen sind.

2. Auflassung.

Seit 1872 ist sie in Preussen[2]) für freiwillige Veräusserung von Grundstücken, in Verbindung mit der Eintragung des Aufgelassenen in das Grundbuch die einzige Form, so weit es zur Anlegung der Grundbücher schon gekommen ist. Sie ist ein abstraktes Rechts-Geschäft, da sie den Erwerb des Eigenthums auf die nackte, von jeder Beziehung auf das zu Grunde liegende Geschäft absehende Willens-Erklärung der Uebereignung gründet. In ihrem Inhalte lassen sich jedoch zwei Bestandtheile unterscheiden, nämlich: a. die Willens-Uebereinstimmung, dass das Eigenthum auf den Aufgelassenen übergehe, und: b. dass die Umschreibung auf ihn erfolge. Im Falle der Abtretung eines Grundstücks oder Trennstücks an Gemeinden, für welche Grundbücher nicht bestehen, wird die Eintragung des Eigenthums durch Schliessen des Grundbuch-Blattes oder Abschreibung des Trennstücks auf dem Blatte des Stamm-Grundstücks ersetzt. Umgekehrt kann die Auflassungs-Erklärung des bisherigen Eigenthümers durch ein erstrittenes rechtskräftiges Erkenntniss ersetzt werden, welches seine Auflassungs-Verbindlichkeit ausspricht.

Auflassen kann nur der eingetragene Eigenthümer, so dass selbst der Erbe — nicht aber die Miterben — eines Grundstücks vor Abgabe der Auflassungs-Erklärung Eintragung nöthig haben. Aufgelassen werden können nur Grundstücke, deren Umschreibung oder Abschreibung kein Hinderniss im Wege steht, so dass der Richter seine Mitwirkung zu versagen hat, wenn er Anstand nehmen müsste, die Grundbuch-Berichtigung sofort folgen zu lassen, weil etwa Beschränkungen des Verfügungs-Rechts vorliegen. Der Bestimmungs-Grund für die Auflassung ist aber nebensächlich, so dass ein darin vorgefallener Irrthum die Erklärung nicht entkräftet. Ebenso würde eine Simulation nicht das Geschäft unwirksam machen, sondern höchstens ein Recht auf Rück-Auflassung geben.

Die Auflassung ist ein formelles[3]) Rechts-Geschäft, so dass Verabsäumen der Form-Vorschriften Entstehen ihrer Rechts-Folgen ausschliesst. Sie besteht in der vor

[1]) v. Wächter. A. a. O. § 131.

[2]) Grundbuch-Ordnung v. 5. Mai 1872. — Ges. v. 5. Mai 1872 über d. Eigenth. Erwerb. — Achilles. Kommentar zur G. B.-O. — Dernburg. A. a. O. § 240 ff. — Förster. A. a. O. § 178.

[3]) B. Hilse. A. a. O. I. S. 136.

dem zuständigen Richter abgegebenen Erklärung des Einen, dass er sein Grundstück an den Andern auflasse und die Umschreibung auf diesen bewillige, sowie der Gegen-Erklärung des letzteren, die Auflassung anzunehmen und die Umschreibung zu beantragen. Deshalb ist nothwendig, dass Beide selbst oder durch gehörig — d. h. durch eine mindestens unterschriftlich beglaubte Vollmachts-Urkunde — legitimirte Bevollmächtigte an Gerichtsstelle erscheinen.

Soll es zur Auflassung von Trennstücken kommen, so ist zu unterscheiden, ob das Stamm-Grundstück in der II. oder III. Abtheilung belastet ist oder nicht. Letzteren Falls genügt bei der Auflassung die Vorlegung eines amtlich beglaubigten Situationsplans, einer katasteramtlichen Handzeichnung und eines neuesten Auszugs aus dem Grundsteuer-Kataster. Bei belasteten Grundstücken muss dagegen, widrigen Falls es zu einer Uebertragung der Lasten des Stamm-Grundstücks auf das Trennstück zu kommen hat, ausserdem noch in urkundlicher Form die Erklärung der Gläubiger beigebracht werden, dass sie die abzuzweigenden Trennstücke aus der Pfand-Verbindlichkeit entlassen und deshalb in deren pfandfreie Abschreibung willigen. Neben der Auflassung ist eine Uebergabe nicht nothwendig, da sogar bewegliches Zubehör mit Auflassung der Hauptsache ohne weiteres in das Eigenthum des Aufgelassenen übergeht.

β. Zwangs-Erwerbs-Arten.

Litteratur: Arndts. A. a. O. § 231, Anm. 4. — v. Wächter. A. a. O. § 104 Beil. III. — Dernburg. A. a. O. §§ 345 ff.

1. Zwangs-Versteigerung; Subhastation.

Die Versteigerung ist eigentlich nichts Anderes als eine besondere Weise der Einleitung und Abschliessung eines entgeltlichen Ueberlassungs-Geschäfts, indem man sich zum Geschäfts-Abschluss mit Demjenigen erbietet, der die günstigste Gegenleistung stellt. Im Verkehr hat sie sich als wichtigstes Mittel der zwangsweisen Befriedigung der Gläubiger heraus gestellt; nur als solches wird sie hier Besprechung finden, so dass die freiwillige Versteigerung ausfällt. Bei beweglichen Sachen heisst sie Auktion, bei Liegenschaften Subhastation. Sie geschieht unter Mitwirkung der Gerichte, bisweilen infolge Antrags eines Miteigenthümers Theilungs halber, überwiegend jedoch infolge Antrags eines Gläubigers auf Grund vollstreckbaren Schuldtitels, Schulden halber behuf Beitreibung einer Forderung. Der Besitzer muss sie dulden, obschon er nicht selbst handelnde Person ist, als gesetzliche Folge seiner Misswirthschaft; der Richter handelt weder als Vertreter des Schuldners noch des Gläubigers, sondern unterzieht sich kraft obrigkeitlicher Macht-Befugniss der Aufgabe den Ansprüchen sämmtlicher — auch abwesender — Interessenten gerecht zu werden. Das Verfahren findet deshalb nicht durch einen Vertrag Abschluss, welcher vielmehr ersetzt wird durch das im Versteigerungs-Termine abgegebene Meistgebot des Ansteigerers und das hierauf gebauete richterliche Zuschlags-Urtel. — Jetzt zwar überall in Deutschland bekannt, ist sie formal noch nicht einheitlich gestaltet; jedoch scheint das neueste preussische Verfahren [1]) das allgemeine werden zu sollen. Nach demselben gestaltet sich die Zwangs-Versteigerung in der Hauptsache dahin:

Der Gläubiger, welcher einen vollstreckbaren Schuldtitel (Urtel, Vergleich) erlangt hat, beantragt auf Grund desselben, unter Beifügung des neuesten Steuerbuch-Auszugs und der Bescheinigung, dass dem Schuldner das Grundstück gehöre, bei dem Vollstreckungs-Gerichte die Zwangs-Versteigerung. Nachdem der Richter das Vorhandensein der gesetzlichen Voraussetzungen fest gestellt hat, spricht er die Zwangs-Versteigerung aus, veranlasst die Eintragung eines Sperr-Vermerks im Grundbuche und bietet das Grundstück unter dessen Beschreibung zum Verkauf in einem anzuberaumenden Termine (Bietungs-Termin) öffentlich aus. Gleichzeitig fordert er die unbekannten Interessenten auf sich zu melden. Im Bietungs-Termine wird zunächst das Mindest-Gebot, d. h. der Betrag fest gestellt, welcher für das Grundstück erlöst werden muss, um die sämmtlichen, dem Antragsteller vorgehenden, aus dem Grundstück zu befriedigenden Forderungen, bezw. die ihm vorgehenden Kosten, falls er der erste Gläubiger ist, zu decken. Nur wenn diese Summe erreicht oder überstiegen wird, hat das Verfahren den Erfolg des Zuschlags, während es andern Falls wirkungslos bleibt, nämlich der Zuschlag zu

[1]) Ges. v. 13. Juli 1883. In Sachsen ist ein ihm nachgebildeter Entwurf bereits ausgearbeitet.

versagen ist und dem Antragsteller die Kosten zur Last fallen. Es kann also heut nur noch Derjenige behufs seiner Befriedigung Zwangs-Versteigerung nachsuchen, welcher gewillt und im Stande ist, seine vorderen Gläubiger auszubieten.

Während vormals die Ersteher zur vollen Auszahlung des Gebots verpflichtet waren, haben sie jetzt nur noch diejenigen Beträge baar zu erlegen, welche zur Zahlung der Kosten und Zinsen-Rückstände erforderlich sind, da der Zuschlag nicht mehr die Fälligkeit der eingetragenen Hypotheken bewirkt, deren Gläubiger solche vielmehr auf das im Termin erklärte Verlangen des Erstehers bis zum Eintritt der obligationsgemässen Fälligkeit stehen lassen müssen. Sie sind indess berechtigt, das volle Meistgebot baar zu erlegen.

Nach erzieltem, das Mindest-Gebot übersteigendem Meistgebot schliesst der Richter das Bietungs-Verfahren und fordert die Anwesenden zur Erklärung etwaiger Widersprüche gegen den Zuschlag auf. Unterbleiben solche und liegen auch keine sonstigen Bedenken vor, so ertheilt der Richter dem Meistbietenden den Zuschlag. Derselbe hat sodann in einem späteren (Bietungs-) Termine das Meistgebot zu erlegen, welches vom Richter zur Vertheilung unter die Gläubiger nach der Reihenfolge ihrer Forderungen verwendet wird. Schliesslich beantragt der Richter auf Grund des Zuschlags-Bescheides und der Kaufgelder-Belegungs-Verhandlung bei dem Grundbuch-Richter, unter Löschung des Sperr-Vermerks und der etwa getilgten, sowie der ausgefallenen Schuld-Beträge und sonstigen Eintragungen, die Umschreibung des Grundstücks auf den Namen des Erstehers.

Der Antragsteller ist sowohl zur Rücknahme seines Antrags, wodurch das Verfahren auf seine Kosten beendet wird, als zum Antrag auf Termins-Verlegung und Aussetzung des Verfahrens berechtigt. — Die Einleitung hindert indess nicht, dass andere Gläubiger gleichfalls das Verfahren selbständig beantragen. Schliessen sie sich indess nur einem bereits eingeleiteten Verfahren an, so hindert dies nicht die Aufhebung, falls der erste Antragsteller solche beantragt.

Uebrigens kann das Mitbieten auf Antrag jedes Betheiligten von Bestellung einer Kaution abhängig gemacht werden, deren Höhe im Termine zu beziffern ist und für Alle gleich sein muss. Selbst der Subhastat ist vom Mitbieten nicht ausgeschlossen.

Diese Grundsätze der Schulden halber nothwendigen Zwangs-Versteigerung gelten im wesentlichen auch für die Zwangs-Versteigerung Theilungs halber.

2. Zwangs-Enteignung; Expropriation.

Litteratur: Meyer. Das Recht der Expropriation (1868). — Grünhut. Das Enteignungs-Recht (1873.) — Rohland. Zur Theorie u. Praxis des deutschen Enteign.-Rechts (1875). — Bohlmann. Die Praxis in Expropriat. Sachen (1880). — Loebell. Das preuss. Enteign.-Ges. v. 11. Juni 1874 (1884).

Sie ist der verfassungsgemässe Weg für die Staatsgewalt, das zur Verwirklichung ihrer Aufgaben, oder zur Förderung gemeinnütziger Unternehmungen zum Besten des Gemeinwohls benöthigte Privat-Eigenthum zu erlangen, dessen freihändiger Erwerb bei Lage der Umstände nicht durchführbar ist.

a. Gemeinsame Grundsätze. Jetzt überall in Deutschland bekannt, ist der Rechts-Zustand der einzelnen Länder insofern verschieden, dass manche Gesetze von vorn herein die einzelnen Expropriations-Fälle fest stellen, andere nur das Prinzip aussprechen und seine Anwendung im einzelnen Falle der Verwaltung überlassen. — Die Abtretung selbst kann nur gegen volle Entschädigung verlangt werden und wird regelmässig auf folgende Fälle beschränkt:

1. Erbauung nützlicher Landstrassen, Eisenbahnen, Känäle, Schleusen, Brücken und Wasserleitungen; 2. Einrichtung oder Erweiterung von öffentlichen Plätzen, Strassen, Gottesäckern, Kirchen, Schulgebäuden, Spitälern und Festungen; 3. Schiffbarmachung von Flüssen; 4. Schutz einer Gegend vor Wassers-Gefahr durch Dämme; 5. ausserordentlicher Nothstand bei Wasser-, Feuer- und Kriegs-Gefahr. In allen diesen Fällen ist dem Expropriirten vollkommener Ersatz für den Werth des abgetretenen Gegenstandes und für das sonst mit dieser Abtretung verbundene Interesse zu leisten, und er ist vor Empfang desselben in der Regel zur Ueberlassung des Grundstücks nicht verpflichtet. Vom Augenblick der geschehenen Anmeldung der Expropriation ist der Eigenthümer nicht befugt, das Grundstück weiter zu belasten; schon bestehende dingliche Rechte Dritter werden, insoweit sie mit dem Zwecke der Expropriation unvereinbar sind, durch die letztere ebenfalls gegen volle Entschädigung der Betheiligten beseitigt. — Sowohl über die Berechnung der

Entschädigungs-Summe, als über das Verfahren bei der Abtretung enthalten die neueren Gesetzgebungen besondere Durchschnitts-Regeln.

b. Das preussische[1]) Zwangsenteignungs-Verfahren. Die Zwangs-Enteignung kann auf Entziehung oder dauernde Beschränkung des Grund-Eigenthums oder auf Entnahme von Wegebau-Materialien gerichtet sein. Zur Entziehung ist meist „Königl. Verordnung" erforderlich; doch genügt ausnahmsweise für die Geradelegung oder Erweiterung öffentlicher Wege, sowie Umwandlung von Privatwegen in öffentliche eine Zulässigkeits-Erklärung durch den Bezirks-Ausschuss[2]). Solche braucht, auch nur zu allen Beschränkungen, sowie für Gestattung der Vorarbeiten zu einem die Enteignung rechtfertigenden Unternehmen und die Bestimmung der dafür zu bestellenden Kaution, endlich zur Gestattung der Zerstörung von Baulichkeiten, ausgesprochen zu sein. Zur Entnahme des Wegebau-Materials ist Einholung jeder Genehmigung entbehrlich. Die durchgeführte Enteignung bewirkt mit Zustellung des Enteignungs-Beschlusses Uebergang des Eigenthums auf den Unternehmer, d. h. Denjenigen, welchem das Enteignungs-Recht verliehen wurde. Als solcher gilt jedoch, falls etwa eine Stadtgemeinde für eine Strassenbahn-Gesellschaft das Enteignungs-Recht erwirbt, diese, so dass sie zahlungspflichtig bleibt und nur einen Ersatz-Anspruch an letztere erwirbt.

Die in Geld zu gewährende Entschädigung soll den vollen Werth umfassen. Seine Feststellung bietet besondere Schwierigkeiten, so oft nur ein Theil des Grundstücks enteignet wurde. Hier genügt nämlich nicht, der verhältnissmässige Betrag, welcher unter Zugrundelegen der Grössen-Verhältnisse von dem vollen Grundstücks-Werth auf das Trennstück entfällt, sondern er hat einen Zuschlag zu erhalten, welcher einerseits dem Mehrwerthe entspricht, den der abzutretende Theil durch seinen örtlichen oder wirthschaftlichen Zusammenhang mit dem Ganzen hat und andererseits den Minderwerth ausdrückt, der für den übrigen Grundbesitz durch die Abtretung entsteht. Uebrigens braucht man sich eine Theil-Abtretung nur so lange gefallen zu lassen, als das Rest-Grundstück in bisheriger Weise noch zweckmässig benutzbar bleibt. Die Werth-Ermittelung geschieht durch Sachverständige und hat ungeachtet der gesetzlichen Bestimmungen ihre sehr grossen Schwierigkeiten und nicht zu übersehende Unzuträglichkeiten.[3])

Das Verfahren selbst zerfällt in 4 Theile:

1. Das Planfestellungs-Verfahren. Sein Zweck ist den Umfang der zu enteignenden Flächen, sowie etwaige Einsprüche gegen die Zulässigkeit fest zu stellen. Es wird eingeleitet durch einen Antrag des Unternehmers, welchem ein entsprechender Plan beigefügt sein muss. Nachdem die damit betrauete Behörde gegen denselben nichts einzuwenden gefunden, erfolgt seine Auslegung und das Verfahren behuf Feststellung des Plans. Durch Offenlegung ist der Plan bekannt zu machen; auch ist für Einwendungen eine Präklusiv-Frist zu stellen. Sind Einwendungen erhoben, so sind solche zu erörtern, erforderlichen Falls unter Zuziehung von Sachverständigen, wonächst der Bezirks-Ausschuss über die erhobenen Einwendungen entscheidet. Der Beschluss muss mit Gründen versehen sein; er ist durch Beschwerde an die Ministerial-Instanz binnen 10 Tagen anfechtbar. Es kann hier schon zu einer Einigung über den Gegenstand der Abtretung, unter Vorbehalt der nachträglichen Feststellung der Entschädigungs-Höhe kommen.

2. Das Entschädigungs-Verfahren. Es bezweckt das Finden der Entschädigungs-Summe und vollzieht sich meist in 2 Terminen. Im ersten werden im Beisein der Betheiligten und der bestellten Sachverständigen die Grundstücke besichtigt und die beiderseitigen Gesichtspunkte erörtert, welche für die Werths-Ermittelung massgebend sein sollen. Die Sachverständigen, deren Zahl 3 nicht überschreiten soll, und welche mangels einer Einigung der Betheiligten von Amts wegen ernannt werden, geben ihr Gutachten schriftlich ab. Dasselbe muss erkennen lassen, in wie weit die verschiedenen geltend gemachten Gesichtspunkte berücksichtigt, oder warum sie unberücksichtigt geblieben sind, sowie aus welchen Erwägungen man zur bezifferten Summe gelangte. Dies Gutachten wird den Betheiligten mitgetheilt, die sich entweder schriftlich darüber zu äussern haben, oder

[1]) Verf.-Urk. Art. 9. — Ges. v. 11. Juni 1874. — Ges. v. 1. Aug. 1883, §§ 150, 151.

[2]) Für Berlin die I. Abth. des Kgl. Polizei.-Präsidiums.

[3]) M. vergl. des Verfassers Materialien zu praktischen Uebungen an der Königl. technischen Hochschule in Berlin.

zu gleichem Zwecke zu einem 2. Termine geladen werden. Jetzt erst werden die Akten eingereicht und wird der Entschädigungs-Beschluss gefällt, der für jedes einzelne Grundstück die zu leistende Entschäd.-Summe und die Art ihrer Leistung (Zahlung oder Hinterlegung) auszusprechen hat. Gegen die Entscheidung steht 6 Monate der Rechtsweg offen, welcher im ordentlichen Verfahren durchgeführt wird [1])

3. Vollziehung der Enteignung. Zu derselben kommt es in der Regel erst nach Ablauf der Klage-Frist, bezw. Abschluss des Rechts-Verfahrens. Ausnahmsweise kann in Dringlichkeits-Fällen jedoch die Enteigung bereits nach Zahlung oder Hinterlegung der Entschädigungs-Summe, sowie einer besonderen Kaution beschlossen werden. Die Anfechtung eines solchen Beschlusses durch Beschwerde an die Ministerial-Instanz ist binnen 3 Tagen zulässig. Die Ausführung ist weitere 7 Tage auszusetzen, weil diese gesetzlich dem Grundstücks-Besitzer zu dem Zwecke offen zu halten sind, beim zuständigen Gericht Sicherung des Beweises über den derzeitigen Zustand des Grundstücks herbei zu führen.

4. Ausführung der Enteignung. Sie bewirkt den Uebergang des lasten- und schuldenfreien Grundstücks auf den Unternehmer. Es ist deshalb die Umschreibung für denselben unter Löschung der Eintragungen zu bewirken. Dies geschieht durch die Enteignungs-Erklärung, die mit einem gerichtl. Erkenntnisse gleiche Kraft hat. Die Anträge beim Grundbuch-Amt sind von der Behörde zu stellen.

5. Zahlung der Entschädigungs-Summe. Diese steht nur so weit dem Grundstücks-Eigenthümer zu, als sie nicht etwa zur Abtragung eingetragener Schulden oder Lasten gebraucht wird. Ob und in wie weit solches der Fall, hat die Enteignungs-Behörde fest zu setzen. Bieten sich hierbei Schwierigkeiten, so hat es zur Hinterlegung zu kommen. In solchem Falle ist es den Betheiligten überlassen, ihre Streitigkeiten im Rechtswege auszutragen; die Enteignung wird hierdurch nicht aufgehalten. Machte sich die Hinterlegung wegen vorhandener Reallasten etc. nöthig, so kann auch die Vermittelung der Auseinandersetzungs-Behörden in Anspruch genommen werden, welche solche nicht ablehnen dürfen. —

6. Wegebau-Material. Das Verfahren wegen der Entschädigung des entnommenen Wegebau-Materials gestaltet sich wesentlich einfacher. Nur im Streitfalle wird hier Einmischung der Behörde gefordert. Anzurufen ist der Kreis-Ausschuss. Er erörtert die Streitpunkte und fällt den Entschädigungs-Beschluss in einer Entscheidung, welche gleichzeitig über: a. Gegenstand und Umfang der Entnahme-Befugnisse, b. Höhe der Entschädigungs-Summe sich auszusprechen hat. Im Theil ad a ist sie binnen 10 Tagen durch Beschwerde an den Bezirks-Ausschuss anfechtbar, welche aufschiebende Wirkung hat. Zum Theil ad b ist jedoch ohne aufschiebende Wirkung binnen 90 Tagen der Rechtsweg offen.

Die den Wegebau-Pflichtigen zustehenden Rechte dürfen erst nach Einweisung in diese Rechte ausgeübt werden, welcher selbst wieder Zahlung oder Sicherstellung der Entschädigung voran gehen muss. — Ausnahmsweise: wenn rechtlich die Eigenthums-Beschränkung länger als 3 Jahre dauert, oder durch die Entnahme das Grundstück für seine frühere Bestimmung zwecklos wird, kann Uebernahme des Grundstücks gegen Werth-Ersatz verlangt werden.

3. Verwirken des Eigenthums.

Im Geltungs-Gebiete des französ. u. d. sächs.[2]) Rechts unbekannt, da dort aus den durch Baufälligkeit eines Gebäudes entstandenen Schaden allerhöchstens ein Ersatz-Anspruch, dagegen nie Verlust des Grundstücks entstehen kann, lassen das gemeine u. das preussische Recht unter gewissen Voraussetzungen den Verlust des Eigenthums als Folge mangelnder baulicher Unterhaltung eintreten; u. z. letzteres ausschliesslich zu gunsten des Gemeinwesens, ersteres dagegen zum besten des Nachbars.

a. Das gemeine Recht [3]) Nach römischer Rechts-Auffassung kann nämlich nicht blos das übergefallene Material eingestürzter Bauwerke, sondern sogar deren Baugrund auf Antrag des benachbarten Grundbesitzers für derelinquirt erklärt und zum Eigenthume überlassen verlangt werden, sobald man sich die *cautio damni infecti* hatte bestellen lassen. Das dazu führende Verfahren ist folgendes: Wenn wegen der mangelhaften Beschaffenheit eines Grundstücks, die nicht lediglich in dessen natürlichem Zustande ihre Ursache hat, insbesondere wegen der Mangel-

[1]) B. Hilse. Formulare Bd. II. S. 190 ff. enthalten Beispiele. — [2]) B. G. B. § 351.
[3]) L. 7. 9. *de damno inf.* (39. 2) l. 9. 11. *D.* ad *exhib.* (10. 4), mit v. Wächter, § 119 Anm. 40 und Arndts, a. a. O. § 528.

haftigkeit von Bauten und anderen Anlagen, Schaden für ein Grundstück zu befürchten ist, so kann Derjenige, welchem jenes Grundstück oder das Gefahr drohende Werk auf demselben gehört, falls er nicht dasselbe aufzugeben vorzieht, von dem Bedrohten angehalten werden, sich durch ausdrückliches Versprechen zum Ersatz des daraus entstehenden Schadens zu verpflichten, d. i. *cautionem damni infecti* zu leisten. Weigert er sich dessen, so wird der Berechtigte durch richterliche Verfügung in den Besitz der Gefahr drohenden Sache eingewiesen, ohne Verdrängung des Verpflichteten, nach angemessener Frist aber, wenn diese ohne Erfolg bleibt durch eine zweite Verfügung, so, dass das Recht des Verpflichteten dem Kautions-Berechtigten gänzlich eingeräumt wird. Widersetzt sich der Verpflichtete der Besitz-Einweisung, so hat der Berechtigte die Wahl, entweder diese zu behaupten oder auch die Kaution als geleistet zu betrachten und Ersatz des eingetretenen Schadens zu fordern. In anderen Fällen hat der Beschädigte in der Regel nur das Recht, die in seine Gewalt gekommenen beschädigenden Gegenstände zurück zu halten, wenn ihm nicht Entschädigung gewährt wird.

b. Das Preussische Recht. Ein Recht wie vor hat hier der Nachbar nicht. Er darf zwar Vornahme der Ausbesserung oder Schadens-Ersatz nach den Grundsätzen über Verschuldung, dagegen niemals Uebereignung des Grundstücks fordern. Die Erhaltung und Wiederherstellung der Gebäude ist nur eine öffentlich-rechtliche Pflicht, deren Verabsäumen nur die Behörde rügen, während allerdings ihre Aufmerksamkeit durch Anzeige Seitens des bedrohten Nachbars angeregt werden kann. Dagegen gelten folgende Abweichungen von den anderen Rechts-Systemen: Die Abtragung von Gebäuden, welche an Strassen oder öffentliche Plätze der Städte stossen, bedarf der staatlichen Erlaubniss und kann polizeilich verhindert werden, wenn sie ohne solche geschieht. Insbesondere steht dem Stadt-Magistrate, als Vertreter städtischer und staatlicher Interessen, und für den Fall seines Nichteinschreitens auch andern Behörden ein Zwangs-Recht gegen den Grundeigenthümer zur Reparatur zerfallender und zur Wiederherstellung — durch Brand, andere Unglücksfälle — alter zerstörter Bauten in den Städten zu. Ein solches Zwangs-Verfahren beginnt mit der Aufforderung an die Haus-Eigenthümer zur Inangriffnahme des Baues innerhalb entsprechender Frist. Bleibt dies erfolglos, so ist die Obrigkeit befugt, den Bau auf deren Kosten ausführen zu lassen; können oder wollen dieselben die Kosten nicht vorschiessen, so hat endlich die Obrigkeit das Recht, — ohne vorgehende Klage und Verurtheilung — beim Richter der belegenen Sache die Subhastation des baufälligen Grundstücks zu beantragen. Die Wiederherstellung des Baues ist Bedingung des Zuschlags an den Käufer. Der ausserdem erzielte Subhastations-Erlös aber ist, nach Abzug der von der Obrigkeit bereits etwa gemachten Reparaturkosten, den eingetragenen Gläubigern und nach deren Befriedigung dem bisherigen Eigenthümer auszuzahlen. Will niemand, namentlich auch keiner der Hypothekarien, die Wiederherstellung des Gebäudes übernehmen, so ist es der Kämmerei-Kasse des Ortes zuzuschlagen, welche es schuldenfrei Jedem überlassen kann, der sich zum Bau versteht. Doch haben die Hypothekarien und der Eigenthümer bis zu einer solchen Ueberlassung gegen Sicherstellung für die Bau-Ausführung noch ein Wieder-Einlösungsrecht gegen die Kämmerei-Kasse. Ist aber die Wiederherstellung des Baues durch alle diese Mittel nicht zu bewirken, so hat der Magistrat denselben abtragen zu lassen.

e. Anrecht auf Eigenthums-Ueberlassung.

Der Eigenthums-Ueberlassung kann ein Anrecht auf dieselbe zu Grunde liegen, so dass sie sich zur Wirkung dieses Rechts gestaltet: von ihm nach sich gezogen wird. Dasselbe beruht bald nur auf Vertrag, bald auf dem Gesetz. Es kann in der Befugniss bestehen, entweder eine von dem Eigenth. an einen Dritten verkaufte oder zu verkaufende Sache unter den Bedingungen des geschlossenen oder zu schliessenden Kaufs, oder unter gewissen im voraus bestimmten Bedingungen käufl. zu übernehmen (Vorkaufsrecht) oder in der Wahl, in den geschloss. Kauf einzutreten und den dritten Käufer zu verdrängen (Einstands- oder Näherrecht).

α. Das vertragsmässige Vorkaufs-Recht.[1])

Wird dasselbe durch Willens-Erklärung begründet, so erzeugt es nur ein persönliches Recht und wird zum dinglichen erst durch Eintragung, in welchem Falle

[1]) L. 75 D. (18. 1), l. 28 D. (19. 1). — A. L.-R. I. 11 § 295, 20 §§ 568—657. — B. G. B §§ 1118—1130.

dann jedoch auch die Ausübungs-Bedingungen einzutragen sind.[1]) Es ist an die Person des Berechtigten gebunden, also unübertragbar und nur beschränkt vererblich. Ausgeübt werden darf es nur beim Verkauf, nicht bei anderen Ueberlassung-Geschäften. Nichtausübung im gebotenen Falle zerstört das persönliche, aber nicht das dingliche Vorkaufs-Recht. Ueber Ausübung oder Nichtausübung muss man sich binnen der gestellten Frist bei Verlust des Rechts äussern. Im römischen Recht ist dasselbe als *pactum protimisios* bekannt.

β. Näherrecht oder Retrakt.

In den altländischen Provinzen Preussens hat, abgesehen vom Bergbau,[2]) das Näherrecht den Boden seiner Anwendbarkeit verloren.[3]) In seinem Geltungs-Bereiche findet es nur statt[4]) bei einer durch Kauf vermittelten Uebertragung des Eigenthums an Grundstücken. Der Retrakt, als Mittel zur Geltendmachung bevorzugter individueller Interessen, wird jedoch nur dann gestattet, wenn die Veräusserung nicht selbst auf besonderen, die Individualität des Käufers oder die Gegenleistung treffenden Motiven des Veräusserers beruht, wie bei dem sog. Freundschafts-Kaufe, oder einem Verkaufe mit einem durch Neben-Verabredungen qualifizirten Kaufpreise, (z. B. Alimentation). Dagegen kann der Retrakt sowohl bei öffentlichen Versteigerungen, als bei dem sog. Menge-Kauf ausgeübt werden. Seiner inneren Natur nach ist das Näherrecht kein auf Andere übertragbarer Anspruch; auch setzt seine Geltendmachung die Absicht voraus, die vom Rechte anerkannten individuellen Interessen zu realisiren.

Die Retrakt-Klage ist begründet, wenn das Grundstück dem Käufer übertragen ist. Sie kann gegen den käuflichen Erwerber und jeden weiteren Besitzer der Sache gerichtet werden und setzt voraus, dass sowohl im Moment der Uebertragung des Grundstücks, als der Klage-Erhebung die Retrakt-Berechtigung des Klägers begründet war. Der Beklagte ist verpflichtet, die Sache nebst allen aus dem Kaufe gegen den ersten Veräusserer entstandenen Forderungen an den Retrahenten abzutreten, auch die stehenden Früchte gegen Zahlung der Kulturkosten, die gezogenen oder vernachlässigten nur nach eingetretenem Verzuge heraus zu geben. Der Retrahent muss dagegen dem Beklagten den ersten Kaufpreis des Grundstücks, die durch den Kauf sonst verursachten Kosten und die nothwendigen Impensen ersetzen, auch in alle ausserdem gegen den Verkäufer übernommene Verbindlichkeiten eintreten. Die Ausübung des Näherrechts fällt weg:

1. wenn seit der Kenntniss des Nähergelters von der Uebertragung des Grundstücks die Frist von Jahr und Tag abgelaufen ist;
2. wenn der Retrakt-Berechtigte auf sein Recht verzichtete, was stillschweigend durch Einwilligung desselben in die Veräusserung geschieht. Letztere wird auch angenommen, wenn der Retrahent eine durch das Gesetz oder den Richter zur Erklärung gestellte Frist stillschweigend ablaufen lässt;
3. wenn der Erwerber das Grundst. vor der Anmeldung des Retrahenten an den Verkäufer zurück, oder an einen anderen gleichberecht. Nähergelter veräusserte.

f. Die Grundstücks-Belastungen.

Der gestiegene Werth des Grundbesitzes, welcher seine volle Auszahlung erschwert, in Verbindung mit seiner durch die natürliche Unbeweglichkeit begründeten Sicherheit hat zu Formen geführt, unter denen man sich auf den Grundbesitz durch dessen Verpfändung Kredit verschaffen kann. Dem entsprechend findet jetzt ganz allgemein eine Grundstück-Belastung durch Schuld-Forderungen Dritter statt, für welche die Grundstücke haften; ihre Eintragung ist bald endgültig, bald nur vorbereitend. Sie vollzieht sich in beiden Fällen unter verschiedenen Formen als: Hypothek, Grundschuld, Handfesten, Pfandbriefe, Kaution, Vormerkungen. Die wesentlichsten Unterschiede sind:

α. Endgültige Beschwerungen.[5])

1. Pfandbriefe.

Dieselben sind auf den Inhaber lautende, also durch Uebergabe an den Erwerber übertragbare Schuld-Verschreibungen. Zu ihrer Sicherheit dienen Hypotheken-Forderungen, welche auf den Namen Desjenigen ausgestellt und eingetragen werden, der die Pfandbriefe ausgiebt und entweder ein zu diesem Zweck errichtetes

[1]) Auch in Sachsen nach Verordn. v. 9. Jan. 1865 §§ 114, 135. — [2]) Berg-Ges. v. 24. Juni 1865 § 141. — [3]) Durch Ges. v. 2. März 1850 §§ 2, 4. — Ges. v. 11. Juni 1874.
[4]) Gerber. A. a. O. § 176. — [5]) Preuss. Ges. v. 5. Mai 1872.

Institut (Landschaft, Pfandbrief-Amt) oder ein Privat-Unternehmer (Hypotheken-Bank) sein kann. Zwischen Pfandbrief-Besitzer und Grundeigenthümer besteht keine unmittelbare Verbindung, die ersterer vielmehr nur dadurch erlangen kann, dass er sich auf Grund seines Pfandrecht-Titels einen gleich bezifferten Betrag für seine Forderung überweisen lässt, was mit Schwierigkeiten verbunden und deshalb nicht fraglos ist, weil nach den in Deutschland geltenden Rechten der Pfandbrief-Inhaber auf die unterlegten Hypotheken keineswegs ein Vorrecht vor sonstigen Gläubigern des ausfertigenden Pfandbrief-Instituts hat. — Ursprünglich zur Hebung des Realkredits der Landgüter geschaffen, hat in der Neuzeit Uebertragung auf den städtischen Grundbesitz stattgefunden, wo sie sich allerdings noch nicht recht eingebürgert haben, was überwiegend die häufige Unreellität der ausgebenden Banken verschuldet hat. Denn ihrem Wesen entspricht die Amortisation, d. h. eine allmählige Schuld-Abtragung durch einen Zuschlag zum üblichen Pfandbrief-Zinsfuss; und ihr Vortheil besteht darin, dass der Grundbesitzer vor Kündigung des Kapitals während der Tilgungs-Dauer geschützt ist. Insofern nun die ausgebenden Hypotheken-Banken die Geldnoth der Grundbesitzer während der letzten Jahre vielfach ausbeuteten und für das Belassen ihres Kapitals von den Erstehern im Zwangsversteigerungs-Verfahren neue Opfer forderten[1]), haben sie berechtigten Widerwillen gegen Amortisations-Hypotheken wach gerufen. Gelingt es nicht, die Privat-Hypothekenbanken durch Pfandbrief-Institute für städtischen Grundbesitz nach Vorbild der Landschaften zu ersetzen, so wird die Mobilisirung des städtischen Realkredits in Form der Pfandbriefe wenig Aussicht auf Verwirklichung haben.

2. Grundschulden.

Litteratur: Förster. Grundbuchrecht. — B. Hilse. Formulare I. S. 142 ff.

Sie entstehen durch Eintragung in das Grundbuch, welche entweder auf Bewilligung des Eigenthümers, oder auf Grund eines vollstreckbaren Urtheils, oder auf Nachsuchen einer zuständigen Behörde geschehen kann. Die Eintragung ist eine selbständige Belastung des Grundstücks, weshalb sie die Angabe des Schuld-Grundes nicht verträgt. Die Bewilligung muss enthalten: den Namen eines bestimmten Gläubigers, falls die Eintragung nicht etwa auf den eigenen Namen des Grundeigenthümers geschehen soll; eine bestimmte Summe in gesetzlicher Währung; den Zinssatz oder die Bemerkung der Zinsenlosigkeit; die Zinsenzahlungs- und Kapitaltilgungs-Modalitäten. Es erfolgt die Eintragung in der 3. Abtheilung des Grundbuchs an nächst offener Stelle und die Bildung einer Urkunde, die Grundschuld-Brief genannt wird. Die Rechte aus der Grundschuld sind durch Blanko-Indossamente übertragbar, weshalb der Inhaber eines mit solchem versehenen Grundschuld-Briefs als Gläubiger gilt und sämmtliche Befugnisse eines solchem ausüben darf. Für die Grundschuld haftet nur das verpfändete Grundstück, so dass der Grundschuld-Inhaber seine Forderung verliert, wenn, bezw. so weit solche bei der Zwangs-Versteigerung unbefriedigt bleibt.

3. Hypothek.

Sie ist nur eine akzessorische Verbindlichkeit und verlangt deshalb die Angabe des Schuld-Grundes in der Eintragungs-Bewilligung. Ist ein Kaufgelder-Rückstand der Schuld-Grund, so spricht man gemeinüblich von Restkaufgelder-Hypothek. Die Urkunde über Eintragung heisst Hypotheken-Brief. Ihre Uebertragung kann nur durch ausdrückliche, den Rechts-Nachfolger namhaft machende Erklärung geschehen. Ausser dem Grundstück haftet der Aussteller und jeder spätere Rechts-Nachfolger, der die Schuld in Anrechnung auf das Kaufgeld übernommen hatte, persönlich, so dass ein Subhastations-Ausfall gegen ihn verfolgt werden kann, wenn man nicht etwa sein Recht dazu durch eigene Nachlässigkeit im rechtzeitigen Beitreiben der Schuld nach eingetretener Fälligkeit verwirkt hat. Sie bietet mithin zweifellos grössere Sicherheit als die Grundschuld. Eine Umschreibung des erworbenen Forderungs-Rechts auf den neuen Gläubiger ist nicht nöthig, aber zweckmässig.

4. Gemeinsame Grundsätze.

Grundschulden und Hypotheken kommen in der Reihenfolge, in welcher die Eintragungs-Bewilligungen zu den Grund-Akten gelangen, zur Eintragung und Befriedigung aus dem Grundstücks-Erlöse indem die vorderen vor den hinteren

[1]) Vortheilhafte Ausnahmen machten z. B. die Süddeutsche Bodenkredit-Bank in München und die Württembergische Hypotheken-Bank in Stuttgart.

zur Hebung gelangen. Dasselbe gilt für Kapital und Nebenleistungen (Zinsen, Kosten), abgesehen von Zins-Rückständen, die weiter als 2 Jahre zurück reichen, deshalb ihre bevorzugte Stellung verlieren und erst ganz zuletzt angesetzt werden dürfen. — An dem Grundstücke haften dessen Erträge, bewegliches Zubehör und selbst die Feuerversicherungs-Gelder für die Schuld. — Beide erzeugen das Recht, die Zwangs-Versteigerung des Grundstücks herbei zu führen, deren Durchführung allerdings verschiedene Wirkungen äussert, nämlich die Grundschuld, so weit sie unbefriedigt bleibt, vernichtet, bei der Hypothek dagegen im gleichen Falle nur das dingliche Recht zerstört, während das persönliche weiter lebt. — Beide werden durch Zahlung seitens des Grundeigenthümers getilgt; doch hat der Zahlende die Wahl, Quittung oder Abtretung der gezahlten Schuld zu verlangen.

5. Vorrecht-Bewilligung (Nachtritt).

Die Gläubiger können freiwillig auf das Recht, in der Reihenfolge der Eintragung befriedigt zu werden, verzichten und später eingetragenen Forderungen eine bevorzugte oder eine gleich berechtigte Befriedigung zugestehen. Es ist dazu die in urkundl. Form vorzulegende ausdrückl. Bewilligungs-Erklärung nöthig, die den Beweggrund dazu nicht zu enthalten braucht. Die dadurch geschaffene Aenderung wird im Grundbuche und auf dem Schuldbriefe vermerkt. Sie wirkt nur gegenüber der Post, für welche sie erklärt wird, während bezügl. etwaiger Zwischenposten der bisherige Zustand fort besteht. Es führt dies zu vielen schwierigen Streitfragen in Fällen, wo es zu keiner vollen Befriedigung aller Schuldposten kommt.

6. Entpfändung.

Da die Belastung das ganze Grundstück umfassst, dagegen nicht selten dem Eigenthümer daran gelegen ist, Theile unbelastet abtreten zu können, ist in der „Entpfändung" ein Ausweg geschaffen. Sie ist die Erklärung des Gläubigers wegen seiner Forderung bestimmte Theile aus der Pfand-Verbindlichkeit zu entlassen, welche in urkundlicher Form vorgelegt werden muss; inhaltlich ist sie ein Verzicht. Die Angabe des Zwecks und Grundes, zu und aus dem sie geschieht, ist nicht erforderlich. Nur der eingetragene Gläubiger kann verzichten, so dass mit der Entpfändungs-Bewilligung die Umschreibung auf den eigenen Namen beantragt werden muss, falls es zu solcher bisher nicht gekommen war. Die Entpfändung wird auf dem Grundschuld-, bezw Hypotheken-Briefe vermerkt.

7. Kautions-Hypothek

Zu derselben kommt es, wenn Schuld-Grund die Sicherheits-Bestellung für ein Forderungs-Recht ist, dessen Eigenschaft und Höchst-Höhe beziffert sein müssen. Die Eintragung geschieht in die 1. Spalte der 3. Abtheilung. Sie giebt kein Forderungs-Recht, falls die ursprüngliche Schuld nicht zu Stande gekommen, oder schon getilgt ist, so dass die hintern Gläubiger dann vorrücken. Ihrer Umschreibung in eine Schuld-Hypothek muss die Bewilligung des Eigenthümers oder ein Erkenntniss zu Grunde liegen. Der über sie auszustellende Hypotheken-Brief ist äusserlich von dem der Schuld-Hypothek nicht verschieden. Die Baugelder-Hypotheken sind eigentlich nur Kautions-Hypotheken, werden indess gemeinüblich in die Form von Schuld-Hypotheken gekleidet.

β. Die vorbereitenden Belastungen.

Ihr Zweck ist die Wahrung der Stelle im Grundbuche für eine erst noch zu erwartende, oder eine zwar schon entstandene, aber noch nicht vollstreckbare Forderung. Die Eintragung geschieht als Vormerkung, welche bewirkt, dass, falls später die fragliche Forderung, wegen welcher sie erfolgte, wirklich entsteht, die Umwandlung in eine Schuld-Hypothek an der nämlichen Stelle ausführbar ist, spätere Eintragungen ihr also unnachtheilig sind und die hypothekar. Vorrechte ihr gewahrt bleiben. Sie erfolgt auf Antrag des Berechtigten, wofern derselbe entweder die Eintragungs-Bewilligung des Grundstück-Besitzers, oder eine gerichtliche Beschlagnahme beibringt. Zur späteren Umschreibung ist gleichfalls entweder die Bewilligung, oder ein vollstreckbares Urtheil erforderlich. Die Eintragung erfolgt in der 1., die Umschreibung in der 2. Spalte der 3. Abtheilung. Eine Urkunde wird erst nach Umschreibung gebildet, während bis dahin Benachrichtigung dem Berechtigten genügen muss. Auch das nach preuss.[1]) Landrecht dem Baugewerks-Meister zustehende Recht, seine Baugelder-Forderung in das Grund-

[1]) A. L.-R. I. 11. §§ 971, 972.

buch eintragen zu lassen, kann nur in Form der Vormerkung und durch Vermittelung des Gerichts zur Ausübung gelangen. Nachdem man sich durch eidesstattliche Versicherung die Leistung der Arbeiten und Materialien - Verwendung in das Grundstück, sowie die Angemessenheit der Forderungs-Beträge hat beglaubigen lassen, reicht man den Antrag auf Bewilligung einer Vormerkung bei dem Prozess-Gericht ein, dessen Bewilligungs-Beschluss sodann dem Grundbuch-Richter mit dem Ersuchen um Eintragung übergeben wird.[1])

VI. Beschränkungen der Bau-Freiheit.

Litteratur: Grein. Baurecht nach den Vorschrtften des Allg. Landrechts (1863). — Müller. Das Baurecht in den landrechtl. Gebieten Preussens (1883). — Raschdorf. Das Baurecht in der preuss. Rheinprovinz (1869). — Förtsch u. Caspar. Elsass-Lothringisches Baurecht.

Die Werke von B. Hilse, Jäschke, Kletke, v. Rönne, Arndt u. A. enthalten nur mehr oder weniger gründliche Zusammenstellungen der Gesetzes-Texte. Dasselbe gilt von den für einzelne Städte, Provinzen, Länder erschienenen sogen. Baurechten. Recht brauchbar ist das „Repertorium des Baurechts u. der Baupolizei“ von Döhl, so weit es nicht durch die neuere Gesetzgebung veraltet ist.

a. Die Bau-Freiheit.

α. Begriff.

Das Recht zu bauen ist ein Ausfluss des Eigenthums an Grund und Boden, d. h. der unumschränkten Herrschaft der Person über denselben. Grundsätzlich ist dasselbe frei und unbeschränkt. Wie aber jede Sonderfreiheit ihre natürlichen Grenzen an den schuldigen Rücksichten auf die Freiheit der Nebenmenschen findet, die Unumschränktheit des Einen durch die Ausschliesslichkeit des Andern bedingt und beeinflusst ist, so muss auch die Freiheit zu bauen aufhören, sobald und soweit sie entweder zum Eingriff in die Freiheits Sphäre Anderer sich gestaltet und dadurch deren wohlerworbene Rechte kränken, oder die schuldigen Rücksichten auf das Allgemeinwohl und die öffentliche Ordnung ausser Acht lassen würde. Demgemäss findet die natürliche Bau-Freiheit ihre ebenso natürl. Grenzen in der Kollision mit: a. den öffentlichen Interessen, b. den Sonder-Berechtigungen Dritter, vornehmlich der Nachbarn. Dieselben äussern sich bald in dem Verlangen, dass etwas gethan werde, bald in der Forderung, beabsichtigte Handlungen zu unterlassen.

Diese sich in Geboten oder Verboten äussernde Nothwendigkeit im Gebiete der Bau-Freiheit macht den Inhalt des Baurechts im engeren Sinne aus.

β. Grenze zwischen Baurecht und Baupolizei.

Schwierigkeit bietet die Abgrenzung zwischen Baurecht und Baupolizei. Unter letzterer versteht man die Befugniss der Staatsgewalt zum Besten des Gemeinwohls, namentlich zur Aufrechterhaltung der Sicherheit des allgemeinen Verkehrs, zum Schutze der Gesundheit, Reinlichkeit, sowie gegen Feuersgefahr das Zustandekommen von Bauwerken zu hindern, oder, auch das Abändern von Bauwerken zu fordern. Man hat deshalb vielfach versucht, alle Bau-Beschränkungen und auf die Bau-Ausführung bezüglichen Bestimmungen, so weit sie nicht ausschliesslich zum Besten Einzelner erlassen, sondern dem Gemeinwohl zu dienen bestimmt sind, aus dem Baurecht auszuscheiden und der Baupolizei zuzutheilen, selbst wenn sie rein materieller Natur sind. Dies scheint nicht unbedenklich, die Einschränkung des Begriffs Baurecht auf diejenigen Beschränkungen der Bau-Freiheit, welche aus Nachbar-Rücksichten aufgestellt sind, ist vielmehr zu eng und die Zutheilung aller zu gunsten des öffentlichen Wohls ergangenen Beschränkungen der Bau-Freiheit an die Baupolizei nicht berechtigt. In Wahrheit bilden Bestandtheile des Baurechts alle durch Landes-Gesetzgebung geschaffenen und zugelassenen Eingriffe in die Bau-Freiheit, ohne Unterschied, ob sie zu gunsten Einzelner oder der Allgemeinheit aufgestellt wurden, während der Baupolizei nur diejenigen Beschränkungen zuzurechnen sind, welche der Staat kraft seiner Polizei-Gewalt darüber hinaus zu treffen, verfassungsgemäss befugt erscheint.

γ. Inhalt des Baurechts.

Die baurechtlichen Beschränkungen der Bau-Freiheit können: a. entweder auf allgemeinen gesetzlichen Titeln, oder: b. auf erworbenen Privatrechts-Titeln beruhen.

Beide äussern verschiedene Wirkungen. Die ad b können unbedingt durch Uebereinkunft abgeändert werden, also durch Verjährung, Entsagung, Verzicht, Vertrag wegfallen. Bei den ad a ist solches nur so weit der Fall, als nicht etwa ein öffentliches Interesse für ihre Satzung maassgebend war. Letzteren Falls

[1]) Formulare dafür bei B. Hilse. A. a. O. II. S. 44. ff.

findet auch hier der allgemeine Rechts-Grundsatz Platz: *jus publicum privatorum pactis mutari nequit.* Aus dem Eigenthums-Bestandtheil der Ausschliesslichkeit folgt, dass die Grundlage für die Bau-Befugniss auf einer bestimmten Stelle das Eigenthum an ihr bilden muss und damit die grundsätzliche Unzulässigkeit, auf fremdem Grunde zu bauen. Insofern indess man sich nicht nur des vollen Eigenthums, sondern auch einzelner darin liegender Befugnisse entäussern kann, ist die rechtliche Möglichkeit des Entstehens von Bauwerken auf fremden Grundstücken nicht ausgeschlossen. Es werden deshalb zu untersuchen und darzustellen sein:

a. Bauen auf fremdem Grundstück;

b. die beim Bauen auf eigenem Grundstücke zu beachtenden Beschränkungen.

b. Bauen auf fremdem Boden.

Litteratur: Arndts. A. a. O. § 152. — v. Wächter. A. a. O. § 133 Beil. III. — Dernburg. A. a. O. § 236. — Förster. A. a. O. § 176. — Grein. A. a. O. §§ 3—7. — Koch. A. a. O. § 249. — Müller. A. a. O. Kap. 3. — Zachariae. A. a. O. § 203. — M. s. auch C. Hilse. Art u. Umfang des Rechts an dem in den Strassenkörper eingelegten Unterbau in Wallmanns Zeitschr. f. preuss. Recht, Bd. 4, S. 193—219.

Da die Befugniss zu bauen ein Ausfluss des Eigenthums an Grund und Boden ist, muss ihre Grenze mit der Eigenthums-Grenze zusammen fallen. Denn der in dem Eigenthum liegende Bestandtheil der Ausschliesslichkeit giebt dem Eigenthümer das Recht, Vornahme aller Handlungen zu hindern, die sich zu Eingriffen in seine Machtsphäre gestalten. Dies ist beim Bauen auf fremdem Boden ohne Unterschied der Fall, gleichgültig ob das Bauwerk gänzlich oder nur theilweis darauf zu stehen kommt. Folgeweise ist das Bauen auf fremdem Boden an sich verboten. Insofern indess dem Eigenthümer unverwehrt ist, seiner Ausschliesslichkeit zu gunsten eines Dritten sich zu begeben und die eigne Bau-Befugniss diesem zu übertragen, ist das Zustandekommen eines Bauwerks auf fremdem Boden nicht ausgeschlossen.

Auch giebt es im Verkehr Verhältnisse, welche es unbillig erscheinen lassen würden, der von einem Dritten eigenmächtig vorgenommenen Bau-Ausführung auf fremdem Boden jeden Schutz zu versagen. Sie führten vielmehr dazu, dass auf diesem Gebiete gesetzgeberisch vorgegangen wurde und man zu Rechts-Regeln über das Bauen auf fremdem Boden gelangt ist, welches dem röm. Rechte als „Inädifikation" bereits in den beiden Formen bekannt ist, dass es bald auf Grund einer ausdrücklichen Bewilligung des Eigenthümers, bald eigenmächtig ohne solche geschieht. Nur die Fälle der letzteren Art finden in den Rechtsbüchern ihre Erörterung, während bei den der ersteren Art die beiderseitigen Ansprüche u. Verbindlichkeiten sich ausschliesslich durch die getroffenen Vereinbarungen bestimmen.

α. Bauen im Einvernehmen des Eigenthümers

1. Ausdrückliche Bewilligung.

Sie setzt eine ausdrückliche Einwilligungs-Erklärung des Grundstück-Besitzers voraus, welche zwar formlos erfolgen kann, dagegen urkundlich zu Stande zu bringen ist, wenn daraus Eintragungen im Grundbuch stattfinden sollen, und zweckmässiger Weise die Bewilligungs-Modalitäten, als: Zeitdauer, Umfang, Ausführungs-Art zu enthalten hat. Ebenso an öffentlichen wie an Privat-Grundstücken zulässig, hindern selbst vorhandene Grundstück-Belastungen ihre Abgabe nicht, sofern und so weit daraus keine derarte Entwerthung des Grundstücks zu besorgen steht, dass sie sich zur Verschlechterung (Deterioration) gestaltet und den Gläubigern ein Recht zur vorzeitigen Kapital-Rückforderung und bis nach dessen Leistung zum Widerspruch der Ausführung geben würde. Umgekehrt ist sie den bereits eingetragenen Grundstück-Gläubigern gegenüber unnachtheilig. Selbst später eingetragenen gegenüber bleibt sie ohne Wirkung, so lange es noch zu keiner Eintragung der Bewilligung im Grundbuche gekommen. Denn sie giebt dem Bauenden ein persönliches Recht, welches der Besitz-Nachfolger im Grundstück gegen sich nicht gelten zu lassen braucht, so dass er entweder auf Grund des in seinem Eigenthum liegenden Bestandtheils der Ausschliesslichkeit die Wiederwegnahme der entstandenen Bauwerke verlangen, oder sogar — worüber indess sein guter Glaube gelegentlich des Eigenthum-Erwerbs entscheidet — die fremden Baulichkeiten sich aneignen kann. Es macht dabei keinen Unterschied, ob die Bewilligung entgeltlich oder unentgeltlich erfolgt, ob die Wahrung der Eigenthums- und Wiederwegnahme-Befugniss ausdrücklich vereinbart gewesen, was alles vielmehr nur für die Frage über den Umfang der Ersatz-Ansprüche gegenüber dem Bewilligenden bestimmend einzuwirken vermag.

Derjenige, welcher auf fremdem Grundstücke mit Bewilligung des Eigenthümers bauen und gleichzeitig gesichert sein will, dass ihm die Benutzung des Bauwerks während der bewilligten Zeit in dem vereinbarten Umfange nicht willkürlich entzogen werden kann, hat deshalb nicht blos die Eintragung seines Rechts, sondern sogar die Erklärung des Einverständnisses der vorhandenen Grundstücks-Gläubiger — die in Form der Vorrecht-Einräumung geschehen müsste — nothwendig. Sie erfolgt in der 2. Abtheilung. Im Falle einer Zwangs-Versteigerung muss überdies der Eigenthümer des Bauwerks sich seine Rechte durch Anmeldung im Bietungs-Termine wahren, weil andern Falls der Zuschlag dem Ersteher gegenüber Ausschliessung bewirken würde. Hierher gehört u. a. auch der Fall, dass die Stadtgemeinden an Einzelne oder Gesellschaften die entgeltliche oder unentgeltliche Befugniss ertheilen, in dem Strassenkörper Gleisanlagen herzustellen, um denselben für die Eigenthümlichkeiten ihres Betriebes benutzbar zu machen. Da im Grundbuch Strassenland nicht eingetragen wird, so erlangt sie durch die Ausführung der Anlage die Eigenschaft der Dinglichkeit; man pflegt hier von Konzessionen zu sprechen. Hierher fällt ferner das übliche Zugeständniss an Miether, bauliche Veränderungen am Mieth-Grundstück vorzunehmen, welche sie dann bei ihrem Auszuge bald wieder wegnehmen dürfen, bald zurück lassen müssen. Es liegt nämlich keineswegs nur dann Bau auf fremdem Boden vor, wenn ein selbständiges Bauwerk errichtet wird; vielmehr fällt schon eine selbständige Veränderung der bestehenden Baulichkeit, z. B. das Ziehen von Wänden und Aehnliches unter den Begriff.

2. Die Superficies.

Auf Grund einer solchen pflegte sich im römischen Recht das Bauen auf fremdem Boden zu vollziehen. Es ist darunter ein Mieth-Recht von unbeschränkter Dauer an dem, was auf dem Boden errichtet ist, zu verstehen. Der Berechtigte führte das ihm zur Benutzung zu überlassende Bauwerk aus eigenen Mitteln auf, welches mit der Fertigstellung zwar Eigenthum des Grundstück-Besitzers wurde, während der Erbauer nur das uneingeschränkte, selbst den Eigenthümer ausschliessende Nutzungs-Recht behielt. Unter dem Einflusse deutscher Rechts-Anschauung nahm man später ein getheiltes Eigenthum, nämlich des Erbauers am Bauwerk, des Grundeigners am Grundstück an. In Deutschland hat die Superficies sich nicht recht eingebürgert.

Einen eigenen Weg ging das A. L.-R. Es erwähnt [1]) noch, als einer Grund-Gerechtigkeit, die gewissermaassen eine Mischung der Gebäude- und Land-Servituten darstellt, indem sie ein Haben und Thun kombinirt, das Recht, auf einem fremden Grundstücke Gebäude, Bäume oder Holzungen zu haben. Man findet hierin das Institut der römischen Superficies wieder; nur würde man fehl greifen mit der Annahme, das A. L.-R. denke hier an ein sog. getheiltes Eigenthum. Das Recht ist vielmehr schlechthin als Grund-Gerechtigkeit aufgefasst und daher durch das neuere Recht, welches das getheilte Eigenthum beseitigt hat, nicht aufgehoben; es ist auch nicht ablösbar, weil es die Ablösungs-Ordnung nicht berührt. Der Inhalt des Rechts besteht darin: dass der Berechtigte über das Gebäude, die Bäume und die Holzung wie ein Eigenthümer frei verfügen kann; dass sich diese Verfügung auch auf das Fundament des Gebäudes, auf die Wurzel der Bäume erstreckt; dass das verfallene, abgebrannte Gebäude wieder aufgebaut; dass an Stelle der ausgegangenen Bäume neue gepflanzt, der Wald forstmässig benutzt, erhalten, verbessert werden darf. Aber es dient dem Berechtigten nur die Oberfläche des Bodens; er darf nicht tiefer in das Grundstück eindringen, keine Keller anlegen oder Brunnen graben.

β. Eigenmächtiger Bau auf fremdem Grundstück.

Hier sind 4 wesentlich verschiedene Fälle auseinander zu halten, nämlich die Baulichkeit steht: 1. ganz auf fremdem Boden, (Inädifikation); 2. theilweis auf eigenem, theilweis auf fremdem Boden (Ueberbau); 3. ganz auf eigenem Boden, während Theile in fremde Luftsphäre hinüber ragen (Vorbauten); 4. zwar ganz und vollständig auf eigenem Boden, doch sind fremde Materialien darin verbaut (Vorbau).

1. Das Verbauen fremden Materials.[2])

Unabhängig davon, ob es durch den Grundstücks-Eigenthümer selbst oder durch einen Dritten, ob es mit oder ohne Kenntniss seiner Eigenschaft einer fremden

[1]) A. L.-R. I. 22 §§ 243 ff. — [2]) § 29. *J. de R. D.* (2. 1), 23. 59. *D. de R. V.* (6. 1). — A. L.-R. I. 8 § 3354 ff. — C. c. Art. 577. 861. 862. 1381. 1673. — B. G. B. §§ 284 ff. 295. 305. 1499.

Sache geschehen, erlangt der Grundstücks-Eigenthümer durch die Verbauung Eigenthum des Materials, so dass dessen Eigenthümer, so lange das Gebäude steht, solches unbedingt nicht, sowie selbst nach Aufhören seiner Verbindung mit dem Grundstück nur nach römischem Recht[1]) und falls die Verwendung arglistiger Weise erfolgt (*tignum furtivum*) war, wieder zurück nehmen darf. Er muss sich vielmehr an der Abfindung durch Vergütigung genügen lassen, so dass der Entschädigungs-Anspruch an Stelle des verlorenen Eigenthums tritt. Die Schadens-Höhe, bezw. die Werthschätzung des verlorenen Materials hängt von dem Grade des Verschuldens ab, welches den Verbindenden trifft. Selbst vorsätzliche Aneignung fremden Materials, also Diebstahl, hält den Eigenthums-Erwerb nicht auf, begründet vielmehr neben der Ersatz-Klage nur die Strafbarkeit. Gilt solches schon bei Selbstausführung Seitens des Eigenthümers, so trifft es erst recht zu, wenn eine Mittelsperson — z. B. ein Baugewerks-Meister — der Thäter ist. Hier entsteht dem Materialien-Eigenthümer gegen den Verbauenden ein Ersatz-Anspruch aus der Verwendung; daneben gegen den Grundstücks-Eigenthümer jedoch höchstens eine Bereicherungs-Klage, oder eine solche aus dem Auftrage, wenn er ausdrücklich auf Verwendung fremden Materials gerichtet war. Der Ersatz-Anspruch des Materialien-Eigenthümers geniesst kein[2]) Vorrecht im Konkurse, und giebt noch weniger einen Pfandrecht-Titel auf das Grundstück, so dass man nur durch Klage und Beschlagnahme sich das Grundstück für seine Forderung sichern kann.

2. Der Einbau (Inädifikation).

Darunter sind die Fälle zusammen zu fassen, in denen Baulichkeiten auf fremdem Grundstück zur Entstehung gelangen; und zwar ohne Unterschied, ob solche dem Hochbau oder Tiefbau angehören. Der Ausführende und der Grund-Eigenthümer müssen verschiedene Personen, und darf Ersterer namentlich nicht einmal Beauftragter des Letzteren sein, weil dann Verbau im Sinne zu 1 vorliegt. Dagegen kann die Ausführung entweder mit, oder ohne Wissen des Grund-Eigenthümers geschehen. Dies ist für die rechtlichen Folgen erheblich, welche sich in den verschiedenen Rechts-Gebieten verschieden gestalten.

a. **Gemeinrechtlich** bildet nach der allerdings nicht unstreitigen Ansicht der neueren Civilisten[3]) der Einbau zwar keinen Erwerbungs-Titel für das Eigenthum, sondern bewirkt nur eine Beschränkung des Eigenthümers am verbauten Material in dem Rechte solches wieder weg zu nehmen, bis zu dem Zeitpunkte, wenn durch Zufall oder durch den Eigenthümer des Bodens das Eingebaute wieder aufgelöst und von der Verbindung mit dem Boden oder Gebäude völlig getrennt wird. Ebenso verliert der Verbauende die Entschädigung für seine Bau-Leistungen. Er hat höchstens eine Bereicherungs-Klage und, so lange er im faktischen Besitz des fragl. Grundstücks ist, eine Wiederwegnahme — die dann kein Unrecht ist — jedenfalls aber kein Zurückbehaltungs-Recht des Grundstücks, das Einzelne ihm zusprechen wollen. Gleiches ist für das sächsische Recht anzunehmen.[4])

b. **Im Landrechts-Gebiete** ist zu unterscheiden[5]), ob der Eigenthümer um den Einbau gewusst hat oder nicht.

1. Wissentliches Zulassen lässt zu gunsten des Bauenden gegen den Grundeigenthümer das Recht entstehen, zu verlangen, dass dieser ihm gegen blosse Entschädigung für Grund und Boden die Baustelle überlasse. Hierbei ist aber — abgesehen davon, dass der Bauende nicht in bösem Glauben gehandelt haben darf — voraus gesetzt: dass der Grundeigenthümer nachweislich Kenntniss von dem Bau erhalten hat, also davon benachrichtigt worden ist, oder er ihn nicht übersehen konnte und ferner: dass der Grundeigenthümer unterlassen hat, sogleich der Fortsetzung des Baues zu widersprechen. Dieser Widerspruch muss ausdrücklich — wenn auch nicht gerade schriftlich — geschehen, und zwar sogleich, d. h. ohne eine dem Bauenden nachtheilige Verzögerung. Der Grundeigenthümer hat nachzuweisen, dass und zu welcher Zeit der Widerspruch erhoben und zur Kenntniss des Bauenden gebracht worden ist. Dies dem Bauenden zustehende Recht[6]) ist nicht auf den

[1]) v. Wächter. A. a. O. § 133 (II. 123). Bezüglich des französ. Rechts besteht Meinungs-Verschiedenheit. M. s. Zachariae. A. a. O. § 203, Anm. 2a. — [2]) A. L.-R. I. 8 § 339 ist durch Konk.-Ordn. v. 8. Mai 1885 beseitigt. — [3]) Arndts. A. a. O. §§ 131. 152. — v. Wächter. A. a. O. § 133. Beil. III.

[4]) B. G. B. §§ 286, 287. — [5]) A. L.-R. I. 9. §§ 327—333.

[6]) Erk. d. Reichs-Gerichts v. 7. Febr. 1880, Entsch. Bd. I. S. 178.)

Baugrund des Gebäudes beschränkt, sondern umfasst darüber hinaus diejenige Grundfläche, welche mit dem Gebäude zwar nur äusserlich zusammen hängt, aber für den Gebrauch desselben unentbehrlich ist.

2. Ohne Vorwissen des Grundeigenthümers bewirkter Einbau begründet für diesen ein dreifaches Wahlrecht: a. Er kann verlangen, dass der Bauende das Gebäude abbrechen und wegschaffen lässt, welcher dann alle Kosten dafür zu tragen und ausserdem, nach dem Grade seiner Verschuldung, für erlittenen Schaden und entgangenen Gewinn zu haften hat. — b. Er kann sich das Gebäude selbst aneignen nach dem allgemeinen Grundsatz *solo cedit, quod solo inaedificatur*, und zwar gegen Ersatz des Arbeitslohns und des Werths der Materialien, so weit sie den Werth des Gebäudes nicht übersteigen. — c. Er kann verlangen, dass der Bauende das Gebäude übernehme, also den Werth des Grund und Bodens bezahle und ausserdem den durch Verengung des Platzes entstandenen oder sonst erweislichen Schaden ersetze. — Das französische Recht[1]) giebt dem Grundeigenthümer das Wahlrecht, das Bauwerk unter Werth-Entschädigung für das Material zu behalten, oder den Erbauer zur Wegnahme zu nöthigen.

3. Ueberbau.

Von einem solchen spricht man, wenn bei dem auf eigenem Grundstück aufgeführten Bau die Nachbar-Grenze überschritten wird, so dass das Bauwerk theilweis auf fremden Boden zu stehen kommt. Auch hier kann es sich um Hoch- und Tiefbau-Werke handeln. Der Umfang, in welchem die Grenz-Ueberschreitung stattgefunden hat, ist gleichgültig. Dagegen sind für die rechtlichen Folgen zu unterscheiden: ob das Ueberschreiten der Grenzlinie Seitens des Bauenden „vorsätzlich" oder durch „grobes Versehen" — oder ob es durch „Zufall", „geringes" oder „mässiges Versehen" eingetreten ist.

Ersteren Falls hat der Bauende die doppelte Pflicht zum: a. Einziehen des Bauwerks auf eigene Kosten bis innerhalb seiner Grenze, und: b. zur Entschädigung des Nachbars. Im 2. Falle ist zu unterscheiden, ob dem Nachbar vor Beginn des Baues von dem Bau-Vorhaben dergestalt Anzeige gemacht war, dass er die Abschluss-Linie des Bauwerks und dass solche auf seinem Grunde liege, erkennen konnte, oder ob solches unterlassen war. Bei erfolgter Anzeige muss der Nachbar Widerspruch erklären, widrigenfalls er das Recht verliert, das Einziehen des Bauwerks zu verlangen, vielmehr verpflichtet wird, die beanspruchte Grundfläche gegen billige Taxe abzutreten. Ist die Anzeige unterblieben oder von dem Nachbar der Ausführung in der beabsichtigten Ausdehnung widersprochen, so bleibt die Pflicht des Bauenden zum Einziehen des Bauwerks auf die eigene Grenze bestehen.

Die materielle Tragweite der Anzeige des Bau-Vorhabens ist also unverkennbar. Wird die ursprüngliche in der Bauzeichnung vorgesehene Baugrenze erst während des Bauens überschritten, so dass der Bau gegen die Absicht weiter in das Nachbar-Gebiet zu stehen kommt, so hat der Bauende die vorgedachte Begünstigung nicht, weil deren Voraussetzung eine dem Bauen voran gegangene Anzeige ist. Dasselbe gilt, wenn die der Anzeige zu Grunde gelegte Zeichnung ungenau war, oder die nöthige Uebersichtlichkeit nicht gewährte.

Die Anzeige kann formlos, muss aber ausdrücklich vor dem Bau erfolgt sein und wird weder durch die baupolizeiliche Anzeige des Bau-Vorhabens, noch durch den Umstand ersetzt, dass der Bau unter den Augen des Nachbars unternommen ist, letzterer also um ihn gewusst hat. Da den Bauenden die Beweis-Last trifft, erscheint es rathsam, jene in Gegenwart von Zeugen zu erklären. Die zuverlässigste Form ist natürlich durch Zustellungs-Urkunde oder zu notariellem Akt. Der geführte Beweis einer geschehenen Anzeige bewirkt die durch den Gegenbeweis, dass ein Widerspruch erfolgt sei, entkräftbare Rechts-Vermuthung des Einverständnisses des Anderen mit der Bau-Ausführung. Daraus folgt, dass es einer ausdrücklichen Zustimmung nicht bedarf. Rechtzeitig wird der Widerspruch nur erhoben: vor Beginn des Baues oder in dem Zeitpunkte, wo die abgesteckte Baulinie dem Nachbar den Umfang des Bau-Vorhabens kenntlich machte; er ist an keine Form gebunden, wird aber dem Bauherrn selbst zu erklären sein; sein Ausspruch gegen die Bauhandwerker genügt nicht. Während der Bau-Ausführung ist er verspätet und kann die verwirkten Rechte nicht wieder aufleben lassen.

[1]) C. c. Art. 555. mit Zachariae. A. a. O. § 203 (Bd. I. S. 539). Vergl. C. Hilse in Wallmanns Zeitschr. f. Preuss. Recht. 1884. S. 198.

Der Nachbar kann nicht berechtigt sein, den Beginn des Baues dadurch hinzuhalten, dass er eine Erklärung nicht abgiebt. Nimmt man nicht den Beginn des Baues als den Termin an, bis zu welchem der Widerspruch erhoben werden muss, so lässt sich ein Endtermin für die Rechtzeitigkeit des Widerspruchs nicht aufstellen.

Die Genehmigung kann auch bedingungsweise geschehen; ist die Bedingung aber nicht erfüllt, so verliert die Genehmigung ihre verbindliche Kraft.

Aus dem Ueberbau können nach Lage der Umstände entstehen: ein Klage-Recht des Bauenden auf Ueberlassung des beanspruchten Grundstück-Theils gegen Werth-Erstattung, und ein solches des Anderen: entweder auf Werth-Ersatz unter Abnahme eines Grundstück-Theils, oder auf Einrücken des Bauwerks und Schadloshaltung. Keineswegs bildet der Ueberbau eine Erwerbs-Art des Eigenthums an dem beanspruchten Trennstück, sondern nur ein Recht auf dessen Ueberlassung.

Die Grundstücks-Gläubiger haben kein Widerspruchs-Recht. Dagegen wird der zu zahlende Werth-Ersatz ihnen zunächst zugute kommen, weil es zu einer Entpfändung des Trennstücks wird kommen müssen und deren Abgabe vor Minderung der Hypotheken-Last nicht zu erfolgen braucht. So im Landrechts-Gebiete.[1])

Im Gemeinrechts-Gebiete[2]) hilft die *novi operis nuntiatio*,[3]) d. h. ein dahin gehendes Privat-Verbot Dessen, der sich durch einen Bau benachtheiligt hält, an den Anderen aus, sich des Weiterbaues zu enthalten, bis über das Recht dazu gerichtlich entschieden sein werde. Sie kann mit gleicher Wirkung den Arbeitern wie dem Bauherrn selbst erklärt werden und bewirkt, dass der Nuntiant binnen 3 Monaten auf Anerkennung seines Widerspruchs klagen muss, widrigenfalls der Andere im Bau fortfahren darf. Selbstredend kann auch der Letztere schon früher dahin klagen, dass kein Recht zum Einspruch bestehe. Neuerdings pflegt man aber das Angehen des Gerichts um Erlass einer einstweiligen Verfügung dem Privat-Verbote vorzuziehen; jenes erlässt ein Inhibitorium, wenn das Recht gegen das Bau-Vorhaben vorläufig blos wahrscheinlich gemacht ist.

4. Vorbau.

Er liegt vor, wenn aufgeführte Bauwerke durch Vorsprünge wie Altane, Erker in die Luftsphäre eines anderen Grundstücks reichen, und kann also nur beim Hochbau vorkommen. Im Gemeinrechts-Gebiete besteht auch für Fälle dieser Art die vor erörterte *novi operis nuntiatio*. Im Landrechts-Gebiete ist der Nachbar die Anlegung neuer Erker, Altane, Wetterdächer, Dachtraufen und anderer über die Grenze ragenden Bauwerke zu dulden nicht[4]) verpflichtet.

Das Widerspruchs-Recht gegen sie entspringt denselben Gründen, aus denen man jeder baulichen Anlage des Nachbars widersprechen darf, welche über die Grundstücks-Grenze hinaus geht. Da nämlich die Luftsäule über dem Grundstücke dessen Eigenthümer zusteht gestaltet selbstverständlich sich ein solcher Vorbau zu einem Eingriff in das Eigenthum und darf kraft des Rechts der Ausschliesslichkeit zurück gewiesen werden. Ueber die Grenze ragende Bauwerke sind indess nur dann unstatthaft, Erker, Altane und ähnliche Bauwerke also erst dann zu den vom Untersagungs-Recht des Nachbars abhängigen Anlagen zu rechnen, wenn Neu-Anlagen, d. h. ihre erste Errichtung erfolgte. Vorhandene umzugestalten, ist Jedem unverwehrt. Man kann namentlich Erker in Altane umwandeln und umgekehrt. Es handelt sich auch nur um Anlagen nach dem Nachbar-Grundstücke. Gleichartige Vorbauten nach der Strasse werden blos durch die strassen-polizeilichen Rücksichten bestimmt, so dass zur Verhinderung der nach der Strassen-Front hinaus gehenden Anlagen kein klagbares Recht besteht. — Diese Lehre erstreckt sich nicht blos auf die der Aussicht oder sonstiger Annehmlichkeit wegen angelegten Vorbaue, trifft vielmehr auch auf solche zu, welche etwa, wie z. B. Dachgesimse, zur Verzierung angebracht werden. In der Rechtsprechung versteht man unter Erker einen thurmähnlichen Ausbau in den oberen Stockwerken, welcher mit Fenstern vorn und seitwärts versehen, also ringsum geschlossen ist, wie sie sich, aus dem Orient stammend, besonders in den alten deutschen Städten finden; unter Altan einen mehr oder weniger offenen Theil eines Gebäudes, welcher aus den oberen

[1]) A. L.-R. I. 9 §§ 340—342. — [2]) *Tit. D. de operis novi nuntiatione* (39. 1), *X. de novi operis nunt.* (5. 32). — [3]) Stölzel. Die Lehre von der *novi operis nuntiatio*. — Hesse. Das Einspruchs-Recht gegen Bau-Unternehmungen S. 92 ff. — v. Wächter. A. a. O. § 146.

[4]) A. L.-R. I. 8 § 123.

Stockwerken einen unmittelbaren Austritt ins Freie gestattet, ohne Unterschied, ob mit oder ohne Bedachung und ob seine Stützen entweder vorspringende Mauertheile, Flügel, Erker u. dergl., oder besondere Pfeiler oder Säulen bilden; endlich unter Balkon einen derartigen ganz frei auf Konsolen ruhenden Ausbau.

Auf Beseitigung aller über die Grenze hinaus ragenden Theile eines Baues kann im ordentlichen Rechts-Verfahren geklagt werden. Aus gleichem Rechts-Grunde brauchen nach aussen sich öffnende Fenster oder Thüren nicht geduldet zu werden, sobald die fragliche Hauswand unmittelbar oder so nahe an der Grenze steht, dass die Fenster- oder Thürflügel wenigstens theilweis in fremde Luftsphäre ragen. Indessen handelt es sich hier um wirklich lästige und nachtheilige Hervorragungen; es würde also nicht jede geringfügige Unebenheit einer Wand das Recht geben, deren Beseitigung zu verlangen. Die Rechtsprechung hat namentlich angenommen, dass eiserne in einer Giebelwand zur Befestigung angebrachte Anker, welche nur einige Zoll über die Grenze hervor ragen, vom Verbote nicht berührt werden.

Das thatsächliche Vorhandensein von Vorbauten begründet die Vermuthung ihrer Rechtmässigkeit. Daraus folgt, dass bei Umbauten der Nachbar, welcher ihrer Wiedererrichtung widersprechen will, die Beweislast des ihm zustehenden Einspruch-Rechts hat, so dass von dem Vorbau-Besitzer der Beweis für seine Berechtigung nicht gefordert werden darf.

c. Beschränkungen der Bau-Freiheit.

Darunter sind alle, den Grundeigenthumer treffenden Beschränkungen seiner Bau-Freiheit zu verstehen, ohne Unterschied, ob sie im Interesse Einzelner oder aus Rücksichten für das Gemeinwohl getroffen sind, und ob sie sich in Verboten oder in Geboten, also dem Verhindern oder Erzwingen gewisser Ausführungen äussern. Sie beruhen entweder auf dem im Gesetz sich äussernden Gemeinwillen oder auf dem Sonderwillen Einzelner, die mit dem derzeitigen Grundstücks-Eigenthümer indess nicht nothwendig identisch zu sein brauchen. Daraus ergiebt sich die Unterscheidung zwischen gesetzlichen und freiwilligen Eigenthums-Beschränkungen. In beiden Formen können sie die Förderung sowohl allgemeiner, als auch von Sonder-Interessen bezwecken. Denn keineswegs zielen die gesetzlichen Bau-Beschränkungen ausnahmlos auf die Förderung des Gemeinwohls ab, indem sie vielmehr vielfach lediglich die beiderseitigen Beziehungen von Nachbarn zu einander regeln. Umgekehrt bezwecken die auf Willens-Erklärungen beruhenden Bau-Beschränkungen nicht immer nur die Verhältnisse zwischen gewissen Grundstücken zu regeln, begründen bisweilen vielmehr Verpflichtungen der Grundstücke zu gunsten der Allgemeinheit. Man denke z. B. an die zahlreichen Fälle, in denen bei Grundstücks-Zertheilungen behuf Anlage neuer Stadttheile den Erwerbern und Bebauern von Trennstücken die Verpflichtung auferlegt wird, den Bauwerken eine vorgesehene Gestaltung zu geben, um auf diesem Wege dem entstehenden Stadttheile einen bestimmten architektonischen Charakter zu sichern, hierdurch aber in weiterem Verfolge das Gemeinwohl zu fördern. So weit sie auf Willens-Erklärungen beruhen, sind die Bau-Beschränkungen ihrem Gegenstand, Inhalt und ihrer Zahl nach unbeschränkt, indem sie ihre ausschliessliche Grenze nur an dem Grundsatze finden, dass sie nicht gegen öffentlich-rechtliche Satzungen verstossen dürfen. Es wird deshalb nur die Darlegung ihres Wesens, ihrer Entstehung und Endigung geboten sein, da ihr Zweck sich aus ihnen selbst ergeben muss. Bei den gesetzlichen Bau-Beschränkungen werden auseinander zu halten sein: solche zum Besten des Gemeinwohls von denen zu gunsten der Nachbarn (Nachbar-Rechte), welchen sich dann noch die „Grund-Gerechtigkeiten" anzuschliessen haben werden.

α. Die freiwilligen Beschränkungen der Bau-Freiheit.

Freiwillige Beschränkungen der Bau-Freiheit müssen sich, abgesehen von der Ersitzung, die einen gültigen Erwerbs-Grund abgiebt, stets auf ein Rechts-Geschäft stützen, welches ebenso gut einseitig, wie zweiseitig, unter Lebenden oder von Todes wegen zu Stande gekommen sein kann, auch nicht nothwendig dem Willen des derzeitigen Grundstück-Besitzers zu entspringen braucht, sondern auf einem für ihn maassgebenden fremden Willen beruhen kann. Es kann z. B. ein Erblasser seinen Erben zu gunsten eines Dritten in Bebauung des Nachlass-Grundstücks beschränken. Man unterscheidet deshalb eingegangene und auferlegte Beschränkungen. Sie lassen stets nur ein persönliches Recht zwischen den Betheiligten entstehen, welches jedoch durch Eintragung im Grundbuche zum ding-

lichen umgewandelt werden kann. Die Eintragung auf dem Grundstück, welches der Beschränkung unterworfen wird und deshalb das belastete heisst, geschieht in der 2ten Abtheilung und ist solchen Grundstücks-Gläubigern gegenüber unnachtheilig, welche damals bereits vorhanden waren. Um gesichert zu sein, dass bei Zwangs-Veräusserungen der Ersteher die Last unbeschadet eines etwaigen Ausfalls älterer Hypotheken-Schulden zu übernehmen hat, muss man sich der Einwilligung der Hypotheken-Gläubiger vergewissern, die dann in Form der „Vorrechts-Einräumung“ zu geschehen hat. Eine eingetragene Beschränkung der Bebaubarkeit eines Grundstücks bindet den Verpflichteten indess nur dem daraus Berechtigten gegenüber, giebt Dritten jedoch kein Widerspruchs-Recht. Als Berechtigter gilt, falls nicht etwa im Grundbuch ein Anderer als der bezeichnet ist, zu dessen gunsten sie bestehen soll, Derjenige, welcher sie gefordert hat. Wenngleich fast ausnahmslos ihrem Zustandekommen Rücksichten für ein oder mehrere Grundstücke zu Grunde liegen werden, so ist das aus ihr entspringende Widerspruchs-Recht doch nur ein persönliches Desjenigen, dem es eingeräumt wurde. Soll es dem jedesmaligen Besitzer bestimmter Grundstücke zustehen, also in der Person des Berechtigten (subjektiv) dinglich sein, so ist nothwendig, seine Eintragung in Abtheilung I. des berechtigten Grundstücks (welches das herrschende genannt wird) als Grundstücks-Bestandtheil zu bewirken.

Die Beschränkungen dieser Art brauchen ferner nicht blos zu gunsten einer oder mehrer Personen in Beziehung auf deren Grundstücks-Besitz, können vielmehr auch zum Besten des Gemeinwesens bestellt werden, in welchem Falle diejenige Behörde als Ausübungs-Berechtigte zu bezeichnen ist, welche das zu wahrende Interesse vertritt, z. B. das Polizei-Präsidium, das Landraths-Amt etc.

Die Errichtung kann formlos geschehen, muss indess in einer öffentlichen Urkunde erfolgt sein, falls es zu Eintragungen kommen soll. In der Urkunde ist genau zu bezeichnen, wer das Widerspruchs-Recht soll ausüben können, widrigenfalls bei zweiseitigen Rechts-Geschäften der Gegen-Kontrahent dafür gilt. Der Berechtigte kann sich seines Rechts begeben und solches abtreten. Dasselbe geht, wenn es ihm selbst ganz augenscheinlich nur mit Rücksicht auf den Besitz eines bestimmten Grundstücks ertheilt war, dennoch durch dessen Veräusserung, weder ohne weiteres auf dessen Erwerber über, noch in der Person des Veräusserers unter, kann vielmehr getrennt von dem Grundbesitz weiter bestehen, so dass es einerseits, wenn solches beabsichtigt ist, dem Besitz-Nachfolger ausdrücklich abzutreten ist und andererseits von dem veräussernden Besitzer für sich zurück behalten, oder auch zur Löschung gebracht werden kann. Im Grundbuch eingetragen, geht es nur durch Löschung unter, besteht also bis zum Zeitpunkte dieser unverändert fort. Selbst dadurch, dass der Widerspruchs-Berechtigte das belastete Grundstück erwirbt — also eine Konfusion eintritt — hört es nicht auf. Schwierigkeiten macht die spätere Entfernung der Last aus dem Grundbuche, falls Derjenige, dem es konstituirt wurde, unbeerbt verstorben ist, weil es dann an Jemandem fehlt, der zur Stellung von Löschungs-Bewilligungs-Anträgen legitimirt ist. Dann ist nur das kostspielige und zeitraubende Aufgebots-Verfahren als einzige Aushülfe übrig.

β. Die gesetzlichen Bau-Beschränkungen.

Sie sind theils öffentlicher, theils privatrechtlicher Natur, und zielen bald auf Förderung des Gemeinwohls, bald nur auf Erhalten des Sonderwohls Einzelner ab. Viel verbreitet, gleichwohl aber irrthümlich ist die Auffassung, dass alle aus Rücksichten für das Gemeinwohl entspringenden Bau-Beschränkungen nur polizeilicher Natur seien und deshalb dem Rechte nicht angehören. Im Gegentheil sind dieselben meist zugleich [1]) baupolizeilicher und privatrechtlicher Natur, so dass ihre Bestimmungen als solche des Privatrechts noch Bestand behalten können, nachdem sie aufgehört haben, Polizei-Vorschriften zu sein.

Sollten die Satzungen der Rayon-, Deich-, Wege-Gesetzgebung ungeachtet ihrer tief greifenden Einwirkung auf das materielle Recht wirklich diesem entzogen und dem Gebiete der Polizei vorbehalten sein? [2]) — Indess kann die Streitfrage hier unerörtert bleiben. So weit die betreffenden Gesetze Bestimmungen des Privatrechts enthalten, sind sie bei dessen Darstellung jedenfalls nicht zu übergehen. Schon aus diesem Gesichtspunkte rechtfertigt sich eine übersichtliche Zusammenstellung

[1]) M. vergl. preuss. Ges. v. 17. Mai 1884. (G.-S. 297). — [2]) R.-Rayon-Ges. v. 21. Dez. 1871.

der bestehenden privatrechtlichen Grundsätze, welche bezüglich der Ausnutzung der Grundstücke zu Bauzwecken aus Rücksichten des Gemeinwohls erlassen sind.

1. Die Bauflucht.

Bau-Einrichtungen dürfen niemals zum Schaden oder zur Unsicherheit des gemeinen Wesens oder zur Verunstaltung von Strassen und Plätzen gereichen. Diesem Grundsatze entspringt die Berechtigung des Staats,[1] Fluchtlinien aufzustellen, welche bei Bau-Ausführungen einzuhalten sind, so dass Bauten weder vor dieselben zu stehen kommen, noch hinter ihr zurück bleiben dürfen. Durch solche Baufluchten wird allerdings dem Grundeigenthümer die in die Strassenflucht und vor die Bauflucht fallende Fläche für Baulichkeiten entzogen. Auf Entschädigung dieserhalb hat er jedoch nur beschränkt Anspruch.[2] Ein solcher fällt vielmehr in der Regel weg wenn es sich um Flächen handelt, welche vormals einer Bebauung nicht fähig waren; denn mit der Bebaubarkeit erlangt der Besitzer einen wirthschaftl. Gewinn, der sich allerdings um den Minderwerth schmälert, den der der Bebauung entzogene Abschnitt werth ist, auf den er jedoch durch Nichtausnutzung zu Bauzwecken verzichten kann. Wird dagegen durch neue Baufluchten die Wiederbebauung für Flächen-Abschnitte entzogen, die vormals bebaut werden durften, so tritt eine Vermögens-Minderung ein, wegen welcher ein Ersatz-Anspruch gegen das Gemeinwesen besteht, zu dessen gunsten die Beschränkung auferlegt wurde. Die Formen und Wege für Feststellung neuer Baufluchten, Bebauungs-Pläne und Wieder-Bebauungspläne für zerstörte Ortschaften gehören dem Verwaltungs-Recht an. Privatrechtlicher Natur sind nur die Entschädigungs-Ansprüche aus Bau-Versagungen; nur sie unterliegen dem Rechtswege.

2. Bebauungs-Pflicht der Grundeigenthümer.

Die Zerstörung von Gebäuden, welche in Städten an Strassen und öffentliche Plätze stossen, gereicht zweifellos zur Verunstaltung, bisweilen sogar darüber hinaus zur Gefährdung des Wohls der betreffenden Stadt. Darum rechtfertigt es sich, der Orts-Obrigkeit ein Widerspruchs-Recht gegen derartige Zerstörungen und ein Forderungs-Recht auf Wiederbebauung zuzugestehen; in Deutschland findet es sich gemeinrechtlich. Es kann in seinem Erfolge sich allerdings zu einem Eingriff in die Privatrechts-Sphäre der Grundbesitzer gestalten, indem es schliesslich zum Verlust des Eigenthums am fraglichen Grundstück zu führen vermag. Der Widerspruch gegen Zerstörungen und das Verlangen zur Wiederbebauung besteht keineswegs nur gegenüber willkürlichen[3] Handlungen des Besitzers, sondern greift auch Platz, wo Unglücksfälle[4] wie Feuers- oder Wassersnoth, oder Natur-Ereignisse, z. B. Einfluss der Zeit und Witterung[5] den Zustand herbei geführt hatten, dessen Beseitigung herbei geführt werden soll.[6]

3. Beschränkung bei gewerblichen Anlagen.

Gewisse gewerbl. Anlagen können durch ihren Zweck leichter als andere gemeingefährlich werden, weshalb zu deren Errichtung gemeinüblich die baupolizeil. Erlaubniss nicht ausreicht, sondern besondere Genehmigung hinzu treten muss.[7] In Beziehung auf derarte Anlagen ist in zweifacher Hinsicht eine Verletzung von Privatrechten denkbar, nämlich in der Person Dessen, dem die Anlage versagt wird, oder in der Person Jemandes der deren Gestattung für sich nachtheilig hält. Um diesen Verhältnissen Rechnung zu tragen, muss der Genehmigung ein Erörterungs-Verfahren voraus gehen, dessen Zweck die Ermittelung von Einwendungen gegen die Ausführung ist. Dieselben können privatrechtlicher oder öffentlich-rechtlicher Natur sein. Letztere werden im Verwaltungs-Verfahren erledigt; die ersteren sind zur richterlichen Entscheidung zu verweisen. Es sind dies solche Einwendungen, welche sich auf Rechte gründen, die dem gegen die Anlage Protestirenden entweder aus gesetzlichen Einschränkungen des Eigenthums zum Besten der Nachbarn zustehen, oder welche derselbe durch be-

[1]) z. B. Bayern: Verordn. v. 30. Aug. 1877, § 3. — Bremische Verordn. v. 29. Juli 1871 u. Bau-Ordn. v. 18. Juli 1883, § 15. — Pr. Ges. v. 2. Juli 1875 (G. S. 561). — Sächs. Ges. v. 6. Juli 1863, § 1. Verordn v. 28. Dezbr. 1871, § 2. — Württemb. Bau-Ordn. v. 6. Okt. 1872, Art. 21 m. Verf. v. 26. Dezbr. 1872, §§ 18—22. — [2]) z. B. Ges. v. 2. Juli 1875, § 18. — [3]) A. L.-R. I. 8 § 36. — [4]) A. L.-R. I. 8 §§ 58, 59. — [5]) A. L.-R. I. 8 § 38 ff. —

[6]) Die Berechtigung, auf Wiederherstellung zu dringen, kann indess gegenüber dem Erwerber eines unbebauten, dereinst bebaut gewesenen städtischen Grundstücks nicht mehr ausgeübt werden, nach Entscheidung des O.-Verw.-Ger. v. 20. Dezbr. 1883 (Entsch. Bd. 10, S. 313).

[7]) R. Gew.-Ordn. § 16 ff.

sondere Rechtstitel gegenüber Dem, welcher die Anlage errichten will, erworben hat. Die Klage spielt sich ab zwischen dem Protestirenden als Kläger und dem Bauherrn als Beklagten und kann, so lange die behördliche Genehmigung zur Anlage noch nicht ertheilt ist, auf Untersagen der Anlage, später indess nur noch auf Vornahme von Vorkehrungen, die den störenden Einfluss der Anlage schwächen, und gleichzeitig auf Schadens-Ersatz gerichtet sein. — Wegen Versagung der Genehmigung besteht kein Klage-Recht; wohl aber ist ein solches wegen Entziehen einer genehmigten Anlage aus Gründen des öffentl. Wohls gegen Denjenigen zulässig, zu dessen gunsten die Entziehung ausgesprochen ward. Dasselbe geht inhaltlich auf Schadens-Ersatz.

Hierher gehören auch die Beschränkungen der Bebauung, welche durch Eisenbahnen, Wasserschutz- und ähnliche Anlagen entstehen können.

4. Die Rayon-Gesetzgebung.

Die Benutzung des Grundeigenthums zu Bau-Zwecken ist in der Nähe dauernder Befestigungen insoweit beschränkt, als anderen Falls die Vertheidigung erschwert werden würde. Diese Beschränkungen sind nach der grösseren oder geringeren Entfernung der Grundstücke von den Befestigungen verschieden. Behuf Feststellung derselben wird die nächste Umgebung der Festungen in „Rayons" getheilt, die je nach der Entfernung von der äussersten Vertheidigungs-Linie ab als 1., 2., 3. Rayon bezeichnet werden. Von diesen umfassen:

a. der erste das im Umkreise der Festungen und neu zu erbauenden detachirten Forts belegene Terrain von 600 m; ausserdem bei Festungen, welche an Gewässern belegen sind und besondere Kehl-Befestigungen haben, das Terrain zwischen diesen und den Ufern.

b. der zweite das zwischen der äusseren Grenze des 1. Rayons und einer von dieser im Abstande von 375 m gezogenen Linie belegene Terrain,

c. der dritte das Terrain von der äussersten Grenze des 2. Rayons bis zu einer Entfernung von 1275 m.

Detachirte Forts haben keinen 2. Rayon; bei diesem unterliegt jedoch das Terrain von der Grenze des 1. Rayons bis zu einer Entfernung von 1650 m den für den 3. Rayon fest gesetzten Beschränkungen.

Wenn bei Festungen mehrere zusammen hängende Befestigungs-Linien vor einander liegen, so bildet der Raum zwischen denselben die Zwischen-Rayons, welche in strenge und einfache zerfallen. Erstere enthalten das Terrain in einem Abstande von 75 m von der zurück liegenden oder inneren Befestigungs-Linie, letztere das darüber hinaus liegende.

Bei Festungen mit einer Zitadelle heisst der Rayon-Bezirk vor den stadtwärts gewendeten Werken derselben Esplanade.

Die Absteckung der Rayon's geschieht durch Militär-Behörden unter Mitwirkung der Landespolizei- und Ortsbehörden in einem besonderen Verfahren, welches einen Rekurs an die Reichs - Rayon - Kommission kennt. Welchen Beschränkungen die einzelnen Grundstücke ihrer Lage nach unterliegen hat der Rayon-Plan und das Rayon-Kataster nachzuweisen. [1])

Die durch das Rayon-Gesetz geschaffenen Bau-Beschränkungen sind bald unerlässliche, bald durch die Kommandanturen nachlassbare. Es gilt hier:

A. Vollständig unzulässig sind: a. im ersten Rayon: 1. Alle Massiv-Konstruktionen von Gebäuden oder Gebäude-Theilen, mit Ausnahme massiver Feuerungs-Anlagen und solcher massiven Fundamente welche das umliegende Terrain nicht über 15 cm überragen; — 2. Wohngebäude jeder Art; — 3. Baulichkeiten von anderen Materialien als von Holz, oder einer nach dem Urtheil der Militair-Behörde leicht zerstörbaren Eisen-Konstruktion; Keller- oder mit dem Grund und Boden fest zusammen hängende Feuerungs-Anlagen; Baulichkeiten von grösserer Höhe als 7 m bis zur Dachfirst; andere Bedachungs- Materialien, als Holz, Stroh, Rohr, Dachpappe, Dachfilz, Zink oder Schiefer; — 4. die Aufstellung von Lokomobilen in fester Verbindung mit Baulichkeiten oder auf Terrain, aus welchem dieselben nicht sofort entfernt werden können; — 5. Denkmäler von Stein oder Eisen, welche in den mehr als 50 cm über der Erd-Oberfläche liegenden Theilen eine grössere Breite haben als 30 cm; — 6. Einhegungen durch Neuanlage von lebendigen Hecken. b. innerhalb des zweiten Rayons: 7. alle Massiv-Kon-

[1]) Das dabei zu beobachtende Verfahren gehört nicht in das Privatrecht.

struktionen von Gebäuden oder Gebäude-Theilen mit Ausnahme massiver Feuerungs-Anlagen und solcher massiven Fundamente, die das umliegende Terrain nicht mehr als 30 cm überragen; — 8. jede Art von Gewölbe-Bauten, sowie Eindeckungen von Keller-Anlagen mit steinerner und eiserner Konstruktion; — 9. die Anlage von bleibenden Ziegel- und Kalköfen, sowie überhaupt massiver zu Fabrik- und sonstigen gewerblichen Zwecken bestimmter Oefen von grösseren Abmessungen.

B. Einer Genehmigung der Kommandantur bedürfen: a. im ersten und zweiten Bezirk gleichmässig: 1. die Anlage von Beerdigungs-Plätzen; — 2. die Errichtung von Grabhügeln von mehr als 50 cm Höhe, sowie von Denkmälern aus Stein oder Eisen, welche in den mehr als 50 cm über der Erdoberfläche liegenden Theilen eine grössere Stärke haben als 15 cm für Stein, bezüglich 2 cm für Eisen. b. im ersten allein: 3. die Anlage hölzerner Windmühlen[1]; — 4. bewegliche Feuerungs-Anlagen, hölzerne und eiserne Einfriedigungen, letztere jedoch nur, wenn sie ohne Schwierigkeit beseitigt werden können, und Brunnen[2]. c. im zweiten allein: 5. die Errichtung von Gebäuden, welche nicht schon nach den Bestimmungen ad b. unzulässig[3] sind; — 6. die Anlage massiver Dampfschornsteine[4]. d. innerhalb sämmtlicher Rayons: 7. jede dauernde Veränderung der Höhe der Terrain-Oberfläche, insbesondere die Anlage und der Betrieb von Lehm- und Sandgruben, Stein- und Kalkbrüchen, die Anlage von Plätzen zur Ablagerung von Ballast, sowie eine jede solche Ablagerung an nicht dazu bestimmten Plätzen; — 8. alle Neu-Anlagen oder Veränderungen von Dämmen, Deichen, Gräben, sowie in den Vorfluth-Verhältnissen, Ent- und Bewässerungs-Anlagen und sonstigen Wasserbauten; desgleichen alle Stau-Anlagen oder Veränderungen von Chausseen, Wegen und Eisenbahnen; — 9. die Anlage von grösseren Parks, Baumschulen und Waldungen; — 10. die Errichtung und Veränderung von Kirch- und Glockenthürmen, sowie alle thurmartigen Konstruktionen.[5]

C. Im dritten Rayon ist bei etwaiger Feststellung von Bebauungs-Plänen rücksichtlich der Breite und Richtung der Strassen die Genehmigung der Reichs-Rayon-Kommission erforderlich.

Uebrigens wird für diese Beschränkungen in der Benutzbarkeit des Eigenthums Entschädigung[6] geleistet, die meist in Rente, vereinzelt auch in Kapital gewährbar ist und im Ersatz derjenigen Veränderungen des Grundstück-Werthes bestehen soll, welche für den Besitzer sich dadurch ergiebt, dass das Grundstück fortan Beschränkungen unterliegt, denen es vorher nicht unterworfen war. Steht das von der Beschränkung betroffene Grundstück mit anderem Grundeigenthum desselben Besitzers dergestalt im Zusammenhang, dass die Beschränkung des ersteren Einfluss auf den Werth des letzeren übt, so ist auch dieser Umstand bei der Schadens-Ermittelung maassgebend und erhöht sich die Abfindung um den Betrag welcher den Minderwerth jener Grundstücke ausmacht. Das Werthsermittelungs-Verfahren entspricht dem bei Zwangs-Enteignungen. Wegen der Entschädigungs-Summe ist der Rechtsweg gegeben[7].

[1] Die Genehmigung darf nicht versagt werden, wenn die Entfernung von den Festungswerken 300 m oder mehr beträgt.

[2] Die Genehmigung darf nur versagt werden, wenn es sich um wohnliche Einrichtungen irgend einer Art handelt. Jedoch darf bei nachgewiesener Nothwendigkeit der Anwesenheit eines Wächters die Aufstellung einer mit einem transportabeln eisernen Ofen versehenen Wächterhütte erfolgen, deren Flächenmaass 20 qm nicht überschreiten, mit anderen Baulichkeiten nicht in Verbindung gesetzt sein darf und deren Ofen mit blechener Rauchröhren zu versehen ist.

[3] Die Genehmigung darf bei Einhaltung nachstehdr. Bestimmungen nicht versagt werden:

a. die Gebäude dürfen nur von Holz oder einer nach dem Urtheil der Militair-Behörde leicht zerstörbaren Eisenkonstruktion, oder in ausgemauertem Fachwerk von nicht mehr als 15 cm Stärke erbaut sein; doch dürfen sie eine Ziegel-Bedachung, massive Feuerungs-Anlagen, so weit solche nicht nach A. Nr. 9 unzulässig sind und massive Fundamente haben, welche das umliegende Terrain nicht über 30 cm überragen;

b. die Höhe des Gebäudes bis zum Dachfirst darf 13 m nicht übersteigen;

c. Keller dürfen nur hölzerne oder leichte eiserne Balken, mit gewöhnlichem Balken-Zwischenraum und hölzernem Fussboden darüber haben.

[4] Die Genehmigung darf nicht versagt werden wenn die Höhe 20 m nicht übersteigt.

[5] Die Genehmigung darf nicht versagt werden, wenn durch die bezeichneten Neu-Anlagen, bezw. Veränderungen keine nachtheilige Deckung gegen die rasante Bestreichung der Werke, kein nachtheiliger Einfluss auf das Wasserspiel der Festungs-Gräben, auf Inundation des Vorterrains und auf die Tiefe der mit den Festungs-Anlagen in Beziehung stehenden Flussläufe entsteht und keine vermehrte Einsicht in die Werke des Platzes gewonnen wird.

[6] A. Ges. §§ 34—42. — [7] Etwaige Klagen sind gegen den Reichsfiskus zu richten.

γ. Nachbar-Rechte.

1. Begriff und Wesen.

So heissen gemeinüblich die auf dem Gesetze beruhenden Einschränkungen der Bau-Freiheit des Grundstück-Eigenthümers zum Besten der Nachbarn. Sie sind also eine Unterabtheilung der gesetzlichen Bau-Beschränkungen, weshalb sie sich in affirmative und negative theilen lassen, je nachdem sie ein Thun oder ein Unterlassen zum Gegenstande haben. Das berechtigte Subjekt ist hier eine Privatperson (der Nachbar). Sie lassen sich weiter in solche scheiden, die öffentlich rechtlicher Natur sind, wohin alle diejenigen gehören durch welche ein erheblicher Schaden von dem Gemeinwesen abgewendet, oder ein erheblicher Nutzen ihm verschafft werden soll, so dass ein Verzicht des Berechtigten unwirksam bleibt — und in rein privatrechtliche, auf welche wirksam verzichtet werden darf. Ihrer Zahl nach beschränkt, sind sie nicht zu verwechseln mit den Grund-Gerechtigkeiten, welche nur aus besonderen Privatrechts-Titeln hervor gehen. Ihre einzige Quelle ist das Gesetz, so dass sie nicht etwa im Verwaltungswege eingeführt werden können. Deshalb kann z. B. die im Verwaltungswege erfolgte Hereinziehung eines Grundstücks aus einem Gemeinde-Bezirk in einen anderen, wo ein anderes Baurecht gilt, keineswegs bewirken, dass das dafür bisher bestandene Recht aufgehoben und durch das Recht des neuen Gemeinde-Bezirks ersetzt wird. — Sie können erlöschen durch ausdrückliche oder stillschweigende Willens-Erklärung, Verjährung und Vereinigung (Konfusion). Ihre Aufhebung im Wege der Gesetzgebung kann meist nur gegen volle Entschädigung des Berechtigten geschehen, weil sie für das durch sie begünstigte Grundstück einen Bestandtheil des Eigenthums bilden, dessen Unverletzlichkeit selbst staatlichen Rücksichten gegenüber verfassungsgemäss gewährleistet zu sein pflegt.

Ausgeübt werden die Nachbar-Rechte durch Widerspruch gegen die Ausführung, welche durch sie gehindert werden soll. Er muss sofort angebracht werden nachdem der berechtigte Nachbar von der Anlage oder Einrichtung Kenntniss erlangt hat. Seine Kenntniss wird angenommen sobald die Anlage oder Einrichtung in dem angrenzenden Hause so weit vorgeschritten, dass aus der Anlage selbst zu ersehen ist, dass ihr Fortschreiten oder ferneres Bestehen die Ausübung des Nachbar-Rechts unmöglich macht. Verspäteter Widerspruch bewirkt zwar nicht ohne weiteres den Untergang des Rechts; vielmehr wird zu unterscheiden sein, ob der Bau schon ganz vollendet, oder erst in der Vollendung begriffen ist. Ersteren Falls bleibt dem Widerspruchs-Berechtigten nur ein Entschädigungs-Anspruch wegen der ihm zugefügten Rechts-Verletzung; im anderen kann er noch die Wiederherstellung des früheren Zustandes fordern, muss dem Anderen aber die Aufwendungen ersetzen, die bei rechtzeitigem Widerspruche nicht gemacht sein würden.

2. Aussichts-, Luft- und Lichtrecht.

Litteratur: Grein. A. a. O. S. 94 ff., 194 ff. — Müller. A. a. O. S. 73—91. — Raschdorf. A. a. O. S. 202—219. — Förtsch u. Caspar. A. a. O. S. 174.

Zu den wesentlichsten Bestandtheilen eines Wohngebäudes, selbst schon zu diesen einer grossen Anzahl blos wirthschaftlich. Zwecken gewidmeter Baulichkeiten gehört Licht und Luft. Eine vorliegende Unmöglichkeit ihnen Beides zuzuführen, ist gleichbedeutend mit der Unbebaubarkeit der beregten Grundfläche, die eingetretene Entziehung von Licht und Luft gleichbedeutend mit der Unverwerthbarkeit für ihren bestimmungsgemässen Gebrauch. Umgekehrt ist nicht zu verkennen, dass die uneingeschränkte Freiheit seinen Baulichkeiten von des Nachbars Seite aus Licht und Luft zuzuführen, für diesen grosse Belästigungen und Störungen zur Folge haben kann. Hieraus erklären sich die vielen Streitigkeiten zwischen Nachbarn aus dem Grunde der Licht-Gewinnung oder -Versagung, welche schliesslich die Gesetzgeber veranlassten, den Umfang fest zu stellen, bis zu welchem die Zuführung, bezw. Entziehung von Licht und Luft geduldet werden muss. Es handelt sich dabei vornehmlich um folgende Fragen:

1. wie weit muss sich der Nachbar die Aussicht auf sein Grundstück gefallen, bezw. die vorhandene entziehen lassen? — 2. inwiefern kann man seinem Gebäude durch Anlegung von Fenstern und Oeffnungen Licht verschaffen? — 3. bis zu welchem Umfange darf man dem Nachbar durch einen Vorbau Licht entziehen?

Danach bestehen 3 Rechts-Verhältnisse: a. das Recht auf Aussicht; b. das Verschaffen von Licht und Luft; c. das Recht auf Entziehen von Licht und Luft.

a. Das Recht auf Aussicht.[1]) Dasselbe beschränkt sich auf die Befugniss, sich nach des Nachbars Grundstück und über dasselbe hinweg Aussicht zu verschaffen, also Licht-Oeffnungen jeder Art nach dessen Seite hin haben zu dürfen. Es ist von dem Licht- oder Fensterrecht verschieden, so dass Letzteres nicht nothwendig ersteres in sich zu schliessen braucht, vielmehr beide getrennt und unabhängig von einander vorkommen können. Schon von Alters her[2]) sind Aussicht und Licht (*fenestrae prospectivae* und *luciferae*) unterschieden gewesen.

An der Anlage von Aussichts-Punkten nach dem Nachbar-Grundstück ist man gesetzlich nirgends behindert, so dass sich der Nachbar die daraus entspringenden Störungen und Unbequemlichkeiten gefallen zu lassen hat. Nur muss jeder unmittelbare Eingriff in dessen Eigenthum vermieden werden; es müssen die Baulichkeiten, von welchen aus sich die Aussicht bietet, so weit von der Nachbar-Grenze zurück stehen, dass nicht etwa ihre Nähe das Vorhandensein von Oeffnungen in der Wand verbietet. Wenn man die Vorsicht befolgt mit dem Bauwerk gehörig weit vom Nachbar abzubleiben[3]), hat derselbe kein Widerspruchs-Recht gegen das Bau-Vorhaben, muss sich solches vielmehr gefallen lassen. Es gilt dies namentlich auch von den sog. schwebenden Gärten auf den Dächern von Gebäuden, die dicht an der Nachbar-Grenze stehen.

Umgekehrt entbehrt dies Recht auf Aussicht jedes gesetzlichen Schutzes, woraus folgt, dass der Nachbar durch Aufführen von Baulichkeiten eine bestehende Aussicht, unbekümmert um deren Bestands-Dauer, jederzeit abschneiden kann, mithin selbst durch Verjährung kein Widerspruchs-Recht dagegen entsteht[4]). Der Besitzer des Grundstücks, welches früher die Aussicht gewährte, ist also an dessen nachträglichem vollständigen Bebauen, unbekümmert ob damit die Entwerthung oder Werth-Minderung des bestandenen Nachbar-Grundstücks herbei geführt wird, unbehindert.

Selbstverständlich ist jedoch nicht ausgeschlossen, auf Grund von Privatrechts-Geschäften die Verpflichtung zu schaffen, sich jeder Anlage, die dem Nachbar-Grundstück Aussicht gewährt, zu enthalten, oder umgekehrt vorhandene Aussichten nicht zu zerstören. Dann besteht ein Widerspruchs-Recht nach der einen oder anderen Richtung auf Grund jener Abmachungen und bestimmen sich die Grenzen der beiderseitigen Beziehungen nach dem Inhalt des zu Grunde liegenden Rechts-Geschäfts.

b. Das Recht auf Licht und Luft. Das römische und gemeine Recht ist der natürlichen Freiheit Fenster anzulegen durch keine weitern Bestimmungen entgegen getreten, als insofern die Verjährung Untersagungs-Rechte gegen die Bau-Freiheit des Nachbars daran knüpft. Das deutsche Recht, Feind aller Dienstbarkeiten, hat dagegen im allgemeinen die Fenster-Anlage unmittelbar an des Nachbars Grundstück verboten. Nach heutigem Recht kann im allgemeinen Niemand behindert werden, behuf Erlangung von Licht und Luft Oeffnungen nach des Nachbars Seite auszubrechen. Aber es sollen dem Nachbar dadurch nicht anderweite Nachtheile erwachsen; es soll jeder Missbrauch der Anlage, jede Immission in die Eigenthums-Sphäre des Nachbars, es soll speziell verhindert werden, mittels der Fenster und Oeffnungen auf das nachbarliche Grundstück zu giessen, zu werfen und hinab zu steigen. Deshalb ist zu unterscheiden, ob die betreffende Mauer unmittelbar an das Nachbar-Grundstück grenzt, oder von demselben absteht. Ersteren Falls müssen die auszubrechenden Oeffnungen:

a. überall jedenfalls mit eisernen höchstens 2 Zoll von einander entfernten Stäben versehen sein, die im Landrechts-Gebiete durch Drahtgitter ersetzbar sind;

b. überdies in gewisser Höhe über dem Fussboden angelegt sein, die nach französ. Recht im Erdgeschoss 8 Fuss, in höheren Gesch. 6 Fuss, im Landrechts-Gebiete 6 Fuss beträgt, aber noch verringert werden kann wenn die Umstände diese Entfernung nicht gestatten, da, wo nach Gerichts-Gebrauch[5]) die Feststellung durch Sachverständige für genügend erachtet worden: dass die Umstände jene Erhöhung eines Fensters nicht gestatten, weil die betr. Räume dann nicht mehr als Wohn- und Arbeits-Stuben zu benutzen sein würden. Es ist danach also Rücksicht zu nehmen auf die den einzelnen Räumen von dem Bauenden gegebene Bestimmung, z. B. als Atelier etc.

[1]) L. 12 *Cod. de aedificiis priv.* (8. 10). — A. L.-R. I. 8 § 137, 22 § 62. — *C c.* Art. 678, 679. — B. G. B. §§ 546, 547. — [2]) L. 12 § 2 *Cod. de aedificiis priv.* (8. 10). — [3]) Nach franz. Rechte 19 dezim. (*C. c.* Art. 678), wenn die Aussicht in gerader Linie u. 6 dezim., wenn sie in schräger Richtung gewährt wird. — [4]) Abgesehen von Sachsen; B. G. B. § 546. — [5]) Erk. d. R.-Ger. v. 28. April 1881 (Entsch. V. 229).

Alles dies findet keine Anwendung, wenn zwischen Grenze und Mauer ein dem Mauer-Eigenthümer gehöriger freier Raum ist. Wie weit solcher sein muss ist streitig; an sich würde auch der geringste Raum genügen. In der Rechtsprechung ist mehrfach ein Abstand von mindestens $1\frac{1}{2}$ Fuss gefordert worden. Durch Rücksichten auf öffentl. Sicherheit kann vorgeschrieben werden, dass der Raum mindestens 17 Fuss betragen müsse, oder der Fenster-Ausbruch verboten werden.

Ob es die Umstände gestatten, ist eine Frage thatsächlicher Natur, wodurch dem Richter in jedem einzelnen Falle das freieste Ermessen eingeräumt worden darüber zu befinden, ob neben der räumlichen Ausführbarkeit der Fenster-Erhöhung auch eine ausreichende Beleuchtung gewährt wird.

3. Vorbau-Recht.[1])

Aus der natürlichen Bau-Freiheit, namentlich der allgemeinen Bestimmung, dass Jeder auf seinem Grund und Boden in der Regel so nahe an die Grenze und so hoch bauen könne, als er es für gut findet, folgt die Berechtigung:

a. in beliebiger Nähe des Nachbars, b. in beliebiger Höhe zu bauen,

ohne auf etwaige Fenster in der Mauer des Nachbars Rücksicht nehmen zu brauchen. Selbstredend sind die Bestimmungen des Zwischenraum-Rechts maassgebend.

Insofern nun der C. c. keine ausdrückliche Bestimmung über Bau-Beschränkungen dieser Art enthält, darf in seinem Geltungs-Gebiete Niemand im Bauen aus dem Grunde behindert werden, weil er dadurch das Nachbar-Grundstück verdunkelt, wenn nicht etwa der Widersprechende aus Privatrechts-Titel ein Einspruch-Recht erworben hat. — Anders verhält es sich in den übrigen Rechts-Gebieten. Hier findet sich eine Ausnahme zu gunsten bestehender Fenster, welche sich in Sachsen darauf beschränkt, dass der Einfall des Lichts vom freien Himmel nicht weiter als bis zur Höhe von $\frac{1}{2}$ des rechten Winkels von der Sohlbank des Fensters aufwärts entzogen werden dürfe, während im Landrechts-Gebiete zu unterscheiden ist, ob die Fenster, welche geschützt werden sollen, länger als 10 Jahre oder kürzere Zeit bestehen. Zu gunsten von Fenstern, die 10 Jahre oder länger bestanden, wird der Nachbar gesetzlich zu einem Zurückbleiben verpflichtet, in einer derarten Entfernung, dass der Himmel aus den ungeöffneten Fenstern: a. des unteren Stockwerks gesehen werden kann wenn der fragliche Raum nur von daher Luft hat, und b. des II. Stockwerks[2]) desgl., falls der betr. Raum noch von einer anderen Seite Luft hat.

Bei kürzerer Dauer ist eine Entfernung von 3 Werkschuhen einzuhalten. Bei Bestehen des Untersagungs-Rechts hat man jedoch keinen Widerspruch zum Bau an sich, sondern nur ein Recht das Einhalten der Beschränkung zu verlangen.

Nach richtiger Auffassung bezieht sich die Beschränkung nur auf eigentl. Fenster, so dass blosse Licht- u. Luft-Oeffnungen verbaubar sind. Dies folgt aus dem Sprach-Gebrauch[3]) u. der Vorschrift, dass der Himmel soll gesehen werden können.

Der Lichtschutz hat allen Behältnissen auf der Bauseite, welche durch daselbst befindliche Fenster erhellt werden, zu Theil zu werden, so dass die Beschränkung auch auf Bodenkammer-, Flur-, Treppen-Fenster anwendbar ist. Denn es ist gleichgültig, ob Fenster einem wirklichen Wohnraume im I. Stockwerk oder nur einer Dachstube oder einem Bodenraum Licht zuführen. Unanwendbar ist dies bei gemeinschaftlicher Mauer, dagegen gültig bei Erhöhung bereits vorhandener Gebäude oder Aufsetzen eines neuen Oberbaues auf ein altes Fundament.

Licht haben heisst Möglichkeit, sich Licht verschaffen zu können. Ist auf andere Weise zu helfen, so darf blosse Unbequemlichkeit oder ein nicht beträchtlicher Nachtheil den Bauenden im freien Gebrauch seines Eigenth. nicht hindern.

Ob die Möglichkeit vorliegt, sich Licht anderwärts her zu beschaffen, ist eine *quaestio facti*. Unter Gebäude ist „Behältniss“ zu verstehen. Es kommt nur darauf an, dass ein spezieller Raum genügendes Licht von der andern Seite erhält. Die Feststellung der Entfernungs-Grenze ist nicht ohne Schwierigkeit. Man streitet darüber, ob der Sehende von mittlerer Grösse sein und welche Stellung er einnehmen soll, sowie ob ein voller Ueberblick über den Himmel gewährt werden müsse. Dass es genügt, Lichtschachte anzulegen, und nicht nothwendig das ganze Gebäude in voller Breite zurück zu treten habe, ist heut in der Rechtsprechung nicht mehr streitig.

[1]) A. L.-R. I. 8 §§ 142—146. — B. G. B. §§ 544, 545. — [2]) Die Begriffe „unteres Stockwerk“ und „II. Stockwerk“ sind aus dem A. L.-R. übernommen; ihre Bedeutung unterliegt in der Rechtsprechung noch Zweifeln. — [3]) M. vergl. A. L.-R. I. 8 §§ 137. 142.

4. Zugang-Recht.

Der Zugang und das Betreten fremder Grundstücke ist nicht erlaubt und kann nur durch Genehmigung des Besitzers erworben werden. Es braucht sich Niemand die Anlage von Thüren, die unmittelbar auf des Nachbars Grund und Boden führen, gefallen zu lassen, weil ihr Vorhandensein die Sicherheit seines Grundstücks stört. Sein Widerspruchs-Recht folgt aus der Ausschliesslichkeit seines Eigenthums, so dass ein ausdrückl. Verbot wie es das A. L.-R. enthält, nicht nothwendig ist.[1])

Zweck der Bestimmung ist hier, zu beschränken dass des Nachbars Grundstück betreten werde. Danach ist eine Thür als eine unmittelbar auf des Nachbars Grund und Boden führende schon dann anzusehen, wenn zwischen Thür und Grenze sich zwar noch ein solcher Flächenraum befindet, welcher eine Fortbewegung ermöglicht ohne das Nachbar-Grundstück zu betreten, jedoch eine Grenzscheidung fehlt. Dass der Nachbar diese Scheidung herstellen müsse, ist unrichtig. Liegt ein gemeinschaftlicher Zwischenraum zwischen 2 Grundstücken so können beiderseits Thüren dahin angelegt werden; jedoch begründet das Vorhandensein von Thüren nach einer unbebauten Fläche noch keine Vermuthung für das Eigenthum Dessen an der leeren Grundfläche, zu dessen Baulichkeit die Thüren gehören.

Für vorhandene Thüren können neue beim Neubau wieder angelegt werden, wobei gleichgiltig ist, ob der Zweck und die Benutzungs-Art des früheren Gebäudes dem des Neubaues gleich ist (z. B. früher Scheune, jetzt Wohnhaus). — Das Untersagungs-Recht geht nicht durch stillschweigende Einwilligung verloren, wohl aber durch Nicht-Ausnutzung während der Verjährungs-Frist (Verschweigen). Erbauer hat deshalb zu beweisen dass er die Genehmigung zur Anlage besitzt.

Das Widerspruchs-Recht kann selbst noch ausgeübt werden von einem Nachbar, welcher auf seinem Grundstück eine öffentliche Passage gestattet hatte, verliert jedoch seine Anwendbarkeit, wenn die Passage auf polizeiliche Anordnung angelegt ist.

5. Vom Rechte des Zwischenraums.

Litteratur: Grein. A. a. O. S. 101. — Müller. A. a. O. S. 54 ff., 97 ff.

Enge Zwischenräume zwischen Gebäuden sind, wie die Erfahrung gezeigt hat, höchst nachtheilig für die angrenzenden Gebäude, auch gemeingefährlich, und es dürfte wohl allgemein anerkannt sein, dass gesetzliche Vorschriften, welche den Grundeigenthümer verhindern, bis hart an die Grenze seines Grundstücks heran zu bauen und ihn zwingen, einen schmalen Raum an der nachbarlichen Grenze unbebaut liegen zu lassen, unnöthig und unzweckmässig sind.

Gleichwohl ist im Landrechts-Gebiet[2]) der Grund-Eigenthümer in seiner Bau-Befugniss insofern gesetzlich eingeschränkt, als er 3 Fuss von nachbarlichen Gebäuden oder $1^1/_2$ Fuss von der Grenze mit Errichtung neuer Gebäude fern bleiben soll. Diese Beschränkung ist das Ergebniss einer rein willkürlichen Idee und weder durch das Herkommen, noch durch innere Nothwendigkeit bedingt.[3]) Deshalb rechtfertigt es sich, sie in zweifelhaften Fällen zu gunsten des eingeschränkten Eigenthümers, also so auszulegen, dass sie diesem am wenigsten lästig wird.

Nach dem Gerichts-Gebrauche ist der Ausdruck „Gebäude" in einer engern, als der gewöhnlichen Bedeutung aufzufassen, so dass darunter gebäude-ähnliche Anlagen, z. B. Grenz-Scheidungen nicht zu verstehen sind. Ebenso können zu den neu errichteten Gebäuden und zu den neuen Gebäuden solche Gebäude nicht gerechnet werden, welche auf einem Platze neu gebauet werden, auf dem ein Gebäude schon gestanden hat.

Durch Polizei-Gesetze, wohin auch rechtsgültig erlassene orts-baupolizeiliche Vorschriften gehören, kann dies Zwischenraum-Recht beseitigt werden, ohne Unterschied, ob jene verlangen, dass neue Gebäude hart an der nachbarlichen Grenze erbauet werden, oder ob sie eine noch grössere Entfernung fordern. Der Nachbar darf dann keinesw. darauf bestehen, dass der Bauende die gesetzl. Entfernung einhalte. Dadurch ist die Rechtsprechung zu folgenden Grundsätzen gelangt:

1. der Bauende darf mit neuen Gebäuden bis hart an die Grenze vorgehen wenn das in der Nähe der Grenze stehende ältere Gebäude des Nachbars mindestens 3 Fuss von der Grenze entfernt ist;

[1]) A. L.-R. I. 8 § 148. — [2]) A. L. R. I. 8 §§ 139, 140.

[3]) *L.* 9 und 12 *Cod. de aedificiis privatis* und *L.* 14 *D. de serv. praed. urb.* sind polizeilicher Natur und können nicht in die ganz abweichenden baupolizeil. Verhältnisse Deutschlands eingreifen. Striethorst Archiv 88. S. 375 Nr. 80. — Ulrich. E. 16. S. 453.)

2. er muss aber unter allen Umständen von dem Gebäude des Nachbars, es mag dieses nur $1^1/_2$, oder mehr, oder weniger Fuss von der Grenze entfernt stehen, wenigstens 3 Fuss entfernt bleiben, während:

3. er von einem Platze des Nachbars, auf welchem ein Gebäude stehen kann, aber noch nicht errichtet ist, $1^1/_2$ Fuss entfernt bleiben muss.

Hat gleichwohl der Bauende mit neu errichteten Gebäuden die einzuhaltende Baulinie überschritten, so ist zu unterscheiden, ob der Nachbar widersprochen hatte oder nicht. Letzteren Falls ist das Vorliegen eines durch stillschweigende Einwilligung erklärten Verzichts auf Ausübung des Widerspruch-Rechts anzunehmen, und dieses als erloschen anzusehen.[1])

Wenn aber der Nachbar, sei es bei Anzeige der Baulinie oder bei Beginn des Baues der gewählten und erkennbaren Baulinie widerspricht, so kann er sein Widerspruch-Recht auch noch später ausüben, und wenn der Bau die gesetzliche Baulinie wirklich überschreitet, während der Verjährungs-Frist Zurückziehung des Gebäudes bis hinter oder auf die Baulinie verlangen, weshalb es jedenfalls zweckmässig erscheinen muss, dass bei erhobenem Widerspruch der Bauende die Baulinie, nöthigen Falls im Rechtswege, erst fest stellen lässt.[2])

In solchen Zwischenraum darf selbst von dem, welchem er gehört, das Rohr eines Windofens nicht geleitet werden, es sei denn, dass der Nachbar eingewilligt hätte.[3])

Dem geltenden Zwischenraum-Rechte entspricht die Rechts-Vermuthung, dass Winkel und Zwischenräume zwischen Häusern für gemeinschaftlich gelten[4]); sie ist jedoch durch den zu erbringenden Gegen-Beweis entkräftbar, dass die fragliche Fläche ausschliesslich dem einen Nachbar gehöre, welcher ihm überdies durch die weitere Rechts-Vermuthung[5]) erleichtert wird, dass Allein-Eigenthum Dessen anzunehmen sei, welcher bisher allein die Traufe dahin habe fallen lassen und allein Gossen, Private[6]) oder offene Fenster darin gehabt habe.

In letzterer Hinsicht ist streitig, ob die gesetzliche Vermuthung nur Platz greift, wenn ausser der Traufe noch die drei andern Einrichtungen vorhanden sind, oder schon eine der vier Einrichtungen für sich allein genüge. Die erstere Ansicht stützt sich auf das gebrauchte Wort „und"; die andere verdient den Vorzug, weil das gleichzeitige Nebeneinanderbestehen einer Traufe und einer Gosse so aussergewöhnlich, dass schwer annehmbar ist, der Gesetzgeber habe das Zusammentreffen im Auge gehabt.

6. Raine.[7])

Eine gewisse Verwandtschaft mit den Zwischenräumen haben die Raine. Darunter sind Streifen Landes zu verstehen, welche als Merkmale der Grenze zwischen ländlichen Grundstücken verschiedener Eigenthümer dienen und deshalb ungepflügt bleiben sollen. Für das Baurecht haben sie Bedeutung erlangt als mit Hinausrücken der Bebauung auf vormaliges Ackerland die Frage praktisch wurde, in wie weit solche dem Bepflügen entzogene Flächen-Abschnitte der Bebauung entzogen seien? Da das gesetzliche Verbot ihrer einseitigen Veränderung lediglich zur Trennung der Eigenthums-Grenzen erlassen ist, fällt sein Grund weg wo mit der veränderten Benutzungs-Art aus seinem Fortbestande kein Nutzen mehr erwächst.

Zu erörtern bleibt die Eigenthums-Frage an Rainen als Flächen-Abschnitten. Sie gelten für gemeinsames Eigenthum. Jeder Nachbar hat Disposition über die Hälfte. Mit Beider Einwilligung kann ihre Theilung und Beseitigung erfolgen. Einseitig kann solche indess nur in Form der Grenzscheidungs-Klage herbei geführt werden. Vermuthung der Gemeinsamkeit ist durch Gegen-Beweis des Alleineigenthums entkräftbar. Eine gleiche Vermuthung gilt für Traufgänge und Privat-Flüsse, bezüglich welcher jedoch Gegenvermuthung für Alleineigenthum Dessen besteht, welcher allein Traufe und Gosse, Private ([6]) oder offene Fenster hat.

[1]) A. L.-R. I. 22 § 43. — [2]) In Berlin gilt das Zwischenraum-Recht nicht. Man vergl. Bauordnung v. 30. November 1641, § 20 mit dem unterm 6. August 1733 bestätigten Gutachten der churmärkischen Kriegs- und Domainen-Kammer v. 3. Juli 1733, sowie Spezial-Bau-Observanzen. (Tit. II § 6). — [3]) A. L.-R. I. 8 § 122. — [4]) A. L.-R. I. 8 § 120. — [5]) A. L.-R. I. 8 § 121. — [6]) Unter „Private" (im märkischen Recht „Priväte") ist technisch eine Nutzungsart gemeinschaftlichen Zwischenraums verstanden. (Vergl. auch Note 7, S. 311.) — [7]) A. L.-R. I. 8 § 118—120.

7. Gemeinschaftliche Mauer.[1])

Litteratur: Dernburg. § 215. 13. — Förster. § 170, No. 11. — Grein. S. 90 ff. — Müller. S. 70 ff. —Förtsch u. Caspar. S. 161—170. — Raschdorf S. 119. 158 ff. — Zachariae. § 239.

Eine gemeinschaftliche Mauer ist eine solche, welche auf der Grenze erbaut, den beiden Nachbarn, sei es in ihrer ganzen Ausdehnung, sei es nur zu einem Theile gemeinschaftlich gehört. Bezüglich derselben weichen die Grundsätze in den verschiedenen Rechts-Systemen wesentlich von einander ab.

Die Vermuthung spricht dafür, dass jede Mauer zwischen Gebäuden oder zwischen Höfen, Gärten, und selbst zwischen eingeschlossenen Stücken Feldes sowohl in den Städten, als auf dem Lande gemeinschaftlich sei, sobald nicht das Gegentheil bewiesen werden kann. Die Vermuthung ist jedoch ausgeschlossen bei Mauern, welche blos auf einer Seite ein Gebäude, auf der anderen Seite aber einen Hof, Garten, Acker u. s. w., oder welche auf der einen Seite einen Hof oder Garten und auf der anderen Seite ein Stück Feld haben, indem hier die Vermuthung für das Eigenthum Dessen spricht, dem das Gebäude gehört.

Merkmale der Nicht-Gemeinschaftlichkeit sind ferner:

1. Wenn das obere Ende der Mauer auf einer Seite gerade und senkrecht mit der Aussenseite ist und auf der anderen Seite eine schiefe Fläche bildet; 2. wenn sich nur auf der einen Seite ein Mauerdach, eine Gesimsleiste oder vortretende Kragsteine befinden, die bei der Erbauung der Mauer daselbst angebracht sind.

Wässert daher das Mauerdach nach beiden Seiten hin ab, so ist dies ein Zeichen der Gemeinschaftlichkeit der Mauer; wird das ganze auf die Mauer fallende Wasser dem einen Nachbar zugeführt, so ist derselbe auch Alleinbesitzer der Mauer.

Die Gemeinschaftlichkeit einer Mauer kann auf einer freiwilligen Vereinbarung der Nachbarn beruhen, welch letztere wieder bald die Erbauung einer neuen Mauer auf der Grenze, bald den Erwerb des Miteigenthums an einer bereits bestehenden Mauer zum Gegenstand haben kann, oder durch eine Bestimmung des früheren Eigenthümers bei einer Theilung des Grundstücks und durch Ersitzung entstehen und (im Gebiete des französ. Rechts) sogar wider den Willen des einen der Nachbarn herbei geführt werden; u. z. sowohl bei bereits bestehenden Mauern als durch Errichtung von neuen gemeinschaftl. Trennungs-Mauern, weil hier jeder an eine Mauer grenzende Eigenthümer das Recht hat, sie ganz oder zum Theil gemeinschaftlich zu machen, wenn er dem Eigenthümer ihren Werth oder den Werth desjenigen Theils, welchen er gemeinschaftlich machen will, und den Werth des Bodens, auf welchem die Mauer gebauet ist, zur Hälfte ersetzt.[2])

In Städten und Vorstädten des französ. Rechts-Gebiets kann ferner jeder seinen Nachbar zwingen, zur Herstellung und Unterhaltung einer Scheidewand beizutragen, welche ihre Häuser, Hofräume und Gärten von einander trennt.

Auch der Umfang der Benutzungs-Befugniss der einzelnen Theilnehmer ist in den verschiedenen Rechts-Gebieten ungleich. Die gemeinschaftliche Mauer darf zwar überall zu jedem vernünftigen Zwecke benutzt werden, sobald durch die Benutzungs-Art weder das gleiche Recht des Nachbars verletzt, noch die Mauer beschädigt oder in ihrer Dauerhaftigkeit beeinträchtigt wird.

Während im Gebiete des französ. Rechts[3]) ihre Benutzung durch Erhöhung der Mauer, Auflegen von Balken, denen sie als Stütze für einen Bau dienen soll, Anbauen und Anbringung von Vertiefungen geschehen kann und hier nur die gemeinsame Beschränkung Platz greift: dass kein Nachbar in sie Vertiefungen machen, oder irgend ein Werk an sie lehnen, oder auf sie stützen dürfe, zu welchen er nicht zuvor die Einwilligung des Andern erlangt hat, sofern er nicht durch Sachverständige diejenigen Maassregeln hat fest stellen lassen, welche erforderlich sind, um eine Schädigung der Rechte des Andern zu verhüten, gestattet das A. L.-R. jedem Nachbar sie an seiner Seite bis zur Hälfte der Dicke zu Anlagen, z. B. Wandschränken[4]) zu benutzen, so weit er hierdurch dem Nachbar nicht schadet, und an ihr sogar Schornsteine — jedoch keine Back-, Brenn-

[1]) *L.* 52 § 13 *D. pro socio* (17. 2), l. 8 *D. de serv. pr. u.* (8. 2), l. 22 *D. de comm. div.* (10. 3). — A. L.-R. I. 8 §§ 133 ff., 159—161. — *C. c.* Art. 653 ff., — B. G. B. §§ 366—368.

[2]) In Sachsen hat er das Benutzungs-Recht der fremden Nachbar-Mauer. B. G. B. § 368. Nach Berliner Bau-Obs. (Tit. II. § 7) wird umgekehrt stets Errichten einer Gegenwand verlangt.

[3]) *C. c.* Art. 662.

[4]) A. L.-R. I. 8 § 139. In Sachsen ist Einwilligung des Nachbars nöthig. B. G. B. § 368.

oder Schmelzöfen — anzubringen. Umgekehrt ist es hier nicht unstreitig,[1]) ob jeder Theil seine Mauer-Hälfte erhöhen könne, ohne an des Andern Zustimmung gebunden zu sein, während der *C. c.*[2]) jeden Mit-Eigenthümer berechtigt erklärt, die gemeinschaftliche Mauer erhöhen zu lassen; jedoch fallen ihm allein die Erhöhungs-Kosten und die zur Unterhaltung dienenden Ausbesserungen über die Stelle hinaus, wo die Mauer gemeinschaftlich zu sein aufhört, zur Last, und überdies muss er für die Belastung der Mauer nach dem Verhältniss der Erhöhung und des Werths des erhöhten Theils Entschädigung leisten. Auf Verlangen muss jedoch der Nachweis geführt werden, dass die Erhöhung einem praktischen Zwecke dient und nicht lediglich dazu unternommen wurde, den Nachbar zu belästigen, oder ihm Luft und Licht zu entziehen; in letzterem Falle ist der Nachbar zur Verweigerung der Bau-Erlaubniss berechtigt.

Wünscht einer der Miteigenthümer die gemeinschaftliche Mauer zu verstärken, so hat er die erforderlichen Verstärkungen auf seine Kosten und auf seinem Grund und Boden auszuführen, auch den Nachbar für etwaige Nachtheile zu entschädigen.

Ohne Einwilligung des Nachbars dürfen in der gemeinschaftlichen Mauer nicht einmal solche Fenster oder Oeffnungen, die nicht zum Oeffnen eingerichtet sind, angebracht werden. — Die Ausbesserung und Wieder-Aufbauung einer gemeinschaftlichen Mauer liegt allen Denen ob, welchen ein Recht daran zusteht, und zwar nach dem Verhältniss des Rechts eines Jeden. Der Miteigenthümer kann sich jedoch von der Verpflichtung der Unterhaltung, resp. Wiederherstellung dadurch befreien, dass er sein Eigenthums-Recht an der Mauer und an dem Grund und Boden, auf welchem die Mauer errichtet ist, aufgiebt.

8. Grenzscheidungen.

Grenzscheidungen sind alle Scheidungen, welche die Grenzlinie zwischen 2 Grundstücken durch gewisse Merkmale bezeichnen. Man unterscheidet gepflanzte, wie Hecken, und errichtete, wohin gehören: Zäune, Planken, Stakete und Mauern, ohne Unterschied ob sie lediglich als Scheidewände errichtet sind, oder gleichzeitig als Abschluss einer an der Grenze stehenden Baulichkeit dienen.

Das Recht[3]) seine Grundstücke einzufriedigen und durch Scheidungen von denen des Nachbars zu trennen, ist ein Ausfluss des Eigenthums, und deshalb unbeschränkt bis auf den Umstand, dass weder die Grenze zu überschreiten noch der Gebrauch des Eigenthums zu behindern oder zu erschweren ist.

Zur Errichtung und Anlegung einer neuen Scheidung im Interesse des Nachbars ist aber Niemand verpflichtet, sofern es sich nicht um den Ersatz einer bestandenen handelt, die allerdings verlangt werden kann, da kein Recht zur Beseitigung einer vorhandenen besteht. Die Unterhaltungs-Pflicht vorhandener Scheidungen trifft den Eigenthümer. Bei Scheidungen zwischen 2 Grundstücken hat jeder die rechts vom Eingange liegende Scheidung, und haben beide gemeinsam den Rückzaun zu unterhalten. Als Eigenthümer gilt im Landrechts-Gebiete[4]) Der, auf dessem Grunde Stiele, Pfosten oder Ständer stehen, oder auf dessen Seite sich Mauer-Verbindungen oder Blenden befinden. In Sachsen[5]) spricht Vermuthung für gemeinsames Eigenthum beider Nachbarn.

In welcher Weise er die Scheidung herstellen will, ist Sache des Eigenthümers, dem also nicht verwehrt ist, eine Aenderung darin vorzunehmen; also z. B. eine Mauer durch ein Staket zu ersetzen. Auch in der Höhe ist er unbeschränkt bis auf den Umstand, dass solche bei Grundstücken zwischen Höfen nicht unter 6 Fuss, zwischen Gärten nicht unter 5 Fuss betragen soll.

9. Erhöhungen und Erniedrigungen des Bodens.

Den gesetzlichen Einschränkungen zum Besten des Nachbars im Erhöhen und Erniedrigen des Bodens wird vereinzelt jede Beziehung zum eigentlichen Baurecht abgesprochen.[6]) Dem liegt jedoch der einseitige Gesichtspunkt zu Grunde, dass nur die Hochbauten in Frage zu kommen haben. Auch für den Tiefbau sind jene Einschränkungen von wesentlicher Bedeutung. Man denke nur an die zahlreichen Fälle, wo durch Erhöhung des Strassen-Niveaus zwischen dem angrenzenden Grundstücks-Besitzer und dem Strassen-Fiskus Streitfragen entstehen.

[1]) Bejaht im Praej. des Obertrib. 2694 (Entsch. Bd. 38 S. 49). — [2]) *C. c.* Art. 658. — [3]) A. L.-R. I. 8 §§ 149—184. — [4]) A. L.-R. I. 8. — [5]) B. G. B. § 366. Ebenso württemb. Ges. v. 6. Okt. 1872 Art. 66, 67; Bad. L.-R. 653, 654, 666, 670; Braunschw. B.-O. v. 15. Juni 1876 § 59. — [6]) z. B. Müller, §§ 113. M. vergl. Grein. S. 159.

Schon nach allgemeinen Rechts-Grundsätzen können die willkürlichen Aenderungen, sobald sie für den Andern nachtheilig wirken, nicht erlaubt sein und müssen Schadensersatz-Verbindlichkeit begründen.

Besondere Bestimmungen finden sich in Sachsen[1]) nur für das Tieferlegen des Erdreichs dahin, dass, wer sein Grundstück ausgraben, tiefer legen oder durch einen Graben von dem Grundstück seines Nachbars trennen will, eine solche Böschung oder Vorrichtung anlegen muss, dass dessen Grund und Boden nicht nachstürzen kann, während nach französischem Recht die Frage sich nach den allgemeinen Grundsätzen[2]) entscheidet. Im Landrechts-Gebiete[3]) sollen die Erhöhungen und Erniedrigungen 3 Fuss von Nachbars Grenzscheidungen zurück bleiben. Begrifflich kann von Erhöhung und Erniedrigung bei blossen Planirungen keine Rede sein, wenn das Material zum Erhöhen der tiefer liegenden Stellen gewonnen wird aus Abtragung der höher liegenden Stellen, wenn also weder fremde Erde zu den Erhöhungen herbei geschafft, noch bei Vertiefungen das vorhandene Material fortgeschafft wird. Auch in anderer Weise kann es vorkommen, dass Veränderungen, welche thatsächlich eine Erhöhung oder Erniedrigung des Bodens bewirken, doch, je nach den Verhältnissen, nicht unter die qu. Paragraphen fallen. So ist eine Drumme, welche zur Abführung des Wassers in die Erde gelegt ist, als Erniedrigung des Bodens nicht zu erachten und daher der Entfernung vom benachbarten Grundstück auf 3 Fuss nicht unterworfen, weil sie vermöge ihrer Konstruktion den Nachsturz des anliegenden Erdreichs hindert.

Zweck der Bestimmungen ist, den Besitzer des Nachbar-Grundstücks gegen den durch Nachsturz des Erdreichs drohenden Schaden, und zwar nicht blos bezüglich der bestehenden Scheidungen, sondern auch für etwaige Baulichkeiten und das Grundstück selbst zu schützen. Sie finden deshalb nicht blos bei Scheidungen von Menschenhand, wie Zäunen, Mauern, Planken, sondern auch auf Gebäude-Fundamenten und natürlichen Scheidungen Anwendung.

Geschehenlassen einer Erhöhung ohne Widerspruch lässt Recht auf Wegschaffung verloren gehen, so dass nur das auf Entschädigung verbleibt. Widerspruch ist sofort zu erklären. Das Klage-Recht geht nicht auf den Käufer über und unterliegt in Preussen der 3jährigen Verjährung.

In Berlin gelten ziemlich dieselben Grundsätze.[4])

10. Brunnen.

Durch ihre Anlage oder Veränderung soll nach französischem[5]) Recht der Nachbar sein Wasser nicht verlieren dürfen, während nach preussischem[6]) und sächsischem[7]) Recht solches gleichgiltig ist und hier nur das Verunreinigen von Brunnen, sowie Unbrauchbarmachen untersagt, sowie ferner verboten ist, dass die Abgrabung lediglich in der Absicht zu schaden, geschehe. So oft danach eine Klage gegeben ist, kann solche gleichzeitig auf: a. Beseitigung der Anlage, b. Entschädigung für Wasser-Verlust gerichtet sein. In Preussen muss man überdies mit neuen Brunnen-Anlagen 3 Fuss von der Nachbar-Grenze bleiben; doch fällt die Benachtheiligung nicht unmittelbar angrenzender Eigenthümer nicht hierunter.[8])

Handelt es sich bei Wasser-Entziehung um Einwirkungen des Bergbaues, so kommen die strengeren Vorschriften der Berg-Gesetze[9]) zur Geltung und es ist der

[1]) B. G. B. § 360. — [2]) C. c. Art. 674. — [3]) A. L.-R. I. 8, §§ 185—188.

[4]) Die Spezial-Bauobservanzen Titel II. §§ 1, 2 bestimmen: Wenn jemand seinen *Fundum* mit fremder Erde erhöht, muss er entweder 3 Fuss breit von des Nachbars Zaun das Terrain *in statu quo* lassen oder wenn er seine Erde dicht heranbringen und der Nachbar damit zufrieden sein will, alsdann die untersten Bretter von des Nachbars Zaun, die solchergestalt in die Erde hinein zu liegen kommen, auf seine Kosten unterhalten, auch den Zaun, sooft derselbe von der Erhöhung übergebogen wird, hinwiedrum lothrecht herzustellen. Hingegen kann jedermann seinen von Natur unebnen Platz wohl planiren und wenn dadurch mehr Erde an des Nachbars Zaun kommt, darf er diesen dafür nicht gerecht werden, sondern der Nachbar muss selbst Mittel vorkehren, den etwaigen Schaden abzustellen und sich imputiren, dass er auf den Fall, wann der andere planiren würde, nicht vorher gleich auf seinem *Fundo* präkavirt und sich dagegen prosperiret habe.

Wenn jemand seinen *Fundum* erniedrigt, muss er an des Nachbars Seite 3—4 Fuss breit einen Wall stehen lassen, damit von des andern Seite die Erde nicht nachschiesse, oder der Zaun nicht niedergedrückt werde; auch damit nicht von den höheren Gärten die Feuchtigkeit und die Kraft der Erde sich nach dem erniedrigten benachbarten Grund und Boden ziehe.

[5]) *C. c.* Art. 674. — [6]) A. L.-R. I. 8 § 129. — [7]) B. G. B. § 353. — [8]) R. Ger. Erk. v. 2. Jan. 1882.
[9]) z. B. preuss. Berg. Ges. v. 24. Juni 1865. §§ 148 ff.

Bergw.-Besitzer verpflichtet, für allen Schaden, welcher dem Grundeigenthum oder dessen Zubehörungen durch den unterirdisch oder mittels Tagebaues geführten Betrieb des Bergw. zugefügt wird, vollständige Entschädigung zu leisten, ohne Unterschied, ob der Betrieb unter dem beschädigten Grundstück stattgefunden hat oder nicht, ob die Beschädigung von dem Bergw.-Besitzer verschuldet ist und ob sie voraus gesehen werden konnte oder nicht. Diese Haftpflicht fällt nur solchen Anlagen gegenüber fort, welche zu einer Zeit errichtet worden sind, wo die ihnen durch den Bergbau drohende Gefahr bei gewöhnlicher Aufmerksamkeit voraus zu sehen war. Alle Ansprüche auf Schadens-Ersatz verjähren wenn sie nicht innerhalb 3 Jahren seit erlangter Kenntniss durch gerichtl. Klage geltend gemacht sind.

11. Schädliche Anlagen.

Litteratur: Grein. A. a. O. S. 75. — Müller. A. a. O. S. 60. — Förtsch u. Caspar. A. a. O. S. 99. — Raschdorf. A. a. O. S. 191.

Gemeinrechtlich findet wegen der hier gedachten Anlagen keine weitere Beschränkung statt, als das Verbot der *immissio* schädlicher Flüssigkeiten in das Nachbar-Grundstück; es kommt also nur die konkrete Schädlichkeit der Anlage in Betracht.[1])

Heut kann in der Regel Jeder auf seinem Eigenthum, ohne eine gewisse Entfernung von dem nachbarlichen Gebäude und Boden einzuhalten, bauen, insbesondere eine Kloake, einen Abtritt, eine Düngergrube anlegen, wenn nur dem Nachbar hierdurch kein Schaden zugefügt wird oder zugefügt werden kann. Auf diesem Standpunkt des gemeinen Rechts befinden sich die meisten neueren Bau-Ordnungen.[2]) Dagegen finden sich beschränkende Bestimmungen in den germanischen Rechten des Mittelalters.[3]) Das französische Recht[4]) enthält hierüber keine einheitlichen Bestimmungen, sondern verweist auf die partikular-rechtlichen Gewohnheits-Rechte und Verordnungen. Nach A. L.-R.[5]) müssen alle den Gebäuden schädliche Anlagen nicht allein:

a. 3 Fuss von des Nachbars Baulichkeiten oder Bäumen entfernt, sondern überdies: b. von Grund auf aufgemauert sein.

Aehnlich in Sachsen.[6]) Dort dürfen Viehställe, Düngergruben, zur Ableitung des Wassers dienende Rinnen und Gräben und ähnliche Anlagen nur in solcher Entfernung von des Nachbars Grenze oder unter solchen Vorkehrungen angelegt werden, dass sie dem Grundstück des Nachbars keinen Schaden bringen, insbes. auf Gebäude, Grenzmauern und Brunnen keinen nachtheiligen Einfluss äussern. Die Entfernung von 3 Fuss des älteren sächs. Rechts hat man als bestimmten Minimalsatz nicht beibehalten, weil nach den etwa getroffenen Vorkehrungen ein geringerer Abstand genügen, aber auch ein grösserer erforderlich werden kann.

Zu den schädlichen Anlagen sind ausser den Schweineställen, Kloaken, Dünger- und Loh-Gruben, alle verdeckten Kanäle zur Abführung von Unreinlichkeiten zu rechnen, ohne Unterschied, ob solche zu dauerndem Bestande oder zu vorüber gehendem Gebrauche, wie etwa Kalkgruben, bestimmt sind. Es handelt sich jedoch nur um werdende Anlagen. Vorhandene können wieder angelegt werden; will der Nachbar, den sie stören, bauen, so muss er zurück treten. Ob diese Entfernung auch von gleichen Anlagen des Nachbars eingehalten werden müsse, ist streitig, aber wohl zu bejahen. An gemeinsamer Mauer sind beiden Nachbarn derartige Anlagen gestattet. Der Nachbar kann verzichten; doch braucht die Polizei seinen Verzicht nicht zu respektiren. Klage auf Beseitigung der Anlage kann nur gegen den derzeitigen Eigenthümer gerichtet werden.

In Berlin gelten besondere Verhältnisse; es greift nämlich die Spezial-Bauobservanz Platz.[7])

[1]) Vergl. Erk. d. Ob. App. Ger. zu Darmstadt v. 13. Mai 1843. — [2]) Vergl.: Württemberg Art. 62, 63; Braunschweig § 57. — [3]) Vergl. Glück. Kommentar Band 10 S. 136, 137. Im Sachsenspiegel II. 51. § 1 heisst es: Oefen, Gänge oder Schleusen, (*cloacae*) und Schweinkoben sollen 3 Fuss vom Zaun stehen. Ferner Sächsisches Weichbild Art. 122 lautet: Backöfen, Heimlichkeiten und Schweinkoben sollen 3 Fuss vom Zaun stehen. — [4]) *C. c.* Art. 674. [5]) A. L.-R. I. 8 § 125. — [6]) B. G. B. § 359.

[7]) Dieselbe bestimmt Titel II §§ 5 und 6:

Mit Schweineställen, Privâten, Mistkuten, Lohkuten und dergl. mehr muss Einer von des Andern Gebäuden oder Zaune 3 Fuss abbleiben, überdem die Behältnisse dazu in der Erde mit einer $1^1/_2$ Steine starken Mauer ausmauern lassen. Der Spatium der 3 Fuss, welche der Nachbar abbleiben muss, wird excl. dieser Mauer gerechnet. Hat ein Nachbar die Grenze eines anderen Nachbars eingebauet, oder hat er ebenfalls einen Abtritt hart an des Nachbars Grenze

In Sachsen[1]) werden als schädliche Anlagen auch Vorrichtungen behandelt, durch welche dem benachbarten Grundstück zu dessem Nachtheil Dampf, Dunst, Rauch, Russ, Kalk oder Kohlenstaub in ungewöhnlicher Weise zugeführt werden. Hier hat also der betroffene Nachbar ein Untersagungs-Recht. Daraus folgt, dass hier der höher bauende Nachbar gezwungen werden kann, den Schornstein des Nachbars auf seine Kosten mit herauf zu nehmen, was in den Geltungs-Bereichen der übrigen Rechte nicht der Fall ist.

12. Rinnen und Kanäle.

Darunter werden, zum Unterschiede von den vor erörterten Anlagen, lediglich die zum Abführen des Wassers dienlichen, an der Erde angebrachten Anlagen verstanden, die nicht nothwendig durch menschliche Thätigkeit angelegt zu sein brauchen, sondern auch durch Umstände, (wie Ausgiessen) selbst entstanden sein können. Gleicher Behandlung mit den an der Oberfläche liegenden sind die in die Erde eingefügten ausgesetzt. Erfolgt ihre Anlage auf polizeiliche Anordnung, so ist Klage auf Beseitigung im Rechtswege unzulässig, während der Rechtsweg über den Entschädigungs-Anspruch offen ist.

Im Landrecht-Gebiete[2]) muss zwischen ihnen und der Nachbar-Wand ein freier Raum von wenigstens 1 Fuss Breite, wobei die Stärke der Umfassungs-Mauer mit gerechnet wird, liegen bleiben, während nach sächsischem[3]) und französischem[4]) Recht die einzuhaltende Entfernungs-Grenze nicht beziffert ist.

δ. Nothwendige Dienstbarkeiten (Servituten.)

Ein Grundstück kann ganz oder theilweise unbrauchbar sein, wenn der Besitzer eines andern nicht gezwungen ist, sich Einschränkungen gefallen zu lassen. Völlige Unbrauchbarkeit liegt jedoch erst vor, wenn dem Grundeigenthümer keine andern Mittel mehr zu Gebote stehen, sein Grundstück nutzbar zu machen. Ebenso bestimmt sich die Unbrauchbarkeit lediglich nach dem gegenwärtigen Zustande und der derzeitigen Benutzungs-Art, und muss von Natur — also ohne eigenes Zuthun — entstanden sein.

Solchen Uebelständen glaubte man gesetzgeberisch[5]) Abhilfe schaffen zu sollen und gelangte so zu den „nothwendigen Dienstbarkeiten". Ihr Wesen besteht darin, dass Dritte verpflichtet sein sollen, solche Einschränkungen ihres Eigenthums gegen volle Entschädigung zu gunsten des Entschädigenden sich gefallen zu lassen, durch welche die Brauchbarkeit hergestellt wird. Beim Mangel gütlicher Vereinbarung ist die Entschädigung in Jahres-Rente durch Schiedsspruch fest zu stellen.

Willkürliche Veränderungen in Gestalt, Nutzungs-Art, Haupt-Eintheilung eines Grundstücks geben kein Recht auf Einschränkung, weil Niemand berechtigt sein kann, von seinem Nachbar eine Beschränkung des Eigenthums zu begehren, damit er aus einer selbst verschuldeten Nothlage befreit werde.

Der ihr zu Grunde liegende Anlass braucht kein dauernder, kann vielmehr auch ein vorüber gehender sein, z. B. die Nothwendigkeit der Aufstellung eines Gerüstes behufs Abputz eines Hauses.

Aus dem Prinzip der Nothwendigkeit folgt, dass Derjenige, welcher eine nothwendige Servitut fordern, gleichwohl nicht beliebig wählen kann, von welchem Nachbar und auf welcher Stelle die Servitut eingeräumt werden soll, sich vielmehr in der Regel mit derjenigen Einrichtung begnügen muss, die ihm der Nachbar, als die seinem Grundstücke am wenigsten lästige, anweist. Auch hat, wenn die Servitut von mehreren Nachbarn gewährt werden kann, der Berechtigte nicht die Wahl, welchen derselben er auf deren Bestellung in Anspruch nehmen will; dem in Anspruch genommenen Grund-Eigenthümer steht vielmehr der Einwand zu, dass ein anderer Nachbar durch ihre Bestellung weniger belästigt und die Ausübung der Servitut selbst dadurch nicht erschwert werde. Uebrigens fällt sie mit Wegfallen des Grundes und Bedürfnisses weg und hört von diesem Zeitpunkt ab die Rentenzahlungs-Verbindlichkeit auf, bezw. tritt die Kapitalrückzahlungs-Pflicht ein.

oder Mauer, so wird im ersteren Fall der Raum, so weit jener Nachbar in die Grenze eingebaut hat, mit zu denen 3 Fuss gerechnet, welche der andere Nachbar von der Mauer abbleiben muss. Im letzteren Fall hingegen darf der Nachbar seinen Abtritt gar nicht abrücken.

[1]) B. G. B. § 358. — [2]) A. L.-R. I. 8 § 128. — [3]) B. G. B. § 359. — [4]) C. c. Art. 674. — [5]) A. L.-R. I. 22 §§ 3 ff. — B. G. B. §§ 345—349.

Um eine nothwendige Dienstbarkeit zum Austrag zu bringen werden stets zwei verschiedene Streit-Verfahren sich abspielen müssen: vor dem erkennenden Richter über die Nothwendigkeit der Vergünstigung und hinterdrein, im schiedsrichterlichen Verfahren, über die Höhe der Vergütung. — Die vornehmlichsten Arten sind:

1. Hammerschlag- und Leiter-Recht.

Das in Sachsen [1]), sowie auf Grund von Partikular-Rechten im Gebiet des gemeinen Rechts anerkannte Hammerschlag- und Leiter-Recht [2]) ist im A. L.-R. u. im C. c. nicht anerkannt. Dasselbe besteht in der Berechtigung, bei Ausführung von Reparaturen an Gebäuden, Grenzmauern oder Zäunen Gerüste, Leitern u. s. w. auf dem Nachbar-Grundstück aufzustellen, Materialien zum Bau aufzustapeln, und die Arbeiter dort verkehren zu lassen.

Als Folge eines nachbarlichen Rechts muss das Leiterrecht jedoch nach französischem Recht [3]) auch noch in dem Falle gewährt werden, dass einer von den Nachbarn eine gemeinschaftliche Grenzmauer oder einen Zaun zu unterhalten verpflichtet ist, voraus gesetzt, dass in dem betr. Orte die Herstellung von Grenzmauern oder Zäunen gefordert werden kann und dass die Arbeit in beider Nachbarn Interesse liegt.

2. Hausumgang-Recht.

Die Gerechtigkeit, einen Haus-Umgang auf dem Besitzthum des Nachbars zu haben, ist nur dem französischen Rechts-Gebiet eigen. [4]) Sie kann ununterbrochen fortdauern, ohne ins Auge zu fallen. Sie wird durch eine Rechts-Handlung erworben und ihre Ausdehnung richtet sich lediglich nach den Bestimmungen dieses Titels. Hat derselbe in Bezug auf Länge und Breite des Haus-Umgangs keine Bestimmung getroffen, so ist anzunehmen, dass die Länge des Umgangs die des Hauses oder der Mauer ist, während die Breite sich nach den ortsüblichen Maassen richtet, wobei aber eine Minimalbreite von 1,0 ^{m} fest gehalten wird. Ist dagegen das Gebäude so hoch, dass die ortsübliche Breite des Haus-Umgangs zur Vornahme von Reparaturen unzureichend ist, so ist der Nachbar verpflichtet, eine grössere Breite des Haus-Umgangs zu gewähren, da er als Belasteter alles gestatten muss, was nothwendig ist, um von der Servitut Gebrauch machen zu können.

3. Der Nothweg. [5])

Darunter versteht man die Pflicht des Nachbars, einen Weg über sein Grundstück einem Andern gegen Entschädigung zu gestatten, weil diesem sonst die wirthschaftliche Benutzung seines Grundstücks benommen wäre. Er ist nicht auf das Bedürfniss des Grundstücks zu beschränken. Bei Feststellung seiner Richtung ist gleichzeitig zu berücksichtigen, dass der Einräumende möglichst wenig belästigt werde und der Verlangende nicht unnütze Kosten-Aufwendungen habe. In der Regel muss eine Entschädigung gewährt werden. [6])

4. Bewässerungs-Anlagen. [7])

Sie sollen nicht versagt werden dürfen, wenn sie zur erheblichen Verbesserung des einen Grundstücks nothwendig sind und der Eigenthümer des andern in dem bisherigen freien Gebrauch und an nützlichen Verbesserungen desselben dadurch nicht behindert wird.

ε. Grund-Gerechtigkeiten.

Litteratur: Glück. Kommentar Bd. 10. — Förster. A. a. O. § 187 (III. S. 322) — Zachariae. A. a. O. II. 54.

Bei den Grund-Gerechtigkeiten [8]) handelt es sich nicht um eine Verkleinerung des Inhalts, sondern um eine Belastung oder Beschränkung der Ausübung des Eigenthums, und es ist diese dem Eigenthum nicht durch das Gesetz, sondern durch den beiderseitigen oder einseitigen Willen der Interessenten auferlegt. Die Grund-Gerechtigkeiten können nur durch Akte der Interessenten begründet, sie müssen bestellt, als besonderes Recht erworben werden. Das preussische Recht weicht insofern von dem gemeinen ab, als es, deutsche Rechtssätze aufnehmend, viele Verhältnisse, die bei den Römern durch die Begründungs-Akte der Parteien geschaffen werden mussten, durch das Gesetz regelt, so dass die Zahl der gesetzlichen Ein-

[1]) B. G. B. § 350. — [2]) z. B. Provinzial-Recht von Berg. § 28. — [3]) C. c. Art. 663 mit Förtsch u. Caspar. S. 142 ff. — [4]) C. c. Art. 691, 696. — [5]) B. G. B. §§ 345—349. M. vergl. für Preussen Förster. A. a. O. § 187 B. III., S. 325. — [6]) B. G. B. §§ 348, 526 enthalten eine Ausnahme. [7]) z. B. A. L.-R. I. 22 § 9 mit Ges. v. 28. Febr. 1843, §§ 24, 25. M. s. oben S. 312. — [8]) A. L.-R. I. 22.

schränkungen im A. L.-R. weit grösser ist, als im römischen; dies trifft besonders die Verhältnisse nachbarlicher Gebäude.

1. Begründung.

Grund-Gerechtigkeiten können durch rechtsgültige Willens-Erklärungen eingeräumt, auch durch Verjährung erworben werden, ohne dass jedoch zu ihrer Begründung Partei-Handlungen unerlässlich sind, während umgekehrt die Parteien durch besondere Abmachungen diese gesetzlichen Einschränkungen zurück drängen oder beseitigen dürfen.

2. Aufhebung.

Abgesehen von den allgemeinen Aufhebungs-Gründen bei Rechten treten hier besonders hervor:

a. **Stillschweigende Einwilligung des Berechtigten,** welche angenommen wird, wenn er wissentlich ohne Widerspruch in dem dienenden Grundstück eine Anstalt oder Einrichtung treffen lässt, welche die Ausübung der Gerechtigkeit geradezu unmöglich macht, hindert oder erschwert

b. **Nichtgebrauch,** welcher indess nur bei Grund-Gerechtigkeiten zutrifft, die nicht in das Grundbuch eingetragen sind, oder nicht durch besondere Anstalten und Anlagen ihr Dasein bekunden; ist die Anlage aber fortgeschafft so beginnt mit der Fortnahme die Verjährung.

c. **Ersitzung des Untersagungs - Rechts.** Sie liegt in dem Falle vor, wo eine Servitut untergeht, weil der Belastete die Ausübung untersagt und der Berechtigte sich dabei beruhigt. Es ist nicht nöthig, dass die Ausübung noch zwei Mal untersagt worden ist.

d. **Konsolidation,** d. h. der Erwerb des Eigenthums am dienenden Grundstück durch den Berechtigten oder des Eigenthums am herrschenden Grundstück durch den Verpflichteten.

e. **Ablösung gegen Entschädigung.**

f. **Aufhebung gegen Entschädigung,** wenn Anstalten und Einrichtungen zum allgemeinen Besten vom Staat, d. h. durch Gesetz angeordnet werden und diese das Fortbestehen der Dienstbarkeit unzulässig machen.

g. **Eintritt der resolvirenden Bedingung** unter welcher sie bestellt worden ist; eine widerrufliche Bestellung ist nämlich zulässig.

h. **Verlangen des Verpflichteten** zur Einschränkung oder selbst Aufhebung der Gerechtigkeit, weil durch diese sein Grundstück ganz oder zum Theil völlig unbrauchbar würde.

3. Ausübung.[1])

Der Eigenthümer des dienenden Grundstücks hat nur die Pflicht, zu dulden und zu unterlassen. Er muss dem Berechtigten gestatten, dass dieser unter möglichster Schonung und mit der Verpflichtung, jede Beschädigung wieder zu beseitigen, auf dem dienenden Grundstück die Anstalt vornehme oder ausbessere, die zur Ausübung der Gerechtigkeit nöthig ist. Dieser Grundsatz erleidet aber eine Modifikation wenn die Bestellung durch einen Vertrag gegen Entgelt geschah, weil dann der Eigenthümer der belasteten Sache aus dem Vertrage, also persönlich die Verpflichtung hat, sein Grundstück auf eigene Kosten in solcher Verfassung zu erhalten, dass die Gerechtigkeit darauf ausgeübt werden kann. Für zufällige Veränderungen hat er aber auch hier nicht einzustehen, vielmehr dann nur dem Berechtigten die Wiederherstellung zu gestatten. Lässt sich diese nicht mehr bewirken, so muss das Entgelt zurück geleistet werden, d. h. das Kapital ohne Zinsen; die Rente hört auf. Wird die Ausübung wieder möglich, so hat der Berechtigte das zurück empfangene Entgelt aufs neue zu leisten; d. h. die Rente beginnt wieder und das Kapital wird gezahlt. Endlich, wo der Belastete mit dem Berechtigten die Anstalt für die Gerechtigkeit gemeinschaftlich gebraucht, muss Ersterer sie zwar nicht selbst wieder herstellen und ausbessern, aber einen verhältnissmässigen Beitrag dazu leisten.

4. Bemerkenswerthe Arten.

a. **Traufrecht** und **Recht des Ausgusses.**[2]) Es sind dies zwei von einander wesentlich verschiedene, sich gegenseitig völlig ausschliessende Berechtigungen, obwohl beide die Fortschaffung von Flüssigkeiten bezwecken. Sie können neben einander bei demselben Grundstück bestehen und sind deshalb getrennt zu behandeln.

[1]) A. L.-R. I. 22 § 47. — *C. c.* Art. 701. — [2]) *L.* 2. 17. 20. 28. *D. de serv. pr. u.* (8. 2).

1. Traufrecht.[1]) Es besteht in der Befugniss, das durch Natur-Ereignisse herbei geführte Wasser vom Dach des eigenen Gebäudes auf den nachbarlichen Grund und Boden in Tropfenform niederfallen zu lassen, weshalb es der gemeinrechtlichen *servitus stillicidii* entspricht. Es handelt sich hier also nur um die auf dem beschränkten Flächenraume des Daches sich sammelnden Flüssigkeiten, so dass nur Regen und Schnee in Frage kommen, welche unmittelbar und auf natürlichem Wege auf das nachbarliche Grundstück gelangen. Das Recht zur Dachtraufe muss besonders erworben sein; sein Bestehen hindert jedoch den Eigenthümer des belasteten Grundstücks nicht an Vornahme beliebiger Anstalten, welche dem ferneren Laufe des herab fallenden Wassers Einhalt thun, sofern nicht ein besonderes, darauf gerichtetes Untersagungs-Recht besteht. Selbst im letzteren Falle ist ihm der Bau auf der Fläche, wohin der Abfall erfolgt, gestattet; doch muss er Vorkehrungen treffen, dass das Abfallen der Tropfen noch möglich bleibt, was unter dem gesetzl. Ausdruck „die Traufe unter sein Dach aufnehmen", verstanden wird. Deshalb bewirkt auch der Bau unter der Traufe keine Aufhebung des Traufrechts.

Der Trauf-Berechtigte darf ohne Erlaubniss des Verpflichteten keine Veränderung der Baulichkeiten vornehmen, welche das Zuführen einer grösseren Wassermenge zur Folge haben kann, also sein Gebäude[2]) weder erhöhen noch erniedrigen, dem Dache keine grössere Ausdehnung geben und schliessl. den Vorsprung des Daches nicht weiter als bisher in den Luftraum des nachbarl. Grundstücks führen.

In früheren Zeiten war es jedoch üblich, mit den eigenen Baulichkeiten so weit von der Nachbar-Grenze entfernt zu bleiben, dass die Traufe auf eigenen Boden fiel. Es bildeten sich deshalb zwischen benachbarten Grundstücken leer gelassene Flächen, die man Traufgänge nannte. Dies führte zu der Rechts-Vermuthung,[3]) dass solche Traufgänge gemeinsames Eigenthum beider Nachbarn seien, indem jeder die Hälfte dafür frei gelassen habe, welche indess durch die Gegen-Vermuthung des Allein-Eigenthums Dessen geschwächt wird, dem allein die Traufe dorthin fallen lässt und Gossen, Private (Vergl. S. 307) oder offene Fenster dahin hat, sowie auch durch den Beweis des Allein-Eigenthums beseitigt werden kann.

2. Das Recht des Ausgusses.[4]) Darunter versteht man die Befugniss, das durch Natur-Ereignisse herbei geführte Wasser gesammelt auf das nachbarliche Grundstück zu leiten, z. B. unter seinem Dach in Rinnen aufzufangen, welches der *serv. fluminis recipiendi* des römischen Rechts entspricht. Es kommen nicht nur diejenigen Wasser in Betracht, welche auf die verschiedenen Punkte des berechtigten Grundstücks niederfallen, sondern auch Flüssigkeiten, welche von anderen Natur-Ereignissen oder von dem Betriebe der Hauswirthschaft oder eines Gewerbes herrühren. Das Wasser wird durch die Anlage einer Dachrinne, eines Kanals oder sonstiger Vorrichtungen künstlich auf das belastete Grundstück geleitet. Derjenige, dem das Recht des Ausgusses zusteht, ist keineswegs befugt, das Wasser in Tropfenform auf das nachbarliche Grundstück fallen zu lassen.

Falls zur Abführung von Flüssigkeiten ein Kanal erforderlich ist, muss derselbe bedeckt und mit einem eisernen Gitter versehen sein.

Gesetzlich hat jeder Eigenthümer zunächst die Pflicht, das auf seinem Grundstücke sich sammelnde Wasser von dem nachbarlichen Grundstück abzuhalten. Erst der Erwerb der besonderen Grund-Gerechtigkeit des Ausgusses bringt ihn in die Lage durch besondere Vorkehrungen das gesammelte Wasser dem nachbarlichen Grundstück zuführen zu dürfen. Es sind aber hier nur solche Rechte gemeint, welche zwischen je zwei aneinander grenzenden Grundstücken bestehen; es gehören deshalb nicht hierher umfangreichere Wasserleitungen, welche dazu dienen sollen, von einem grösseren Komplex oder einer ganzen Ortschaft das Wasser aufzunehmen. Eine solche Anlage, welche sich auf verschiedene im Zusammenhang stehende Besitzungen bezieht, geht entschieden über den Begriff eines Ausgusses hinaus, selbst wenn es sich im wesentlichen nur um Regenwasser handelt. Der Kanal ist auf dem dienenden Grundstück zu decken. — Das Recht des Ausgusses umfasst keineswegs ohne weiteres die Befugniss, unreines Wasser von dem herrschenden Grundstück durch das nachbarliche Grundstück abzuführen, welches die

[1]) A. L.-R. I. 8 § 189, 22 § 59. — B. G. B. § 357. 643. Man s. *C. c.* Art. 681. — Bad. L. R. § 681. — Württ. Ges. v. 6. Okt. 1872 Art. 56. — [2]) Nicht blos das Dach desselben; m. s. Grein, S. 190 u. Müller, S. 135. - [3]) A. L.-R. I. 8 § 121. — [4]) A. L.-R. I. 22 § 60. — B. G. B. § 357. — Württ. Ges. v. 6. Okt. 1872. Art. 57. 58.

römische *servitus cloacae* ausmacht. Begreiflich ist es denn auch, dass zum Schutz des belasteten Grundstücks die Bedeckung und Vergitterung des Kanals geboten wird, um Ausdünstungen von Abwässern und Jauche zu verhindern, wie auch andere Gegenstände als die betreffenden Flüssigkeiten zurück zu halten.

b. Balkenlags-Recht. Es besteht in der Befugniss, auf der Mauer eines Anderen zu bauen oder auch auf sie einen Balken zu legen.[1]) Nach gemeinem Recht sind zu unterscheiden die *servitus tigni immittendi* und *servitus oneris ferendi.* Bei dieser gilt das Besondere, dass der Eigenthümer des dienenden Grundstücks das Last tragende Bauwerk in tragfähigem Stande erhalten muss, doch ohne die Verpflichtung, während der Reparatur auch das lastende Gebäude zu stützen. Der Berechtigte hat also eine Klage gegen den Belasteten auf derartige Unterhaltung der Mauer, dass sie die Last tragen kann; von dieser Verpflichtung kann er sich nur durch *dereliction*, d. h. Ueberlassen des Eigenthums der Mauer an den Berechtigten befreien. Aehnliche Grundsätze haben im Landrechts-Gebiet und in Sachsen Aufnahme gefunden. Auch hier muss der Eigenthümer die Mauer unterhalten oder aufgeben und dem Berechtigten überlassen. Förmlicher Uebergabe und ausdrücklicher Erklärung so weit diese nicht nothwendig sind, um den Dereliktions-Willen klar zu machen, bedarf es nicht. Auch Zufall befreiet nicht von der Wiederherstellung, aber er erleichtert die Verpflichtung des Belasteten insofern, als dieser dann während des Baues das aufgelegte Gebäude oder den Balken nicht auf seine Kosten zu unterstützen braucht. Das Balkenlags-Recht erlischt nicht etwa, wenn die Balken schadhaft oder unbrauchbar werden, umfasst vielmehr die Befugniss, solche im bisherigen Umfange zu ergänzen.

c. Das Lichtrecht[2]) Dies ist die Befugniss, Fenster nach dem Nachbar-Grundstück haben, bezw. deren Anlage oder Verbauen widersprechen zu dürfen. Sein Wesen ist bereits oben S. 303 erörtert worden.

VII. Die Rechts-Geschäfte bei Bau-Ausführungen.

Ihr Gegenstand sind entweder Bau-Leistungen, die wieder bald mechanische, bald technisch-künstlerische sind, oder der Bezug von Baumaterialien, so dass sich unterscheiden lassen, Materialien-Bezug, Gewinnung von Hülfskräften, Bau-Ausführung. Gemeinsam ist ihnen, dass bei einem Werthe von 150 Mark und darüber nicht selten[3]) gesetzgeberisch schriftliche Abfassung gefordert wird, widrigenfalls ihnen Klagbarkeit abgeht. Im übrigen unterliegen sie den allgemeinen Form-Vorschriften und den Stempelabgaben.[4]) Im Einzelnen ist zu bemerken:

a. Der Materialien-Bezug.

Derselbe geschieht in den Formen des Kauf- und Lieferungs-Geschäfts oder der Werk-Verdingung. Gemeinsam ist diesen 3 Rechts-Geschäften, dass es sich um die Erlangung beweglicher Sachen handelt. Das unterscheidende Merkmal besteht darin: dass bei dem Kaufe fertige, schon vorhandene Waare, bei der Werk-Verdingung erst herzustellende Sachen, Vertrags-Gegenstand bilden, während es bei der Lieferung gleichgültig ist, ob die geforderten Waaren fertig, oder noch erst herzustellen, bereits auf Lager, oder durch den Verkäufer erst zu beziehen sind.

α. Der Kauf.

Litteratur: Arndts. A. a. O. § 300 ff. — v. Wächter. A. a. O. § 204 ff. — Foerster. A. a. O. § 124 ff. — Dernberg. A. a. O. § 133 ff. — Koch. A. a. O. § 674 ff. — Zachariae. A. a. O. §§ 349—359.

Je nachdem, ob bei einem Kaufmann oder bei einem Nichtkaufmann gekauft wird, bestimmt sich das Geschäft nach Handelsrecht,[5]) oder nach den Landesrechten. Der wesentlichste Unterschied besteht darin, dass im ersteren Falle mündliche Form unbeschadet des Werths genügt, im letzteren bei Käufen von 150 Mark und darüber Schriftform für die Klagbarkeit unerlässlich ist, falls nicht durch sofortige Uebergabe der Kauf erfüllt wird. In der Regel wird Zug um Zug gezahlt und Waare empfangen, so dass etwaige Uebergabe- oder Zahlungs-Fristen vereinbart sein müssen. Sind bestimmte Stücke ausgesucht, so müssen solche geliefert werden; ist Auswahl dem Verkäufer überlassen, so muss er Waare mittlerer Güte liefern und Käufer mit solcher zufrieden sein. Vorhandene Fehler sind sofort zu rügen, wofern nicht etwa die Waare von ausserhalb geschickt wurde. In diesem Falle ist zu unterscheiden, ob sie ihrer Natur nach sofort untersucht werden kann, oder ob

[1]) § 1 *Inst.* (2. 3) l. 2. 6. 20. 25. 33. D. 8. 2. l. 2. 6. 8. D. 8. 5. — A. L.-R. I. 22 §§ 55. ff. — Sächs. B. G. B. §§ 541. 542. — [2]) Vrgl. oben S. 303. — [3]) z. B. Preussen A. L.-R. I. 5 §§ 131. 155 und oben S. 260. — [4]) Vergl. oben S. 262. — [5]) H.-G.-B. Art. 273.

es sich um Waaren handelt, die erst gelegentlich der Verwendung untersucht zu werden pflegen. Erstere müssen sofort, letztere bei der Verwendung, doch spätestens binnen 6 Monaten untersucht werden. Nach Ablauf von 6 Monaten seit Abnahme ist die Berechtigung zur Ablehnung der Waare wegen Anstände verwirkt. Aus dem Kauf können nach H. G. B. entstehen: eine Klage des Käufers auf Rücknahme der Waare wegen Fehler, oder auf Schadens-Ersatz, oder auf Beides zusammen, sowie eine solche des Verkäufers auf Zahlung und Abnahme. Die Landesrechte[1]) geben aus dem Kauf-Geschäft wegen Mängel der Waare entweder die Wandlungs-Klage[2]) (*actio redhibitoria*), auf Rücknahme der Waare unter Rückzahlung des Kaufpreises, oder die Minderungs-Klage[3]) (*actio quanti minoris*) auf Herabsetzung des Preises; alle sind ausnahmslos an kurze Fristen gebunden, nach deren Ablauf das Klage-Recht verwirkt ist.

Uebrigens gilt als Mangel jede Abweichung von der regelmässigen der nach dem Wesen des Geschäfts voraus gesetzten Beschaffenheit der Sache, welche deren Werth oder Brauchbarkeit aufhebt oder beeinträchtigt, ohne Unterschied, ob sie in die Augen springt oder verborgen ist und nur bei Anwendung von grösserer oder geringerer Aufmerksamkeit bemerkt werden kann. Des Hervorhebens werth sind noch:

1. Kauf auf Wiederkauf.[4])

welcher vorliegt, wenn der Käufer sich verpflichtet, dem Verkäufer auf dessen Verlangen die gekaufte Waare jederzeit oder in gewisser Zeit für den nämlichen oder einen andern vereinbarten Preis wieder abzutreten. Er wird zur Verdeckung wucherlicher Pfandgeschäfte oder bei Veräusserungen zum Zwecke, den Gläubigern die Gegenstände ihrer Befriedigung zu entziehen, vielfach benutzt.

2. Kauf zur Probe.[5])

Er ist ein gewöhnlicher Kauf, dem die Zweck-Bestimmung hinzu gefügt ist; er hat keine rechtlichen Sonderheiten.

3. Kauf auf Probe.[6])

Er ist von der Bedingung abhängig, dass der Käufer den Gegenstand prüfe und annehmbar finde, so dass dieser das Recht zur Untersuchung und Ablehnung, bezw. der Rückgabe der Waare, entweder in der bestimmten, oder sonst in der gesetzlichen Frist hat.

4. Kauf nach Probe.[7])

Es liegt darin das Versprechen des Verkäufers, dass die Waare genau die Eigenschaft und Beschaffenheit der vorgelegenen Proben und Muster hat. Abweichungen berechtigen zur Ablehnung, selbst wenn die Waare an sich brauchbar und preiswürdig ist.

5. Grundstücks-Kauf.[8])

Derselbe stellt zwischen Erwerber und Veräusserer nur ein persönliches Recht auf Uebereignung, bezw. Uebernahme her, welchem die Uebergabe oder Auflassung hinzu treten muss. Dabei ist gleichgültig, ob Gegenstand des Geschäfts das ganze Grundstück oder nur ein Trennstück desselben bildet. Sein Abschluss hindert nicht die Grundstücks-Auflassung an einen Dritten, so dass dem ersten Käufer höchstens ein Klage-Recht auf Schadens-Ersatz gegen den Verkäufer bleibt. Dem dritten Erwerber ist der Kauf-Abschluss selbst dann unnachtheilig, wenn ihm dessen Vorhandensein nicht unbekannt war. Will man sich also das Grundstück sichern, so muss man gleichzeitig sich in beglaubigter Form die Bewilligung einer Vormerkung auf Auflassung ausstellen lassen.

β. Lieferungs-Vertrag.

Er vollzieht sich heut fast ausnahmslos in den Formen des H. G. B., da der Bau-Konsument aus Kaufmanns-Geschäften oder von Gross-Produzenten zu beziehen pflegt. Zu seinem Wesen gehört, dass der Lieferant eine Quantität vertretbarer Sachen zu einem bestimmten Preise gewährt, welche er zu diesem Zwecke erst anschafft.[9]) Wegen des Orts der Erfüllung gilt, dass wenn nicht ein bestimmter Erfüllungs-Ort vereinbart wurde, dort, wo der Verpflichtete seine Handels-Niederlassung, event. seinen Wohnsitz hat, zu liefern ist.[10]) — Nur für den Fall,

[1]) Z. B. A. L.-R. I. 11 § 198. 5 §§ 319 ff. — B. G. B. § 902. 908. ff. — [2]) A. L.-R. I. 5 §§ 326 ff. — B. G. B. § 909. — [3]) A. L.-R. I. 11 § 951. 5 §§ 326 ff. — B. G. B. § 909. — [4]) B. G. B. § 1131 ff. [5]) H. G. B. Art. 341. — [6]) B. G. B. § 1101. — H. G. B § 339. — C. c. Art. 1588. — [7]) B. G. B. § 907. — H. G. B. Art. 340. — [8]) Vergl. oben S. 282. — [9]) H. G. B. Art. 271, 338. — [10]) H. G. B. Art. 324.

dass der Gegenstand an einem vorbestimmten Orte sich befindet, ist hier zu erfüllen. Die Zahlung ist bei der Uebergabe zu leisten, wenn es an einer andern Abrede oder an einem Orts-Gebrauch mangelt. [1]) Bis zur Uebergabe hat Lieferant die Waare sorgfältig aufzubewahren. Nur wenn der Empfänger sich im Verzuge befindet kann er solche für dessen Gefahr und Rechnung auf einem Speicher oder bei einem Dritten nieder legen und öffentlich verkaufen lassen; u. z. bei dem Verderben ausgesetzten Waaren ohne, bei anderen nach vorgängiger Anzeige. Doch ist von dem erfolgten Verkaufe sofort Kenntniss zu geben. Soll die Waare dem Erwerber von einem andern Orte übersendet werden so hat der Lieferant die Art der Versendung und die Person zu bestimmen, welcher der Transport übertragen wird, und haftet für Verstoss gegen die Sorgfalt eines ordentlichen Kaufmanns bis zur Uebergabe an den Spediteur oder Frachtführer, während von da ab der Besteller die Gefahr trägt, von welcher die Waare betroffen wird. [2]) Dies gilt jedoch nicht, wenn der Besteller eine besondere Anweisung über die Art der Versendung ertheilt hat und der Lieferant hiervon abwich; vielmehr überkommt dadurch dieser die Haftung. Ist aber vertragsgemäss der Ort, wohin die Waare zu liefern, als Erfüllungs-Ort anzusehen (was aus Uebernahme der Uebersendungs-Spesen jedoch nicht ohne weiteres geschlossen werden darf) so behält der Lieferant die Gefahr für die auf dem Transport entstehenden Schäden. [3])

Der Besteller hat die Pflicht, die Waare sofort nach ihrem Eintreffen zu übernehmen, wenn nicht ein Anderes verabredet wurde, oder ortsgebräuchlich gilt. [4]) Zu diesem Zweck hat er sofort nach dem Eintreffen die Sache zu untersuchen und dem Verkäufer sogleich Anzeige zu erstatten, wenn selbige sich als nicht vertragsmässig oder als fehlerhaft erweist. Versäumniss dessen begründet die Rechts-Vermuthung einer Genehmigung. Treten erst später Mängel hervor, so muss sofort nach deren Kenntniss die Anzeige erstattet werden. Dies trifft gleichfalls zu, wenn auf oder nach Probe zu liefern war und die Mängel bei ordnungsmässigem Besicht, oder ordnungsmässiger Prüfung nicht sogleich erkennbar waren. Den Beweis der rechtzeitigen Rüge vorhandener Mängel hat der Empfänger zu führen und wird betreffs solcher gerichtsseitig angenommen, dass in der nach einem ordnungsmässigen Geschäftsgange denkbar kürzesten Frist zu prüfen und zu rügen sei. [5]) Wird die von einem anderen Orte gesendete Waare mangelhaft befunden so muss der Empfänger für deren Aufbewahrung sorgen, bei später erst hervor tretenden Mängeln den Zustand durch Sachverständige fest stellen lassen, welche auf Antrag der Parteien durch das Gericht bestellt werden. Auch darf er dem Verderben ausgesetzte Waare versteigern lassen wenn Gefahr im Verzuge ist. Die Rüge vorhandener Mängel ist aber nicht mehr gestattet wenn solche erst nach Ablauf von 6 Monaten nach der Ablieferung entdeckt wurden.

Die Klagen gegen den Lieferanten wegen Mängel verjähren in 6 Monaten seit der Ablieferung an den Besteller, während die Einrede solcher erloschen ist, sobald nicht innerhalb 6 Monaten nach der Ablieferung die Anzeige der Fehler erfolgte. Jedoch können die Parteien vertragsgemäss andere Fristen vereinbaren und werden die handelsgebräuchlich oder gesetzlich für einzelne Gegenstände eingeführten kürzeren Fristen hierdurch nicht betroffen. Desgleichen fallen nur Mängel der Qualität, nicht aber solche der Quantität gerichts-gebräuchlich hierunter, so dass sich z. B. solche auf ungesundes Bauholz, fehlerhafte Mauersteine nicht aber auf unrichtiges Maass beziehen. Die Kosten der Uebergabe, also des Messens und Wägens treffen den Lieferanten, diejen. der Uebernahme den Empfänger, wenn nicht ein Anderes hierüber vereinbart wurde.

Demgemäss ist für den Bau-Konsumenten fest zu halten, dass nach Ablauf von 6 Monaten seit Empfang er weder durch Klage noch durch Einrede vorhandene Mängel der Beschaffenheit einer ihm gelieferten Waare rügen darf, mithin der Prüfung dieser sich bald unterziehen soll.

γ. Werk-Verdingung.

Sie liegt [6]) vor, so oft bei einem Handwerker die Anfertigung von Gegenständen bestellt wird, welche für den Bau bestimmt sind, z. B.: Tischler-, Töpfer-, Schmiede-Arbeiten.

[1]) H. G. B. Art. 325, 342. — [2]) H. G. B. Art. 345. — [3]) H. G. B. Art. 345. — [4]) H. G. B. Art. 347. — [5]) Entsch. d. R. O. H. Ger. Bd. II. S. 234, 337, III. 46, IX. 405; XV. 213. — [6]) A. L.-R. I. 11 §§ 925. 947. — B. G B. §§ 1243 ff.

Der Unterschied zwischen Lieferung und Werk-Verdingung besteht darin, dass einerseits hier erst herzustellende, dort anschaffbare, vertretbare Sachen den Gegenstand des Vertrags bilden,[1]) und andererseits hier der Schwerpunkt in die Herstellung des aufgetragenen Werks nach bestimmten Vorschriften über Material, Konstruktion, Anfertigungsweise und Selbstthätigkeit, oder auch Mitwirkung des Uebernehmers gelegt, während dort nur ein nach Gattung und Form bestimmter Gegenstand angefertigt wird.[2]) Dagegen haben beide das Rücktritts-Recht[3]) wegen Ablieferungs-Verzug gemeinsam, sobald der bestimmte Ablieferungs-Tag nicht eingehalten war.

Der Werk-Verdingung entspringen zwei Verpflichtungen, nämlich des Uebernehmers auf Herstellung der Arbeit, des Bestellers auf Abnahme und Bezahlung. Jedenfalls muss der Uebernehmer selbst mitwirken und zwar mindestens durch Beaufsichtigung und Ueberwachung der Arbeit. Annahme von Gehülfen ist ihm unter eigener Verantwortung für deren Leistungen erlaubt,[4]) Weitervergeben des ganzen Werks ihm dagegen verboten. Abweichungen von dem fest gestellten Plane braucht sich der Besteller nicht gefallen zu lassen; übernimmt er gleichwohl die Arbeit so gilt solches für Genehmigung und bewirkt seine Zahlungs-Verbindlichkeit. Während der Herstellung trägt Uebernehmer jedenfalls die Gefahr für die Arbeit, so dass der Untergang des Werks durch Zufall[5]) sein Forderungs-Recht auf die Gegenleistung vernichtet. Hat er die Materialien selbst zugegeben, so trifft ihn auch deren Verlust, während andern Falls solche dem Eigenthümer zu Grunde gehen.

Mängel des Werks berechtigen den Besteller jedenfalls zum Verlangen ihrer Beseitigung und auf Schadens-Ersatz, indessen nur ausnahmsweise zur Ablehnung. Durch Annahme ohne Vorbehalt wird dies Recht verwirkt. Vereinzelt[6]) kann Besteller Abnahme von dem Gutachten von Sachverständigen abhängig machen.

Die zu gewährende Vergütigung kann ziffermässig bestimmt, oder nach einem Voranschlage bemessen, oder ganz unbestimmt sein. Im ersten Falle ist Uebernehmer selbst dann auf sie angewiesen, wenn die Arbeit ihm theurer zu stehen kommt. Im zweiten Falle sind nur die Preis-Ansätze unabänderlich, die Quanten-Positionen jedoch erhöhbar; indess wird vereinzelt[7]) dem Besteller ein Rücktritts-Recht gestattet wenn sich zeigt, dass der Unternehmer den Kosten-Anschlag erheblich zu gering gemacht hatte. Bei fehlender Preis-Abrede tritt Sachverständigen-Schätzung ein. Da mit Uebernahme des Werks die Gefahr für dessen Untergang den Besteller trifft, hat der Werkmeister ein Interesse daran, rechtzeitig zu übergeben, zumal für die Dauer eines Uebergabe-Verzugs ihm vielfach auch die Haftung für das vom Besteller zugegebene Material aufgebürdet wird. Hierbei ist natürlich voraus gesetzt, dass kein Theil vorsätzlich gegen den Vertrag gefehlt und sich eines Verschuldens schuldig gemacht hat, weil dann die schwerere Verantwortlichkeit aus dem Verschulden Platz greift.

b. Beschaffung der Hülfskräfte.

Hier sind diejenigen Arten werkthätiger Personen zu unterscheiden, welche bereits S. 237 Besprechung fanden.[8]) Abgesehen vom Lehrlings-Vertrag, bei dem die Schrift-Form Vortheile bietet, pflegen die Vereinbarungen mündlich getroffen zu werden. Zweckmässig ist es jedoch, sobald man bei Gesellen die gesetzliche 14 tägige Kündigungs-Frist ausschliessen will, sich diesbezügliche Erklärungen schriftlich geben zu lassen, weil andern Falls der Beweis erschwert ist, der ausnahmslos den Arbeitgeber trifft, da dieser eine Ausnahme behauptet.

c. Vergebung der Bau-Ausführung.

Dieselbe vollzieht sich entweder so, dass das ganze Bau-Unternehmen — nicht selten unter Einschluss der Materialien-Beschaffung — Vertrags-Gegenstand bildet, oder dass nur der technische Beistand, bald blos für die Vorarbeiten, bald darüber hinaus für die Bauleitung beansprucht wird. Gesetzgeberisch werden deshalb unterschieden die Bauverdingung und die Bauleistungs-Miethe.

[1]) Erk. d. R. O. H. Ger. v. 19. Nov. 1877. (D. J. Zeitg. I. 845).
[2]) Erk. d. R.-G. v. 29. Juni, 3. Juli (Zeitschr. f. Pr. R. III 159) u. 7. März 1882 (Entsch. III S. 213).
[3]) A. L.-R. I. 11 § 938. — H. G. B. Art. 353. 356. 347.
[4]) A. L.-R. I. 11 § 390.
[5]) A. L.-R. I. 11 § 960.
[6]) A. L.-R. I. 11 § 911.
[7]) z. B. in Sachsen. B. G. B. § 1253.
[8]) oben S. 237, 238.

a. Bauleistungs-Miethe.

Litteratur: Entwurf zu Normativ-Bestimmungen für Verträge zwischen Techniker u. Auftraggeber (Deutsche Bauzeitg. 1884 S. 200 ff.)

Im Gebiete der gemeinen Rechte [1]) treffen für das bezügliche Rechts-Verhältniss die Grundsätze der Dienstmiethe (*locatio conductio operarum*) zu, wobei noch streitig ist, ob die Leistungen der Bautechniker die Bevorzugungen geniessen, welche den *studia liberalia* beiwohnen, im Landrechts-Gebiete [2]) die Rechtsregeln für Verträge mit Künstlern und Handwerkern, im französischen [3]) und sächsischen [4]) Recht diese für Dienstmiethe.

Gemeinsam ist ihnen, dass es sich um Leistungen handeln muss, welche besondere Sachkenntniss oder Kunstfertigkeit erfordern; dass eine Gegenleistung meist nur im Falle ihres Vorher-Bedingens gefordert werden darf, und selbst dann erst nach bewirkter Leistung fällig wird; dass die bedungenen Leistungs-Fristen einzuhalten und die übernommenen Leistungen, sofern nicht die Umstände dagegen sprechen, meist persönlich auszuführen sind; in der Person des Verpflichteten durch Zufall eingetretene Unmöglichkeit zum Leisten ihn von der Leistung befreit, selbstredend unter Wegfall der Pflicht zur Zahlung der Gegenleistung; [5]) in der Person des Anderen eingetretene Gebrauchs-Unmöglichkeit dagegen den Anspruch auch auf die Gegenleistung fortbestehen lässt; [6]) dass endlich Beiden ein bedingtes Rücktritts-Recht zusteht, [7]) wenn in der Person des Anderen durch dessen Schuld sich Umstände ereignen, welche die vertragsgemässe Erfüllung fraglich erscheinen lassen.

Verschuldete Nichtleistung sowie Verschuldung bei Ausführung der Arbeit begründen einen Schadensersatz-Anspruch gegen den Leistungs-Pflichtigen, dessen Umfang und Grundlagen — namentlich welcher Schuldgrund zu vertreten sei — nach gemeinem und sächsischem Recht sehr unbestimmt sind, während nach Landrecht [8]) jedenfalls geringes Versehen, welches nur durch ungewöhnliche Anstrengung der Aufmerksamkeit vermeidbar war, zu vertreten, und der entgangene Gewinn zu ersetzen ist, nach französischem [9]) Recht der Ersatz einerseits sich zwar auf diejenigen Schäden und entgangenen Vortheile beschränkt, welche zur Zeit des Vertrags-Abschlusses voraussehbar waren, andererseits jedoch verlangt wird, dass Derjenige, welcher eine technische Kenntnisse erfordernde Leistung gegen Vergütung übernimmt, diese Kenntniss wirklich besitze und richtig anwende. Ueber die Haft-Dauer herrscht Rechts-Ungleichheit, indem sie nach A. L.-R. 3 oder 10, nach französ. Recht jedenfalls 10, nach gem. und sächs. Recht 10—30 Jahr beträgt.

Seit einer Reihe von Jahren sind im Verbande deutscher Archit. u. Ingen.-Vereine Verhandlungen im Zuge, zur einheitlichen Regelung der zivilrechtlichen Haftbarkeit der Techniker. Insbesondere eingehend ist diese Angelegenheit im „Hamburgischen Architekten- und Ingenieur-Verein“ berarbeitet worden. Die gegenwärtig (Sommer 1884) neueste Arbeit dieses Vereins besteht in der unter Mitwirkung des O. Landesger.-Präsidenten Dr. Sieveking verfassten Formulirung von „Normativ-Bestimmungen für Verträge zwischen Techniker und Auftraggeber.“ Einzelne Theile dieser Formulirung sind in anderen zum Verbande gehörigen Vereinen beanstandet worden und es ist auf der XIII. Delegirten-Versammlung des Verbandes zu Stuttgart 1884 zunächst nur eine Weiterbearbeitung der Sache in dem bisherigen Sinne beschlossen worden.

Da aber die Vorschläge des Hamburger Vereins die eingehendste Bearbeitung, welche die Frage bisher in den Kreisen der deutschen Techniker gefunden hat, enthalten, erscheint es angemessen, dieselben hier im Wortlaute mitzutheilen, wobei indess auf diejenigen Bedenken hinzuweisen sein wird, welche bisher gegen die vorliegende Fassung derselben erhoben worden sind. In dieser Hinsicht kommen — abgesehen von den, den Normativ-Bestimmungen selbst in der Form von Fussnoten angehängten Bemerkungen — Veröffentlichungen in Betracht, welche sich finden in: Deutsche Bauzeitung 1884 S. 255, 274, 339, 413 und dem Zivil-Ingenieur Jahrg. 1884, S. 131.

1) *Tit. D. de loc. cond. operarum.* — 2) A. L.-R. I. 11 §§ 920 ff. — 3) *C. c.* Art. 1780, 1781, 2271 ff. — 4) B. G. B. §§ 1229 ff., 1299. — 5) B. G. B. §§ 870. 1235. — 6) B. G. B. 870. 1196. 1239. — 7) B. G. B. §§ 1241. 1242 — 8) A. L.-R. I. 11 § 921. 954. 956. — 9) *C. c.* Art. 1150. 1792.

β. Die Bau-Verdingung.

Im Gebiet des gemeinen Rechts unterliegt sie den Regeln der *loc. cond. operis*,[1]) welche im wesentlichen mit den Grundsätzen des französischen[2]) und sächsischen[3]) Rechts überein stimmt. Im Landrecht[4]) werden abweichend 2 Fälle unterschieden, ob nämlich als Vergütigung ein Pauschquantum vereinbart, oder solche anderweit fest gesetzt wurde. Gemeinsam ist allen, dass der Werkmeister zwar fremder Gehülfen und Werkmeister für Gebäude-Theile sich bedienen darf, dagegen ihm verwehrt ist, das ganze Werk weiter zu vergeben. Ob er die Materialien hinzu giebt, oder solche von dem Besteller gewährt werden, macht keinen Unterschied im Wesen des Geschäfts. Bei deren Zugabe seitens des Bauherrn kommt es darauf an, ob derselbe den Rath des Werkmeisters über ihre Güte verlangt hat oder nicht, indem danach sein Schuldgrad und seine Ersatz-Verbindlichkeit für Verwendung unbrauchbaren Materials sich verschieden gestalten. Jedenfalls darf der Werkmeister augenscheinlich werthloses Material ohne Beanstandung nicht verwenden, wofern nicht etwa der Bauherr dessen ungeachtet die Verwendung verlangt, wonächst jedoch die Vertretungspflicht des Werkmeisters erlischt.

Eigenmächtige Abweichungen von dem Bauplan braucht der Besteller sich nicht gefallen zu lassen; doch beschränkt sich sein desfallsiger Anspruch meist auf Beseitigung der Aenderung oder Werth-Minderung. Der Werkmeister muss auf Aenderungen eingehen, wenn sie nicht etwa Verstösse gegen die Regeln der Baukunst enthalten, darf dafür aber jedenfalls besondere Vergütigung fordern. Die Gefahren des Baues trägt bis zur Ablieferung der Werkmeister und zwar je nachdem, ob er die Materialien hinzu gegeben hat oder nicht, für Leistung und Arbeit, oder nur für letztere allein. Stürzt also der Bau vor der Uebergabe ein, so verliert der Werkmeister sein Forderungs-Recht auf die Vergütigung. Eine Wieder-Aufführung des Bauwerks braucht sich Bauherr nur gefallen zu lassen, wenn solche innerhalb der bedungenen Herstellungs-Frist ausführbar ist und der Werkmeister die Materialien geliefert hatte. Ist der Einsturz auf eine vertretbare Schuld des Werkmeisters zurück zu führen, so erweitert sich dessen Pflicht auf Ersatz des

[1]) Tit. *D. de loc. cond. operis.* — [2]) C. c. Art. 1787 ff. — [3]) B. G. B. §§ 1243 ff. — [4]) A. L.-R. I. 11 §§ 925 ff., 869 ff. und unter S. 323, 326.

Entwurf zu Normativ-Bestimmungen zwischen Techniker und Auftraggeber.*)

I. Allgemeine Bestimmungen und deren Einzel-Begründung.[1])

1. Der Techniker haftet dafür, dass die technischen Leistungen, welche er übernommen hat, den allgemein anerkannten Regeln der Baukunst[2]) entsprechen.

Er haftet nicht dafür, dass seine technischen Leistungen den Regeln der Aesthetik entsprechen.

2. Für Schäden, welche durch Verschulden von Angestellten des Technikers in Ausführung ihrer dienstlichen Verrichtungen entstehen, haftet der Techniker in demselben Maasse als wäre das Verschulden von ihm selbst begangen.

3. Es bedarf einer besonderen Vereinbarung[3]), um den Techniker für Schäden haftbar zu machen, welche aus einer Verzögerung der Ausführung einer übernommenen Arbeit entstehen.

Der Auftraggeber ist berechtigt, die Annahme d. verzögerten Leistung zu verweigern.

*) Erklärende Zusätze sind mitgetheilt in Deutsche Bauzeitg. 1884, S. 200 ff.

[1]) Die gesetzliche Verantwortlichkeit ist zwar vielfach eine grössere; die betreffenden Vorschriften sind indess privatrechtlicher Natur, so dass sie durch Privat-Abkommen der Betheiligten ausgeschlossen werden dürfen. Da indess Ausnahmen nicht vermuthet werden, so folgt, dass den betr. Techniker, welcher sich darauf berufen will, nur im Rahmen der Normativ-Bestimmungen verantwortlich zu sein, die Beweislast trifft. Er wird also die Bestimmungen entweder vom Besteller unterschreiben zu lassen, oder ihm unter der Erklärung, jede weiter gehende Verantwortung abzulehnen, zur Einsicht zuzustellen haben. Dabei ist für das Landrechts-Gebiet noch zweifelhaft, ob das blosse Stillschweigen des Bestellers den Untergang seiner gesetzlichen Ansprüche bewirken lässt.

[2]) Enthält für das französische, preussische und sächsische Recht eine Einschränkung gegenüber dem Gesetze.

[3]) Widerspricht allen Rechten, welche Fertigstellung in der bedungenen Frist und, falls eine Frist-Abrede nicht erfo'gte, sofortige Inangriffnahme und sachgemässe Weiterführung fordern, auch neben der Befugniss zur Ablehnung der verspäteten Arbeit einen Schadens-Anspruch entstehen lassen. Sachgemässer würde die Fassung sein: „Ausführungs-Verzug berechtigt den Besteller zwar zur Abnahme-Verweigerung, soll dagegen darüber hinaus einen Schadens-Anspruch nicht begründen."

Materials und des anderweiten Schadens. Erfolgt der Einsturz **nach** der Herstellung aber vor der Uebergabe, so macht es einen Unterschied, wer sie verzögert hat, indem **dieser** den Schaden erleidet. Nach der Uebergabe und Uebernahme ist im Gebiet des A. L.-R. der Werkmeister für Schäden des Werks, wenn solche aus Konstruktions-Fehlern entstanden, innerhalb 3 Jahren und falls sie im verwendeten Material ihren Grund haben, auf 10 Jahre verantwortlich.[1])

Bau-Verträge bedürfen der schriftlichen Abfassung und sind stempelpflichtig.[2]) Es genügen für dieselben folgende Muster.

1. Muster für Verträge auf Grund voran gegangener Submission.

1. Es überträgt der pp. und übernimmt der pp. den Bau des Stallgebäudes auf dem Grundstücke des Ersteren nach Maassgabe des baupolizeilich genehmigten Plans und der den Submissions-Bedingungen beigefügten Beschreibung.

2. Beiderseits ist man einig, dass die in dem Submissions-Ausschreiben des Bestellers und der Submissions-Offerte des Uebernehmers enthaltenen Bestimmungen für den Vertrag maassgebend sind, weshalb man sich beiderseits gegenseitig verpflichtet, seine eigenen Verbindlichkeiten genau nach Maassgabe der Submission zu erfüllen.

[1]) A. L.-R. I. 11 §§ 968. 969.

[2]) M. vergl. oben S. 262. Nach-Drucklegung jenes Theils ist unterm 28. Juni 1884 ein die Stempelsteuer zu Lieferungs- und Werkverdingungs-Verträgen zwischen Gewerbetreibenden und Staatsbehörden betreffender Erlass des preuss. Finanzministers (veröffentl. im Zentralbl. d. Bauverwaltg. 1884, S. 313.) ergangen, in welchem es heisst:

„Bei Werkverdingungs-Verträgen, inhalts deren der Unternehmer auch das Material für das „übernommene Werk ganz oder theilweise anzuschaffen hat, ist nach § 2 des Ges. v. 6. Juni 1884 „zu verfahren. Für Nebenverträge (sog. Kompromiss-Verträge), welche in Kauf- oder „Lieferungs-Verträgen oder in Werkverdingungs-Verträgen der im Ges. § 2 Abs. 1 bezeichneten „Art enthalten sind, ist neben dem Kauf- oder Lieferungs-Stempel auch noch der allgemeine „Vertrags-Stempel, — und zwar, wenn der eine der Vertragsschliessenden eine vom Stempel „befreiete Person ist, in der darstellbaren Hälfte von 1 M. — zu verwenden. Dagegen bedarf es „bei Werkverdingungs-Verträgen der im Ges. § 2 Abs. 2 bezeichneten Art, falls wegen des darin „enthaltenen Arbeitsvertrages der allgemeine Vertrags-Stempel verwendet ist, eines besondern Stempels für etwaige Nebenverträge nicht.

Danach würde in dem S. 263 Abs. 4 gedachten Falle neben dem Vertrags-Stempel kein Kautions-Stempel zu erheben, wohl aber der Vollmacht-Stempel zu erlegen sein, weil die Vollmacht zur Gelderhebung keinen Nebenvertrag der Werkverdingung herstellt.

Uebrigens ist nach demselben Erlasse der Stempel bei Bau-Geschäften, welche von einer vom Stempel befreieten Person (z. B. dem Reichs- oder preuss. Fiskus) geschlossen sind, nur zur Hälfte, dagegen bei Verträgen über Lieferungen an das Reich, den Staat oder öffentliche Anstalten zum vollen Betrage zu verwenden.

4. Schäden, welche dem Auftraggeber dadurch erwachsen, dass ein von ihm mit der Leistung des Technikers verfolgter, dem Letzteren bei Ertheilung des Auftrags nicht erkennbar gemachter Zweck unerreichbar bleibt, werden nicht ersetzt.[4])

Auch darf die Annahme einer technischen Leistung nicht deshalb verweigert werden, weil ein solcher Zweck mit derselben nicht erreicht werden kann[5]).

5. Schäden, welche aus der Nichtbeachtung von am Wohnort des Technikers nicht geltenden, dem Letzteren vom Auftraggeber nicht zur Kenntniss gebrachten, oder nachweislich anderweitig bekannt gewordenen Gesetzen oder Verordnungen, entstehen, werden nicht ersetzt.[6])

Der Auftraggeber darf die Annahme einer technischen Leistung nicht deshalb verweigern, weil solche Gesetze oder Verordnungen bei derselben unbeachtet geblieben sind.

6. Werden Bauten oder sonstige Lieferungs-Objekte in Folge eines zur Verantwortung des Technikers stehenden Umstandes fehlerhaft ausgeführt, so beschränkt sich die Verantwortlichkeit des Technikers auf den Ersatz des Schadens an dem Bau- oder sonstigen Lieferungs-Objekt selbst.[7])

7. Ist dem Techniker nicht mindestens die generelle Bau-Aufsicht übertragen, so werden Schäden in Folge fehlerhafter Leistungen desselben, welche bei Leitung der Ausführung des Objekts durch den Techniker selbst vermieden sein würden,[8]) nicht ersetzt.

[4]) Die Fassung ist unklar und würde besser dahin zu ändern sein: „Die etwaige Schadenersatz-Verbindlichkeit beschränkt sich auf denjenigen Schaden, dessen Eintritt schon zur Zeit der Bestellung voraus gesehen werden konnte.“

[5]) Würde durch Zufügen der Zwecks-Bestimmung unwirksam werden.

[6]) Zulässig, aber unklar gefasst.

[7]) Bei dieser Fassung würde der mittelbare Schaden, z. B. in Form der Mieths-Ausfälle für das Leerstehen von Wohnungen behufs Ausführung von Ausbesserungen ausgeschlossen sein.

[8]) Wird sich schwer erweisen lassen, deshalb werthlos. Die Beweislast hätte der Techniker.

3. Man ist einig, dass die in den gedachten Schriftstücken erwähnte Vertrags-Strafe[1]) ihrer Höhe nach jedenfalls den doppelten Werth des aus den beregten Vertrags-Verletzungen zu erwartenden Schadens nicht übersteigt, weshalb man den bezüglichen Einreden entsagt.

4. So weit die Subm.-Bedingungen nicht ausreichen, Streitigkeiten zwischen den Vertragschliessenden abzuschneiden, sollen die gesetzl. Bestimmungen als unverändert fortbestehen.

2. Muster für Verträge, abgeschlossen ohne vorangegangene Submission.

a. Verdingung in Pausch und Bogen.

§ 1. Gegenstand des Vertrags ist, auf dem in Strasse Nr. . . belegenen Grundstück ein Wohnhaus nebst nach Maassgabe der beigefügten, beiderseits unterschriebenen Beschreibung und des Anschlags, sowie des zugehörigen von der Polizeibehörde genehmigten Plans von Grund auf neu aufzuführen, und zwar einschl. der sämmtlichen nach der Zeichnung anzubringenden Gegenstände zur Ausschmückung der Façade.

§ 2. Die Bestellung umfasst den Abbruch der jetzt vorhandenen zu übergebenden Baulichkeiten, welcher am zu beginnen und dergestalt zu betreiben ist, dass spätestens am die ersten Arbeiten zum Neubau vorgenommen werden können. Die aus dem Abbruch gewonnenen Materialien sind wieder verwendbar.

§ 3. Sämmtliche Baulichkeiten müssen am unter Dach sein, haben dann bis zum im Rohbau liegen zu bleiben, wonächst sie im Innern ausgebaut und eingerichtet werden, so dass sie am äusserlich so weit und im Innern vollständig hergestellt, namentlich tapezirt und gestrichen sind, um bezogen werden zu können. Das Werk noch vor Ablauf der bestimmten Zeit abzuliefern, soll gestattet sein.

§ 4. Wenn der Werkmeister das Bauwerk, bezw. die Lieferung anschlagswidrig ausführt, oder in der vorgeschriebenen Zeit nicht beendigt, so wird die Verbesserung und Vollendung nach Wahl des Bauherrn auf seine Gefahr und Kosten entweder anderweit verdungen, oder in Rechnung ausgeführt werden, und trägt er überdem jeden Schaden, der dem Bauherrn durch die spätere Vollendung des Bauwerks erwächst; nur bei unvorhergesehenen erheblichen Mehrarbeiten (ungünstigem Baugrunde etc.) wird eine verhältnissmässige Frist-Verlängerung nachgegeben.

§ 5. Ausser den Arbeiten hat der Werkmeister sämmtliche erforderliche Materialien jeder Art (mit alleiniger Ausnahme der in den Stuben zu setzenden Luxus-Oefen und der zu verwendenden Tapeten, über deren Beschaffen sich der Besteller Bestimmung vorbehält) hinzu zu geben.

§ 6. Für untüchtige und ungeschickte Arbeiter ist der Bauherr Einstellung qualifizirter Gehilfen zu fordern befugt.

§ 7. Die Arbeiten u. Lieferungen müssen tüchtig und solide geleistet werden; wo Plan und Anschlag die Art der Ausführung nicht näher bestimmen, ist Ortsgebrauch zu beachten und Alles untadelhaft zu beschaffen. Insbesondere ist dahin zu sehen, dass:

(Hier sind spezielle Vorschriften über Beschaffenheit der Bauhölzer, der Ziegel- und Bruchsteine, des Eisens, der Anstreicher- und Glaserarbeiten etc. nach Anleitung der betr. Muster in Abschn. I. S. 117 ff. einzufügen).

1) A. L.-R. I. 5. § 301 mit *L. un. Cod. de sent. quae pro eo* etc. (VII. 47).

8. Für Schäden in Folge fehlerhafter Bau-Ausführung haftet der Techniker, wenn überhaupt, nur im Unvermögens-Falle des Ausführenden[9]).

Hat der Techniker die Zuziehung des Ausführenden nicht approbirt, so liegt im Unvermögens-Fall des Letzteren dem Auftraggeber der Beweis ob, dass er bei der Auswahl desselben sorgsam verfahren sei[10]).

9. Die Zuziehung seitens des Auftraggebers von Arbeitern oder Lieferanten zur Ausführung eines von einem Techniker entworfenen Projekts, welche der Techniker nicht approbirt hat, legt im Schadens-Falle dem Auftraggeber die Beweispflicht auf, dass er technisch geeignete Handwerker, bezw. Lieferanten zugezogen hat[11]).

Die Haftpflicht des Technikers für Leistungen, welche sich auf ein von ihm entworfenens oder geleitetes Bau-Objekt beziehen, überdauert in keinem Falle die des Ausführenden. Sie erlischt ferner mit dem Ablauf von 3 Jahren nach Ingebrauchnahme des Objekts. Die Haftpflicht des Technikers für alle sonstigen Leistungen erlischt mit dem Ablauf von 1 Jahr nach Beschaffung derselben. Werden vor Ablauf dieser Fristen Umstände wahrgenommen, auf welche eine Verantwortlichkeit des Technikers begründet werden soll, so muss bei Verlust aller Ansprüche die gerichtliche Klage vor Ablauf der Frist dem Techniker zugestellt sein[12]).

9) Gesetzlich besteht Solidar-Verbindlichkeit, welche durch Subsidiar-Haftung ersetzt werden soll Den Beweis des „Vermögens" hat der Techniker zu führen.

10) Nicht unbedenklich und deshalb unwirksam z. B. im Landrechts-Gebiet, wo aus Analogie I. 11. § 957 die Pflicht des Bauleitenden ableitbar ist, den Bauherrn zu warnen, falls die angenommenen Arbeiter und Handwerker offenbar untüchtig sind.

11) Im Landrechts-Gebiet hat der Techniker den Bauherrn auf Mängel des Personals aufmerksam zu machen, nach Analogie A. L.-R. I. 11. § 957.

12) Enthält eine an sich zulässige Abänderung des bestehenden Rechts.

§ 8. Die erforderlichen Gerüste und Handwerks-Geräthe hat der Werkmeister vorzuhalten, ohne dafür eine Nebenrechnung machen zu können.[1])

§ 9. Der Werkmeister verpflichtet sich zur unentgeltlichen Abstellung etwaiger bei der Revision übersehener Mängel und zum Ersatz für alle Schäden und Kosten, welche dem Besteller innerhalb 1 Jahr seit Uebergabe der Baulichkeit durch Fehler an dem Werke entstehen werden; u. zw. ohne Unterschied, ob sie in seinem Versehen oder in der Arbeit, oder in schlechter Beschaffenh. des von ihm gewährten Materials ihren Grund haben. Nach Ablauf dieser Frist dürfen Ausstellungen wegen Untüchtigkeit von Arbeit oder Material nicht mehr erhoben werden; vielmehr begiebt sich Besteller aller ferneren Einwendungen ausdrücklich u. wohlüberlegt.

§ 10. Die von dem Besteller zu beschaffenden Luxus-Oefen und Tapeten sind spätestens binnen 3 Tagen nach der Anzeige, dass sie gebraucht werden, zu übergeben, widrigenfalls der Werkmeister berechtigt sein soll, entweder die Ablieferung des Baues um ebenso viele Tage zu verzögern, als der Besteller ihn länger als 3 Tage hat warten lassen, oder den Bau in Beziehung auf Ofensetzen, Tapezieren und diejen. Arbeiten, für deren Inangriffnahme oder Fertigstellung diese Leistungen voraus gegangen sein müssen, unvollendet am . . . zu übergeben. Preis-Kürzungen oder Entschädigung wegen verspäteter Ablieferung ist dann ausgeschlossen.[2])

§ 11. Die Seitens des Bauherrn zu liefernden Gegenstände hat der Werkmeister zurück zu weisen falls sie von schlechtem Material sind, widrigenfalls er auch die aus dem Material entspringenden Mängel zu vertreten hat. Im Fall ihm solches verabfolgt werden sollte, hat er dem Bauherrn davon unverzüglich Anzeige zu machen, welcher für dessen Ersatz durch gutes in der Weise zu sorgen hat, dass jeder Tag des Verzugs in der Lieferung den Werkmeister nicht nur zu einer Verlängerung in der Ablieferungs-Frist um gleiche Zeitdauer berechtigt, sondern ihm auch einen Anspruch auf dasjenige Tagelohn giebt, welches seine Gehilfen während des hierdurch bedingten Aussetzens der Arbeit verdient haben würden.[3])

§ 12. Bei der Ablieferung[4]) des Werks sollen Bauherr und Werkmeister verpflichtet sein, je einen am Orte wohnenden Bautechniker zu erwählen, welche gemeinsam, und bei eintretender Meinungs-Verschiedenheit unter Zuziehung des Vorsitzenden der für den Baubezirk bestehenden Bauinnung, als Obmann die Baulichkeiten in allen Theilen zu besichtigen und durch Vergleich mit Anschlag, Beschreibung und Zeichnung die kontraktgemässe Ausführung fest zu stellen haben. Dem Urtheil dieser Sachverständigen unterwerfen sich beide Theile hiermit unter Ausschluss des Rechtsweges, so dass dasselbe für sie die Kraft eines Schiedsspruches haben soll.[5])

Wird die Wahl des Sachverst. von der einen oder beiden Seiten unterlassen, so soll der Vorstand der Bauinnung zu als erwählter Schaumeister und Schiedsrichter berufen gelten.

§ 13. Für sämmtliche von dem Werkmeister zu liefernde Arbeiten und Materialien ist der Preis von M. vereinbart, welcher in der Weise gezahlt wird, dass der Werkmeister

[1]) Zweckmässig, weil nach A. L.-R. I. 11 § 969 die Haftpflicht für derartige Mängel sonst unbegrenzt ist, indem nach Erk. des R. Ger. v. 25. December 1879 und v. 3. Juli 1882 Bauverdingungs-Verträge nicht unter das H. G. B. fallen, selbst wenn der Uebernehmer (wie z. B. die Baugesellschaft Ende und Böckmann in Berlin) in das Handels-Register eingetragen ist.

[2]) Weil sonst der Werkmeister aus deren Verzögerung keine Rechte für sich ableiten kann, ist diese Abrede von Erheblichkeit. — [3]) Nach A. L.-R. I. 11 § 957 zweckmässig. — [4]) Eine derartige Feststellung ist zur Sicherung des Beweises des wahren Zustandes bei Ablieferung zweckmässig. — [5]) Vergl. auch § 25 der Allgem. Bedingungen v. 24. Juni 1880. S. 114.

II. Spezielle Bestimmungen.

1. Zeichnungen, Bau-Bedingungen und Verträge.

Zeichnungen müssen in einer dem angegebenen Zweck entsprechenden Deutlichkeit, Ausführlichkeit und Grösse des Maasstabes ausgeführt werden.

Entwürfe und Detailzeichnungen, sowie vom Techniker abgefasste Bau-Bedingungen und Verträge müssen so beschaffen sein, dass auf Grund derselben das Bau-Objekt ausgeführt werden kann.

Abgesehen von Zeichnungen, welche den Gegenstand in wirklicher Grösse darstellen, haftet der Techniker nur für eingeschriebene Maasse.

Für Schäden, welche dem Auftraggeber aus Unvollständigkeiten, Zeichen-, Schreib- oder Rechenfehlern, Nichtbeachtung gesetzlicher Vorschriften oder aus sonstigen Fehlern in von dem Techniker gelieferten Zeichnungen, Bau-Bedingungen und Verträgen erwachsen, haftet der Techniker insoweit, als er die Mehrkosten ersetzen muss, welche dem Auftraggeber daraus erwachsen, dass er das Objekt theurer bezahlen muss, als er bei Nichtvorhandensein solcher Fehler in den Zeichnungen, Bau-Bedingungen und Verträgen dasselbe zu bezahlen gehabt haben würde.

Fehlerhaftigkeit von Skizzen, d. h. probeweisen Versuchen zur Lösung einer technischen Aufgabe, begründet in Ermangelung entgegen stehender Vereinbarung eine Verantwortlichkeit des Technikers nicht.

Gelieferte Werkzeichnungen, d. h. Zeichnungen, nach welchen ohne weitere Anleitung ein Werk ausgeführt werden kann, sind auf Verlangen dem Techniker nach gemachtem vertragsmässigen Gebrauch zurück zu liefern. Ein anderer als der vertragsmässige Gebrauch von Zeichnungen ist nicht gestattet.[13])

[13]) Genügt zum Vorbehalt des Eigenthums und Vervielfältigungs-Rechtes, erscheint aber auch zweckmässig, um die Nachtheile aus R. Ges. v. 9. Januar 1866 § 3 zu schwächen.

a. sobald das Kellergeschoss beendet ist 1/4, b. nach Eindecken der Dächer 1/4, c. nach Abnahme des Baues und Uebergabe der Schlüssel 1/4 erhält, während das dann noch verbleibende 1/4 bis nach Ablauf der § 8 vereinbarten Gewährs-Frist, zu 6% in Quartals-Raten verzinslich gegen Eintragung auf das zu erbauende Grundstück hinter dem gegenwärtig darauf haftenden M. Kaufgelder-Rest als Hypothek kreditirt, jedoch an dem letztgedachten Tage ohne vorgängige Kündigung gezahlt wird. Hat sich in dieser Zeit ein Anspruch an den Werkmeister aus der übernommenen Gewähr heraus gestellt, so wird der Betrag der Entschädigungs-Summe, wofern er bereits fest steht, von der restlichen Forderung durch Gegenrechnung in Abzug gebracht. Ist seine Feststellung noch nicht erfolgt, so ist der Bauherr berechtigt, ohne jede weitere Verzinsungs-Pflicht einen, dem ungefähren Betrage seines Entschädigungs-Anspruchs gleich kommenden Betrag zur Sicherung wegen seines Anspruchs zurück zu behalten, dessen endgültige Feststellung durch das Schiedsgericht zu geschehen hat.

§ 14. Zur Sicherheit bestellt der Bauherr dem Werkmeister mit seinem Grundstücke einschl. der neu zu errichtenden Baulichkeiten Pfand und bewilligt die Eintragung.[1])

§ 15. An Konventional-Strafen hat nach der Abrede der Betheiligten zu zahlen:

A. der Werkmeister:

a. . . . M. für jeden Tag, um welchen das Eindecken des Gebäudes sich über den hinaus ziehen sollte; — b. . . . M. für jeden nach dem zur Vollendung des Baues bezw. der Einrichtung noch zu verwendenden Tag, voraus gesetzt, dass der Verzug nicht durch verspätete Lieferung der Oefen oder Tapeten veranlasst ist (§ 10 a. E.);

B. der Bauherr:

a. . . . M. für jeden Tag des Verzugs bei Lieferung des von ihm zu beschaffenden guten Gegenstandes (§§ 10, 11). — b. . . . M. für jeden Tag, um welchen er mit Zahlung der einzelnen Raten (einschliesslich der 4.) über den bezügl. Fälligkeits-Termin hinaus in Verzug kommen wird. Die ausgesprochene Grundstück-Verpfändung bezieht sich auch auf diese Konventional-Strafe des Bauherrn.

§ 16. Ohne Einverständniss beider Theile dürfen weder Abweichungen vom Anschlag vorgenommen noch Mehr-Arbeiten ausgeführt werden. Geschieht dies dennoch, so erlangt weder der Bauherr einen Anspruch auf Herabsetzen, noch der Werkmeister einen solchen auf Erhöhung der Anschlags-Preise, während im beiderseitigen schriftl. Einverständniss vorgenommene Abänderungen eine Veränderung der Anschl.-Preise rechtfertigen, so dass namentl. der Werkmeister Ersatz aller mehr aufgewendeten Arbeiten oder gelieferten Materialien zu fordern hat.

[1]) Soll es rechtlich zur Eintragung kommen, so muss Beglaubigung der Unterschriften stattfinden. Wenn solche unterblieben, hat die Satzung im § 14 immer noch den praktischen Werth, dass sie zur Glaubhaftmachung bei Begründung des Gesuchs um Eintragung einer Vormerkung im Wege der einstweiligen Verfügung diensam ist. (Vergl. S. 276, 291.)

2. Kosten- und Werthschätzungen.

Bei generellen Kosten-Schätzungen und bei Taxen ist der Techniker — in Ermangelung entgegen stehender Vereinbarung — für begangene Irrthümer und Kalkulations-Fehler nicht verantwortlich.

Bei detaillirten Kosten-Anschlägen haftet der Techniker für die Richtigkeit der Ausmaasse und der Massen-Kalkulation, sowie dafür, dass alle und nicht mehr als die zur ordnungsmässigen Ausführung des Entwurfs gehörigen Gegenstände berücksichtigt sind. Diese seine Haftung beschränkt sich aber auf den Ersatz der Mehrkosten, welche dem Auftraggeber daraus erwachsen, dass er übersehene Gegenstände theurer anschaffen muss, als er dieselben hätte anschaffen können, wenn sie nicht übersehen worden wären, bezw. zu viel beschaffte Gegenstände mit Verlust verkaufen muss. Für die Richtigkeit der Preis-Ansätze[14]) und der Preis-Kalkulation haftet der Techniker nicht.

3. Gutachten und Berichte.

Für Schäden in Folge begangener Versehen bei der Erstattung von Gutachten und Berichten haftet der Techniker in Ermangelung entgegen stehender Vereinbarung nicht.

4. Bauleitung.

a. Allgemeines. Der mit der Bauleitung beauftragte Techniker ist ohne, entweder generell oder speziell abseiten des Auftraggebers ertheilte Ermächtigung nicht berechtigt, Abweichungen von den der Bau-Ausführung zu Grunde gelegten, durch Zeichnung, bezw. Verträge präzisirten Vorschriften anzuordnen. Eine abseiten des Auftraggebers dem Techniker ertheilte generelle Ermächtigung schliesst im Zweifel die Ermächtigung zur Anordnung solcher Abweichungen, welche Mehrkosten verursachen, nicht ein.

Der Techniker hat während seiner Geschäftsstunden die vom Auftraggeber oder Bau-Ausführenden in Betreff der Bau-Ausführung gewünschte Auskunft persönlich oder durch seine Angestellten in seinem Bureau zu ertheilen.[15])

[14]) Es ist Sache des Bestellers, sich vor Ausgabe der Arbeiten an Unternehmer zu sichern, dass die Anschlagspreise von ihnen nicht werden überschritten werden.

[15]) In seinem Büreau? Sollte nicht der Bauplatz ein mehr geeigneter Ort dafür sein?

§ 17. Während der Bauzeit ausbrechende Strikes sollen den Werkmeister zu einer um so viel Tage verspäteten Ablieferung des Werks, als solche dauerten, niemals aber zur Erhöhung der Bausumme oder gar zur Niederlegung der Arbeit berechtigen.

§ 18. Die Vertragschliessenden unterwerfen sich gegenseitig der Beschränkung im Beschreiten des Rechtsweges dergestalt, dass im Falle vorherrschender Meinungs-Verschiedenheiten über kontraktmässige und kunstgerechte Bau-Ausführung, über Güte des verbrauchten Materials oder ungerechtfertigte Verzögerung des Baues und den daraus jedem Theile entstandenen Schaden zunächst ein Schiedsgericht zusammen treten soll, zu welchem der Bauherr und der Werkmeister je einen Schiedsrichter benennen, deren Obmann der jedesmalige Lehrer für Baurecht an der Königlichen technischen Hochschule zu sein soll.[1])

§ 19. Kosten und Stempel[2]) tragen beide Kontrahenten zu gleichen Theilen.

b. Verdingung nach Anschlags-Preisen.

§ 1. Der Eigenthümer überträgt, der Werkmeister übernimmt unter Leitung des Baumeisters die Arbeiten zum Neubau eines Wohnhauses nebst den erforderlichen Wirthschafts-Gelassen auf des ersteren, in der . . . Strasse belegenen Grundstück nach Maassgabe der polizeilich genehmigten Bauzeichnungen, sowie der anliegenden Beschreibung unter den nachfolgenden Bedingungen.

§ 2. Lieferungs-Gegenstand bilden die sämmtlichen zur Fertigstellung des Bauwerks erforderlichen Arbeiten jeglicher Art, sowie die gesammten zur Verwendung kommenden Materialien, insbesondere auch die Gestellung und Vorhaltung der benöthigten Fuhren, Rüstungen, Geräthschaften, Koakskörbe zum Austrocknen und Anderes mehr.

§ 3. Die Quantitäten, Qualitäten und Gattungen der anzufertigenden Arbeiten und der zu liefernden Materialien ergiebt der anliegende Anschlag mit der Maassgabe, dass der Werkmeister gehalten ist, die wirklich erforderlichen Arbeiten und Materialien anzufertigen und zu liefern, wenn solche selbst die Anschlags-Ziffern übersteigen oder dagegen zurück bleiben.

§ 4. Arbeiten oder Materialien welche in dem Anschlage nicht vorgesehen sind, soll und will der Werkmeister verpflichtet sein, ebenfalls anzufertigen und zu liefern. In Ansehung des Preises für sie unterwirft er sich dem Gutachten des ausführenden Baumeisters.

§ 5. Die Arbeiten müssen vollkommen gut und tüchtig angefertigt und die Materialien von untadelhafter Beschaffenheit nach Anschlag geliefert werden. Beide Theile unterwerfen sich darüber, ob die gefertigten Arbeiten und die gelieferten Materialien von solcher Beschaffenheit sind, unter Verzicht auf jedes weitere Recht vorbehaltlos und unbedingt dem Urtheile des ausführenden Baumeisters, so dass es bei dessen Ausspruche sein Bewenden haben soll.

[1]) Nach C.-Pr.-O. § 851 ff. ersetzt der Schiedsspruch einen Richterspruch, weshalb Klagen hierdurch wirksam vorgebeugt wird.

[2]) M. s. oben S. 262 und S. 322, Anm. 2. Ist der Reichs- oder Staats-Fiskus Gegenkontrahent so muss es dafür heissen: Jeder Theil trägt den auf ihn entfallenden Stempel; beide tragen die übrigen Kosten je zur Hälfte.

b. Bau-Anleitung. Der mit der Bau-Anleitung beauftragte Techniker hat die Bau-Ausführenden zum Verständniss der Zeichnungen und Vertrags-Bedingungen anzuhalten.

c. Generelle Bau-Aufsicht. Der mit der generellen Bau-Aufsicht beauftragte Techniker hat die Bau-, bezw. Werkstelle in seinem Ermessen überlassenen Zwischenräumen periodisch zu besuchen, bezw. durch seine Angestellten besuchen zu lassen, die Förderung der Bau-Arbeiten zweckmässig zu leiten und bei Gelegenheit seiner, bezw. seiner Angestellten Besuche nach freiem Ermessen Stichproben[16]) behufs Prüfung der Materialien und Arbeiten vorzunehmen, bezw. durch seine Angestellten vornehmen zu lassen, sowie die Beseitigung von Fehlern anzuordnen, welche bei Gelegenheit solcher Stichproben wahrgenommen worden sind. Seine Haftpflicht in Betreff der Fehler von Materialien oder Arbeiten beschränkt sich auf die von ihm, bezw. seinen Angestellten bei Vornahme von Stichproben wahrgenommenen Fehler, deren Beseitigung anzuordnen und mit den ihm zu Gebote stehenden Mitteln zu erwirken er unterlassen hat.

d. Spezielle Bau-Aufsicht. Der mit der speziellen Bau-Aufsicht beauftragte Techniker hat die Materialien und Arbeiten[17]) auf ihre Vertragsmässigkeit oder Angemessenheit zu prüfen und haftet für jeden Fehler, welcher bei genauer Prüfung hätte erkannt werden können — es sei denn, dass er alle ihm zu Gebote stehenden Mittel zur Beseitigung desselben vergeblich erschöpft hat — insoweit, aber auch nicht weiter, als er auf seine Kosten das ungenügend Gelieferte durch Genügendes zu ersetzen hat.[18])

[16]) Nach A. L.-R. genügen Stichproben nicht, um der gesetzlichen Pflicht, sein Urtheil über die Materialien-Beschaffenheit abzugeben, zu entsprechen.

[17]) Nach der jüngsten Rechtsprechung macht man sich der Untreue schuldig, wenn man von den Lieferanten oder Werkmeistern mittelbar oder unmittelbar Vergünstigungen annimmt, während man die Leitung von Privatbauten führt.

[18]) Darüber hinaus können erhebliche mittelbare Schäden durch Mieths-Ausfälle u. s. w. entstehen, für welche gesetzlich Verantwortlichkeit der Bautechniker besteht, deren Ausschluss kaum zulässig ist, wenn entdeckte Fehler verschwiegen wurden, weil darin ein Begünstigen des Lieferanten zum Nachtheil des Bauherrn, also eine Mithülfe, resp. Theilnahme am Betruge liegen kann, so dass ein öffentl. Interesse vorliegt, das durch Privat-Abkommen nicht abänderbar ist.

Von ihm als fehlerhaft erkannte Arbeiten oder Materialien müssen sofort durch vollkommen gute Arbeiten oder Materialien ersetzt werden, während umgekehrt der Bauherr später keine Ansprüche aus untüchtiger Arbeit oder ungenügendem Material erheben kann, nachdem solche unbeanstandet von dem leitenden Baumeister angenommen sind.

§ 6. Ohne Zustimmung des ausführenden Baumeisters dürfen weder Abweichungen vom Anschlag vorgenommen, noch Mehr-Arbeiten zur Ausführung gebracht werden.

§ 7. Der Beginn der Arbeiten hat spätestens am 8. Tage nach vorgängiger schriftlicher Aufforderung dazu von Seiten des ausführenden Baumeisters zu erfolgen und ist behufs Förde- des Baues stets diejenige Zahl von Arbeitern, welche der ausführende Baumeister bestimmen wird, zu gestellen und zu beschäftigen[1])

Es soll sich der Werkmeister zwar unter eigener Vertretung ihrer Handlungen fremder Gehilfen und Mitarbeiter bedienen dürfen; doch ist er in deren Auswahl insoweit beschränkt, dass er nur thätige und ordentliche Arbeiter zu beschäftigen hat, so dass Arbeiter, die nach dem Urtheil des Baumeisters diese Eigenschaften nicht besitzen, auf dessen Verlangen sogleich wieder entlassen, und durch geübte, fleissige und ordentliche Arbeiter ersetzt werden müssen.[2])

§ 8. Wenn der Werkmeister das Bauwerk, bezw. die Lieferung anschlagswidrig ausführt oder in der vorgeschriebenen Zeit nicht beendigt, so wird deren Verbesserung und Vollendung, nach Wahl des Bauherrn auf Gefahr und Kosten des Werkmeisters entweder anderweit verdungen oder in Rechnung ausgeführt werden, und trägt er überdem jeden Schaden, welcher dem Bauherrn durch die spätere Vollendung des Bauwerks oder der Lieferung erwächst; nur bei unvorhergesehenen erheblichen Mehrarbeiten, wie sie sich namentlich bei schwierigem Fundamentiren (oder Reparaturbauten) häufig ergeben, wird eine verhältnissmässige Frist-Verlängerung nachgegeben.[3])

§ 9. Der Werkmeister muss den Bau bezw. die Lieferung dergestalt leiten, dass der vorgesetzte Baumeister oder die zur Aufsicht gewählten Personen die Baumaterialien beurtheilen können; er ist daher verbunden, sie denselben, bevor sie unsichtbar gemacht worden, vorzuweisen, damit die Prüfung ihrer Qualität geschehen könne. Ist diese Vorzeigung unterblieben, so ist der Baumeister befugt, die verarbeiteten Materialien behufs der Prüfung ausbrechen zu lassen, und hat der Werkmeister alsdann auf seine Kosten die Arbeiten zu wiederholen.[4])

§ 10. Der Werkmeister verpflichtet sich, nur tüchtige und geschickte Arbeiter anzustellen, in deren Ermangelung der Baumeister befugt ist, deren Entfernung und die Einstellung qualifizirter Gehilfen zu fordern.

§ 11. In technischer Hinsicht unterwirft sich der Werkmeister lediglich der Beurtheilung des leitenden Baumeisters, welcher dafür allein verantwortlich ist, und findet eine Berufung auf das Gutachten anderer Sachverständigen in keinem Falle statt.

§ 12. Der Werkmeister ist verpflichtet, auf seine Kosten diejenigen Vorkehrungen zu treffen, welche erforderlich sind, damit der öffentliche Verkehr nicht gestört und den polizeilichen Anordnungen Genüge geleistet werde; ebenso ist er gehalten, nach beendigtem Bau die noch vor-

[1]) Nach A. L.-R. I. 11 §§ 933, 934 geboten.
[2]) Durch §§ 929, 930 a. a. O. gerechtfertigt.
[3]) Eine derartige Fassung beugt dem Einwande des Bestellers vor, wegen verzögerter Ablieferung Schadensansprüche zu erheben.
[4]) Soll dies Recht dem Besteller nicht zustehen, so muss das ausdrücklich durch eine entsprechende Fassung ausgesprochen werden.

In Ermangelung ausdrücklicher Uebernahme der speziellen Bau-Aufsicht hat der mit der Bau-Aufsicht beauftragte Techniker nur die Pflichten eines mit der generellen Bau-Aufsicht Beauftragten.

5. Bau-Abnahme.

a. Generelle Bau-Abnahme. Der mit der generellen Bau-Abnahme beauftragte Techniker hat die zu Gesicht tretenden Theile des Bau- oder Lieferungs-Objekts durch Stichproben auf das Vorhandensein von Fehlern zu prüfen. Er haftet für Fehler, welche er nicht zur Kenntniss des Auftraggebers gebracht hat — obgleich er sie wahrgenommen hat, — mit der Beschränkung, dass er die Kosten zu ersetzen hat, welche der Auftraggeber zur Zeit der späteren Entdeckung der Fehler behuf Beseitigung derselben in Folge von Preis-Steigerung der Materialien oder Arbeiten mehr hat aufwenden müssen, als er zur Zeit der Bau-Uebernahme aufzuwenden gehabt hätte.

b. Spezielle Bau-Abnahme. Der mit der speziellen Bau-Abnahme beauftragte Techniker hat das Bau- oder Lieferungs-Objekt in allen, auch den nicht zu Gesicht tretenden Theilen im Einzelnen auf das Vorhandensein von Fehlern zu prüfen.

Für Fehler, welche er nicht zur Kenntniss des Auftraggebers gebracht hat, haftet er mit der Beschränkung, dass er die Kosten zu ersetzen hat, welche der Auftraggeber zur Zeit der späteren Entdeckung der Fehler behuf Beseitigung derselben in Folge von Preis-Steigerung der Materialien oder Arbeiten mehr hat aufwenden müssen, als er zur Zeit der Bau-Abnahme aufzuwenden gehabt hätte.

In Ermangelung ausdrücklicher Verpflichtung zur speziellen Bau-Abnahme, hat der mit der Bau-Abnahme beauftragte Techniker nur die Pflichten eines mit der generellen Bau-Abnahme Beauftragten.

handenen Materialien etc. auf seine Kosten vom Bauplatz zu entfernen und letzteren zu reinigen. Ein Verzug über die ihm hierzu durch den Bauherrn gesetzte genügende Frist berechtigt den letzteren, dies auf seine Gefahr und Kosten zu thun.[1])

§ 13. Der Werkmeister hat alle durch sein eigenes oder der von ihm angenommenen Mitarbeiter und Gehilfen Verschulden verwirkten Polizeistrafen, ohne Unterschied ob sie gegen ihn oder gegen den Bauherrn ausgesprochen und verhängt sind, allein zu tragen. Die Verantwortlichkeit den Behörden gegenüber für Unfälle und Einsturz-Schäden trägt der Werkmeister indess nur so weit, als sie in Mängeln der Arbeit oder des Materials ihren Grund haben, während solche aus der Konstruktion des Werks von dem Baumeister zu vertreten sind (§ 11).

§ 14. Sollte, was beiderseits vorbehalten wird, ein Theil des Baumaterials von dem Bauherrn selbst geliefert werden, so hat der Werkmeister gleichwohl den Transport desselben von der Lagerstelle bis zum Verbrauchsorte zu bewirken und sein Urtheil über dasselbe abzugeben.[2])

Seitens des Bauherrn wird dafür gesorgt werden, dass die Materialien nicht nur stets vorhanden, sondern auch, so weit es angeht, in der Nähe der Baustelle aufgestellt sind.

Mit den Materialien muss ebenso sparsam als vorsichtig umgegangen und jeder muthwillige Mehrverbrauch vermieden werden.

§ 15. Der Werkmeister ist für die Tüchtigkeit erforderlicher Rüstungen dergestalt allein verhaftet,[3]) dass ihm jeder aus deren fehlerhafter Konstruktion, Nachlässigkeit oder schlechtem Material herbeigeführte Schaden oder Nachtheil allein zur Last fällt.

§ 16. Die Art und Weise der Ausführung der Arbeiten ist zwar in den einzelnen Positionen des Anschlags-Extrakts angegeben; sollte gleichwohl ein Zweifel obwalten, so ist anzunehmen, dass ohne Ausnahme eine dem Zweck und den Forderungen der Technik entsprechende dauerhafte und vorzügliche Ausführung verlangt wird.

§ 17. Fallen Arbeiten oder Materialien aus dem Anschlage aus, so kann dafür Entschädigung nicht verlangt werden.

Die Einheits-Preise des Anschlags bleiben unverändert bestehen, wofern selbst die Vordersätze, d. h. die Lieferungsquanten, sich vergrössern oder vermindern, und darf namentlich wegen des Steigens oder Fallens der Lohnsätze beiderseits keine Preis-Aenderung verlangt werden.

§ 18. Sollte im Fortgang des Baues aus irgend einem Grunde eine Unterbrechung eintreten, so kann der Werkmeister nur auf Bezahlung der Arbeiten, welche vor der Unterbrechung und nach der Wiederaufnahme des Baues gefertigt worden sind, Anspruch machen, während anderweite Forderungen oder Entschädigungs-Ansprüche unbedingt ausgeschlossen sein sollen.[4])

§ 19. Der Werkmeister verpflichtet sich, binnen 4 Wochen nach Vollendung der Arbeiten bei Vermeidung einer Konventional-Strafe von M. die Kosten-Liquidationen nach den Anschlagspreisen in duplo aufzustellen und dem Baumeister zu behändigen, welchem zur Revision eine 4 wöchentliche Frist mit der Wirkung zugestanden wird, dass mit deren Ablauf gegen den Bauherrn angenommen werden soll, es seien Revisions-Monita nicht vorhanden, vielmehr die berechneten Quanten, Preise und der Schlussbetrag rechtsverbindlich fest gestellt, unbeschadet jedoch der Ansprüche aus § 26.[5])

[1]) Eine Abrede hierüber ist unentbehrlich, sei es dass das Recht zugestanden oder nicht zugebilligt wird.

[2]) Im Landrechts-Gebiet zweckmässig.

[3]) A. L.-R. I. 6 §§ 10 ff., 26 mit St.-G.-B. § 330. Der Werkmeister haftet für den durch mangelhafte Rüstungen oder Schutzdächer eingetretenen Schaden nach Erk. des O.-Tr. v. 20. April 1877 und für einen Eingriff in die Rechte des Nachbars durch Ueberbauen der Grenze nach Erk. des O.-Tr. v. 12. Oktober 1876.

[4]) Falls andere Vereinbarungen getroffen werden (m. vergl. hierzu S. 112, 165, 321, 324) muss die Abrede denselben entsprechend umformulirt werden. Fehlen einer Abrede würde Anlass zu Prozessen geben. (Vergl. übrigens auch S. 262 No. 6).

[5]) A. L.-R. I. 11 §§ 946, 932 würden einen Aufschub der Zahlung rechtfertigen, welcher hierdurch dem Besteller abgeschnitten wird.

6. Rechnungs-Revision.

Der mit der Revision von Rechnungen beauftragte Techniker haftet für den Schaden, welcher dem Auftraggeber daraus entsteht, dass Kalkulations-Fehler in den Rechnungen unangezeigt geblieben sind.

Die Revision von Rechnungen erstreckt sich ausserdem auf die Vertragsmässigkeit, bezw. wenn eine vertragsmässige Festsetzung nicht stattgefunden hat, die Angemessenheit[19]) der in den Rechnungen angesetzten Preise. Auf die Prüfung der Güte der in den Rechnungen aufgeführten Lieferungen erstreckt sich die Rechnungs-Revision nicht, auf die Richtigkeit, bezw. Vollständigkeit der in Rechnung gestellten Objekte nur im Fall spezieller Vereinbarung.

Die Haftung des Technikers aus der Rechnungs-Revision ist auf den Unvermögens-Fall des Rechnungs-Ausstellers beschränkt.[20])

7. Schluss-Bestimmung.

Alle in den speziellen Bestimmungen enthaltenen Normen unterliegen den Vorschriften der allgemeinen Bestimmungen.

[19]) Etwa bezogene Provisionen sind zu gunsten des Bauherrn abzusetzen. M. s. S. 326 Anm. 17.

[20]) Ungerecht, weil der Rechtsgrund zur Rückforderung der geleisteten Zahlungen fehlt, so oft nicht ein Betrug nachweisbar ist, so dass in der Regel der Bauherr für die Schuld des Technikers ohne Ersatz sein würde. Wenn überhaupt, so ist hier Solidarhaft gerechtfertigt, weil der Techniker event. Begünstiger im strafrechtlichen Sinne ist.

§ 20. Der Bauherr ist verpflichtet, spätestens 6 Wochen nach Zustellung der Schlussrechnung Zahlung zu leisten und soll hiervon auch in dem Falle nicht befreiet werden, dass die Revision der Rechnung noch nicht vollendet ist.

Dem Werkmeister sollen indess schon während der Arbeit Abschlags-Zahlungen bis auf Zweidrittel seiner Forderung für die zur Zeit der Leistung der Abschlags-Zahlung gefertigten Arbeiten und gelieferten Materialien gewährt werden. Ein Zahlungs-Verzug berechtigt den Werkmeister bei den Vorauszahlungen zur Einstellung der Arbeit, bei der Schlusszahlung zur Forderung von 6% Verzugszinsen seit dem Fälligkeits-Tage. Insbesondere wird beiderseits vereinbart, dass mit Uebergabe und Uebernahme der Schlüssel das Bauwerk als übergeben und übernommen gilt und die nicht innerhalb 14 Tagen seit diesem Zeitpunkte angezeigten Mängel keinen weitern Anspruch als den im § 20 vorgesehenen begründen, namentlich aber nicht im Stande sind, die Zahlungs-Pflicht aufzuheben oder zeitweise ruhen zu machen.[1])

§ 21. Der Werkmeister hat als Sicherheit für die Erfüllung der übernommenen Verbindlichkeiten eine Kaution in Höhe von einem Fünftheildes Gesammt-Betrages der Lieferung etc. zu bestellen, welche zur gemeinsamen Verfügung beider Vertragschliessenden verwahrlich niedergelegt wird. Die Zurückgabe derselben, sofern nicht Veranlassung vorhanden ist, solche ganz oder theilweise zurück zu behalten, erfolgt nach Ablauf von sechs Monaten nach Vollendung der Bau-Ausführung. Für die Tüchtigkeit der angefertigten Arbeiten und gelieferten Materialien haftet der Unternehmer, bezw. Lieferant nach den gesetzlichen Vorschriften.

§ 22. Sollte der Werkmeister in Erfüllung der übernommenen Verbindlichkeiten sich säumig zeigen, oder in irgend einer Hinsicht gegen die allgemeinen und speziellen Bedingungen handeln, so soll dem Bauherrn das Recht vorbehalten sein, entweder den Vertrag mit dem Unternehmer aufzuheben, oder die fehlenden Arbeiten und Materialien auf dessen Gefahr und Rechnung anderweit anfertigen und liefern zu lassen, und sich wegen der daraus erwachsenden Mehrkosten an die Forderungen des Unternehmers aus diesem Geschäfte an die von demselben bestellte Kaution und an das gesammte Vermögen desselben zu halten.

§ 23. Wenn der Unternehmer, nach der Beurtheilung des Baumeisters das Bauwerk oder die Materialien-Lieferung anschlagswidrig ausführt oder so säumig betreibt, dass die Beendigung nicht in der vorgeschriebenen Zeit stattfinden kann, so wird die Verbesserung oder Vollendung nach Wahl des Bauherrn auf Gefahr und Kosten des Unternehmers entweder anderweitig verdungen, oder auf Rechnung ausgeführt werden und trägt ersterer ausserdem jeden Schaden, welcher dem letzteren nachweisbar durch die spätere Vollendung des Baues oder der Lieferung erwächst. Die Feststellung des von dem Unternehmer zu erstattenden Mehrbetrages für die anderweitige Ausführung des Baues oder der Lieferung wird, unter Entsagung des Rechtsweges durch den bewirkt, dessen Festsetzungen beide Theile sich ausdrücklich unterwerfen.

§ 24. Umgekehrt bestellt der Bauherr dem Werkmeister für die Erfüllung der Zahlungspflichten mit dem zu bebauenden Grundstücke in Höhe der Anschlags-Summe Kaution und bewilligt und beantragt deren Eintragung im Grundbuch.

§ 25. Beiderseits wird dem Einwande des Irrthums und der Verletzung über die Hälfte entsagt. Auch wird hiermit unter ihnen fest gestellt, dass allgemeine Strikes als Fälle höherer Gewalt, jedoch nur mit der Wirkung aufgefasst werden sollen, dass während ihrer Dauer ohne Anspruch auf Entschädigung die Arbeiten eingestellt werden und ruhen dürfen.

§ 26. Der Unternehmer haftet nach geschehener Vollendung und Revision des Baues noch auf 1 Jahr für dessen Güte und verpflichtet sich, jeden Schaden zu ersetzen, der als Folge einer schlechten Ausführung oder angewendeter untauglicher Materialien anerkannt wird, die bei der Abnahme entweder nicht mehr beurtheilt werden konnten, oder verheimlicht, oder vom Revisor übersehen worden sind.

§ 27. Streitigkeiten zwischen dem Unternehmer und dem Baumeister über die Ausführung des übernommenen Baues oder der Lieferung werden, unter Verzichtleistung auf den Rechtsweg, durch den entschieden.

3. Verdingung in Pausch und Bogen.

Ist ein Pauschale als Entgelt vereinbart, so ist der Werkmeister an dasselbe dergestalt gebunden, dass er den Bau herstellen muss, selbst wenn er ihm theurer zu stehen kommt, ja wenn die Herstellungs-Kosten sogar das Doppelte des Pauschale übersteigen. Umgekehrt ist auch der Bauherr nicht berechtigt, eine Preisminderung zu verlangen, selbst wenn er nachweisen könnte, dass die Herstellungs-Kosten weniger als die Hälfte des Pauschale betragen. Diese im A. L.-R.[2]) ausdrücklich ausgesprochenen Grundsätze haben auch für die andern Rechtsgebiete Anwendung, weil die Befugniss, *ex laesione enormi*, d. h. weil der Preis das Doppelte des Werths übersteigt oder unter der Hälfte zurück bleibt, das Geschäft anzufechten nur für den Kauf[3]) gegeben ist und als Ausnahme-Bestimmung keiner analogen Anwendung fähig ist.

4. Verdingung ohne Preis-Bestimmung.

Ist Preis-Abrede nicht erfolgt, so ist die zu leistende Vergütigung durch Sachverständigen-Gutachten fest zu stellen.[4]) (Die Gerichte haben in konstanter Praxis die Honorar-Norm für architektonische Arbeiten (S. 93), soweit solche hier zutreffend ist, für anwendbar erklärt.)

[1]) A. L.-R. § 939 verpflichtet den Besteller zur Uebernahme, § 940 zur Zahlung von Zögerungs-Zinsen, während § 941 Abschlags-Zahlungen nur für den Fall der Vor-Vereinbarung gelten lässt. [2]) I. 11 §§ 925 ff. — [3]) Solches ist für das gemeine Recht streitig; dafür: v. Vangerow. Pandekten, III. S. 357; dagegen: v. Wächter. A. a. O. § 207 (II. S. 472). Für das sächsische Recht: B. G. B. § 864. Für das französische: C. c. Art. 118. — [4]) Z. B.: A. L.-R. I. 11 §§ 873, 942.

5. Verdingung gegen Anschlags-Preise.

Es gelten nach der zutreffenden Rechtsprechung nur die Preiseinheiten des Anschlags, nicht aber die Quanten-Ziffern, so dass, wenn sich heraus stellt, dass in den einzelnen Positionen mehr oder weniger als veranschlagt war, geleistet worden ist, die Endsumme eine Aenderung erleidet. Namentlich sind für etwaige Mehrquanten, selbst wenn sie durch Nachbestellungen entstanden, die Preis-Einheiten maassgebend, so dass der Werkmeister nicht etwa berechtigt ist, für solche höhere Preise anzusetzen, wenn dies nicht etwa, was er zu beweisen hätte, ausdrücklich vereinbart war.

VIII. Schadens-Ansprüche aus Unfällen bei Bauten.

Litteratur: Caspar. Die zivilrechtlichen Verantwortlichkeiten der Architekten u. Ingenieure nach französ. Recht. — Dreyer. Wie weit hat der Arbeitgeber für das Verschulden seiner Arbeiter zu haften?[1]) — Leonhardt. Wie weit hat der Arbeitgeber für das Verschulden seiner Arbeiter zu haften? ([1])) — v. Lilienstern. Die zivilrechtliche Verantwortlichk. der Archit. u. Ingen. nach sächsischem Rechte; im Zivil-Ingen. 1884. — Mayer. Wie weit hat der Arbeitgeber für das Verschulden seiner Arbeiter zu haften? ([1])) — Rütz. Die Zivil-Verantwortlichkeit der Archit. u. Ingen. nach bayerischem Rechte. — Wiedemann. Die landrechtlichen (preussisch.) Bestimmungen über die zivilrechtl. Haftbarkeit des Archit. (Ingenieure) bei Bau-Ausführungen.

Bei Bau-Ausführungen sind Unfälle verschiedener Art denkbar, welche bald den Tod, bald Körper-Verletzungen mit dauerndem oder vorüber gehendem Verlust, oder Beschränkung der Erwerbsfähigkeit, bald den Verlust von Vermögens-Stücken Jemandes zur Folge haben, ihm also Schaden zufügen. Davon betroffen werden kann der Bau-Auftraggeber, oder können Bau-Arbeitsnehmer, bezw. Lehrlinge, oder bei dem Bau völlig Unbetheiligte. Es fragt sich, ob, in wie weit und unter welchen Umständen der Werkmeister für derartige Schäden haftbar sei?

Da das Baugewerbe jetzt zu den versicherungspflichtigen Betrieben[2]) gehört, sind Schadens-Ansprüche aus Tödtungen oder Körper-Verletzungen der Bau-Arbeitnehmer und Lehrlinge gegen den Werkmeister ausgeschlossen, weil für dieselben die Unfalls-Genossenschaften einzutreten haben, wogegen allerdings deren Rückgriff-Recht in dem zulässigen beschränkten Umfange eintreten kann.

Die Schadens-Ansprüche des Bauherrn bestimmen sich nach dem Bau-Vertrage, sind also vertragsgemässe[3]) und scheiden deshalb hier gleichfalls aus.

Danach bleiben nur noch die Ansprüche der Unbetheiligten, sowie diese der Arbeitnehmer und Lehrlinge aus blossen Sach-Beschädigungen bestehen. Erstere erzeugen selbst dann, wenn der Unfall tödtlichen Ausgang nahm, oder Körper-Verletzungen von grösserer oder geringerer Bedeutung hervor gerufen hatte, keine gesetzliche Schuld-Verbindlichkeit, weil das Baugewerbe zu den haftpflichtigen[4]) Betrieben jedenfalls nicht zu rechnen ist.

Alle hier verbleibenden Ansprüche können nur auf ein vorliegendes, vertretbares Verschulden des Werkmeisters gestützt[5]) werden, dessen Beweis der Geschädigte zu führen hat. Zur Begründung des Anspruchs genügt mithin keineswegs schon der Nachweis, dass aus einem Vorkommniss bei dem Bauen ein bestimmter Nachtheil für den Kläger eingetreten sei — also des ursächlichen Zusammenhangs zwischen eingetretenem Erfolge und Ereigniss — sondern es muss der weitere Beweis hinzu treten, dass das Ereigniss das Ergebniss einer bestimmten That oder Unterlassung des Werkmeisters sei, deren Folgen dieser zu vertreten habe, so dass sie sich zu seiner Schuld[6]) im rechtlichen Sinne gestalte. Ein solcher Nachweis ist indess sehr schwierig, weil die einzelnen zusammen getroffenen Umstände und ihr Ineinandergreifen nur selten von dem Betroffenen derart genau beobachtet zu sein pflegen, dass ein vollständiges klares Erkennen von Ursache und Wirkung dem Erkenntniss-Richter geboten werden kann, überdies auch vielfach die benöthigten Urkunds-Personen (Zeugen, Sachverständigen) fehlen. Das Fehlen von Bolzen, durch deren Nichtvorhandensein ein Gerüst an der Strasse zusammen brach, kann ebenso gut nächtlicher Weise durch unbesonnenen Uebermuth der Strassen-Passanten, welche sie heraus zogen, als durch Nachlässigkeit des Werkmeisters, der nicht für genügende Befestigung sorgte, veranlasst sein.

[1]) In den Verhandlungen des 17. deutschen Juristentages (1884), S. 47 ff., bezw. 337 ff. u. 125 ff. [2]) R.-Unfalls-Versicher.-Ges. v. 6. Juli 1884 und oben S. 229 u. 250. — [3]) M. s. oben VII c. (S. 319). — [4]) R.-Ges. v. 7. Juni 1871 und oben S. 248. — [5]) Muster zu Klagen s. bei B. Hilse. A. a. O. II. S. 132. — [6]) A. L.-R. I. 6. — C. c. Art. 1382 ff. — B. G.-B. §§ 116 — 126, 1236, 773 — 781, 1483 — 1518.

Diese nicht zu verkennende Schwierigkeit in dem Nachweise der Schuld[1]) hat allerdings nur einen geringen Bruchtheil der Schadens-Klagen aus Unfällen bei Bauten obsiegen lassen und deshalb zu der Annahme geführt, dass eine Vertretungs-Verbindlichkeit fast fehle. Indess besteht eine Schadens-Klage nach sämmtlichen in Deutschland gültigen Rechts-Systemen und zwar in ziemlich gleichem Umfange, die jedoch auf die Erben des Verpflichteten vereinzelt nur übergeht, falls sie bei dessen Lebzeiten schon erhoben wurde.[2])

a. Die Schuldgrade.

Während das A. L.-R.[3]) ausser dem Vorsatz, d. h. der auf Eintritt des Erfolgs gerichteten Absicht, noch 3 Verschuldungs-Grade (grobes, mässiges und geringes Versehen) kennt, unterscheiden nach dem Vorbilde des römischen Rechts, welches nur *dolus* und 2 Arten der *culpa* (*major* und *minor*) hatte, die übrigen Rechte[4]) nur: Vorsatz, grobes und geringes Versehen.[5]) Unter letzterem versteht man das Ausserachtlassen der nach Lage der Umstände geboten gewesenen, unter groben Versehen das gegen die gewöhnlichste Vorsicht. Geringes Versehen hat der Werkmeister nur in Angelegenheiten seines Berufs, der ihm grössere, seinen Erfahrungen entsprechende Aufmerksamkeit auferlegt, zu vertreten.

b. Die Schadensarten.

Der Schaden besteht in einer Verschlimmerung der Vermögenslage, die wiederum eintreten kann: entweder durch Ausscheiden vorhandener Vermögens-Stücke aus dem Bestande, oder durch Ausbleiben solcher, die zu erwarten waren, also Verlust oder entgangenen Gewinn.[6]) Letzterer kommt nur in Betracht, wenn sein Eintritt nach Lage der Umstände ohne jenen Vorfall unfehlbar zu erwarten stand. Er tritt als unmittelbare Folge des Ereignisses oder erst durch Vermittelung eines anderen Umstandes oder vorgefallenen Zufalls ein. Man unterscheidet deshalb unmittelbaren, mittelbaren und zufälligen Schaden.[7]) Wenn z. B. durch den Einbruch eines Gerüstes ein Arbeiter herab fällt, im Herabfallen auf einen Anderen aufschlägt und eine schwangere Augenzeugin vor Schreck abortirt und erkrankt, so liegen alle 3 Schadens-Arten gleichzeitig vor.

c. Wechselwirkung zwischen Schuldgraden und Schadensarten.

Wer durch eine widerrechtliche Handlung oder Unterlassung Jemanden vorsätzlich Schaden zufügt, haftet im vollen Umfange für alle daraus entsprungenen Nachtheile, ohne Unterschied, ob er ihren Eintritt voraus sehen konnte oder nicht, also auch für mittelbaren und zufälligen Schaden, sowie für entgangenen Gewinn. Kleiner ist die Schadens-Verbindlichkeit bei groben Versehen. Hier ist die Haftung für einen Erfolg ausgeschlossen, der nicht zu erwarten war. Geringes Versehen im landrechtlichen Sinne begründet nur Ersatz-Anspruch für wirklichen unmittelbaren Schaden, im Gebiete der anderen Rechte unter Umständen aber auch für entgangenen Gewinn, was die Haftung aus mässigem Versehen des Landrechts ausmacht. Ein Verzicht auf Ansprüche aus einer künftigen, absichtlichen Verschuldung ist verschiedentlich für unerlaubt erklärt.[8])

d. die Schadensleistung.

Sie hat im Ersatz des Nachtheils zu bestehen, welcher dem Geschädigten erwachsen und von ihm nachzuweisen ist, also bei Sach-Beschädigungen in den Mitteln zur Wiederherstellung der Sache, bei Körper-Beschädigungen jedenfalls in den Heilungskosten, vereinzelt in einem Schmerzensgeld[9]), in Ersatz der Verdienst-Ausfälle während der Krankheit und in den Nachtheilen aus erlittener Verunstaltung,[10]) bei Tödtungen in den Beerdigungs-Kosten und beschränkt darüber hinaus noch in Unterstützung der Hinterbliebenen.[11])

[1]) Sie hat im A. L.-R. I. 6 § 26 zum Aufstellen der Rechts-Vermuthung geführt, dass gegen den, welcher eine verbotene Handlung ausführte, angenommen werden soll, er trage am Schaden die Schuld. — [2]) z. B. B. G. B. § 1490; dagegen A. L.-R. I. 6 § 25. M. vergl. Zachariae. A. a. O. § 445 (II. S. 702). — [3]) A. L.-R. I. 6 §§ 10 ff. — [4]) C. c. Art. 1383 macht einen solchen Unterschied nicht. M. siehe jedoch Zachariae. A. a. O. § 444 (II. S. 697). — [5]) B. G. B. §§ 121, 122, 728 — 730: Absicht u. Fahrlässigkeit, welch letztere eine geringe oder grobe sein kann. — [6]) A. L.-R. I. 6 §§ 1. 5. — B. G. B. §§ 124, 685 — 688. — Zachariae. A. a. O. § 445. — [7]) A. L.-R. I. 6 §§ 2—4 B. G. B. §§ 124. — [8]) z. B.: B. G. B. §§ 123, 1063. — R. Ges. v. 7. Juni 1871, § 5. — [9]) A. L.-R. I. 6 §§ 112 ff. — B. G. B. § 1489.

[10]) A. L.-R. I. 6 § 123. — B. G. B. § 1490. — [11]) A. L.-R. I. 6 §§ 99 ff. — B. G. B. § 1492. — C. c. Art. 1883. — R. Ges. v. 7. Juni 1871, § 3 No. 1. — M. vergl. ausserdem R. Ges. v. 15. Juli 1883, § 5. 8 u. v. 6. Juli 1884, § 6.

e. Begrenzung der Verantwortlichkeit.

Die Verantwortlichkeit ist meist auf das eigene Thun oder Unterlassen, also Selbstschuld beschränkt. Für Schadens-Ansprüche aus Handlungen Dritter z. B. Gewerbegehülfen, haftet der Arbeitsgeber meist nur, wenn ihm in deren Annahme oder Verwendung ein eigenes Verschulden, z. B. Nachlässigkeit in Auswahl und Aufsicht zur Last fällt, und dann überdies nur subsidiär[1]) d. h. bei eigenem Unvermögen der wirklichen Urheber des Unfalls, während letztere in erster Linie haften. Eine Ausnahme macht nur scheinbar der Fall, dass dem Thäter von dem Werkmeister eine bestimmte Ausführungs-Art seiner Handlung aufgetragen[2]) war, die sich später als gefährlich erwiesen hat, weil hier eigentlich eine eigene Schuld des Werkmeisters: der unzulässige Auftrag, vorliegt. Eine eigenthümliche Ausdehnung hat die Haftpflicht des Werkmeisters für seine Leute nach A. L.-R.[3]) erfahren. Hier ist er nämlich dem durch seine Gehülfen oder Lehrlinge Beschädigten auf dessen Ansuchen zum Nachweis des Schuldigen verpflichtet und überkommt, falls er diesen Nachweis nicht führen kann oder will, die Ersatz-Verbindlichkeit an Stelle des Schuldigen, welche noch dazu eine hauptsächliche (keine blos aushülfsweise) ist und nach der richtigen Ansicht durch spätere Namhaftmachung des Schuldigen keineswegs wieder beseitigungsfähig ist.

f. Mitschuld Anderer.

Tragen Mehre an dem Zustandekommen eines Schadens die Schuld, ohne dass ermittelt werden kann, wer der eigentliche Schuldige sei, so haften dieselben solidarisch,[4]) d. h. es kann jeder von ihnen auf den vollen Ersatz in Anspruch genommen werden, ohne den Beschädigten ganz oder theilweis an die Mitschuldigen verweisen zu dürfen. Ob der in Anspruch Genommene auf die Mitschuldigen zurück gehen und von ihnen theilweisen Ersatz des Gezahlten fordern kann, hängt von den Umständen ab. Bei verbotenen Handlungen und vorsätzlichen Beschädigungen ist ihm dies Rückgriffs-Recht entzogen, bei den verschiedenen Versehensgraden dagegen gestattet.[5])

g. Eigene Schuld des Beschädigten.

Die Schadensersatz-Klage wird in der Regel beseitigt durch den Einwand, dass der zu Schaden Gekommene an dessen Entstehen Schuld trage.[6]) Es genügt also der Nachweis einer bestimmten Handlung oder Unterlassung des zu Schaden Gekommenen, ohne deren Vorhandensein das schädigende Ereigniss entweder ausgeblieben sein oder jedenfalls seine nachtheilige Wirkung nicht geäussert haben würde. Darin stimmen sämmtliche Rechte überein.

Vereinzelt wird auch der höheren Gewalt (*vis major*)[7]) die Wirkung beigelegt, entstandene Schadens-Ansprüche zu beseitigen.

Das Recht auf Schadensersatz[8]) erlischt ferner durch Verzichtleistung welche jedoch erst nach entstandenem Schaden wirksam erklärt werden kann, sowie durch Verjährung. Letztere tritt nach A. L.-R.[9]) mit Ablauf von 3 Jahren seit Eintritt des schädigenden Ereignisses und Kenntniss des Beschädigers, nach französischem[10]) Recht jedoch in der Regel erst in 30 Jahren ein.[11]) Die zweijährige Verjährungsfrist der Haftpflichts-Klage[12]) sowie des Anspruchs aus der Unfalls-Versicherung[13]) gehören nicht hierher.

Ueber die vermögensrechtlichen Ansprüche aus derarten Beschädigungen sind Vergleiche zulässig, selbst in Fällen, wo auf die Verfolgung der ihnen zu Grunde liegenden strafbaren Handungen mit rechtlicher Wirkung nicht verzichtet werden darf.[14])

1) A. L.-R. I. 6 § 50 ff., 60 ff, — C. c. Art. 1384. — 2) A. L.-R. I. 6 § 52. — 3) A. L.-R. I. 6 § 68.

4) A. L.-R. I. 6 §§ 29 ff. — C. c. Art. 55 m. Zachariae. A. a. O. § 445 (II. S. 701). — B. G. B. §§ 777 ff., 1019—1056, 1495 ff.

5) Z. B.: A. L.-R. I. 6 §§ 33 ff. — 6) A. L.-R. I. 6 § 18—21. — R. Ges. v. 7. Juni 1871 § 1.

7) R. Ges. v. 7. Juni 1871 § 1.

8) C. c. Art. 2046 mit Zachariae. A. a. O. § 445.

9) A. L.-R. I. 6 § 54.

10) C. c. Art. 2262.

11) Nach sächs. Recht verjährt der Anspruch auf Schadensersatz gegen den Inhaber von Baulichkeiten, aus denen Gegenstände im Herabfallen Jemanden beschädigt haben, schon in 6 Monaten. B. G. B. § 1558, 1559. —

12) M. s. oben S. 248 ff.

13) M. s. oben S. 251.

14) Solches ist nur für das französ. Recht streitig, nach Zachariae. A. a. O. § 421* (II. S. 647), M. vergl. jedoch R. Ges. v. 7. Juni 1871 § 7.

C. Bau-Verwaltungsrecht.

I. Grundbegriffe.

Litteratur: R. v. Mohl. Enzyklopädie der Staatswissenschaften § 19, S. 130 ff. — Zöpfl. Grundsätze des gem. deutschen Staats-Rechts (5. Aufl.), Th. I. § 21, S. 35. — Stahl. Philosophie des Rechts (3. Aufl.), Bd. II. Abth. 2, §§ 60—62, S. 205 ff. — Zachariae. Deutsches Staats- und Bundes-Recht (2. Ausg.), Bd. II, S. 1 ff. — v. Rönne. Das Staatsrecht der Preuss. Monarchie. — v. Rönne. Das Staatsrecht des deutschen Reiches (1877). — v. Rönne u. C. Hilse. Die Baupolizei des Preuss. Staates. — Hue de Grais. Handbuch der Verwaltung und Verfassung in Preussen (1882). — Löning. Lehrbuch des deutschen Verwaltungs-Rechts (1884).

a. Begriff und Umfang.

Das Bau-Verwaltungsrecht ist eine Unterabtheilung des Staats-Verwaltungsrechts; letzteres macht wieder eine Hälfte des Staatsrechts aus. Staatsrecht wird in einem weiteren und einem engeren Sinne genommen. Im ersteren ist es gleichbedeutend mit öffentlichem Recht und der Inbegriff derjenigen Rechts-Normen, welche die Staaten als solche, ihre Einrichtungen und ihre Verhältnisse nach Aussen und Innen zum Gegenstande haben. Diese Normen können sich auf das Verhältniss eines Staats zu anderen Staaten, oder auf dieses eines Staats zur Kirchengewalt, oder auf dieses zwischen der höchsten Gewalt (Staatsgewalt, Obrigkeit) und den Unterthanen in einem Staate erstrecken, wonach sich die Unterscheidung von Völkerrecht, Kirchenrecht und Staatsrecht im engeren Sinne ergiebt.[1]) Gegenstand des Staatsrechts im engeren Sinne sind wieder entweder die Staats-Verfassung, d. h. das Verhältniss des Staats-Oberhauptes und der Staatsgewalten zu den Staats-Eingesessenen, oder die Staats-Verwaltung, d. h. die Ordnung derjenigen Verhältnisse, welche nur als Mittel zur Erreichung des Staats-Zweckes dienen und dazu bestimmt sind, die Vorschriften der Verfassung in das Leben einzuführen und auf die einzelnen Fälle zu übertragen. Das Staats-Verwaltungsrecht umfasst darnach alle Rechts-Bestimmungen, welche auf die Ausübungsart der Staatsgewalt in dem inneren und äusseren Staats-Verhältnisse sich beziehen.

Insofern zu den Angelegenheiten staatlicher Fürsorge das Bauwesen gehört, bilden diejenigen Grundsätze, nach denen solches verwaltet wird, einen Zweig der Staatsverwaltung. Das Bau-Verwaltungsrecht hat danach den Inbegriff derjenigen Grundsätze zu umfassen, nach welchen der Staat bei Erfüllung seiner Aufgabe verfährt: das Bauwesen zu regeln und zu fördern. Die diesbezügliche Sorge und Thätigkeit des Staats offenbart sich in zwei Richtungen, nämlich: einerseits in der Aufsicht zur Aufrechterhaltung der Sicherheit und Ordnung bei entstehenden oder bestehenden Bauwerken des Hoch- oder Tiefbaues, andererseits darin, dass die zum öffentlichen Gebrauch bestimmten oder dem Gesammt-Interesse gewidmeten Bauten in möglichster Zweckmässigkeit und mit möglichst geringen Kosten ausgeführt und unterhalten werden.

Danach scheidet wieder die Baupolizei, welche in der ersteren Richtung wirkt, aus, so dass der Begriff des Bau-Verwaltungsrechts im engeren Sinne sich beschränkt auf die Fürsorge für die Errichtung und Erhaltung der zum öffentlichen Gebrauche bestimmten oder dem Gesammt-Bedürfniss gewidmeten Bauten. Nur in diesem beschränkteren Umfange wird es nachstehend Behandlung finden.

b. Unterscheidungen.

Die zum öffentlichen Gebrauche bestimmten Gebäude können Reichs-, Staats- oder Gemeinde-Zwecken dienen, so dass unterscheidbar sind: Reichs-, Staats- und Gemeinde-Bauverwaltungsrecht. In so fern nämlich das Reich, die Staaten und die Gemeinden wesentlich verschiedene Aufgaben haben und ungleichartige Ziele verfolgen, überdies auch die ihnen zur Erfüllung ihrer Zwecke verfügbaren Mittel nach Art und Aufbringungsweise wesentlich verschieden sind, kann es nicht ausbleiben, dass andere Gesichtspunkte und Grundsätze für Reichs-, als für Staats- und Gemeinde-Bauten zur Anwendung zu gelangen haben. Ja nicht selten treten sogar kollidirende Interessen zwischen den 3 gedachten Verkörperungen des Gemein-Wesens und Gemein-Willens ein. Das Auseinanderhalten derjenigen Normen, welche für jede von ihnen sich ausgebildet haben, erscheint also zum

[1]) Man vergl. oben S. 219 unter 6.

Herbeiführen der benöthigten Uebersichtlichkeit kaum entbehrlich. Erheischt ja doch das Reichswohl auf dem Gebiete des Bauwesens andere Rücksichten als das Staatswohl, und letzteres andere als das Gemeindewohl.

Der Beaufsichtigung und Gesetzgebung des Reichs unterliegen verfassungsgemäss[1]) von Gegenständen des Bauwesens: das Eisenbahnwesen, die Herstellung von Land- und Wasser-Strassen, die Unterhaltung der Letzteren in einem den Flösserei- und Schifffahrts-Betrieb sichernden Zustande, wozu naturgemäss die Herstellung und Unterhaltung der für seine Verwaltungszwecke benöthigten Dienst- und Amts-Gebäude tritt. Die Darstellung wird sich auf Organisation der Behörden und die Verhältnisse der Beamten, ferner auf diese der Verwaltung des Staats- und öffentlichen Bauwesens erstrecken, bei welch letzterer wiederum die allgemeinen Grundsätze, welche sich gleichmässig auf alle Gattungen der Bauten beziehen, von denjenigen zu sondern sind, die speziell die einzelnen Arten der öffentlichen Bauten betreffen.[2])

c. Quellen.

Eigene Gesetzbücher über die Verwaltung des Bauwesens sind in Deutschland nirgends vorhanden. Selbst die in einzelnen deutschen Staaten neuerdings gesetzgeberisch erlassenen Bau-Ordnungen umfassen nur polizeiliche Bestimmungen und nur vereinzelt darüber hinaus dürftige Grundsätze über die Verwaltung öffentlicher Bauwerke. Gesetzgeberisch sind allenthalben nur vereinzelte Verhältnisse geregelt, die wiederum mehr oder weniger Abweichungen aufweisen. Da überdies z. B. in Preussen für die einzelnen Provinzen abweichende Verwaltungs-Grundsätze und Einrichtungen gelten, ist sogar nicht immer innerhalb desselben Staats gleiche Behandlung in allen seinen Ortschaften anzutreffen. Die Verschiedenheit der Rechts-Systeme[3]) übt allerdings nur einen verschwindenden Einfluss, nämlich nur dort, wo Fragen des materiellen Rechtes vorliegen. Dagegen machen sich z. B. in Preussen vielfach Ungleichheiten geltend, welche darin ihren Grund haben, dass manche Verwaltungs-Einrichtungen für einzelne Provinzen aus frühern Zeiten erhalten, bezw. neuere nicht überall hin ausgedehnt sind. Bei Ermittelung der einzelnen Quellen muss man bald auf die bestehenden Rechtsbücher, bald auf Reichs- und Landes-Gesetze, bald auf die im verfassungsgemässen Umfange ergangenen Erlasse und Verfügungen der zuständigen Behörden zurück gehen.[4]) Eine Zusammenstellung der benutzbaren Quellen zu geben verbietet sich schon durch deren grosse Anzahl. Es wird vielmehr an den betr. Stellen die Quellen-Angabe erfolgen.

d. Litteratur.

Das Bauverwaltungs-Wesen hat eine besondere Behandlung bisher nicht erfahren. In den Werken über Reichs- und Staats-Verwaltungswesen ist es meist höchst stiefmütterliech, öfter sogar ungenau und sachwidrig behandelt. Seit mehreren Jahren als Lehrgegenstand an der früheren Berliner Bau-Akademie eingeführt und als solcher in den Lehrplan der technischen Hochschule übernommen, ist es dennoch bisher zu einer systematischen Darstellung des Bauverwaltungs-Wesens nicht einmal für Preussen, geschweige denn für Deutschland gekommen. Es hängt dies vielleicht mit der Schwierigkeit zusammen, welche die erschöpfende Behandlung der einschlagenden Hilfswissenschaften bietet. Die Litteratur beschränkt sich auf wenige in staatswissenschaftlichen, gerichtlich-medizinischen und Bau-Zeitschriften veröffentliche, brennende Verwaltungs-Fragen, z. B. das Submissions-Wesen bei Bauten,[5]) die Rayon-Gesetzgebung,[6]) die Freigabe des Bau-Gewerbes oder den Prüfungszwang für dasselbe, die Verantwortlichkeit für Verstösse gegen die Regeln der Baukunst,[7]) die Zuständigkeits-Grenze der Landes-Behörden zum Erzwingen von Bau-Ausführungen, widerstreitenden Gemeinde-Interessen[8]) gegenüber, und Aehnliches mehr.

[1]) R.-Verf. Art. 4.

[2]) Die besonderen Grundsätze für Eisenbahnbau-, Strassen-, Wegebau- und Wasserbau-Recht und Verwaltungs-Wesen finden besondere Besprechung bei den bezüglichen speziellen Abschnitten des vorliegenden Werks.

[3]) S. oben S. 221 – 224.

[4]) Wo sich solche finden s. m. oben, S. 221, 224.

[5]) Freudenstein. Die Reform des Submissions-Wesens bei baulichen Verdingungen. S. im übrigen die Literatur-Anz. S. 107.

[6]) S. oben S. 301. — [7]) M. s. die Litteratur oben S. 330.

[8]) z. B. C. Hilse in Walmann's Zeitschr. für preuss. Recht, Band IV. S. 193 und in der Zeitschr. für Lokal- u. Strassenbahn-Wesen 1884.

II. Die Bauverwaltungs-Behörden.[1])

a. Des Reichs.

Litteratur: v. Rönne. Das Staatsrecht des Deutschen Reichs (Leipzig 1867) — Freih. v. Zedlitz-Neukirch. Die Rechtsverhältnisse der Reichs-Beamten.

Eine besondere Behörde für Bau-Angelegenheiten hat das Reich nicht. An der Spitze der Reichs-Regierung steht als allein verantwortlicher höchster Beamter des Reiches der Reichskanzler. Er hat die Leitung aller Geschäfte des Reichs ohne Ausnahme; alle Reichsämter stehen unter ihm. Er hat über die Verwendung aller Einnahmen des Reichs jährlich Rechnung zu legen. Daraus folgt, dass in Bau-Angelegenheiten des Reichs er die alleinige Verantwortlichkeit trägt und die höchste Entscheidung hat. Unter seiner Verantwortlichkeit verwalten Reichs-Aemter die einzelnen Reichs-Angelegenheiten; ihre Mitglieder sind dem unmittelbaren Vorgesetzten (Staatssekretär), dieser ist wieder dem Reichskanzler verantwortlich. Die Bauten für das Reich ressortiren von verschiedenen Reichs-Aemtern nämlich diese für Land oder See-Vertheidigungszwecke von der Militär-Verwaltung und der Admiralität, für Zwecke des Post- und Telegraphenwesens von dem Reichs-Postamte, für alle übrigen von dem Reichsamt des Innern.

Die Reichs-Baubeamten werden vom Kaiser ernannt und für das Reich vereidigt.[2]) Ueber die Bedingungen der Anstellungen, über den Zwang zur Annahme eines Amtes, über das Recht des Beamten, seine Entlassung zu fordern, sind Bestimmungen nicht getroffen. Es sind bisher (abgesehen von Ausnahme-Fällen) indess in den Bau-Dienst des Reiches nur solche Personen übernommen worden, welche den in ihrem Heimathsstaat erforderlichen Nachweis zur Befähigung für den Staats-Baudienst sich erworben hatten. — Die Reichsbeamten sind theils Zivil-, theils Militär-Beamte; und zwar werden Baubeamte bei der Militär-Verwaltung den Militärbeamten beigerechnet. Die Anstellung erfolgt bald auf Lebenszeit, bald nur auf Widerruf oder Kündigung.[3]) Nicht alle bekleiden eine etatsmässige Stelle, indem viele nur vorüber gehend als Hülfsarbeiter beschäftigt werden. Vereinzelt wird das Reichsamt als Nebenamt von Personen bekleidet, welche entweder eine Staats-Dienststellung oder eine Privatstellung inne haben.[4]) Die Uebertragung eines Reichs-Bauamts erfolgt durch die einseitige Berufung seitens des Inhabers des Rechts der Aemter-Hoheit mittels einer Anstellungs-Urkunde. Der Angestellte erlangt dadurch Anspruch auf die durch Uebertragung des Amts begründete besondere Dienst- und Standes-Ehre, auf die mit dem Amte verbundene Besoldung, bei eingetretener Dienstunfähigkeit auf Ruhegehalt[5]), bezw. Versorgung seiner Hinterbliebenen,[6]) sowie endlich auf die mit seiner Stellung verbundenen Nebenbezüge, wie z. B. Wohnungsgeld-Entschädigung, Reise- und Tagegelder. Inwiefern Reichs-Beamten die im Dienste eines Bundesstaates zugebrachte Dienstzeit auf die demnächstige Reichspension anzurechnen sei, pflegt gelegentlich der Anstellung geordnet zu werden. Für gewisse Reichs-Aemter ist die Bestellung einer Kaution[7]) Bedingung ihres Erwerbs, welche durch den kautionspflichtigen Beamten zu geschehen hat. Sie haftet dem Reiche für alle von dem kautionspflichtigen Beamten aus seiner Amtsführung zu vertretenden Mängel und Schäden an Kapital und Zinsen, auch an gerichtlichen und aussergerichtlichen Kosten der Schadens-Ermittelung.

Ohne ausdrückliche Genehmigung der vorgesetzten Dienstbehörde dürfen Reichsbeamte Nebengeschäfte[8]) nicht übernehmen. Daraus folgt, dass Reichs-Bau-

[1]) Nicht zu verwechseln mit den Bau-Polizei-Behörden, die unter D. behandelt werden. Allerdings pflegen vielfach beiderlei Verrichtungen vereint zu sein.

[2]) R.-Verf. Art. 18 Abs. 1 mit R.-Ges. v. 31. März 1873 und 23. Dezember 1873 (R.-G.-Bl. S. 61 u. 479).

[3]) R.-Ges. v. 31. März 1873 §§ 2, 27, 37.

[4]) Z. B. beim Reichs-Patent-Amt.

[5]) Das gegenwärtige Pensionsgesetz für Reichsbeamte, wonach die Pension nach vollendetem 10. Dienstjahre mit $^1/_4$ des Gehalts beginnt, mit jedem folgenden um $^1/_{80}$ wächst und mit 50 Dienstjahren und $^3/_4$ des Gehalts ihre Höchsthöhe erreicht, sollte durch ein vom Reichstage bereits angenommenes Gesetz abgeändert werden, welches für die Betheiligten vortheilhafter war; blos aus äussern Gründen ist dessen Verkündigung unterblieben.

[6]) Das Relikten-Gesetz für Reichsbeamte ist noch nicht erlassen, weil einem solchen für das Reichsheer bisher die verfassungsm. Zustimmung nicht zu Theil wurde.

[7]) Für Baubeamte ist bisher eine solche nicht ausdrücklich vorgeschrieben. Man vergl. die einschlagenden Verordn. v. 29. Juli 1869, 5. Juli u. 14. Juli 1871, 27. Februar 1872, 6. Juli 1874 (R. G.-Bl. 1869 S. 285 u. R. G.-Bl. 1871 S. 308 u. 316, 1872 S. 59, 1874 S. 109).

[8]) v. Rönne. A. a. O. § 55 (Bd. I, S. 156).

beamte weder Privatbauten für fremde Rechnung ausführen, noch Entwürfe zu solchen entgeltlich liefern dürfen. Ebenso wenig dürfen sie die Geschäfte ihres Amtes eigenmächtig einem Anderen an ihrer Statt auftragen, oder auch nur den ihnen zur Ausübung ihres Amts angewiesenen Wohnort ohne Vorwissen und Genehmigung des Vorgesetzten verlassen. In Krankheitsfällen pflegt für etatsmässige Beamte ausnahmslos, für ausseretatsmässige fast regelmässig ein Stellvertreter aus Reichsmitteln bestellt zu werden, so dass dieserhalb das Diensteinkommen nur beschränkt gekürzt wird.[1])

Eine besondere Art der Treue, welche die Amtsstellung einem jeden Beamten auferlegt, ist die Verpflichtung zur Amts-Verschwiegenheit.[2]) In Verbindung damit steht seine Pflicht, bevor er als Sachverständiger ein aussergerichtliches Gutachten abgiebt, hierzu die Genehmigung seiner vorgesetzten Behörde einzuholen, sowie selbst noch nach der Endigung des Dienstverhältnisses sein Zeugniss über solche Thatsachen zu verweigern, auf welche die Verpflichtung zur Amts-Verschwiegenheit sich bezieht.[3])

Wegen Dienstwidrigkeiten sind Reichs-Baubeamte in einem geordneten Disziplinar-Verfahren bestrafbar.[4]) Die Disziplinar-Strafen bestehen in Ordnungsstrafen, als welche Warnung, Verweis und Geldstrafe gelten, sowie Entfernung aus dem Amte, welche wieder Strafversetzung oder Dienstentlassung sein kann. Das Verfahren ist entweder ein summarisches oder ein förmliches. Durch ersteres können nur Ordnungsstrafen verhängt werden.

Ansprüche auf Besoldung, Wartegelder oder Pension sind einklagbar; der Klage muss eine Entscheidung der obersten Verwaltungs-Behörde voran gehen; auch muss sie innerhalb 6 Monaten angebracht sein. Sie ist gegen den Reichsfiskus durch die höhere Reichs-Behörde, unter welcher der Baubeamte steht, oder gestanden hat, zu richten.[5])

Reichs-Baubeamte geniessen diejenige Befreiungen von der Gemeindesteuer, welche am betr. Orte den Staatsbeamten zustehen.[6]) Ihre Diensteinkünfte, Wartegelder und Pensionen sind nur beschränkt beschlagnahmefähig.[7]) Auch haben Zwangs-Vollstreckungen gegen ihre Person oder gegen ihr Vermögen nur beschränkt Anwendung.

Im dienstlichen Interesse müssen sie sich die Versetzung an ein anderes Amt von nicht geringerem Range und etatsmässigem Diensteinkommen mit Vergütung der vorschriftsmässigen Umzugskosten gefallen lassen.[8]) Auch können sie mit Wartegeld einstweilen in den Ruhestand versetzt werden.

Sofern sie ihr Amt nicht als Strafe verwirkt haben, behalten ausgeschiedene Reichs-Baubeamte das Recht auf Beibehaltung des Amtscharakters oder Titels und die sonstigen Standesvorrechte ihrer Stellung und erwerben den gesetzlichen Anspruch auf ein lebenslängliches Ruhegehalt.

b. Die Staats-Bauverwaltungs-Behörden.

Bei der noch vorhandenen Verschiedenheit in den Verfassungs-Formen der einzelnen deutschen Staaten, bei ihren abweichenden territorialen Grössenverhältnissen, welche naturgemäss auf die Einrichtung und Eintheilung der Verwaltungs-Geschäfte entscheidenden Einfluss üben mussten, bei der Ungleichheit ihres Bau-Bedarfs und der zu dessen Bestreitung verwendbaren Mittel nach Höhe und Aufbringungs-Art, hat es zu einer einheitlichen Gestaltung der Bau-Verwaltungs-Behörden in den verschiedenen deutschen Staaten nicht kommen können. Die bestehende Verschiedenheit ist vielmehr so gross, dass eine wahre Musterkarte geliefert werden müsste, wollte man die Abweichungen in allseitiger Vollständigkeit beleuchten. Man muss sich deshalb an Darstellung der gemeinsamen Hauptgrundsätze und der Sonderverhältnisse in Preussen genügen lassen.

α. Gemeinsame Grundsätze

Gleichmässig bedient man sich überall für die Verwaltung des Bauwesens bautechnisch vorbereiteter Beamten, deren Anstellung durch den Träger der Staats-

[1]) R.-Ges. v. 31. März 1873 § 14. — [2]) A. Ges. §§ 11, 72 ff.
[3]) A. Ges. § 12 u. C. Pr. O. §§ 373, 341 u. Str. Pr. O. § 76. Vergl. auch oben S. 272 unter 2 u. 3.
[4]) A. Ges. §§ 72–124. — [5]) A. Ges. §§ 150, 151. — [6]) R.-Ges. v. 13. Mai 1870. — [7]) R.-Ges. v. 21. Juni 1869. — [8]) R. Ges. v. 31. März 1873, § 21.

gewalt (Landesherrn[1]) Bürgermeister-Amt) bezw. die von diesem damit betrauten Behörden erfolgt. Erfordernisse für die Anstellung pflegt das Reichsbürgerthum,[2]) der Vollbesitz der bürgerlichen Ehrenrechte[3]) und der Nachweis zur Befähigung für das Baufach[4]) durch abgelegte wissenschaftliche Prüfung zu sein, während der Glaube, die Geburt und etwaige Standes-Vorrechte keinen Einfluss üben.[5]) Nur bei Anstellung in der Militär-Verwaltung wird von den Bewerbern meist verlangt, dass sie der Militärpflicht genügt haben und militärdienstfähig sind, während sonst körperliche Leiden oder Gesundheits-Mängel keineswegs die Anstellungs-Fähigkeit ohne weiteres benehmen. Die Anstellung ist eine endgiltige oder eine vorüber gehende. Bei letzterer werden die Modalitäten, wie es bei einer Endigung des Dienstverhältnisses bezügl. der Abfindung zu halten sei, gelegentlich der Anstellung gemeinüblich vereinbart. Beim Eintritt in den Staatsdienst erfolgt eine Vereidigung auf die Verfassung und den Landesherrn[6]), welche bei jedem Thronwechsel bezüglich des neuen Landesherrn zu wiederholen ist, während bei einer Aenderung in der Dienststellung die Verweisung auf den früher geleisteten Eid genügt.

Jede Anstellung erfolgt durch eine von dem Landesherrn oder einem damit betrauten Verwaltungs-Beamten vollzogene Urkunde. Sie giebt Anspruch auf diejenigen Standes- und Vermögens-Rechte, welche mit der fraglichen Stellung verbunden sind. Hierzu gehören: der öffentliche Glaube, das Recht zur Führung des Diensttitels, Schutz der Amts- und persönlichen Ehre, die äussere Auszeichnung durch Titel, Rang, Uniform, Amts-Einkünfte an Gehalt, Wohnungsgeld-Entschädigung oder Dienstwohnung, an Tage- und Reisegeldern bei Verrichtung von Dienst-Geschäften, auf Ruhegehalt nach Ausscheiden aus dem Staatsdienste infolge Krankheit oder Alters, für die hinterbliebenen Angehörigen auf Wittwen- und Waisen-Unterstützung, sowie auf einen Beitrag zu den Beerdigungs-Kosten in Form des Sterbe-Quartals oder -Monats.

Umgekehrt überkommt man durch Annahme der Anstellung und Eintritt in den Staats-Baudienst nicht blos die Verpflichtung, dem geleisteten Eide gemäss die Landes-Verfassung zu halten, dem Landesherrn treu zu sein und die Obliegenheiten seines Berufs gewissenhaft zu erfüllen, sondern daneben auch diese: seine Privat-Angelegenheiten der eingenommenen Stellung gemäss einzurichten. Es ist namentlich bei einer beabsichtigten Eheschliessung Heirathskonsens nachzusuchen, ebenso zum Betriebe eines Gewerbes[7]) oder beim Eintritt in die Verwaltung einer Erwerbs-Gesellschaft[8]), sowie für Uebernahme der Leitung von Privatbauten[9]) und zur Annahme von Orden und Geschenken[10]) Genehmigung einzuholen; man muss sich bei Vermeidung disziplinarer Nachtheile jeder Handlung enthalten, durch welche ein öffentliches Aergerniss entstehen könnte, verfällt bei Begehung strafbarer Handlungen, sofern solche zu der Amtsstellung in gewisser Beziehung stehen, in die schwereren Strafen wegen Amts-Verbrechen,[11]) hat seinen Wohnsitz an dem ihm durch das Amt angewiesenen Orte zu nehmen und darf ohne Urlaub seitens des Dienst-Vorgesetzten seinen Amtssitz nicht verlassen,[12]) muss namentlich aber auch in Krankheitsfällen von seiner eingetretenen Dienstunfähigkeit Kenntniss geben, damit eine Vertretung eingerichtet werden kann.

Rechts-Geschäfte für den Staat abzuschliessen ist der Beamte nur in demjenigen Umfange befugt, in welchem, entweder verfassungsgemäss, oder durch besondere Aufträge der zuständigen Behörden solches mit der eingenommenen Stellung verbunden ist, wofern nicht etwa ein besonderer, dem Träger des Amts ertheilter Auftrag vorliegt, also ein Vollmachts-Verhältniss besteht. Durch Ueberschreiten seiner Befugnisse macht er sich den Gegenkontrahenten persönlich verantwortlich,[13]) ohne indess diesen eine verfolgbare Forderung gegen den Staat zu begründen.

[1]) z. B. Preuss. Verf. Urk. Art. 45, 47 mit Instr. v. 23. Oktober 1817. — [2]) R. Verf. Art. 3. mit R. Ges. v. 1. Juni 1870 und A. E. v. 2. Februar 1881. — [3]) Preuss. Verf. Urk. Art. 3; St. G. B. § 34[3]. — [4]) S. S. 238 Anm. 6 — [5]) z. B. Preuss. Verf. Urk. Art. 4. — [6]) Preuss. Verf. Urk. Art. 8 mit Verf. v. 22. Januar u. 6. Mai 1867. — [7]) R. Gew.-O. v. 21. Juni 1869, § 12. — [8]) R. Ges. v. 10. Juni 1874. — [9]) C. Reskr. v. 15. Juli 1864 (Min.-Bl. 241). — [10]) Dahin gehören auch Eisenbahn-Freikarten. Nach C. Reskr. v. 17. Oktober 1874 (Min.-Bl. 252), a. Reskr. v. 15. Juni 1856 (Min.-Bl. 219) mit St. G. B. §§ 331—334. — [11]) St. G. B. §§ 331—359. — [12]) Z. B. Ges. v. 21. Juli 1851 §§ 8—13. Zum Eintritt in den Reichs- oder Landtag bedarf es für Baubeamte nach R. Verf. Art. 21 u. Preuss. Verf.-Urk. Art. 71 keines Urlaubs. Die Stellvertretungs-Kosten trägt der Staat nach St. M. Beschl. v. 4. Oktober 1867 und 24. Oktober 1869 (Min.-Bl. 326 u. 276). — [13]) A. L.-R. II. 10 §§ 87—89, jedoch nur binnen 3 Jahren nach A. L.-R. I. 6. § 54 u. Dekl. v. 31. März 1838. Man vergl. wegen der Klage-Modalitäten Verf. Urk. Art. 97 mit R.-Ges. v. 27. Januar 1877 § 11 u. Ges. v. 3. Juli 1875 § 83a.

Ihre Endigung findet die Staatsbaudienst-Stellung durch den Tod oder die Beförderung ihres Inhabers sowie durch freiwillige oder unfreiwillige Dienst-Entlassung. Die blosse Anzeige des beabsichtigten Dienst-Austritts genügt dagegen nur bei solchen Baubeamten, welche auf Kündigung oder probeweise beschäftigt sind, während fest angestellte erst mit Empfang der Entlassungs-Urkunde berechtigt sind ihre Dienst-Verrichtungen einzustellen und sich als Privat-Personen zu betrachten. Gesetzlich soll allerdings eine Entlassung meist nur alsdann versagt werden, wenn durch das Ausscheiden ein Nachtheil für das allgemeine Wohl zu besorgen wäre.[1]) Zur unfreiwilligen Entlassung kann es nicht blos als Strafe für ein dienstwidriges Verhalten, sondern auch in Folge eingetretener Unfähigkeit zum Weiterführen des Amts kommen. Sie erfolgt im Wege eines förmlichen Verfahrens[2]) und kann den Verlust des Rechts auf Ruhegehalt zur Folge haben.

Der Versetzung in eine andere Dienststellung mit gleichem Rang und Einkommen kann sich der Baubeamte meist nicht entziehen, da nur für richterliche Beamte Unversetzbarkeit allerwärts besteht. Ebenso wird er Vertretungen an andern Orten übernehmen müssen, wenn solches im dienstlichen Interesse liegt und ohne Vermögens-Nachtheil für ihn ist.

β. Die preussischen Bau-Behörden.

Litteratur: v. Brauchitsch. Die neuen preussischen Verwaltungs-Gesetze.

Die höchste Instanz ist der Minister der öffentl. Arbeiten, in dessen Geschäftskreis das Bauwesen die III. Abtheilung bildet, ohne dass jedoch hier alle Bau-Angelegenheiten konzentrirt sind. Vielmehr ressortiren — abgesehen von Ausnahmen im Wasser-, Strassen- und Eisenbahn-Bau — daneben von dem Ministerium für geistliche, Unterrichts- und Medizinal-Angelegenheiten, vom Kriegs-Ministerium und vom Ministerium der Landwirthsch., Domänen und Forsten gewisse Bau-Angelegenheiten. Die in den Ministerien angestellten Bautechniker pflegen durch Verleihen des Prädikats „Ober" oder „Wirklicher" zur 2. oder 1. Rangklasse[3]) befördert zu werden, während sie durch ihre endgiltige Berufung ins Ministerium die 3. Rangklasse erlangen.

Unter dem Ministerium der öffentl. Arbeiten steht die Akademie des Bauwesens,[4]) welche wichtigere öffentl. Bauten in künstlerischer und wissenschaftlicher Beziehung zu berathen hat. Sie zerfällt in 2 Abtheilungen: für den Hochbau und für das Maschinen- und Ingenieur-Wesen. Ihre Mitglieder werden in ordentliche und ausserordentliche eingetheilt und durch den König berufen. — Ferner ressortirt von ihm die Prüfung der Bautechniker, während das höhere technische Bildungswesen dem Minist. d. geistl., Unterr.- u. Med.-Angel. unterstellt ist. Man kennt im Bau- und Maschinen-Fache 2 Prüfungen. Für Abnahme der ersten, der Prüfung zum Bauführer, bestehen Prüfungs-Kommissionen in Aachen, Berlin und Hannover[5]), für die zweite, der Baumeister- oder Maschinen-Baumeister-Prüfung besteht eine Ober-Prüfungskommission in Berlin.[6])

Die Provinzial-Behörde für Staats-Bauverwaltung bildet der Regierungs-Präsident[7]), welchem, ebenso wie dem Minister, technische Beamte zugetheilt sind. Sie sind Mitglieder des Regierungs-Kollegiums und rangiren in der 4. Klasse.

Als Lokalbehörden fungiren die allgemeinen Polizei-Behörden, deren technische Organe die Kreisbau-Inspektoren[8]) sind, deren Thätigkeit sich gegenwärtig im wesentlichen auf Hoch- und Wasserbau beschränkt.

Wo letzterer von grösserer Bedeutung ist, sind besondere Wasserbau-Inspektoren[9]) angestellt; hierüber an späterer Stelle. Ausserdem giebt es bei den Landes-Direktionen höhere Bautechniker und sind vielfach von den Kreis-Korporationen Bautechniker angestellt, die dann als „Kreis-Baumeister" zu bezeichnen sind.[10])

1) z. B. A. L.-R. II. 10. § 94. — 2) z. B. Preuss. Diszip.-Ges. v. 21. Juli 1852. — 3) Es giebt 8 Rangklassen; Verordn. v. 7. Februar 1817 mit deren Ergänzungen, bei Hue de Grais § 65. — 4) Allerh. Erl. v. 7. Mai 1880 (G. S. 261) mit Instr. v. 27. August 1880 (Min. Bl. S. 212). — 5) Auch an der techn. Hochschule in Braunschweig kann die Bauführer-Prüfung in einer für den preuss. Staatsdienst gültigen Form abgelegt werden. — 6) Die Vorbedingungen und Gegenstände der Prüfungen gehören nicht hierher. Man vergl. jedoch Pr. Vorschr. v. 27. Juni 1876 mit C. Reskr. v. 20. Mai 1878, 19 Februar 1879 u. 10. August 1880. (Min.-Bl. 176 bezw. 104, 78, 211). — 7) V. v. 30. April 1815 § 26³, L. V.-G. v. 30. Juli 1883 § 18. M. vergl. v. Brauchitsch. A. O. I. 231. — 8) Wegen d. zulässigen Zuziehung zu Kirchen- u. Schulbauten s. C. Reskr. v. 20. Jan. 1881 (Min.-Bl. 26); vergl. im übrigen auch S. 163. — 9) C. Reskr. v. 27. April 1880 (Min.-Bl. 116) mit A. E. v. 1. Dezbr. 1879. (Min.-Bl. 1880, S. 4) u. Regl. v. 15. Septbr. 1854 (Min.-Bl. 178). — 10) C. Reskr. v. 4. August 1880 (Min.-Bl. 272),

γ. Bau-Behörden der übrigen deutschen Staaten

Die Bau-Behörden der übrigen deutschen Staaten entsprechen mit den aus ihrer Verfassung und ihren territoriellen Verhältnissen sich ergebenden Abweichungen den dargestellten Einrichtungen Preussens. Auch bei ihnen liegt die höchste Bau-Behörde in der Ministerial-Instanz und befinden sich in den Landesverwaltungs-Bezirken (Regierungen, Kreisen) Bezirks-Baubehörden.

c. Gemeinde-Baubehörden.

Die Verwaltung des Bauwesens der Gemeinden ist in Städten Aufgabe des Magistrats, in Land-Gemeinden solche des Gemeinde-Vorstandes. Nur in grösseren Ortschaften, wo der Umfang der Bau-Geschäfte solches erfordert, sind Bautechniker zur Bearbeitung dieser Angelegenheiten angestellt; in den übrigen pflegt man für die einzelnen Fälle fachtechnische Gutachten einzuziehen. Die im Gemeinde-Dienst angestellten Bautechniker sind entweder Magistrats-Mitglieder, in welcher Eigenschaft sie den Dienst-Charakter Stadtbaurath führen, sowie Sitz und Stimme im Magistrats-Kollegium haben, oder nur städtische Beamte, als welche sie bald Stadtbau-Inspektoren, Stadtbaumeister, Stadtbauführer u.s.w. genannt werden. Die vor ihrem Amts-Antritte zu vereidigenden Stadtbauräthe [1]) gehen aus Wahl der Stadtverordneten-Versammlung hervor, bedürfen der Bestätigung durch die Regierung oder den Ober-Präsidenten, [2]) werden auf die gesetzliche (12jährige) Amtsdauer gewählt und haben, falls nach Ablauf der 1. Wahlperiode keine Wiederwahl erfolgt, Anspruch auf die Hälfte, und falls Wiederwahl nach Ablauf der 2. Wahlperiode ausbleibt, auf $^2/_3$ des Dienst-Einkommens als Ruhegehalt. [3]) Die Anstellung als städtische Beamte erfolgt meist gegen Kündigung und nur vereinzelt auf Lebenszeit durch den Magistrat im Einvernehmen der Stadtverordneten-Versammlung. Ein Anspruch auf Ruhegehalt besteht gesetzlich nicht; derselbe muss vereinbart werden.

Beiderlei städt. Baubeamte haben die Eigenschaft mittelbarer Staats-Beamten, geniessen deshalb die daraus entspringenden Berechtigungen, überkommen aber umgekehrt auch die entsprechenden Verpflichtungen, so dass sie namentlich dem Disziplinar-Gesetze unterstehen. Neben-Beschäftigungen, welche mit ihren Dienst-Verrichtungen in Widerspruch stehen, sind unbedingt unzulässig, andere nur mit Genehmigung des Ressort-Vorgesetzten gestattet. Annahme von Geschenken oder Vortheilen für amtliche Verrichtungen ist strafbar. [4]) Die Abgrenzung ihrer dienstlichen Obliegenheiten und Befugnisse pflegt durch Dienst-Instruktionen zu geschehen. In ihrer Dienststellung begangene Rechtswidrigkeiten unterliegen den härteren Strafen der Beamten-Vergehen. [5])

Welche Anforderungen sie an ihre Stadt-Baubeamten stellen, welche Befähigungs-Nachweise sie von ihnen fordern, ob sie auf solche vielleicht ganz verzichten wollen, ist dem freien Ermessen einerseits der wählenden städtischen Körperschaft, andererseits des bestätigenden Ober-Präsidenten überlassen. Meist werden an die Bewerber die nämlichen Anforderungen gestellt, welche für den Eintritt in den Staats-Baudienst bestehen.

Diese für Preussen erlassenen Grundsätze finden in den Gesetzgebungen der andern deutschen Staaten mit mehr oder weniger erheblichen Abweichungen sich wieder; in den freien Städten sind aber die Baubeamten unmittelbare Staatsbeamte.

III. Verwaltungs-Grundsätze.

a. Des Reichsrechts.

Das Reichsrecht enthält nur wenige Bestimmungen bezüglich der Bauverwaltung. Abgesehen von den Vorschriften über gewerbliche Bau-Anlagen, über das Rechtsverhältniss der Arbeitsnehmer und Arbeitsgeber zu einander, über die Verpflichtung zur Kranken- und Unfalls-Versicherung (welche theils im Abschnitt über Baupolizei Besprechung finden werden) theils schon oben besprochen sind, erstrecken sich dessen Normen nur auf die nachfolgenden Verhältnisse:

[1]) Städte-Ordnungen: vom 30. Mai 1853 §§ 31—34, v. 19. März 1856 §§ 31—34, v. 15. Mai 1856 §§ 30—33, v. 25. März 1867 §§ 38—44, v. 14. April 1869 §§ 30—34. — [2]) Ges. v. 1. Aug. 1883 §§ 7, 13.

[3]) A. a. O. § 65 bezw. § 59, §§ 71, 78. Bei Ausscheiden nach Ablauf v. 6 Jahren und vor Ablauf v. 12 Jahren steht ihnen $^1/_4$ des Gehalts als Ruhegehalt zu.

[4]) St. G. B. §§ 331 bis 333.

[5]) A. Ges. § 80 bezw. § 82, § 83, § 87, § 93 mit: Ges. v. 21. Juli 1852, v. 23. Sept. 1867 und St. G. B. §§ 340—342, 348—354, 353, 358, 359 u. Ges. v. 1. Aug. 1883 § 20.

α. Schutz des Grundeigenthums.

Litteratur: Weinhagen. Das Festungs-Rayon-Gesetz des Deutschen Reichs. — v. Rönne. A. a. O. § 16 (I. S. 158 ff.) — oben S. 301.

Auch nach Reichsrecht ist das Grundeigenthum unverletzlich und darf von Reichs wegen nur gegen vollständige Entschädigung für öffentl. Zwecke beansprucht werden. Ein allgemeines Enteignungs-Gesetz für das Reich ist jedoch weder ergangen, noch dessen Erlass beabsichtigt. Gesetzlich für das ganze Reichsgebiet gleichmässig geregelt sind nur die zulässigen Beschränkungen [1]) des Grundeigenthums in der Umgebung von Festungen. [2]) Es gilt der Grundsatz, dass die Benutzung des Grundeigenthums in der nächsten Umgebung vorhandener oder anzulegender Befestigungen zwar den im Gesetze vorgeschriebenen dauernden Beschränkungen zu unterliegen habe, [3]) dass jedoch hierfür vom Reiche Entschädigung [4]) zu gewähren sei, welche zu bestehen habe im Ersatz derjenigen Verminderung des Grundstücks-Werthes, der durch die Beschränkung eingetreten ist. Die Entschädigung ist in der Regel als Rente auf die Dauer von 37 Jahren zu gewähren, kann jedoch durch Zahlung des $16\frac{2}{3}$fachen Betrages in Kapital abgelöst werden. Ueber die Entschädigungs-Pflicht ist der Rechtsweg zulässig; ist dagegen nur das Vorhandensein oder die Höhe des Schadens streitig, so erfolgt die Ermittelung der Entschädigung durch vereidete Sachverständige, ihre Feststellung jedoch durch einen im Rechtswege angreifbaren Beschluss der Verwaltungs-Behörde. Die Klagen sind gegen den Reichs-Fiskus zu richten, welcher durch die Kommandantur vertreten wird. [5])

Gegen die Entscheidung der Kommandantur, wie gegen alle Anordnungen derselben auf Bau-Gesuche [6]) ist in Rayon-Angelegenheiten binnen einer 4 wöchentlichen Präklusiv-Frist von der Zustellung ab der Rekurs zulässig. Die Entscheidung erfolgt endgiltig durch die „Reichs-Rayon-Kommission“, welche eine durch den Kaiser zu berufende ständige Militärkommission ist. Seine Einlegung hat Suspensiv-Effekt. Innerhalb der Rayon-Bezirke erfolgt alljährlich eine allgemeine Revision der Bauten und Anlagen durch die Kommandantur oder ihre Organe unter Zuziehung der Ortspolizei-Behörde und des Gemeinde-Vorstandes.

β. Reichs-Bauwerke.

Litteratur: v. Rönne. A. a. O. § 71 (II. S. 81).

Grundsätzlich steht an allen dem dienstlichen Gebrauche einer verfassungsmässig aus Reichsmitteln zu unterhaltenden Verwaltung gewidmeten Gegenständen das Eigenthum dem Deutschen Reiche zu. Das Reich besitzt denn auch eine Menge von Baulichkeiten, welche überwiegend Hochbauten sind. Ihr Erwerb ist theils aus Reichsmitteln auf Grund besonderer Gesetze [7]) für das Reich geschehen, theils durch Uebergang [8]) des Eigenthums, welches den einzelnen Bundesstaaten zustand, auf das Reich entstanden. Neuerdings können Bauten für das Reich nur auf Grund verfassungsgemäss zu Stande gekommener Gesetze entstehen. Meist erfolgen die Beschlüsse bei Feststellung des Reichshaushalts-Etats, indem dessen Vorlage den nöthigen Geldbedarf für Neubauten oder bauliche Unterhaltungen beziffert, so dass bei seiner Annahme die Bau-Genehmigung geschieht. Solches gilt gleichmässig für die Kosten des Grunderwerbs, wie für diese der thatsächlichen Bauleistung. Die etatsmässigen Beträge dürfen nicht überschritten werden, widrigenfalls für den Mehrbedarf eine Nachbewilligung erbeten werden muss. Auch dürfen Bauten ausserhalb des Etats nicht übernommen werden. Selbst aus erzielten Ersparungen im Baufonds darf solches nicht geschehen. Noch weniger dürfen aus etwaigen Einnahme-Ueberschüssen einer Reichs-Verwaltung willkürlich Bauwerke geschaffen werden. Für Zuwiderhandlungen ist der betr. Reichs-Baubeamte verantwortlich. Die von ihm mit Unternehmern abgeschlossenen Verträge erzeugen gegen das Reich nur so weit Verpflichtungen, als der Betreffende sich im Rahmen der bewilligten Vorlage bewegte, während sie darüber hinaus nur eine persönliche Klage gegen den betr. Reichs-Baubeamten übrig lassen.

[1]) Ueber den Zeitpunkt des Eintritts vergl. Erk. d. R.-O.-H.-G. v. 29. Mai 1874 (Entsch. Bd. 13, S. 289). — [2]) R.-Ges. v. 21. Dezbr. 1871 mit Ges. v. 21. Febr. 1872 und Instr. v. 4. Januar 1873 in Milit.-Gesetze d. D. R. Bd. I. S. 193. — [3]) S. oben S. 301. — [4]) A. R.-Ges. §§ 34, 35, 36, 40, 42. — [5]) Zu diesem Zwecke dient ein besonderer Reichs-Festungsbau-Fonds. R.-Ges. v. 8. Juli 1872 und 30. Mai 1873. — [6]) S. die zulässigen Fälle oben S. 301. — [7]) Z. B. R.-Ges. v. 30. Mai 1873 betr. den Reichs-Festungsbau-Fonds; R.-Ges. v. 18. Juni 1873 betr. Bedarf für die Reichs-Eisenbahnen; R.-Ges. v. 12. Juni 1873 betr. gewisse militärische Dienstgebäude; R.-Ges. v. 8. Juli 1873 betr. das Reichstagsgebäude; R.-Ges. vom 25. Januar 1875 betr. Dienstgebäude des Reichskanzler-Amts. — [8]) R.-Ges. v. 25. Mai 1873.

Aus den angeführten Gesichtspunkten gestaltet sich folgendes Verfahren: Nachdem das Bau-Bedürfniss von der betr. Reichsbehörde fest gestellt, sind Pläne und Anschläge zu fertigen. Sie werden von dem betr. Reichsamte geprüft. Darauf wird der benöthigte Geldbedarf in die Etats-Vorlage eingesetzt. Wird der Posten abgesetzt oder ziffernmässig verringert, so hat dies zur Folge, dass der Bau unterbleiben muss, wenn derselbe nicht für den bewilligten Betrag auszuführen ist.

Bau-Ausführungen für das Reich pflegen, sobald sie für Militärzwecke geschehen, unter Aufsicht der Militär-Bauverwaltung, alle übrigen unter Aufsicht des betr. Ressort-Baubeamten durch Vergebung[1]) an Privat-Unternehmer im Wege der beschränkten Submission u. s. w. ausgeführt zu werden. In gleicher Weise pflegt die Material-Beschaffung zu erfolgen.

γ. Einfluss des Reichs-Schatzamts.

Das Finanzwesen des Reichs hat in dem Reichs-Schatzamt[2]) seine oberste Verwaltungs-Behörde, welche als Organ des Reichskanzlers neben andern Verrichtungen das Etat-, Kassen- und Rechnungs-Wesen zu verwalten hat, weshalb namentlich auch die Reichs-Rayon-Kommission von demselben ressortirt.[3])

Da alle Einnahmen und Ausgaben des Reichs vor Beginn des vom 1. April bis 31. März laufenden Etatsjahres gesetzlich fest zu stellen sind,[4]) so müssen alle Voranschläge für Bauten so zeitig und so sorgfältig aufgestellt worden, dass die dem wahren Bedarf möglichst nahe kommende Summe in den Voranschlag als Ausgabe-Posten eingesetzt werden kann. Es haben deshalb die Bau-Beamten nicht bloss die Quanten-Ziffern, sondern auch die Preise mit thunlichster Genauigkeit zu ermitteln; etwaige Zuviel-Forderungen verursachen mindere Schwierigkeiten als unzureichende Bemessung der Bau-Summen. Da verfassungsgemäss[5]) über die Verwendung aller Ausgaben jährlich zur Entlastung Rechnung zu legen ist, deren Vorprüfung und Kontrolle durch den Rechnungshof des Deutschen Reichs[6]) zu geschehen hat, so folgt weiter, dass sämmtliche Ausgabe-Posten mit derartigen Belägen versehen sein müssen, dass sich Anstände über deren Leistung nicht ergeben. Der leitende Bau-Beamte muss deshalb die einzelnen Rechnungen und Quittungen nach ihren Ansätzen und *in calculo* prüfen, über etwaige Abweichungen zwischen Anschlags- und Rechnungs-Preis sich äussern, die Gründe der eingetretenen Abweichung zwischen den Quantenziffern für Leistung oder Material in Anschlag und Rechnung aufklären und sich namentlich jeder Zahlungs-Anweisung über die bewilligten Summen hinaus enthalten, falls er nicht Erinnerungen des Rechnungshofes und damit persönlicher Verantwortlichkeit ausgesetzt sein will. Da der Rechnungshof überwiegend durch Mitglieder der preussischen Ober-Rechnungs-Kammer gebildet wird, haben naturgemäss die für die preuss. Staatsbauten geltenden Grundsätze bei dem Abrechnungs-Geschäfte Nachahmung gefunden, so dass man zur Aufstellung der Voranschläge und Rechnungslegung für Reichsbauten das preuss. Verfahren[7]) zweckmässig anwenden wird.

Die Zentral-Kassengeschäfte besorgt die Reichs-Hauptkasse, welche eine Geschäfts-Abtheilung der Reichsbank-Hauptkasse bildet.[8]) Auch für die Auszahlung an die Bauhandwerker und Arbeiter finden die preuss. Einrichtungen analoge Anwendung.

b. Der einzelnen Staaten.

α. Budget-Recht.

Die zu Staats-Bauzwecken verwendbaren Mittel müssen verfassungsgemäss alljährlich im voraus durch das Etats-Gesetz fest gestellt werden.[9]) Der genehmigte Etat bildet die bindende Form für die gesammte Verwaltung in Betreff der einzelnen Titel. Die Uebertragung etwaiger Ersparnisse eines Verwaltungs-Zweiges auf einen andern, ja sogar diese auf ein anderes Verwaltungs-Geschäft muss besonders vorgesehen sein. Ueberschreitungen bedürfen der nachträglichen Genehmigung.[10])

[1]) Näheres hierzu s. S. 159, 160. — [2]) Erl. v. 14. Juli 1879 (R. Ges. Bl. 196). — [3]) R. Ges. v. 21. Dezember 1871 §§ 13—33. — [4]) R. Verf. Art. 69 mit R. Ges. v. 29. Februar 1876. — [5]) R. Verf. Art. 72. — [6]) R. Ges. v. 4. Juli 1866 und 11. Februar 1875, nebst Instr. v. 5. März 1875 und 7. April 1877 (K. Bl. S. 157 bezw. 182.) Er ist eine unabhängige Behörde. — [7]) Vergl. hierzu S. 191 ff. — [8]) Bek. v. 1. Juni 1871 (R. Ges. Bl. S. 126) und 29. Dezember 1875 (C. Bl. 821.) mit Gesch.-Anw. v. 30. Dezember 1875 (Min. Bl. 1876 S. 64) und C. Reskr. v. 2. Juli 1878 (Min. Bl. 144. 146.) — [9]) Z. B. Pr. Verf.-Urk. Art. 99. — [10]) Z. B. Pr. Verf.-Urk. Art. 104.

Der Etat pflegt jährlich fest gestellt zu werden. [1]) Man unterscheidet dauernde und einmalige Ausgaben, welche getrennt aufzuführen sind. Die Ansprüche für Bau-Reparaturen pflegen unter den dauernden, diese für Neubauten unter den einmaligen (ausserordentlichen) aufgeführt zu werden. Mehr als die bewilligten Mittel sind nicht verfügbar. Machen sich Mehr-Aufwendungen nöthig, so muss Nachtrags-Bewilligung erfolgen; war die zu leistende Ueberschreitung dringend und unaufschiebbar, so muss nachträglich Indemnität erbeten werden. Da letzterer Weg für den Ressortchef, der das Gesuch beim Landtag zu vertreten hat, peinlich, überdies im Erfolg auch nicht immer sicher ist, erklären sich die wiederholten Verwaltungs-Vorschriften, welche darauf abzielen, [2]) Ueberschreitungen der bewilligten Baumittel abzuschneiden, und die Berechtigung eines scharfen Vorgehens [3]) gegen etwaige Kontravenienten.

Ueber die Verwendung der bewilligten Mittel ist am Schlusse des Rechnungsjahres Rechnung zu legen und Entlastung [4]) durch den Landtag herbei zu führen. Den Mittelpunkt für diese Rechnungslegung bildet in Preussen die Ober-Rechnungskammer, [5]) deren Mitglieder rechtlich den richterlichen Beamten gleich gestellt, also unabsetzbar [6]) sind. [7]) Sie hat die Rechnung über den Staatshaushalts-Etat zu prüfen und fest zu setzen, wobei ihr alle Provinzial- und Lokalbehörden in Angelegenheiten ihrer Verwaltung untergeordnet sind, und die dem Landtag vorzulegende Staatshaushaltungs-Rechnung mit ihren Bemerkungen zu versehen. Aus dieser Stellung der Ober-Rechnungskammer folgt die Nothwendigkeit, dass alle Ausgaben durch Anweisung der zuständigen Behörden zu rechtfertigen (justifiziren), die Ausgaben durch Beläge (Quittungen) zu beglaubigen, solche Beläge überdies, insoweit es sich um stattgehabte Lieferungen oder Leistungen handelt, bezüglich der Richtigkeit zu bescheinigen sind. [8])

Aus diesen Rechts-Verhältnissen ergiebt sich die verfassungsgemässe Nothwendigkeit zum Erlasse der vielfachen Verwaltungs-Vorschriften über das Verfahren bei Aufstellen von Bauplänen und Bauanschlägen, bei Aufstellen, Revision und Justifiziren der Schlussrechnungen sowie beim Führen etwaiger den Baubeamten übertragenen Kassengeschäfte, über deren Bestehen häufig geklagt wird.

β. Kassen-Verwaltung.

Die Kassen-Verwaltung findet für Preussen in der Generalstaats-Kasse ihren Mittelpunkt. Ihre sämmtlichen Einnahmen und Ausgaben gehen jedoch durch die Regierungs-Hauptkassen, welchen die Kreiskassen und verschiedene Spezial-Kassen, z. B. auch Baukassen, unterstellt sind. So weit den Baubeamten Kassen-Bestände anvertraut sind, haben sie hierbei das durch allgemeine, oder für den einzelnen Fall besonders gegebene Vorschriften geregelte Verfahren genau zu befolgen. Es muss der Gang des Kassengeschäfts genau nachgewiesen und der Stand der Kasse jederzeit ersichtlich gemacht werden können, weshalb jede Einnahme und Ausgabe sogleich in die Kassenbücher einzutragen ist, wonächst im Journal sämmtliche Einnahmen und Ausgaben nach der Zeitfolge zusammen zu stellen, sowie im Manual nach dem Verwaltungszweige, Etatstitel und im Kontobuche nach der Person des Einzahlenden oder Empfängers gesondert zu übertragen sind. Zum Nachweise des Kassenstandes dienen Kassen-Abschlüsse, welche in einstweilige oder schliessliche (Final-) Abschlüsse zerfallen. Die Zahlung kann nur auf Grund justifizirter Anweisungen geleistet werden, wenn man sich nicht der Gefahr aussetzen will, dass schliesslich nur eine geringere Summe angewiesen werde, als zur Auszahlung gelangte. Die vielfachen Anweisungen über die Führung von Baukassen, [9]) deren oben gedacht wurde, finden darin ihre staatsrechtliche Begründung.

γ. Der Bau-Entwurf. [10])

Aus staatswirthschaftlichen Gesichtspunkten empfiehlt es sich, dass die Einnahmen und Ausgaben des Staats in möglichste Uebereinstimmung gebracht,

[1]) In Preussen v. 1. April bis 31. März nach Ges. v. 26. Juni 1876 u. C.-Reskr. v. 25. Novbr. 1877. — [2]) Z. B. für Preussen bei v. Rönne. A. a. O. S. 367 ff. — [3]) Z. B. durch Zurücksetzen bei der Beförderung. M. s. v. Rönne. A. a. O. S. 374. — [4]) z. B. Pr. Verf.-Urk. Art. 104. — [5]) Pr. Verf.-Urk. Art. 104 mit Ges. v. 27. März 1872. Auch andere Staaten haben höchste Rechnungsbehörden. — [6]) Ges. v. 27. März 1872 §§ 2—6 und 9. April 1879 §§ 4, 14. — [7]) Die von ihm beobachteten Rechtsgrundsätze werden jährlich im Eisenbahn-Verordnungs-Blatt veröffentlicht. — [8]) Vergl. auch S. 191—198 — [9]) Bei v. Rönne A. a. O. S. 452 ff. — [10]) M. s. die Einzelnheiten und die einschlägige Litteratur dazu oben S. 159 ff.

namentlich erstere nicht durch letztere überschritten werden. Da nun bei der gegenwärtigen Finanzlage der deutschen Staaten vielfach eine besonnene Sparsamkeit geboten ist, würden auch Staats-Bauwerke schwerlich auf Genehmigung der Landtage rechnen können, wenn solche nur auf Kosten einer Vermehrung der Staatsschuld herstellbar und dabei zur Zeit vielleicht sogar noch entbehrlich sein sollten. Diese Erwägungen liegen denjenigen zahlreichen Verwaltungs-Vorschriften [1]) zu Grunde, welche auf möglichste Ersparung bei Ausführung von Staatsbauten abzielen und in ihrer Fassung vielfach zu Missverständnissen geführt haben, indem vereinzelt geglaubt wird, dass die Ersparung auf Kosten der Qualität und Brauchbarkeit des Bauwerks eintrete. [2])

Umgekehrt hat der Staat das fernere wesentliche Interesse, dass die einmal geleistete Ausgabe für möglichst lange Zeit geleistet sei, also erst thunlichst spät wiederkehre. Deshalb sind die Staats-Bauwerke einer regelmässigen zeitweisen Revision nach ihrer Reparatur-Bedürftigkeit zu unterziehen, damit Ausbesserungen möglichst noch mit geringem Kostenaufwande bewerkstelligt werden können und nicht erst die Schäden sich vergrössern, damit aber Mehraufwendungen entstehen. Damit fällt die weitere Fürsorge zusammen, thunlichst die beste Ausführungszeit zu wählen und deshalb auch die Vorarbeiten derart zu fördern, [3]) dass die günstigste Bauzeit nicht versäumt werde. Nicht minder ist hierauf die Fürsorge für thunlichste Vermeidung der Feuersgefahr zurück zu führen. [4])

δ. Formelle Behandlung der Staats-Bauausführungen.

Aus Rücksichten einer leichteren Sachbehandlung hat man sich veranlasst gesehen, möglichst gleichmässige und übersichtliche Vorlagen zu erzielen. Hieraus entstanden Instruktionen zur formellen Behandlung der Landbau-Projekte. [5]) Durch solche sind nicht blos die bei Bauanschlägen in Anwendung zu bringenden Maasse vorgeschrieben, sondern es ist fernerweit auch das Eingehen auf einschlägige Verhältnisse, wie z. B. Beschaffenheit des Baugrundes, Verwendbarkeit des Abbruchmaterials, Verfügbarkeit von Bauholz, Mittel aus dem Erlöse alter Materialien, Eingang von Brandentschädigungs-Geldern angeordnet worden.

Ueberwiegend nur bei Reparaturbauten pflegt die Ausführung auf Rechnung zu geschehen, während Neubauten fast ausnahmslos im Verdingungs-Verfahren hergestellt werden. [6])

Da bei verschiedenen Arten von Bauwerken, wie Kirchen, Schulen, Beiträge von den Gemeinden zu leisten sind, so haben bei solchen letztere mit zu sprechen und hat eine Vorerörterung über die beiderseitige Beitragspflicht voran zu gehen.

Eine Anzahl Verwaltungs-Vorschriften empfehlen den Baubeamten die Berücksichtigung der Beschäftigung der arbeitenden Klassen [7]), bezw. von Strafgefangenen [8]) durch deren Verwendung bei öffentlichen Bauten, sowie die Berücksichtigung der Erwerbs-Verhältnisse der Handwerker [9]) bei Ausführung öffentl. Bauten, während zahlreiche andere Vorschriften keine allgemeinere Bedeutung besitzen.

c. Gemeinde-Bauten.

Ihre Ausführung kann nur mit Genehmigung des Gemeinde-Vorstandes und der Gemeinde-Vertretung geschehen, indem letztere die Geldbewilligung ausgesprochen hat. Gemeinüblich befolgen die Gemeinde-Behörden in ihren Anforderungen über Form der einzureichenden Bauprojekte und Erläuterungs-Berichte, die Bauausführungs-Art, das Bauvergebungs-Verfahren, das Abrechnungs-Wesen, die Bau-Abnahme und die Justifikation der Baurechnung die bewährten Grundsätze der Staatsverwaltungs-Behörden, so dass im wesentlichen die dort erforderten Vorlagen und Leistungen von den hier vorgeschriebenen nur wenig abweichen. Ein weiteres Eingehen auf die bei Ausführung von Gemeindebauten üblichen Grundsätze ist deshalb überflüssig.

[1]) Z. B. bei v. Rönne. Die Bau-Polizei des preuss. Staates. — [2]) Die zu beobachtenden staatswirthschaftlichen Grundsätze bei Staatsbauten sind des weitern bei C. Hilse, Vorlesungen über Bauwirthschaftslehre, Th. II Kap. 4. (Die Staats-Bauwirthschaft) entwickelt. — [3]) v. Rönne. A. a. O, S. 375 ff. — [4]) C.-Erl. v. 21. Aug. 1884 u. v. 6. Okt. 1884 Zentr.-Bl. d. Bauverwltg. 1884, No. 36, bezw. 42. — [5]) M. s. für Preussen C.-Erl. v. 26. Mai 1871 (Min.-Bl. S. 176) und v. Rönne. A. a. O. S. 375 ff. Vergl. auch S. 46 ff. u. 58. — [6]) Vergl. S. 159 ff. — [7]) Z. B. C.-Reskr. v 21. November 1851. (Min.-Bl. S. 310). — [8]) Pr. Ges. v. 11. April 1854 mit C.-Erl. v. 21. April 1855 (Min.-Bl. 55). — [9]) C.-Reskr. v. 6. Mai 1845 und 10. Januar 1851 bei v. Rönne. Gewerbe-Polizei I. S. 284.

IV. Erhaltung geschichtlicher Denkmäler.

Die Beschädigung, Wegnahme von Statuen und Denkmälern, die auf öffentlichen Plätzen errichtet waren, ist ohne obrigkeitliche Erlaubniss verboten.[1] Vielfache Zuwiderhandlungen haben Verwaltungs-Vorschriften[2] veranlasst, welche die Erhaltung alter Kunstgegenstände, Denkmäler und geschichtlichen Merkwürdigkeiten bezwecken. Die Sorge hierfür ist in Preussen dem Ministerium für g., U. u. Med. Angel. übertragen, in dessen Ressort dafür eine eigene Stelle (Konservator der Kunstdenkmäler) in 1844 geschaffen ist.[3] Zur Förderung der Geschäfts-Erledigung ist den Baubeamten ein Verkehr mit dem Konservator durch Vermittelung der Regier.-Bauräthe gestattet. Den Staats-Baubeamten liegt es ob, der Vernachlässigung von Kunstgegenständen durch rechtzeitige Anzeige vorzubeugen und vor dem Abbruch von Bauwerken, die ein kunstgeschichtl. Interesse haben könnten, so zeitig Meldung zu machen, dass Maassregeln zur Erhaltung getroffen werden können.

D. Das Baupolizei-Recht.

Litteratur: C. Hilse. Das Baupolizei-Recht Deutschlands in seiner heutigen Gültigkeit. — Baumeister. Normale Bauordnung nebst Erläuterungen, Wiesbaden 1880.

I. Inhalt und Wesen.

Die den Ausfluss des Eigenthum-Rechts am Grund und Boden bildende Bau-Freiheit des Einzelnen kann zum öffentlichen Schaden ausschlagen. Dem vorzubeugen, also Nachtheile für das Gemeinwesen aus der Handlung des Einzelnen abzuwenden, ist der Staat naturrechtsgemäss[4] befugt. Er hat deshalb auch darauf zu sehen, dass auszuführende oder bestehende Bauwerke nicht gegen die öffentliche Ordnung, Sicherheit, Gesundheit verstossen, und es muss der Einzelne, weil das Gemeinwohl Aller seinem Sonderwohl vorgeht, mit seinen Interessen nachstehen. Damit ist eine behördliche Einmischung in Bau-Angelegenheiten gerechtfertigt. Da nun aber die vorbeugende Abwehr der durch Natur-Ereignisse oder Rechts-Verletzungen herbei zu führenden Gefahren und Nachtheile die Aufgabe der Polizei ist, konnte die Aufsicht über die Bauten nur der Polizei zugetheilt werden. Indem ferner der Gemeinwille auf die verfassungsgemäss vorgesehene Weise rechtsverbindlich zum Ausdruck kommen soll, so ist die Aufstellung von Grundsätzen nöthig, nach denen Kollisions-Fälle zu erledigen sind, sowie eines bezüglichen Verfahrens. Der Inbegriff dieser Grundsätze macht den Inhalt des Baupolizei-Rechts aus. Dasselbe giebt also die Richtschnur, unter welchen Umständen und bis zu welchem Umfange bei Bau-Ausführungen ein Eingriff der Polizei zulässig ist.

II. Gesetzliche Unterlage.

In Deutschland besteht ein einheitliches Baupolizei-Recht auf Grund der Gewerbe-Ordnung und ihrer Ergänzungen blos für gewisse gewerbliche Anlagen.[5] In Betreff der sonstigen Bauwerke ist man auf die Landes-Gesetzgebungen angewiesen, welche dabei verschiedene Wege gegangen sind. Einzelne, wie Baden[6], Bayern[7], Braunschweig[8], Bremen[9], Hamburg[10],

[1] Z. B. A. L.-R. I. 8 § 35. — [2] M. s. dieselben bei v. Rönne. A. a. O. S. 612 ff. — [3] Den Umfang seiner Geschäftsthätigkeit bestimmt die Instr. v. 24. Januar 1844. (Min.Bl. 39). — [4] Vergl. oben S. 218, 292. — [5] R.-Gew.-O. §§ 16. ff. — [6] Verordn. v. 5. Mai 1869. Sie giebt in 57 Paragraphen allgemeine Vorschriften über die Ausführung von Bauten und behält in Abschnitt III weitere Bestimmungen den örtlichen Bauordnungen vor. Neben ihr gelten: Ges. v. 20. Februar 1868 über die Baufluchten; Gew,-Ges. § 7, Pol. Str.-G.-B. §§ 108, 110, 114, während die baurechtlichen Bestimmungen im Bad. L.-R. §§ 653—682 enthalten sind. — [7] Kgl. V. v. 30. August 1877 die allg. Bauordnung betreffend, enthält 100 Paragraphen. Sie gilt seit 12. Oktober 1877, in den Landestheilen rechts des Rheins mit Ausschluss von München, wo eine besondere Bauordnung vom 2. Oktober 1879 besteht, während links des Rheins ältere Gesetze gelten. Die neben ihr in Kraft gebliebenen gesetzlichen und Verwaltungs-Satzungen sind am vollständigsten zusammen gestellt in: Das Bauwesen im Königreich Bayern (Bamberg 1878. II. Aufl.) Unter d. 19. September 1881 ist demnächst eine neue Verordnung betr. die allgemeine Bauordnung erlassen worden. — [8] Bau-Ordnung v. 15. Juni 1876, nebst Anweisung zu deren Durchführung v. 20. Dezember 1876. Die §§ 53—61 enthalten privatrechtliche Vorschriften, während die übrigen Satzungen lediglich baupolizeilicher Natur sind — [9] Ges. v. 15. August 1883, welches seit 1. Januar 1884 im Land- und Stadt-Gebiet Bremen gilt. Es enthält in 163 Paragraphen neben dem Polizeirecht auch vereinzelt materielle Bestimmungen. — [10] Das unter dem 23. Juni 1882 erlassene Bau-Polizeigesetz enthält in 134 Paragraphen überwiegend nur baupolizeiliche Grundsätze, hat in den Vororten nur provisorische Giltigkeit und die Bestimmungen des Ges. v. 21. Juni 1875 betr. die Anlegung von Sielen und neuen Strassen von Privatpersonen, sowie die Verord. v. 26. November 1876 betr. das Ausfahren von Baugründen mit aufgenommen.

Hessen[1]), Lübeck[2]), Sachsen Königreich[3]) und Grossherzogthum,[4]) sowie die Herzogthümer Sachs.-Gotha[5]) und Sachs.-Meiningen[6]) Württemberg[7]), haben selbständige Baupolizei-Ordnungen erlassen; andere, darunter auch Preussen[8]) sich an der Aufstellung einer Anzahl polizeigesetzlicher Bestimmung für das Baufach genügen lassen[9]), die weitere Ausbildung jedoch den Verwaltungsbehörden im Wege der Verwaltungs-Verordnungen anvertraut. Dass es unter solchen Umständen zu Ungleichheiten auf dem Gebiete des Baupolizeiwesens nicht allein zwischen den einzelnen Ländern, sondern sogar zwischen benachbarten Ortschaften innerhalb desselben Landes kommen musste, ist nicht zu verwundern. In dieser Beziehung geht es indess so weit, dass die nämliche Einrichtung, welche für einen Ort polizeilich geboten, im Nachbarorte unzulässig und polizeilich verboten sein kann.[10]) Dadurch erwächst für die Bautechniker und Baubeamten die schwierige und verantwortliche Aufgabe, vor Herangehen an den Bau-Entwurf sich mit den baupolizeilichen Vorschriften des Ausführungs-Orts bekannt zu machen.[11]) Denn es ist bereits so weit gekommen, dass nicht allein die verschiedenen Verwaltungs-Bezirke desselben Staats besondere Bau-Polizei-Ordnungen bald für Städte und das platte Land gemeinsam, bald für beide getrennt besitzen, sondern daneben innerhalb desselben Bezirks für einzelne Städte oder Ortschaften besondere Bau-Ordnungen auf gesetzlich geordnetem Wege entstanden sind und damit Geltung erlangt haben.[12])

1) Ges. v. 30. April 1881, die allgemeine Bauordnung betreffend, behandelt in 82 Artikeln nur diejenigen Einschränkungen der Bau-Befugniss, welche im öffentlichen Interesse geboten sind, enthält also nur die Baupolizei und zwar in 4 Titeln: 1. Bauberechtigung. 2. Anlage der Orte und Ortsstrassen. 3. Von den für die einzelnen Bauten maassgebenden polizeilichen Bestimmungen: a. allg. Bestimmungen (Art. 23—28). b, von der Stellung und Lage der Bauten zu den Strassen und benachbarten Grundstücken (Art. 29—39). c. Konstruktion der Bauten (Art. 40—61). 4. Zuständigkeit der Behörden und Verfahren in Bausachen. Durchweg sind viele Einzelheiten den Orts-Baustatuten und Lokal-Polizeireglements vorbehalten.

2) Durch die seit dem 1. Juli 1881 in Geltung getretene Bauordnung für Lübeck nebst Vorstädten und Travemünde sind die Bauordnungen v. 1. März 1865, 3. August 1867, 5. Juni 1871 sammt Nachträgen aufgehoben. Jene beschränkt sich auf das Baupolizei-Recht.

3) Hier haben die beiden für Stadt und Dörfer in 71 bezw. 65 Paragraphen gesondert erlassenen Baupol. Ordn. v. 27. Februar 1869 allgemeine landesgesetzliche Vorschriften geschaffen, welche fast ausnahmslos polizeilicher Natur sind und nur vereinzelt in das materielle Recht übergreifen. Sie sind ergänzt durch V. v. 28. Dezember 1871 betreffend die Betheiligung der Medizinalbehörden bei der Handhabung der Baupolizei und V. des Kultusministerium v. 3. April 1873, die Anlage und innere Einrichtung der Schulgebäude betreffend.

4) Ges. v. 11. Mai 1869 nebst Nachtrag v. 6. Juli 1881. Durch letzteren wurden vom 1. Januar 1883 ab alle ortsgesetzlichen Bestimmungen beseitigt, welche bis dahin gegolten hatten. Dazu ist eine umfangreiche Ausführungs-Verordnung unter dem 7. Juli 1881 erlassen. Ausserdem ist unter dem 4. September 1875 eine Instruktion zur Aufstellung und Ausführung von Orts-Bauplänen und Wiederherstellungs-Plänen erlassen.

5) Seit dem 1. März 1882 gilt die aus §§ 1—99 bestehende, auf dem Ges. v. 23. Januar und der V. v. 18. Februar 1882 beruhende Bauordnung.

6) Für die Ortschaften des platten Landes des Herzogthums Sachsen-Altenburg ist unter dem 19. März 1878 eine B. P. O. gesetzlich erlassen, zu der eine Ausführ.-Verordn. v. 3. Mai 1878 erschienen ist, während für Sachsen-Meiningen noch heute die Verordn. vom 2. October 1833 die Vorlegung der Baurisse (welche durch eine Bekanntmachung des Staatsministeriums vom 28. Febr. 1853 erläutert worden ist, und deren Revision betrifft, die Grundlage des B. P. R. bildet.

7) Bau-Ordn. v. 6. Oktober 1872. Seit 1. Januar 1873 in Wirksamkeit behandelt sie in 95 Artikeln den Stoff nach folgenden Gesichtspunkten: 1. Von der Bauberechtigung und den Bauvorschriften im allgemeinen. 2. Von der Anlage der Orte und Ortstrassen. 3. Von den für die einzelnen Bauten maassgebenden Bestimmungen: a. Allgemeine Bestimmungen; b. Stellung und Lage der Bauten; c. Konstruktion der Bauten. 4. Die nachbarrechtlichen Bestimmungen. 5. Zuständigkeit der Behörden und Verfahren in Bausachen. Sie enthält vorwiegend baupolizeiliche Vorschriften und nur in dem Abschnitt III, nachbarrechtliche Bestimmungen betitelt, in den Art. 56—73 einschl. finden sich baurechtliche Prinzipien, und zwar die durch Gesetz begründeten Eigenthums-Beschränkungen zum Besten der Nachbarn. Daneben ist noch eine Kgl. V. v. 16. Dezember 1872 erlassen über die Zuständigkeit der Regier.-Behörden in Baupolizei-Sachen, sodann eine minist. Verf. v. 26. Dezember 1872 über Feuerungs-Einrichtungen: schliesslich gilt selbstständig daneben die Kaminfege-Ordn. v. 27. Mai 1868.

8) A. L.-R. I. 8 §§ 65 ff. mit Ges. v. 11. März 1850 §§ 6, 12 und einer fast unübersehbaren Anzahl vom Verwaltungs-Bestimmungen.

9) Solches trifft auch für Oldenburg zu, indem die vom Staatsministerium bestätigte Baupolizeiordnung für die Stadt Oldenburg, welche in 88 Artikel zerfällt, nur eine örtliche Bedeutung und keineswegs die Eigenschaft eines oldenburgischen Landesgesetzes hat.

10) Z. B. zwischen Berlin und Charlottenburg das Tonnen- und Schwemm-System. M. s. den Fall Baugewerks-Ztg. 1883 S. 369.

11) Deshalb ist § 5 der Normativ-Bestimmungen sehr zweckmässig. S. oben S. 322.

12) Die Aufzählung für Preussen bei v. Rönne, Baupolizei S. 858 ff., ist ungeachtet ihrer Reichhaltigkeit unvollständig. Es treten namentlich hinzu: die allg. Grundsätze in der Verf. v. 19. Dezbr. 1880, sowie die B. P. O. für Schleswig-Holstein v. 14. Mai 1875, Brandenburg (St.) v. 26. Januar bezw. 18. Februar 1872 (Land), Z. E. v. 15. März bezw. 23. Mai 1872, Pommern v. 5. Novbr. 1880.

III. Strafrechtliche Verantwortlichkeit.

Aus dem Zustandekommen und dem Besitz von Bauwerken kann neben der zivilrechtlichen[1]) eine strafrechtliche Verantwortlichkeit entstehen. Sie ist bald eine solche des Bauherrn allein, bald des Bautechnikers allein, bald beider gemeinsam. Sie beruht entweder auf dem Reichsrecht[2]), oder auf der Landes-Gesetzgebung.[3])

a. Das materielle Recht.

Die Darstellung beschränkt sich auf diejenigen Fälle der Strafbarkeit, welche ausschliesslich bei, oder durch Ausführung von Bauwerken sich ereignen können. Es sind hier hervor zu heben:

α. Die strafrechtliche Fahrlässigkeit bei Bau-Ausführungen.

Wer durch Fahrlässigkeit den Tod oder die Körper-Verletzung eines Menschen verursacht, wird strenger bestraft, wenn er zu der Aufmerksamkeit, welche er aus dem Auge setzte, vermöge seines Berufs oder Gewerbes besonders verpflichtet war[4]); und zwar kann die Strafe bis auf 5 bezw. 3 Jahre Gefängniss erhöht werden. Ueberdies tritt die Verfolgung von Amts wegen ein, so dass auf die Bestrafung nicht verzichtet werden kann.[5]) Im Falle der Körper-Verletzung kann überdies auf eine an den Beschädigten zu zahlende Busse erkannt werden.[6])

Die Rechtsprechung hat stetig und überein stimmend sich zu dem Grundsatze bekannt, dass Bau-Techniker und Bau-Handwerker durch ihren Beruf und ihr Gewerbe zu einem besondern Grade von Aufmerksamkeit, und namentlich zur gewissenhaftesten Beobachtung der polizeilichen Sicherungs-Maassregeln verpflichtet seien, so dass gegen sie die strengeren Strafen einzutreten hätten. Allerdings hat man vereinzelt — jedoch ohne haltbaren Grund — auszuführen versucht, dass diese strengere Verantwortlichkeit nur bei geprüften, bezw. solchen Bau-Technikern oder Bau-Handwerkern, welche einen ordnungsmässigen Lehrgang durchgemacht hätten, Platz greife, dagegen bei solchen Bau-Unternehmern ausgeschlossen sei, welche ohne technische Kenntniss Bauten ausführen. Eine solche Unterscheidung ist mit der Freiheit des Baugewerbe-Betriebes unverträglich und würde zu einer Besserstellung der technisch Unvorgebildeten vor den technisch Gebildeten führen, indem erstere eine geringere Verantwortlichkeit hätten, was füglich nicht hat bezweckt werden sollen, weil es gewissermaassen sich zur Belohnung des Leichtsinns und der Lernfaulheit gestalten würde.

β. Verstoss gegen die Regeln der Technik.

Unabhängig davon, ob dadurch Tödtungen oder Körper-Verletzungen eingetreten sind, wird Derjenige mit Geldstrafe bis zu 900 M. oder mit Gefängniss bis zu 1 Jahr bedroht, wer bei Leitung oder Ausführung eines Baues wider die allgemein anerkannten Regeln der Baukunst dergestalt handelt, dass hieraus Gefahr für Andere entsteht.[7]) Es ist streitig, ob die Bestrafung ausgeschlossen, so lange noch keine Gefahr eingetreten ist, bezw. ob sie schon bei mittelbarer Gefahr, wenn z. B. Erkrankung durch Bewohnen ungesunder Räume vorliegt, zulässig sei, oder ob unmittelbare Gefahr erfordert wird. Jedenfalls wird jedoch für die Bestrafung nicht erfordert, dass es zu einem Schaden für Leben und Gesundheit gekommen ist, so dass wegen Verstoss gegen die Regeln der Baukunst allemal noch wird verurtheilt werden können, wenn wegen fahrlässiger Tödtung oder Körper-Verletzung Anklage ausgeschlossen ist. Denn es kann eine Vermögens-Beschädigung eintreten, also dadurch eine Benachtheiligung geschaffen sein. Ausserdem spricht das Gesetz nur von der Gefahr, nicht aber von der Nothwendigkeit eines durch sie hervor gerufenen nachtheiligen Erfolgs.

γ. Sach-Beschädigung.

Auch der Strafe der Sach-Beschädigung kann man gelegentlich der Bau-Ausführung verfallen, wenn man, wie leider vielfach geschieht, bei Ausführung eines

[1]) s. oben B. VIII. S. 330 u. VII. c. S. 319. — [2]) St. G. B. §§ 222, 230, 303, 305, 330, 366—369. — [3]) z. B. Bayern, Pol. Str. G. B. v. 26. Dezember 1871 §§ 73, 101—105; Braunschweig, B. O. § 83; Hamburg, B. O § 146; Lübeck, §§ 82, 83· Sachsen, v. 6. Juli 1865 § 8 ff. mit Ausf.-Verordn. §§ 46 ff.; Sachs.-Altenburg, Ges. v. 19. Mai 1878 §§ 55—59, V. v. 3. Mai 1878 § 3, Abs. 4; Sachs.-Weimar, Ges. v. 11. Mai 1869 § 8; Württemberg, B. O. Art. 20, 93 und Pol. Str.-Ges. Art. 30, 32. M. vergl. Oldenburg, B. O. 87 u. für Preussen Brandenburg (St.) § 66, (L.) § 28; Berlin, § 118. — [4]) St. G. B. §§ 222, 230. — [5]) St. G. B. § 232. — [6]) St. G. B. § 231. — [7]) St. G. B. § 330.

Bauwerks den vorhandenen angrenzenden Baulichkeiten nicht genügende Aufmerksamkeit zuwendet. Einer Sach-Beschädigung macht sich nämlich Der schuldig, welcher vorsätzlich und rechtswidrig eine fremde Sache beschädigt oder zerstört [1]), bezw. ein Gebäude [2]) ganz oder theilweise zerstört [3]); und zwar ist in ersterem Falle Geldstrafe bis 900 M. oder Gefängniss bis zu 2 Jahren, im letztern Gefängniss nicht unter 1 Monat auszusprechen. Nicht selten kommt es vor, dass Bautechniker das Stützen oder Unterfahren der Nachbar-Gebäude unterlassen, ja dass sie sogar, wenn das nachbarliche Fundament-Mauerwerk ihrer Ansicht nach über die Grundstücks-Grenze hinweg auf die ihrerseits zu bebauende Flucht herüber ragt und so ihnen für die Fundamentirung ein Hinderniss bietet, solches eigenmächtig abstemmen. Da ihnen hierzu ein Rechtstitel selbst dann noch fehlt, wenn thatsächlich nachbarlicherseits eine Grenz-Ueberschreitung vorliegen würde — indem eigenmächtige Selbsthülfe nicht erlaubt ist — andererseits aber zweifellos ihre Handlung eine vorsätzliche ist, welche, wie sie sich sagen müssen, die Bestands-Fähigkeit des Nachbar-Grundstücks arg zu erschüttern vermag, ist in einem derarten Verhalten der Thatbestand einer Sach- bezw. GebäudeBeschädigung gegen sie feststellbar.

δ. Störung der öffentlichen Ordnung.

Mit niedern oder höheren Geldstrafen, denen im Unvermögensfalle Haft substituirt werden kann, werden verschiedene Uebertretungen der öffentlichen Ordnung, wie solche bei Bau-Ausführungen leicht vorkommen können, bedroht. [4]) Den Landesgesetzgebungen war es vorbehalten, im Rahmen ihrer Zuständigkeit die einschlagenden Straffälle zu vervielfältigen. Für die Aufrechterhaltung der hier getroffenen Sicherungs-Maassregeln sind sowohl die Bauherrn, als deren Baumeister und Bauhandwerksleute strafrechtlich verantwortlich. Solches geht schon aus dem Gesetze hervor, wird indess vereinzelt noch ausdrücklich ausgesprochen. [5]) Es ist auch nicht ungerecht, wie Einzelne meinen [6]), weil die Bauverständigen durch ihre Erfahrungen über diejenigen öffentlichen Interessen, die bei einer Bau-Ausführung

[1]) St. G. B. § 303. — [2]) St. G. B. § 305.

[3]) Die im St. G. B. §§ 308. 309 vorgesehene Brandstiftung gehört nicht in das Bereich der Verantwortlichkeit bei Bau-Ausführungen, wohl aber die Beschädigung der Telegraphen- bezw. Telephon-Leitungen aus St. G. B. § 317, 318.

[4]) St. G. B. §§ 366 No. 8—10, 367 No. 12—15, 368 No. 3, 48; R.-Gew.-O. § 147. Frankfurt a. M. Erlass v. 1884. In Berlin hat man neuerdings versucht gegen die bei Ausschachtungs-Arbeiten beschäftigten Fuhrleute aus St. G. B. § 360 No. 13 wegen grober Misshandlung von Thieren vorzugehen. In Hamburg besteht ein Gesetz v. 6. Dez. 1875. Die erst erwähnten Strafbestimmungen lauten:

§ 366 Mit Geldstrafe bis zu 60 M. oder mit Haft bis zu 14 Tagen wird bestraft: 8. wer nach einer öffentlichen Strasse oder nach Orten hinaus, wo Menschen zu verkehren pflegen, Sachen, durch deren Umstürzen oder Herabfallen Jemand beschädigt werden kann, ohne gehörige Befestigung aufstellt oder aufhängt, oder Sachen auf eine Weise ausgiesst oder auswirft, dass dadurch die Vorübergehenden beschädigt oder verunreinigt werden können; 9. wer auf öffentlichen Wegen, Strassen oder Plätzen Gegenstände, durch welche der freie Verkehr gehindert wird, aufstellt, hinlegt oder liegen lässt; 10. wer die zur Erhaltung der Sicherheit, Bequemlichkeit, Reinlichkeit und Ruhe auf den öffentlichen Wegen, Strassen und Plätzen erlassenen Polizeiverordnungen übertritt.

§ 367. Mit Geldstrafe bis zu 150 M. oder mit Haft wird bestraft: 12. wer auf öffentlichen Strassen, Wegen oder Plätzen, auf Höfen, in Häusern und überhaupt an Orten, an welchen Menschen verkehren, Brunnen, Keller, Gruben, Oeffnungen oder Abhänge dergestalt unverdeckt oder unverwahrt lässt, dass daraus Gefahr für Andere entstehen kann; 13. wer trotz der polizeilichen Aufforderung es unterlässt Gebäude, welche dem Einsturz drohen, auszubessern oder nieder zu reissen; 14. wer Bauten oder Ausbesserungen von Gebäuden, Brunnen, Brücken, Schleusen oder andern Bauwerken vornimmt, ohne die von der Polizei angeordneten oder sonst erforderlichen Sicherungsmassregeln zu treffen; 15. wer als Bauherr, Baumeister oder Bauhandwerker einen Bau oder eine Ausbesserung, wozu die polizeiliche Genehmigung erforderlich ist, ohne diese Genehmigung, oder mit eigenmächtiger Abweichung von dem durch die Behörde genehmigten Bauplan ausführt oder ausführen lässt.

§ 368. Mit Geldstrafe bis zu 60 M. oder mit Haft bis zu vierzehn Tagen wird bestraft: 3. wer ohne polizeiliche Erlaubniss eine neue Feuerstätte errichtet oder eine bereits vorhandene an einen andern Ort verlegt; 4. wer es unterlässt. dafür zu sorgen, dass die Feuerstätten in seinem Hause in baulichem und brandsicherem Zustande unterhalten, oder dass die Schornsteine zur rechten Zeit gereinigt werden; 8. wer die polizeilich vorgeschriebenen Feuerlösch-Geräthschaften überhaupt nicht, oder nicht im brauchbaren Zustande hält, oder andere feuerpolizeiliche Anordnungen nicht befolgt.

R. Gew, O. § 147. Mit Geldstrafe bis zu 300 M. und im Unvermögensfalle mit Haft wird bestraft: 2. wer eine gewerbliche Anlage, zu der mit Rücksicht auf die Lage oder Beschaffenheit der Betriebsstätte oder des Lokals eine besondere Genehmigung erforderlich ist, ohne diese Genehmigung errichtet, oder die wesentlichen Bedingungen, unter welchen die Genehmigung ertheilt worden, nicht inne hält, oder ohne neue Genehmigung eine wesentliche Veränderung der Betriebsstätte, oder eine Verlegung des Lokals, oder eine wesentliche Veränderung in dem Betriebe der Anlage vornimmt.

[5]) Z. B. Württemberg, B. O. Art. 20. — [6]) Z. B. Wildungen. A. a. O. S. 23.

zu wahren sind, viel besser unterrichtet sein müssen, als der unerfahrene Bauherr, so dass ihnen gewissermassen die Pflicht auferlegt werden kann, von Annahme eines Auftrags abzustehen, durch welchen eine Interessen-Verletzung eintreten kann. Die Strafverfolgung derartiger polizeilicher Uebertretungen verjährt in 3 Monaten.[1])

b. Das Verfahren.

Für die Bestrafung der vorgedachten Straffälle besteht ein zweifaches Verfahren.

α. Das ordentliche Verfahren.

Dasselbe vollzieht sich bei den ordentlichen Gerichten[2]), welche für die Erledigung von Strafsachen besondere Einrichtungen haben. Bei den Amtsgerichten[3]), welche für die leichtern Straffälle in 1. Instanz zuständig sind, wird die Entscheidung durch die Schöffengerichte gefällt.

Bei den Landgerichten bestehen besondere Strafkammern, welche für schwerere Straffälle in 1. Instanz mit 5 Mitgliedern, und als Berufungs-Instanz[4]) für die Urtheile der Schöffengerichte mit 3 Mitgliedern zu besetzen sind. Es ist auch zulässig am Sitze grösserer Amtsgerichte besondere Strafkammern einzurichten.[5])

Bei den Oberlandesgerichten werden in besonderen Straf-Senaten die Revisionen[6]) gegen die Berufungs-Urtheile der Landgerichte in Schöffengerichts-Sachen durch 5 Mitglieder und beim Reichsgericht[7]) in Straf-Senaten die Revisionen gegen landgerichtliche Strafurtheile 1. Instanz entschieden.

Das Verfahren gestaltet sich in der Art, dass auf Grund eines schriftlichen Antrags der Staatsanwaltschaft oder Amtsanwaltschaft, welcher Anklage[8]) genannt wird, die Versetzung des Beschuldigten in den Anklagestand beschlossen[9]), demnächst ein Verhandlungs-Termin anberaumt und auf Grund einer mündlichen öffentlichen Verhandlung[10]), in welcher der Angeklagte zu hören ist und die Beweise zu erheben sind, das Urtel gefällt und verkündet wird. Zur Einlegung der Rechtsmittel[11]) besteht nur eine 7 tägige Frist vom Tage der Urtels-Verkündung. Durch die beiden Theilen zustehende Einlegung wird die höhere Instanz mit der Sache befasst und bewirkt, dass die Straf-Vollstreckung vorläufig ausgesetzt bleibt.

Bei der Berufung darf man neue Thatsachen anbringen; die Revision ist nur wegen Verletzung von Rechtsgrundsätzen oder Form-Vorschriften zulässig.

Das Recht der Vertheidigung ist ein sehr weites[12]). In der Auswahl ist man keineswegs auf die Anwälte angewiesen, welche bei dem Urtels-Gericht zugelassen sind, sondern darf namenllich auch Rechtslehrer[13]) an deutschen Hochschulen, worunter auch die der technischen einbegriffen sind[14]) wählen.

Sehr schwere Straffälle kommen vor Schwurgerichten[15]) zur Aburtheilung, wo 12 Laien über die Schuld-, 3 Richter über die Rechtsfrage entscheiden.

β. Besondere Verfahrens-Arten.

In dem Umfange, welchen die Landesgesetze bestimmen, können die Polizei-Behörden[16]) die angedrohten Strafen in Uebertretungs-Fällen vorweg durch Verfügung fest setzen. Auch ist in allen zur Zuständigkeit der Schöffengerichte gehörigen Sachen, auf Antrag der Staatsanwaltschaft der Erlass eines richterlichen Strafbefehls ohne vorgängige Verhandlung zulässig, sofern keine andere Strafe als Geldstrafe von 150 M. oder Freiheitsstrafe von höchstens 6 Wochen, sowie eine etwa verwirkte Einziehung fest gesetzt wird. Gegen die Straf-Festsetzungen letzterer Art ist binnen 1 Woche seit der Zustellung Einspruch, welcher schriftlich oder zu Protokoll des Gerichtsschreibers erklärt werden kann, gegen diese der erstern Art[17]) der Antrag auf gerichtl. Entscheidung zulässig. In beiden Fällen kommt es zur richterl. Verhandlung vor den Schöffengerichten; diese sind bei der Urtheilsfällung an den im Strafbefehl enthaltenen Ausspruch nicht gebunden[18]).

Ausbleiben des Angeklagten in der Hauptverhandlung zieht das Verwerfen des Einspruchs durch Urtheil nach sich. Ist es zu einer materiellen Entscheidung gekommen, so können noch Berufung[19]) und Revision eingelegt werden.

[1]) St. G. B. § 67 Abs. 3. — [2]) S. oben S. 246 ff. — [3]) G. V. G. §§ 25—57. — [4]) St. P. O. §§ 354—373. — G. V. G. §§ 72—77. — [5]) G. V. G. § 78. — [6]) St. P. O. § 374—398. — G. V. G. §§ 120, 123. — [7]) G. V. G. § 136. — [8]) St. P. O. §§ 151—175. — [9]) St. P. O. §§ 196—211. — [10]) St. P. O. §§ 225—275. — [11]) St. P. O. §§ 355, 381. — [12]) St. P. O. §§ 137—150. — [13]) St. P. O. § 138 Abs. 1. — [14]) Bescheid des Reichs-Gerichts in Sachen Scheithauer (D. 2407. 1881—VII. 2759) und der Beschwerde-Bescheid des Landgerichts I. Berlin in Sachen Block. (J. Ib. 115. 1880). — [15]) St. P. O. §§ 276—317. — [16]) St. P. O. § 449. — [17]) A. a. O. § 454. — [18]) A. a. O. §§ 451, 456. — [19]) St. P. O. § 354 ff.

IV. Haupt-Grundsätze des deutschen Baupolizei-Rechts.

Litteratur: Hue de Grais. Handb. d. Verfassung u. Verwaltung. — v. Brauchitsch. Die neuen preuss. Verwaltungsgesetze. (VII. Aufl. 1884). — Wildungen. Darstellung d. Baurechts u. Baupolizei-Rechts. — v. Rönne. Baupolizei d. preuss. Staats. — Leuthold. Das Kgl. sächsische Baupolizei-Recht (1879). — Baun. Die württemb. Bau- u. Feuerpolizei-Gesetzgebung. — Bitzer. Allgem. Bauordnung Württembergs. — Böttcher. Baurecht u. Baupolizei-Recht für Bremen.

a. Bau-Erlaubniss. [1])

Ihrer Aufgabe, Gefahren und Nachtheile für das Gemeinwohl aus Bauwerken vorbeugend abzuwehren, kann die Polizei nur genügen, wenn sie rechtzeitig Kenntniss vom Bau-Vorhaben erhält. Ihr solche zu sichern, stellen die Bau-Ordnungen überein stimmend das Erforderniss einzuholender polizeilicher Genehmigung[2]) zur Vornahme von Neu- oder Umbauten, sowie von Haupt-Reparaturen mit der Wirkung auf, dass, wer ohne solche baut, oder von derselben abweicht, neben der dadurch verwirkten Strafe[3]) zu gewärtigen hat, dass der Bau, wenn er schädlich, gefährlich oder verunstaltend ist, auf seine Kosten abgeändert oder abgetragen wird.[4])

Bei Bau-Ausführungen hat man übrigens 2 Arten von Genehmigungen zu unterscheiden, nämlich die durch die Reichs-Gesetzgebung geschaffene, zur Errichtung gewisser gewerblicher Anlagen, und die auf den Landes-Verwaltungsgesetzen beruhende für Bauwerke aller Art, worunter namentlich auch die gewerbl. Anlagen fallen, so dass eine allgemeine und eine besondere für gewerbliche Anlagen besteht. Bei jener sind wieder strassen- und sicherheits-polizeiliche Rücksichten maassgebend, deren letztere die Baupolizei als solche, deren erstere die Strassenpolizei zu vertreten hat. Meist pflegen beiderlei Zweige der polizeilichen Thätigkeit in derselben Behörde vereinigt zu sein, so dass hier das Zusammenwirken der beiderlei Rücksichten dem Laien nicht zur äussern Erscheinung tritt. Solches ist jedoch der Fall, wo, wie z. B. in Berlin, die Strassenpolizei den Gemeinde-Behörden überlassen, die allgemeine Polizei indess durch eine Staats-Behörde vertreten ist, also in jedem Falle des Bauens an der Strasse ein Einverständniss beider Behörden zu Stande kommen, mithin eine strassen- und baupolizeiliche Erlaubniss vorliegen muss. Da dieses Verhältniss indess nur vereinzelt besteht, wird eine Unterscheidung der baupolizeilichen von der strassenpolizeilichen Genehmigung hier unterbleiben können.

α. Die allgemeine Bau-Erlaubniss.

Die Ertheilung der Genehmigung ist bald den Orts-Polizeibehörden[5]) bald den Kreis- oder Bezirksbehörden[6]) überlassen[7]), gegen deren Bescheid jedoch das Anrufen höherer Bau-Behörden in geordnetem Verfahren zulässig zu sein pflegt.[8]) Sie kann bedingt oder bedingungslos ertheilt, oder gänzlich

[1]) Baden §§ 50—54; Bayern §§ 6—10; Bremen §§ 2—9; Braunschweig §§ 66—78; Hamburg §§ 11, 77, 85, 128; Lübeck §§ 8—12; Hessen Art. 64—78; Sachsen Kgrch. § 2 ff.; S.-Altenburg §§ 1—8; S.-C.-Gotha §§ 8—10; S.-Meiningen Bek. v. 28. Febr. 1853 §§ 3—8; S.-Weimar Ges. v. 11. Mai 1869 §§ 1—3 u. Ausf. V. §§ 2—6; Württemberg Art. 77—91; Brandenburg (Stadt) §§ 1—7, (Land) §§ 1—5; Schlesien (Städte) §§ 1—8, (Land) §§ 1—9; Berlin §§ 1—7. S. a. Oldenburg §§ 1—10.

[2]) Bei Staatsbauten soll nach Hue de Grais A. a. O. § 280 S. 302 in Preussen blosse Anzeige genügen. Vergl. jedoch C.-Verf. v. 15. Dezb. 1878 u. Entsch. d. Ob. Verw.-G. Bd. V. S. 324. In S.-Weimar (Ges. v. 11. Mai 1869 § 10 mit Bek. v. 31. Aug. 1870 u. Württemberg (Art. 81 und Ausf.-V. § 57) bedürfen Staatsbauten einer polizeil. Genehmigung. In Bayern (§ 9), Bremen (§ 82) u. S.-Gotha (§ 9) sind wenigstens die Entwürfe der Baupol. Behörde zu Erinnerungen in Bezug auf Baulinie, Niveau und sonstige bau- u. gesundh.-polizeil. Verhältnisse mitzutheilen, während in Bremen (§ 14), Lübeck (§ 12) u. Kgrch. Sachsen (§ 11) Bau-Ausführungen des Staats weder einer baupolizeil. Genehmigung, noch auch nur einer Anmeldung bedürfen.

[3]) St. G. B. §§ 367 No. 15. — [4]) z. B. A.-L. R. I. 8 §§ 71, 72. Bayern § 94; Hessen Art. 62, 80; S.-Altenburg § 60; S.-Weimar Ges. v. 11. Mai 1869 § 7.

[5]) Preussen A. L.-R. I. 8 §§ 67, 69; Braunschweig §§ 63, 64 (Stadtbau-Aemter oder Stadtbau-Kommissionen); Oldenburg Art. 1, 88 (Stadtmagistrat); S.-Gotha (Stadtrath); S.-Weimar Ausf.-V. § 4.

[6]) Baden § 50; Bayern § 84; Hessen Art. 64; Kgr. Sachsen V. v. 22. August 1874, §§ 9, 28 (in den Städten von dem Stadtrath, St.-O. § 101); S.-Altenburg §§ 4, 5; S.-Gotha § 82 (beschränkt), während in Württemberg in einzelnen Fällen der Gemeinderath, in andern das Oberamt (Art. 81), in Bremen für die Stadt die Polizeidirektion, für das Land der Landherr (§ 9) und in Lübeck (§ 1) das Polizei-Amt zuständig ist.

[7]) In Baden kann in den Gemeinden, in welchen seit mindestens 6 Monaten eine örtliche Bauordnung in Wirksamkeit ist, auf Antrag des Gemeinderaths gestattet werden, dass zu Bauten nicht eine Genehmigung eingeholt, sondern nur eine vorherige Anzeige von ihnen gemacht werden muss. V. v. 1869 § 52. Diese Anzeigepflicht besteht auch in Elsass-Lothringen in den Städten, in welchen das Dekret v. 26. März 1852 eingeführt worden ist. Im übrigen besteht in Elsass-Lothringen, ebenso wie in der Bayerischen Pfalz weder das Erforderniss der Genehmigung, noch auch eine Anzeigepflicht. — [8]) S. unter V. S. 367—374.

versagt werden. Bei der Genehmigung haben jedoch nur Rücksichten des Verkehrs, der Festigkeit der Konstruktion, der Feuer-Sicherheit, der Gesundheit,[1]) der allgemeinen Ordnung, sowie der Schönheit in Betracht zu kommen, so dass die Weigerung nicht etwa lediglich auf mangelndes Bedürfniss, oder fehlende Regulirung der finanziellen Verhältnisse zu der Gemeinde[2]), oder den Einfluss privatrechtlicher, insbesondere auch über das Eigenthum an der Baustelle bestehenden Streitigkeiten[3]) oder ähnliche Gesichtspunkte gestützt werden darf. Insbesondere ist auch unzulässig, die Bau-Erlaubniss an die Bedingung zu knüpfen, dass vorher die zum Strassenland benöthigten Grundstücks-Flächen unentgeltlich der Gemeinde abzutreten seien.

Für Nachsuchen[4]) und Ertheilung der Genehmigung ist Schriftform vorgeschrieben. Das Gesuch ist der Ortspolizei-Behörde einzureichen und muss so beschaffen sein, dass ein Urtheil über Gefährlichkeit oder Gefahrlosigkeit des Bauwerks sich gewinnen lässt. Es haben also Lage und Einrichtung des Gebäudes aus den beizufügenden Zeichnungen (Situationsplan, Grundriss und Aufriss, Façadenzeichnung) hervor zu gehen; auch können statische Berechnungen und Erläuterungs-Berichte verlangt werden. Aus praktischen Gründen wird meist verlangt, dass die Anlagen des Gesuchs in 2 Exemplaren eingereicht werden, von denen das eine bei den behördlichen Akten bleibt, das andere dagegen mit der Genehmigungs-Erklärung (Bau-Erlaubnissschein, Baukonsens) zurück gegeben wird. (Vergl. hierzu auch S. 45).

Die aus der ertheilten Genehmigung ableitbaren Befugnisse sind persönlicher Natur, also ohne oder gegen den Willen der genehmigenden Behörde nicht übertragbar.[5]) Sie erlöschen, wenn sie nicht binnen der gesetzten Frist durch Beginn und Fortsetzung des Baues ausgeübt[6]) wurden. Diese Befristung der Genehmigung ist erforderlich, damit nicht etwa Bauwerke zu einer Zeit noch entstehen können, wo die mittlerweile veränderten örtlichen Verhältnisse oder gewonnenen technischen Erfahrungen ihre Zweckwidrigkeit schon hatten erkennen lassen.

Die rechtlicheBedeutung der Bau-Erlaubniss wird vielfach überschätzt. Durch dieselbe erlangt man Dritten gegenüber keinerlei Rechte[7]) und es ersetzt namentlich eine etwaige, den Grundstücks-Nachbarn von der Behörde gegebene Kenntniss[8]) des Bau-Vorhabens nicht die in manchen Privatrechten vorgesehene Anzeige, die der Bauherr den Nachbarn zu machen hat.[9]) Noch weniger werden durch die Bau-Erlaubniss Aenderungen in der Eigenschaft eines Grundstücks geschaffen, so dass die im Bau-Erlaubnissschein ausgesprochene Befugniss, eine zwischen Bau- und Strassen-Fluchtlinie frei zu lassende und deshalb unbebaubare Flucht mit Pflanzen zu besetzen, derselben nicht die Eigenschaft der Unbebaubarkeit benimmt und sie zum Vorgarten-Lande umwandelt, ihr also einen Mehrwerth schafft.

β. Die Genehmigung gewerblicher Anlagen.

Von der allgemeinen Bau-Erlaubniss verschieden ist die einzuholende Genehmigung[10]) zur Errichtung oder Veränderung gewerblicher Anlagen, welche durch die örtliche Lage oder die Beschaffenheit der Betriebsstätte für die Besitzer oder die Be-

[1]) Deshalb muss in Baden V. v. 27. Juni 1874 § 16, Bayern § 89, Hessen Art. 67, Kgr. Sachsen V. v. 26. Dezember 1871, S.-Gotha § 88 und Württemberg V. v. 26. Dezember 1872 in allen Fragen der öffentlichen Gesundheitspflege das Gutachten der Sanitätsbehörde eingeholt werden.

[2]) Leuthold. A. a. O. S. 21.

[3]) Entscheid. d. preuss. O. Verw.-Ger. Bd. V. S. 350, VI. S. 304. In Preussen nach dem A. L.-R. I. 8 § 68, in Baden § 55, Bayern § 88, S.-Gotha § 87, Württemberg Art. 86, 88, hat die Verwaltungsbehörde jedoch die Aufgabe, die gütliche Beilegung von privatrechtlichen Einwendungen, die erhoben werden, zu versuchen.Gelingt aber der Versuch nicht, so darf die Ertheilung der Genehmigung nicht von der gerichtlichen Entscheidung abhängig gemacht werden.

[4]) Vereinzelt kann das Gesuch mündlich angebracht werden; z. B. Sachsen Ausf.-V. § 7.

[5]) Anders in Lübeck § 11; Württemberg Vollz. Verf. § 66.

[6]) Baden § 54; Bayern § 97; Braunschweig § 78; Brandenburg § 7 bezw. § 5; Bremen § 9; Hessen Art. 74; Lübeck § 10; S.-Altenburg § 7; S.-Weimar § 6; Oldenburg Art. 10. Württemberg Art. 92; Schlesien § 8 bezw. § 9; Berlin § 7.

[7]) Noch weniger verlieren Dritte dadurch ihre Widerspruchsrechte, ohne dass solches auszusprechen ist. Der übliche Zusatz: „unbeschadet der Rechte Dritter“ ist vielmehr entbehrlich

[8]) Vergl. oben S. 296, 310.

[9]) Solche hat z. B. zu geschehen in: Bayern §§ 86, 87, Art. 67; Sachsen V. v. 6. Juli 1863, §§ 19—37; Württemberg Art. 86.

[10]) R.-Gew.-O. § 16 ff. Vergl. auch S. 300.

wohner der benachbarten Grundstücke oder für das Publikum überhaupt erhebliche Nachtheile, Gefahren oder Belästigungen herbei führen können. Hier sind wieder 2 Arten von einander zu halten.

1. Konzessionspflichtige Anlagen nach der Reichs-Gesetzgebung. Als solche gelten gegenwärtig: Schiesspulver-Fabriken, Anlagen zur Feuerwerkerei und zur Bereitung von Zündstoffen aller Art, Gasbereitungs- und Gasbewahrungs-Anstalten, Anstalten zur Destillation von Erdöl, Anlagen zur Bereitung von Braunkohlentheer, Steinkohlentheer und Koaks, sofern sie ausserhalb der Gewinnungsorte des Materials errichtet werden, Glas- und Russhütten, Kalk-, Ziegel- und Gips-Oefen, Anlagen zur Gewinnung roher Metalle, Röstöfen, Metallgiessereien, sofern sie nicht blosse Tiegelgiessereien sind, Hammerwerke, chemische Fabriken aller Art, Schnellbleichen, Firniss-Siedereien, Stärkefabriken (mit Ausnahme der Fabriken zur Bereitung von Kartoffelstärke), Stärkesyrup-Fabriken, Wachstuch-, Darmseiten-, Dachpappen- und Dachfilz-Fabriken, Leim-, Thran- und Seifensiedereien, Knochenbrennereien, Knochendarren, Knochenkochereien und Knochenbleichen, Zubereitungs-Anstalten für Thierhaare, Talgschmelzen, Schlächtereien, Gerbereien, Abdeckereien, Poudretten- und Düngpulver-Fabriken, Stauanlagen für Wassertriebwerke, Hopfen-Schwefeldarren, Asphaltkochereien und Pechsiedereien, soweit sie ausserhalb der Gewinnungsorte des Materials errichtet werden, Strohpapierstoff-Fabriken, Darmzubereitungs-Anstalten, Fabriken, in welchen Dampfkessel oder andere Blechgefässe durch Vernieten hergestellt werden, Kalifabriken und Anstalten zum Imprägniren von Holz mit erhitzten Theerölen, Kunstwolle-Fabriken, Anlagen zur Herstellung von Celluloid und Degrasfabriken, Dampfkessel-Anlagen.[1])

Die Prüfung der Behörde hat sich hier darauf zu erstrecken: ob die Anlage erhebliche Nachtheile, Gefahren oder Belästigung für das Publikum herbei führen könne und ob die darin zu beschäftigenden Arbeiter auch genügend gegen Gefahr für Gesundheit und Leben geschützt sein würden; daneben sind selbstredend die bestehenden bau-, feuer- und gesundheitspolizeilichen Vorschriften zu beachten.[2]) Um dafür die nöthige Unterlage zu gewinnen, müssen der Prüfung eine öffentliche Aufforderung, etwaige Einwendungen gegen die beabsichtigte Anlage binnen 14 Tagen anzubringen, und falls es zu solchen gekommen ist, dann vollständige Erörterungen mit den Parteien voraus gehen. Dabei haben Einreden, welche auf besonderen privatrechtlichen Titeln beruhen, unberücksichtigt zu bleiben, indem sie vielmehr zur richterlichen Entscheidung zu verweisen sind. Die Genehmigung ist zu versagen oder zu ertheilen. Das letztere kann bedingungslos, oder unter Festsetzung erforderlich scheinender Ausführungs-Modalitäten geschehen, ohne an den Inhalt der Einwendungen gebunden zu sein. Der Bescheid ist in beiden Fällen schriftlich zu ertheilen und mit Gründen abzusetzen, weil gegen denselben jedem Betheiligten die Anrufung einer höheren Behörde gegeben ist (Rekurs), zu deren Rechtfertigung er eine 14 tägige[3]) Präklusiv-Frist hat.[4])

[1]) Das vorstehende Verzeichniss kann, je nach Eintritt oder Wegfall der Voraussetzung, durch Beschluss des Bundesraths, vorbehaltlich der Genehmigung des nächstfolgenden Reichstags, abgeändert werden. — [2]) R. Gew. O. § 25. Hieraus ist streitig, ob in der von dem Reichsgesetz verlangten Genehmigung zugleich der Baukonsens enthalten sei. Dafür Preussen, Erl. des Min. f. Hand. und Gew. v. 14, Dezember 1877 und v. 2. März 1880 (Min. Bl. f. d. i. V. 1880 S. 81), womit Sachsen V. v. 16. September 1869 §§ 10, 18 und Württemberg Art. 82, überein stimmen. Dagegen wird in Baden § 50, Bayern (siehe Kreis II. 155) und Hessen Art. 68, ausser der reichsgesetzlichen Genehmigung noch ein Baukonsens verlangt, welchen Standpunkt auch das Preuss. O.-V.-Ger. (Entsch. II. 333 ff.) vertritt. — [3]) R.-Gew.-O. § 49. Die genehmigende Behörde kann mit gleicher Wirkung anders bemessene Fristen fest setzen. — [4]) In Preussen hat theils der Kreis- (Stadt-) Ausschuss oder der Magistrat, theils der Bezirks-Ausschuss in erster Instanz zu beschliessen. Die 2. und letzte Instanz bildet in allen Fällen der Handelsminister (Zust.-Ges. §§ 109, 110, 113 und unter V.) In Baden ist der Bezirksrath erste, das Ministerium zweite Instanz (V. v. 26. Dezember 1871. § 5), in Bayern die Distriktsbehörde erste. die Kreisregierurg zweite Instanz (V. v. 4. Dezember 1872 §§ 3—5), in Hessen der Kreisausschuss erste, der Provinzialausschuss zweite, das Ministerium dritte Instanz (Ges. v. 12. Juni 1874, Art. 48, 67, 98), in Sachsen für Städte eine aus 3 Mitgliedern des Stadtraths bestehende Behörde, sonst der Bezirksausschuss erste, Kreishauptmann zweite Instanz (V. v. 16. Septbr. 1869, § 13; Ges. v. 21. April 1878 §§ 11, 27), in Württemberg die Kreisregierung als Kollegium erste, der Minister zweite Instanz (Ges. v. 14. Dezember 1871 § 1). Ausserdem ist in Bayern und Württemberg der Rekurs an den Verwaltungsgerichtshof zulässig, wenn es sich um Rechtsfragen handelt (Bayern Ges. v. 8. August 1878 Art. 88; Württemberg Ges. v. 26. Dezbr. 1876 Art. 14).

Die ertheilte Genehmigung bleibt so lange in Kraft, als keine Aenderung in der Lage oder Beschaffenheit der Betriebsstätte oder in der Betriebs-Art vorgenommen wird, welche eine neue Genehmigung erfordern würde; vor Ertheilung einer solchen Nachtrags-Genehmigung ist unbedingt eine neue Bekanntmachung nöthig. Keiner Erneuerung der Genehmigung bedarf es, wenn die Anlage an einen neuen Erwerber übergeht. Die Genehmigung erlischt[1]), wenn der Inhaber nach Empfang derselben 1 Jahr verstreichen lässt, ohne durch Errichten der Anlage oder Anfang des Betriebes davon Gebrauch zu machen, oder wenn er den Betrieb während eines Zeitraums von 3 Jahren eingestellt hat, ohne eine Fristung, zu deren Ertheilung die Behörde aus erheblichen Gründen berechtigt und unter gewissen Umständen[2]) sogar verpflichtet ist, nachgesucht und erhalten zu haben. Sie äussert Dritten gegenüber insofern eine Rechtswirkung[3]), als einer mit obrigkeitlicher Genehmigung errichteten Anlage gegenüber die auf Grund der bestehenden Rechte zulässige Privat-Klage nicht mehr auf Einstellung des Gewerbe-Betriebes, sondern nur auf Herstellung von Einrichtungen, welche die benachtheiligende Einwirkung ausschliessen, oder, wo solche Einrichtungen unthunlich oder mit einem gehörigen Betriebe des Gewerbes unvereinbar sind, auf Schadloshaltung gerichtet werden darf.

Uebrigens schützt die ertheilte Genehmigung keineswegs davor, dass wegen überwiegender Gefahren und Nachtheile für das Gemeinwohl die fernere Benutzung einer jeden gewerblichen Anlage zu jeder Zeit[4]) untersagt werde; doch muss ihrem Besitzer alsdann für den erweislichen Schaden Ersatz[5]) geleistet werden, falls nicht etwa bei Ertheilung der Genehmigung vorbehalten[6]) war, dieselbe ohne Entschädigung zu widerrufen.

Die Nachsuchung hat schriftlich zu erfolgen unter Beifügung[7]) der zur Erläuterung erforderlichen Zeichnungen und Beschreibungen, deren Vollständigkeit behördlicherseits fest gestellt sein muss, bevor der Aufruf zum Geltendmachen von Einwendungen erlassen werden darf[8]).

2. Landesgesetzlicher Genehmigung benöthigte Anlagen.

Das Verzeichniss der genehmigungspflichtigen Anlagen, welches in der R.-Gew.-O. § 16 und in Ergänzungs-Gesetzen dazu aufgestellt ist, enthält nicht blosse Beispiele, sondern sämmtliche Anlagen, welche das Gesetz treffen will. Dagegen ist diesem Umstande nicht die Wirkung eines Verbots für die Landes-Regierungen beizulegen, die Errichtung aller unerwähnt gebliebenen Anlagen zu beschränken. Umgekehrt können vielmehr aus gesundheits oder anderen polizeilichen Rücksichten jeder gewerblichen Anlage Beschränkungen auferlegt werden. Solche finden sich auch vielfach für die Niederlagen feuergefährlicher Gegenstände, wie z. B.: leicht entzündlicher oder explodirender Stoffe und Präparate[9]), von Mineralölen[10]), Nitroglycerin[11]), von Schiesspulver und ähnlichen Präparaten[12]), Lagerung von Holzmengen[13]) und Fellen[14]), Errichten von Tischler-Werkstätten[15]), Schwefelkammern[16]), Brennereien[17]), Brauereien.[18]) Man hat mithin in jedem Falle vor Beginn der Anlage sich zu vergewissern, ob und welche Beschränkungen landesgesetzlich dafür erlassen worden sind.[19])

1) R.-Gew.-O. § 49.

2) Bei einer Betriebs-Einstellung wegen einer durch Erbfall oder Konkurs-Erklärung entstandenen Ungewissheit über das Eigenthum der Anlage, oder bei einer solchen in Folge höherer Gewalt.

3) R.-Gew.-O. § 26. Ein Muster dafür siehe bei B. Hilse. A. a. O. II. 183.

4) R.-Gew.-O. § 51.

5) Muster siehe bei B. Hilse. A. a. O. II. S. 186 ff.

6) R.-Gew.-O. § 52. Ein solcher Vorbehalt ist auch jetzt nicht unzulässig.

7) R.-Gew.-O. § 17.

8) Wegen der Behörden und des zu beobachtenden Verfahrens s. S. 367—374.

9) Sächs. V. v. 12. Dez. 1858 §§ 22—26,

10) Sächs. V. v. 6. Juli 1867. Berlin, Poliz.-Verordng. v. 27. Dezbr. 1869, 26. Febr 1871, 20. Juli 1877.

11) Sächs. V. v. 30. März 1872 § 17. Berlin, Poliz.-Verordng. v. 28. Dezbr. 1868 u. 30. Jan. 1874.

12) Sächs. Reglem. v. 18. Juli 1855.

13) Berlin, Poliz.-Verordng. v. 26. Febr. 1875; Hamburg, B. O. § 71.

14) Leuthold. A. a. O. S. 33; Vergl. auch Hamburg, B. O. § 73.

15) z. B. Berlin, Bekanntm. v. 20. Juli 1859 u. Poliz.-Verordng. v. 7. Juni 1866.

16) Berlin, Publ. v. 28. Juni 1829. — 17) Bremen, §§ 66, 102. — 18) Bremen, §§ 85, 102.

19) Die Vorschrilten d. Hamburger B. O. §§ 57—76 erstrecken sich nur auf solche Anlagen, sind aber nicht auf die S. 351 unter 1 behandelten anwendbar.

γ. Besondere Genehmigungen.

Dass für Bau-Ausführungen in dem Bereiche der Festungs-Anlagen neben der baupolizeilichen eine Genehmigung der Kommandantur erforderlich ist, hat bereits S. 301 Erörterung gefunden.[1] Einer besonderen Genehmigung bedürfen, beziehungsweise besonderen Beschränkungen unterworfen sind ferner: Bau-Ausführungen in der Nähe von Pulverhäusern[2], Neubauten an Chausseen[3], Landstrassen[4], Eisenbahnen[5], sowie in der Nähe von Waldungen[6] und Bergwerken[7], endlich an den Ufern und Dämmen öffentlicher Wasserläufe.[8]

Die Bau-Genehmigung darf in allen diesen Fällen also erst ertheilt werden, wenn die Zustimmung der betreffenden Ressort-Behörde vorliegt, die in der Regel in der Weise herbei geführt wird, dass die Ortspolizei-Behörden sich mit den in Frage kommenden andern Behörden amtlich in Verbindung setzt.[9]

b. Polizeiliche Bau-Beschränkungen.

Keineswegs sind überall in Deutschland für Versagen der Bau-Erlaubniss die nämlichen Gründe maassgebend, indem vielmehr eine — zum Theil auf die Verschiedenheit der örtlichen Verhältnisse und Gewohnheiten zurückführbare — Mannigfaltigkeit besteht. Die bestehenden Bau-Beschränkungen sind entweder gebotene oder nur zugelassene. Bei Nicht-Beachtung solcher der erstern Art muss die Genehmigung versagt werden, während bei den andern die Versagung von dem Ermessen der Behörde abhängt.

Eine fernere Eintheilung ergiebt sich nach denjenigen polizeilichen Aufgaben, welchen sie Rechnung tragen sollen: in Ordnungs-, Feuer-, Gesundheits-, Schönheits-polizeiliche Versagungs-Gründe.

Von den gebotenen Beschränkungen ist für einzelne dringende Fälle von besonderer Natur ausnahmsweise Dispensation[10] unter mehr oder weniger erschwerenden Formen und für den Fall gestattet, dass dadurch nicht etwa dem Rechte oder erheblichen Interessen eines Dritten Eintrag geschieht. Dies Dispensations-Recht ist bald den Ministerien,[11] bald den Orts-Obrigkeiten[12] und auf Anrufen gegen dieselben den Ober-Behörden, bald den Baupolizei-Behörden[13], in Preussen[14] in Stadtkreisen und in Städten von mehr als 10,000 Einwohnern dem Bezirks-Ausschuss, in anderen Ortschaften dem Kreis-Ausschuss übertragen, gegen deren Bescheid Beschwerde an den Minister der öffentl. Arb. zulässig ist, welche übrigens auch von der zur Ertheilung der Bau-Erlaubniss zuständigen Behörde eingelegt werden darf. Die gangbarsten Bau-Beschränkungen finden aus folgenden Gesichts-Punkten ihre Begründung:

α. Bau-Beschränkungen aus Verkehrs-Rücksichten.

Der allgemeine Verkehr und die öffentliche Ordnung würden unverkennbar leiden, wenn Jeder seine Baulichkeiten ungehindert hinsetzen dürfte, wo es ihm beliebt. In richtiger Erkenntniss dessen wird überall für die Begründung neuer Ansiedlungen und Kolonien, sowie für den Anbau in bestehenden Ortschaften die vorgängige Feststellung von Strassen- und Baufluchtlinien, bezw. die Ertheilung einer Ansiedlungs-Genehmigung verlangt. Entgegengesetzten Falles würde es vorkommen können, dass Bauwerke mit unzureichendem Zugange oder an Orten entstehen, deren Ueberwachung der Behörde kaum überwindliche Schwierigkeiten bereitete, so dass ein Schutz ihrer Bewohner oder deren Rettung in Unglücksfällen fast unmöglich sein

[1]) R.-Rayon-Ges. v. 21. Dez. 1871. — [2]) z. B. Preussen, K. O. v. 5. Nov. 1822 u. 9. Aug. 1862, Min.-Reskr. v. 18. Okt. 1834 u. 22. Aug. 1862. — [3]) Berlin, Pol.-V. v. 1. April 1858; Sachsen, Min.-V. v. 23. April 1877. — [4]) Württemberg, Art. 31. — [5]) Baden, Ges. v. 1868 § 16; Bayern, § 87; Elsass-Lothringen, Ges. v. 15. Juli 1875 Art. 10—15; Hessen, Art. 38; Preussen, Min.-V. v. 7. Jan. 1875; Sachsen, Min.-V. v. 6. August 1878; Württemberg, Art. 31. — [6]) Baden, §§ 57—59; Bayern, Ausf.-Ges. z. Str. Pr. O. v. 18. Aug. 1879 Art 47 u. B. O. (1881) § 87; Elsass-Lothringen, Ges. v. 20. April 1880 Art. 151—153; Preussen, Feld- u. Forst-Pol.-Ges. v. 1. April 1880 § 47; Sachsen, Min.-V. v. 30. April 1872, V. v. 13. Aug. 1856 § 39, B. O. (St.) § 6 (D.) § 11; S.-Gotha, § 86 No. 6; Württemberg, Art. 31. — [7]) Sächs. Berg-Ges. v. 16. Juni 1868 § 173, Ausf.-V. v. 2. Dez. 1868 § 147; anders in Preussen, Berg.-Ges. v. 24. Juni 865 § 150. — [8]) Sachsen, Min.-V. v. 30. April 1874; Württemberg, Art. 31. — [9]) Die Bauten an Chausseen und Landstrassen, Eisenbahnen und Wasserläufen werden in den betr. Abschnitten eingehende Besprechung finden. — [10]) In Baden können solche nicht ertheilt werden nach Löning. Verwaltungsrecht S. 458, Anm 4. — [11]) z. B. Braunschweig § 65; Hessen Art. 72; S.-Altenburg, § 61; S.-Weimar, Ges. v. 6. Juli 1881 § 2; Württemberg, Art. 76. — [12]) z. B. Sachsen, Min.-V. v. 18. Aug. 1872 mit Leuthold. A. a. O. S. 49, 94. — [13]) Hamburg, B.-O. § 27; in Lübeck, § 84 dagegen dem Senat. — [14]) Zust.-G. § 145 mit v. Brauchitsch. A. a. O. I. S. 600.

würde. Dazu darf und braucht es die Allgemeinheit nicht kommen zu lassen. Präventiv-Maassregeln sind also eben so zweckmässig wie geboten.

1. Gründung neuer Ansiedlungen und Kolonien.

In Preussen[1]) bedarf, wer ausserhalb einer im Zusammenhange gebauten Ortschaft ein Wohnhaus errichten, oder ein schon vorhandenes Bauwerk zum Wohnhause umgestalten oder eine Kolonie anlegen will, einer von der Orts-Polizeibehörde (bei Kolonien vom Kreis-Ausschusse) zu ertheilenden Ansiedlungs-Genehmigung, welche versagt werden muss, wenn der Zugang der gewählten Baustelle nicht gesichert ist, und versagt werden kann, wenn vorliegende Thatsachen die Annahme rechtfertigen, dass die Ansiedlung den Schutz der Nutzungen benachbarter Grundstücke gefährden würde.[2]) Die ertheilte Ansiedlungs-Genehmigung ersetzt jedoch nicht die Bau-Erlaubniss, welche vielmehr neben ihr nachzusuchen ist und versagt werden darf, so lange die Gemeinde-, Kirchen- und Schul-Verhältnisse nicht dem öffentlichen Interesse gemäss geordnet sind.

In beiderlei Fällen hat der Ertheilung der Genehmigung ein förmliches Verfahren voran zu gehen, welches mit dem öffentlichen Bekanntmachen des Vorhabens beginnt, und in einer Erörterung der — binnen 21 Tagen erbringbaren — Einsprüche unter den Betheiligten nach ihren thatsächlichen Unterlagen, sowie in Erhebung der Beweise verläuft. Der Bescheid ist schriftlich zu ertheilen und binnen einer Präklusivfrist von 2 Wochen durch Klage im Verwaltungs-Streitverfahren anfechtbar. In andern Staaten gelten abweichende Grundsätze.[3])

2. Bebauungspläne und Baufluchten.[4])

Rücksichten für den Verkehr fordern[5]) eine ordnungsmässige Anlegung der Strassen und Plätze. Deshalb können Strassen und Baufluchtlinien im voraus einzeln oder für grössere Flächen (Bebauungspläne) mit der Wirkung fest gestellt werden, dass über die dadurch bestimmte Grenze nicht hinaus gebaut werden darf[6]). Eine Entschädigungs-Pflicht[7]) für die Gemeinde tritt erst ein, wenn das ausgeschlossene Terrain zur Strasse gezogen wird und von den darauf stehenden Gebäuden frei gelegt werden muss oder zu einem Bauplatze gehört, der bereits

[1]) Ges. v. 25. Aug. 1876. — [2]) In Hessen (Art. 38) und Württemberg (Art. 32) ist das Bauen ausserhalb des geschlossenen Wohnbezirks aus feuer- oder sicherheits-polizeil. Gründen versagbar. — [3]) Vergl. z. B. Sachsen, Ausf.-V. § 4 No. 1; Hamburg, B. O. §§ 110—115. — [4]) Erschöpfender werden die einschlagenden Verhältnisse bei Darstellung des Strassen- und Wegebaurechts Behandlung finden. — [5]) Preussen, Ges. v. 2. Juli 1875 mit Instr. v. 28. Mai 1876 u. Ges. v. 25. Februar 1878. — M. vgl. Bayern, B. O. §§ 4, 79 ff.; Braunschweig, B. O. §§ 3—13; Hessen, B. O. Art. 4—22. Württemberg, B. O. Art. 4—15, mit Vollz. Verf. §§ 4—16; Sachsen, Ausf. V. §§ 5, 6 mit V. v. 28. Dezbr. 1871; Baden, Ges. v. 20. Februar 1868 über die Baufluchten; Hamburg, Ges. v. 21. Juli 1875; Bremen, B. O. § 15 und V. v. 29. Juli 1871 § 9. — [6]) Preussen, a. Ges. §§ 1—11, 16—18; S.-Gotha, §§ 3, 76—81; S.-Weimar, Ges. v. 11. Mai 1869 § 4 m. Instrukt. v. 4. Sepbr. 1873 §§ 1—13. In Elsass-Lothringen kann nur für schon eröffnete Strassen die Baulinie fest gestellt werden. — [7]) In Preussen kann eine Entschädigung wegen Entziehung oder Beschränkung des von der Festsetzung neuer Fluchtlinien betroffenen Grundeigenthums nur gefordert werden, wenn entweder die zu Strassen oder Plätzen bestimmten Grundflächen auf Verlangen der Gemeinde für den öffentlichen Verkehr abgetreten werden, oder wenn die Strassen- oder Baufluchtlinie vorhandene Gebäude trifft und das Grundstück bis zur neuen Fluchtlinie von Gebäuden frei gelegt wird, oder wenn die Strassenfluchtlinie einer neu anzulegenden Strasse ein unbebautes, aber zur Bebauung geeignetes Grundstück trifft, welches zur Zeit der Feststellung der Fluchtlinie an einer bereits bestehenden und für den öffentlichen Verkehr und den Anbau fertig gestellten andern Strasse belegen ist, und die Bebauung in der Fluchtlinie der neuen Strasse erfolgte. Sie wird in allen Fällen wegen der zu Strassen und Plätzen hestimmten Grundfläche für Entziehung des Grundeigenthums und ausserdem in denjenigen Fällen, in welchen es sich um eine Beschränkung des Grundeigenthums infolge der Festsetzung einer von der Strassenfluchtlinie verschiedenen Baufluchtlinie handelt, für die Beschränkung des bebaut gewesenen Theils des Grundeigenthums gemäss Gesetz über Enteignung von Grundeigenthum v. 11. Juni 1874 § 12 gewährt. In allen oben gedachten Fällen kann der Eigenthümer die Uebernahme des ganzen Grundstücks verlangen, wenn dasselbe durch die Fluchtlinie entweder ganz oder so weit in Anspruch genommen wird, dass das Restgrundstück nach den baupolizeilichen Vorschriften des Orts nicht mehr zur Bebauung geeignet ist. Unter der Bezeichnung Grundstück ist hier jeder im Zusammenhange stehende Grundbesitz des nämlichen Eigenthümers begriffen (A. Ges. § 13). Für die Feststellung der nach A. Ges. § 13 zu gewährenden Entschädigungen und die Vollziehung der Enteignung kommen die §§ 24 ff. des A. Ges. zur Anwendung. Streitigkeiten über Fälligkeit des Anspruchs auf Entschädigung gehören zur gerichtlichen Entcheidung. Die Entschädigungen sind, so weit nicht ein aus besondern Rechtstiteln Verpflichteter dafür aufzukommen hat, von der Gemeinde aufzubringen, innerhalb deren Bezirk das betreffende Grundstück belegen ist. (A. Ges. § 14).

Die hiervon abweichenden Grundsätze anderer Staaten sehe man für: Braunschweig, B. O. § 12; Hamburg, B. O. § 101; Hessen, B. O. Art. 11, 12; Württemberg, B. O. Art. 8.

anderweit an eine fertige Strasse und an eine fest gestellte Baufluchtlinie grenzt [1]). Durch Ortstatut [2]) kann fest gestellt werden, dass:

a. wenn Strassen noch nicht für den öffentlichen Verkehr und den Anbau hergestellt sind, Wohngebäude, welche Ausgänge nach denselben haben, nicht errichtet werden dürfen. [3])

b. die Freilegung, erste Einrichtung, Entwässerung und Beleuchtungs-Vorrichtung neuer Strassen oder Strassentheile, sowie deren zeitweilige, jedoch höchstens 5jährige Unterhaltung von den Unternehmern der neuen Anlage oder von den angrenzenden Eigenthümern übernommen werden müssen. [4])

Das Verfahren zur Feststellung des Bebauungsplans ist in Preussen folgendes: Nach erfolgter Zustimmung der Orts-Polizeibehörde über den beabsichtigten Bebauungsplan hat der Gemeinde-Vorstand solchen zu Jedermanns Einsicht offen zu legen und zu Einwendungen dagegen aufzufordern. Für die Erhebung der letztern müssen mindestens 4 Wochen Frist gegeben werden. [5]) Erhobene Einwendungen sind mit den Beschwerdeführern zu erörtern und durch schriftlichen Beschluss zu erledigen, der jedoch im Verwaltungswege anfechtbar ist. Nach endgiltiger Erledigung der Einwendungen hat der Gemeinde-Vorstand den Plan förmlich fest zu stellen, zu Jedermanns Einsicht offen zu legen und wie dies geschehen soll, ortsüblich bekannt zu machen. In entsprechender Weise ist bei einer beabsichtigten Aufhebung oder Abänderung bestehender Bebauungspläne zu verfahren. Mit Offenlegung des fest gestellten Planes tritt die Beschränkung des Grundeigenthümers ein, dass Neubauten, Um- und Ausbauten über die Baufluchtlinie hinaus versagt werden können, und erhält gleichzeitig die Gemeinde das Recht, die über die fest gesetzten Strassenfluchtlinien für Strassen und Plätze bestimmte Grundfläche, dem Eigenthümer zu entziehen.

Das Verfahren in den andern Staaten weicht nur in unwesentlichen Punkten ab. [6]) Die Feststellung geschieht hier bald durch die Gemeinde mit Genehmigung der Staatsbehörde [7]), bald durch die Staatsbehörde nach Anhörung des Gemeinde-Vorstandes. [8])

Bei Festsetzung der Fluchtlinien ist auf Förderung des Verkehrs, der Feuersicherheit und der öffentlichen Gesundheitspflege Rücksicht zu nehmen; auch ist darauf zu halten, dass eine Verunstaltung der Strassen und Plätze nicht eintritt. Es muss deshalb für Herstellung einer genügenden Breite der Strassen und einer guten Verbindung der neuen Bau-Anlagen mit bereits bestehenden Strassen Sorge getragen werden. [9])

3. Baulinie. [10])

Baulinien sind die Grenzen, über welche hinaus die Bebauung ausgeschlossen ist. Allenthalben wird das Einhalten der Baulinie als Regel verlangt und nur ausnahmsweise der Behörde gestattet, das Zurücktreten von Baulichkeiten hinter die Baufluchtlinie zu erlauben. [11])

[1]) Preussen, a. Ges. §§ 2, 13, 14. — [2]) Von Erlass solcher ist in Preussen in ausgiebigster Weise Gebrauch gemacht, so dass nicht blos für Städte, sondern sogar für Dörfer (z. B. Schöneberg) Ortsstatuten erlassen sind. — [3]) Preussen, a. Ges. §§ 12, 13, 17, 18. — [4]) Preussen, a. Ges. §§ 15, 17, 18. — [5]) Ueber diese Einwendungen hat in Preussen (§ 8) der Kreis- oder Bez.-Ausschuss, in Baden (Art. 2), Bayern (§ 80) und Hessen (Art. 6) die Behörde, welche den Plan fest zu stellen hat, in Württemberg (Art. 5) das Gemeinde-Kollegium zu entscheiden. — [6]) M. s. Württemberg, B. O. Art. 5. mit Vollz.-V. §§ 8—10; Sachsen, Ausf.-V. §§ 5, 6; Hessen, Art. 5—7, 11; Braunschweig, §§ 6. ff. — [7]) Braunschweig, § 3; Hessen, B. O. Art. 4, 6; S.-Weimar, Instr. v. 4. Sept. 1873 § 10; Württemberg, B. O. Art. 4 u. V. v. 16. Dezember 1872, §§ 1, 2. — [8]) Baden, Art. 2 (durch den Bezirksrath); Bayern, § 77; Sachsen, V. v. 6. Juli 1863, §§ 5, 6; Ges. v. 21. April 1873 § 6 (in Städten durch den Stadtrath mit Genehmigung des Ministers); S.-Gotha, § 76. — [9]) Preussen, § 3; Bayern, §§ 3, 5; Hessen, Art. 10; Württemberg, Art. 9 u. V. v. 26. Dezember 1872, §§ 12, 13. — In Bayern, § 89; Sachsen V. v. 28. Dezember 1871 und Württemberg, V. v. 26. Dezember 1872; nach § 8 muss deshalb vor Feststellung das Gutachten der Medizinalbehörde eingeholt werden. In Bayern kann bei Anlegung neuer Strassen durch ortspolizeiliche Verordnung das offene oder Pavillon-System (mit oder ohne Vorgärten) angeordnet werden, wenn der Bezirksarzt dieses System zum Zwecke der Gesundheitspflege für erforderlich erklärt; B. O. § 10 u. V. v. 16. Mai 1876. — [10]) Baden, Ges. v. 20. Febr. 1868 § 7; Bayern, B. O. § 61 u. P. Str. Ges. B. Art. 102; Braunschweig, B. O. § 19; Bremen, §§ 15, 59; Hamburg, B. O. § 103; Hessen, Art. 4, 29 ff.; Oldenburg, Art. 12; Preussen, Ges. v. 2. Juli 1875 § 1; Sachsen (St.) § 5 (D.) §§ 6—9; S.-Gotha, § 1; S.-Weimar, V. v. 7. Juli 1881 § 1; Württemberg, B. O. Art. 21. Für Elsass-Lothringen, Ges. v. 16. Septbr. 1807 Art. 53, Ges. v. 4. Mai 1864 Art. 1, 2. — [11]) z. B. Baden, Ges. v. 20. Febr. 1868 § 7 Abs. 2; Württemberg, B. O. Art. 21 und Vollz. V. §§ 18—20.

Meist sind die Baufluchtlinien mit den Strassenfluchtlinien identisch. Ausnahmsweise kann eine von der Strassenfluchtlinie verschiedene, hinter diese zurück weichende Baufluchtlinie fest gesetzt und die zwischen beiden belegene Grundfläche, obschon sie nicht zu Strassenzwecken beansprucht wird, der Bebauung entzogen und zu Vorgartenland bestimmt werden.[1]) Nach der jüngsten Rechtsprechung ist der Besitzer solcher Flächen auch thatsächlich zu ihrer Verwendung zum Vorgarten verpflichtet, so dass er sie keineswegs etwa eigenmächtig als Strassenland frei legen darf. An die Baulinie dürfen in der Regel nur Hauptgebäude gestellt werden; Nebengebäude (z. B. Stallungen) sind bald überhaupt verboten[2]), bald nur unter der Beschränkung zulässig, dass ihre Bauweise mit dieser der Umgebung möglichst in Uebereinstimmung gebracht wird.[3]) Die Bau-Ausführung an neu angelegten Strassen darf vielfach erst begonnen werden, nachdem die Baustelle amtlich vermessen und abgesteckt ist.

4. Verengung der Strassen.

Um dem Verengen, Verunreinigen oder Verunstalten der Strassen und öffentlichen Plätze entgegen zu wirken, wird ausdrücklich die Bewilligung der Obrigkeit verlangt,[4]) um einen Kellerhals oder andere dergl. Nebengebäude auf der Strasse anzulegen. Deshalb finden sich in B. P. O. theilweis sehr eingehende Bestimmungen über die Bedingungen und Beschränkungen, unter welchen an den der Strasse zugekehrten Häuserfronten, Vorbauten,[5]) Vortreppen,[6]) Kellerhälse,[7]) Altane,[8]) Erker,[9]) auf die Strasse sich öffnende Thüren,[10]) Vordächer,[11]) Dachrinnen,[12]) und Ausflussröhren[13]) zulässig sind. Hierher gehört ferner das Verbot[14]) des Anbauens von Buden an die Häuser und der unbedeckten Fall-Lucken und Treppenöffnungen in den Fussboden[15]), während das der Anlage von Abtritten, Ställen und überhaupt Neben-Baulichkeiten an der Strasse mehr ästhetischen Gesichtspunkten entspringt. Dagegen ist auf das Ordnungs-Interesse das Gebot[16]) zuzück zu führen, vor dem Zusammenziehen von 2 oder mehreren bisher besonders nummerirten Baustellen zu einer behördliche Genehmigung einzuholen.

Ob durch eine Anlage der vorgedachten Art der Gebrauch der Strassen und öffentlichen Plätze gefährdet oder erheblich beeinträchtigt wird, liegt lediglich im Ermessen der Polizeibehörde zu entscheiden. Daraus folgt, dass eine Klage wegen Versagen solcher Anlagen keine Aussicht auf Erfolg hat, sowie dass die ertheilte Genehmigung widerrufbar ist. Jedenfalls ist aus dem Umstande, dass ein zum Abbruch gelangtes Bauwerk derarte Anlagen hatte, kein Recht ableitbar, an einem beabsichtigten Neubau gleiche Anlagen errichten zu dürfen. Vereinzelt[17]) sind den Polizeibehörden bindende Normativbestimmungen für ihr Verhalten gegeben.

5. Bürgersteig.

Die rechtliche Natur der Bürgersteige ist streitig. Bald gelten sie als Bestandtheil der Strassen, so dass ihre Einrichtung und Unterhaltung von der Strassen-Eigenthümerin zu geschehen hat[18]); bald[19]) liegt die Unterhaltungspflicht[20]) den angrenzenden Grundstücks-Besitzern ob. In Preussen darf der Bürgersteig vom Eigenthümer so weit benutzt werden, als dadurch die Strasse nicht gehindert wird.[21])

[1]) Abgesehen von Elsass-Lothringen, da das französ. Recht keine von der Strassenflucht abweichende Baufluchtlinie kennt. — [2]) z. B. Lübeck, § 48; S.-Altenburg, Ges. v. 19. März 1878 §§ 50, 52. — [3]) z. B. Bayern, B. O. § 61. — [4]) z. B. A. L.-R. I. 8 §§ 78, 79. — [5]) z. B. Bremen, B. O. § 18; Lübeck, § 52; Sachsen, (St.) B. O. § 8; S.-Gotha, B. O. § 46. — [6]) Lübeck, § 54; S.-Weimar, V. v. 4. Septbr. 1873 § 9 No. 3; Württemberg, B. O. Art. 42. — [7]) z. B. A. L.-R. I. 8. § 78; Lübeck, B. O. § 53; Württemberg, B. O. Art. 21. — [8]) z. B. Bayern, B. O. §§ 64, 65; Braunschweig, B. O. § 39; Bremen, B. O. § 50. — [9]) z. B. Bayern, B. O. § 46; Bremen, B. O. § 19; Hamburg, B. O. § 90. — [10]) z. B. S.-Weimar, V. v. 4. Sept. 1873 § 9 No. 4; Württemberg, B. O. Art. 21. — [11]) z. B. Bayern, B. O. § 66; Bremen, B. O. § 49; Hamburg, B. O. § 29; S.-Gotha, B. O. § 52. — [12]) z. B. Bayern, B. O. § 42; Braunschweig, B. O. § 22; Bremen, B. O. § 24; Hessen, B. O. Art. 32; Hamburg, B. O. § 30, 79; Sachsen, (St.) § 66, (D.) § 61; Württemberg, B. O. Art. 24, 57. — [13]) z. B. Baden, B. O. § 42 No. 14; S.-Weimar, V. v. 4. Septbr. 1873 § 9 No. 6. — [14]) z. B. preuss. Min. Resk. v. 3. Oktober 1869. — [15]) Lübeck, B. O. §§ 49, 54. — [16]) z. B. A. L.-R. I. § 76. — [17]) z. B. Württemberg, Vollz. V. § 18 ff. — [18]) Hamburg, B. O. § 10. — [19]) A. L.-R. I. 8 § 81 m. Min. Erl. v. 12. Febr. 1878. Vergl. Brandenburg, (St.) § 54; Berlin, B. O. § 100 u. Poliz. Verordng. v. 17. Jan. 1873. — [20]) Davon verschieden ist die Herstellungs-Pflicht; Ausfluss derselben ist die Verpflichtung der angrenzenden Grundst.-Besitzer, die Herstellungs-Kosten der Bürgersteige ganz oder antheilweise zu erstatten. Solche kennen: Baden, B. O. § 42; Bayern, P. Str. G. B. § 94; Bremen, B. O. 127; Elsass-Lothringen, Ges. v. 7. Juni 1845 Art. 1—4; Hamburg, B. O. §§ 96—99; Hessen, B. O. Art. 21; Preussen, Ges. v. 2. Juli 1875 § 15; Sachsen, Ausf. Verordn. § 4; Württemberg, B. O. Art. 15. — [21]) A. L.-R. I. 8 § 81 m. Reskr. v. 28. Oktbr. 1825, 28. April u. 28. Novbr. 1831, 23. Juli 1835 26. Juli 1839, 22. Septbr. 1846.

Es entsteht deshalb die Frage, ob der Raum unter demselben zu Unterkellerungen benutzt werden darf. Allgemein wird solches zu verneinen sein, weil offenbar die Sicherheit des Verkehrs dadurch leiden kann, dass sich unter dem Verkehrswege Oeffnungen befinden und der Polizeibehörde die Möglichkeit fehlt, sich dauernd über deren baulichen Zustand zu vergewissern. Jedenfalls wird man der Behörde wenigstens das Recht nicht absprechen dürfen, die Unterkellerung der Bürgersteige zu verhindern, zum mindesten für genügende Sicherheits-Vorkehrungen zu sorgen. Dem entsprechend wird meist[1]) die Ueberschreitung der Baulinie mit Kellern oder anderen unterirdischen Gelassen[2]) bei Neubauten für unzulässig erklärt und in Fällen, wo solche gestattet sind, verlangt, dass etwaige Oeffnungen, welche in die Oberfläche der Strasse zu liegen kommen, zur Sicherung des Verkehrs mit Deckplatten[3]) oder engen Eisengittern[4]) gehörig zu verwahren seien.

Wo, wie in Preussen, die im öffentlichen Interesse nöthige Anlage und Umpflasterung der Bürgersteige den angrenzenden Hauseigenthümern obliegt, haben die Herstellungskosten die Eigenschaft einer öffentlichen, auf dem Grundstücke ruhenden Last, so dass sie den Hypotheken vorgehen und man sich ihrer Tragung nicht entziehen kann. Ueber die Ausführungs-Art sind die polizeilichen Anordnungen massgebend.[5])

Unabhängig von der Unterhaltungspflicht des Bürgersteigs ist das allgemeine Erforderniss einer polizeibehördlichen Genehmigung zur Anlegung eines Wasserzugs nach dem Strassen-Rinnstein oder nach den dort befindlichen Kanälen,[6]) sowie die Berechtigung der Behörde zu dem Verlangen, dass Rinnsteinbrücken zur Einfahrt für die Grundstücke angelegt werden.[7])

β. Wahrung der Sicherheit.

Die zu treffenden Maassnahmen zum Schutze des Publikums gegen Unfälle während der Bau-Ausführung haben anderweit Besprechung zu finden.[8]) Hierher gehören also nur die Rücksichten gegen Gefahren durch das Bauwerk selbst.

1. Die Festigkeit.

Eine der ersten Verpflichtungen der Baupolizei-Behörden ist die Fürsorge, dass der ausgeführte Bau seinem Zwecke entsprechend genügende Festigkeit, d. h. dass das Gebäude die genügende Solidität und innere Konsistenz besitze,[9]) damit es nicht zur öffentlichen Gefahr werde durch stetige Drohung eines plötzlichen Einsturzes.[10]) Während die Wahl des Baumaterials dem Bau-Unternehmer überlassen bleibt, ist die Behörde berechtigt und verpflichtet,[11]) sich zu vergewissern, dass das gewählte Material diejenigen Eigenschaften[12]) hat, welche eine feste und sichere Bau-Ausführung ermöglichen.[13]) Ausserdem sind sämmtliche massive Mauern eines Gebäudes, dann die frei stehenden Hof- und sonstigen Schutz- und Einfriedigungs-Mauern, sowie alle Tragpfeiler und Säulen auf festem natürlichem oder künstlich befestigtem Grunde unter Frosttiefe zu fundiren.

Ueber die Stärke der Umfassungs- und Tragemauern, die Verwendung hölzerner Simse und anderer über die massive Umfassung hervor tretenden Theile, über die Anwendung von Luftziegeln, Lehmpatzen und Lehmweller, über die Dimensionen des Steinmaterials, Benutzung von Bruchsteinen, über die Verwendung schmiedeiserner oder gusseiserner Säulen zu bestimmen, wie ebenso Festigkeits-Koeffizienten etc. zu normiren, wird man deshalb füglich der Polizeibehörde die Berechtigung nicht absprechen können, wennschon nicht ableugbar ist, dass dadurch der subjektiven

[1]) Z. B. Preussen (S. S. 356 Anmerk. 19); Württemberg, Vollz. V. § 20. — [2]) Das Vortreten der Fundamente und Sockel über die Strassenflucht-Linie ist erlaubt z. B. in Hessen, B. O. Art. 30; Kasematten-Anlagen in Lübeck, B. O. § 40. — [3]) Lübeck, B. O. § 49; Oldenburg, B. O. § 17. — [4]) Hamburg, B. O. § 89; Bremen, B. O. §§ 22, 54; Lübeck, B. O. § 54; Oldenburg, B. O. § 18. — [5]) Preuss. Min. Erl. v. 19. Februar 1878 (Min. Bl. S. 75) mit Reskr. v. 28. Novbr. 1831 und 22. Septbr. 1846. M. vgl. Brandenburg, B. O. § 54; Berlin, B. O. §§ 100, 101 m. V. v. 17. Januar 1873. — [6]) z. B. Brandenburg, B. O. § 55. — [7]) z. B. Bremen, B. O. § 113; Hamburg, B. O. § 99; Oldenburg, B. O. § 79; Brandenburg, B. O. § 56. — [8]) s. unten S. 365: Bau-Aufsicht. — [9]) Hessen, B. O. Art. 40; Bremen, B. O. § 32; S.-Gotha, B. O. § 11; S.-Weimar, B. O. § 8; Württemberg, Vollz.-Verordn. §§ 29—31 u. B. O. Art. 35; Sachsen B. O. (St.) § 23 ff., (D.) §§ 20, 21; Bayern, B. O. § 11. — [10]) Deshalb wird die Anbringung von Vasen, Figuren u. anderen architekton. Schmuckstücken nur gestattet, wenn sie in eine haltbare Verbindung mit festen Bautheilen gebracht werden; Hamburg, B. O. § 48. — [11]) Bremen, B. O. § 34; Lübeck. B. O. § 18. — [12]) M. s. Antoine Braun in *Nouv. annal. des ponts et chaussées 1884.* — [13]) Hessen, B. O. Art. 41.

Auffassung der Bau-Aufsichtsbehörde ein grosser Spielraum gelassen ist. Die leitenden Grundsätze, welche die Polizei-Ordnungen dafür geben, weichen erheblich von einander ab.

2. Einfriedigung.[1])

Die Einfriedigung von Grundstücken nach der Strasse zu bedarf polizeilicher Genehmigung, welche versagbar ist, wenn solche den öffentlichen Verkehr beeinträchtigen, oder die Anwendung der Feuerlösch- und Rettungs-Geräthschaften verhindern, oder zur Verunstaltung der Strasse dienen würde. Umgekehrt kann sie gefordert werden für unbebaute Grundstücke, die an Strassen oder öffentlichen Plätzen liegen. Die Einfriedigungen zwischen Nachbar-Grundstücken gehen eigentlich der Polizeibehörde nichts an; dennoch beschäftigen sich einzelne Bau-Ordnungen auch mit derarten Verhältnissen.[2])

γ. Feuerpolizeiliche Gesichtspunkte.

Aus wirthschaftlichen Erwägungen würde die Abwendung der Feuersgefahr die erste Rücksicht bei Bau-Ausführungen bilden müssen, weil die durch das Element vernichteten Güter verloren werden und dadurch der Allgemein-Wohlstand geschädigt wird. Während früher für die Feuer-Polizei gerade am wenigsten gethan wurde, haben die neuern Bau-Ordnungen Besseres geschaffen. Wo jedoch solche, wie in Preussen, fehlen, werden gewisse grosse Grundsätze schwerlich mit sonderlichem Erfolg allgemein eingeführt werden, weil den Orts-Polizeibehörden der sichere Rückhalt fehlt und sie mit der Hartnäckigkeit des seinen eigenen Vortheil so häufig verkennenden Grundbesitzers zu kämpfen haben, der ihre Fürsorge seinen augenblicklichen Geld-Aufwendungen nachstellt. Am wichtigsten zur Verhütung grosser Feuersbrünste ist zunächst die äussere Beschaffenheit der Bau-Anlagen und erst in 2. Linie der sogen. innere Ausbau.

1. Das Auseinanderbauen.[3])

In neuerer Zeit ist man von dem Irrthum zurück gekommen, dass das Freilassen schmaler Gänge zwischen 2 Baulichkeiten die Weiter-Verbreitung des Feuers hindere. Deshalb ist wenigstens für Städte das unmittelbare Nebeneinandersetzen der Bauten behördlich eher begünstigt, als beschränkt worden. Nur auf dem Lande, wo die Zwischenräume erheblich und meist so bedeutend zu sein pflegen, dass bei normalen Wind-Verhältnissen brennende Gebäudetheile die Nachbar-Grundstücke nicht erreichen, hat man dem Auseinanderbauen den Vorzug gegeben und lässt dort mildere Bestimmungen Platz greifen.

2. Bedachung.[4])

Neuerdings wird auf feuersichere Bedachung grosser Werth gelegt, und meist solche in Stein, Ziegel, Schiefer, Metall, Glas, Zement und Asphalt, sowie deren Surrogaten: Dachpappe, Dachfilz, Holzzement bei Neubauten gefordert, sowie bei Umdeckungen für wünschenswerth erklärt, so oft das vorhandene Sparrenwerk und die Umfassungs-Mauern harte Bedeckung zu tragen vermögen. Es wird deshalb auch auf entsprechende Dachkonstruktion gesehen. Die bisher beliebten Schindel- und Stroh-Dächer sucht man mit Recht zu verdrängen; sie sollen z. B. auch in Preussen[5]) nur noch ausnahmsweise zugelassen werden.

3. Umfassungswände.

Die grosse Bedeutung, welche die Beschaffenheit der Wände für das Weiter-

[1]) Z. B. Braunschweig, B. O. §§ 31, 59; Bremen, B. O. § 23; Hamburg, B. O. § 83, 89; Sachsen, B. O. (St.) § 70, (D.) § 65; Württemberg, B. O. Art. 34. — [2]) z. B. Braunschweig, B. O. § 53; Preussen, A. L.-R. I. 8 § 149 u. oben S. 309. — [3]) z. B. Bayern, B.-O. § 57; Braunschweig, B. O. §§ 26, 56; Hessen, B. O. Art. 35; Oldenburg, B. O. Art. 29; Sachsen, B. O. (St.) § 6; S.-Altenburg, B. O. § 21; S.-Gotha, § 72; S.-Weimar, Ausf. Verordn. § 7 No. 6. Württemberg, B. O. Art. 28, 29. Vollz. V. § 23; m. vergl. auch oben S. 306. — [4]) z. B. Baden, B. O. § 15; Bayern, B.-O. §§ 38—41; Braunschweig, B. O. § 40; Bremen, B. O. § 53; Hessen, B. O. Art. 56—59; Hamburg, B. O, § 28; Lübeck, B. O. § 27; Oldenburg, B. O. Art. 47; Sachsen, B. O. (St.) § 36 ff., (D.) § 36 ff.; S.-Altenburg, B. O. § 35; S.-Gotha, B. O. § 49; S.-Weimar, Ausf. Verordn. § 7 No. 9; Württemberg, B. O. Art. 43 ff. — [5]) M. s. Min.-Resk. v. 8. Oktober 1812, 9. Juni 1826, 4. Mai, 25. September u. 11. Dezember 1835 7. Juli 1836, 30. Juni 1839, v. 14. Septbr. 1844. Vergl. Brandenburg, B. O. (St.) §§ 15, 16 (L.) § 9; Berlin, B. O. 39. Dachöffnungen müssen mit Thüren, Läden, Fenstern oder sonstigen Verschlüssen versehen werden. Baden, B. O. § 17; Bayern, B, O. § 47; Hamburg, B. O. § 29; Hessen, B. O. Art. 58; Oldenburg, B. O. Art. 49; S.-Altenburg, B. O. § 37; S.-Weimar, Ausf. Verordn. § 7 No. 14. Vereinzelt wird die obligatorische Einführung von Schutzbrettern auf den Dächern in Aussicht genommen; Hessen, B. O. Art. 57.

tragen oder Einhalten der Feuer hat, führte zu einer sorgfältigen Behandlung der Vorschriften über die Beschaffenheit, welche unter den verschiedenen Voraussetzungen die Wände haben müssten. Man hat den Umfassungs-Wänden[1]) der Gebäude, Zwischen-[2]) und Trennungs-[3]) Wänden innerhalb derselben, ganz besonders aber diesen zwischen 2 benachbarten Grundstücken sorgfältige Behandlung zu Theil werden lassen.

Wände, welche entweder dicht an der nachbarlichen Grenze oder in einer geringen Entfernung von derselben zu stehen kommen, sind, sowie sie der nachbarlichen Grenze zugekehrt sind, als Brandmauern[4]), d. h. von Grund auf in solcher Stärke und Beschaffenheit aufzuführen, dass sie die Fortpflanzung eines Feuers nach der entgegen gesetzten Seite hin verhindern, und dürfen in der Regel, wenn sie als Umfassungs- (Giebel-, Rück-) Mauern dienen, keinerlei, wenn sie aber Scheidungen bilden, nur solche Oeffnungen haben, welche mit feuersicherm Verschlusse versehen sind. Die Polizeibehörde darf Ausnahmen gestatten.

Unmittelbar an einander grenzende Grundstücke müssen meist je ihre Brandmauer haben; doch ist verschiedentlich[5]) eine Ausnahme dahin gestattet, dass entweder eine gemeinsame Brandmauer genügt oder der später Bauende an die vorhandene Brandmauer sich mit Wirthschafts-Bauten anlehnen kann. Das Auflegen von Balken, überhaupt das Zusammentreffen mit Holzwerk ist bei Brandmauern nur beschränkt statthaft. Ueber die Stärke-Verhältnisse[6]) und die Beschaffenheit des zu verwendenden Materials[7]) gehen die einschlagenden Bestimmungen sehr auseinander. Bei sehr umfangreichen Baulichkeiten[8]) werden nicht selten innerhalb des Bauwerks Brandmauern[9]) verlangt. Fachwerksbauten[10]) werden in Städten neuerdings möglichst verhindert, oder doch in der Ausführung beschränkt. Ein Gleiches gilt noch mehr von Holzbauten[11]) und Holz-Bekleidungen.[12])

Für öffentliche Bauwerke, wie Theater[13]), Zirkus, pflegen besondere Vorschriften zu bestehen; in Preussen schweben gegenwärtig Berathungen über hier zu treffende Maassnahmen.

4. Treppen.[14])

Weniger, um die Weiter-Verbreitung des Feuers zu hindern, als um die Sicherheit der Bewohner zu heben und die Rettung von Personen und Sachen wirksamer zu unterstützen, hat man den Treppen-Anlagen polizeilicherseits Aufmerksamkeit zu schenken. Einheitliche Grundsätze sind nicht zu Stande gekommen. Das Schwanken in den Ansichten der Techniker, ob Holz-, Stein-, eiserne Treppen zweckmässiger seien, macht sich in den Bau-Ordnungen bemerkbar. Darin allein stimmen alle überein, dass die Treppen-Konstruktionen der polizeilichen Fürsorge unterliegen, von der Beschaffenheit und den Verwendungs-Zwecken des Bauwerks sowie seiner Lage abhängig, und dass deshalb allgemein bindende Grundsätze sich nicht empfehlen.

[1]) Z. B. Bremen, B. O. § 35; Hessen, B. O. Art. 42—45; Hamburg, B. O. § 17 ff. u. Ges. v. 24. Januar 1872 § 6; Lübeck, B. O. § 19; Oldenburg, B. O. §§ 43 ff.; Sachsen, B. O. (St.) §§ 26 ff., (D.) §§ 22 ff.; S.-Altenburg, B. O. § 29; S.-Gotha, B. O. §§ 14 ff.; Württemberg, B. O. Art. 39, 50 ff. — [2]) Bremen, B. O. § 38; Lübeck, B. O. §§ 20 ff. — [3]) Bremen, B. O. § 36; Hessen, B. O. Art. 46, 53; Hamburg, B. O. § 31; Oldenburg, B. O. Art. 51; Sachsen, B. O. (St.) §§ 32 ff., (D.) § 29 ff.; S.-Gotha, B. O. § 17; Württemberg, B. O. Art. 40, 66, 71, — [4]) Baden, B. O. § 9; Bayern, B. O. §§ 17, 48; Bremen, B. O. § 8; Hessen, B. O. Art. 45. 47, 50; Lübeck, B. O. § 26; Oldenburg, B. O. § 44; Sachsen, B. O. (St.) §§ 30 ff., (D.) §§ 27 ff.; S.-Altenburg, B. O. § 30; S.-Gotha, B. O. § 20; S.-Weimar, Ausf. V. § 7 No. 4, 18; Württemberg, B. O. Art. 37; Brandenburg, B. O. (St.) §§ 12 ff., (L.) §§ 8 ff. — [5]) z. B. Brandenburg (L.) § 11 — [6]) z. B. Bayern, B. O. §§ 14 ff. — [7]) z. B. Bayern, B. O. § 33; Braunschweig, B. O. § 33; Bremen, B. O. § 34; Hessen, B. O. Art. 41; Hamburg, B. O. § 17; Sachsen, B. O. (St.) §§ 24, 25, (D.) § 21; Württemberg, B. O. Art. 36 ff. — [8]) Die Verbindung mehrerer selbständiger Bauwerke durch Wegnahme der Trennungswände wird nur beschränkt gestattet: z. B. Bremen, B. O. § 41; Hamburg, B. O. § 21. — [9]) Braunschweig, B. O. § 43; Bremen, B. O. § 40. — [10]) Baden, B. O. § 14; Bayern, B. O. § 51; Braunschweig, B. O. §§ 36, 54; Hamburg, B. O. §§ 22, 23; Hessen, B. O. Art. 43; S.-Gotha, B. O. § 18; S.-Meiningen, Ausf. V. § 7 No. 16; Brandenburg, B. O. (St.) § 13; Berlin, B. O. § 33. — [11]) Lübeck, B. O. § 20; Berlin, B. O. § 33. — [12]) Braunschweig, B. O. § 37; Bremen, B. O. § 47; Hamburg, B. O. 45; Lübeck, B. O. § 29; S.-Gotha, B. O. § 19; S.-Weimar, Ausf. V. § 7 No. 11. — [13]) z. B. Bayern, B. O. § 56; Preussen, Minist. Reskr. v. 18. Novbr. 1881 (Min. Bl. 1882 S. 9). — [14]) z. B. Baden, B. O. § 18; Bayern, B. O. §§ 55, 63, 73; Braunschweig, B. O. § 49; Bremen, B. O. §§ 54, 55; Hamburg, B. O. §§ 32, 89; Oldenburg, B. O. Art. 41; Sachsen, B. O. (St.) § 38, (D.) § 35; S.-Gotha, B. O. § 41; Württemberg, B. O. Art. 53; Berlin, Poliz. V. v. 11. April 1865; Brandenburg B. O. (St.) § 43 (L.) § 24.

In grössern Ortschaften pflegen für umfangreichere Gebäude meist mehre selbstständig bis zum höchsten bewohnbaren Raume führende unverbrennliche [1]) Treppen verlangt zu werden. Hölzerne äussere Aufgangsstiegen [2]) werden nur noch ausnahmsweise bei isolirten Gebäuden bis zum 1. Geschoss gestattet. Besondere Sorgfalt wird den Treppen-Anlagen in Theatern [3]), öffentlichen Versammlungs-Orten [4]) und Fabrik-Gebäuden zugewendet.

5. Gebäude-Höhe [5])

Für ihre Festsetzung sind allerdings nicht blos feuer-, sondern auch gesundheitspolizeiliche Gesichtspunkte maassgebend. Aus letzteren pflegt man die Gebäudehöhe mit der Strassenbreite in ein gewisses Verhältniss zu bringen, um das Eindringen von Licht und Luft in die Wohnungsräume zu ermöglichen. Ausnahmslos verfährt man indess inkonsequent, weil man für die nach dem Hofe gelegenen Räume zum Nachtheile der Gesundheit ihrer Bewohner gleiche Rücksichten nicht walten lässt, so dass allenthalben Vorschriften fehlen, welche verhindern, dass höhere Baulichkeiten nach dem Hofe zu Stande kommen, als die Länge, bezw. Breite des Hofes beträgt.

Würden allein gesundheitliche Erwägungen für Bemessen der Gebäudehöhe maassgebend gewesen sein, so würde man die Höhe der Gebäude an freien Plätzen überhaupt nicht haben einschränken können. Indem man solches thut, ist der Gesichtspunkt Ausschlag gebend, dass die Rettungswerkzeuge nur bis zu einer bestimmten Höhe reichen und die öffentliche Sicherheit nicht dulden dürfe, dass Personen in einer grössern Höhe wohnen, als in welcher ihnen noch Rettung gebracht werden kann.

6. Dachrinnen. [6])

Hölzerne Dachrinnen können besonders bei zusammen hängenden Gebäuden zum Weiterverbreiten des Feuers dienen, weshalb neuerdings die Herstellung der Rinnen aus feuersicherm Material, wie Stein, Gusseisen, Blech gefordert wird. Bei so weitem Zwischenraum, dass nicht feuersicheres Material selbst bei Flugfeuern ungefährlich erscheint, werden hölzerne Dachrinnen gestattet.

7. Feuerungen. [7])

Offene Feuerungen dürfen nur an vollständig massiven Wänden angelegt werden. Ihre Heizmündungen müssen in angemessener Entfernung vom Fussboden sich befinden, an dem noch dazu ein feuersicheres Vorpflaster oder Plattenstück anzubringen ist. Geschlossene Oefen sind dagegen auch an Fach- oder Riegel-Wänden oder solchen aus verputztem Lattenwerk aufstellbar, wenn solche auf mindestens 2 Fuss Länge durch massives Mauerwerk ersetzt sind. Ihre Heiz- und Aschenabfall-Oeffnungen müssen durch metallene Thüren abschliessbar sein. Für Oefen von Zentralheizungen [8]) und Backöfen [9]) finden sich überall besondere strengere Bestimmungen. Ebenso für Leimküchen der Tischler [10]) und Feuerungen der Schlosser- und Schmiedewerkstätten. [11])

8. Schornsteine und Kamine. [12])

Zur Ableitung des Rauchs sind Feuerstätten mit einem Kamin in Verbin-

[1]) Gleiches pflegt für Aufzüge (Elevatoren) gefordert zu werden: z. B. Bremen, B. O. § 56. — [2]) z. B. Bayern, B. O. § 45; S.-Gotha, B. O. § 44; — [3]) z. B. Bayern, B. O. § 56; Berlin, Poliz. V. v. 29. Juni 1881. Für Kirchen-, Schul- und sonst. öffentl. Bauwerke in Preussen enth. die Zirk. Verf. v. 21. Aug. u. v. 6. Oktbr. 1884 (Zentrbl. d. Bauverw. 1884) die besondern Sicherungs-Vorschriften. — [4]) z. B. Bayern, B. O. § 55: S.-Gotha, B. O. § 42; S.-Weimar, Ausf. V. § 7 No. 3. — [5]) z. B. Bayern, B. O. §§ 34—37; Braunschweig, B. O. § 21; Bremen, B. O. § 108; Hessen, B. O. Art. 31; Hamburg, B. O. §§ 24, 34; Lübeck, B. O. § 57; Sachsen: B. O. (St.) § 16, (D) § 14; S.-Altenburg, B. O. § 29; S.-Gotha, B. O. § 86; S.-Weimar, Ausf. V. § 7 No. 2; Württemberg, B. O. Art. 23; Berlin, Poliz. V. v. 13. Juli 1865. — [6]) Brandenburg, B. O. (St.) § 15; Bremen, B. O. § 24; S.-Gotha, B. O. § 51; S.-Weimar, Ausf. V. § 7 No. 10. — [7]) z. B. Baden, B. O. § 19; Bayern, B. O. §§ 18, 27—32, 48—54; Braunschweig, B. O. §§ 46—48, 57; Bremen, B. O. §§ 61—71, 99; Hamburg, B. O. §§ 52, 55, 62; Sachsen, B. O. (St.) § 56 ff., (D.) § 54 ff., Württemberg, B. O. Art. 52; Minist. V. v. 26. Dezbr. 1872; Lübeck, B. O. §§ 41—44; Oldenburg, B. O. Art. 55 ff.; S.-Gotha, B. O. §§ 31—35; S.-Weimar, Ausf. V. § 7 No. 17—19, 35—44; Brandenburg, B. O. (St.) §§ 35 ff. (L.) §§ 21 ff.; Berlin, B. O. §§ 54 ff. — [8]) Baden, B. O. § 23. Bremen, B. O. §§ 67—69; S.-Weimar, Ausf. V. § 7 No. 47. — [9]) Baden, B. O. § 27; Bayern, B. O. § 32; Bremen, B. O. §§ 84, 99; Hamburg, B. O. § 69; Oldenburg, B. O. Art. 56, 70; Sachsen, B. O. (St.) § 56, (D.) § 54; S.-Altenburg, B. O. § 43; S.-Weimar, Ausf. V. § 7 No. 46. — [10]) Bremen, B. O. § 100; Hamburg, B. O. § 71; S.-Gotha, B. O. § 69. — [11]) Berlin, B. O. § 19; Brandenburg, B. O. (St.) § 16; Baden, B. O. § 29; Bremen, B. O. § 87; Hamburg, B. O. § 68; Sachsen, B. O. (St.) § 38 (D), § 34; S.-Altenburg, B. O. § 44. — [12]) z. B. Baden, B. O. § 31; Bayern, B. O. §§ 18—26; Bremen, B. O. §§ 72—92; Hamburg, B. O. §§ 49—56; Sachsen, B. O. (St.), §§ 50 ff.; (D.) §§ 47. ff.: Lübeck, B. O. §§ 30—40, 77; Oldenburg, B. O. Art. 63 ff.; S.-Altenburg. B. O., § 39 m. Verordn. v. 16. Juli u. 5. Oktober 1863; S.-Gotha, B. O. §§ 22—30, 59; S.-Weimar, Ausf. V. § 7 No. 20—34; Brandenburg, B. O. (St.) § 44 (L.) §§ 18 ff.; Berlin, B. O. §§ 70 ff. §§ 49, 56.

dung zu bringen. Nur in Nothfällen ist eine Ausnahme in der Art zulässig, dass Rauchröhren durch die Hauptmauern der Gebäude ins Freie geführt werden, sofern dadurch nicht etwa Rauch-Belästigungen oder Gefährdungen für die Nachbarschaft entstehen. So sollen Schornsteinröhren ohne Unterschied, ob sie besteigbar sind oder nicht, stets von unten auf massiv und lothrecht durch das Haus geführt werden. Die etwaige Schleifung der Röhren hat auf massiven Bögen oder in gehörig starker Mauer zu erfolgen. Ueber die Weite der Schornsteine gehen die Bestimmungen auseinander. Jedenfalls haben sie so weit zu sein, dass ihre Reinigung in ordnungsmässiger Weise erfolgen kann. Sie sind durchweg in feuersicherm Material aufzuführen, innen und aussen zu verputzen und nicht zu nahe neben Holz vorbei zu führen Bei Schornsteinen für gewerbliche Unternehmungen sind besondere Bestimmungen maassgebend. Die Schornsteinhöhe ist so zu bemessen, dass die Nachbarschaft durch Rauch nicht erheblich belästigt wird.

Die Anbringung von Sperrklappen in den Rauch-Abzugsröhren, welche einen, Zimmerofen mit einem Kamin verbinden, ist vielfach aus gesundheitspolizeilichen Rücksichten verboten, um Vergiftungen durch Kohlenoxydgas als Folge unbesonnenen und vorzeitigen Schliessens der Ofenklappen vorzubeugen. [1])

Hierher fallen auch die Vorschriften über Anlage von Räucherkammern. [2]) Solche sind meist auf feuerfester Unterlage in Wänden und Decken massiv auszuführen. Ihre Oeffnungen sind mit dicht schliessenden metallenen Thüren zu versehen. Kommen die Räucherkammern in den Dachraum zu liegen, so pflegen Doppelthüren verlangt zu werden. Auch für Malzdarren giebt es besondere Bestimmungen.

9. Durch- und Zufahrten. [3])

Zum Zwecke ungehinderter Benutzung der Feuerlösch- und Rettungs-Geräthschaften ist dafür zu sorgen, dass die an den Strassen stehenden Gebäude auch an ihren Rückseiten zugänglich sind, um ihnen im Falle eines Brandes von dort beikommen zu können. Es sind daher überall genügende Durch- oder Zufahrten herzustellen, deren Breite und Höhe jedoch verschieden beziffert wird. Zwischen den Vorder- und Hinterhäusern sind angemessene, zu der Höhe der Gebäude im Verhältniss stehende Zwischenräume offen zu lassen, die überdies nicht in einer mit den Feuerlösch-Zwecken unverträglichen Weise verschlossen werden dürfen.

10. Beleuchtung.

Ungeachtet der Feuer-Gefährlichkeit, welche durch die neuerdings allgemeine Zentralbeleuchtung mittels Gas (bezw. auch Elektrizität) gegeben wird, haben doch erst einzelne Staaten sich hiermit eingehend beschäftigt, sich aber darauf beschränkt, für das Hauptleitungsrohr ausserhalb des Gebäudes befindliche leicht zugängliche Abschlüsse zu verlangen. [4])

δ. Gesundheitspolizeiliche Gesichtspunkte.

Den Anforderungen der öffentlichen Gesundheitspflege ist auf dem Gebiete des Bauwesens die schuldige Rücksicht bisher nicht zu Theil geworden. Dass menschliche Wesen sich in Wohngebäuden aufhalten sollen, dass die erste Grundbedingung für die Gesundheit eines Geschlechts, für die Verhütung der Wiederkehr von Krankheiten und Epidemieen Luft und Licht [5]) ist, dass namentlich die ärmere Bevölkerung um so mehr gesunde Schlafräume besitzen müsste, als vielfach ihre Arbeitsstätten nach der Natur der Betriebe reine Luft nicht enthalten können, dass Ferienkolonien nicht die traurigen Folgen, welche ungesunde feuchte Wohnungen bei der nachwachsenden Generation hervor rufen, zu beseitigen im Stande sind, haben die Verwaltungs-Behörden bisher viel zu wenig gewürdigt. Es braucht nur an die zahllosen Wohnhäuser in grossen Städten erinnert zu werden, deren Beziehen

[1]) Z. B. Bayern, B. O. § 31; S.-Gotha, B. O. § 35; Berlin, Poliz. V. v. 29. Novbr. 1877. — [2]) Brandenburg, B. O. (St.) § 40, (L.) § 22; Baden, B. O. § 26; Bayern, B. O. § 32; Bremen, B. O. § 95; Hamburg, B. O. § 67; Lübeck, B. O. § 45; Oldenburg, B. O. Art. 68; Sachsen, B. O. (St.) § 55, (D.) § 53; S.-Altenburg, B. O. § 42; S.-Weimar, Ausf. V. § 7 No. 45. — [3]) Berlin, B. O. § 26 m. Bek. v. 24. Dezbr. 1874 u. Ortsstat. v. 8. Okt. 1875; Bayern, B. O. § 59; Baden, B. O. § 8; Hessen, B. O. Art. 37; Lübeck, B. O. § 58; Oldenburg, B. O. Art. 37; Sachsen, B. O. (St.) § 15, (D.) § 13; S.-Gotha, B. O. § 74; S.-Weimar, Ausf. V. § 10; Württemberg, Vollz. V. § 23; B. O. Art. 28. — [4]) Bremen, B. O. §§ 106, 107 mit Ges. v. 3. Mai 1872. — [5]) Berlin, B. O. § 87; Brandenburg, B. O. (St.) §§ 18, 46 (L.) § 12; Baden, B. O, § 6; Bremen, B. O. § 111; Hessen, B. O. Art. 61; S.-Weimar B. O. § 8 No. 1. —

gestattet wird, bevor sie genügend austrocknen konnten und in deren dumpfe Räume nie ein Sonnenstrahl eindringt, dabei aber zahlreiche Personen eng zusammen gepfercht hausen müssen. Nur in Sachsen [1]) ist die Betheiligung der Medizinal-Behörden bei Handhabung der Baupolizei im weitern Umfange gesichert, indem statutarische Bestimmungen nur nach einer Vorprüfung dahin zu Stande kommen, ob den Forderungen, welche im gesundheits-polizeilichen Interesse an das Bauwesen des Orts zur Sicherung der öffentlichen Wohlfahrt gestellt werden müssen, unter Berücksichtigung der örtlichen Verhältnisse Genüge geleistet wurde. In den andern Staaten sieht es in dieser Hinsicht jedoch kläglich aus, indem man sich im allgemeinen an folgenden Grundsätzen genügen lässt.

1. Hofräume. [2])

Solche sollen nicht nur wirthschaftlichen Zwecken dienen, sondern namentlich die Zuführung von Licht und Luft nach denjenigen Gelassen vermitteln, welche der Strasse abwärts gelegen sind. Fast allgemein wird der letztere Gesichtspunkt zu gering veranschlagt. Denn, dass quadratische Höfe von 17 Fuss Seitenlänge, wie sie nach der Berliner Bauordnung gefordert werden, völlig unzureichend sind, wenn die sie umgebenden Bauwerke 50 und mehr Fuss hoch sind, bedarf kaum einer Begründung, in neuern Vorlagen [3]) wurden deshalb grössere Hofräume angestrebt. Verschiedentlich lässt man sogar noch zu, dass die Höfe mit Bauwerken niederer Ordnung besetzt werden. [4])

2. Höhe der Wohnräume. [5])

Die innern Einrichtungen der Gebäude dürfen die Gesundheit der Bewohner nicht gefährden. Die Wohnungen müssen daher Trockenheit, Licht, Luft, Raum und Zugänglichkeit in erforderlicher Menge haben. Deshalb ist die Minimal-Höhe der zu Wohnungen bestimmten Stockwerke und überhaupt aller Wohnungs- und Arbeitsräume, welche sie im Lichten haben sollen, vielfach ziffernmässig vorgeschrieben. Dagegen finden sich bisher nirgends Bestimmungen, welche auch die Länge und Tiefe der einzelnen Räume fest setzen oder den Eigenthümer in der Verwerthung der Miethsräume dahin beschränken, dass nur eine dem kubischen Luftinhalt der Räume entsprechende Anzahl Personen darin aufgenommen werden dürfen.

3. Keller-Wohnungen. [6])

Wohnungen gänzlich unter Terrainhöhe und in Kellertiefe anzulegen, ist zwar nirgends gestattet. Dagegen sind überall Kellerwohnungen erlaubt, welche zum Theil unter der Erde sich befinden, wenn das Souterrain vollkommen trocken ist, sie ausreichenden Licht- und Luftzutritt erhalten und wenigstens zu einem Theil ihrer Lichthöhe über Terrainhöhe liegen. Während vereinzelt [7]) verlangt wird, dass derarte Wohnungsräume an den von der Sonne beschienenen Seiten gelegen sind, sowie dass durch Isolirungs-Mauern ihre Trockenheit gesichert werde, wird ziemlich allgemein ihre Anlage selbst an dumpfen und ungesunden Höfen gestattet.

4. Dach-Wohnungen. [8])

Ob solche der Gesundheit zuträglicher, als Kellerwohnungen seien, wird ärztlicherseits vielfach bezweifelt. Vereinzelt [9]) ist aus feuerpolizeilichen Rücksichten ihre Zulässigkeit eingreifenden Beschränkungen unterworfen. Anderwärts ist ihre Einrichtung zu erlassenden Orts-Baustatuten vorbehalten [10]). In Sachsen [11]) z. B. ist

[1]) V. v. 28. Dezember 1871; f. Dresden speziell v. 1. Januar 1880 (vergl. S. 184). — [2]) z. B. Preussen, A.L.-R. I. 8 § 66 m. Min. Resk. v. 24. Okt. 1845; Bayern, B.O. §§ 58, 59; Bremen, B. O. § 112; Hamburg, B. O. § 41; Hessen, B. O. Art. 37; Sachsen, B. O. (St.) § 15, (D.) § 12; Brandenburg, B. O. (St.) § 10, Berlin, B. O. § 27; S.-Gotha, B. O. § 73; S.-Weimar, Ausf. V. § 7, No. 1. — [3]) Entwurf einer neuen B. O. f. Berlin. — [4]) Ihre Unterkellerung zu Wirthschafts-Zwecken ist in Preussen von besonderer Genehmigung abhängig, (Min. Resk. v. 9. April 1864). — [5]) z. B. Bayern, B. O §§ 62, 72; Braunschweig, B. O. § 51; Bremen, B. O. § 110; Hessen, B. O. Art. 61; Lübeck, B. O. § 47; Sachsen, B. O. (St.) § 17 (D.) § 14; S.-Altenburg, B. O. § 31; S.-Gotha, B. O. § 40; S.-Weimar, Ausf. V. § 8 No. 2; Berlin, B. O. § 88. — [6]) z. B. Bayern, B. O. § 43: Braunschweig, B. O. § 50; Hamburg, B. O. § 43, Hessen, B. O. Art. 61; Sachsen, B. O. (St.) § 18, (D.) § 15; S.-Gotha, B. O. § 54; S.-Weimar, Ausf. V. § 8 No. 3; Württemberg, B. O. Art. 54; Brandenburg, B. O. (St.) § 19, (L.) § 13; Berlin, B. O. § 89. — [7]) z. B. Sachsen, B. O. § 18 mit Min. V. v. 12. Dezbr. 1873. — [8]) z. B. Bayern, B. O. § 44; S.-Gotha, B. O. § 53; Berlin, Poliz. V. v. 23. Jan. 1860. — [9]) z. B. Bayern, B. O. § 44; Braunschweig, B. O. § 52; Sachsen, B. O. (St.) § 44, (D.) § 41. — [10]) z. B. Württemberg, B. O. Art. 55 u. Vollz, V. § 54. — [11]) B. O. (St.) § 17 b.

umgekehrt für Dachwohnungen eine geringere Höhe nachgelassen, als im allgemeinen für Wohnräume verlangt wird. Jedenfalls würde bei Dachwohnungen weit mehr auf Vermeidung schädlicher Einflüsse der Bedachungen zu sehen und Missgriffen von dieser Seite entgegen zu wirken sein.

5. Begräbnissplätze.[1])

Dass Wohnungen in der Nähe von Begräbniss-Plätzen für die Gesundheit ihrer Bewohner nachtheilig wirken können, ist schon längst erkannt und hat zu dem Verbote geführt, in den Kirchen und in bewohnten Gegenden der Städte Leichen zu vergraben. Auch ist fast allenthalben vorgeschrieben, dass Begräbniss-Plätze in Städten und grossen Flecken von der Ortschaft möglichst entfernt, und vorzugsweise in der Richtung angelegt werden sollen, von welcher am seltensten Winde gegen die Stadt zu wehen. Ueber die Entfernung neuer Bauten von Friedhöfen zu bestimmen, ist vielfach den Orts-Baustatuten mit der Maassgabe überlassen, dass einerseits diese nicht in einer den nöthigen Luftwechsel hemmenden Weise eingeschlossen werden, und andererseits die Bewohner der benachbarten Gebäude nicht von den Ausdünstungen der Gräber Schaden nehmen.

6. Brunnen und Zisternen.[2])

Brunnen dürfen jedenfalls nicht so nahe bei Friedhöfen oder Abdeckereien angelegt werden, dass eine Verunreinigung der Brunnenwasser mit Fäulniss-Stoffen möglich ist. Umgekehrt müssen Abtrittsgruben und ähnliche Anlagen von Brunnen solchen Abstand erhalten, dass deren Verunreinigung vermieden wird. Vereinzelt wird den Polizeibehörden das Recht zugesprochen, wenn und so weit durch eine Brunnen-Anlage Quellwasser entzogen und hierdurch ein dringendes öffentliches Interesse beeinträchtigt wird, die Anlage zu hindern.

7. Gewerbliche Anlagen.[3])

Gesundheits- und sicherheits-polizeilichen Erwägungen entspricht der gesetzliche Vorbehalt, dass Gemeinde-Behörden durch Orts-Baustatuten einzelne Ortstheile vorzugsweise zu gewerblichen Anlagen bestimmen und solche Anlagen in andern Ortstheilen entweder ganz unterdrücken oder wenigstens von besondern Beschränkungen abhängig machen dürfen.

8. Das Beziehen von Neubauten.[4])

Dass beim Beziehen neu gebauter Häuser oder neu geputzter Zimmer die mit ätzendem Kalk angefüllten Wasserdünste des noch feuchten Mörtels und die frischen Oelfarben durch Verderben der Zimmerluft, sowie andere ähnliche Umstände, die bedenklichsten Krankheiten hervor zu rufen vermögen, ist allgemein bekannt.[5]) In Preussen hatte auch schon aus diesen Erwägungen im Jahre 1800 das Ober-Medizinal-Kollegium gutachtlich befürwortet, das Beziehen von Neubauten erst nach Ablauf von 1 Jahr nach seiner Vollendung zu gestatten. Indess sind entsprechende Grundsätze nur ausnahmsweise durchgeführt worden (wie z. B. in Dresden; vergl. Seite 184). Fast allgemein begnügt man sich mit einem schnellern Austrocknen durch Anwendung künstlicher Mittel, die indess oft unzulänglich sind und die Gesundheit der ersten Bewohner vor Schäden nicht bewahren.

9. Anstrichs-Farben.[6])

Auf die Absicht, um Gesundheits-Störungen durch Einathmen des Giftes gewisser Farben, sowie um Störungen des Sehvermögens zu vermeiden, sind die polizeilichen Verbote, Wände mit Neugrün[7]), Kupferoxyd und Arsenik enthaltenden oder sonst giftigen Farben zu bemalen, sowie die Vorschriften über den Façaden-Anstrich zurück zu führen.

[1]) Z. B. Hessen, B. O. Art. 38; Württemberg, B. O. Art. 31 mit Vollz. V. § 27, 62 No. 8. — [2]) Brandenburg, B. O. (St.) § 57; Berlin, B. O. § 86; Charlottenburg, Poliz. Bek. v. 1. Novbr. 1863; Braunschweig, B. O. § 58; S.-Altenburg, B. O. § 53; S.-Weimar, Ausf. V. § 8 No. 7; Württemberg, B. O. Art. 68; vergl. dag. oben S. 310 unter 10. — [3]) Württemberg, B. O. Art. 30; Berlin, Reskr. v. 18. Febr. 1874 und 2. März 1880. — [4]) S.-Gotha, B. O. § 96; S.-Weimar, Ausf. V. § 8 No. 4; Berlin, B. O. §§ 8, 9 m. M. Reskr. v. 17. Novbr. 1865. — [5]) vgl. z. B. Reclam: Sind neu gebaute Wohnungen für ihre Bewohner schädlich? in „Die Gesundheit", 1882. — [6]) z. B. Bayern, B.-O. § 68; Braunschweig, B.-O. § 42; Hamburg, B.-O. § 47; Lübeck, B. O. § 50; S.-Gotha, B. O. § 71; Württemberg, B.-O. Art. 46. — [7]) z. B. preuss. Min.-Reskr. v. 12. Januar 1815.

10. Abtritte und Dunggruben.[1]

Ihre Anlagen an Strassen wird allgemein aus verschiedenen Gesichtspunkten verboten.[2] Im übrigen gehen die einschlagenden polizeilichen Bestimmungen wesentlich aus einander. Während vereinzelt für jede neu herzustellende selbständige Wohnung wenigstens ein Abtritt verlangt wird[3], überlässt man überwiegend derarte Anlagen dem freien Ermessen der Hausbesitzer. Allgemein ist man darüber einig, dass ihre Lüftung nicht nach der Strasse hin erfolgen darf, und werden meist auch geeignete Vorkehrungen zu einer derarten Abführung der Gase verlangt, dass weder die Hausbewohner noch Nachbarn durch sie belästigt werden. Meinungs-Verschiedenheit besteht auch über die Beseitigung des Haus-Unraths: ob Schwemm- oder Abfuhr-System, in deren Verfolg z. B. die Abnormität entstand, dass in Berlin die Einrichtung des Schwemm-Systems geboten, in dem unmittelbar benachbarten Charlottenburg dagegen verboten ward (vergl. oben S. 345 Anm. 11).

Abtrittsgruben, Jauchengruben und ähnliche Anlagen, welche zur Aufnahme feuchter, ätzender oder übel riechender Stoffe dienen, müssen wasserdicht hergestellt werden, eine hinreichende Tiefe erhalten[4] und mit einer dichten Bedeckung versehen sein,[5] auch von der Nachbar-Grenze einen Abstand haben, welcher ausnahmsweise wegfallen kann, wenn Gruben benachbarter Grundstücke gleichen Zwecken dienen. Die Verbindung solcher Gruben mit öffentlichen Wasserläufen[6] pflegt selbst dort verboten zu sein,[7] wo die Ableitung des Verbrauchs- und Himmels-Wassers und der Abflüsse von Pissoirs nach den Strassen-Kanälen gestattet ist.

11. Stallungen.[8]

Stallungen und Wohnräume in demselben Gebäude einzurichten, wird neuerdings möglichst verhindert, weil, abgesehen von feuerpolizeilichen Rücksichten auch Verunreinigung der Luft bei dieser Bauart schwer vermeidbar ist. Wo gleichwohl diese Bauart stattfindet, müssen beiderlei Räume durch eine dichte Mauer getrennt sein. Handelt es sich dagegen um die Verbindung anderer Wirthschafts-Gelasse, wie Scheunen und Schuppen, so genügt ein feuersicherer Abschluss.

12. Zwischendecken.

Dass das Einfüllen unreiner Materialien in Zwischendecken von Wohnräumen der Gesundheit nachtheilig werden könne, ist zwar erst in jüngerer Zeit wissenschaftlich untersucht und konstatirt worden.[9] Dagegen ist schon lange bekannt, dass feuchtes Füllmaterial der Schwammbildung[10] Vorschub leistet, sowie das Ungeziefer ausserordentlich vermehrt. Gleichwohl hat man bisher nur vereinzelt der Beschaffenheit des Füllmaterials genügende Aufmerksamkeit gewidmet.[11]

c. Bau-Aufsicht.[12]

Ueberall in Deutschland unterliegen Bauwerke einer polizeibehördlichen Aufsicht, nicht blos während ihres Zustandekommens, sondern darüber hinaus in der ganzen Zeit ihres Bestandes. Für beiderlei Verhältnisse sind jedoch andere Gesichtspunkte maassgebend, so dass die Befugnisse und Aufgaben der Behörden in beiderlei Richtungen wesentlich von einander abweichen.

[1]) Z. B. Bayern, B. O. § 60; Baden, B. O. § 7; Braunschweig, B. O. §§ 24, 30, 57; Bremen, B. O. §§ 28, 114, 115; Hamburg, B. O. §§ 39, 49, 81, 93 ff.; Hessen, B. O. Art. 34, 36; Lübeck, B. O. §§ 48, 49; Sachsen, B.-O. (St.) § 62 ff., (D.) § 60 ff.; S.-Altenburg, B. O. §§ 50ff; S.-Gotha, B. O. § 75; S.-Weimar Ausf. V. § 8 No. 5; Württemberg, B. O. Art. 26, 33, 62, Vollz. V. § 22. Für Berlin vergl. Pol. Verordn. betr. die Kanalisation vom 14. Juli 1874 u. 11. Dezbr. 1875. — [2]) Lübeck, B. O. § 48; Württemberg, B. O. Art. 26, Vollz. V. § 22. — [3]) z. B. Bremen, B. O. § 114. — [4]) Bremen, B. O. § 115. — [5]) Entsprechende Vorschriften gelten auch für Privat-Sielanlagen; z. B. Lübeck, B. O. § 63. — [6]) Eingehende Ausf. Bestim. enth. z. B. Bremen, B. O. § 113; Oldenburg, B. O. Art. 36. — [7]) Baden, B. O. § 7. — [8]) z. B. Bayern, B. O. §§ 74, 75; Braunschweig, B. O. § 44; Hamburg, B. O. § 75; Oldenburg, B. O. Art. 31; S.-Altenburg, B. O. § 51; S.-Weimar, Ausf. V. § 7 No. 7; Württemberg, B. O. Art. 48, Vollz. V. §§ 47, 48; Brandenburg, B. O. (St.) §§ 21 ff; Berlin, B. O. §§ 20, 34. — [9]) Emmerich, Ztschr. f. Biologie; Deutsche Bauzeitg. 1883 S. 35, 63, 141. — Jenni. Ein dunkler Punkt in unsern Wohnräumen. 1884. — [10]) Sorokin Ztschr. für Bauw. 1883 H. IV. u. V. — [11]) Bremen, B. O. § 44; Lübeck, B. O. § 25; Oldenburg, B. O. Art. 50; S.-Gotha, B. O. § 37; S.-Weimar, Ausf. V. § 7 No. 15. — [12]) Baden, §§ 46 ff.; Bayern, §§ 87, 94; Braunschweig, B. O. § 79; Bremen, B. O. § 10; Hamburg, B. O. § 10; Hessen, B. O. Art. 77; Lübeck, B. O. § 13; Oldenburg, B. O. Art. 11; Sachsen, Ausf. V. § 36 u. Ges. v. 6. Juli 1863 § 5; S.-Meiningen, Ges. v. 2. Oktbr. 1833 u. Bek. v. 28. Febr. 1853; S.-Weimar, Ges. v. 11. Mai 1869 § 11; Württemberg, B. O. Art. 92 mit Vollz. V. §§ 67, 68.

α. Aufsicht während der Ausführung.

Dieselbe ist keineswegs überall gleich streng und wird vereinzelt sogar innerhalb desselben Staates verschieden gehandhabt, je nach der individuellen Auffassung der Behörden über die durch die Gesetzgebung ihnen auferlegten Pflichten, sowie über die Ziele und Aufgaben, welche erreicht werden sollen.

Ihrem Gegenstande nach hat sie sich nicht blos auf das Bauwerk selbst, sondern auch auf die einschlagenden Neben-Verhältnisse, nämlich auf die gelegentlich der Bau-Ausführung zu treffenden Schutz-Vorrichtungen und Sicherungs-Maassregeln gegen Unfälle [1]) zu erstrecken.

1. Sicherungs-Maassregeln bei Bauten.

Gesetzliche Unterlage liefert das Reichs-Straf-Gesetzbuch [2]), welches der Polizei die Befugniss beilegt, [3]) Sicherungs-Maassregeln gegen Unfälle anzuordnen. Von derselben ist in der ausgiebigsten Weise Gebrauch gemacht. An den strafgesetzlichen Grundsätzen haben die einzelnen Bau-Verordnungen ein so weites Feld für Ausführungs-Bestimmungen gefunden, dass deren vollständige Zusammenstellung sich wegen ihrer Vielseitigkeit hier verbietet. Sie erstrecken sich namentlich auf das Lagern [4]) von Bauschutt und Bau-Materialien, auf das Errichten von Bau- und Maler-Gerüsten [5]) oder anderen derartigen Vorrichtungen und die dadurch veranlassten Beschränkungen des öffentlichen Verkehrs, ferner auf die Errichtung von Bauzäunen [6]), die Ablöschung von Kalk [7]) ausserhalb des eigenen Grundes, die Einfriedigung [8]) der Baustelle, auf die Beleuchtung [9]) der bezeichneten Oertlichkeiten, so weit dadurch Hindernisse für den öffentlichen Verkehr entstehen, vom Eintritt der Dunkelheit bis zum Anbruch des Tages in ihrer ganzen Ausdehnung, endlich auf genügende Schutz-Vorrichtungen [10]) gegen das Herabfallen [11]) von Baumaterial, Schutt etc., sowie auf das Zubereiten [12]) von Bau- und Nutzholz, das Ausbrennen von Fässern auf der Strasse.

2. Beschaffenheit des Bauwerks. [13])

Weil der aufgeführte Bau genügende Dauerhaftigkeit besitzen, und nicht etwa zur öffentlichen Gefahr durch stetige Drohung eines plötzlichen Einsturzes werden, überdies von der Genehmigung nicht abweichen soll, hat die Aufsichts-Behörde die Pflicht und das Recht, sich von der Güte und Verwendbarkeit der Materialien [14]), Beobachten der bautechnischen Grundsätze bei der Arbeitsleistung und von der Vermeidung aller derjenigen Verstösse [15]) gegen die Regeln der Baukunst, welche in ihrem Verfolg eine Schädigung Anderer zur Folge haben müssen, z. B. die Verwendung trockenen Schuttes, [16]) gesunden Holzes, in einem Zeitpunkte zu überzeugen, wo nicht etwa schon durch fortgeschrittene Weiterleistungen die Erkennbarkeit dessen entzogen ist.

Dieser Pflicht sich voll bewusst, haben einzelne Gesetzgebungen eine beständige fortlaufende Aufsicht vorgeschrieben, während andere, zum Schaden des Gemeinwesens, sich an der schliesslichen Bau-Abnahme genügen lassen, die dann noch dazu oft so flüchtig geschieht, dass vorgefallene Abweichungen des Baues vom genehmigten Plan unbemerkt und ungerügt bleiben können.

[1]) Braunschweig, B. O. § 17; Sachsen, B. O. (St.) §§ 20—22, (D.) §§ 16—19; Württemberg, B. O. Art. 19 mit Vollz. V. § 17. — [2]) § 365 No. 8—11, § 367 No. 12, 14. Vergl. Württemberg, B. O. Art. 19 u. Vollz. V. § 17 — [3]) In Braunschweig ist sie befugt, den Bau zwangsweise zu sistiren, oder die erforderl. Sicherungs-Maassregeln auf Kosten d. Bau-Untern. ausführen zu lassen; B. O. § 17. — [4]) Bremen, Str.-P.-O. v. 15. Mai 1879 § 77; Hamburg, B. O. § 13; Oldenburg, B. O. Art. 24; S.-Altenburg, B. O. § 16; Berlin, B. O. § 95. — [5]) Bayern, B. O. § 33; Braunschweig, B. O. § 61; Hamburg, B. O. §§ 13—15; Lübeck, B. O. § 54; Oldenburg, B. O. Art. 23; Sachsen, B. O. (St.) § 19, (D.) § 16 mit V. v. 19. April 1872; S.-Altenburg, B. O. § 14; Berlin, B. O. § 94 u. Gerüste-Ordng. v. 14. Novbr. 1855; Bremen, Str.-P.-O. v. 15. Mai 1879 § 79; Brandenburg, B. O. (St.) § 62. — [6]) Berlin, B. O. § 94 mit Instr. v. 23. Februar 1864, 9. Mai 1866; Hamburg, B. O. §§ 13—15; Lübeck, B. O. § 54; S.-Altenburg, B. O. § 14. — [7]) Hamburg, B. O. § 13; — [8]) Oldenburg, B. O, Art. 25; Berlin, B. O. § 98. — [9]) Bremen, Str.-P.-O. v. 15. Mai 1879 §§ 77, 78. Oldenburg, B. O. Art. 26; S.-Altenburg, B. O. § 17; Berlin, Poliz. V. v. 26. Septbr. 1864. — [10]) z. B. durch anzubringende Warnungszeichen. Frankfurt a. M., Reglm. vom Jahre 1884; Oldenburg, B. O. Art. 27; S.-Altenburg, B. O. § 14. — [11]) Bremen, Str.-P.-O. § 79; Hamburg, B. O. § 14; Lübeck, B. O. §. 56; Oldenburg, B. O. Art. 24; S.-Altenburg, B. O. § 16; S.-Weimar, Ausf. V. § 8 No. 10; Berlin, B. O. § 97. — [12]) Str.-G.-B. § 366 No. 9; Bremen, Str.-P.-O. § 80. — [13]) Bremen, B. O. § 10; S.-Weimar, Ges. v. 11. Mai 1869 § 11; Württemberg, Vollz. V. § 67. — [14]) Braunschweig, B. O. § 33; S.-Gotha, B. O. § 13; S.-Weimar, Ausf. V. § 8 No. 9; Württemberg, B. O. Art. 36. Vgl. oben S. 359 Anm. 3. — [15]) vgl. Bayern, B. O. § 12 u. S.-Gotha, B. O. § 12, wonach z. B. Bauten aus Mörtel-Mauerwerk nicht bei Frost ausgeführt werden sollen. — [16]) Bremen, B. O. § 44. —

β. Aufsicht bei bestehenden Bauwerken.

Indem gesetzlich mit Strafe bedroht wird, wer es unterlässt, Gebäude, welche dem Einsturze drohen, auszubessern oder abzureissen, ist reichsgesetzlich[1]) die öffentlich-rechtliche Pflicht geschaffen[2]), Gefahr drohende Bauwerke zu beseitigen. Ihr entspricht die behördliche Pflicht zur Aufsicht bei solchen Bauten. Ob sie wirklich für Menschen oder fremdes Eigenthum gefährlich sind, entscheidet lediglich das Ermessen[3]) der Bau-Polizeibehörde, so dass der Rechtsweg hierüber unzulässig ist. Der vermögens-rechtlichen Folgen, welche aus dem Besitze baufälliger Gebäude bestehen, und welche zum Verlust des Eigenthums führen können, ist oben[4]) gedacht.

d. Bau-Abnahme.[5])

Eine solche pflegt zu dem Zwecke der Feststellung vorgeschrieben zu sein, dass die errichteten Bauwerke dem genehmigten Plan und den sonstigen polizeilichen Ansprüchen vollständig genügen Deshalb reicht nicht ein bloss oberflächliches Beschauen, wie es sich vielfach missbräuchlich eingeschlichen hat. aus. Denn die Bau-Abnahme bietet die letzte Gelegenheit, die innern Verhältnisse der entstandenen Bauten kennen zu lernen und das grössere Publikum davor zu schützen, im Vertrauen, dass die Behörde ihre Schuldigkeit voll und gewissenhaft gethan haben werde und die abgenommenen Bauwerke auch solide gebaut und der polizeilichen Genehmigung entsprechend sein würden, die Grundstücke zu beleihen, zu erwerben oder Miethsräume darin zu beziehen. Stellt sich später dies Vertrauen als ein irriges heraus, indem das Bauwerk der Genehmigung nicht entspricht, so sind meist Nachtheile für Dritte als Folge der behördl. Flüchtigkeit unausbleiblich.

Dass hiergegen vielfach gefehlt wird, lehren u. a. zahlreiche Entscheidungen des preuss. Ober-Verwaltungs-Gerichts. Man kann nicht einwenden, dass die Polizei auf derarte Eventualitäten nicht mit zu rücksichtigen habe, und dass die Geschädigten es ihrer eigenen Sorglosigkeit zuzuschreiben hätten, im Vertrauen auf die Gewissenhaftigkeit der Behörden die eigene Prüfung unterlassen zu haben. Es mag dahin gestellt bleiben, ob die Verwaltungs-Einrichtungen ihnen solche gestattet oder (durch Vorenthalten der Akten-Einsicht) geradezu abgeschnitten haben würde. Jedenfalls hat die Polizei den Vermögens-Schädigungen durch Vorspiegelung falscher und Entstellen wahrer Thatsachen vorzubeugen und darf nicht durch Abgabe eines Bauabnahme-Attestes die Irrthums-Erregung erleichtern. Sie ist dazu um so mehr verpflichtet, wo der Bauschwindel durch gewissenlose Unternehmer unter dem Schutze besitzloser vorgeschobener Personen zu einer Blüthe gelangt ist, welche die gesunden Bau-Verhältnisse untergraben und damit zum Schaden des Volkswohlstandes eine Grundstücks-Kalamität herbei führen konnte, wie sie verschiedentlich beobachtet worden ist.

Man begegnet in den Anforderungen über Bau-Aufsicht und Bau-Abnahme zwei sich gegenüber stehenden Grundsätzen. Einige neuere Bauordnungen verlangen, vielleicht durch die jüngsten Erfahrungen belehrt, neben stetiger Aufsicht die grösstthunlichste Sorgfalt,[6]) andere[7]) lassen sich an leichtern Vorschriften genügen.

Meist pflegen 2 Abnahmen, nämlich eine vorläufige im Rohbau und eine endgiltige nach voller Fertigstellung gefordert zu werden.

α. Rohbau Abnahme.

Sie hat in der Regel dem Putzen der Wände und dem Verschalen der Decken derjenigen Bauwerke voraus zu gehen, die zur Errichtung einer polizeilichen Genehmigung bedürfen. Sie erfolgt erst auf schriftlichen Antrag des Bauherrn oder Bauunternehmers, ist dann jedoch meist binnen kurzer Frist auszuführen.[8])

Für die Rohbau-Abnahme muss das Bauwerk im allgemeinen in dem rohen Mauerwerke, den Balkenlagen, Gewölben, Dächern und etwaigen unverbrennlichen Treppen vollendet sein, während andererseits die Wandflächen nicht geputzt oder

[1]) Str. G. B. § 367 No. 13. — [2]) Solche bestand schon nach Landesrechten; z. B. A. L.-R. I. 8 §§ 37 ff. Vgl. oben S. 287 Anm. 3. — [3]) z. B. Bremen, B. O. § 33. — [4]) S. 287, 288. M. vergl. Braunschweig, B. O. § 16; Bremen, B. O. § 33; Lübeck, B. O. § 17; Oldenburg, B. O. Art. 85; S.-Altenburg, B. O. § 19. — [5]) Braunschweig, B. O. § 79, Vollz.-Anweis. v. 15. Juni 1876 zu § 79; Sachsen, Ges. v. 6. Juli 1863 § 6; S.-Gotha, B. O. § 95. — [6]) Z. B. Lübeck, B. O. § 14; Württemberg, Vollz.-V. §§ 67, 68. — [7]) Z. B. Berlin, B. O. § 90. Vergl. dazu Baugew.-Ztg. 1884 No. 44. — [8]) Bald 14 Tage (z. B. Bremen, B. O. § 10), bald 8 Tage (z. B. Brandenburg, B. O. (St.) § 8, (L.) § 5, mit Verord. v. 12. Mai 1877; Berlin, B. O. § 90, bald 3 Tage. (Lübeck, B. O. § 14). —

berüstet sein dürfen, sowie die Balkenlagen mit ihren Verankerungen und die angewendeten Eisenkonstruktionen überall möglichst sichtbar sein müssen. Bei Zuwiderhandlungen ist die Behörde berechtigt, den Deckenputz abschlagen zu lassen und so sich Einsicht zu verschaffen. — Ueber den Befund ist eine Bescheinigung auszustellen. Da vereinzelt[1]) nur bei der Rohbau-Abnahme gewerblicher Anlagen[2]) die Orts-Polizeibehörde befugt erklärt wird, die vorschriftsmässige Ausführung auf Kosten des Unternehmers der Anlage durch einen bei der Bau-Ausführung unbetheiligten geprüften Baumeister fest stellen und bescheinigen zu lassen, könnte es den Anschein haben, als ob bei den übrigen Bauwerken die Zuziehung eines Sachverständigen entbehrlich gehalten würde; die meisten Bauordnungen verlangen solche indess ausdrücklich. Jedenfalls müsste die Abnahme sich auf eine Prüfung, dass die Balken und die Ausfüllung der Balkenfache gesund[3]), die Steine dauerhaft und die Bauleistungen technisch genügend sind, erstrecken. Von der Rohbau-Abnahme pflegen selbst solche öffentlichen Bauten nicht befreit zu sein, bei denen die Anzeige ihres Beginnes genügt und eine Bau-Genehmigung entbehrlich ist.

β. Schluss-Abnahme.[4])

Eine solche wird mehrfach nach Vollendung des Baues gefordert und bildet dann nothwendige Vorbedingung für die Erlaubniss, das Bauwerk in Benutzung zu nehmen.[5]) Sie wird jedoch meist mit der Abschätzung der Grundstücke behufs ihrer Feuerversicherung verbunden. Deshalb lässt man sich vielfach nur an der Schätzung des muthmaasslichen Bauwerthes genügen, widmet dagegen den technisch-polizeilichen Rücksichten nur eine sehr untergeordnete Aufmerksamkeit. Solches widerspricht jedoch ihrem Zwecke, der darauf gerichtet sein soll, dass die Baulichkeiten in jeder Beziehung den an sie zu stellenden Anforderungen entsprechen und namentlich keine Fehler verdeckt vorkommen, welche, wie feuchtes Füllmaterial der Decken, nasse und kranke Hölzer, Verwendung von Steinstücken statt ganzer Steine, die Keime für künftige Gefahren, drohende Gesundheits-Nachtheile und beabsichtigte Täuschungen gegen die Gegenkontrahenten bergen. Ganz besonders müsste indess darauf gerücksichtigt werden, dass die Wohnungen auch wirklich für ihre Bewohner unschädlich, weil völlig ausgetrocknet sind. Das Ablehnen der Ausstellung des Abnahme-Attestes sollte unnachsichtlich erfolgen, wenn auch nur die geringsten Zweifel an der Unschädlichkeit des Bauwerks obwalten, weil die allgemeine Wohlfahrt den Sonderinteressen der Bauunternehmer vorgehen müsste. Uebrigens ist die Behörde berechtigt, die Anwesenheit des Bauherrn oder des Bauausführenden bei der Abnahme zu verlangen, und darf zweifellos das Abnahme-Attest verweigern, sobald auch nur die geringsten Verstösse gegen die Baubedingungen bemerkt sind. In solchen Fällen hat es nach geschehener Anzeige von der erfolgten Abstellung der gerügten Mängel zu einer neuen Besichtigung zu kommen.

Das Abnahme-Attest ist schriftlich zu ertheilen. Die Kosten der Abnahme fallen dem Bauherrn zur Last.

V. Baupolizei-Behörden und das Verfahren in Baupolizei-Angelegenheiten.

a. Reichs-Baupolizeibehörden.

Solche giebt es nicht. Denn der Versuch, dem Bundesrathe wegen der ihm beigelegten Berechtigung[6]), das Verzeichniss der genehmigungspflichtigen gewerblichen Anlagen zu verändern, diese Eigenschaft beizulegen, ist um so mehr verfehlt, als der Bundesrath keine Reichsbehörde, sondern ein Gesetzgebungs-Faktor[7]) ist. Die Wahrung der öffentlichen Interessen des Reichs auf dem Gebiete des Bauwesens ist vielmehr den Landes-Polizeibehörden überlassen. Höchstens könnte die Reichs-Rayon-Kommission[8]) für eine Reichs-Baupolizeibehörde gelten, während dem Reichs-Eisenbahnamte[9]) diese Eigenschaft nicht einmal auf dem Gebiete des Eisenbahnbaues zukommt.

[1]) Vergl. z. B. die Pol. Verord. v. 26. Januar bezw. 18. Febr. 1872 für die Städte in den Reg.-Bez. Potsdam und Frankfurt a. O. § 8. — [2]) Im Sinne R.-Gew. O. § 16; oben S. 351. — [3]) z. B. Bremen, B. O. § 44, Hamburg, B. O. 533. — [4]) z. B. Braunschweig, B. O. § 79; Bremen, B. O. § 11: S.-Gotha, B. O. § 95. — [5]) Bremen, B. O. § 14. — [6]) R.-Gew. O. § 16. [7]) R.-Verf. Art. 5, 6. — [8]) S. oben III, S. 340. — [9]) R.-Ges. v. 27. Juni 1873 und weiter im Kap. „Eisenbahnbau“.

b. Landes-Baupolizeibehörden.

Dieselben sind nicht einheitlich organisirt. Kaum zwei Länder haben genau gleiche Einrichtungen. Mit der Verschiedenheit der Einrichtung der Behörden geht diese bezüglich der Zuständigkeits-Verhältnisse und des zu beobachtenden Verfahrens in Baupolizei-Sachen Hand in Hand. Deshalb werden die Grundsätze der hauptsächlichsten Staaten einzeln dazustellen sein.

α. Preussen.

Keineswegs bestehen für alle Theile gleiche Einrichtungen und Verfahrens-Grundsätze. Vielmehr sind aus einander zu halten diejenigen Provinzen, in denen das Gesetz über die allgemeine Landes-Verwaltung vom 31. Juli 1883 bereits in Kraft ist, von denjenigen, für welche dessen Giltigkeit erst eintreten soll.

1. Geltungs-Gebiet der allgemeinen Landes-Verwaltung.

Zunächst sind für das Bauwesen die Orts- und die Landes-Polizeibehörden zu unterscheiden. Die örtliche Baupolizei-Verwaltung pflegt den Gemeinde-Vorständen überlassen zu sein, so dass diese (Stadt-Magistrate, Amts- oder Gemeinde-Vorstände) neben dem Sonder-Interesse der Gemeinden auch das allgemeine Landes-Interesse zu wahren haben. Eine Ausnahme machen Orte mit königlicher Polizei-Verwaltung, da hier letztere auch das Bauwesen verwalten, — in Berlin wieder mit der Beschränkung, dass das Strassen-Bauwesen abgetrennt und der Gemeinde-Verwaltung überlassen ist.

So weit die Geschäfte der Bau-Verwaltung nicht den Orts-Behörden überwiesen sind, werden sie, unter Oberleitung des Ministers, wie die übrigen Landes-Verwaltungs-Geschäfte in Provinzen [1]) von den Ober-Präsidenten, in den Regierungs-Bezirken von den Regierungs-Präsidenten und den Regierungen, in den Kreisen von den Landräthen geführt. Diese Beamten handeln innerhalb ihres Geschäftskreises unter voller persönlicher Verantwortlichkeit, theils selbständig, theils nach kollegialischer Sach-Verhandlung.

Zur Mitwirkung bei den Geschäften der allgemeinen Landes-Verwaltung bestehen für die Provinz der Provinzialrath, für den Regierungs-Bezirk der Bezirks-Ausschuss, für den Kreis der Kreis-Ausschuss, an dessen Stelle bald der Stadt-Ausschuss, bald der Magistrat tritt. Es bestehen der:

a. Kreis-Ausschuss [2]), unter dem Vorsitze des Landraths, aus Mitgliedern, deren Wahl durch die Kreis-Eingesessenen erfolgt.

b. Stadt-Ausschuss [3]) aus dem Bürgermeister, bezw. dessen gesetzlichem Stellvertreter als Vorsitzenden und 4 Magistrats-Mitgliedern. In Stadtkreisen, in denen dez Bürgermeister allein den Gemeinde-Vorstand bildet, werden die Beisitzer von der Gemeinde-Vertretung aus den Gemeinde-Bürgern gewählt.

c. Bezirks-Ausschuss [4]) aus dem Regier.-Präsidenten und 6 Mitgliedern, von denen 2 der König ernennt und 4 durch den Provinzial-Ausschuss gewählt werden.

d. Provinzial-Rath [5]), unter dem Vorsitze des Ober-Präsidenten, aus einem vom Minister d. I. ernannten höheren Verwaltungs-Beamten und 5 vom Provinzial-Ausschuss gewählten Mitgliedern.

Von denselben sind diese unter a. b. c. gleichzeitig Beschluss- und Urtels-Behörden. Das Verfahren vor ihnen ist also entweder das Verwaltungs-Streitverfahren oder das Beschluss-Verfahren. Vielfach hat man die Wahl, welches von beiden man eingeleitet haben will.

1. Das Verwaltungs-Streitverfahren wird durch Klage eröffnet, die innerhalb 2 Wochen bei derjenigen Behörde anzubringen, gegen deren Verfügung sie gerichtet ist. Gegen orts-baupolizeiliche Verfügungen eines Stadtkreises oder einer zum Landkreise gehörigen Stadt mit mehr als 10,000 Einwohnern oder eines Landraths geht sie an den Bezirks-Ausschuss, sonst an den Kreis-Ausschuss.

Die Klage kann nur darauf gestützt werden, dass die Verfügung durch Nicht-Anwendung oder unrichtige Anwendung des bestehenden Rechts, insbesondere

[1]) Eine Ausnahme machen die hohenzollernschen Länder, wo an die Stelle des Ober-Präsidenten und des Provinzial-Raths der Minister, an diese des Kreises der Ober-Amtsbezirk, des Landraths der Ober-Amtmann, des Kreis-Ausschusses der Amts-Ausschuss tritt, sowie die Stadt Berlin, welche einen besondern Amtsbezirk bildet, einen besondern Bezirks-Ausschuss hat, und unter unmittelbarer Aufsicht des Ober-Präsidenten steht. L.-V.-Ges. § 5 bezw. §§ 1, 4, 39, 42. — [2]) L.-V.-Ges. § 36. — [3]) L.-V.-Ges. §§ 37, 38. — [4]) L.-V.-Ges. § 28. — [5]) L.-V.-Ges. § 10.

auch der von den Behörden innerhalb ihrer Zuständigkeit erlassenen Verordnungen den Kläger in seinen Rechten verletze, oder dass die thatsächlichen Voraussetzungen nicht vorhanden seien, welche die Bau-Polizeibehörde zum Erlass der Verfügung berechtigt haben würden. Gegen die mit Gründen abzusetzende Entscheidung des Kreis-Ausschusses ist die Berufung an den Bezirks-Ausschuss und die Revision an das Ober-Verwaltungsgericht, gegen die des Bezirks-Ausschusses Berufung an jenes binnen 2 Wochen einlegbar. Die Einlegung muss schriftlich erfolgen und zwar bei der Behörde, gegen deren Urtheil sie gerichtet ist. Die Verhandlungen im Verwaltungs-Streitverfahren sind mündliche und öffentliche, bei denen eine ziemlich weit gehende Vertretungs-Befugniss besteht. Die Urtheile des Ober-Verwaltungs-Gerichts, (einer Urtheils-Behörde aus Mitgliedern, die vom Könige ernannt worden und unabsetzbar sind, mit dem Sitze in Berlin), sind endgiltige. Gegen dieselben steht nur die Klage auf Wieder-Aufnahme des Verfahrens [1]) unter denselben Voraussetzungen, in demselben Umfange und innerhalb derselben Fristen offen, wie nach den bürgerlichen Prozess-Gesetzen [2]) die Nichtigkeits-Klage, bezw. die Restitutions-Klage.

2. Das Beschluss-Verfahren wird durch Einlegung einer Beschwerde eingeleitet. Solche ist binnen 14 Tagen gegen baupolizeiliche Verfügungen der Ortsbehörden auf dem Lande oder in Städten bis zu 10,000 Einwohnern bei dem Landrath, gegen solche der Orts-Behörden in Berlin bei dem Ober-Präsidenten, gegen solche der übrigen Orts-Behörden bei den Regier.-Präsidenten anzubringen. Gegen die Beschwerde-Bescheide des Landraths ist weitere Beschwerde an den Regier.-Präsidenten, gegen solche des Letzteren an den Ober-Präsidenten zulässig. Sämmtliche Beschwerde-Bescheide des Ober-Präsidenten sind durch Klage bei dem Ober-Verwaltungs-Gerichte anfechtbar, die bei letzterem anzubringen ist.

2. Die übrigen preussischen Landestheile.

An der Spitze der hier in Betracht kommenden Provinzen stehen gleichfalls Ober-Präsidenten. Hannover [3]) ist in 6 Landdrosteien getheilt, zu deren Wirkungskreis namentlich auch die Baupolizei-Angelegenheiten gehören. Ihnen untergeordnet sind Aemter, deren wieder mehrere zu Amts-Hauptmannschaften vereint sind. Die übrigen Provinzen sind in Regier.-Bezirke, letztere in Kreise getheilt. An der Spitze des ersteren steht die Regierung mit dem Präsidenten, an dieser der letzteren der Landrath. Einzelne grössere Städte stehen ausserhalb des Kreisverbandes direkt unter den Regierungen. Die Polizei-Geschäfte werden hier vereinzelt von Staats-Behörden, überwiegend durch die Gemeinde-Behörden verwaltet. In diesen Landestheilen giebt es kein Verwaltungs-Streitverfahren; vielmehr ist gegen Bescheide der Ortspolizei-Behörden nur der Beschwerdeweg stets an die nächst vorgesetzte Behörde zulässig. Form und Fristen der einzulegenden Beschwerde und zu ertheilenden Bescheide sind hier nicht geregelt. Eben so wenig ist das zu beobachtende Verfahren vorgezeichnet. In Baupolizei-Angelegenheiten pflegt sich jedoch der Landrath der Unterstützung des Kreis-Baubeamten, die Regierung dieser des Regierungs-Bauraths zu bedienen.

3. Zuständigkeit der Landes-Behörden bezüglich gewisser Angelegenheiten der Baupolizei.

Dieselbe ist nur für diejenigen Landestheile geordnet, in welchen das Landes-Verwaltungs-Gesetz gilt.

a. Dispensationen von baupolizeilichen Bestimmungen sind bereits oben [4]) behandelt.

b. Der Beschluss [5]) über Einwendungen gegen den Bebauungs-Plan steht in Berlin dem Minister der öffentl. Arbeiten, in Stadtgemeinden mit mehr als 10,000 Einwohnern und in Stadtkreisen dem Bezirks-Ausschuss, in Landgemeinden und kleinern Stadtgemeinden dem Kreis-Ausschuss zu. Der Bescheid des Ministers ist endgiltig, alle andern sind durch Beschwerde anfechtbar. In gleicher Weise ist die Zuständigkeit geordnet bezüglich des Beschlusses über das Vorhandensein eines Bedürfnisses zur Festsetzung von Fluchtlinien [6]), und dieses über Punkte [7]),

[1]) L.-V.-Ges. § 100. — [2]) S. oben S. 275 unter 8. — [3]) V. v. 9. November 1867 und Allerh. Erl. v. 17. Juni 1868 mit Landdrostei-Ordn. v. 25. Septbr. 1852. — [4]) Oben S. 353. — [5]) Ges. v. 2. Juli 1875 § 8, mit Zust. Ges. § 145 Abs. 2. — [6]) Ges. v. 2. Juli 1875 § 5 Abs. 3. — [7]) a. Ges. § 9.

hinsichtlich deren unter mehreren betheiligten Ortschaften bei Festsetzung von Fluchtlinien eine Einigung nicht erzielbar war, ferner bezüglich der vom Gemeinde-Vorstand beantragten Ergänzung[1]) der Orts-Polizeibehörde zur Festsetzung von Strassen- und Bauflucht-Linien.

c. Bestätigung ortsstatutarischer Bestimmungen bei Bebauungs-Plänen geschieht in Berlin durch den Minister d. I., anderwärts durch den Bezirks-Ausschuss, gegen dessen Bescheid Beschwerde zulässig ist.

d. Die Anwendung der in Städten geltenden feuer- und baupolizeilichen Vorschriften bei Gebäuden auf solche zum platten Lande gehörige Grundstücke, welche innerhalb der Städte oder im Gemenge mit bebauten städtischen Grundstücken liegen, hat der Bezirks-Ausschuss anzuordnen. Beschwerde ist zulässig.[2])

e. Gewerbliche Anlagen werden nicht gleichmässig behandelt. Denn während die Beschlussfassung über:

1. Anträge auf Genehmigung zur Errichtung oder Veränderung derjenigen gewerblichen Anlagen[3]), welche oben (S. 351) durch fette Schrift ausgezeichnet wurden, sowie über die Zulässigkeit von Wassertriebwerken, welche zum Betriebe von Bergwerken oder Aufbereitungs-Anstalten dienen, dem Bezirks-Ausschusse unterliegen, werden alle andern[4]) durch den Kreis- oder Stadt-Ausschuss, bezw. den Magistrat erledigt.

2. Die Beschlussfassung darüber, ob die Ausübung störender Anlagen an der gewählten Betriebsstätte zu untersagen, oder unter Bedingungen zu gestatten ist[5]), sowie:

3. diese über die Untersagung der ferneren Benutzung einer gewerblichen Anlage wegen überwiegender Nachtheile und Gefahren für das Gemeinwohl[6]) geschieht durch den Bezirks-Ausschuss.

Die Beschwerde-Instanz in den Fällen unter 1—3 bildet das Ministerium für Handel und Gewerbe.[7])

β. Bayern.[8])

Litteratur: Das Bauwesen des Kgr. Bayern; 2. Aufl. Bamberg, Buchner.

Die Bearbeitung der Anträge und Vorlagen wegen Festsetzung neuer oder Abänderung bestehender Baulinien und Niveaus steht für die einer Kreisregierung unmittelbar untergeordneten Städte den Stadt-Magistraten für alle andern Orte den Bezirks-Aemtern zu, während die Bescheidung dort durch die Kreis-Regierungen (Kammer des Innern) in 1. und das Staats-Ministerium in 2. Instanz, hier dagegen durch die Bezirks-Aemter in 1. und die Kreis-Regierungen in 2. Instanz erfolgt. Der Beschlussfassung muss ein Anhören der Betheiligten und ihrer etwaigen Erinnerungen und deren Erörterung voran gehen. Die Bescheide sind schriftlich, die ablehnenden mit Gründen abzusetzen.

Die Bauerlaubniss-Gesuche unterliegen in Ortschaften der erstern Art den Magistraten, in den andern den Bezirks-Aemtern; Beschwerde-Instanz ist für beide die Kreis-Regierung (Kammer des Innern.) Einlegung der Beschwerde hat aufschiebende Wirkung. Sie muss bei Vermeidung des Ausschlusses binnen 14 Tagen erfolgen. Das Beschwerde-Recht steht nicht nur den Bau-Unternehmern, sondern sämmtlichen Betheiligten zu.[9]) Bei gewissen Bau-Ausführungen[10]) muss vor Ertheilen der Genehmigung die Aeusserung betheiligter Behörden eingeholt sein. Die Bau-Behörden 1. Instanz sind befugt, sobald Einspruch aus Privatrechts-Titeln gegen ein baupolizeilich statthaftes Baugesuch erhoben ist, eine gütliche Ausgleichung unter den Betheiligten zu versuchen, und bei deren Erfolglosigkeit den baupolizeilichen Bescheid unter dem Vorbehalt zu ertheilen, dass jener Einspruch im Rechtswege auszutragen sei. Bei Bau-Gesuchen, bei welchen es sich um sanitäre Fragen handelt, ist vor der Sach-Bescheidung das Gutachten der einschlägigen Medizinalbehörde einzuholen.

γ. Sachsen.

Litteratur: Leuthold. Das Kgl. sächsische Baupolizeirecht (3. Aufl. 1879).

Baupolizei-Behörde 1. Instanz ist in Städten, welche die revidirte Städteordnung angenommen haben, der Stadtrath, für andere Ortschaften, einschl. der

[1]) a. Ges. § 5 Abs. 2. — [2]) Zust. Ges. § 143 mit V. v. 17. Juli 1846. — [3]) Zust. Ges. §§ 110, 113 mit oben III a, S. 354. — [4]) Zust. Ges. § 109. — [5]) R.-Gew. O. § 27; Zust. Ges. §§ 111, 113. — [6]) R.-Gew. O. § 51,; Zust. Ges. §§ 112, 113. — [7]) Die besondern Verhältnisse bei den Stau-Anlagen, der Wege u. Wasserpolizei, dem Deichwesen und beim Eisenbahnbau, finden erst bei den betr. Abschnitten Besprechung. — [8]) B. O. §§ 79. ff, — [9]) B. O. § 98. — [10]) Dieselben sind B. O. § 89 aufgezählt.

Schönburgischen Rezessherrschaften, die Amtshauptmannschaft, bezw. deren Delegation. Es liegt jedoch den Bürgermeistern der Städte mit den Städteordnungen für mittlere und kleine Städte,[1]) den Gemeinde-Vorständen und Gutsvorstehern die Annahme von Baugesuchen, Anmeldung von Neubauten, sowie die Aufsicht über Bauordnungswidrigkeiten und gefährliche Baulichkeiten ob.[2]) Ihre Zuständigkeit kann durch das Ministerium bezw. durch die vorgesetzten Behörden noch erweitert werden.

Die binnen 14 Tagen zulässigen Rekurse gehen gegen baupolizeibehördliche Verfügungen der Amtshauptmannschaft oder des Stadtraths an die Kreishauptmannschaft, gegen solche eines Gutsvorstehers, Gemeinde-Vorstandes oder Bürgermeisters einer mittl. oder kl. Stadt an die Amtshauptmannschaft. Ein weiterer Rekurs ist, so weit nicht besondere Gesetzes-Vorschriften anders bestimmen, unzulässig. Daneben besteht das Recht, bei den Aufsichts-Behörden für die innere Verwaltung (Ministerium des Innern, Kreishauptmannschaften) Beschwerde zu führen. Wem das Recht zur Einlegung von Rechtsmitteln in Baupolizeisachen zusteht, bestimmt sich nach den allgemeinen Grundsätzen. Jedenfalls ist den Gemeinden bei dem Interesse, welches sie an der Befolgung der gesetzlichen Vorschriften haben, die Geltendmachung von Einwendungen gegen die Entschliessung der Baupolizei-Behörden nicht zu versagen.

Anders verhält es sich bei Aufstellung von Bebauungsplänen. Die Aufnahme des Plans hat von den Orts-Polizeibehörden zu geschehen, wonächst die Zustimmung der Gemeindevertreter gemeinüblich einzuholen und nach endgiltiger Erledigung der erhobenen Einwendungen der Plan beim Ministerium des Innern zur Bestätigung einzureichen ist.[3])

δ. Württemberg.[4])

Litteratur: Bann. Die württembergische Bau- und Feuerpolizei-Gesetzgebung (1874). — Bitzer. Neue allgem. Bauordnung (1874).

Die Aufsicht über Bau-Ausführungen ist hier bald Gemeinde-, bald Staats-Angelegenheit. So weit sie den Gemeinden[5]) zusteht, wird sie durch die Orts-Bauschau oder Orts-Feuerschau ausgeübt, worunter von dem Gemeinderathe gewählte und verpflichtete ständige Kommissionen verstanden werden, in denen sich mindestens ein bauverständiges Mitglied befinden muss.

Der Staat[6]) übt seine Aufsicht durch Oberämter, bei denen mindestens 1 geprüfter Bau-Verständiger[7]) dafür bestellt sein muss, und die Ober-Aufsicht durch das Ministerium des Innern aus. Die dem letztern zukommenden baupolizeilichen Verrichtungen werden theils selbst, theils unter seiner Oberleitung durch die Ministerial-Abtheilung für das Hochbauwesen wahrgenommen. Ueber die Genehmigung der Gesuche ist nach vorgängiger Untersuchung zu erkennen. Dieses Erkenntniss ist durch Rekurs anfechtbar. Das Verfahren ist das übliche;[8]) die Fristen betragen 5 bezw. 15 Tage. Die Bau-Genehmigung ist in urkundlicher Form auszusprechen.

Anders verhält es sich bei der Genehmigung gewerblicher Anlagen. Die Entscheidung, welche sich dann gleichzeitig auf das Hochbau-Gesuch erstreckt, trifft in 1. Instanz die Kreisregierung, in 2. das Ministerium. Anzubringen sind jedoch die Gesuche bei dem Oberamte, welches ihre Vollständigkeit zu prüfen und Ergänzungen zu veranlassen, die vorgeschriebenen Aufforderungen zu veröffentlichen, etwaige Einwendungen zu erörtern, sich mit dem Gemeinderathe des Ausführungs-Ortes zu verständigen, überhaupt die thatsächlichen Unterlagen der Entscheidung vorzubereiten hat. Auf Grund der eingegangenen Akten wird die Entscheidung gefällt und durch Vermittelung des Oberamts verkündigt. Ein beabsichtigter Rekurs ist bei letzterem schriftlich anzubringen, welches die Uebersendung der Akten vermittelt. Die erforderlichen Zwangs-Maassregeln zur Umgestaltung oder Beseitigung vorschriftswidrig begonnener oder ausgeführter Bauwerke hat die zuständige Bau-Polizeibehörde anzuordnen.

[1]) Organ. Ges. v. 21. April 1873. — [2]) St.-O. f. m. u. kl. St. v. 24. April 1873 Art. IV. § 12; L.-Ges.-O. v. 24. April 1873 § 74. — [3]) M. vgl. Min.-V. v. 21. Februar, und 28. Juli 1873, 9. März 1875, sowie Ges. v. 25. August 1876 §§ 125 ff., 140 mit Ausf. V. v. 18. November 1876 §§ 72, 86. — [4]) B. O. Art. 74—93; Vollz. V. §§ 55—68; Min.-V. v. 14. Dezember 1871; Kgl. V. v. 16. Dezember 1872 u. 13. Juni 1873. — [5]) B. O. Art. 83, Vollz. V. § 58. — [6]) Die Zuständigkeit regelt die Kgl. V. v. 16. Dezbr. 1872. — [7]) B. O. Art. 84, Vollz. V. § 54. — [8]) Ges. v. 13. Novbr. 1855 über die Rechtsmittel in Verwaltungs-Justizsachen. B. O. Art. 90.

ε. Baden.[1])

Die Baupolizei wird von den mit Verwaltung der Ortspolizei betrauten Behörden, nämlich dem Bürgermeister- oder dem Bezirksamt unter Mitwirkung eines beständigen Bau-Sachverständigen durch eine ständige Kommission, welche Orts-Baukommission genannt wird, gehandhabt. Der Orts-Polizeibehörde steht auch die Befugniss zu, die Fortsetzung vorschriftswidriger Bau-Ausführungen zu untersagen und die Abstellung von Verstössen herbei zu führen; über ihre Thätigkeit führt das Bezirksamt Aufsicht. Ausserdem bleiben Letzterem ausschliesslich: die Ertheilung der Bau-Bewilligungen unter gewissen Voraussetzungen, die Anordnung einer zwangsweisen Beseitigung polizeiwidriger Zustände, der Erlass der zur Ergänzung der allgemeinen baupolizeilichen Vorschriften nöthigen Anordnungen und die Feststellung der Baufluchten.

Beschwerden und Einsprachen gegen baupolizeiliche Anordnungen des Bezirksamts entscheidet der Bezirksrath.

ζ. Hessen.[2])

Die Ueberwachung des Bauwesens unter Beobachtung der baupolizeilichen Vorschriften liegt hier den Lokal-Polizeibehörden ob, welche auch die Abstellung von Verstössen zu veranlassen und die Fortsetzung vorschriftswidriger Bau-Ausführungen zu untersagen haben. Die obere Aufsicht führt das Kreisamt, welches sich des Beiraths technischer Behörden bedienen muss. Die Zuständigkeits-Verhältnisse zwischen beiden Behörden regelt a. a. O. Art. 64. Alle Bescheide sind schriftlich zu ertheilen, ablehnende stets mit Erwägungs-Gründen zu versehen. Die Entscheidung über Beschwerden steht gegen angefochtene Verfügungen der Lokal-Polizeibehörde dem Kreisamte, gegen solche des letzteren dem Ministerium des Innern und der Justiz zu. Die Frist zum Anbringen der Beschwerden trägt 8 Tage und ist eine präklusivische.

η. Sächsische Herzogthümer.

1. Grossherzogthum Sachsen-Weimar.[3])

a. Für Ertheilen der Bau-Erlaubniss und für Bau-Revision zuständige Behörde ist der Gemeinde-Vorstand als Ortspolizei-Behörde, der entweder in allen erheblichen Fällen das Gutachten eines nach seinem pflichtmässigen Ermessen geeigneten Sachverständigen einzuholen oder einen ständigen Bautechniker dafür anzustellen hat. Die Ertheilung der Bau-Erlaubniss hängt lediglich von seinem Ermessen ab.

b. Orts-Baupläne[4]) sind zwar vom Gemeinde-Vorstand als Orts-Polizeibehörde unter Zuziehung eines Bautechnikers zu entwerfen, vom Gemeinderathe zu prüfen, demnächst durch Auslegung im Gemeinde-Lokal zur öffentlichen Kenntniss der Betheiligten mit dem Bemerken zu bringen, dass etwaige Einwendungen binnen einer Nothfrist von 4 Wochen zu erheben und zu begründen seien, schliesslish aber dem Bezirks-Direktor zur weiteren Veranlassung vorzulegen, welcher den Beschluss des Bezirks-Ausschusses herbei führt. Lautet derselbe zustimmend, so müssen die sämmtlichen Vorlagen dem Staatsministerium (Departement des Innern) zur Vermittelung der höchsten Genehmigung zugehen.

2. Herzogthum Sachsen-Gotha.[5])

a. Vorbereitung der Anträge und Projekte wegen Festsetzung neuer oder Abänderung bestehender Baulinien steht für die Städte Gotha, Ohrdruf und Waltershausen den Stadträthen, für alle übrigen Orte den Landrathsämtern zu, während die Entscheidung für die gedachten 3 Städte, sowie für Friedrichroda durch das Staatsministerium, für die übrigen Orte durch das betreffende Landrathsamt erfolgt. Auch hier hat der Entscheidung ein Auflegen der Pläne, Ermitteln von Einwendungen und deren Erörterung mit den Betheiligten voran zu gehen. Die Entscheidung erfolgt auf Grund kollegialischer Beschlussfassung.

b. Die Entscheidung über Baugesuche treffen in 1. Instanz in den erwähnten 3 Städten die Stadträthe, sonst die Landrathsämter mit der Beschränkung, dass für gewisse Bauwerke in Gotha und Friedrichroda landesherrliche Geneh-

[1]) V. v. 5. Mai 1869 §§ 44, 54 ff. — [2]) Ges. v. 30. April 1881 Art. 62 ff. — [3]) Min.-V. v. 7. Juni 1881 §§ 2—4, 14. — [4]) Ges. v. 11. Mai 1869; Instr. v. 4. September 1873 zur Aufstellung und Ausführung von Orts-Bauplänen. — [5]) B. O. §§ 76—98.

migung hinzu treten muss. Für die Prüfung der Baupläne und Ueberwachung der Ausführung haben sie befähigte Sachverständige zuzuziehen; bei sanitätischen Fragen ist ein ärztliches Gutachten einzuholen. Die Beschlüsse sind schriftlich auszufertigen; von der Erledigung ist nicht blos dem Bau-Unternehmer, sondern auch solchen Nachbarn Kenntnisss zu geben, welche nicht etwa den auszuführenden Plan durch ihre Unterschrift genehmigt hatten. Gegen die Entscheidung steht nicht nur dem Bau-Unternehmer, sondern auch jedem betheiligten Nachbar binnen einer Nothfrist von 14 Tagen ein Beschwerde-Recht zu.

3. Herzogthum Sachsen-Altenburg.[1])

Bauerlaubniss-Gesuche für die Ortschaften des platten Landes sind bei den Amtsvorstehern anzubringen, welche jedoch nur für eine beschränkte Zahl von Fällen das Entscheidungs-Recht haben, während solches in den meisten Fällen den Landrathsämtern vorbehalten ist, die noch dazu ermächtigt sind, die Entscheidung selbst in den, den Amtsvorstehern zugestandenen Fällen an sich zu ziehen.

ϑ. Braunschweig.[2])

Die Baupolizei wird theils von Orts-, theils von Landes-Polizeibehörden ausgeübt. Orts-Behörden sind entweder Stadt-Bauämter, welchen der Orts-Polizeibeamte und ein geprüfter Bauverständiger als Mitglieder angehören müssen, oder Bau-Kommissionen, welche aus dem Orts-Polizeibeamten und 2 Gemeinde-Mitgliedern zu bilden und nur für kleinere Städte, Flecken und Landgemeinden zulässig sind. Sie sind zuständig für Bau-Ausführungen, für welche nicht die Genehmigung der Landes-Polizeibehörden gefordert wird. Gegen ihre Entscheidung, der die Anhörung der betheiligten Nachbarn und bisweilen eine Verständigung mit dem Gemeinderathe voraus gehen muss, ist der Rekurs mit aufschiebender Wirkung an die vorgesetzte Landes-Behörde[3]) zulässig, dessen Einlegung auch dem Orts-Polizeibeamten gestattet ist, wenn die Entscheidung seiner Ansicht nach dem polizeilichen Interesse widerstreitet.

Den Landes-Polizeibehörden ist ausser den Rekursen auch die Genehmigung für gewisse[4]) Bauten vorbehalten. Die Anträge müssen ihnen durch Vermittelung der Orts-Polizeibehörde zugehen.

Alle baupolizeilichen Entscheidungen sind den Betheiligten schriftlich zu eröffnen. Die behördliche Genehmigung bewirkt den Ausschluss von Einwendungen nicht privatrechtlicher Natur.[5])

ι. Hamburg.[6])

Zuständige Behörde ist die allgemeine Polizeibehörde, welcher als obere Beamte der Baupolizei bauverständige Inspektoren beigegeben, deren jedem Assistenten unterstellt sind[7]), und deren Wirksamkeit gesetzlich[8]) geregelt ist. Jedem der erstern ist ein abgegrenzter Bezirk zur Aufsicht übertragen. Ausser der Genehmigung und Beaufsichtigung der Bauten hat die Bau-Polizeibehörde bei Differenzen unter Nachbarn in Bau-Angelegenheiten in Ermangelung gütlicher Verständigung vorläufige Entscheidungen zu treffen, welche für die Parteien bis zu rechtskräftig gewordener, bei den Gerichten nachzusuchender Wieder-Aufhebung verbindlich sind. Beschwerden gegen die Bau-Polizeibehörde sind binnen 10 Tagen im Verwaltungswege beim Senat anzubringen[9]), welcher darüber in letzter Instanz zu entscheiden hat[10]), unbeschadet des Rechts Desjenigen, der sich in seinem Privatrecht verletzt oder durch ein Strafurtheil beschwert erachtet, Abhülfe bei dem dafür zuständigen Gerichte zu suchen.

ϰ. Bremen.[11]).

Litteratur: Böttcher. Baurecht und Baupolizeirecht für Bremen; 1884.

Baupolizei-Behörde für die Stadt ist die Polizei-Direktion, für das Landgebiet der Landherr, welcher mit Genehmigung des Senats im Verordnungswege einzelne seiner Befugnisse widerruflich auf die Gemeinde-Vorsteher übertragen darf. Umgekehrt kann der Senat im Verordnungswege einzelne Theile des engern Land-

[1]) V. v. 3. Mai 1878. — [2]) B. O. v. 15. Juni 1876 mit Anw. z. Ausf. v. 20. Dezember 1876. — [3]) Jedoch mit Ausschluss der Stadt Braunschweig, wo solcher an das herzogl. Staatsministerium geht, a. Ges. § 77. — [4]) B. O. §§ 68, 74. — [5]) B. O. § 75. — [6]) B.-Pol.-Ges. v. 23. Juni 1882, §§ 2—10. — [7]) Denselben ist die Uebernahme von Privatbauten, Entwerfen von Plänen und Ausführung von Spekulations-Bauten auf eigne Rechnung nicht erlaubt. — [8]) a. Ges. § 10. — [9]) a. Ges. §§ 9, 121. — [10]) Dieselben werden fortlaufd. veröffentl. v. Bargum. Sammlung baupolizeil. Bescheide; Hamburg. — [11]) B. O. v. 18. Juli 1883 §§ 2 ff., 158.

gebiets der baupolizeilichen Zuständigkeit der Polizeidirektion zuweisen. Die Anträge sind schriftlich einzureichen. Bei gewissen [1]) Bauwerken hat die Bau-Polizeibehörde, ehe sie Verfügung trifft, die betr. Deich-, Kreis- oder Gemeinde-Behörden gutachtlich zu hören. Die Entscheidung, oder wenigstens eine Mittheilung darüber, weshalb solche noch nicht erfolgen könne, muss binnen 14 Tagen nach Einbringen des Bau-Antrags erfolgen. [2])

Die Bau-Polizeibehörden dürfen gegen Sicherstellung für die Kosten Arbeiten für Private ausführen. [3])

λ. Lübeck. [4])

Die Wahrnehmung der Baupolizei ist dem Polizeiamt übertragen, welchem zur Beurtheilung technischer Fragen einer der beiden Bauinspektoren beizutreten hat. Ihm unterstellt sind die Bauschauer, welche aus der Zahl der bauverständigen Techniker [5]) auf 2 Jahre zu wählen und eidlich zu verpflichten sind.

Ueber die Entscheidung der Bau-Polizeibehörde ist eine Beschwerdeführung an den Senat zulässig. Die Beschwerde ist bei Verlust dieses Rechts binnen einer Nothfrist von 2 Wochen nach der Bekanntmachung schriftlich anzubringen, hat jedoch bei Verfügungen zur vorläufigen Sicherung gegen Gefahr drohende Baulichkeiten keine aufschiebende Wirkung. Bei Streitigkeiten unter Nachbarn in Bau-Angelegenheiten steht der Bau-Polizeibehörde zu, vermittelnd einzutreten und thunlichst zu versuchen, eine gütliche Verständigung herbei zu führen. Die Handlungen der Baupolizei-Behörde sind gebührenfrei aber stempelpflichtig.

μ. Elsass-Lothringen.

Litteratur: Förtsch u. Caspar. Elsass-Lothringisches Baurecht.

Bezüglich der Baupolizei ist hier eine Kollision zwischen den Machtbefugnissen der Bürgermeister und denen des Bezirks-Präsidenten dadurch gegeben, dass es an einem klaren Ausspruche der Gesetzgebung darüber fehlt, welche Zweige polizeilicher Thätigkeit der Verwaltung der „*voirie*“ gehören, sowie dass der vorgefundene Rechtszustand bei Einrichtung der Verwaltung [6]) nicht vollständig beseitigt wurde. Vielmehr wurde die Regulirung des Hochbau- sowie des Gemeindebauwesens damals auf spätere Zeit vorbehalten, ohne dass bisher im Wege der Gesetzgebung etwas Bezügliches geschehen ist. Deshalb ist anzunehmen, dass der Erlass baupolizeilicher Anordnungen den lokalen und den örtlichen Gewalten überlassen geblieben, zu denen in erster Linie der Bürgermeister gehört, welcher zu ordnungsmässigen Beschlüssen ermächtigt ist, gegen die jedoch Abhilfe im Beschwerdewege an den Kreis-Direktor und gegen diesen an den Bezirks-Präsidenten gesucht werden kann. Allerdings ist streitig, ob der Verwaltungsrechtsweg unbeschränkt zulässig ist.

Eine gleiche Befugniss, wie den Bürgermeistern, wird den Bezirks-Präsidenten für den Umfang ihres Bezirks zugesprochen.

[1]) B. O. § 5 Abs. 2. — [2]) B. O. § 8 Abs. 3. — [3]) B. O. § 58. — [4]) B. O. §§ 1—8. — [5]) Abgesehen von Travemünde, wo Bürger ohne bautechnische Kenntnisse wählbar sind. — [6]) Ges. v. 30. Dezember 1871 §§ 14 ff.

Zur Vollständigkeit würden hier noch diejenigen Grundsätze des öffentlichen und Privatrechts darzustellen sein, welche beim Eisenbahn- und Strasseneisenbahn-Bau, beim Wasserbau, beim Strassen- und Wegebau besonders zu berücksichtigen sind.

Bei der Unklarheit gerade der hier obwaltenden Verhältnisse, den nicht zu verkennenden Mängeln und Lücken der Gesetzgebung, der abweichenden Auffassung, welche die hier einschlagenden Fragen in der Rechtsprechung, Verwaltung und Wissenschaft gefunden haben, endlich bei der besonders häufigen Ungewissheit der „Grenzverhältnisse“ zwischen Zuständigkeit der Verwaltungs- und Gerichts-Behörden erschien es den Zwecken des vorliegenden Werks mehr förderlich, diese speziellen Theile den betr. Abschnitten des Werks unmittelbar beizufügen, was daher vorbehalten bleibt.

III.

Ausführung perspektivischer Zeichnungen.

Bearbeitet von **J. M. Frangenheim**, Architekt, vorm. Direktor der K. Baugewerk-Schule zu Erfurt.

Litteratur:

Weissbach. Anleitung zum axonometr. Zeichnen 1857. — Staudigl. Die axonometr. und schiefe Projektion 1875. — Delabar. Anleitung zum Linearzeichnen. — Schreiber. Lehrbuch d. Perspektive 1875. — v. Peschka u. Koutny. Freie Perspektive 1868. — *de la Gournerie. Traité de perspective linéaire.* — Meydenbauer. Photo-Geometrie; Zeitschr. f. Bauwesen 1867. — Maertens. Der optische Maassstab. — Hauck. Die subjektive Perspektive 1879. — Derselbe. Mittheilungen im Wochenbl. f. Archit. u. Ingen. 4. Jahrg. und in der Zeitschr. f. Mathemat. u. Physik 26. u. 27. Jahrg. — Schwedler. Theater-Perspektive; Zeitschr. f. Bauwesen 1859. — Frangenheim. Leitfaden der Linear-Perspekt. 1880. — Derselbe. Perspektiv. Studienblatt 1880. — Burmester. Grundlehren d. Theater-Perspekt. — Derselbe. Relief-Perspektive. — Derselbe. Ueber Theater-Perspektive; Allgem. Bauzeitg. 1884.

I. Projektions-Arten.

Zeichnungen architektonischer Gegenstände werden nach verschiedenen Darstellungs-Arten angefertigt, welche aus den Gesetzen der darstellenden Geometrie hergeleitet sind. Dieselben können den Zweck haben, Gebäude, bezw. Theile davon so abzubilden, dass entweder der Gegenstand nach Gestalt und Grösse genau dargestellt ist, oder dass nur eine Vorstellung von der Gestalt erzielt wird, ohne dass die Maasse direkt aus der Zeichnung entnehmbar sind.

Die Maasse der Gegenstände werden auf drei rechtwinklig zu einander stehende Ebenen bezogen, deren Durchschnitts-Geraden Koordinaten-Axen heissen. Dieselben werden als Längen-, Breiten-, und Höhen-Axen mit X, Y, Z bezeichnet.

Die erstgenannte Art der Zeichnungen wird erhalten durch Anwendung der rechtwinkligen (orthogonalen) Parallel-Projektion, wobei die Projektions-Strahlen unter sich und zu einer Axe parallel angenommen werden. Durch Einführung einer Projektions-Ebene, rechtwinklig zu den Strahlen, erhält man die Projektion des darzustellenden Gegenstandes, an dessen Ecken die Strahlen gezogen sind.

Zur Herstellung der an zweiter Stelle oben genannten Zeichnungen, der Zentral- oder perspektivischen Projektion, denkt man die Strahlen in einem Punkt, dem Projektions-Punkt zusammen treffend und durch eine Projektions-Ebene geschnitten.

Zwischen beiden genannten Arten der Projektion steht die schiefwinklige (axonometrische) Projektion, bei welcher die Projektions-Strahlen zwar unter sich, jedoch zu keiner der Koordinaten-Axen parallel sind und durch eine recht- oder schiefwinklig eingeführte Projektions-Ebene geschnitten werden. In dem ersten Falle ist diese Ebene gegen jede der Axen geneigt, so dass alle Ausdehnungen in veränderter Lage erscheinen; im zweiten stellt man die Ebene meist lothrecht und parallel zu zwei Axen, so dass zwei Ausdehnungen in wahrer Länge erscheinen, die dritte aber verändert ist. Zur Vereinfachung der Arbeiten kann man in beiden Fällen die drei Ausdehnungen unverändert bestehen lassen.

Die Z-Axe wird lothrecht angenommen; die Lagen der X- und Y-Axe werden durch die mit der Z-Axe eingeschlossenen Winkel bestimmt; der Maassstab auf Z bildet die Einheit; die Maassstäbe für X und Y werden in Verhältniss-Zahlen zu jener Einheit ausgedrückt.

Je nachdem für die drei Axen, oder nur für zwei der gleiche Maassstab angenommen, oder für jede Axe ein anderer Maassstab gebraucht wird, unterscheidet man die isometrische, dimetrische oder trimetrische Projektion. Diese Axen kann man entweder recht- oder schiefwinklig auf die Bildebene projiziren, so dass 6 Hauptarten der Zeichnung entstehen:

rechtwinklig-isometrisch	schiefwinklig-isometrisch
„ -dimetrisch	„ -dimetrisch
„ -trimetrisch	„ -trimetrisch.

Diese Dartellungs-Arten sind für Bautheile, Baukonstruktionen u. s. w. sehr geeignet. Hauptsächlich sind zwei Arten im Gebrauch:

Fig. 24.

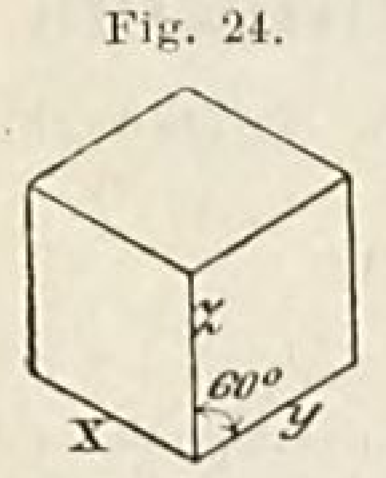
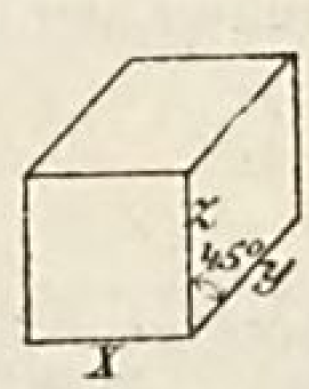


Fig. 25.



a. die rechtwinklig-isometrische Projektion, bei welcher für die drei Axen der gleiche Maassstab benutzt wird. Der Umriss eines Würfels z. B. projizirt sich als regelmässiges Sechseck; Fig. 1.

b. die schiefwinklig-isometrische Projektion, bei welcher zwei Axen, (*Z* und *X*) rechtwinklig zu einander stehen und die dritte Axe unter 45° gegen die *Z*-Axe geneigt ist. Diese Projektions-Art wird auch Kavalier-Perspektive genannt; Fig. 25.

Die durch die zwei genannten Projektions-Arten erzielten Bilder weichen von den natürlichen sehr ab. Viel näher kommen der Natur die durch die dimetrische und trimetrische Projektion erzeugten Bilder, welche daher auch gefälliger erscheinen.

Im allgemeinen kann man für die schiefwinklig-trimetrische Projektion die Winkel der Axen gegen einander beliebig annehmen und auch auf den Axen mit beliebigen Maassstäben arbeiten.

II. Die Zentral-Projektion.

Nach den verschiedenen Anwendungen unterscheidet man:

1. die Glastafel- und die freie Perspektive, für architektonische Gegenstände und für Bilder welche grosse Ausdehnung haben;

2. die Vogel-Perspektive, bei welcher der Projektions-Punkt über dem darzustellenden Gegenstande angenommen ist;

3. die Decken-Perspektive, wenn der Projektions-Punkt tiefer als die Decke liegt und die Bildtafel eine Ebene ist. Ist die Bildfläche eine Kugel so entstehen die Kuppel-Gemälde;

4. die Panoramen-Perspektive, zu deren Konstruktion anstatt einer ebenen eine zylindrische Bildfläche benutzt wird;

5. die Theater-Perspektive, zur Hintergrunds- und Kulissen-Bemalung.

a. Die Durchschnitts- oder Glastafel-Methoden.

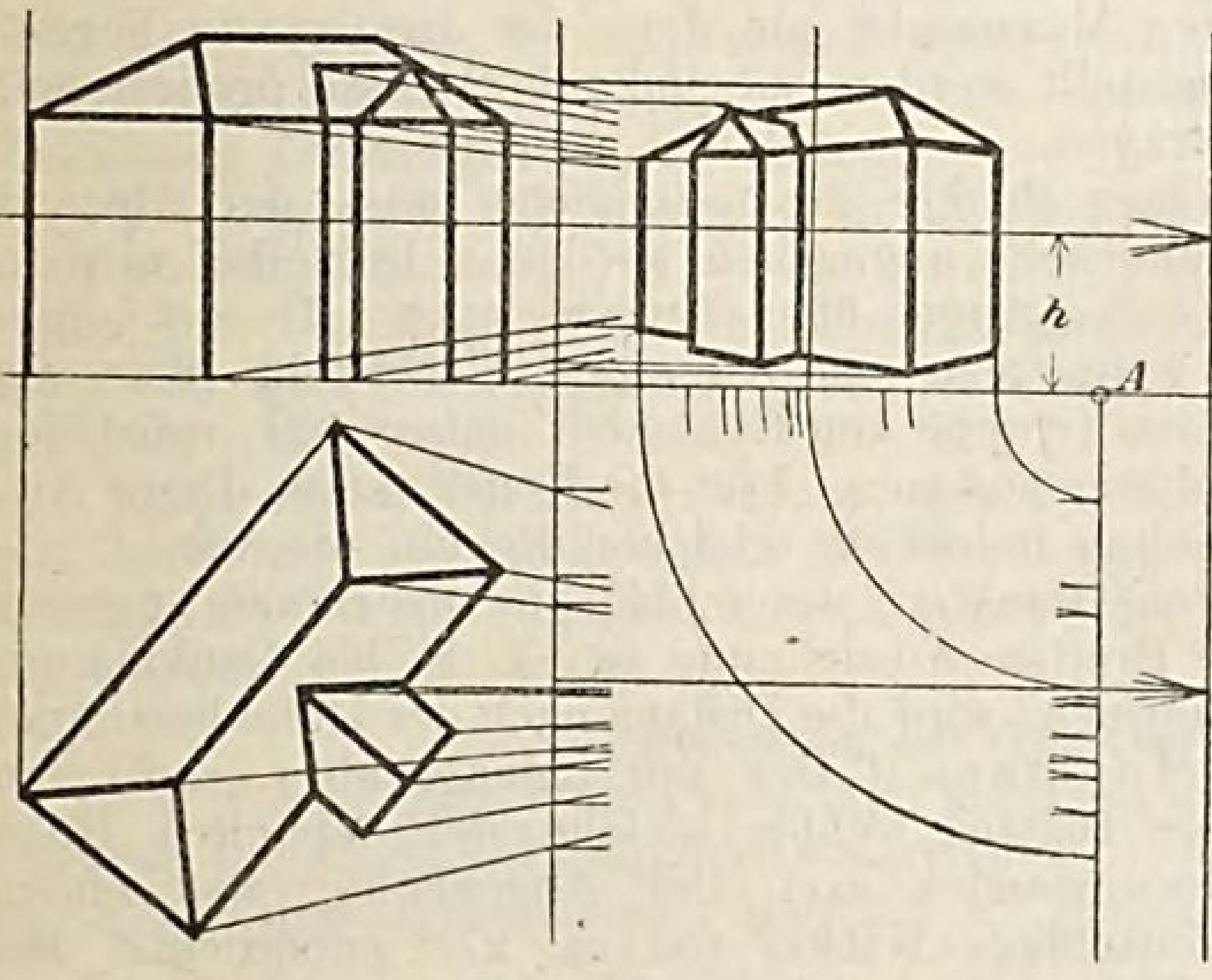
Die Konstruktion perspektiv. Bilder für architekton. Zwecke kann nach zwei Arten erfolgen: 1. nach der sog. Durchschnitts- oder Glastafel-Methode; 2. nach den Gesetzen der freien Perspektive. Beide Arten führen zu demselben Resultat; welche von ihnen im gegebenen Falle am zweckmässigsten anzuwenden ist, hängt von dem Ermessen des Zeichners und von dem Grad der Fähigkeit ab, den derselbe im perspektiv. Zeichnen erworben hat. In den meisten Fällen wird die vereinigte Anwendung beider Arten am schnellsten zum Ziele führen.

Bei der Durchschnitts-Methode muss man Grundriss und Ansicht des darzustellenden Gebäudes aufzeichnen, die Lage der Bildtafel und des Gesichts-Punktes in beiden Projektionen fest stellen und von letzterem Strahlen an die Projektionen der sichtbaren Ecken ziehen, welche die Bildtafel in Punkten schneiden. Diese Punkte sind die Zentral-Projektionen der Ecken, welche durch Verschieben und Umklappen der Bildtafel an eine passende Stelle des Zeichenblattes übertragen werden. Durch Verbinden der erhaltenen Zentral-Projektionen der Ecken wird das perspektiv. Bild vollendet; Fig. 26 zeigt die schematische Darstellung eines Gebäudes.

Man ersieht, dass dieses Verfahren mit Vortheil nur für kleine Objekte anzuwenden ist, da vorab es nöthig ist, die Ansicht in der angegebenen Lage des Grundrisses zu zeichnen und alsdann an alle sichtbaren Punkte, sowohl in horizontaler als auch in vertikaler Projektion, Strahlen zu ziehen sind.

Ist ein Gebäude mit ungleichen Maassen der Oeffnungen in den einzelnen Geschossen zu zeichnen, so muss der Grundriss verändert werden, um die Punkte genau bestimmen zu können. Dies umständliche Verfahren wird in der praktischen Ausführung durch das folgende einfachere, ersetzt:

Fig. 26.



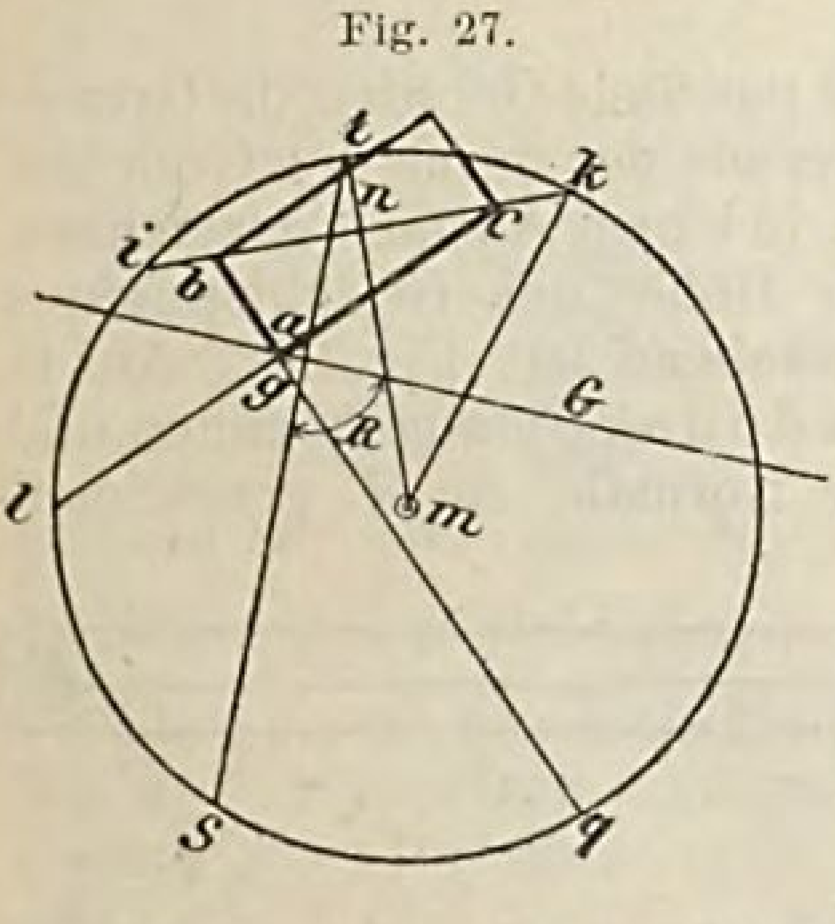
Ein Bogen dient zur Aufnahme einer Kopie eines Geschoss-Grundrisses, von welchem jedoch nur die Einzelheiten (Fenster, Gesims-Vorsprünge etc.) derjenigen Seiten zu zeichnen sind, welche man in der perspektiv. Zeichnung darstellen will. Dieser Grundriss kann nach Bedarf durch Pausen der Grundrisse anderer Stockwerke, sowie der horizontalen Projektion des Daches mit Firsten, Kehlen, Dachfenstern, Schornsteinen etc. ersetzt werden, falls man die Eintragung dieser verschiedenen Theile in den ersten Grundriss nicht vornehmen will. Unterhalb des Grundrisses nimmt man den Standpunkt *s* (die horizontale Projektion des Gesichtspunktes *o*) in einer solchen Entfernung an, dass die nach den äussersten Ecken des Gebäudes, bezw. nach den Grenzen der an beiden Seiten angenommenen Umgebung gerichteten Strahlen einen Winkel von ungefähr 37° einschliessen oder, dem entsprechend, in einer Entfernung, welche gleich dem 1—1½ fachen der Diagonalen des Grundrisses ist. Bei dieser Annahme erhält man ein günstiges perspektiv. Bild, das frei von Verzerrungen ist.

b. Bestimmung des günstigsten Standpunktes.

In Fig. 27 verbinde man die äussersten Punkte *b*, *c* des Grundrisses, nehme auf der Geraden 2 Punkte *i* und *k* als Grenzen der Umgebung an und errichte in dem Halbirungs-Punkt *n* die Normale *n m* von der Länge $= \frac{2}{3}\, i\,k$. Auf der um *m* als Mittelp. mit *m i* als Radius gezeichneten Kreislinie wird der Standpunkt *s* angenommen und zwar auf dem Bogen *l q*, der durch Verlängerung der Frontlinien *b a* und *c a* bestimmt ist.

Geht man über diesen Bogen hinaus, so fällt die Ansicht einer Seitenfläche fort. Bei der Wahl des Standpunkts muss man darauf achten, die günstigste Ansicht des Gebäudes zu erhalten, so dass kein Zusammenfallen von Gebäudekanten oder Verdecken wichtiger Theile durch vorspringende Risalite stattfindet.

Fig. 27.



Nunmehr zieht man nach der Mitte des Gegenstandes, d. h. nach der Mitte *t* des Bogens *i t k*, die Gerade *s t*, zu der die Grundlinie *G*, die Schnittgerade der Bildebene mit der Grundebene, normal gezeichnet wird. Der Schnittpunkt *g* beider Geraden wird **Grundpunkt**, die Länge *s g* **Distanz** genannt.

Am zweckmässigsten wird die Grundlinie *G* durch die Projektion *a* der zunächst liegenden lothrechten Kante gelegt, weil man dabei die Erleichterung erzielt, dass die in dieser Kante liegenden Höhen unverkürzt, also nach der gewählten Maassstabs-Grösse in die perspektiv. Zeichnung übertragen werden können.

Nach dieser Vorbereitung kann man von *s* aus nach allen sichtbaren Punkten des Grundrisses mit einem Lineal oder einer Schnur Strahlen ziehen, welche in den Durchschnittspunkten mit der Grundlinie *G* die Zentral-Projektionen der betr. Punkte ergeben. Um die Abstände dieser Punkte von dem Grundpunkt *g* auf das zum Zeichnen der Perspektive bestimmte Blatt am einfachsten übertragen zu können, befestigt man mit Heftzwecken einen Streifen Papier so, dass dessen obere Kante mit

der Grundlinie zusammen fällt. Dieser Streifen, auf welchem beim Ziehen der Strahlen die Punkte direkt erhalten werden, kann erforderlichen Falls für die verschiedenen Grundrisse erneuert werden.

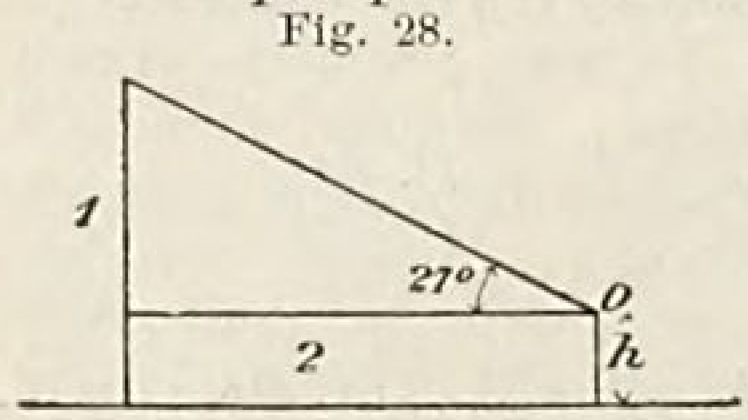
Die vorhin angegebene Konstruktion kann auch auf dem zur Herstellung der Perspektive dienenden Bogen gemacht werden, was jedoch im Interesse der Sauberkeit der Arbeit nicht zu empfehlen ist.

Soll das Bild in einem anderen Maassstabe als dem der zu Grunde liegenden geometrischen Zeichnung hergestellt werden so sind alle Maasse proportional vergrössert oder verkleinert aufzutragen.

Um die Höhenlage der einzelnen Punkte zu bestimmen, muss der Abstand des Gesichtspunktes über der Grundebene angegeben werden. Derselbe wird in vielen Fällen gleich der Höhenlage des Auges über Terrain, etwa 1,7—2 ^{m} angenommen. In bestimmten Fällen, wenn man eine Gesammt-Uebersicht über die Grundriss-Disposition einer grösseren Gruppe von Gebäuden haben will, wird der Gesichtspunkt über dem Gegenstand angenommen. Für die Konstruktion dieser Art, Vogel-Perspektive genannt, gelten indess die gleichen Regeln wie vor.

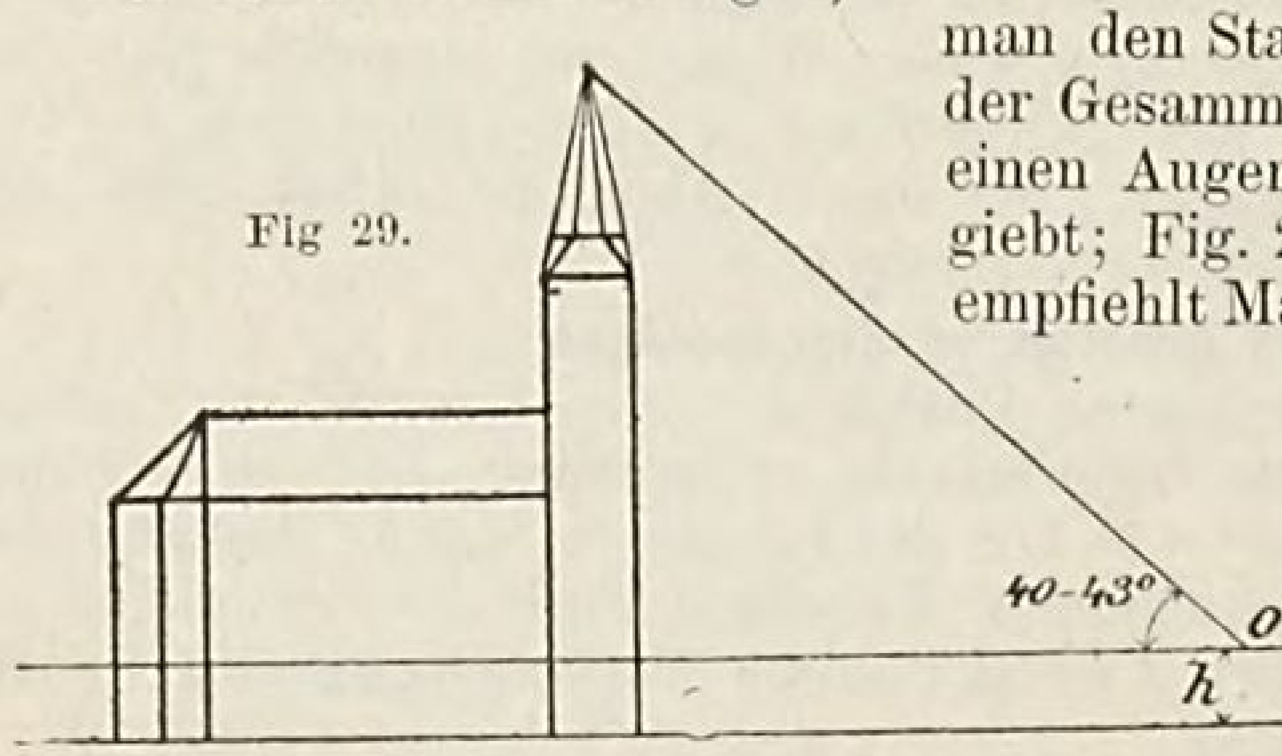
Zur perspektiv. Darstellung von Objekten, deren Höhen-Ausdehnung grösser als die Breiten-Ausdehnung ist, z. B. bei Denkmälern und Thürmen, wird die Distanz nach der Höhe bestimmt. Nach Maertens („Der opt. Maassstab") soll man diejenige Distanz wählen, welche der doppelten Höhe des Gegenstandes excl. der Augenhöhe, also einem Augenaufschlags-Winkel von ca. 27° entspricht. Bei dieser Distanz lässt sich der Gegenstand sehr gut übersehen und erfüllt unser ganzes Blickfeld; Fig. 28.

Fig. 28.



Bei hohen Thurm-Anlagen, wenn sie Theile von Gebäude-Gruppen bilden, kann man den Standpunkt so bestimmen, dass der aus der Gesammt-Baugruppe aufragende Thurm noch einen Augenaufschlags-Winkel von 40—43° ergiebt; Fig. 29. Die Beibehaltung dieses Winkels empfiehlt Maertens a. a. O. auch für hohe, zentral ausgebildete Innenräume, z. B. für Kirchen, welche mit hoch liegenden Kuppeln bedeckt sind, wobei der Standpunkt so zu wählen ist, dass er eine gute Orientirung über das ganze architektonische System des Innenraumes erlaubt. Hierbei ergeben sich indess oft ideelle Standpunkte, welche in Wirklichkeit vom Zeichner nicht eingenommen werden können.

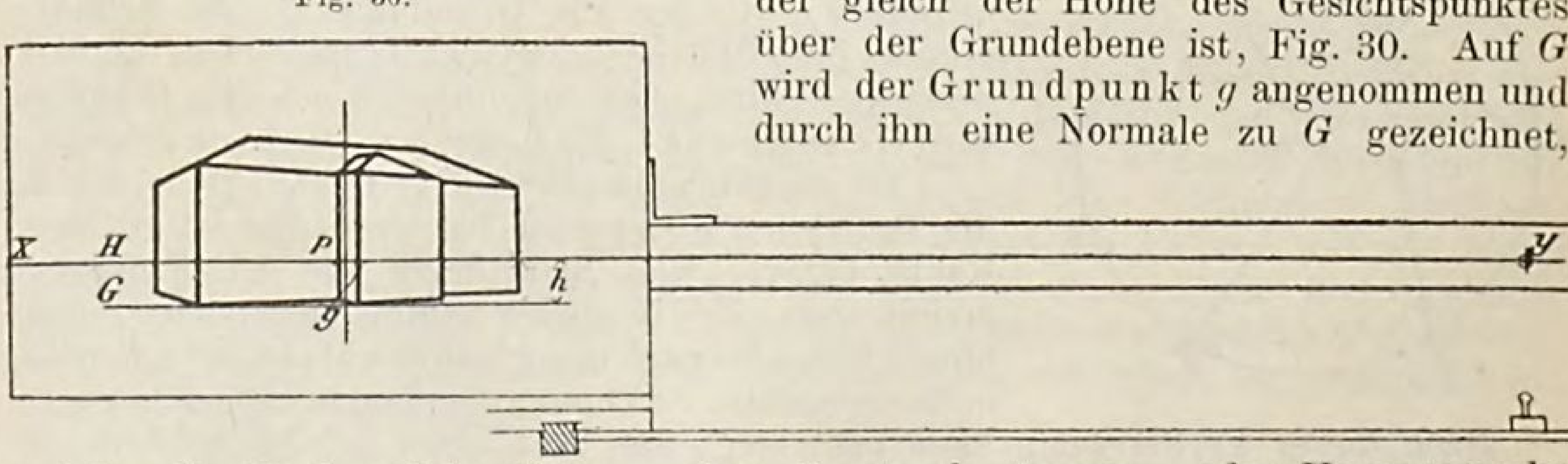
Fig 29.



c. Ausführung des Bildes.

Zur Ausführung der perspektiv. Zeichnung werden 2 parallele Geraden, die Grundlinie G und die Horizont-Linie H, (letztere die Schnitt-Gerade der durch den Gesichtspunkt gelegten wagerechten Ebene mit der Bildebene), in einem Abstand gezeichnet, der gleich der Höhe des Gesichtspunktes über der Grundebene ist, Fig. 30. Auf G wird der Grundpunkt g angenommen und durch ihn eine Normale zu G gezeichnet,

Fig. 30.



welche die Horizontlinie H in p, dem Zentral- Augen- oder Hauptpunkt schneidet; p ist die rechtwinkl. Projektion des Gesichtspunktes auf d. Bildebene.

Anstatt nun, wie an Fig. 26 gezeigt wurde, die Höhen der einzelnen Punkte über oder unter dem Horizont aus der vollständig aufgezeichneten Vertikal-Projektion

herzuleiten, kann dies in einfacher Weise dadurch geschehen, dass man durch jeden Punkt, z. B. durch *b* und den Gesichtspunkt *O* eine lothrechte Ebene legt und dieselbe um die mit der Horizontal-Ebene sich ergebende Schnitt-Gerade herunter klappt. Ist *b*, Fig. 31, die horizontale Projektion einer lothrechten Kante *fc*, welche nach der Drehung der Ebene normal zu *sb* sich darstellt, und zieht man die Strahlen *sf* und *sc* nach den Endpunkten der Kante, ferner durch das perspektiv. Bild 𝔟 des Punktes *b* eine Normale zu *sb*, so ergeben die Stücke 𝔣𝔟 und 𝔟𝔦 die Höhen der Endpunkte über, bezw. unter dem Horizont, welche in die perspektiv. Zeichnung übertragen werden können.

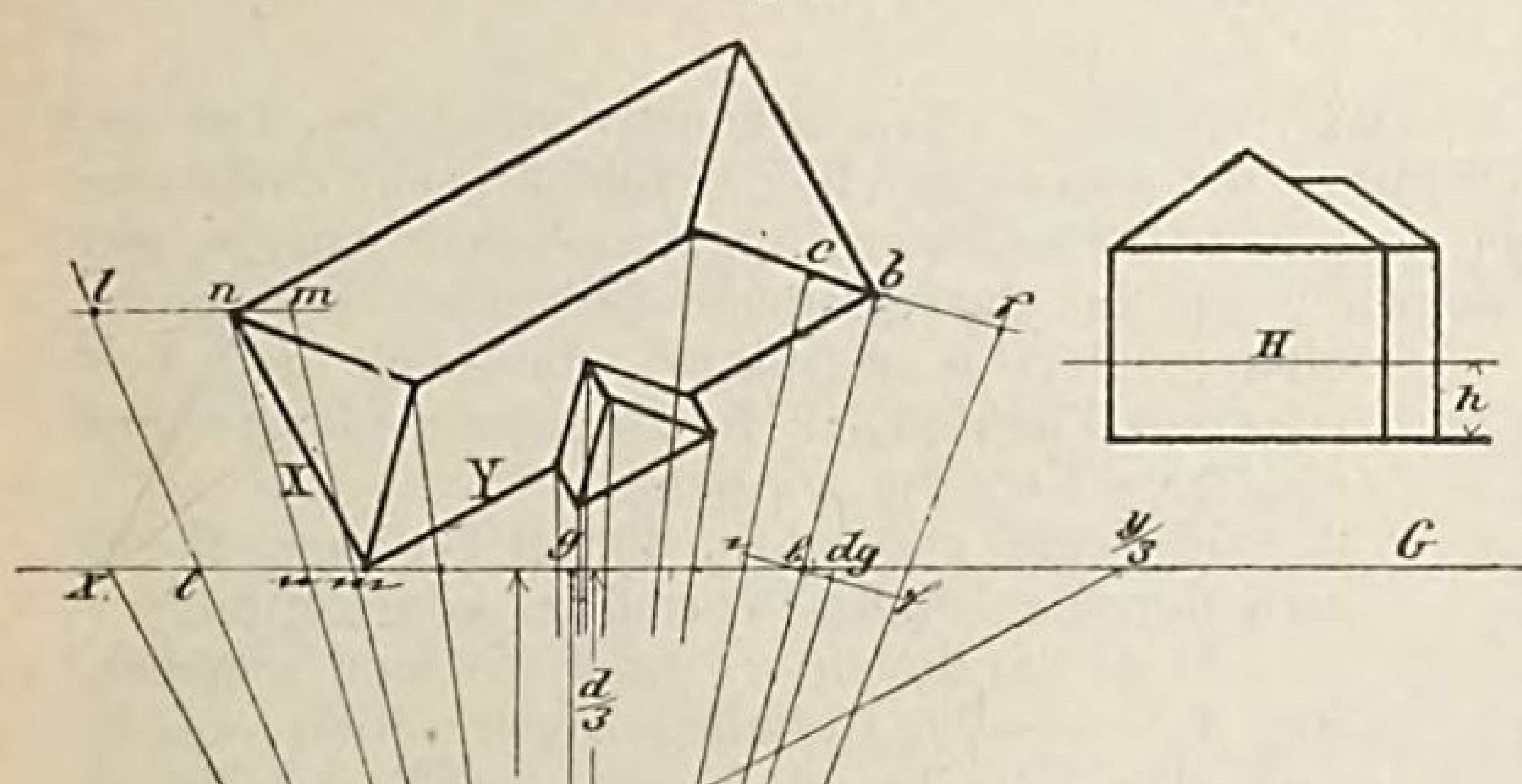
Die Zeichnung der Normalen ist umständlich. Bequemer verfährt man so, dass man an deren Stelle durch *b* eine Parallele zu *G* zieht, auf welcher die über oder unter dem Horizont liegenden Höhen abgetragen werden. Durch Strahlen von *s* nach den Endpunkten gehend bestimmt man im Schnitt mit der Grundlinie *G* die perspektiv. Bilder der Höhen; siehe Fig. 31 bei Kante *n*.

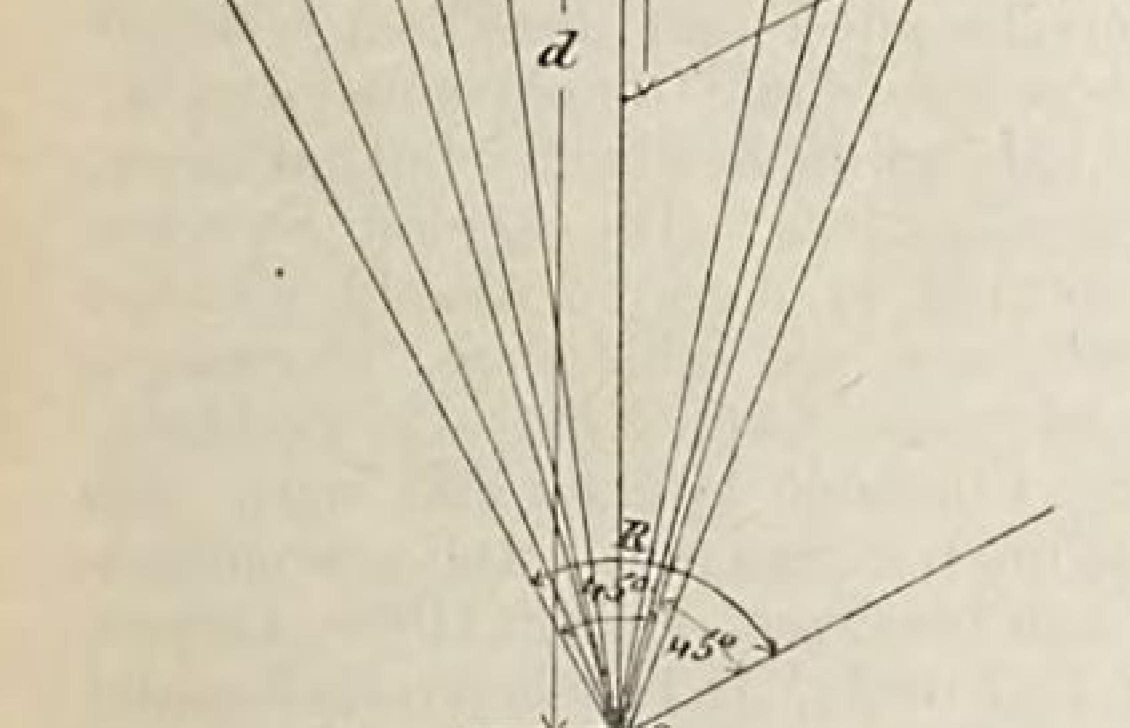
Auch dieses Verfahren eignet sich für die praktische Anwendung noch nicht gut, sondern muss durch vorherige Bestimmung einzelner Punkte, der sogen. Verschwinde-Punkte, in welchen die perspektiv. Bilder paralleler Geraden zusammen treffen, vereinfacht werden.

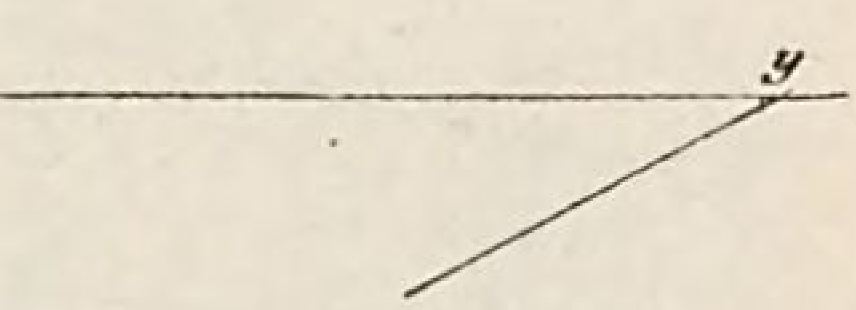
d. Benutzung der Verschwinde-Punkte.

Der Verschwinde-Punkt paralleler Geraden ist das perspektiv. Bild des unendlich entfernt liegenden Schnittpunktes derselben; er liegt in dem Durchschnitts-Punkt des durch den Gesichtspunkt parallel zu den Geraden gelegten Strahls mit der Bildebene. Alle horizontal liegenden Parallelen haben daher die zugehörigen Verschwinde-Punkte im Horizont.

Fig. 31.







Zur Bestimmung der Abstände der Verschwinde-Punkte der *X*- und *Y*-Axen, bezw. der dazu Parallelen, vom Zentralpunkt, zieht man in dem Grundriss durch *s* Parallelen zu *X* und *Y* bis zum Schnitt mit der Grundlinie *G*. Die Abstände *xg* und *yg* werden von *p* aus auf der Horizontlinie *H* abgemessen.

Ist der Maassstab gross, so dass die Verschwinde-Punkte weit entfernt fallen, so kann man aus einem Theil der Distanz die Abstände derselben vom Zentralpunkt bestimmen. Man messe auf *gs*, Fig. 31, z. B. $^1/_3$ der Distanz ab und ziehe durch den Endpunkt eine Parallele zur *Y*-Axe bis zum Schnitt mit der Grundlinie. $g\frac{y}{3}$ ist dann $= {}^1/_3$ des Abstandes des Verschwinde-Punktes *y* von *p*. Man kann nun die Höhen der einzelnen Architektur-Theile auf der in *a* errichteten Lothrechten abmessen und durch Benutzung der Verschwinde-Punkte *x* und *y* übertragen.

e. Ersetzen der Verschwinde-Punkte.

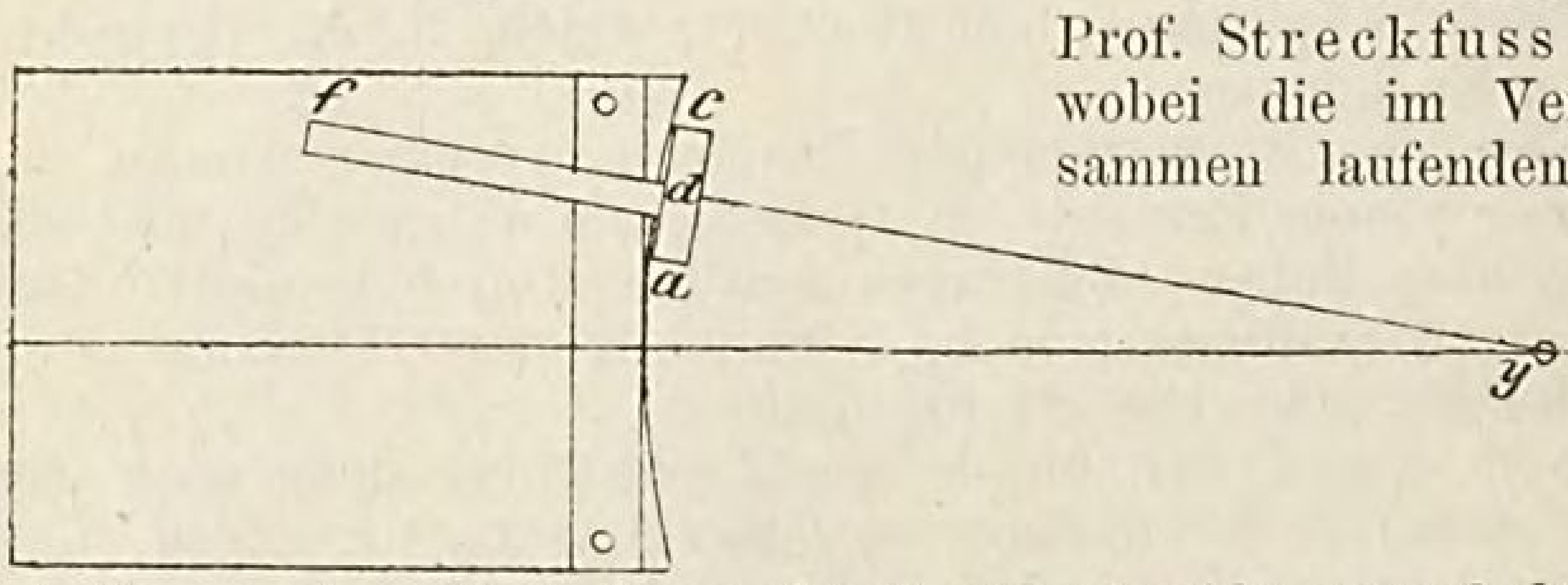
Fällt ein Verschwinde-Punkt ausserhalb des Brettes, so kann man ihn entweder ersetzen, oder auch eine Verlängerungs-Stange am Zeichenbrett anbringen.

Letztere wird entweder in gleicher Ebene durch an der Unterseite liegende Schrauben oder durch ein seitliches Scharnier befestigt. Muss die Anbringung an der linken Seite des Brettes erfolgen, so geschieht dieselbe in der Weise, dass die

Reissschiene ungehindert an dem Brett entlang geführt werden kann. Durch ein Klötzchen wird die Ebene des Zeichenbrettes hergestellt; die Verschwinde-Punkte werden durch Nadeln oder Stifte markirt; s. Fig. 30.

Für Architektur-Perspektiven empfiehlt es sich der Einfachheit wegen mit Benutzung der Verschwinde-Punkte zu arbeiten, da die Benutzung bezüglicher Instrumente u. s. w. zeitraubend ist.

Fig. 32.

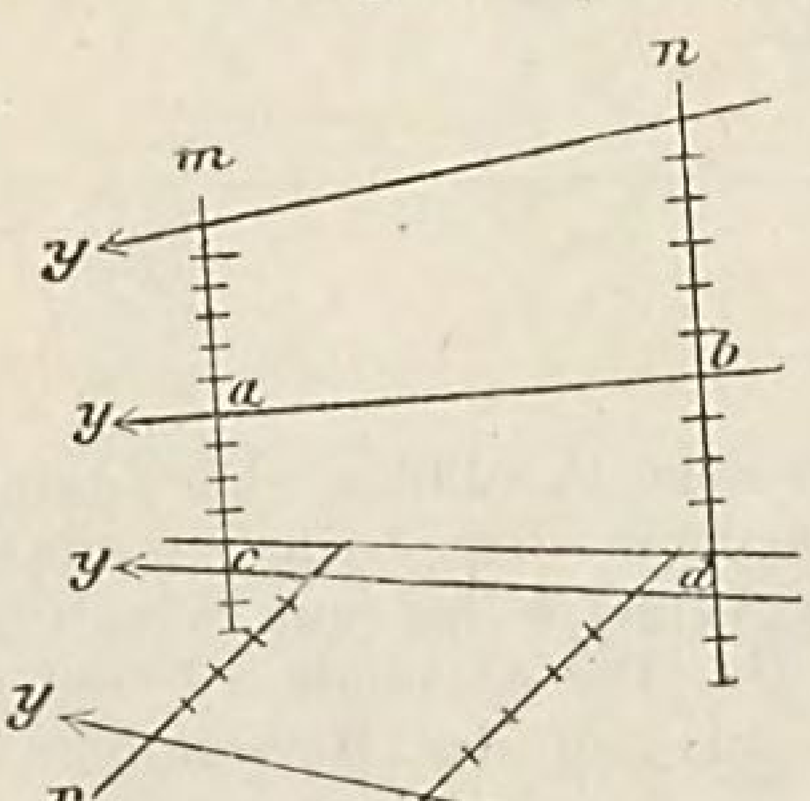


Verhältnissmässig einfach ist das von Prof. Streckfuss angegebene Verfahren, wobei die im Verschwinde-Punkt y zusammen laufenden Strahlen als Radien eines Kreises angesehen werden; Fig. 32. Man zeichnet um y als Mittelpunkt eine Kreislinie, welche die Seite des Brettes berührt, auf feste Pappe oder auf ein dünnes Brett und schneidet es nach der Kreislinie aus. An ihm wird die Schiene entlang geführt, an der $cd = ad$ ist, so dass ca in jeder Lage Sehne wird und die Verlängerung von fd als Radius des Kreises durch y geht.

Ein zweites von Prof. Streckfuss angegebenes Instrument, die dreitheilige Schiene, kann zur Benutzung nicht empfohlen werden, weil das Einstellen sehr langsam zu bewerkstelligen ist, 2 Schienen für „rechts" und „links" nothwendig sind und ausser dem Horizont noch eine zweite Linie gegeben sein muss, welche nach dem Verschwinde-Punkt geht.

Neuerdings ist von Prof. Cranz-Stuttgart ein Lineal konstruirt worden,[1]) dessen Konstruktion sich an eine von Schreiber angegebene Idee[2]) anlehnt, sehr exakt ausgeführt ist und mit Hülfe der aus dem Grundriss zu entnehmenden Angabe der Distanz und der Lage der Bildebene gegen das darzustellende Gebäude, es gestattet, ohne weitere Konstruktion die nach den Verschwinde-Punkten der Horizontalen beider Fronten zielenden Geraden zu ziehen.

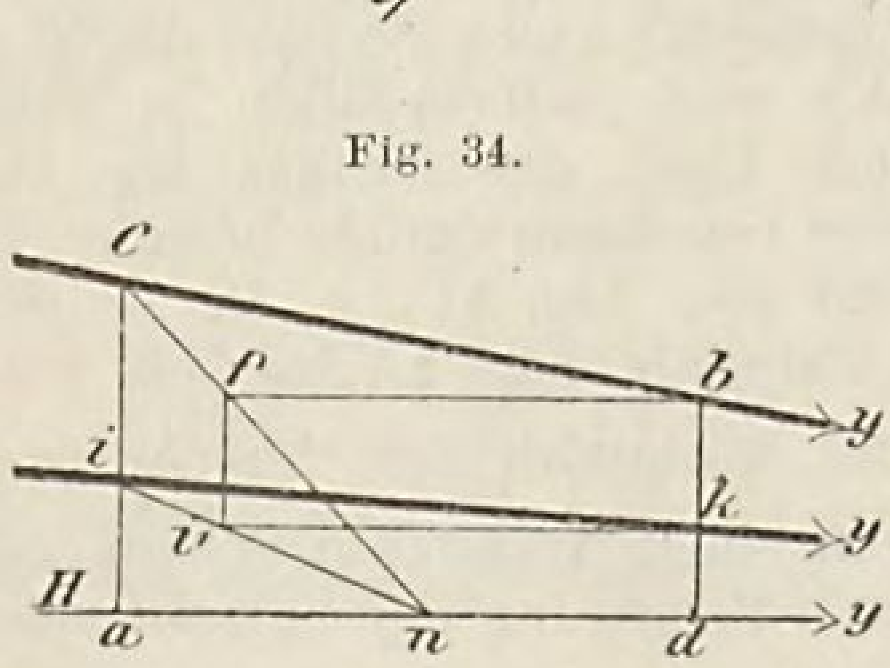
Fig. 33.



Einzelne perspektiv. Parallel-Linien lassen sich durch folgendes Verfahren konstruiren:

1) 2 Parallelen ab und cd sind gegeben, Fig. 33; es sollen Gerade gezogen werden, welche nach dem Verschwinde-Punkt derselben gerichtet sind. Man ziehe 2 parallele Gerade m und n an beliebiger Stelle, z. B. um die Zeichenfläche zu schonen, auf den Papier-Rändern. Die beiden Strecken ac und bd werden in dieselbe Anzahl gleicher Theile getheilt und die erhaltenen Theilungen nach oben und unten fortgesetzt; die Verbinde-Geraden entsprechender Punkte sind nach den Verschwinde-Punkten gerichtet. Die gewonnenen Theile kann man benutzen, um mit Hülfe anderer Parallelen, z. B. r und t, an beliebigen Stellen des Papiers perspektiv. Parallelen zu ab und cd zu ziehen.

Fig. 34.



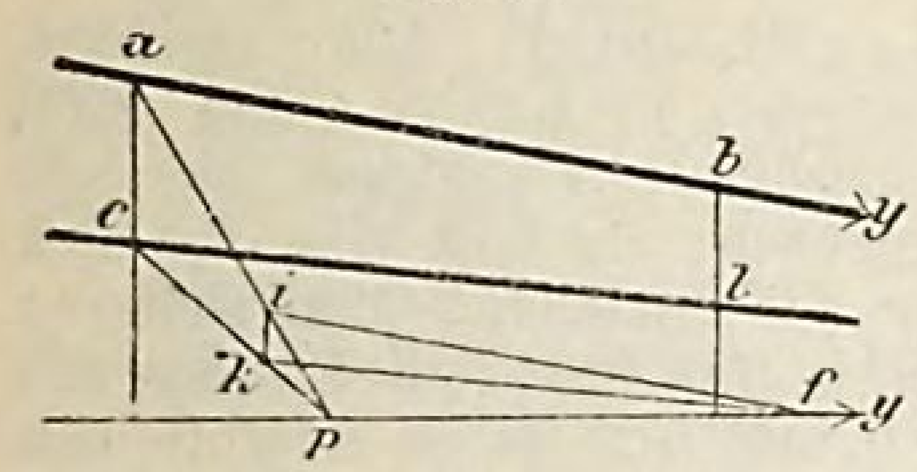
Eine verhältnissmässige Theilung der Geraden ac und bd kann durch folgende Konstruktion erhalten werden, wenn ad auf dem Horizont liegt; Fig. 34. Ziehe durch b eine Parallele zu H bis zu einem Punkt f, durch den die Gerade cf gezogen werden kann, welche H in einem innerhalb der Grenzen der Zeichenfläche liegenden Punkt n schneidet. Soll nun die auf ca durch den Punkt i_1 gegebene Theilung auf bd übertragen werden, so ziehe man durch f eine Lothrechte;

1) Beschreibung in der Zeitschr. für Instrumenten-Kunde, 1883.

2) Bereits im Jahre 1798 ist von Thibault die Konstruktion eines solchen Perspektiv-Lineals erfunden und beschrieben worden.

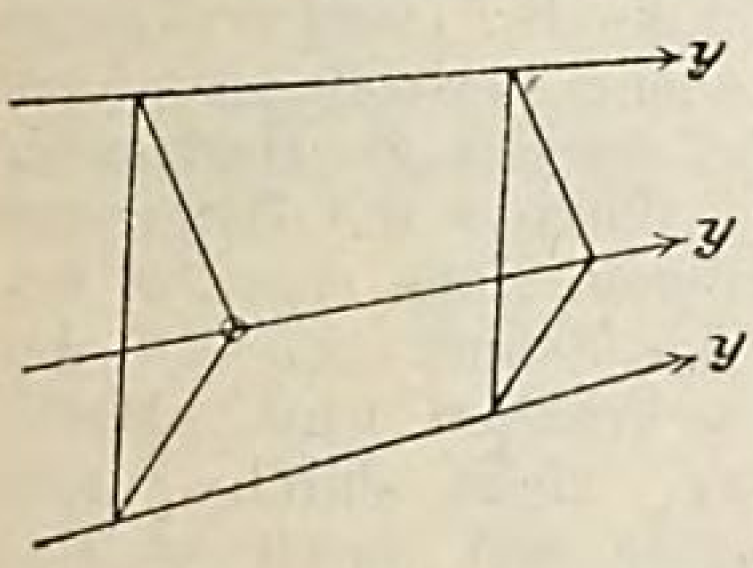
den Schnittpunkt i derselben mit der Verbinde-Geraden in überträgt man durch eine Horizontale auf bd; ik ist nach demselben Verschwinde-Punkt wie cb und ad gerichtet.

Fig. 35.



Oder es soll durch c eine perspektiv. Parallele zu ab gezogen werden, Fig. 12: Verbinde a und c mit dem Zentralpunkt p. Nehme auf ap einen Punkt i so an, dass eine Parallele zu ab den Horizont, etwa in f, schneidet; ziehe durch i eine Lothrechte ik. Die gesuchte Gerade cl ist parallel der Verbinde-Geraden kf.

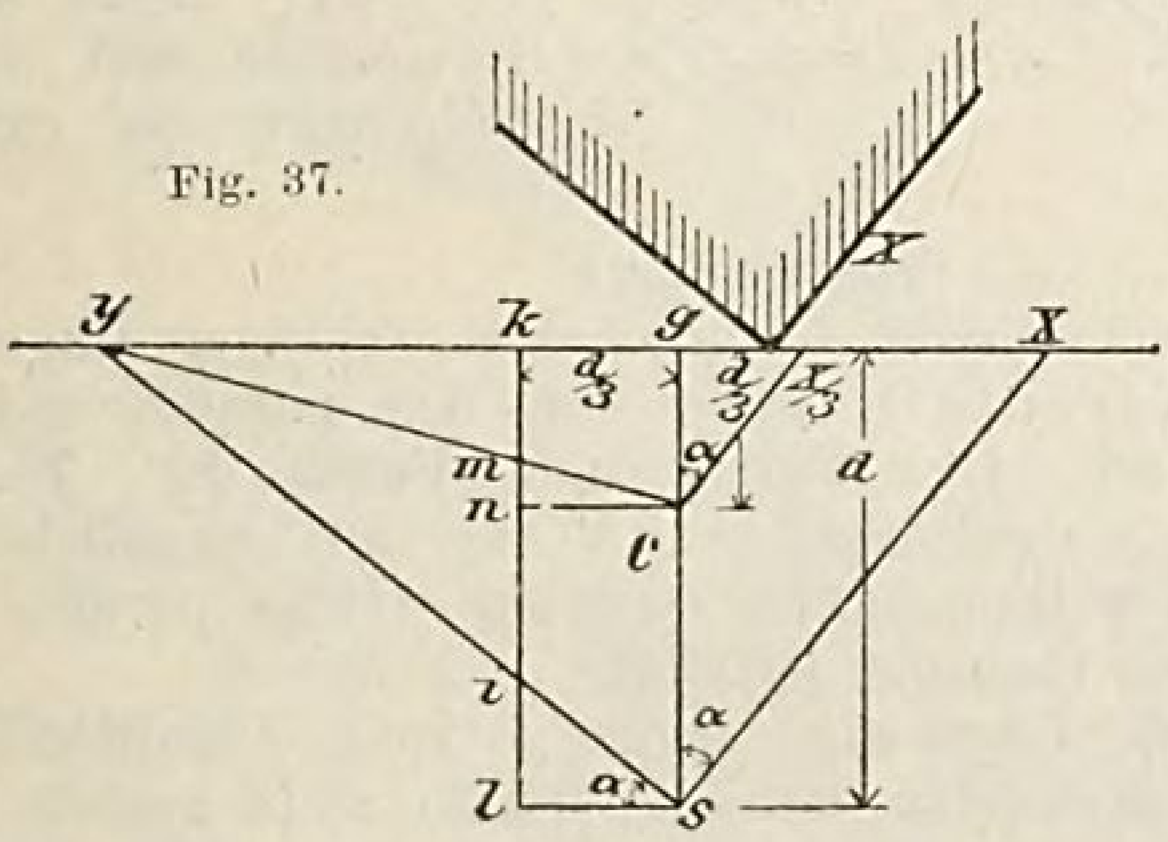
Fig. 36.



2) Ein anderes Verfahren beruht in der Anwendung des Satzes: Werden zwei Dreiecke so gezeichnet, dass die Seiten des einen denjenigen des anderen parallel sind, so schneiden sich die drei Geraden, welche je 2 der entsprechenden Ecken verbinden, in einem Punkte; Fig. 36.

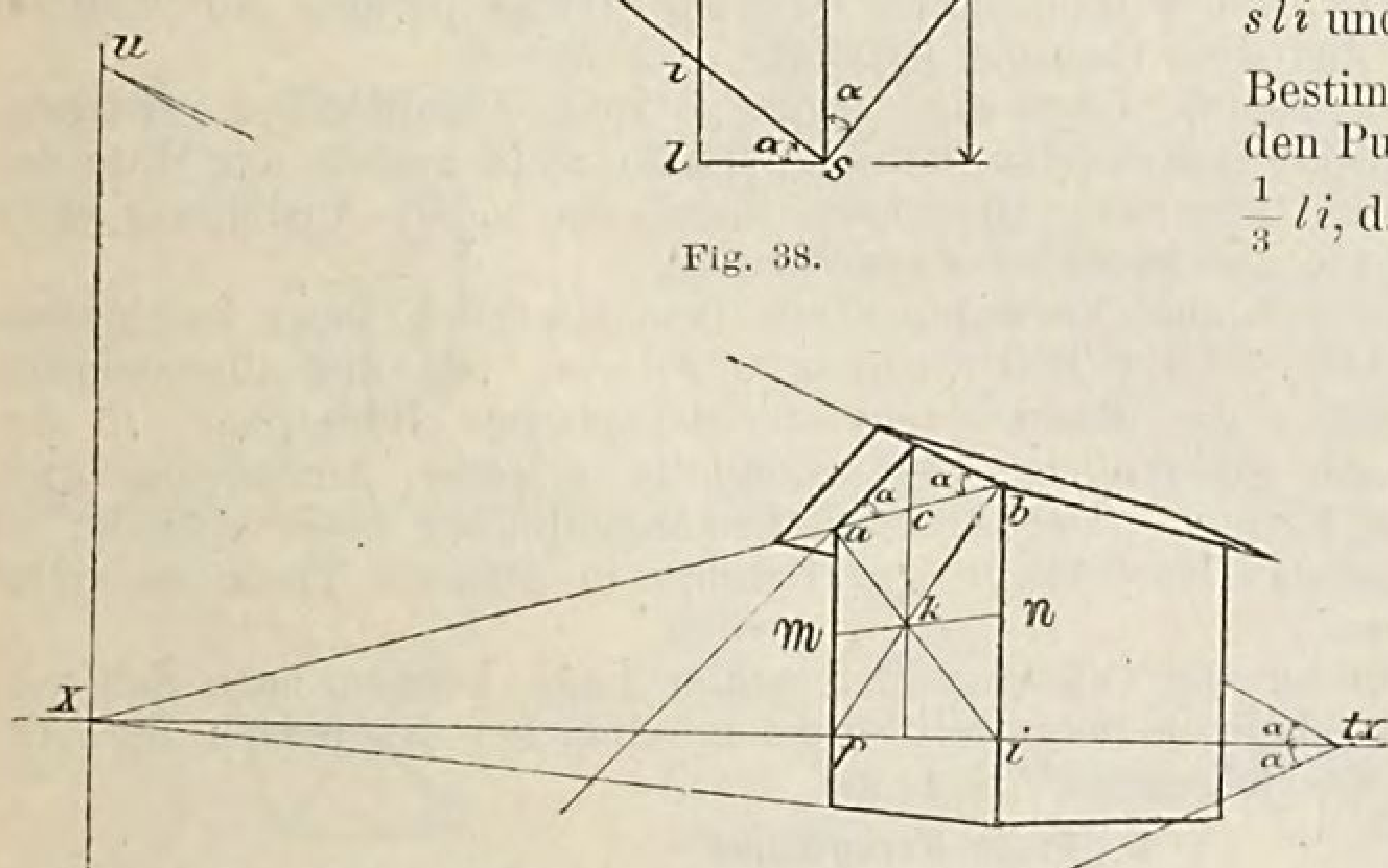
In einigen der mitgetheilten Lösungen musste ausser dem Horizont noch eine zweite Gerade gegeben sein, welche nach dem Verschwinde-Punkt gerichtet ist. Eine solche lässt sich aus einem Stück der Distanz, z. B. $\frac{1}{3}d$ konstruiren, Fig. 37.

Fig. 37.



gc ist gleich $\frac{1}{3}d$; durch c und s ziehe man Parallelen zur X-Axe. gk wird $= gc$ gemacht und durch k eine Parallele zu gs gezogen. In den kongruenten Dreiecken sli und $gc\frac{x}{3}$ ist $li = \frac{1}{3}gx$. Bestimmt man nun auf kn den Punkt m so dass $mn = \frac{1}{3}li$, d. h. $= \frac{1}{9}gx$ ist, so geht die Verbinde-Gerade cm durch den Verschwinde-Punkt y.

Fig. 38.



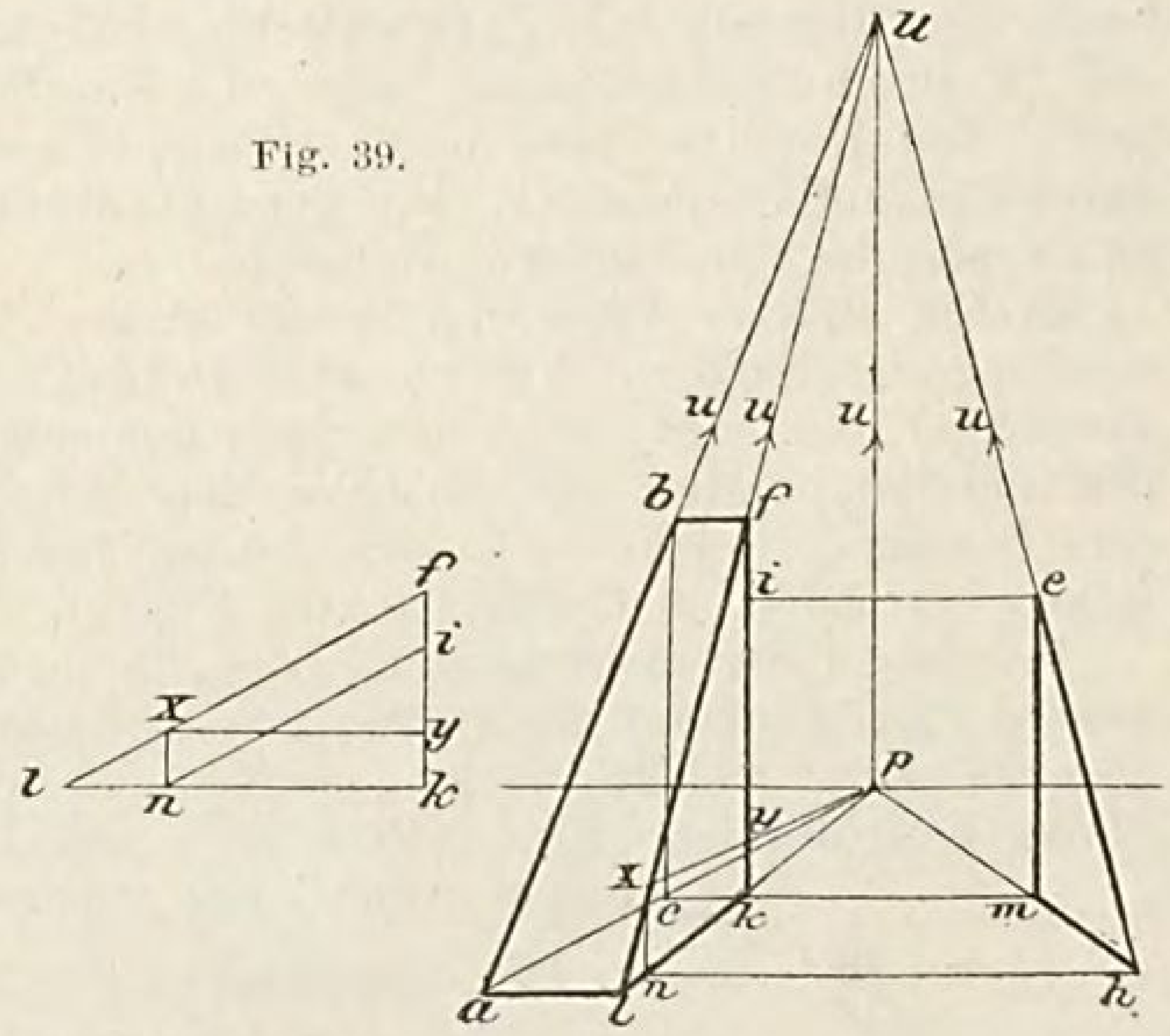
f. Darstellung geneigter Geraden.

Kommen an einem Gebäude geneigte Geraden, z. B. an Giebeln, Treppen-Rampen u. s. w. vor, so kann man die Verschwinde-Punkte zusammen gehöriger Parallelen fest stellen. Ein solcher liegt, je nach der Lage der Geneigten, lothrecht über oder unter demjenigen der zugehörigen horizontalen Projektion, in dem Schnitte einer durch den Gesichtspunkt O parallel zu der Geneigten gezogenen Geraden mit der Bildebene. Sind die Neigungs-Winkel zweier Seiten eines Giebel-Dreiecks gegen die Horizontal-Ebene gleich, so liegen die Verschwinde-Punkte in gleichen Entfernungen vom Horizont; Fig. 38.

In dieser Figur ist ferner angegeben, wie man durch Bilden von Rechtecken (allgemein von Parallellogrammen) Gerade halbiren kann. ab, af und bi sind in den Punkten c, m und n halbirt.

Sollen zu geneigten Geraden Parallelen gezogen werden, ohne die Verschwinde-Punkte zu gebrauchen, so übertrage man die geometrische Konstruktion, in die Perspektive.

Fig. 39.



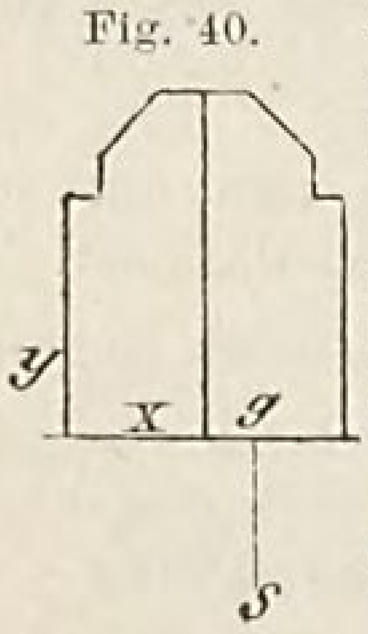
Beispiel: Die steigende Gerade ab, Fig. 39, und deren horizontale Projektion ap sind gegeben; aus l ist eine Parallele zu ab zu ziehen. Man ziehe lp, die Lothrechte bc, die Horizontalen ck und bf. In k errichte man die Lothrechte bis zum Schnitt mit bf. fl ist die gesuchte Parallele.

Um durch h eine Parallele zu lf zu ziehen, verbinde man h mit p, ziehe durch h die Horizontale hn und durch n die Lothrechte nx. Hierauf ziehe man xp, wodurch im Schnitt mit fk der Punkt y erhalten wird. Mache $fi = ky$, ziehe durch i eine Horizontale und durch m eine Lothrechte bis zum Schnitt e; eh ist die gesuchte Parallele.

g. Frontale Lage.

Im Gegensatz zu der vorstehend besprochenen schrägen Lage der Objekte gegen die Bildtafel steht die frontale, wobei eine Axe parallel und eine normal zu der Bildtafel ist; Fig. 40. Der Verschwinde-Punkt der Y-Axe liegt im Zentralpunkt p, derjenige der X-Axe im Unendlichen; d. h. die perspektiv. Bilder horizontaler Geraden, welche parallel zur Bildtafel liegen, sind dem Horizont parallel.

Fig. 40.



Die frontale Lage wird meist zu Innen-Perspektiven verwandt; es empfiehlt sich hierbei, den Standpunkt nicht gerade der Mitte der Hinterwand gegenüber zu nehmen, weil nur so die Ausbildung einer Seitenwand anschaulicher darstellbar ist.

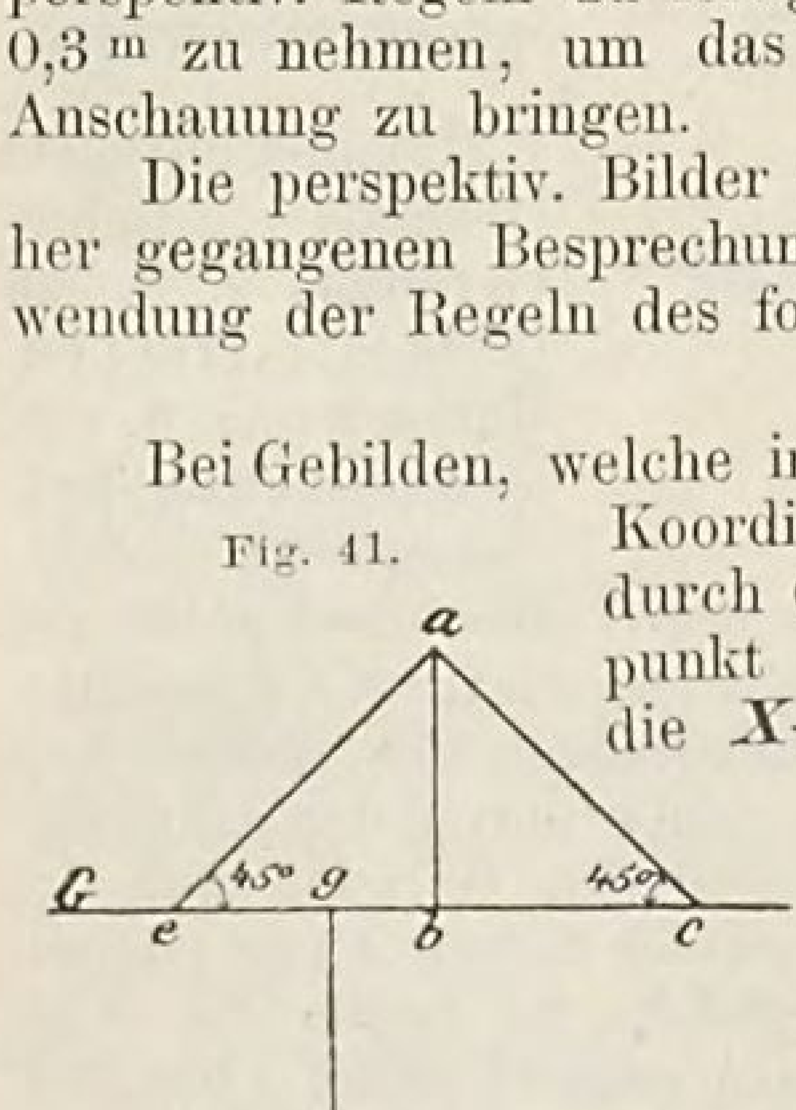
Um sich eine Vorstellung von dem Eindruck eines Innenraums zu machen, schlägt Maertens a. a. O. vor, von den allgemeinsten Umrisslinien des Raumes ein stereoskopisches Bilderpaar, in der Grösse passend für ein gewöhnliches Stereoskop, in scharfer Ausführung nach perspektiv. Regeln zu fertigen. Der Abstand der Augenpunkte unter einander ist 0,3 m zu nehmen, um das Körperliche des Raumes in grösster Treue zu voller Anschauung zu bringen.

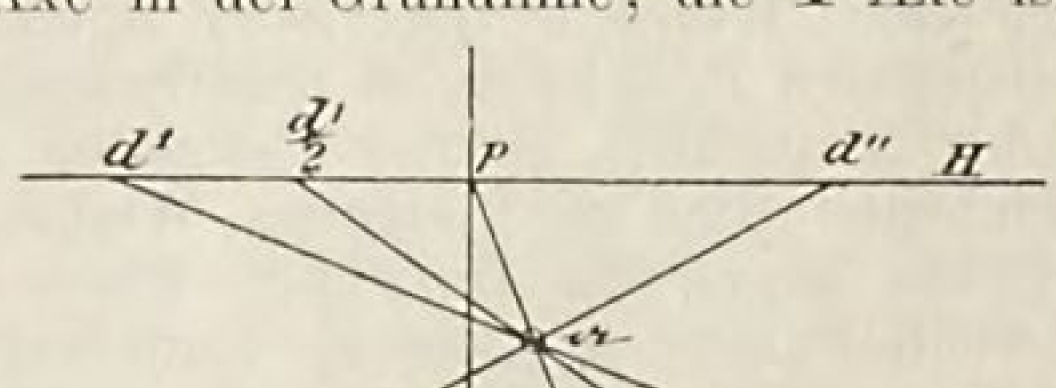
Die perspektiv. Bilder von Objekten in frontaler Lage können nach den vorher gegangenen Besprechungen hergestellt werden; einfacher ist jedoch die Anwendung der Regeln des folgenden Abschnitts.

h. Freie Perspektive.

Bei Gebilden, welche in der Grundebene liegen, wird jeder Punkt durch seine Koordinaten, bezogen auf 3 Ebenen: die Grund-, Bild- und die durch Op gelegte Vertikal-Ebene, konstruirt. Der Anfangspunkt des Koordinaten-Systems liegt in dem Grundpunkt g, die X-Axe in der Grundlinie; die Y-Axe ist nach p gerichtet und die Z-Axe fällt mit der Vertikalen gp zusammen. Bestimmung eines Punktes, der in der Grundebene und in gegebenen Abständen von der Vertikal- und der Bildebene liegt; Fig. 40. Durch den Punkt a

Fig. 41.





lege man eine Gerade unter 45° zur Grundlinie, entweder nach rechts oder links und konstruire die Zentral-Projektion; *ab* hat den Verschwinde-Punkt in *p*.

Den Verschwinde-Punkt der unter 45° zur Bildebene geneigten Geraden erhält man, wenn man durch *O* Parallelen zu denselben bis zum Schnitt mit der Bildebene zieht. Die Schnittpunkte *d'* oder *d''* liegen in einem Abstand von *p*, welcher gleich der Distanz ist; daher heissen diese Punkte Distanz-Punkte.

Die Zentral-Projektionen der in der Bildebene liegenden Punkte fallen mit den Punkten selbst zusammen; daher kann man die Punkte *b*, *c* und *e* durch ihre Abstände von *g* bestimmen und den Punkt *a* durch *bp* und *cd'* oder *ed''* fest legen.

Liegt der Punkt *a* zu weit hinter der Bildebene, so dass die Punkte *c* und *e* ausserhalb des Papiers fallen, so arbeitet man mit einem Theile des Abstandes, z. B. mit der Hälfte. Man misst die halbe Distanz von *p* aus nach links und die Hälfte des Abstandes *ab* von *b* aus nach rechts ab, verbindet die erhaltenen Punkte durch eine Gerade, wodurch im Schnitt mit *bp* der gleiche Punkt *a* bestimmt wird.

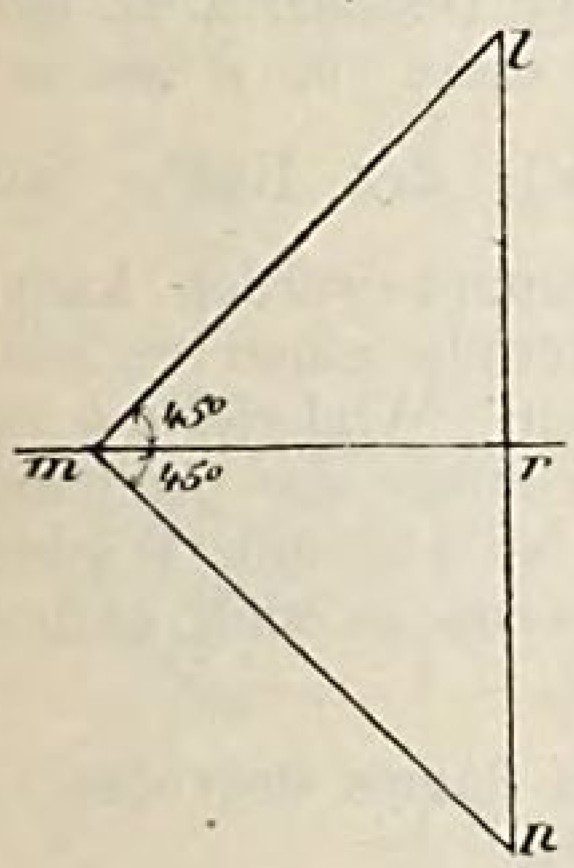
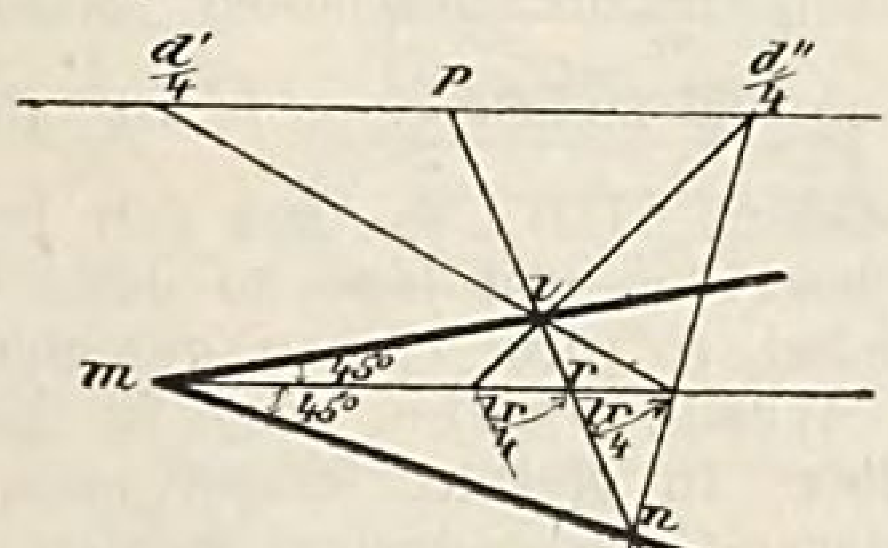


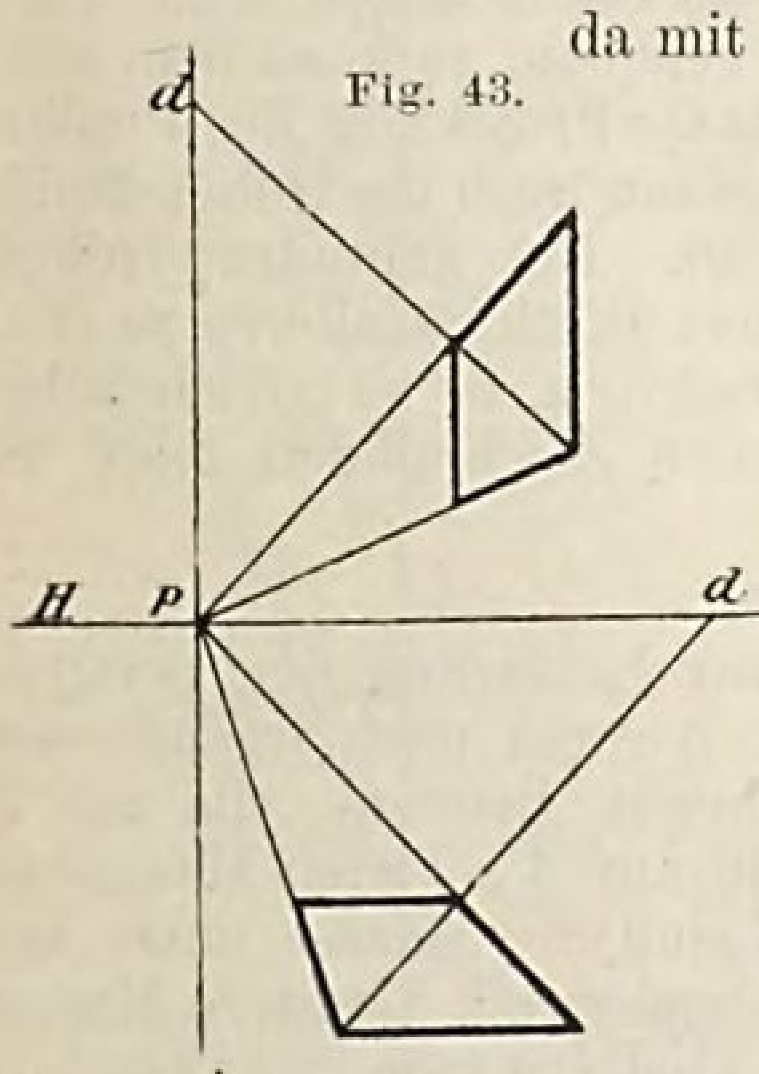
Fig. 42.



Anwendung. Mit Hülfe der Theil-Distanz soll von einem gegebenen Punkt *m* aus eine horizontale Gerade gezogen werden, welche einen Winkel von 45° zur Grundlinie oder zu einer mit derselben parallelen Geraden bildet, Fig. 42; nach Bestimmung der Geraden ist an derselben im Punkt *m* ein rechter Winkel anzutragen. Die Konstruktion ist aus der Figur zu ersehen.

Die Distanz-Punkte können als Theilpunkte für die rechtwinklig zur Bildebene liegenden Geraden bezeichnet werden, da mit ihrer Hülfe Eintheilungen auf denselben ausführbar sind.

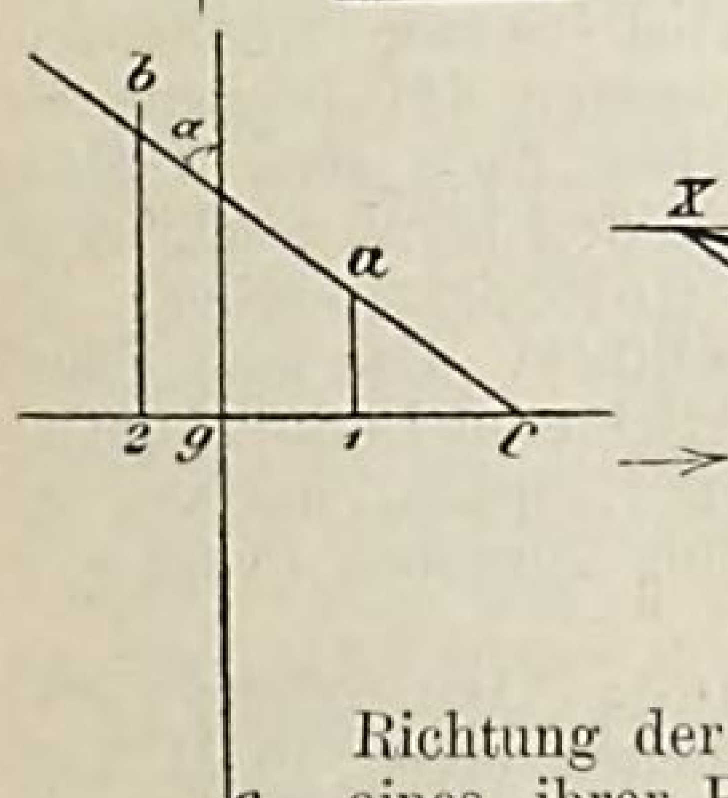
Fig. 43.

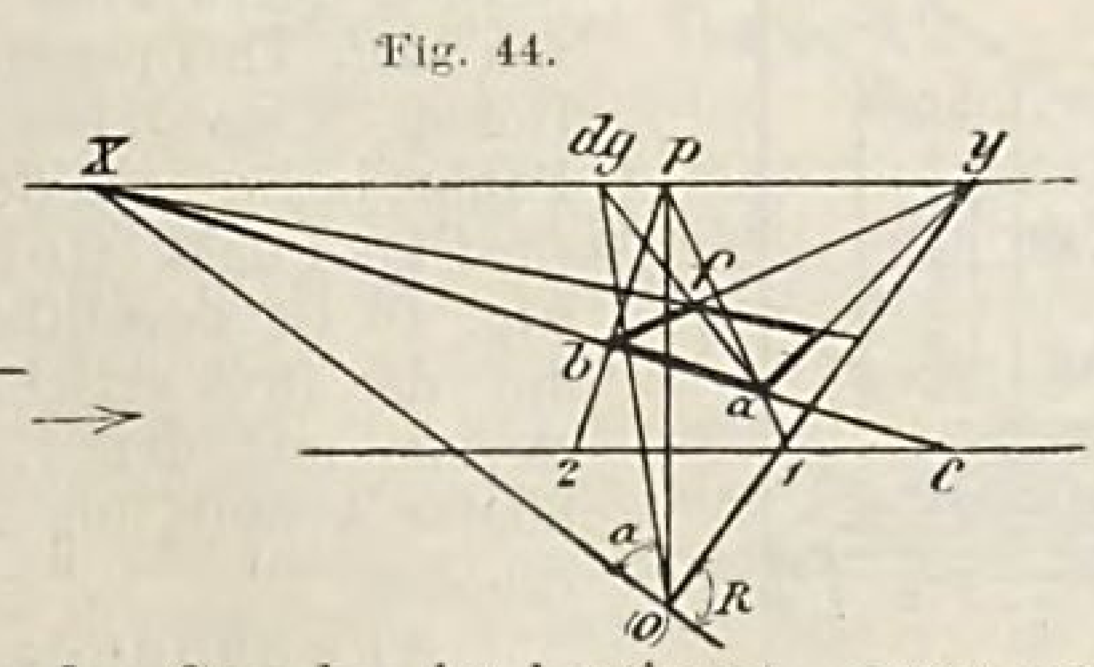


Nach den vorstehenden Erklärungen können die in frontaler Lage vorkommenden Grundrisse perspektiv gezeichnet werden. Leicht lassen sich horizontale und vertikale Quadrate unter Benutzung der rechts oder links, oben oder unten liegenden Distanz-Punkte konstruiren. In Fig. 43 sind 2 Quadrate gezeichnet.

Ist eine Gerade *ab*, Fig. 44, in der Grundebene gegeben, so kann deren Bild durch Benutzung des Verschwinde-Punktes bestimmt werden. Anstatt diesen Punkt auf die früher angegebene Weise fest zu stellen, kann dies in der Zeichnung direkt geschehen, wenn man die Horizont-Ebene mit der durch den Gesichtspunkt gezogenen Parallelen um die Horizont-Linie bis zur Deckung mit der Bildebene dreht. In dem herab geschlagenen Gesichtspunkt (*O*) legt man den Winkel an, welchen die Gerade mit der Hauptaxe *Op* bildet und verlängert den Schenkel bis zum Schnitt mit *H*. (Dieser Winkel ist der Komplement-Winkel desjenigen, den die Gerade mit der Bildebene bildet.) Die Richtung der Geraden ist bestimmt, wenn man die Zentral-Projektion eines ihrer Punkte hat, z. B. des Durchgangs *c* der Geraden durch die Bildebene.

Fig. 44.





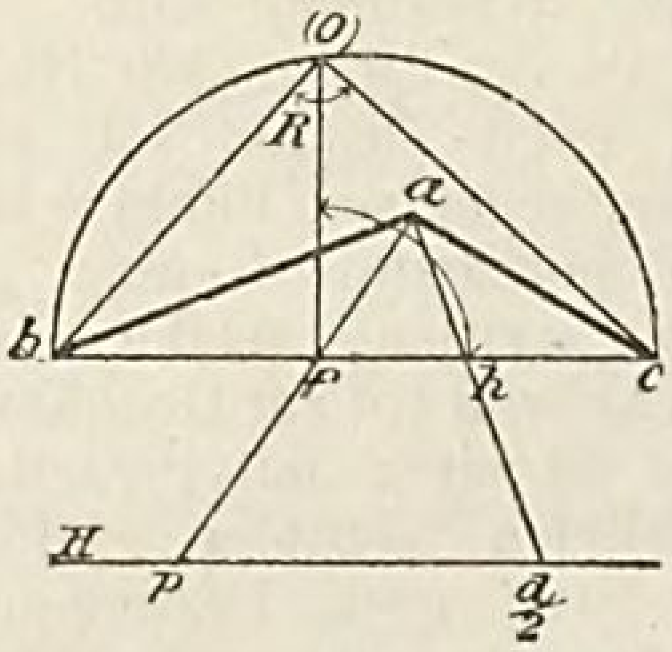
Bestimmte Punkte, z. B. *a* und *b* der Geraden werden konstruirt, indem man durch dieselben Normalen zu der Bildebene zieht, welche in *p* den Verschwinde-Punkt haben.

In irgend einem Punkte der Geraden, z. B. in a kann man einen rechten Winkel antragen, wenn man in (O) an $x(O)$ einen solchen anlegt, hierdurch den Verschwinde-Punkt y des 2. Schenkels bestimmt und y mit a verbindet.

Um über ab ein Quadrat zu zeichnen, hat man zu bedenken, dass die Diagonalen eines Quadrats die rechten Winkel halbiren. Man halbire den Winkel $y(O)x$ durch die Gerade $(O)dg$, welche im Schnitt mit H den Verschwinde-Punkt dg der Diagonalen, den Diagonal-Punkt ergiebt. In der perspektiv. Zeichnung ziehe man yb und adg, erhält so den Endpunkt f des Quadrats und ziehe xf, welche im Schnitte mit ay die 4. Ecke des Quadrats bestimmt; Fig. 44.

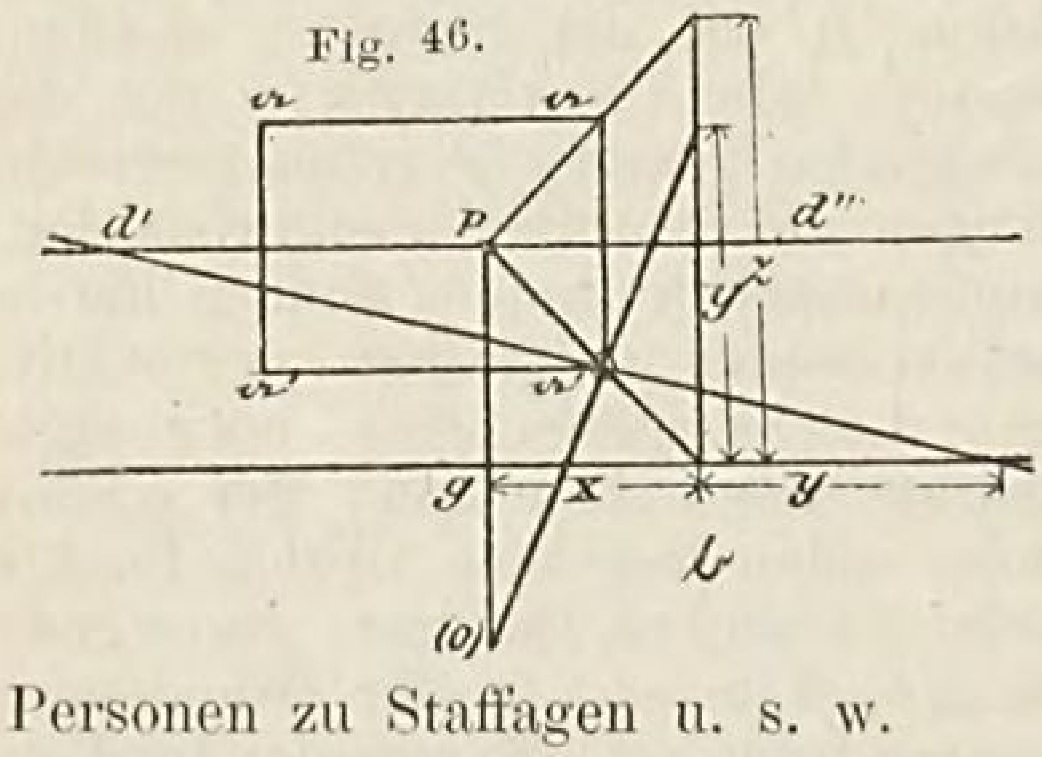
Aufgabe. An die perspektiv. gezeichnete Gerade ab, Fig. 45, in a einen perspektiv. rechten Winkel zu legen, wenn Horizont, Zentralpunkt u. Distanz gegeben sind. Durch einen beliebigen Punkt der Geraden, z. B. durch b, ziehe man eine Parallele zu H, ferner ap, welche dieselbe in f schneidet; in f wird eine Normale zu bf errichtet, welche geometr. gleich af gemacht werden muss. Dies kann mittels Benutzung eines Distanz-Punkts oder eines Theils der Distanz, z. B. der halben Distanz, geschehen. Messe diese von p aus auf H ab und ziehe $a\frac{d}{2}$. fh ist gleich der Hälfte der Geraden $f(O)$, so dass (O) bestimmt werden kann. Ziehe $(O)\,b$ und lege an diese Gerade einen rechten Winkel, so wird bf in c geschnitten. Winkel $c\,a\,b$ ist $=$ Winkel $b\,(O)\,c$; also ist hierdurch die Aufgabe gelöst. In gleicher Weise kann bei (O) ein Winkel anderer Grösse angelegt werden, wenn es sich darum handelt, eine spitz- oder stumpfwinklige Figur zu konstruiren.

Fig. 45.



i. Perspektive eines im Raume liegenden Punktes.

Fig. 46.

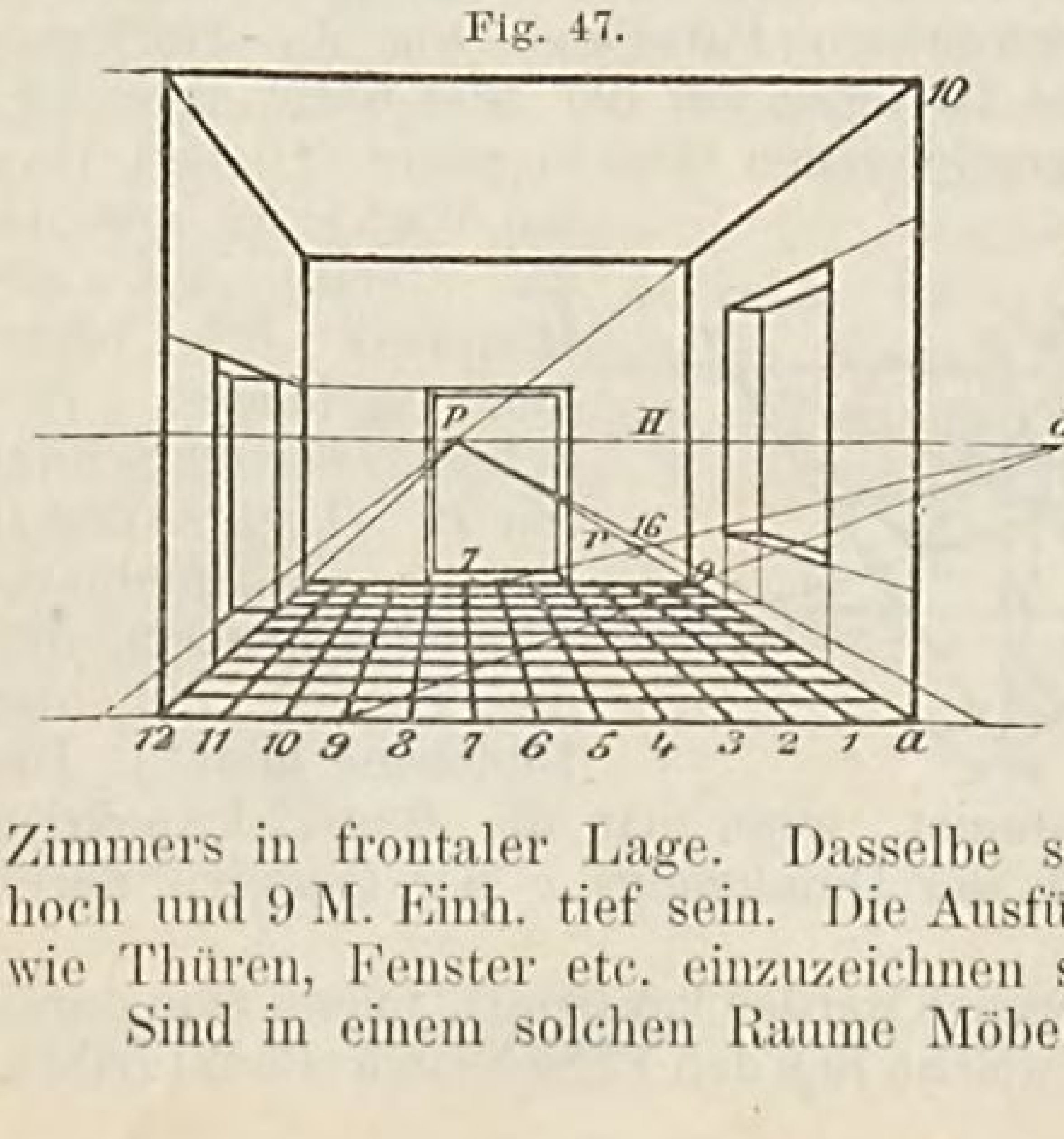


Ist ein Punkt im Raum durch seine 3 Koordinaten x, y, z gegeben, so muss man aus x und y die horizontale Projektion des Punktes bestimmen und alsdann noch die Höhen-Ordin. z abtragen; Fig. 46. Das gefundene Höhenmaass α' α kann man durch Parallelen zu H an jede Stelle übertragen, z. B. zu gleich hohen Kanten an frontalen Zeichnungen oder für Personen zu Staffagen u. s. w.

k. Perspektivische Maassstäbe.

Die vorangeführte Konstruktion führt unmittelbar zur Erklärung der perspektivischen Maassstäbe; es wird angenommen, dass die 3 Axen nach irgend einer Maasseinheit eingetheilt sind. Die Theilung auf X heisst Breiten-, die auf Z, Höhen- und die auf Y, Tiefen-Maassstab. Auf X und Z sind die Maasse unter sich gleich, auf Y abnehmend. Letztere Maasse werden durch Theil-Gerade erhalten, die von den Theilpunkten des Breiten- oder Höhen-Maassstabes nach dem Distanz-Punkt, bezw. nach dem herab geschlagenen Gesichts-Punkt (O) gezogen werden. Aus Fig. 46 ist ersichtlich, dass man y auch auf der in b errichteten Lothrechten abmessen und den Endpunkt mit (O) verbinden konnte, um denselben Punkt α' zu erhalten.

Fig. 47.



Anwendung: Darstellung eines Zimmers in frontaler Lage. Dasselbe soll 12 Maasseinheiten breit, 10 M. Einh. hoch und 9 M. Einh. tief sein. Die Ausführung ist aus Fig. 47 zu ersehen; ebenso wie Thüren, Fenster etc. einzuzeichnen sind.

Sind in einem solchen Raume Möbel zu vertheilen, so kann dies in einfachster

Weise geschehen, indem man den Fussboden in perspektivische Quadrate eintheilt, in welchen alsdann die Grundrisse der Möbel angegeben werden können.

Ist ein Punkt zu bestimmen, der so weit hinter der Bildebene liegt, dass man die Abtragung des Abstandes auf dem Breiten-Maassstab nicht ausführen kann, so ist das Verfahren auf einer andern mit der Bildfläche parallelen horizontalen Geraden fortzusetzen. Wenn z. B. in Fig. 47 ein Punkt zu bestimmen ist, der um 16 Maass-Einheiten hinter der Bildfläche liegt, so ziehe man durch den Punkt 7 (in der hintern Kante des Zimmers liegend) eine Gerade nach *d*; man erhält im Schnitt mit *ap* den Punkt *r*, welcher der Bedingung entspricht.

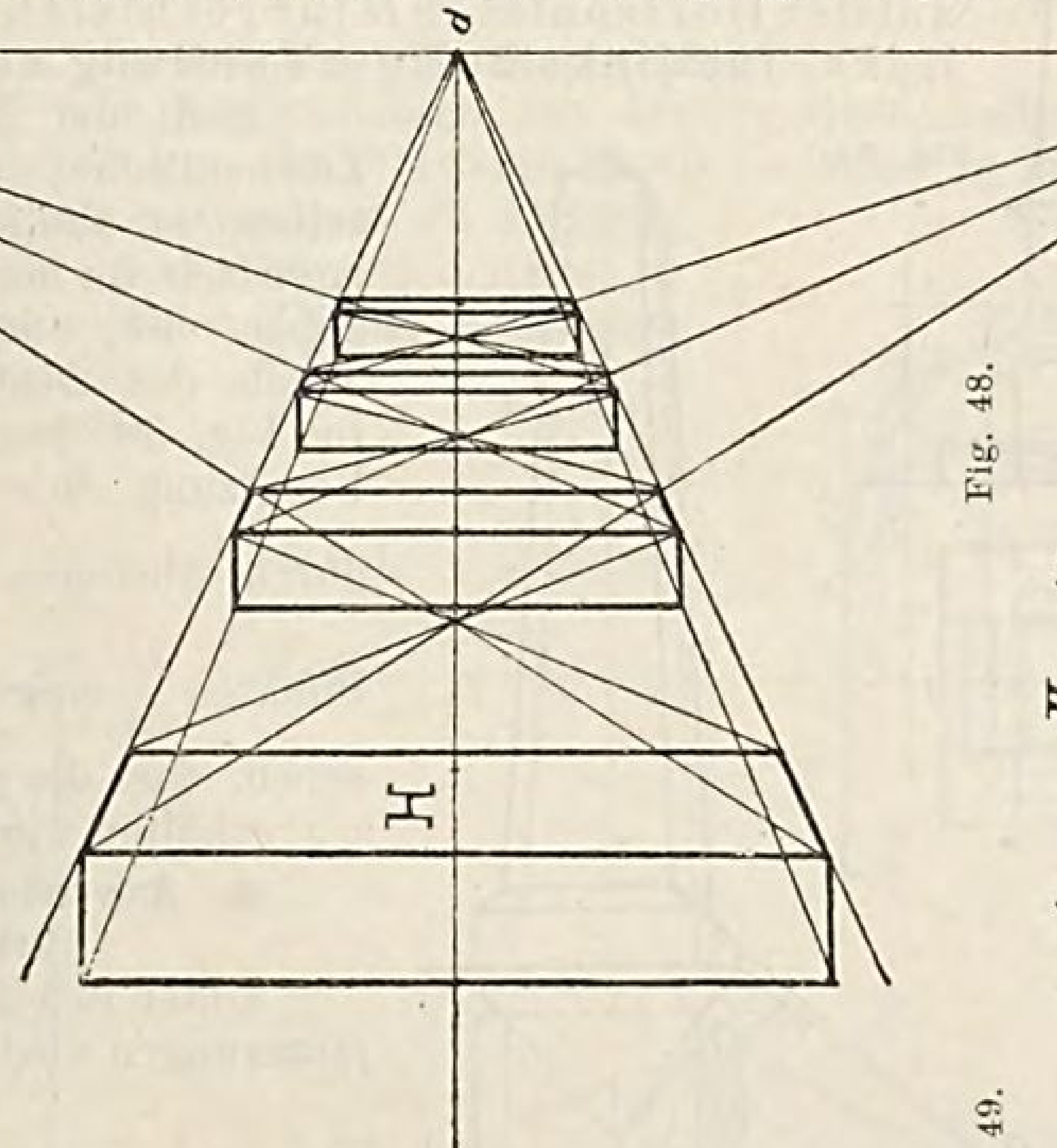


Fig. 50.

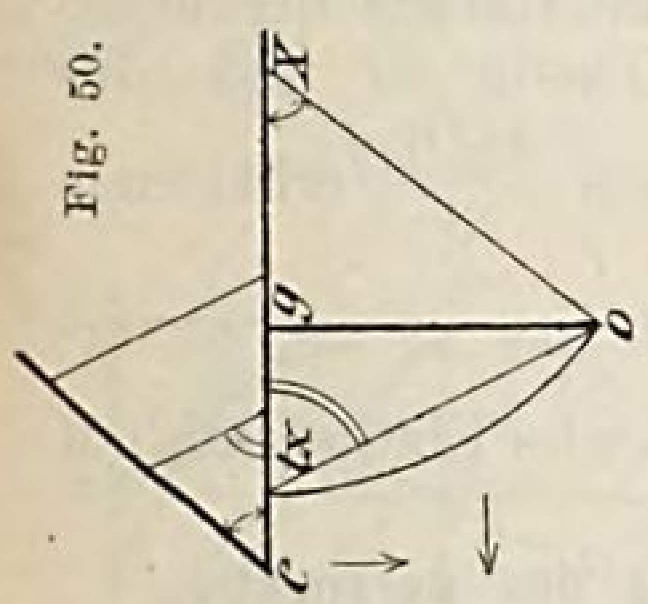
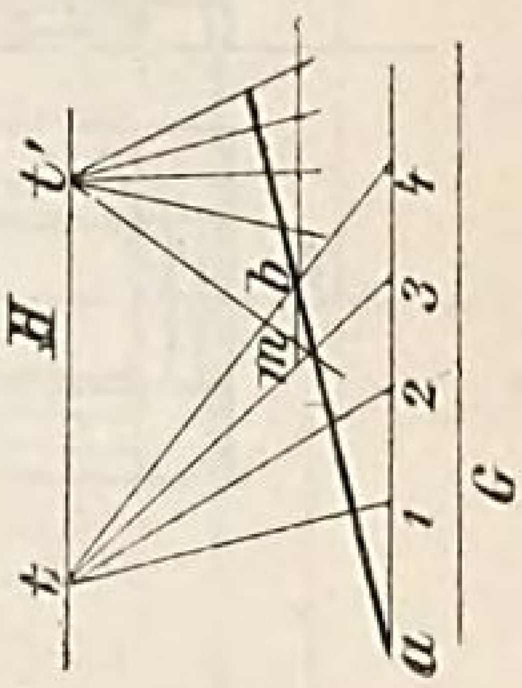


Fig. 48.



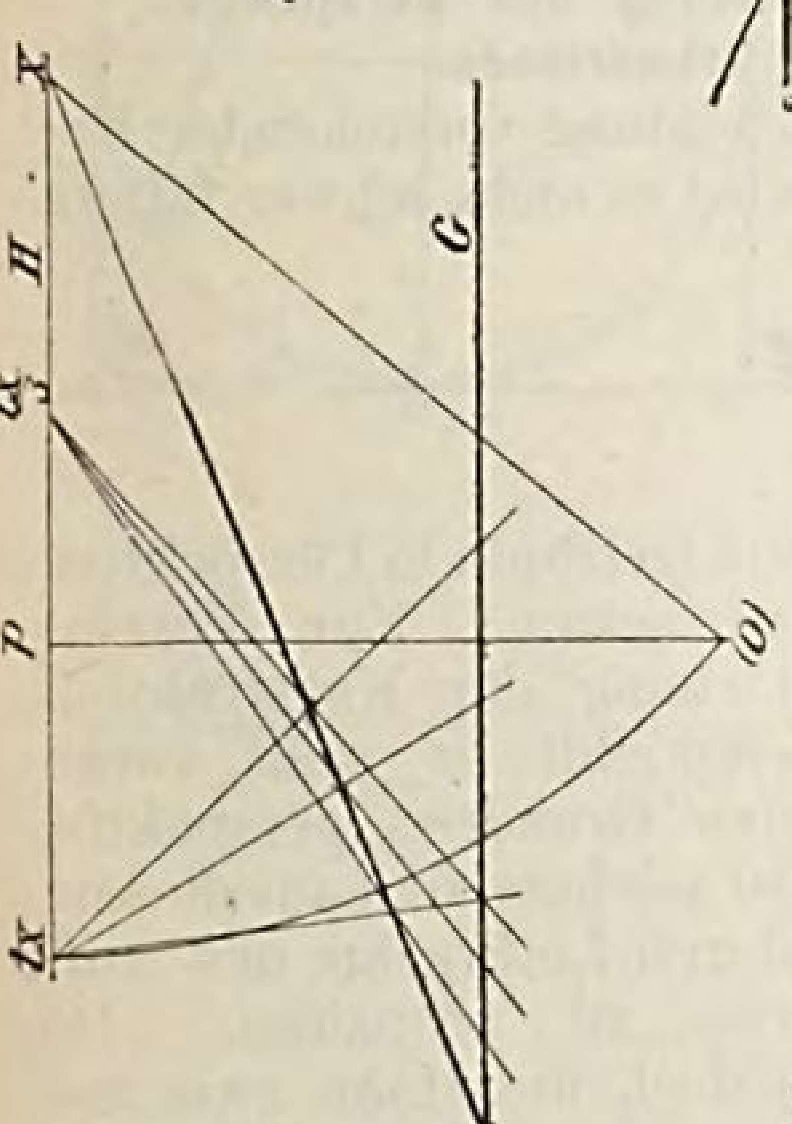


Fig. 49.

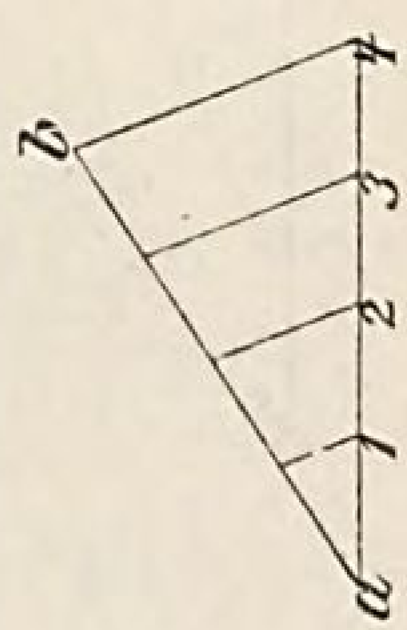
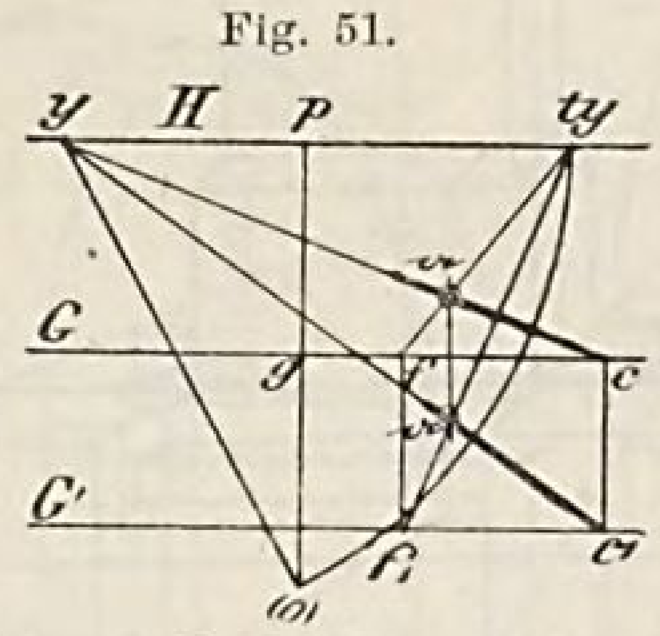


Fig. 51.



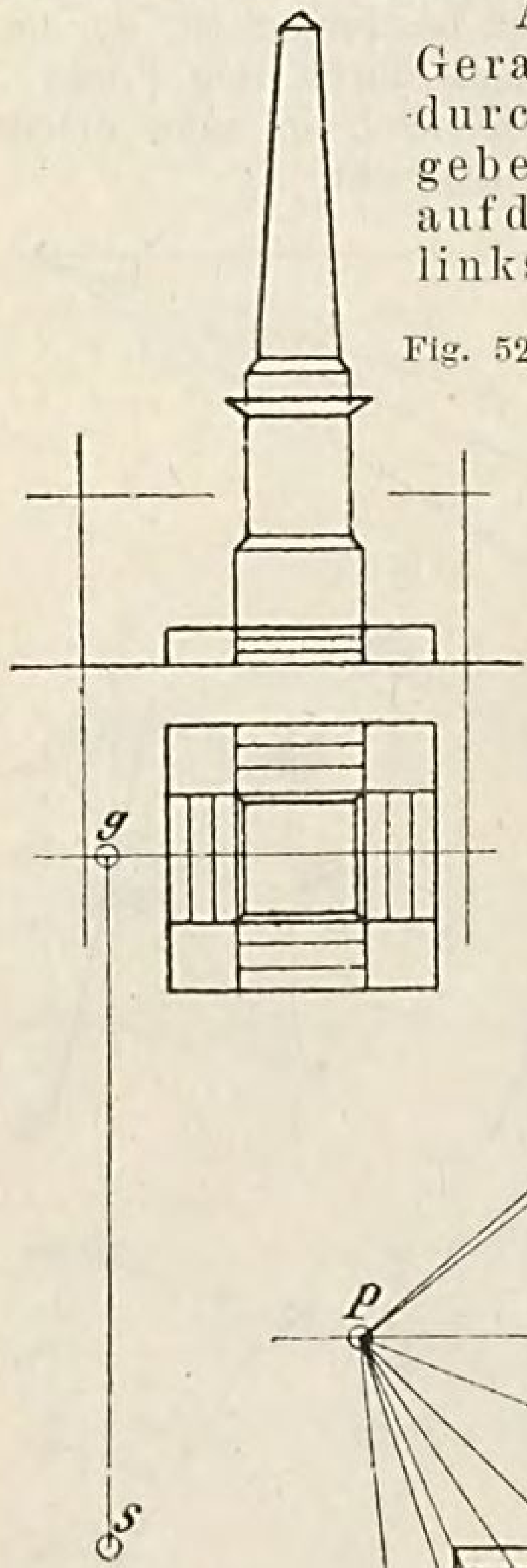
Säulen und Pfeiler mit gleichen Zwischenweiten können durch die Konstruktion Fig. 48 leicht bestimmt werden. Als gegeben sind angenommen 1 Pfeiler und 1 Zwischenweite. Die Konstruktion ist ohne weitere Erklärung verständlich.

l. Benutzung der Theilpunkte.

Haben die horizontalen Geraden beliebige Lagen gegen die Bildebene, so müssen zum Eintheilen derselben andere Theilpunkte benutzt werden. Die Aufgabe: *a b* in *n* gleiche Theile zu theilen, gründet sich auf die bezügl. geometr. Konstruktion Fig. 49. Die parallelen Theillinien haben einen Verschwinde-Punkt *t* im Horizont, welcher Theilpunkt genannt wird, weil die Lage desselben von der Grösse der auf der Horizontalen *a c* abgetragenen Theilstrecke abhängt. Ergeben sich hierbei durch spitzwinkliges Schneiden der Theillinien ungenaue Lagen der Punkte so kann man durch Annahme eines andern Theilpunkts *t'* die auf *a b* erhaltenen Theile in der Verlängerung weiter abtragen; Fig. 49.

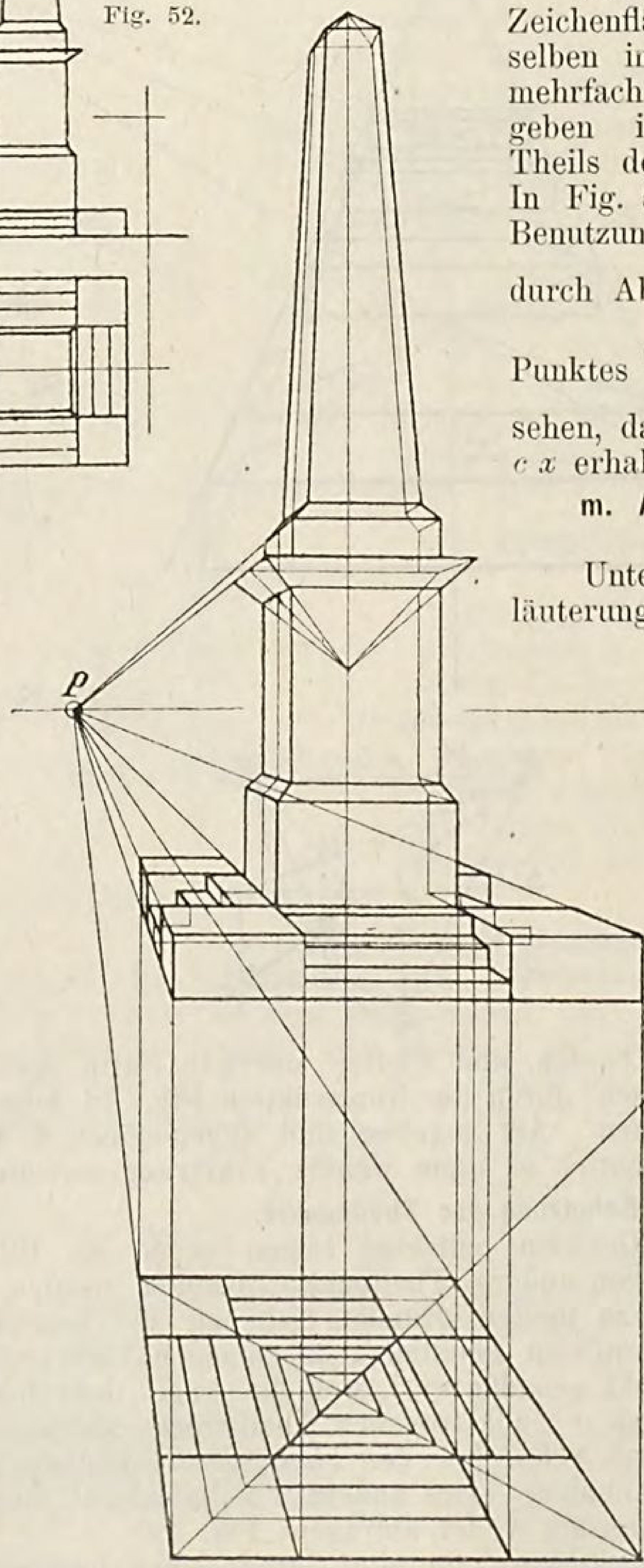
In vielen Fällen ist es zweckmässig, für eine Gerade einen bestimmten Theilpunkt, welcher aus dem Verschwinde-Punkt der Geraden hergeleitet werden kann, anstatt eines zufälligen zu benutzen. Eine Gerade *c x*, Fig. 50, ist perspektiv. gezeichnet; auf derselben sind Theile abzutragen, welche in der wirklichen Grösse

auf der Grundlinie G abgemessen werden können. Es entstehen mithin gleichschenklige Dreiecke, zu denen ein ähnliches zu konstruiren ist, in welchem $(O)\,x$ und $(O)\,t_x$ (t_x ist der Theilp. für Gerade, welche x zum Verschwindep. haben), vorkommen. Diese Geraden müssen gleich sein. Mithin wird t_x erhalten, wenn man von x aus die Strecke $x\,(O)$ auf dem Horizont abträgt.



Allgemein ausgedrückt: „Der Theilpunkt horizontaler Geraden wird erhalten, wenn man die Länge des durch das Auge gelegten Parallel-Strahls der gegebenen Geraden von deren Verschwinde-Punkt aus auf der Horizontalen H für rechtsläufige Theilung nach links, für linksläufige Theilung nach rechts abträgt.

Fig. 52.



Fällt der Theilp. ausserhalb der Zeichenfläche, so kann man denselben in ähnlicher Weise, wie dies mehrfach für den Distanz-Punkt angegeben ist, durch Abtragen eines Theils des Abstandes $x\,(O)$ ersetzen. In Fig. 50 ist die Gerade $c\,x$ unter Benutzung des Theilp. t_x und des durch Abtragen von $\frac{x\,(O)}{3}$ erhaltenen Punktes $\frac{t_x}{3}$ eingetheilt; es ist zu ersehen, dass die gleiche Eintheilung auf $c\,x$ erhalten wird.

m. Anwendung des perspektiv. Grundrisses.

Unter Beachtung vorstehender Erläuterungen wird es nicht schwer fallen, ein Gebäude in Perspektive zu setzen. Zur Vereinfachung der Konstruktion empfiehlt es sich, vorab den Grundriss perspektiv. zu zeichnen und aus diesem durch Lothrechte den Aufriss zu projiziren. Da jedoch die Höhe zwischen Grund- und Horizontlinie in den meisten Fällen zu klein ist, um den Grundriss gut entwickeln zu können, so kann es geboten sein, denselben in einer beliebig tiefer gelegten horizontalen Ebene zu zeichnen. Das Bild eines jeden Punktes in einer solchen Ebene liegt lothrecht unter demjenigen in der Grundebene; Fig. 51 u. 52. Der Diagonal-Punkt ist als Verschwindep. der Gehrungslinien der Gesimse und Verdachungen, der Horizontal-Projekt. der Kehlen und Grate mit Vortheil zu benutzen.

n. Perspektive geneigter Geraden.

Die Verschwinde-Punkte der an Giebel-Dreiecken etc. vorkommenden geneigten Geraden liegen, wie S. 381 angegeben wurde, lothrecht über oder unter demjenigen der zugehörigen Horizontal-Projektionen. Man trägt den Winkel, den die geneigten Gerade mit der Grundebene bildet, in dem Theilp. t_x der Horizontal-Projekt. ab und erhält im Schnitt mit der im Verschwindep. x errichteten Lothrechten den Verschwindep. u; Fig. 38. Für senkrechte Ebenen, welche rechtwinklig zur Bildebene stehen, trägt man den Neigungswinkel in dem Distanzp. ab, da dieser der Theilp. für horizontale Geraden ist, die rechtwinklig zur Bildebene gerichtet sind.

o. Perspektiven von Monumenten.

Für die Darstellung von Gegenständen mit kleiner Grundfläche, z. B. von Monumenten, ist es zu empfehlen, die Bildebene durch die Mitte zu legen, um die Schnittfläche in wirkl. Grösse aufzeichnen zu können; aus den Breiten wird der perspektiv. Grundriss in einer tiefer gelegten horizontalen Ebene gezeichnet und alsdann der Aufriss unter Zuhülfenahme der Höhen vollendet; Fig. 52.

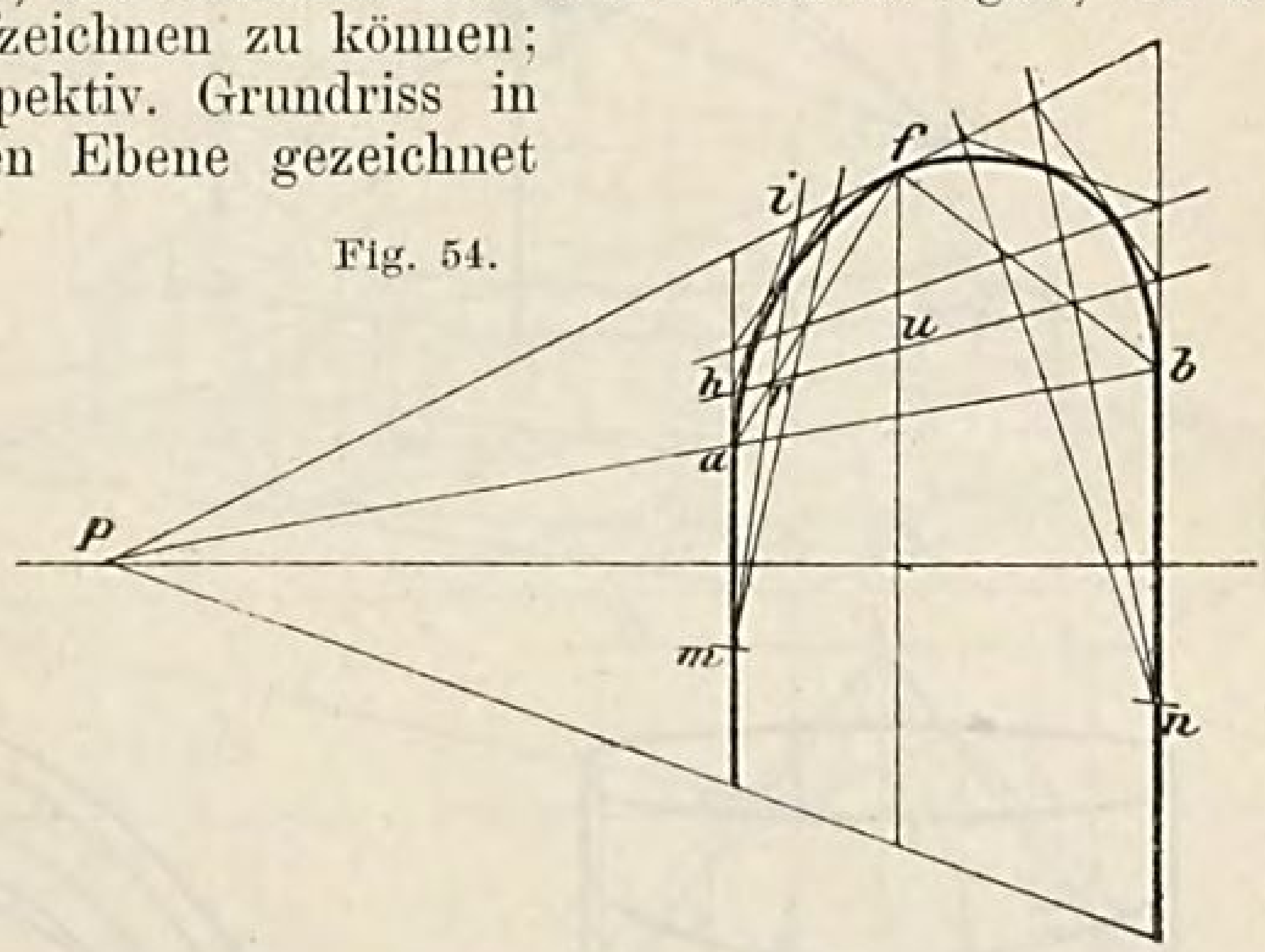
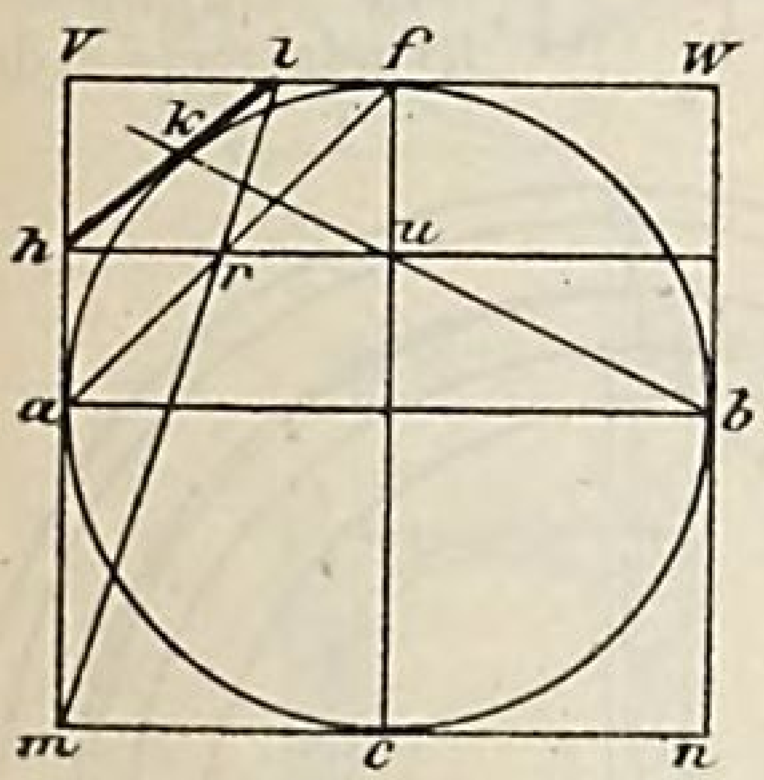


Fig. 54.

Fig. 53.



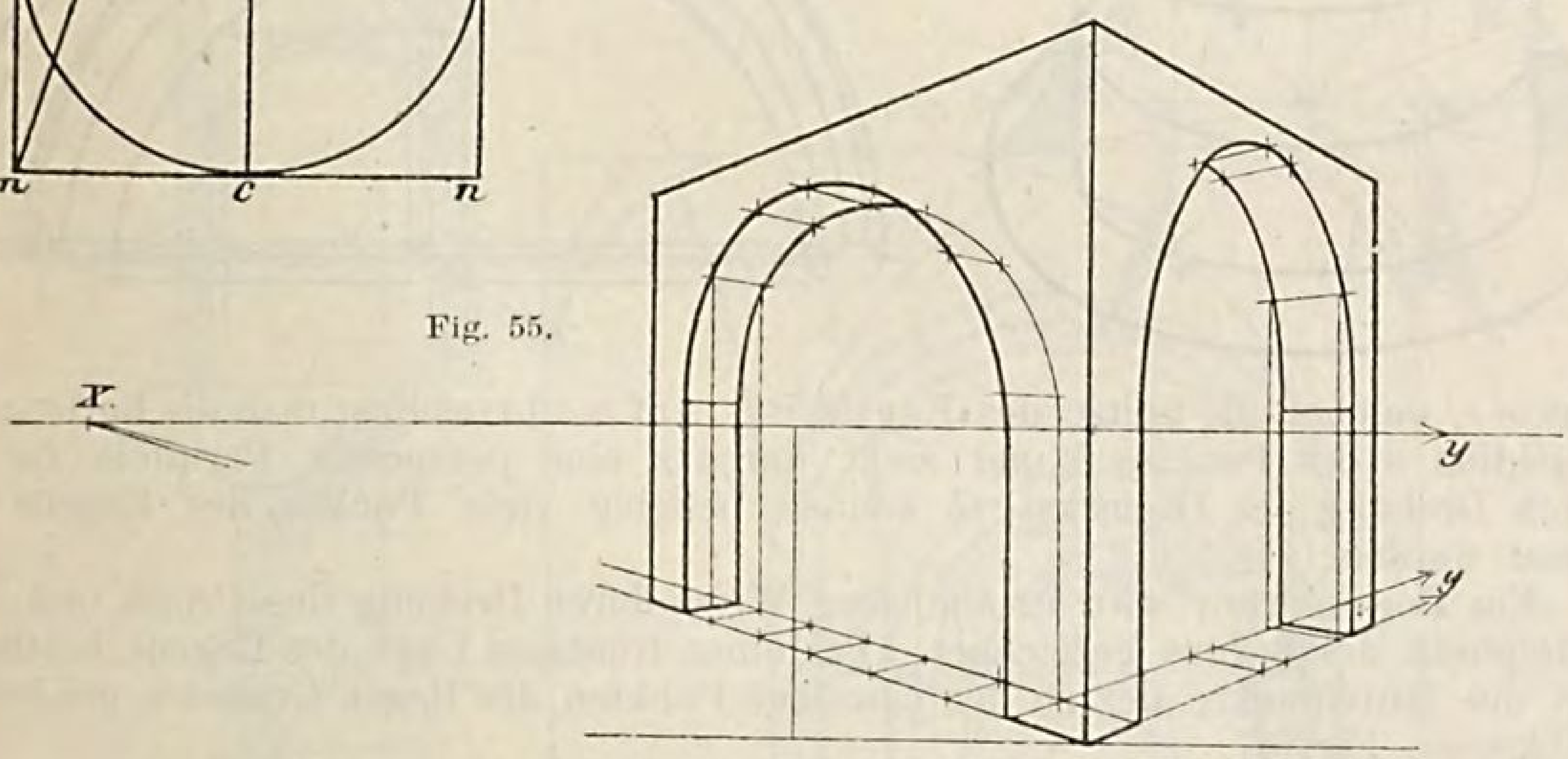


Fig. 55.

p. Perspektiven krummer Linien und krummer Flächen.

Der Kreis kann als Basis eines Kegels angesehen werden, dessen Spitze im Gesichtsp. liegt. Der Schnitt der Bildebene mit dem Kegel ist das perspektiv. Bild des Kreises; dies kann entweder ein Kreis, eine Ellipse (aber auch eine Parabel oder Hyperbel) sein. Ist die Ebene des Kreises parallel der Bildebene, so erhält man als Bild einen Kreis. Ist dieselbe geneigt zur Bildebene, so erhält man als Bild eine der 3 andern Kurven. In den meisten Fällen der Anwendung ist eine Ellipse zu konstruiren; es kann dies durch Bestimmung einzelner Punkte oder, zur Erzielung einer bessern Kurve, durch Anwendung der Konstruktion mit Tangenten geschehen.

Dieselbe gründet sich auf die Bestimmung von Punkten des Kreis-Umfangs, Fig. 53. Zeichne ein Quadrat $mnwv$ um den Kreis und ziehe die Durchmesser ab und cf parallel zu den Seiten des Quadrats. Um die Punkte des Quadranten af zu bestimmen, ziehe man die Sehne af und durch einen belieb. Punkt r derselben eine Parallele hu zu ab; hierauf zeichne mr, welche im Schnitt mit vw einen

zweiten Punkt i der Tangente hi ergiebt. Auf dieser wird der Berührungspunkt k als Schnittpunkt des Strahls bu erhalten.

Beispiel. Ein halbkreisförm. Thürbogen ist perspektiv. zu zeichnen; Fig. 54. Ist die Mauerstärke gegeben, so kann aus Grundriss und vorderem Bogen leicht der hintere, zum Theil verdeckt liegende Bogen bestimmt werden; Fig. 55.

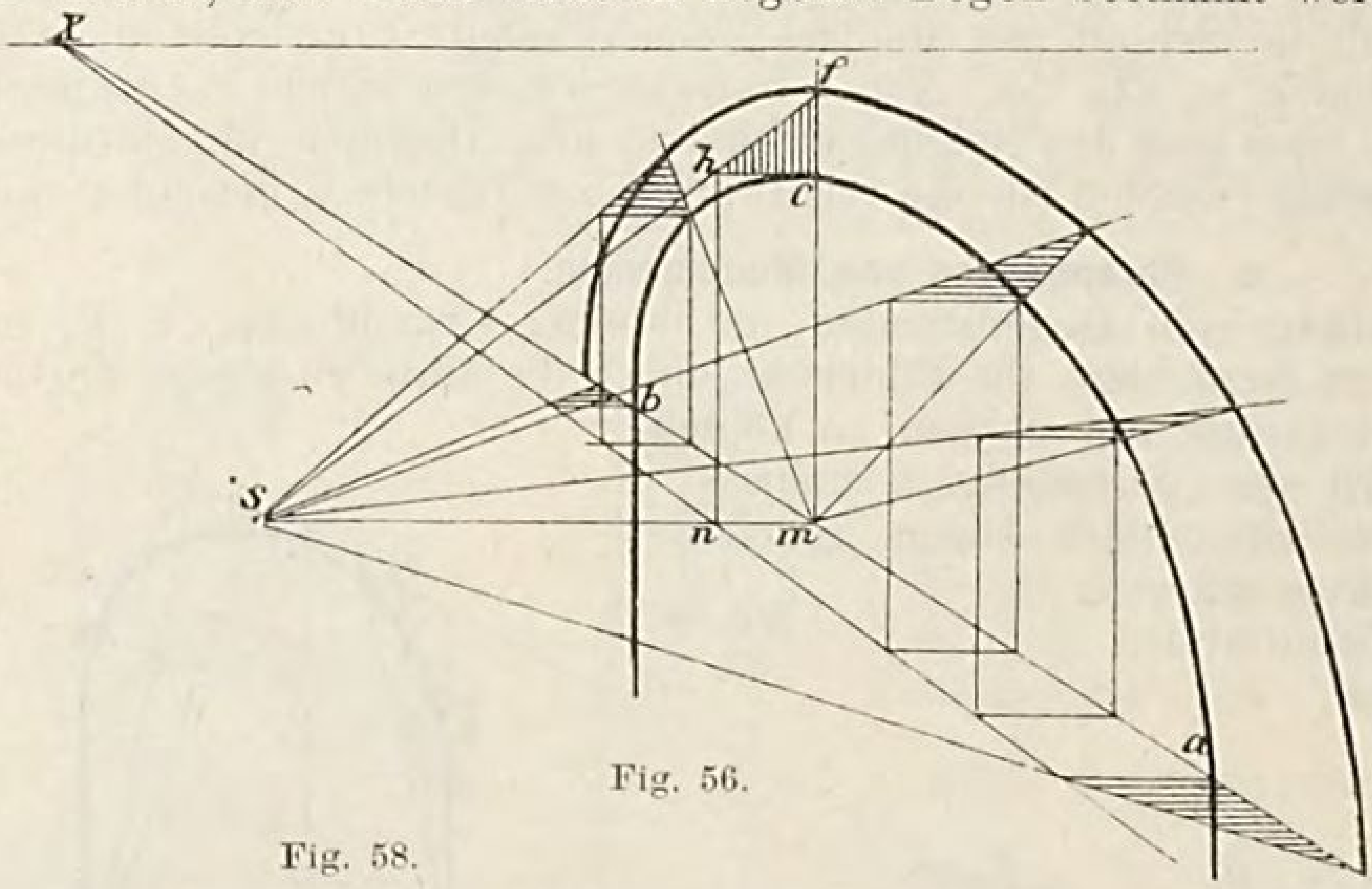


Fig. 56.

Soll ein konzentr. Bogen zu dem Halbkreis abc gezeichnet werden, so kann dies am einfachsten geschehen, indem man denselben als Grundfläche eines Kegels betrachtet. Die Stärke cf des Bogens ist gegeben; durch c zieht man eine Horizontale ch und verbindet f mit h; diese schneidet die horizontale Kegelaxe ms in dem Punkte s, welcher die Spitze des Kegels ist. Auf ms bezeichnet man die horizontale Projektion n des Punktes h und zieht durch n eine perspektiv. Parallele zu ab. Durch Drehung des Dreiecks cfh können beliebig viele Punkte des Bogens bestimmt werden; Fig. 56.

Fig. 58.

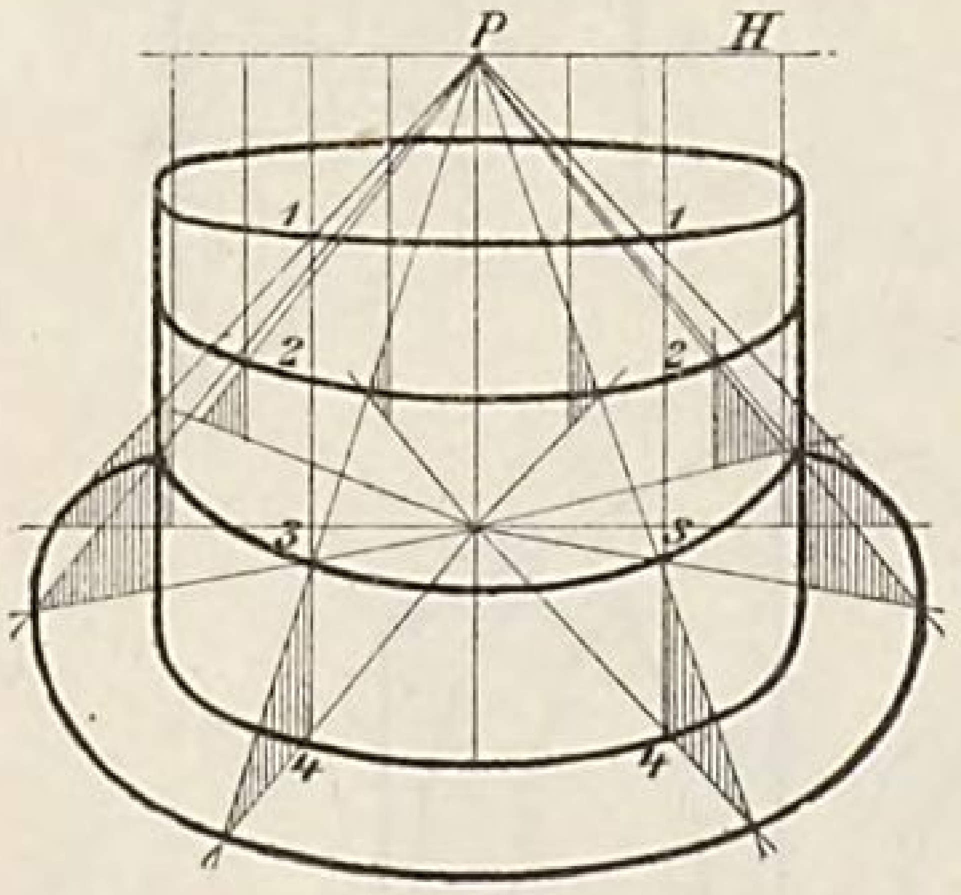
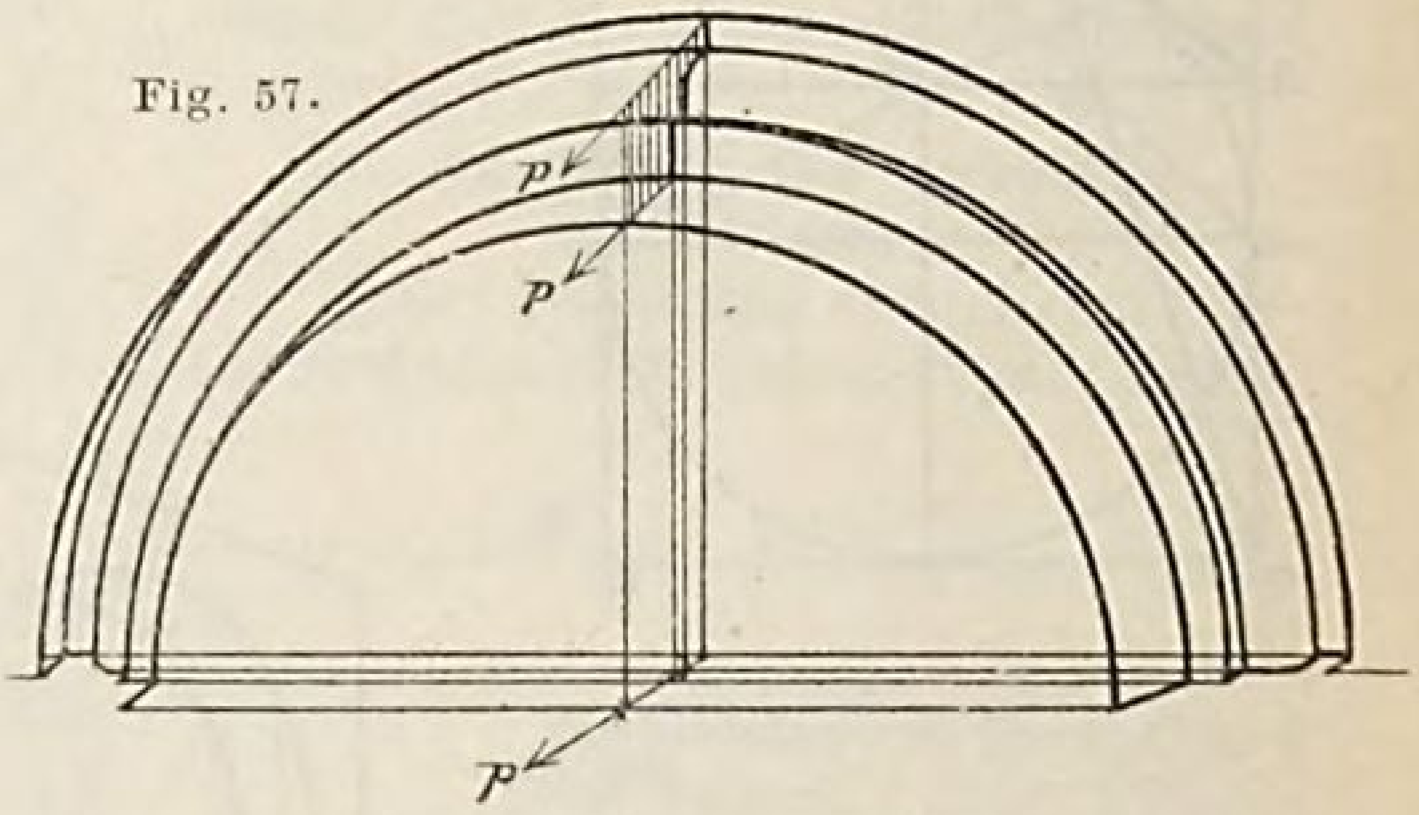


Fig. 57.



Ein Bogengesims wird in ähnlicher Weise durch Drehung des Profils um den Mittelpunkt des Bogens gezeichnet. Bei einer frontalen Lage des Bogens bestimmt man die Mittelpunkte der zu den einzelnen Punkten des Bogen-Gesimses gehörigen Halbkreise; Fig. 57.

Beispiel am horizontalen Kreis. Für Darstellungen von Einfassungen, Stufen eines Denkmals, Thürmen u. s. w. ist häufig die Aufgabe zu lösen, zu einem perspektiv. gezeichneten Kreis konzentr. oder in einer andern wagerechten Ebene liegende Kreise von gleichem Durchm. zu zeichnen; Fig. 58. Dazu werden in einzelnen Punkten des Umfangs des gegebenen Kreises Lothrechte bis zum Horizont errichtet und diese in 2, 4 n gleiche Theile getheilt. Werden die entsprechenden Theilpunkte durch eine Kurve verbunden, so erhält man die Bilder wagerechter Kreise von gleichem Durchmesser. Die Eintheilungen können nach Bedarf oberhalb des Horizonts oder unterhalb des Kreises übertragen werden. — Soll ein konzentrischer Kreis gezeichnet werden, so verfahre man in gleicher Weise wie vorhin angegeben und denke durch die entsprechenden Theilpunkte Leitlinien eines Kegels gelegt, welcher die wagerechte Ebene des gegebenen Kreises in einem konzentrischen Kreise schneidet.

Beispiel der Darstellung von Umdrehungs-Körpern. Dieselben kommen meist an Säulenbasen und Kapitellen vor und werden am einfachsten perspektiv.

gezeichnet, wenn man den Körper durch Meridian-Ebenen, welche kongruent der Erzeugungs-Ebene sind, geschnitten denkt und die Schnittlinien perspektiv. konstruirt. In Fig. 59 ist der Umriss des Wulstes dadurch erhalten, dass man den erzeugenden Kreis in verschiedenen Lagen zeichnete und an denselben eine ausserhalb berührende krumme Linie zog.

Fig. 59.

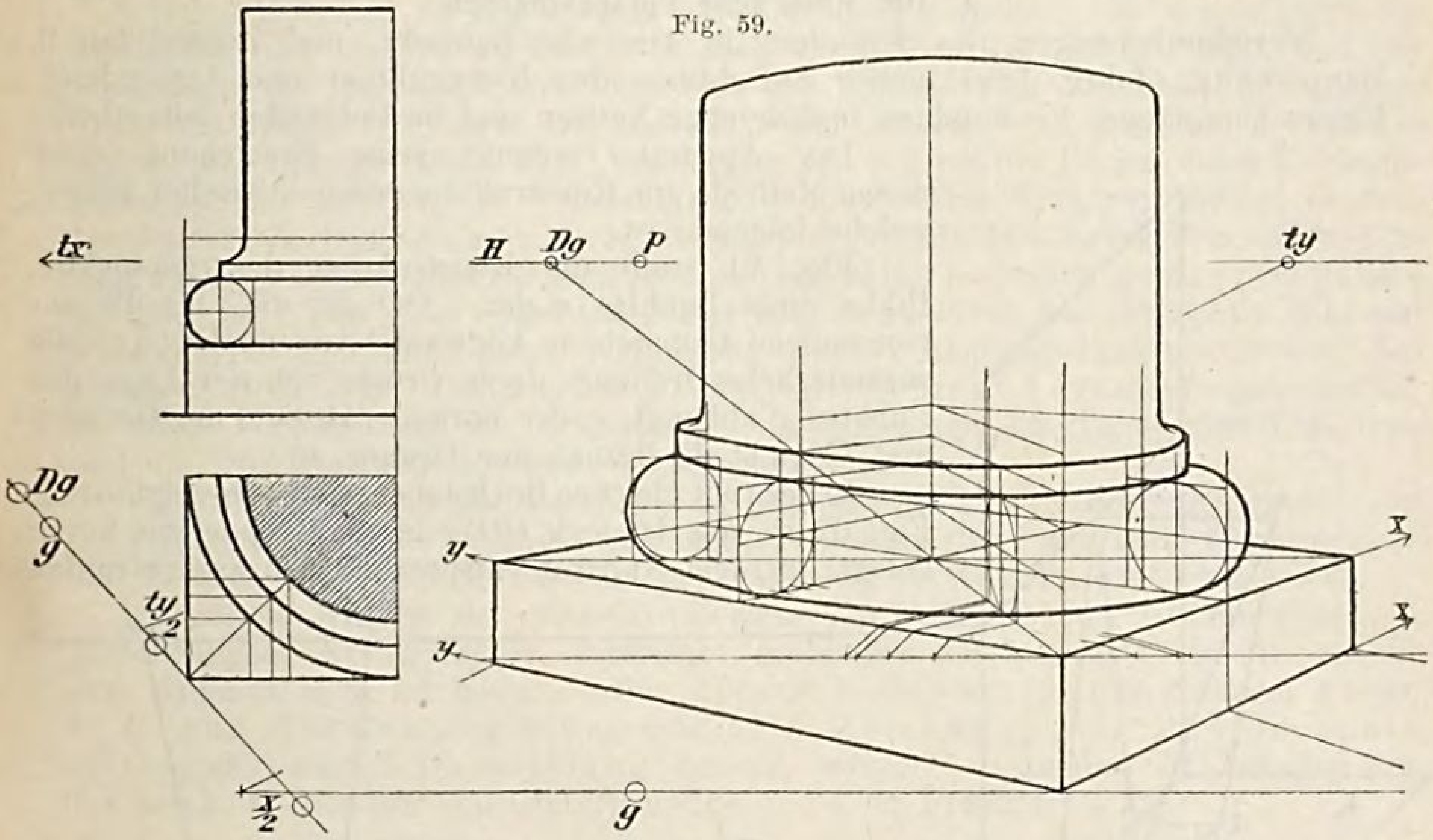
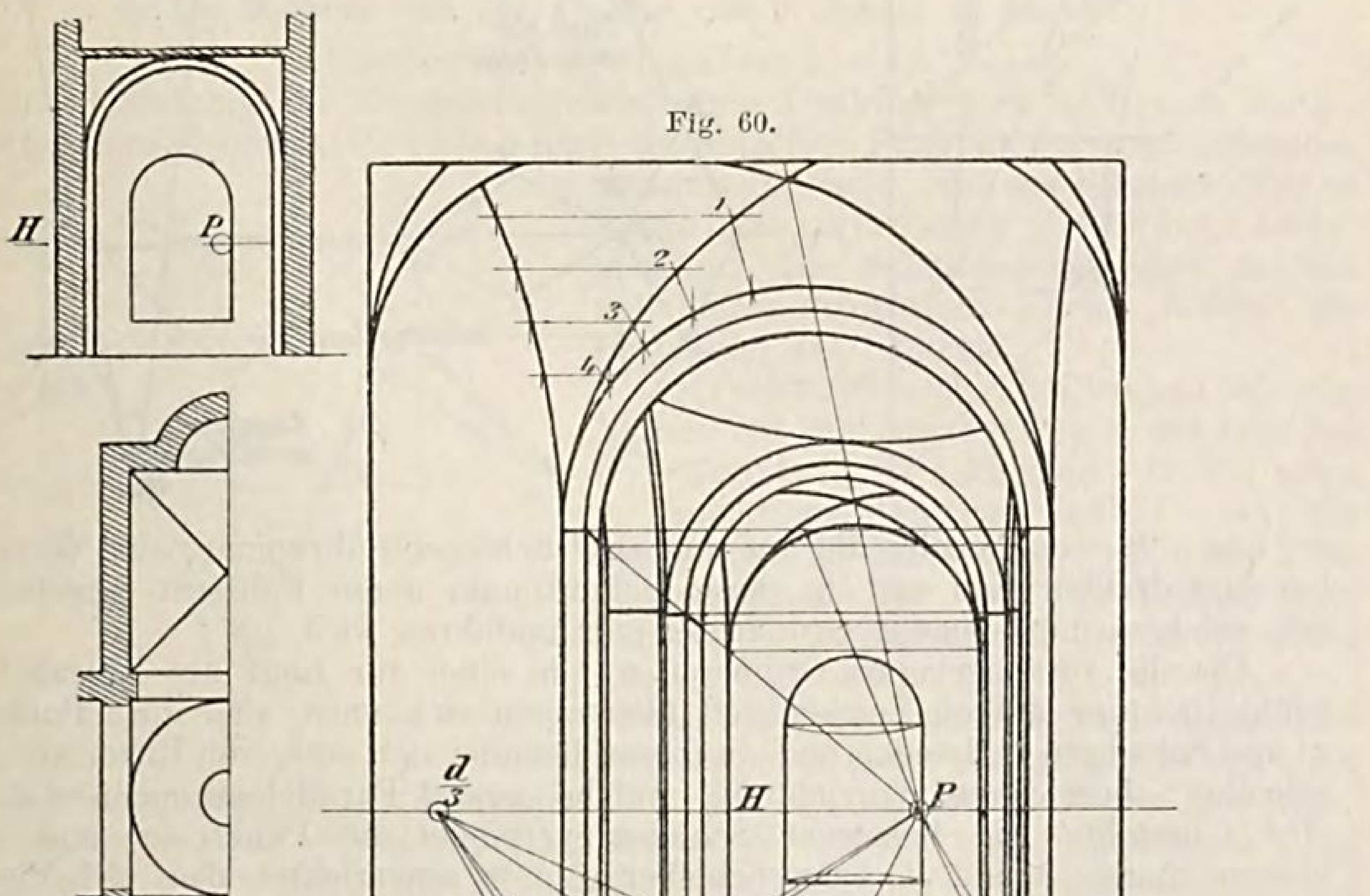


Fig. 60.



In Fig. 60 ist die innere Perspektive eines mit Gewölben überdeckten Vestibüls in frontaler Lage gezeichnet, in der zur Auftragung der Tiefenmaasse $^1/_3$ der Distanz benutzt und die Gräte des Kreuzgewölbes durch wagerechte Schnitt-Ebenen konstruirt wurden.

III. Besondere Apparate zur Anfertigung perspektiv. Bilder.

In jüngster Zeit sind 2 Apparate konstruirt worden, welche durch Umfahren der geometr. Figur mit Fahrstiften das perspektiv. Bild mechanisch zeichnen. Diese sind der Perspektograph vom Architekt Ritter in Frankfurt a./M. und ein Apparat von Prof. G. Hauck in Berlin.

a. Der Ritter'sche Perspektograph.

Veröffentlichungen des Erfinders in Deutsche Bauzeitg. und Zentralblatt d. Bauverwaltg. (Jahrg. 1884) geben Aufschluss über Konstruktion und Anwendung. Einige zum nähern Verständniss nothwendige Notizen sind im Folgenden mitgetheilt:

Der Apparat verdankt seine Entstehung einer neuen Methode zur Konstruktion perspektivischer Bilder, welche folgende ist:

Fig. 61 stellt die Konstruktion des perspektiv. Bildes eines Punktes a dar. OO' ist die, für die angenommene Grundebene konstante Augenhöhe, $\mathfrak{a}\mathfrak{a}'$ die veränderliche Ordinate, deren Grösse von der Lage des Punktes a abhängt, r der normale Abstand der Geraden und G giebt die Länge der Distanz an.

In der (mit gleichen Buchstaben wie vor bezeichneten) Fig. 62 ist das Dreieck $OO'a$ in die Grundebene herab gelegt; an dem Apparat entsprechen den zwei Strahlen

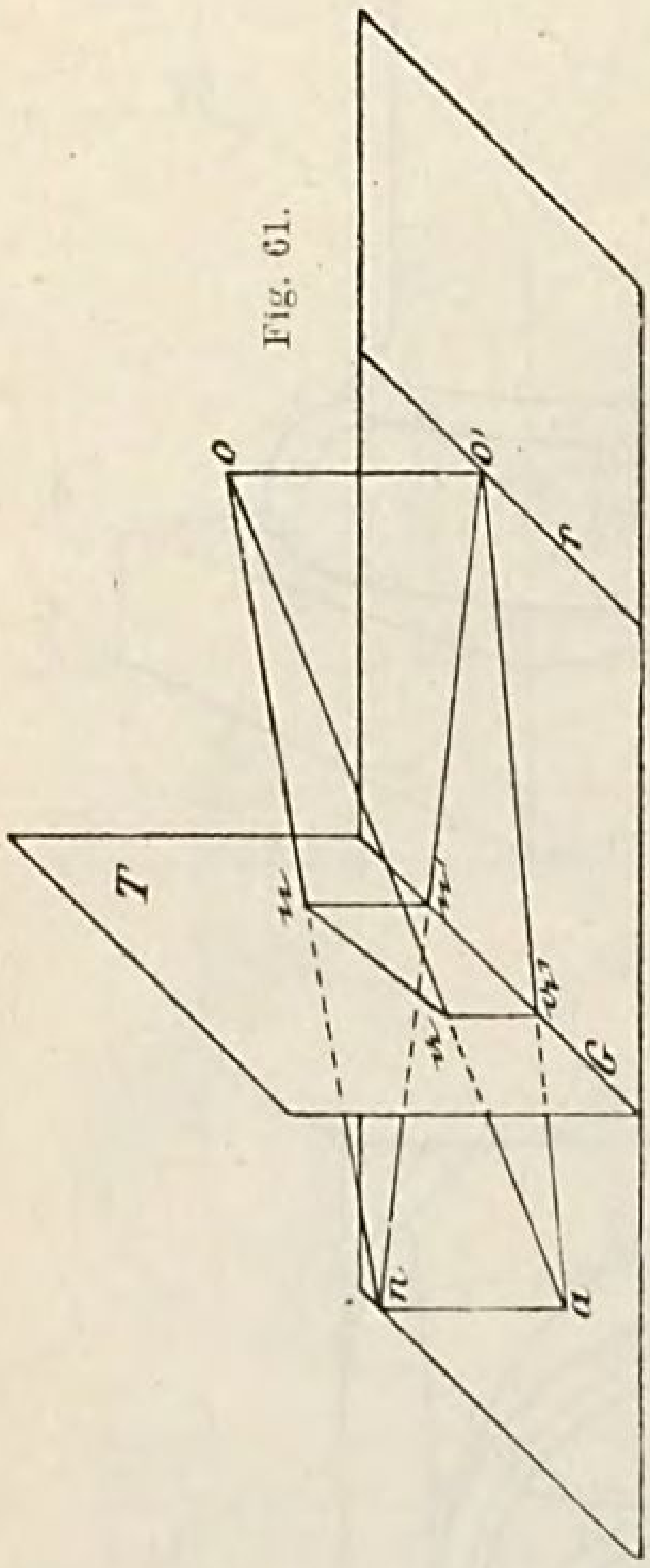


Fig. 61.

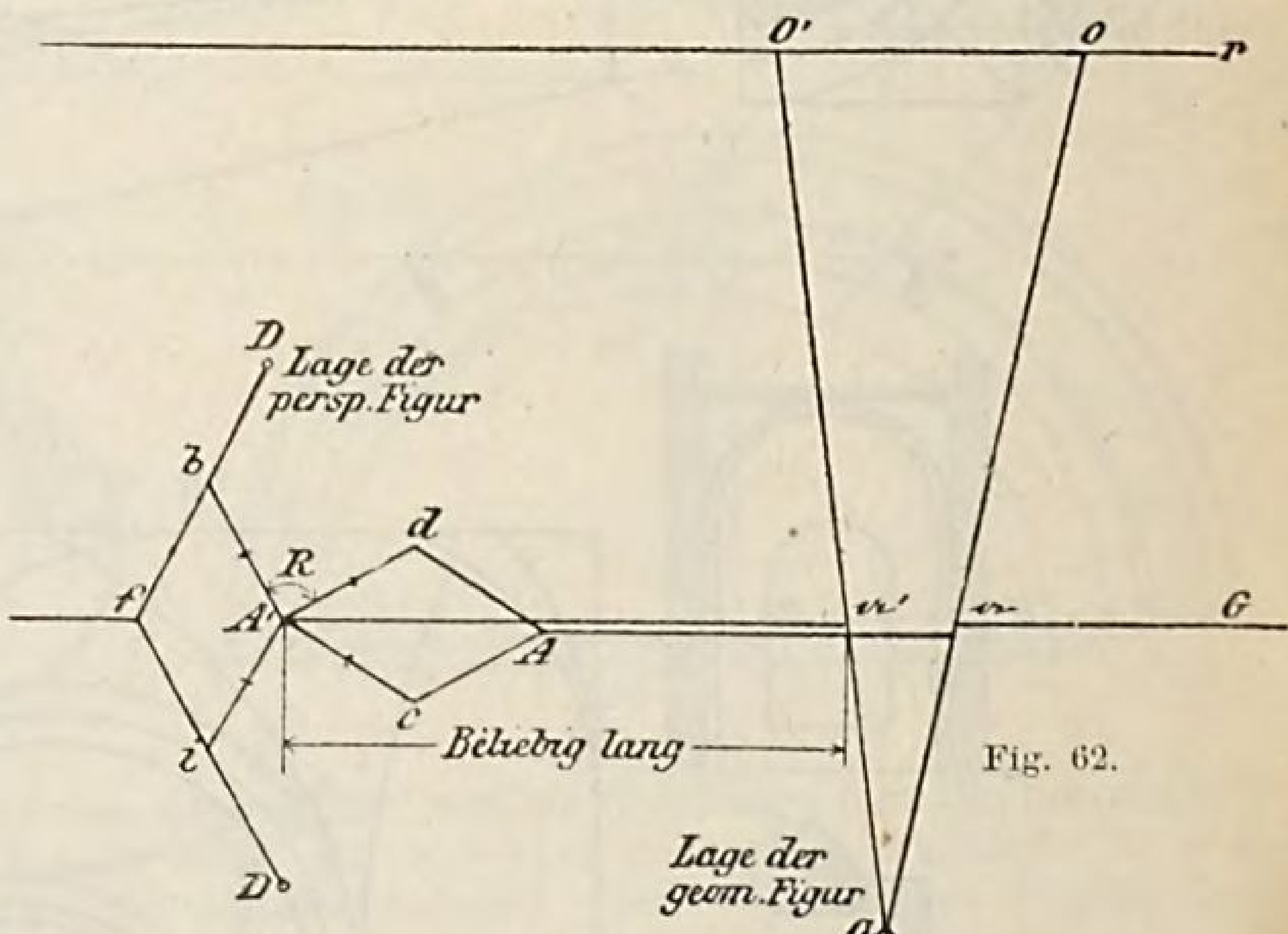


Fig. 62.

aO und aO' zwei Lineale, die auf den zwei Schieber-Führungen r und G verschiebbar und drehbar sind und in deren Schnittpunkt a der Fahrstift angebracht ist, mit welchem die geometr. Grundriss-Figur umfahren wird.

Um die veränderlichen Ordinaten $\mathfrak{a}\mathfrak{a}'$ in einer zur Lage des Lineals G rechtwinkl. Richtung auf ein Zeichenbrett übertragen zu können, sind die 2 Punkte $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{a}'$ mit Schiebern verbunden und an diesen befindet sich eine, von Ritter als „Froschschenkel" bezeichnete Vorrichtung, welche aus 2 Parallelogrammen $AdA'c$ und $A'bfi$ besteht. Ein hölzerner Schieber verbindet die Punkte $\mathfrak{a}'$ und A', eine eiserne Stange $\mathfrak{a}$ und A; beide Schieber sind so eingerichtet, dass sich die Lineale aO und aO' in den Führungs-Punkten $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{a}'$ verschieben und drehen können. Der Froschschenkel $AcA'bfiD$ besteht aus 2 kongruenten unter rechtem Winkel $cA'i$ verbundenen Parallellogrammen, an welchen die gleichen Seiten Ac, cA', $A'i$ und if vorkommen; es sind daher auch die Diagonalen AA' und ib gleich.

Um den Abstand $A'D = bi = AA'$ zu machen, ist der Schenkel fb um ein Stück $bD = bf$ verlängert. Wegen dieser Einrichtung beschreibt ein an D angebrachter Bleistift dieselbe Strecke gegen A', welche durch die horizontale Bewegung des Punktes A des Schenkels gegen die Mitte A' durchmessen wird. In Folge der festen Verbindung der Punkte $\mathfrak{a}$ mit A und $\mathfrak{a}'$ mit A' wird stets $A'D$ gleich der gesuchten Ordinate $\mathfrak{a}\mathfrak{a}'$, plus einer Konstanten sein.

Beim Umfahren der geometr. Figur mit dem Stift *a* verschieben sich die Punkte *A* und *A*¹ in ihrer Lage, wodurch der Stift *D* mechanisch das perspektiv. Bild zeichnet. Dasselbe ist im Vergleich zur eigentlichen Lage über $\mathfrak{a}^1$ um die belieb. Grösse $\mathfrak{a}^1 A^1$ nach links und um die erwähnte Konstante rechtwinklig zum Lineal *G* verschoben, um eine Kollision der beiden Zeichenblätter zu vermeiden. Beide Schenkel *fb* und *fi* sind mit Bleistiften versehen, von denen jeder das Spiegelbild des andern zeichnet. Je nach der Grösse der Zeichenblätter und der Höhenlage des Horizonts wird man eine der Spitzen zum Zeichnen gebrauchen. Wird die Höhe $O^1 O$ nach der anderen Seite umgelegt so zeichnet die untere Spitze das richtige Bild. Zur Ausführung des perspektiv. Bildes eines Gebäudes muss dasselbe entweder in wagerechte oder in vertikale Schichten zerlegt werden. Die letztere Zerlegung wird z. B. bei Architektur-Details, Maasswerk-Fenstern u. s. w. angewandt, während die erstere mehr zum perspektiv. Auftragen ganzer Gebäude geeignet ist. Von jeder Schicht zeichnet man mechanisch das perspektiv. Bild und vollendet die Zeichnung durch Eintragung der Verbindungs-Linien zwischen den einzelnen Schichten. Der Apparat ist für jede Schicht besonders einzustellen, da durch Verschiebung der Grundebenen die Höhenlage des Auges über derselben und die Ordinaten der einzelnen Punkte sich verändern.

Aus den Gesetzen der Perspekt. ist bekannt, dass die Grösse der Bilder von der Grösse der Distanz abhängig ist; durch Verändern der Entfernung der Lineale *r* und *G* kann man folglich das Bild nach Wunsch vergrössern oder verkleinern.

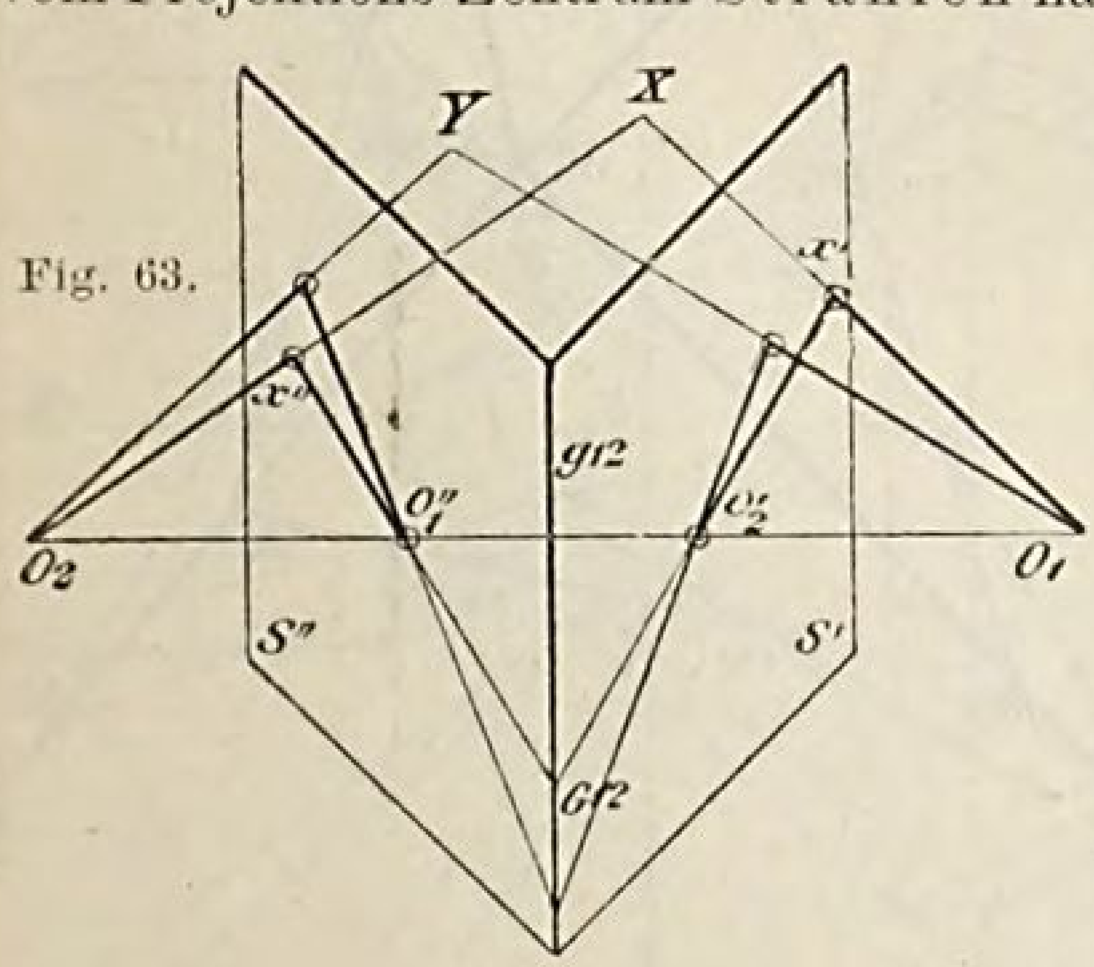
Vertikale Kurven in verschiedenen vertikalen Ebenen (Rundtempel mit Bogengängen, Kreuzgewölbe, Interieurs gothischer Kirchen etc.) lassen sich mit dem Apparat nicht zeichnen. — Der Apparat kann aber zur umgekehrten Arbeit, d. h. zur Herstellung einer geometr. Zeichnung aus Photographie oder perspektiv. Darstellung benutzt werden. Beziehbar ist derselbe aus der mech. Werkstätte von Chr. Schröder u. Co. in Frankfurt a. M.

b. Die Methode und der Apparat von Professor G. Hauck*).

Vorbereitende Erörterungen.

Zur Herstellung der Zentral-Projektion eines Punkt-Systems im Raume werden vom Projektions-Zentrum Strahlen nach den einzelnen Punkten des zu projizirenden Systems gezogen. Dieses Strahlen-System werde projizirendes Strahlenbündel genannt. Die Schnittpunkte eines solchen mit einer Projektions-Ebene liefern die Projektion des Systems.

Fig. 63.



Es seien, Fig. 63, zwei Projekt.-Ebenen *S'* und *S''* gegeben, die sich in der Geraden G_{12} (Grundschnitt) schneiden. O_1, O_2 seien 2 Projektions-Zentren und *S'* sei die Projektions-Ebene für O_1, *S''* die Projektions-Ebene für O_2. Die Verbindungs-Gerade O_1 O_2 ergiebt auf den Projektions-Ebenen 2 Schnittpunkte o_2', o_1'' (Kernpunkte). Diese haben die Bedeutung: dass jeder die seinem System angehörige Projektion des gegnerischen Projektions-Zentrums darstellt. Es sei ferner *X* ein beliebiger Punkt, so sind *x'* und *x''* seine Projektionen auf *S'* und *S''*; die Projektionen seien als zugeordnete Punkte des Punktes *X* bezeichnet. Die Projektionen *x'* und *x''* sowie o_2' und o_1'' liegen in der durch O_1, O_2, *X* gelegten Ebene. Die Schnitte dieser Ebene mit den Projektions-Ebenen sind die durch x' o_2' o_2'' und x'' o_1'' gelegten Geraden, deren Verlängerungen sich sonach in einem Punkte G_{12} des Grundschnitts schneiden müssen. Dasselbe gilt für jeden andern beliebigen Punkt.

Wird also ein belieb. Punkt-System von 2 Projektions-Zentren auf 2 denselben zugehörige Projektions-Ebenen projizirt, so entspricht den Projektionen der einzelnen Punkte in jeder der Projekt.-Ebenen ein durch die Kernpunkte und die zugeordneten Punkte bestimmtes Strahlen-System. Alle Schnittpunkte zweier den

*) Vergl. Journ. für reine u. angew. Mathematik. Bd. 95. — Deutsche Bauzeitg. 1884, S. 277.

beiden Projektionen desselben Punktes zugehörigen Strahlen liegen auf dem Grundschnitt (Axe der Perspektivität) und das durch die Kernpunkte gehende Strahlen-System wird als perspektiv. Strahlenbüschel bezeichnet.

Jedes der durch o_2' und o_1'' gehenden perspektiv. Strahlen-Bündel repräsentirt die seinem System entsprechende Abbildung des projizirenden Strahlenbündels des gegnerischen Systems.

Die vorstehenden Ausführungen gelten auch, wenn eins der Projekt.-Zentren, z. B. O_1 in die Entfernung ∞ fällt, d. h. wenn die Projektion auf S' eine Parallel-Projekt. und das von O_1 ausgehende projizirende Strahlen-Bündel ein Parallelstrahlen-Bündel wird.

Findet der besondere Fall statt, dass das zu S' gehörige projizirende Parallelstrahlen-Bündel der 2ten Ebene S'' parallel ist, so rückt auch der Kernpunkt o_1'' in die Entfernung ∞ und es ist auch das perspektiv. Strahlen-Bündel o_1'' der Ebene S'' ein Parallel-Strahlen-System, welches dem projizirenden Bündel O_1 gleich gerichtet ist.

Fundamental-Konstruktion.

Vorbereitungs-Figur; Fig. 64. Es seien S, S', S'' 3 Projektions-Ebenen, welche in den Grundschnitten g_1, g_2, g_{12} sich schneiden, O, O_1, O_2 die zugehörigen Projekt.-Zentren. Auf zweien der Projekt.-Ebenen, z. B. S' und S'' seien die Projektionen eines räumlichen Objekts gegeben. Die Projektion desselben Objekts auf die 3. Ebene S soll durch eine Konstruktion bestimmt werden, welche sich nur in den Projekt.-Ebenen selbst bewegt.

Fig. 64.

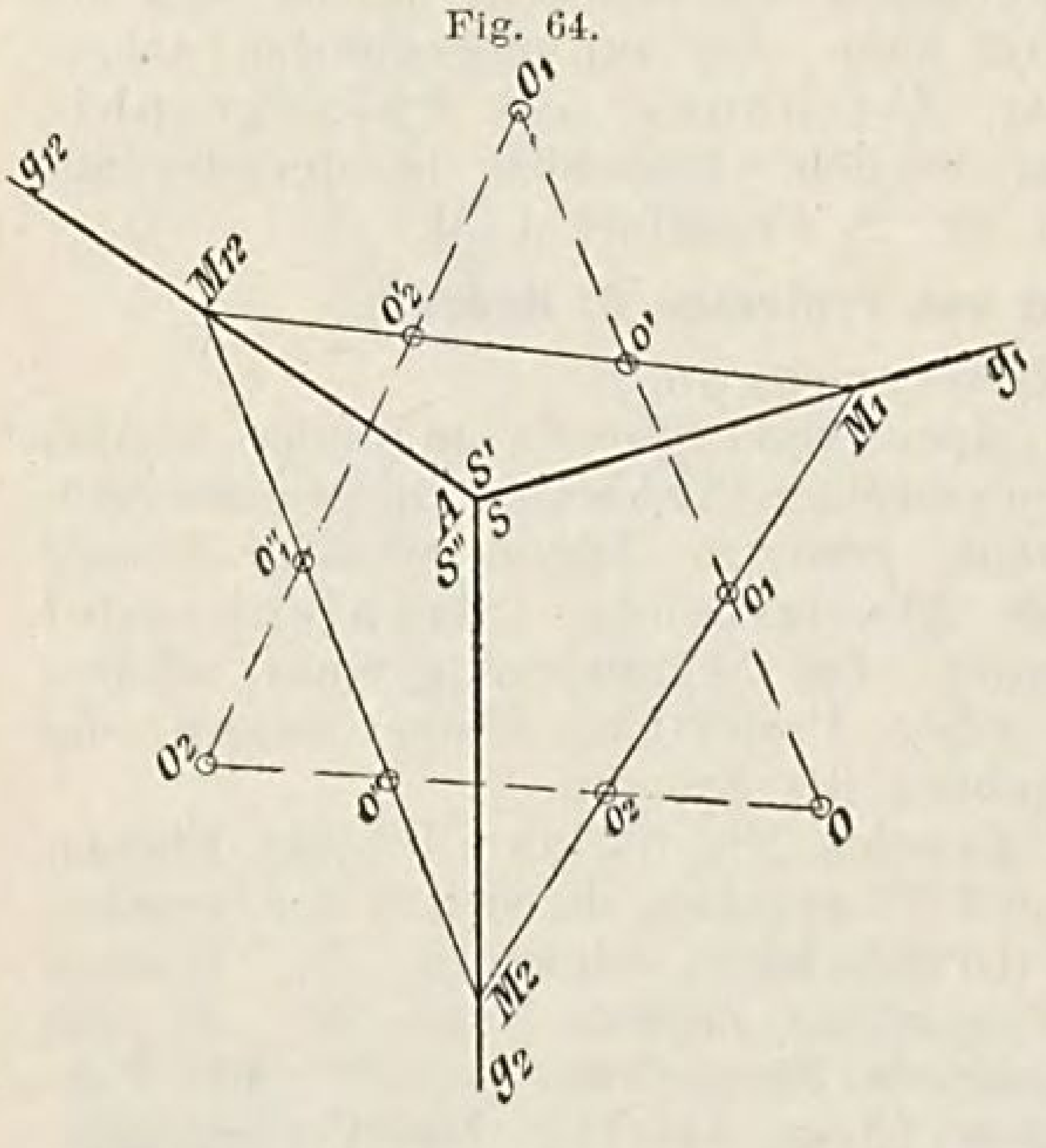
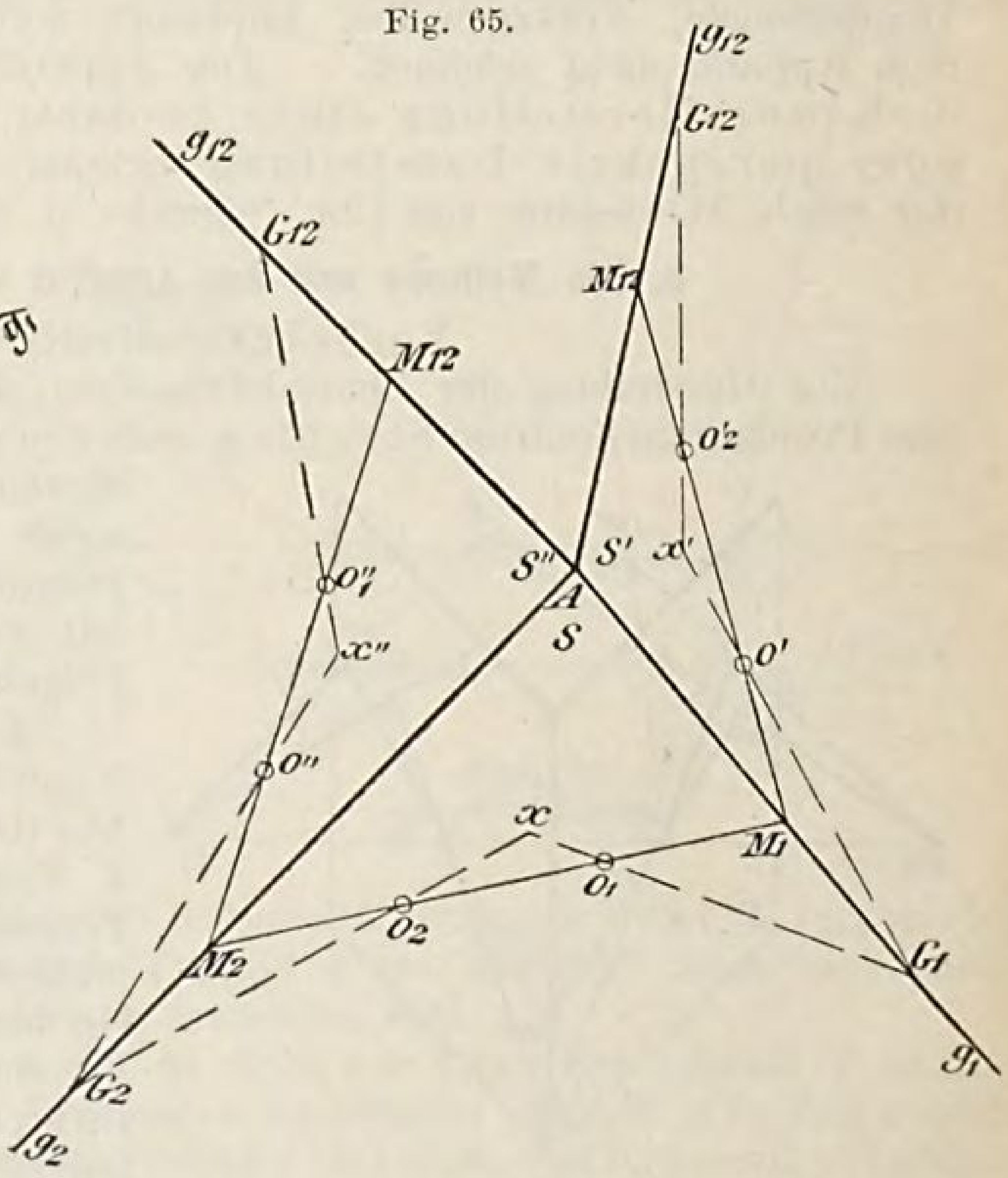


Fig. 65.

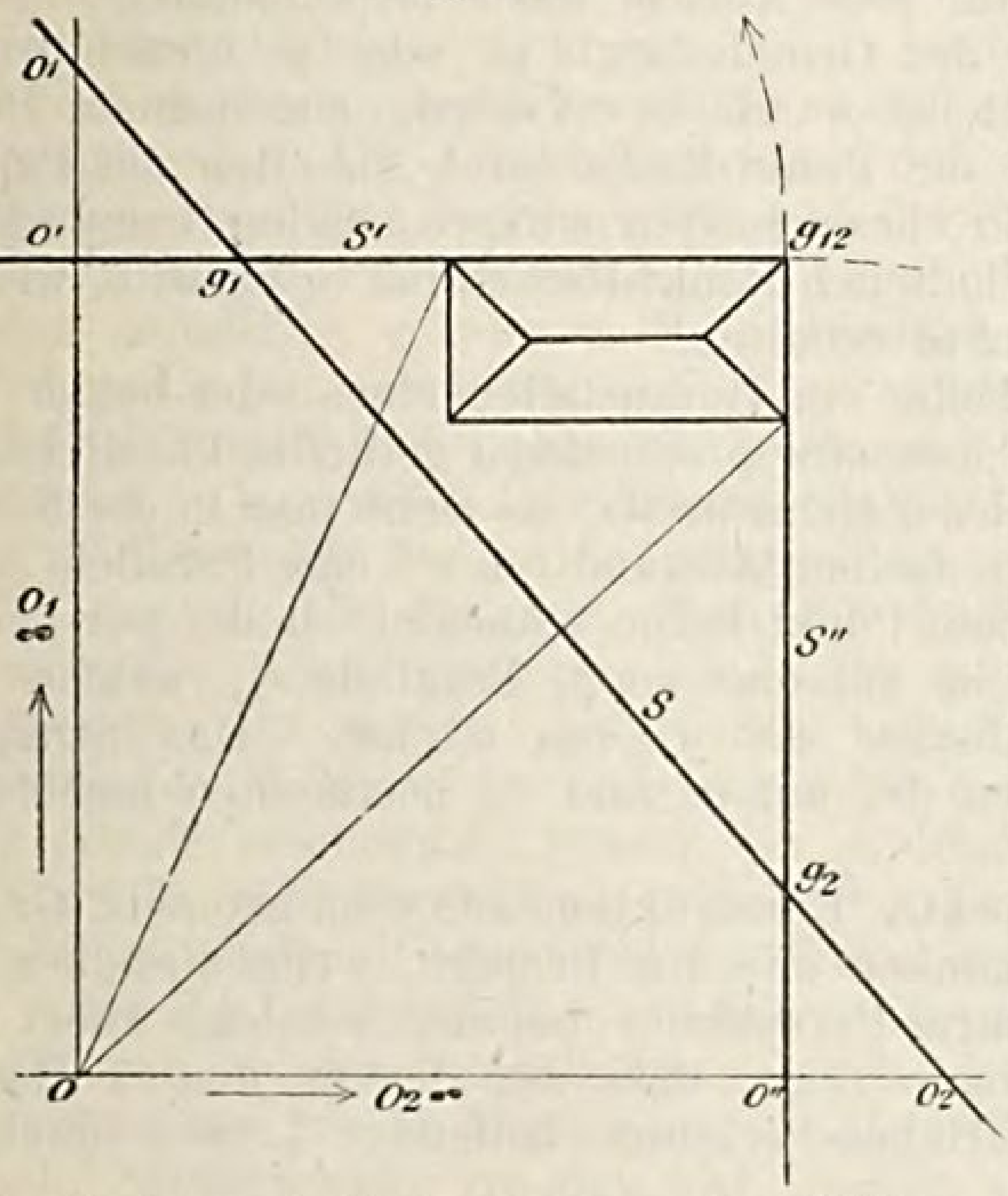


Die vorauf geschickte Erörterung gilt für je zwei der drei Ebenen und liefert das Mittel zur Lösung der vorliegenden Aufgabe. Legt man durch die Projekt.-Zentren eine Ebene, so sei das Dreieck M_1, M_2, M_{12} der Schnitt derselben mit den Projekt.-Ebenen. Die Schnitt-Punkte der Dreiecks-Seiten mit den Verbindungs-Geraden der 3 Projekt.-Zentren liefern die 3 Mal 2 Kernpunkte o_1, o'; o_2', o_1''; o'', o_2. Die 3 Geraden $M_1 M_2$, $M_2 M_{12}$, $M_{12} M_1$ werden Hauptaxen genannt.

Ausführungs-Figur; Fig. 65. Das Dreikant $A\, g_1\, g_2\, g_{12}$ wird nach der Kante g_{12} aufgeschnitten gedacht und werden die 2 Ebenen S', S'' in die Ebene S herab geklappt. Die Abstände der Punkte M_1, M_2, M_{12} von A werden gemessen, die Geraden gezogen und auf denselben die Kernpunkte aufgetragen. Sind nun x' und x'' zwei zugeordnete Punkte der gegebenen Projektion, so wird der zugeordnete Punkt x der gesuchten 3. Projektion folgendermaassen ermittelt: Man zieht x' o' und x'' o'' bis zum Schnitt mit den bezüglichen Grundschnitten g_1 und g_2 und zieht

durch diese Schnittpunkte G_1 und G_2 und die Kernpunkte o_1 und o_2 der Ebene S gerade Linien, deren Schnittpunkt x der gesuchte Punkt ist.

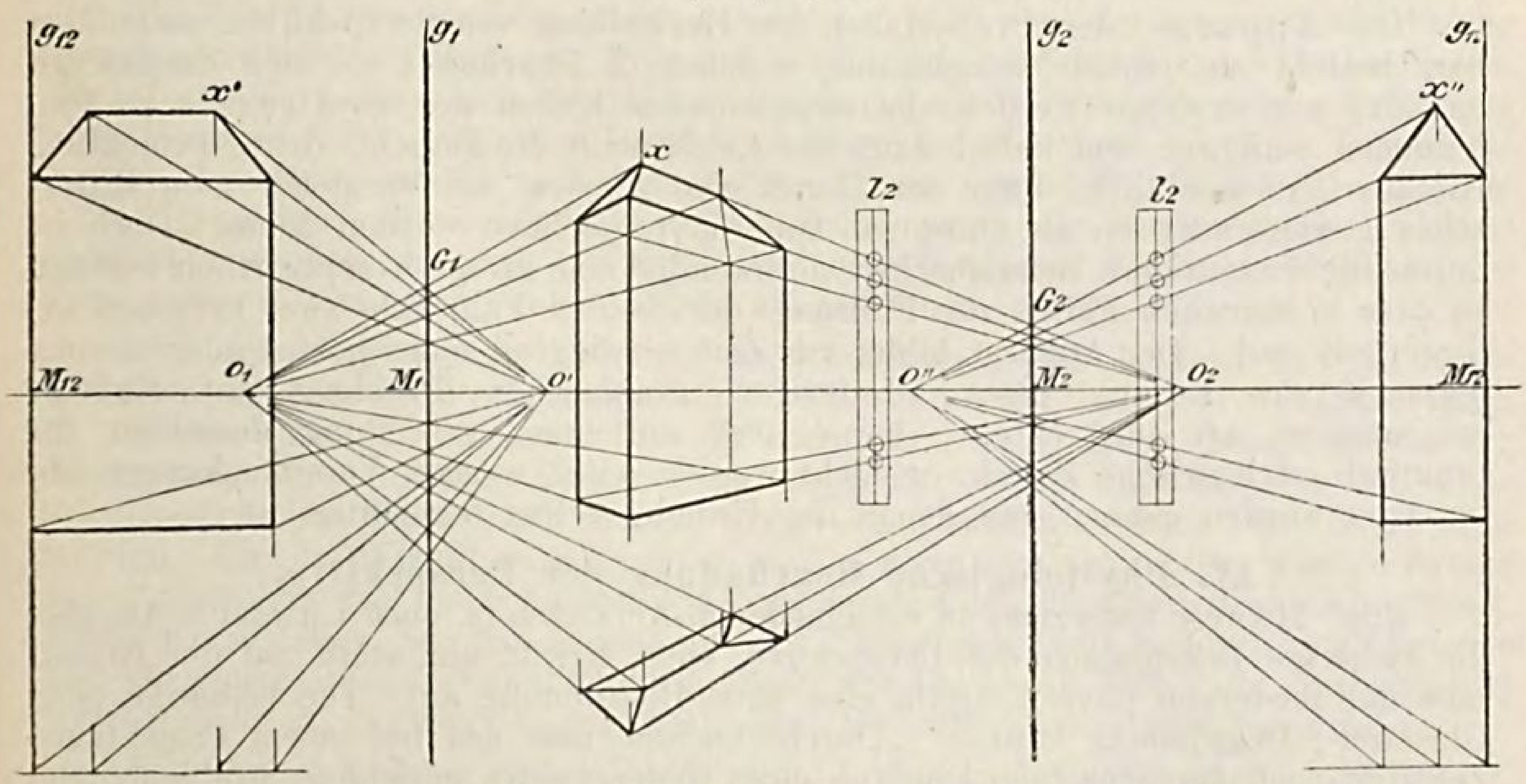
Fig. 66.



Beispiel. Zentral-Perspektive aus geometr. Aufriss und Seitenriss. Gegeben sind Vorder- und Seitenansicht eines architekton. Objekts; gesucht wird eine bestimmte Zentral-Projektion.

Lage der Grundschnitte und Kernpunkte werden aus einer Vorbereitungs-Figur [66] (Grundriss-Projektion) bestimmt. Die Projektions-Ebenen S S' und S'' stellen sich als Gerade, die Grundschnitte g_1 g_2 und g_{12} als Punkte dar. Das zu S gehörige Projektions-Zentrum O fällt mit der horizontalen Projektion des Augenpunktes zusammen; die zu S' und S'' gehörigen Zentren O_1 und O_2 liegen in der Entfernung ∞ rechtwinklig zu den Ebenen. In diesen Richtungen zieht man von O Strahlen, welche die Ebene in den Kernpunkten o' und o_1, o'' und o_2 schneiden. (Die Punkte o_1 und o_2 sind die Verschwinde-Punkte der Seiten-, bezw. Vorderansicht.) Diese Punkte sind die Horizontal-Projektionen der wirklichen Punkte und letztere liegen in einer Höhe gleich der Augenhöhe über der Grundebene.

Fig. 67, 68, 69.



Um die Ausführungs-Figur [67] zu machen, denkt man die Ebenen im Querschnitt g_{12} aufgeschnitten u. S' und S'' in die Bildebene S herum geklappt. Die 3 Hauptaxen fallen im Horizont zusammen. Gegeben sind (wie in Fig. 65) die zugeordneten Punkte x, und x''; den zugeordn. Punkt x der gesuchten Zentral-Projekt. findet man wie folgt: Man verbindet x' o' und x'' o'', die Schnittp. G_1 und G_2 verbindet man mit o_1 und o_2, wodurch man im Schnittp. x den gesuchten Punkt erhält. Dies Verfahren ist z. B. für die Konstruktion perspektiv. Bilder von Werken der Kleinkunst geeignet, von denen nur Aufriss und Profilirung gegeben sind.

Punkte, welche in der Nähe des Horizonts liegen, können durch diese Konstruktion nicht genau bestimmt werden. Deshalb schlägt Prof. Hauck vor, durch Herunterrücken der Grundebene, die auch in der bisherigen Methode der Perspektive übliche Konstruktion des perspektiv. Grundrisses damit zu verbinden; Fig. 68.

Man kann nun nicht in allen Fällen die Konstruktion auf einem Zeichenblatt ausführen, sondern ist oft genöthigt, dieselbe für jede Ansicht auf einem besonderen Blatte zu machen. Man zieht für jede Ansicht das Strahlenbündel o' bezw. o'', bezeichnet auf einem, die Stelle des Grundschnitts g_1 oder g_2 einnehmenden Papierstreifen die entstehende Punkt-Reihe durch zweckmässig angeordnete Buchstaben, Zahlen u. s. w. und überträgt die Punkt-Reihe durch Anheften des Papierstreifens auf den in der Zentral-Projekt. bezeichneten entsprechenden Grundschnitt. Durch Verbinden der auf g_1 bezw. g_2 erhaltenen Punkt-Reihen mit o_1 bezw. o_2 werden die Zentral-Projekt. der einzelnen Punkte erhalten.

Findet bei beschränkter Zeichenfläche ein Herausfallen eines oder beider Verschwinde-Punkte o_1, o_2 statt, so kann man eine proportional getheilte Parallel-Linie benutzen. Fällt z. B. o_2 ausserhalb des Zeichenbretts, so zieht man in der Seitenansicht in doppeltem, oder allgemein n fachem Abstand von o'' eine Parallele l_2 zu g_2, welche das Strahlenbüschel o'' in einer Punkt-Reihe schneidet. In der perspektiv. Zeichnung überträgt man die Punktreihe auf eine zu g_2 Parallele l_2, welche den doppelten oder allgemein n-fachen Abstand als g_2 von o_2 hat. Das Strahlenbündel o_2 erhält man durch Verbinden der auf g_2 und l_2 bestimmten homologen Punkte; Fig. 69.

In analoger Weise wird die perspektiv. Konstruktion aus dem geometr. Grundriss und Aufriss durchgeführt. Auch können alle drei Projekt., wenn dieselben gegeben sind, zur Konstruktion der Zentral-Perspektive benutzt werden, wobei sich das Charakteristische der neuen Methode zeigt, dass sie die in den 3 Haupt-Richtungen, der Breiten-, Tiefen- und Höhen-Richtung laufenden Linien unmittelbar, ohne weitere Hülfslinien ergiebt.

Zur vortheilhaften Anwendung der neuen Methode kann die Kenntniss der ältern Methode wünschenswerth, und die Verwendung der einzelnen Hülfsmittel derselben: Theilungs-Punkt zum Abtragen von Maassen, Diagonal-Punkt bei Gesimsen u. s. w. in vielen Fällen von Nutzen sein. —

Der Apparat, den Prof. Hauck zur Herstellung von Perspektiven ausgeführt hat, besteht aus einem Mechanismus, welcher 2 Führungs- u. einen Zeichenstift enthält; mit ersteren werden die zugeordneten Linien der zwei gegebenen Projektionen umfahren und liefert dann der Zeichenstift die gesuchte dritte Projektion. Hieraus ist ersichtlich, dass der Hauck'sche Apparat im Vergleich zum Ritter-schen gewissermaassen als Universal-Apparat bezeichnet werden kann. Doch ist durch die vielseitigere Benutzbarkeit nothwendig eine grosse Komplizirtheit bedingt, so dass in manchen Fällen zur Führung der beiden Fahrstifte zwei Personen erforderlich sind. Der Apparat bildet zur Zeit vorwiegend einen höchst interessanten Versuch zur Lösung eines schwierigen graphischen Problems auf einfache mechanische Art und Weise; bevor aber an eine Verbreitung desselben für praktisch-zeichnerische Zwecke gedacht werden kann, werden Vereinfachungen abgewartet werden müssen, mit denen der Erfinder selbst beschäftigt ist. —

IV. Physiologische Begründung der Perspektive.

Prof. Hauck unterzieht in verschiedenen Aufsätzen (s. oben Litteratur-Angabe) die bisherige Begründung der Perspektive einer Kritik und stellt auf der Grundlage der modernen physiol. Optik eine neue Begründung auf. Die bisherige (sog. Glastafel-) Begründung lautete: „Durchschneidet man das von einem Projektions-Zentrum nach den einzelnen Punkten eines Gegenstandes gerichtete Strahlenbündel durch eine Ebene, so entsteht ein perspektiv. Bild desselben, welches in einem an der Stelle des Projektions-Zentrums befindlichen Auge denselben Eindruck hervor bringt, wie der Gegenstand selbst.“ Durch das hierin ausgesprochene Prinzip der Zentrität wird die Uebereinstimmung der Linear-Perspektive mit der Zentral-Projektion begründet.

Diese zentral-projektiv. Abbildung stimmt jedoch nicht mit dem subjektiven Anschauungs-Bilde, welches das Auge von dem Objekte erhält, überein, so dass sie im allgemeinen für die ästhetische Beurtheilung eines Objekts nicht maassgebend sein kann. Bewiesen wird diese Behauptung durch die modernen Anschauungen der physiologischen Optik, nach welcher das Auge keine ruhende *Camera obscura* ist, in der das Netzhaut-Bildchen als Ganzes erscheint, sondern sich beständig bewegt und die verschiedenen Eindrücke nach einander empfängt, welche erst kombinirt werden müssen, um sich eine Vorstellung von der Form des

Ganzen zu machen. Ein weiterer Beweis ist der Umstand, dass das Auge sich bei dem Beschauen einer Abbildung in den wenigsten Fällen in dem Projektions-Zentrum befindet und doch einen angenehmen Eindruck von derselben erhält. Ferner wird eine Abbildung nicht mit einem, sondern mit zwei Augen betrachtet, die sich hierbei anders zu einander stellen müssen, als bei dem Betrachten des wirklichen Gegenstandes. Die Einzel-Eindrücke, die das Auge empfängt, sind zunächst so beschaffen, dass die scheinbare Grösse jeder Strecke dem Gesichts-Winkel proportional ist: Prinzip der Konformität. Das hat zur Folge, dass wir Linien zum grössten Theil nicht geradlinig sehen; z. B. erscheinen bei einem Architrav auf gleich hohen Säulen die am nächsten stehenden mittlern Säulen grösser als die entferntern äussern Säulen und daher die horizontalen Kanten des Architravs nothwendig gekrümmt. Dass wir solche Kanten als gerade sehen, rührt von unserm Bewusstsein der Kollinearität her: eine gerade Linie geradlinig zu sehen.

Prof. Hauck verlangt, dass die künstlerische Abbildung eines Gegenstandes eine freie Wiedergabe des Eindrucks sei, den das Auge von dem Natur-Objekte empfängt, ein sogen. „subjektives Anschauungs-Bild." Um eine ästhetisch befriedigende Wirkung zu erzielen, muss auf dem Bilde jede gerade Strecke wieder als gerade erscheinen: Prinzip der Kollinearität; die vertikalen Strecken müssen als solche sich darstellen: Prinzip der Vertikalität, und die Grösse einer Strecke muss proportional dem Gesichts-Winkel sein: Prinzip der Konformität.

Bei der gewöhnlichen geometr. Perspektive mit senkrechter Bildfläche ist das kollineare System eingehalten; gegen den Rand hin verzerren sich jedoch die Strecken bei kurzer Distanz unnatürlich. Z. B. werden die Gesims-Ausladungen zu stark, Säulenschafte zu dick und Kugeln elliptisch. Bei Figuren, welche in einiger Entfernung vom Hauptpunkt (Zentralpunkt) dargestellt sind, zeigen Körper von der Mitte nach rechts oder links zunehmende Dickbäuchigkeit und die Köpfe sich elliptisch. Von den Künstlern wird dies bei Darstellungen nicht durchgeführt, auch wenn Innenräume zentral-perspektiv. konstruirt sind.

Um dem System der Konformität zu genügen, muss man eine sphärische Bildfläche benutzen; dies hat jedoch zur Folge, dass sich alle Geraden als grösste Kreise der Kugel abbilden: die Vertikalen laufen zusammen, die Horizontalen neigen sich gegen den Horizont. Das statische Gefühl verlangt jedoch, dass vertikale Linien als solche abgebildet werden und dass gerade Linien möglichst geradlinig erscheinen.

Ein solches sphärisches Bild müsste auch erst wieder in ein ebenes Bild umgewandelt werden, da sonst der Beschauer beim Verlassen des Kugel-Mittelpunktes eine grössere Verzerrung sehen würde als auf einem ebenen Bilde.

Um eine Vergleichung zwischen dem konformen und kollinearen System anzustellen, wurde von Prof. Hauck eine Pfeilerhalle auf zweierlei Art gezeichnet: 1. auf eine ebene Tafel, deren Bild die Pfeiler in gleicher Höhe, jedoch mit starker Verzerrung der äussersten Pfeiler zeigt, 2. in der Weise, dass Strahlen vom Projektions-Zentrum *O* aus nach den im Grund- und Aufriss gegeben Punkten gezogen werden. Um die Winkel zu bestimmen, welche diese Strahlen bilden, wurden Kreise um *O* gezeichnet und die Schnittpunkte derselben mit den einzelnen Strahlen bestimmt. Diese Kreisflächen wurden sodann in die Ebene gebreitet, wodurch der Horizont und alle senkrechten Geraden konform abgebildet, jedoch die Bilder der Horizontalen, welche nicht im Horizont liegen, nach dem Horizont konkav gebogen wurden.

Ein Vergleich dieser beiden Bilder zeigt: 1. dass sie bei kleinen Gesichts-Winkeln fast überein stimmen; 2. dass bei einem Gesichts-Winkel von höchstens 30°, oder bei einer Distanz von wenigstens 2 Bildlängen das gewöhnliche linear-perspektiv. Bild genügt; 3. dass jedoch bei kleinern Distanzen Abänderungen im Sinne der Konformität nothwendig werden, also schwache Biegungen der Horizontal-Linien stattfinden müssen.

Soll nun eine Abbildung die Wiedergabe des subjektiven Anschauungs-Bildes sein, so muss dies durch einen Kompromiss zwischen Kollinearität und Konformität erzielt worden. Bei architektonischen Gegenständen ist vor allem Kollinearität und Vertikalität einzuhalten. Bei krummflächigen Objekten ist die Konformität zu berücksichtigen, da z. B. bei figürlichen Darstellungen die Kollinearität gegenstandslos ist. Bei eben- und krummflächigen Darstellungen ist die Zeichnung zunächst kollinear-perspektiv. anzulegen und es sind nachträglich die zu Tage tretenden

Konformitäts-Verzerrungen im konformen Sinne zu modifiziren, z. B. bei Innenräumen mit kleinen Distanzen.

Prof. Hauck kommt zu dem Schluss, dass das zentral-perspektivische System im allgemeinen die rationellste Form der bildlichen Darstellungen ist, da bei demselben den 3 Bedingungen: 1. der Kollinearität, 2. der Vertikalität und 3. der Konformität (mit Beziehung auf die dem angenommenen Standpunkt entsprechenden Sehwinkel) im Hauptpunkt genügt ist, so dass also weniger die formalen Gesetze, als die bisherige Begründung sich als unzureichend erweisen. — Mit wachsender Entfernung des Standp. des Beschauers eines Bildes vom Hauptp., welcher der perspektiv. Darstellung zu Grunde liegt, nimmt die Konformitäts-Verzerrung zu. Man kann jedoch der Bedingung der Konformität nicht im höheren Grade, d. h. für andere Punkte gerecht werden, ohne die beiden andern Gesetze zu verletzen.

Fig. 71.

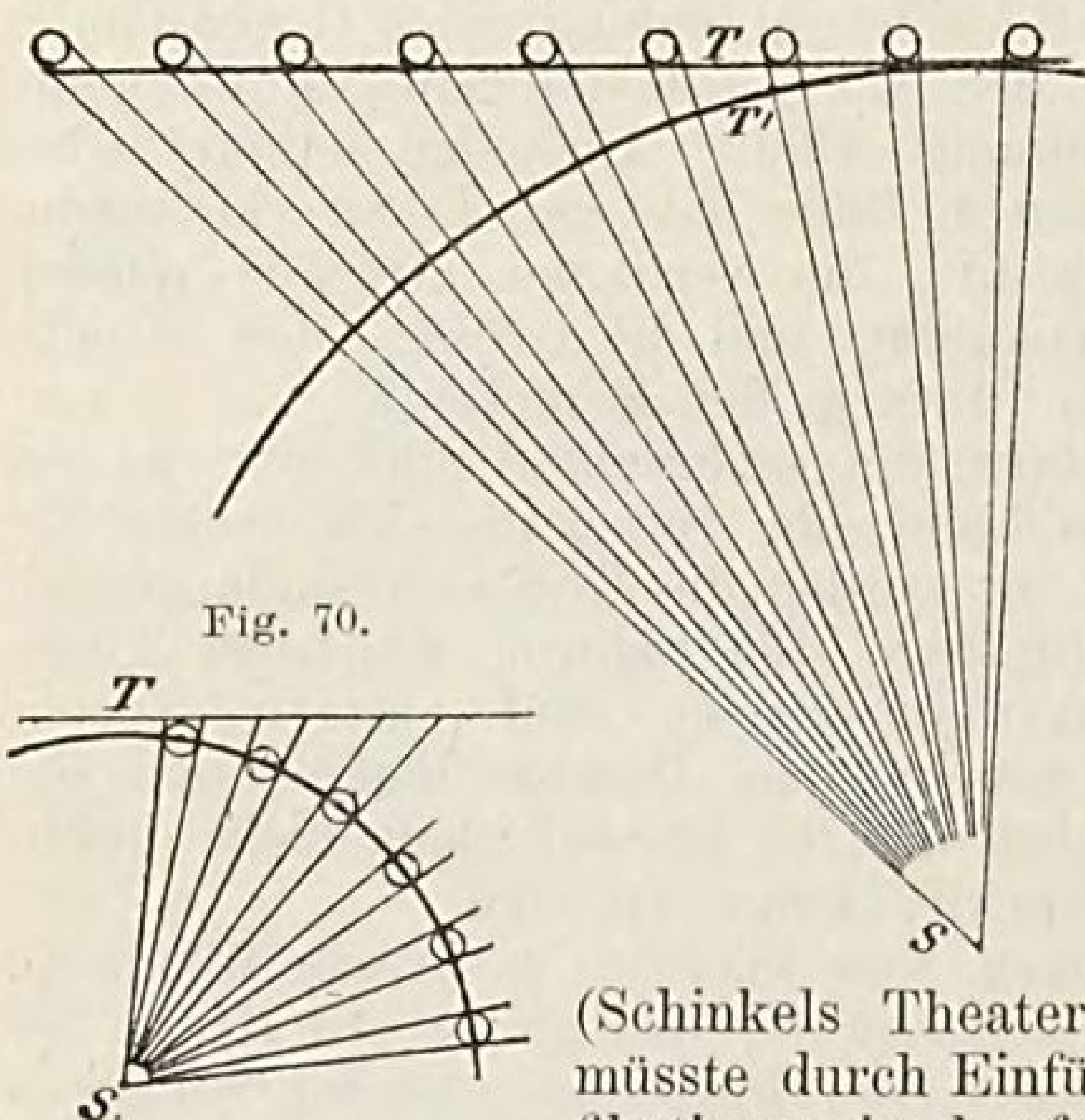


Fig. 70.

Anwendung. Bei der Darstellung einer Rotunde mit Säulen, zu deren Konstruktion der Standpunkt im Mittelpunkt ist und die Bildebene hinter den mittleren Säulen aufgestellt wird, erscheint die Konformitäts-Verzerrung sehr stark; Fig. 70. Werden nämlich die Strahlen von S tangirend an die Säulen bis zum Schnitt mit der Bildebene gezogen, so erhält man eine sehr starke Verbreiterung derselben von der Mitte aus nach rechts oder links. Man würde also entweder einen andern Standpunkt und eine andere Lage der Bildebene annehmen müssen, wie dies z. B. aus der perspektiv. Ansicht der Rotunde des Berliner Museums (Schinkels Entwürfe) oder aus der Ansicht des Tempels der Vesta (Schinkels Theater-Dekorationen) zu ersehen ist; oder man müsste durch Einführung einer zylindrischen Bildfläche Modifikationen im konformen Sinne eintreten lassen.

Ein Gleiches würde man thun, wenn man eine lange Säulen- oder Pfeilerhalle perspektiv. darzustellen hätte, Fig. 71, da bei Annahme der Bildebene die äussersten Säulen breiter als die mittlern erscheinen würden; auch hier könnten durch Anwendung einer zylindrischen Bildfläche Konformitäts-Verzerrungen vermieden werden.

V. Auffindung der Bestimmungs-Stücke gegebener Perspektiven.

Im allgem. hat man das umgekehrte Verfahren von dem anzuwenden, welches zur Herstellung der perspektiv. Bilder dient.

Fig. 72.

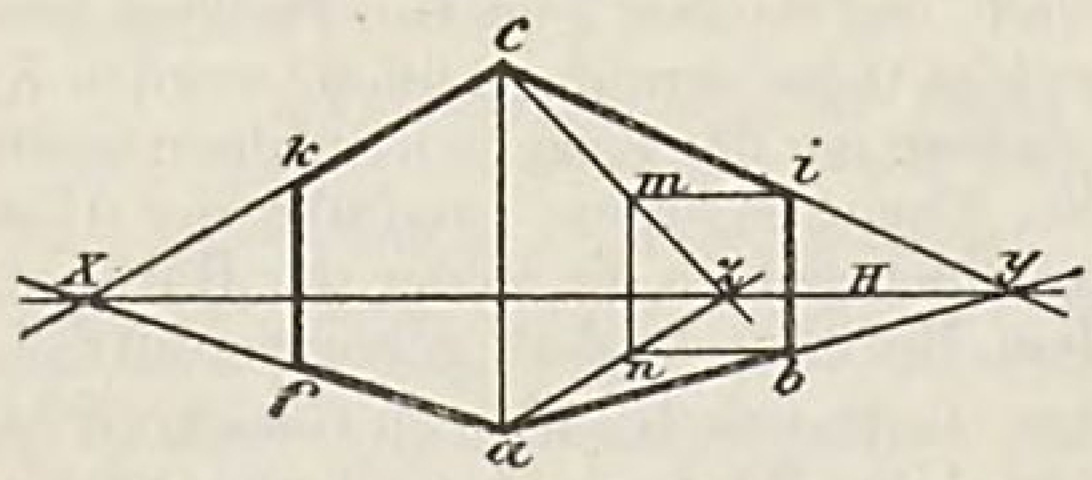
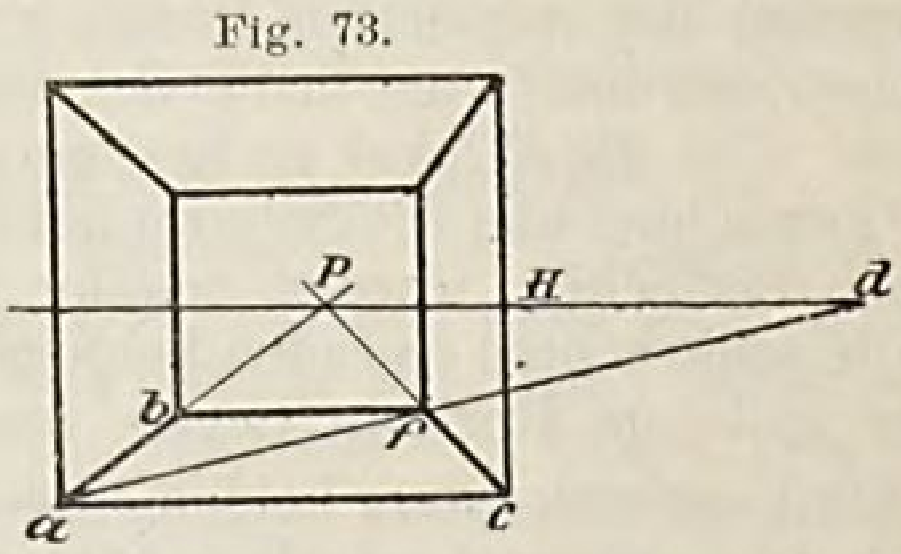


Fig. 73.



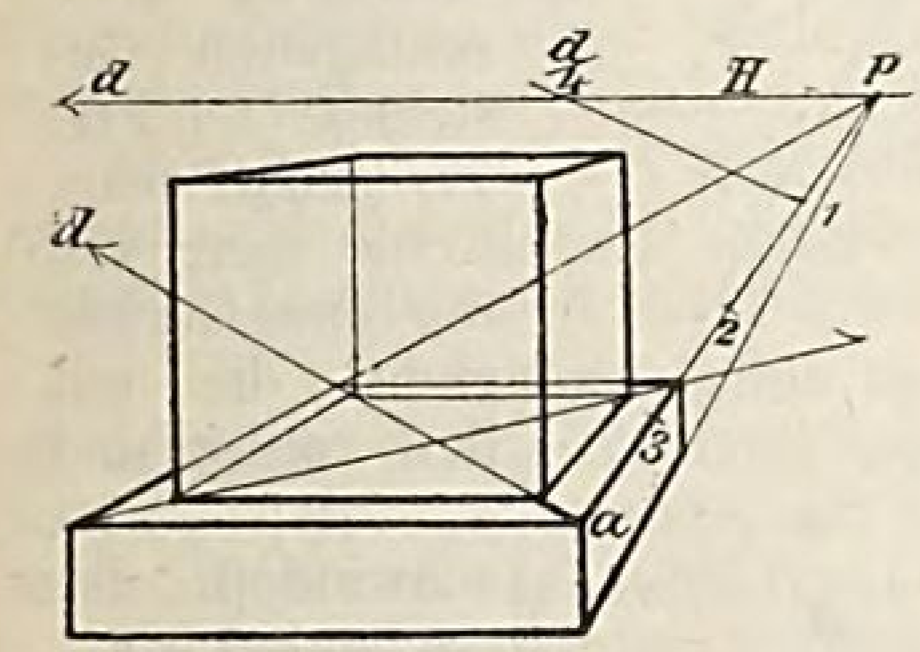
Um einen Punkt des Horizonts zu bestimmen, verlängere man die Bilder zweier Horizontalen, z. B. $c\,i$ und $a\,b$, Fig. 72, bis zum Schnittpunkt y. Einen 2. Punkt x des Horizonts erhält man im Durchschnitt der Verlängerungen zweier andern Horizontalen, z. B. $c\,k$ und $a\,f$. Die Gerade $x\,y$ ist der Horizont; x und y sind die Verschwindep. der betr. Geraden und der dazu Parallelen.

Fällt ein Punkt, z. B. y, ausserhalb des Zeichenbretts, so zieht man eine Lothrechte $i\,b$, ferner durch $i\,b$ zwei Gerade $i\,m$ und $b\,n$ normal zu $i\,b$ und durch 2 Punkte m und n, welche lothrecht über einander liegen, die Geraden $c\,m$ und $a\,n$ bis zum Schnittpunkt z, welcher ebenfalls ein Punkt des Horizonts ist.

Bei einer frontalen Lage verlängert man 2 Parallelen, z. B. $a\,b$ und $c\,f$ bis zum Schnittpunkt p, Fig. 73. Eine Parallele durch p zu $a\,c$ gelegt ist der Horizont und p ist der Zentralpunkt.

Kommen quadrat. Theilungen des Fussbodens oder der Decke vor, so erhält man durch Ziehen einer Diagonale im Schnitt mit dem Horizont einen Distanzp. und in dem Abstande $p\,d$ die Grösse der Distanz selbst. Fällt hierbei der Distanzp. ausserhalb der Zeichenfläche, Fig. 74, so bestimmt man einen Theil der Distanz, indem man die Strecke $a\,p$ in eine belieb. Zahl gleicher Theile, z. B. in 4, zerlegt und durch den dem Zentralp. p zunächst liegenden Theilp. 1 eine geometr. Parallele zu der Diagonalen zieht; $p\,\frac{d}{4}$ ist gleich $\frac{1}{4}$ der Distanz.

Fig. 74.



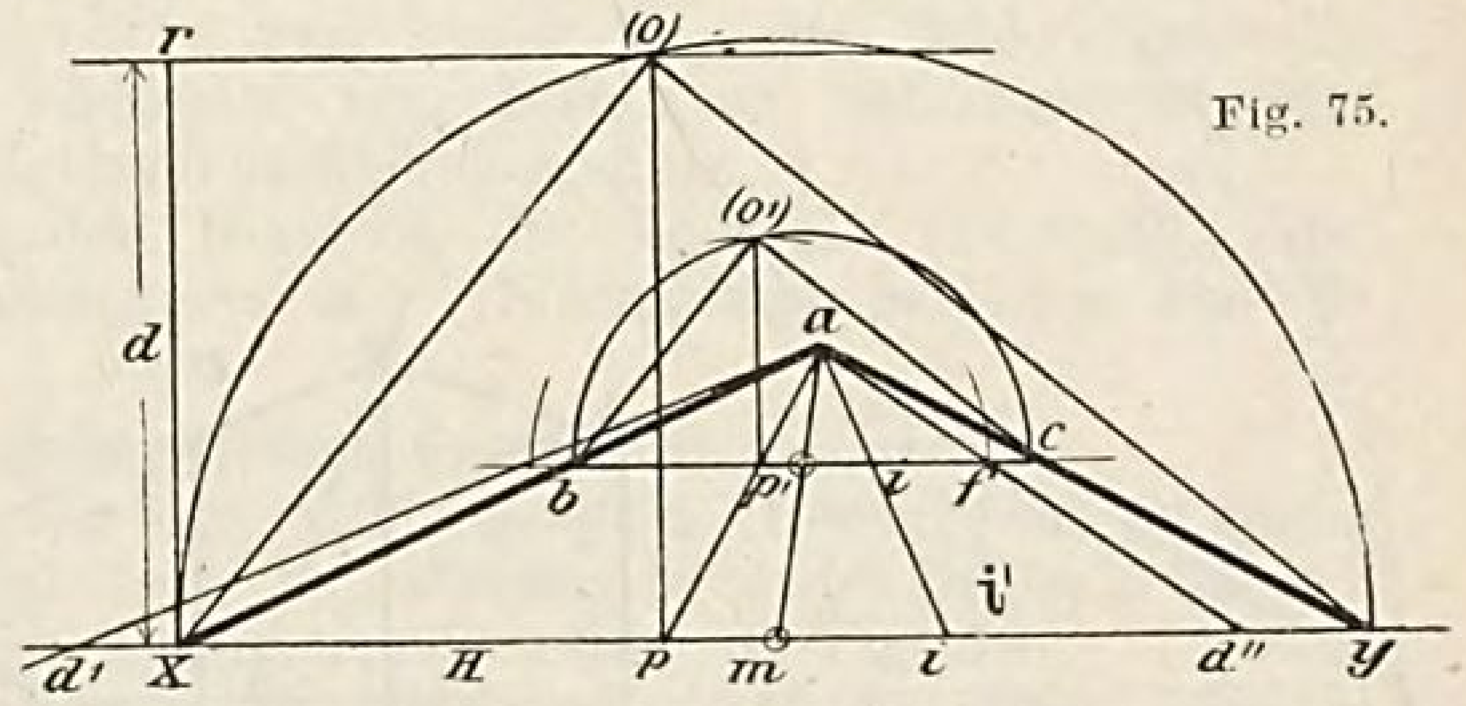


Fig. 75.

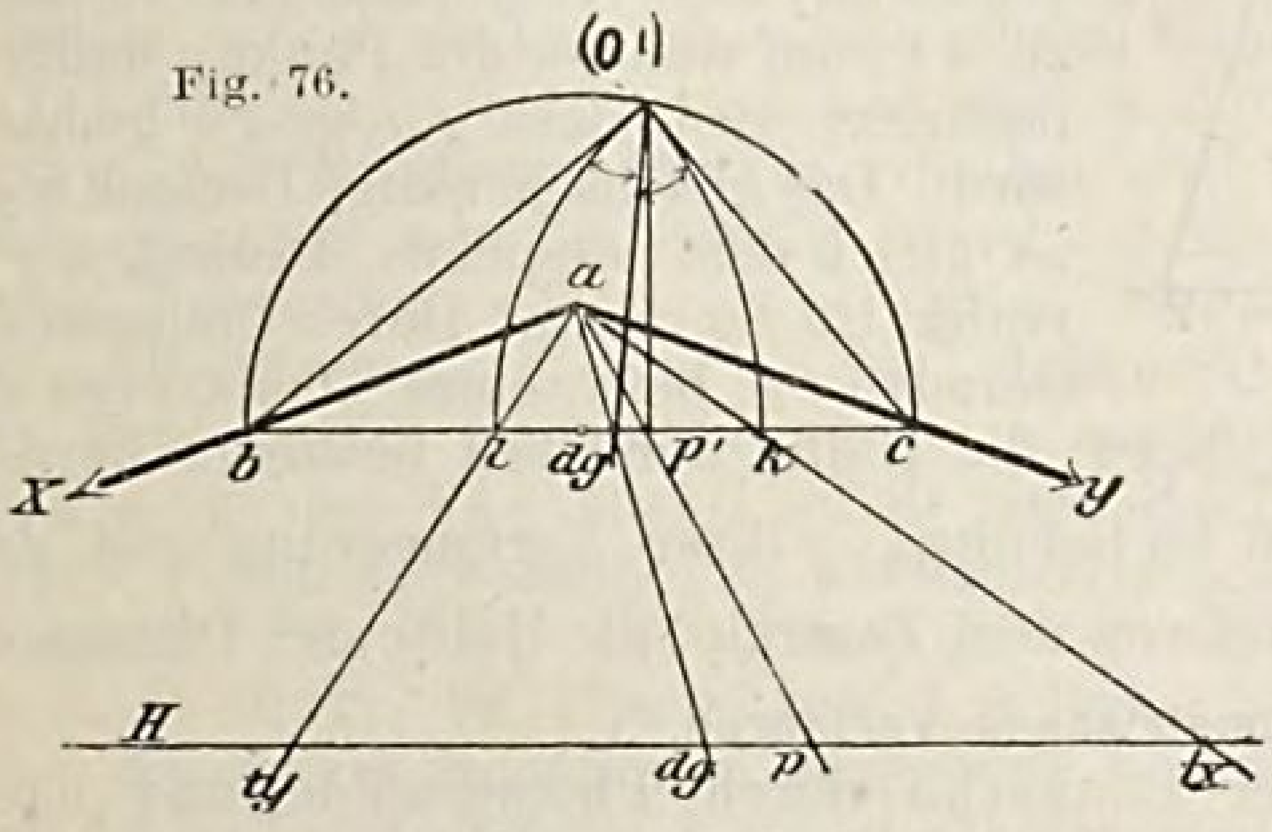
Aus einem perspektiv. rechten Winkel kann man alle Bestimmungs-Stücke herleiten, wenn der Horizont, sowie der Zentralp. oder die Distanz gegeben sind.

1. Der Zentralp. p ist gegeben: Man verlängere die Schenkel $a\,b$ und $a\,c$ bis zum Horizont; Fig. 75. Ueber $x\,y$ zeichne man einen Halbkreis, errichte in p eine Lothrechte bis zum Schnittpunkt (O) mit der Peripherie. $x\,(O)\,y$ ist der herum geklappte geometr. rechte Winkel und $(O)\,p$ ist die Distanz.

2. Wenn die Distanz $x\,y = d$ gegeben ist, so zieht man eine Parallele durch r zu dem Horizont bis zum Schnitt (O) mit der Peripherie. Eine Normale von (O) auf H gefällt, ergiebt den Zentralp. p. Da die Parallele $r\,(O)$ im allgem. die Peripherie zwei Mal schneidet, so erhält man zwei Zentralp.

Liegen die Punkte x und y zu weit entfernt, so ziehe man durch einen belieb. Punkt eines Schenkels, z. B. b, eine Parallele zu H. Ueber $b\,c$ wird ein Halbkreis gezeichnet und $a\,p$ gezogen, die im Schnitt mit $b\,c$ den Punkt p_1 ergiebt. In p_1 wird eine Normale zu $b\,c$ errichtet, welche im Schnitt mit dem Halbkreis einen Punkt (O_1) giebt, der den herunter geschlagenen Gesichtsp. vertritt, wie $b\,c$ den Horizont.

Fig. 76.



Dreieck $b\,(O_1)\,c$ ist gleich dem perspektiv. Dreieck $b\,a\,c$; daher sind die einzelnen Seiten derselben paarweise einander gleich. Die Distanz wird erhalten, wenn man $p_1\,(O_1)$ von p_1 nach rechts oder links auf $b\,c$ abträgt, a mit einem der Punkte verbindet und den Schnittp. d_1, oder d'' mit dem Horizont H bestimmt. $p\,d_1$ oder $p\,d''$ ist gleich der Distanz. Kann wegen Raummangel die Distanz nicht in dieser Weise bestimmt werden, so arbeitet man mit einem Theil der Strecke $p_1\,f$, z. B. mit der Hälfte. Man halbire $p_1\,f$ in i', verbinde a mit i' und bestimme den Schnittpunkt i dieser Geraden mit dem Horizont; $p\,i$ ist gleich der halben Distanz.

Durch Halbiren des rechten Winkels $b\,(O_1)\,c$ erhält man den Diagonalp. $d\,g$; Fig. 76. Die Theilp. von $b\,a$ und $a\,c$ sind zu bestimmen.

1. Für $b\,a$. $b\,k$ wird gleich $b\,(O_1)$ gemacht und $a\,k$ gezogen. Im Schnitt dieser Geraden mit dem Horizont H erhält man den gesuchten Theilp. t_x.

2. Für $a\,c$. $c\,l$ wird gleich $c\,(O_1)$ gemacht und $a\,l$ gezogen. Der Schnittp. t_y dieser Geraden mit dem Horizont ist der gesuchte Theilp. Bei unzureichendem Raum bestimme man die Theilp. z. B. t_x durch $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ oder allgemein $\frac{1}{n}$ des Abstandes $b\,k$.

Ist anstatt des Zentralp. die Distanz gegeben, so kann man nach Andeutung der Fig. 75 leicht die übrigen Stücke bestimmen.

In den meisten Fällen ist weder die Distanz noch der Zentralp. gegeben; man kann jedoch aus der Gehrungs-Linie eines Gesimses, d. h. aus der Halbirungs-Linie eines rechten Winkels, den Diagonalp. fest stellen. Hieraus kann man den Zentralp. und die Grösse der Distanz bestimmen. Den herunter geschlagenen Gesichtsp. (O), Fig. 77, erhält man, wenn man von $d\,g$ eine Gerade zieht, die mit den von x und y, den Verschwindep. der Schenkel des rechten Winkels $b\,a\,c$, gezogenen Sehnen des über $x\,y$ gezeichneten Halbkreises Winkel von 45° bildet. Aus (O) fällt man eine Normale auf den Horizont H, welche gleich der Distanz ist und in ihrem Fusspunkte den Zentralp. p bestimmt.

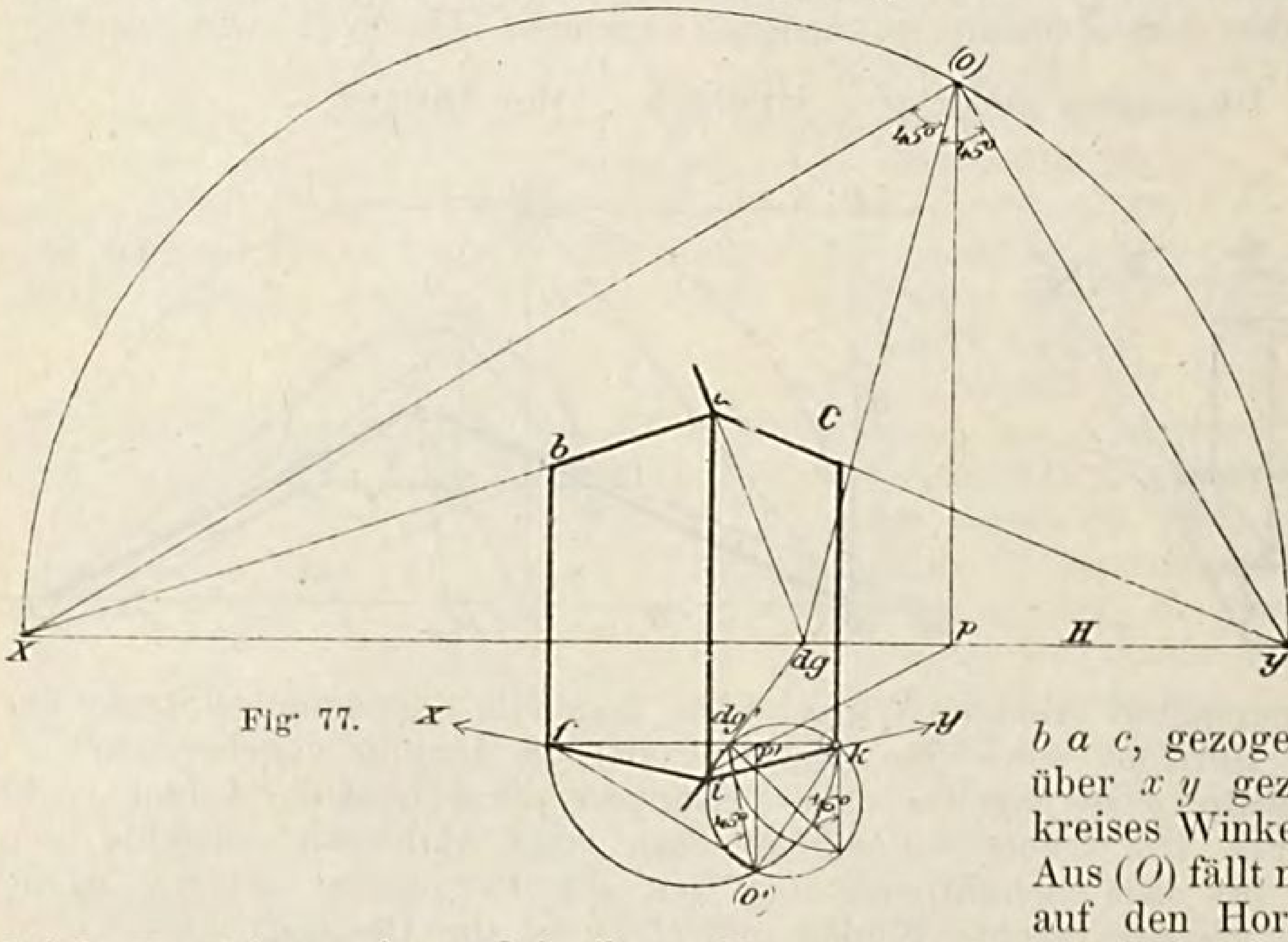


Fig. 77.

An dem rechten Winkel $f\,i\,k$ der Figur ist zu ersehen, wie man bei beschränktem Raum zu verfahren hat.

Aufgabe. Aus einer perspektiv. Geraden $a\,b$, deren Grösse $a\,c$ bekannt ist, die Distanz zu finden, wenn H und p gegeben sind; Fig. 78. Der Theilpunkt t der Geraden $a\,b$ wird im Schnittp. der Geraden $c\,b$ mit dem Horizont gefunden. Ziehe $p\,b$, welche $a\,c$ in f schneidet; in f errichte man eine Normale zu $a\,c$, auf welcher der Punkt g dadurch bestimmt wird, dass $a\,g = a\,c$ gemacht wird. Das gleichschenklige Dreieck $a\,g\,c$ ist gleich dem perspektiv. Dreieck $a\,c\,b$; mithin ist $f\,g = f\,b$. Durch Umlegen der Geraden $f\,g$, bezw. eines Theils, etwa der Hälfte derselben, kann die Distanz, bezw. die Hälfte derselben bestimmt werden. $f\,i = \frac{1}{2} f\,g$; ziehe $i\,b$, so erhält man im Schnittp. $\frac{d}{2}$ ihrer Verlängerung mit dem Horizont einen Punkt, dessen Abstand von dem Zentralp. die Hälfte der Distanz ist.

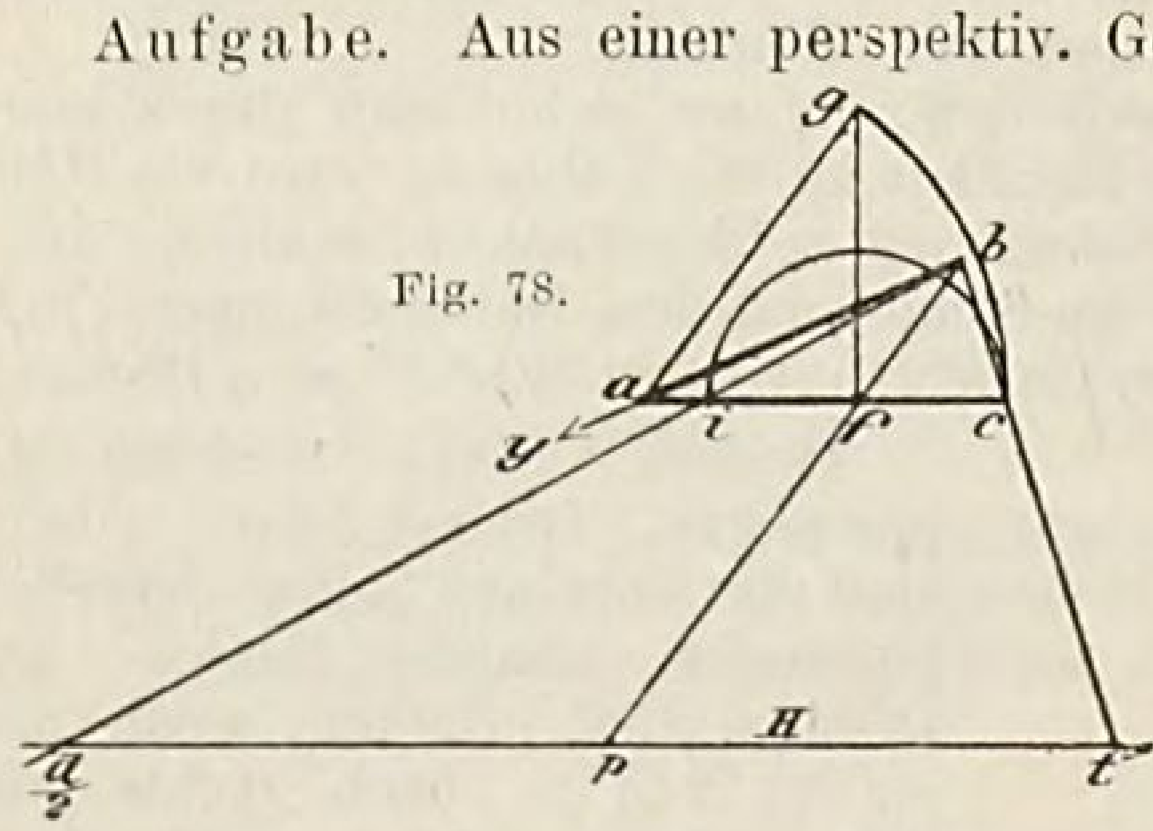


Fig. 78.

a. Photogrammetrisches Verfahren.*)

Die Methode der Aufnahme der Bauwerke durch Photographie und nachherige Rekonstruktion der photogr. Bilder macht praktische Anwendung von der Umkehrung des perspektiv. Zeichnens.

Mittels eines photogr. Apparats, der in einem Bildwinkel von 90° und darüber ein perspektiv. richtiges Bild ergiebt, nämlich des von Busch in Rathenow erfundenen Pantoscops, werden General-Ansichten des Aeusseren über Eck, sowie innere Ansichten eines Gebäudes aufgenommen und daraus die geometr. Ansichten und der Grundriss konstruirt. Auch wird die Aufnahme von Spezial-Ansichten von einem nahen Standpunkt aus, welcher normal zur betr. Wandfläche liegt, empfohlen.

Die Camera des Photographen**) muss zur Aufnahme besonders eingerichtet

*) Zeitschr. für Bauw. 1867, S. 62. — Deutsche Bauzeitg. 1867, S. 125.
**) Vergleiche Abschn. IV.

werden. Die empfindliche Fläche derselben ist die Bildebene; vor derselben werden Horizont und die durch den Zentralp. gehende Vertikal-Ebene durch feine Drähte bezeichnet, welche bei der Aufnahme sich selbstthätig markiren und als schwarze Linien auf dem Bilde erscheinen. Der optische Mittelpunkt der Linse ist der Gesichtspunkt im Sinne der Perspektive. Der Abstand desselben von der empfindlichen Fläche ist die Distanz, welche genau gemessen werden kann und für jedes Instrument als konstant anzunehmen ist.

Als Maasseinheit muss die wirkliche Grösse eines beliebigen Stücks auf dem Bilde bekannt sein; entweder wird das Stück in Wirklichkeit gemessen und die Notiz der Photographie beigefügt, oder, was besser ist, eine scharf getheilte Messlatte wird an einer Stelle des Gebäudes (am besten an der zunächst vortretenden lothrechten Kante) befestigt und mit photographirt.

Man kennt nun auf dem Bilde den Horizont, die Vertikale (Zentralp.), die Distanz und das Maass; hieraus kann man alle Dimensionen herleiten und die geometr. Zeichnungen anfertigen.

b. Rekonstruktion des geometrischen Grund- und Aufrisses.

aus der perspektiv. Zeichnung oder aus einer Photographie. Dieselbe soll an einem Beispiel vorgeführt werden, als welches die im Jahrgang 1872 der Deutsch. Bauztg. veröffentlichte St. Johannis-Kirche zu Altona hier gewählt ist; Fig. 79.

Zuerst wurden durch Verlängerung der längsten Geraden (First, Hauptgesims, Abdeckplatten der Strebepfeiler u. s. w.) die Verschwinde-Punkte x und y der Schenkel der rechten Winkel und hierauf der Horizont H bestimmt. In der Figur ist weder die Distanz noch der Zentralp. bekannt; dagegen kommen an dem Thurme Quadrate vor, welche zur Bestimmung des Diagonalp. dienen können. Mittels der Verschwindep. wird das Quadrat $a\,b\,c\,f$ konstruirt und in demselben die Diagonale $a\,f$ gezogen, welche in der Verlängerung den Horizont im Diagonalp. $d\,g$ schneidet. Da die Verschwindep. x und y weitab fallen, wird zur Bestimmung der übrigen Punkte eine Hülfs-Figur konstruirt: Durch einen belieb. Punkt m des Schenkels $a\,b$ wird eine Parallele zu H bis zum Schnitt mit $a\,c$ gezogen und über $m\,n$ ein Halbkreis gezeichnet, auf dessen Umfang der Punkt (O'), der Ersatzp. des Gesichtsp. (O) in der Hülfs-Figur, bestimmt werden muss. Derselbe wird im Schnitt des über $m\,n$ gezeichneten Halbkreises mit einem über $m\,d\,g'$ gezeichneten Kreise, der die Peripherie-Winkel von 45° umfasst, erhalten. Zur Bestimmung errichtet man in m eine Normale zu $m\,n$, welche gleich $m\,d\,g'$ gemacht wird, verbindet q mit $d\,g'$ und zeichnet durch die 3 Punkte m, q, $d\,g'$ einen Kreis, der die verlangte Eigenschaft besitzt. Den Schnittpunkt (O') der beiden Kreise verbindet man mit m und n, so hat man den rechten Winkel $m\,o\,n$ geometrisch gezeichnet. Von (O') fällt man eine Normale auf $m\,n$, wodurch p', der Ersatzp. des Zentralp. und $(O')\,p'$ als Ersatz der Distanz erhalten wird. Zieht man durch a und p' eine Gerade, so erhält man im Schnitt derselben mit dem Horizont den Zentralp. p. Aus der Proportion $a\,p' : a\,p = (O')\,p' : d$ bestimmt man die Grösse der Distanz $(O)\,p$). Die Ersatzp. $t_{y'}$ und $t_{x'}$ der Theilpunkte werden bestimmt, indem man $m\,(O')$ bezw. $n\,(O')$ von m, bezw. von n aus auf $m\,n$ abmisst. Im Schnitt der Geraden $a\,t\,y'$ und $a\,t\,x'$ mit H erhält man die Theilp. t_y und t_x.

Nach diesen Vorbereitungen konstruirt man den perspektiv. Grundriss in einer beliebig tiefer liegenden wagerechten Ebene und denkt die Bildebene durch eine Kante, z. B. durch die Thurmkante 1 gelegt. Unter Benutzung der Verschwindep. und der durch die Hauptkante gezogenen Lothrechten zeichnet man den Thurm mit der Portalhalle und die Treppen-Thürmchen auf, schliesst dann das Langhaus und das Querschiff an. Alsdann kann man die einzelnen Bautheile, Portale, Fenster, Strebepfeiler u. s. w. einzeichnen.

Um nun den Grundriss geometr. im Maassstab der eingeführten Bildebene zu zeichnen, muss man die einzelnen Strecken mittels der Theilp. t_y und t_x auf die durch Punkt 1 gelegte Grundlinie G übertragen. Hierbei ist zu beachten, dass die Strecken vorab durch perspektiv. Parallelen auf der Y- und X-Axe bestimmt werden müssen.

Den Grundriss kann man an einer belieb. Stelle aufzeichnen; es wird mit den beiden sich rechtwinkl. schneidenden Axen X und Y begonnen. Der Schnittp. derselben stellt die Kante 1 dar, durch welche die Bildfläche gelegt ist. Die auf

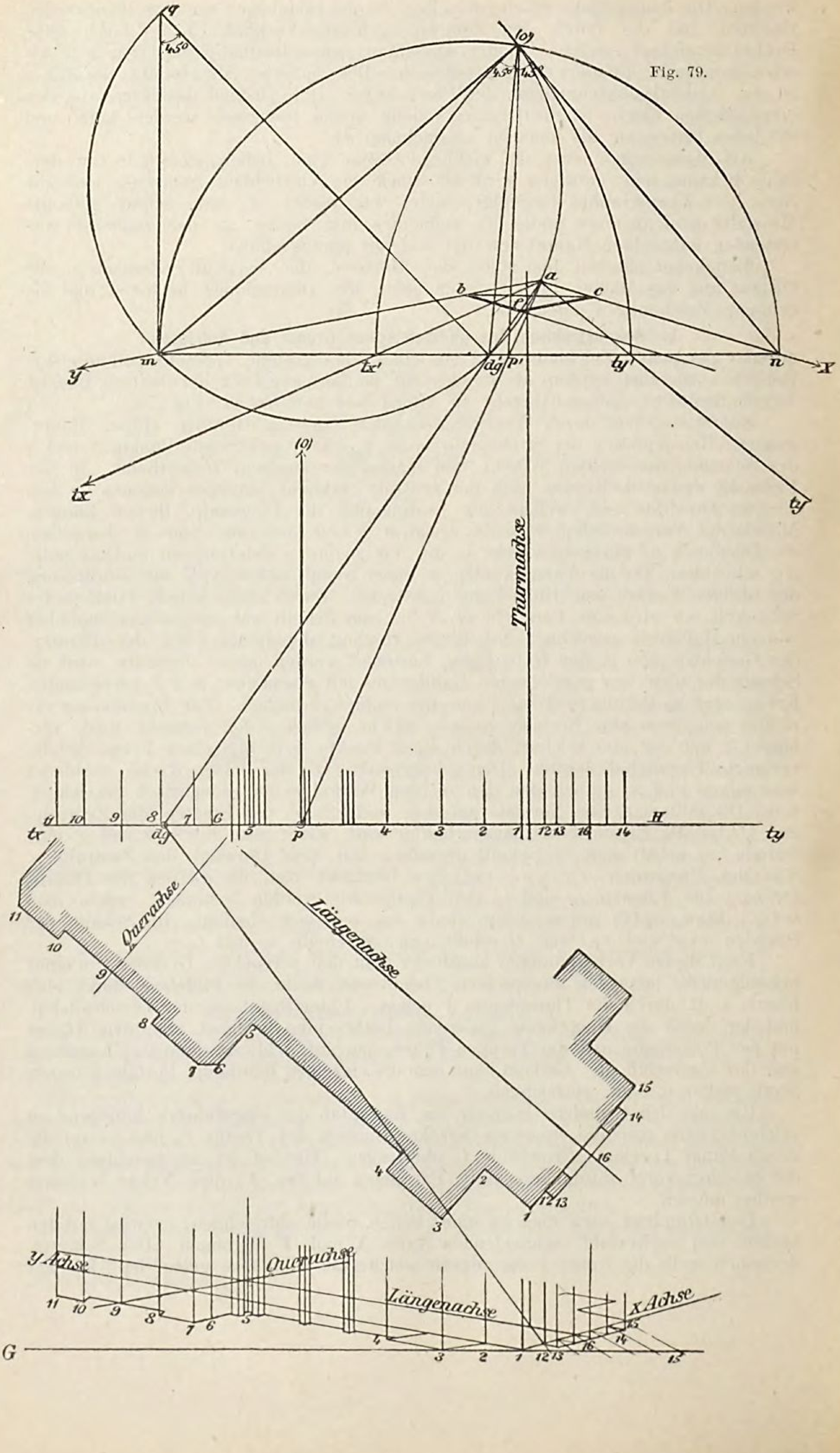

q
45°
(o)
45°
45°
a
b
c
p
m
tx'
dg'
p'
ty
n
X
y
tx
ty
(o)
Thurmachse
H
tx
dg
p
ty
Querachse
Längenachse
y Achse
Querachse
Längenachse
x Achse
G

Fig. 79.

der Grundlinie *G* abzumessenden wirklichen Maasse werden auf die *X*-, bezw. *Y*-Axe übertragen, und wird darnach der Grundriss, so weit er aus der nun vorliegenden einen Perspektive überhaupt herleitbar ist, aufgezeichnet.

In ähnlicher Weise kann man den Aufriss geometr. zeichnen, indem man die wirkliche Grösse der Kante 1 aus der Perspektive entnimmt und als Höhe benutzt. Die Grössen der übrigen Kanten, bezw. sämmtliche Höhen werden auf die Kante 1 übertragen, um in dieser die wirklichen Maassen zu erhalten.

Ist nun das Maass der in 1 errichteten Kante oder irgend eine Länge, welche an dem Gebäude vorkommt, nach Maass bekannt, so ist man im Stande, die sämmtlichen Original-Maasse der an der perspektiv. Zeichnung vorkommenden Ausdehnungen des Gebäudes zu bestimmen. Um das ganze Gebäude geometr. aufzeichnen zu können, müssen noch weitere Ansichten, z. B. des Chors und des Inneren perspektiv. dargestellt sein, von welchen die gleichen Rekonstruktionen auszuführen sind.

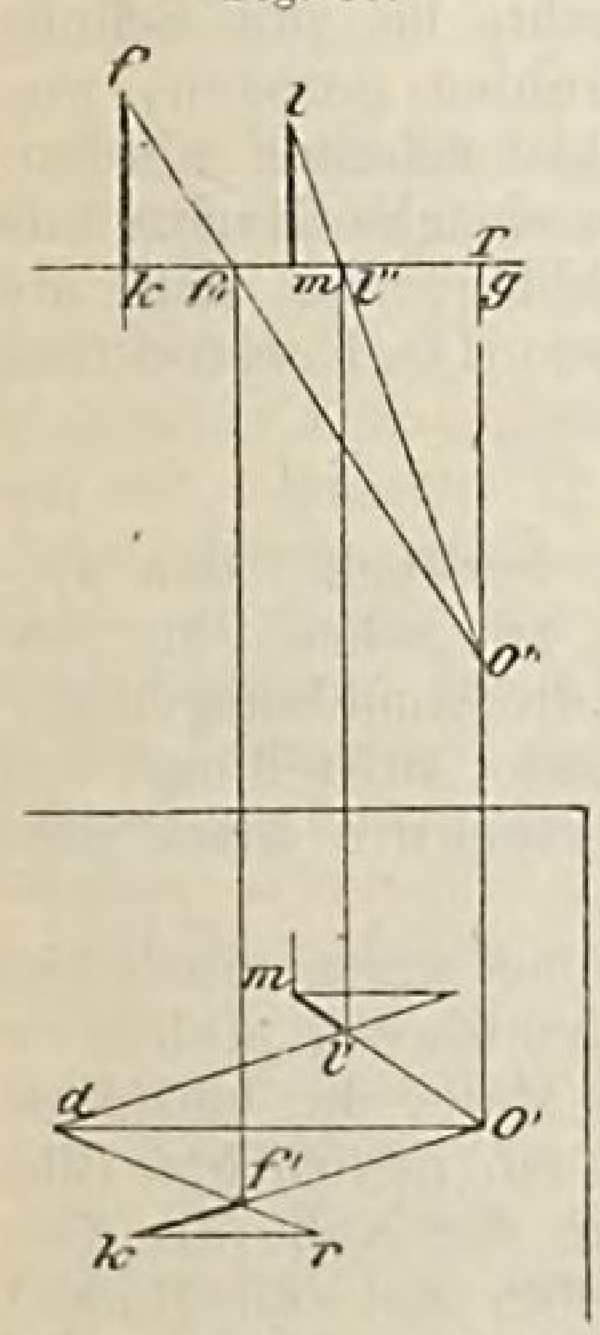
Kommt kein Quadrat vor, aus dessen Diagonale der Diagonalp. bestimmt werden kann, sind jedoch gleiche Maasse der Fenster, Strebepfeiler, Pilaster u. s. w. an verschiedenen Seiten, welche unter 90° zusammen stossen, vorhanden, so zieht man durch die Endpunkte dieser gleichen Strecken Gerade nach den Verschwindep. *x* und *y*, welche sich in Quadraten schneiden.

Durch Ziehen der Diagonalen in letzteren bestimmt man den Diagonalp. In gleicher Weise sind zur Bestimmung dieses Punktes Gesims-, Gehrungs-Linien, Horizontal-Projektionen von Graten und Kehlen u. s. w. zu benutzen. —

Ist ein Bauwerk photographisch aufgenommen, so wird dasselbe nach der vorstehend gegebenen Anleitung geometrisch rekonstruirt; bekannt ist hierbei die Entfernung des Bildes von dem Projektions-Zentrum. Ist ferner noch der Abstand der photogr. Camera von dem Bauwerk bekannt, oder sind an einzelnen Stellen Maassstäbe aufgestellt gewesen, welche mit photographirt worden sind, so kann aus diesen Angaben das Bauwerk nach den Original-Maassen geometr. aufgetragen werden.

Sind keine Bestimmungs-Stücke vorhanden, aus denen der Diagonalp. herzuleiten ist, jedoch die Schenkel eines horizontalen rechten Winkels gegeben, welche eine andere Lage als die Hauptaxen des Gebäudes gegen die Bildebene haben, so kann man deren Verschwindep., und aus diesen, sowie aus denjenigen der Hauptaxen den Zentralp. herleiten. Nach dem früher Gesagten ist man alsdann im Stande, alle übrigen Hülfspunkte zu bestimmen.

Fig. 80.



Zur Rekonstruktion des Grund- und Aufrisses aus einer frontalen Innen-Perspektive bestimmt man den Zentralpunkt, den Horizont und aus quadrat. Eintheilungen des Fussbodens, der Decke u. s. w., den Distanzp. Dieser ist Theilp. für die nach dem Zentralp. gerichteten Geraden; mithin kann man die Maasse auf die Grundlinie einer eingeführten Bildebene übertragen und somit den Grundriss geometr. aufzeichnen.

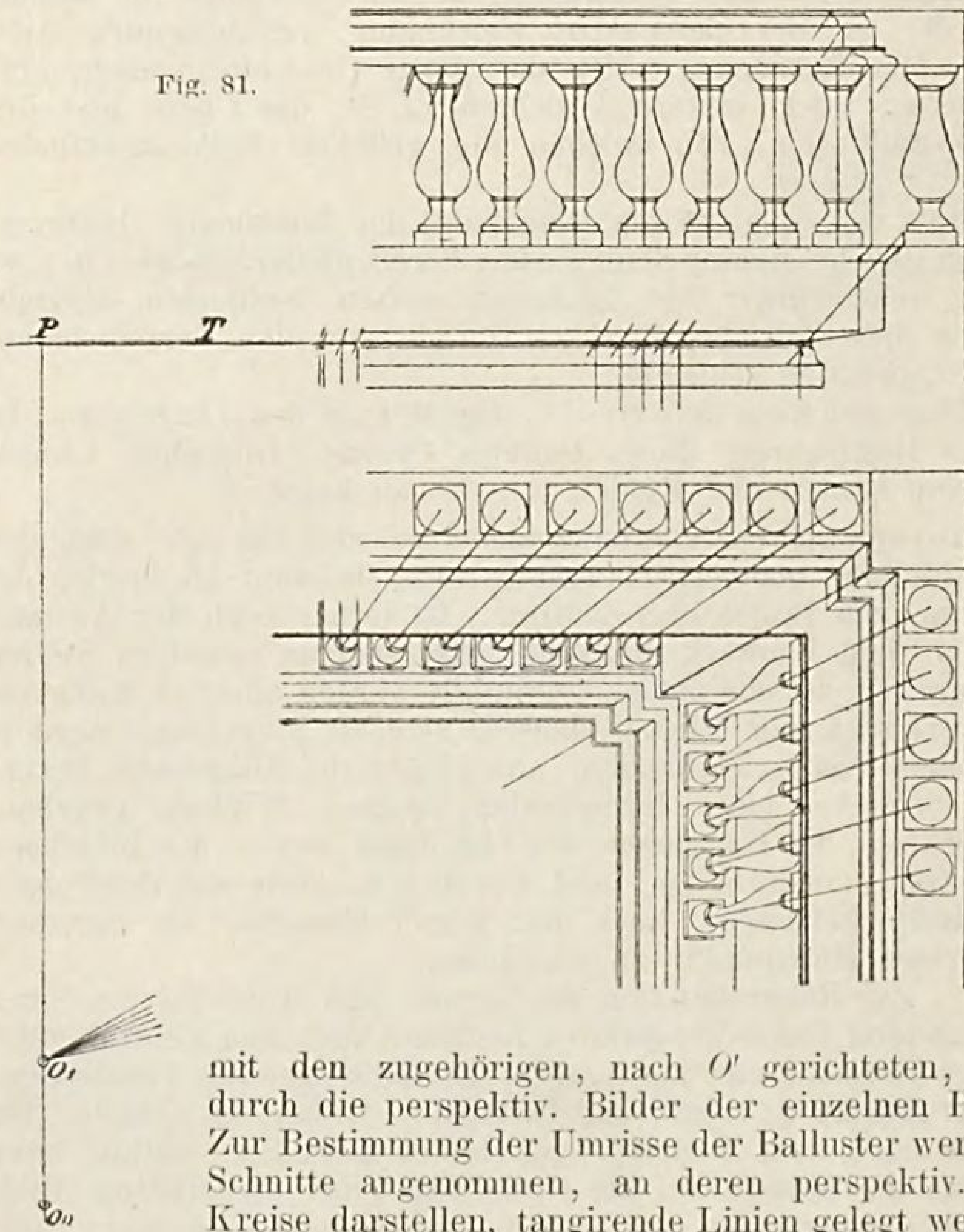
Bei Beurtheilung der Fig. 79 ist zu berücksichtigen, dass an derselben nur das Verfahren erläutert, aber nicht eine wirkliche, genaue Rekonstruktion vorgeführt werden sollte.

VI. Decken-Perspektive.

Damit bezeichnet man die Darstellung von Architekturen an Deckengemälden. Dieselbe unterscheidet sich von der bisher besprochenen Linear-Perspektive nur durch die Lage der Bildebene, da die Decke die Stelle der Bildebene vertritt; die darzustellenden Gegenstände werden über derselben angenommen. Der Gesichtspunkt wird unterhalb, am besten 1,6—1,8 ^{m} über dem Fussboden, auf welchem der Beschauer steht, gewählt. In Fig. 80 sind die Decke und der Gesichtspunkt *O* in horizontaler und vertikaler Projektion gegeben; das perspektiv. Bild des oberhalb der Decke liegenden Punktes *f* soll bestimmt werden. Im Schnitte des von $O_{,,}$ nach *f* gezogenen Strahls mit der Bildebene erhält man das Bild des Punktes *f*. f'' ist die Vertikal-Projektion und der senkrecht darunter liegende Punkt f' die Horizontal-Projektion des Bildes. In dieser Weise kann jeder

fernere Punkt bestimmt werden. Für alle auf der Bildebene senkrecht stehenden Geraden ist O' der Verschwindep., z. B. für $k\,f$ und $m\,l$. Die Entfernung $O''\,g$ des Punktes O'' von der Bildebene ist die Distanz; mit Hülfe eines Distanzp. kann ebenfalls der Punkt f' bestimmt werden. In irgend einer Richtung misst man von O' die Distanz $O_{II}\,g$ ab und zieht durch k eine Parallele zu $O'\,d$, welche gleich dem Abstand $f\,k$ des Punktes f von der Bildebene gemacht wird. Im Schnitt der Verbinde-Geraden $r\,d$ mit $k\,O'$ erhält man denselben Punkt f' als Bild des Punktes f.

Fig. 81.



Zur weiteren Erläuterung des Verfahrens ist in Fig. 81. die Ecke eines Zimmers dargestellt, über dessen Decke sich scheinbar eine Ballustrade erheben soll. Die Bildebene T ist durch die Decke gelegt, O' bezeichnet die horizontale und O'' die vertikale Projektion des Gesichtsp.; $O''\,p$ giebt die Distanz an.

Aus O' zieht man Strahlen nach den Horizontal-Projektionen der Punkte des Sockels, des Deckgesimses, des Eckpfeilers und der Ballustrade. Aus O'' werden Strahlen nach den Punkten der Vertikal-Projektionen gezogen und deren Schnittpunkte mit der Bildebene bestimmt. Durch diese Schnittp. werden Lothrechte bis zum Schnitt mit den zugehörigen, nach O' gerichteten, Strahlen gezogen, wodurch die perspektiv. Bilder der einzelnen Punkte erhalten werden. Zur Bestimmung der Umrisse der Balluster werden einzelne Horizontal-Schnitte angenommen, an deren perspektiv. Bilder, die sich als Kreise darstellen, tangirende Linien gelegt werden. Die Konstruktion ist durch die Figur hinreichend erklärt.*)

VII. Theater-Perspektive.

Die perspektiv. Einrichtung der Bühne eines Theaters bezweckt, den Beschauern ein möglichst natürliches Bild von der Oertlichkeit zu geben, an der die Handlung eines Stückes spielt. Zu vielen Oertlichkeiten sind die Abmessungen der Bühne nicht genügend, so dass es nöthig ist, durch passende Aufstellung von Dekorationen dieselben zu vergrössern, d. h. die natürliche Perspektive durch eine künstliche zu unterstützen.

Während nun bei der gewöhnlichen Perspektive eine Ebene angenommen ist, auf welcher das Bild konstruirt wird, sind für den vorliegenden Zweck mehrere parallele Ebenen anzunehmen, auf denen von dem Dekorations-Maler die einzelnen Theile so dargestellt sein müssen, dass die Gesammtheit derselben ein natürliches Bild ergiebt; streng genommen ist dies allerdings nur für die in der Nähe des Gesichtsp. sitzenden Zuschauer möglich. Da ein Zusammentreffen der im Hauptpunkt sich vereinigenden Horizontalen nur für die in der Nähe des Gesichtsp.

*) Die beiden Werke: „Andrea Pozzo. Die Maler- und Baumeister-Perspektive und: Schübler. *Perspectiva Pes-Picturae* (1719) enthalten reiche Sammlungen von Deckengemälden und Scheinkuppeln, welche, von hier maassgebenden Gesichtspunkten aus beurtheilt, für jeden Architekten Interesse haben.

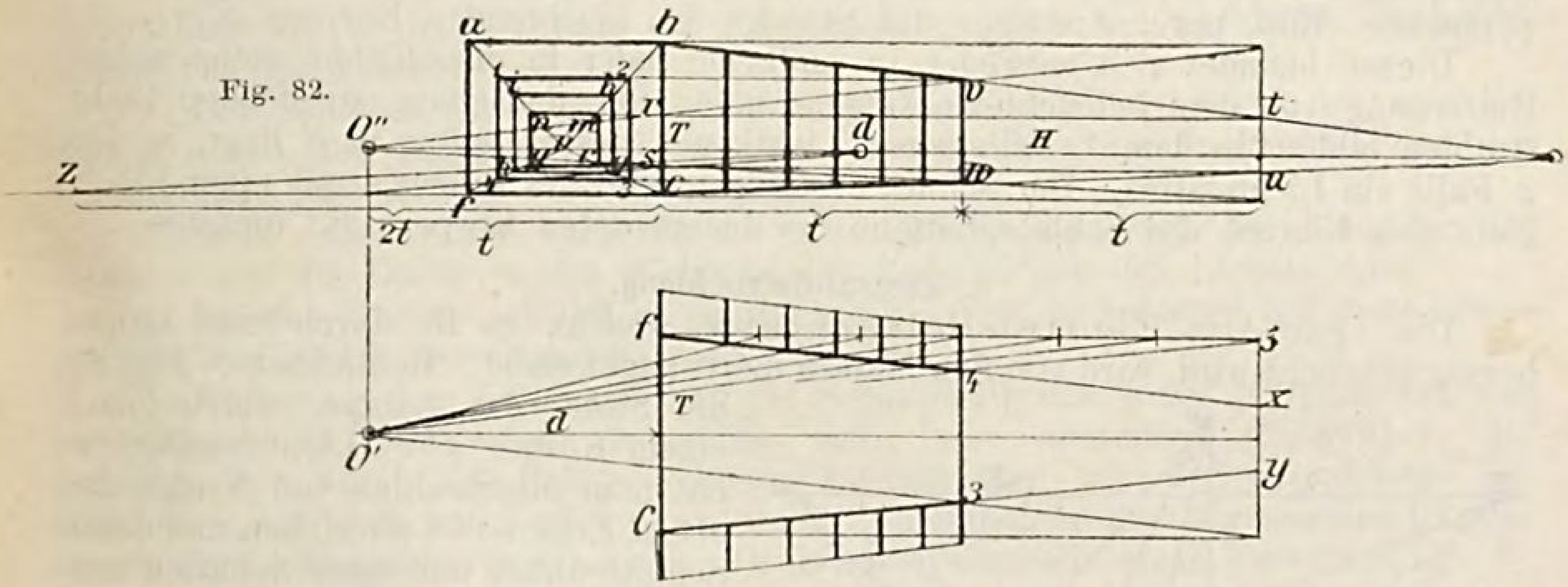
sitzenden Zuschauer sichtbar ist, müssen solche Linien durch Gegenstände, welche sie zum Theil verdecken, unterbrochen werden, so dass es zur Unmöglichkeit wird, genauer zu erkennen, ob die Linien sich vereinigen oder nicht. Hieraus ist zu entnehmen, dass die Darstellung um so schwieriger ist, als das Beschauen des Bildes von den verschiedensten Punkten des Zuschauer-Raums aus erfolgt.

In dieser Hinsicht ist die Anordnung des Zuschauer-Raums im Wagner-Theater zu Bayreuth günstiger als diejenige der übrigen Theater, in welchen die Sitze sowohl zu ebener Erde, als auch in mehreren Logen-Reihen über einander angeordnet sind, während im Wagner-Theater die Sitze, nach dem Vorbild der antiken Amphitheater aufsteigen, gleichzeitig sich die Sitzreihen erweitern, ohne dass die gerade Richtung nach der Bühne zu verloren geht; dadurch ist die Anordnung derselben den Gesetzen der Perspektive unterworfen. [1])

Das Bühnenpodium steigt vom Proszenium zum Hintergrunde an, gewöhnlich mit 1 : 24; dies soll verhüten, dass den im Parket sitzenden Zuschauern die Schauspieler, wenn sie eine Stellung im Hintergrunde der Bühne einnehmen, kleiner erscheinen.

Kulissen sind, entweder stehend oder hängend, auf beiden Seiten der Bühne angeordnet. Z. B. ist das neue Theater in Frankfurt a. M. als Bogentheater eingerichtet, so dass die Kulissen nicht senkrecht stehen, sondern hängend Theile eines sogen. ausgeschnittenen Prospekts, eines Bogens werden. Oberhalb derselben sind quer laufende, vertikal aufgehängte Leinwand-Streifen (Soffiten) auf welchen Friese, Decken, Gewölbe, Baumzweige dargestellt werden.

Fig. 82.



Auf dem Hintergrunde einer Dekoration ist die Haupt-Ansicht zum Abschluss der auf den Kulissen gemalten Einzeltheile der Wände enthalten.

Den Gesichtspunkt nimmt man an dem der Bühne gegenüber liegenden Ende des Saals und in einer Höhe an, welche der Augenhöhe eines am Proszenium stehenden Schauspielers gleich ist. Die rechtwinklige Projektion dieses Punktes auf die Bildebene (Vorhang) ist der Verschwindep. für die horizontalen Gesimse der Kulissen, welche rechtwinklig zur Bildebene gerichtet sind. Hierdurch kommen diese aber mit der aufsteigenden Schnittlinie des Podiums mit einer durch die Vorderkanten der Kulissen gelegten vertikalen Ebene in Konflikt, da sie einen höher liegenden Verschwinde-Punkt haben. Indem die Zuschauer geneigt sind, das Bühnenpodium, also auch die genannte Schnittlinie, als horizontal anzunehmen, werden scheinbar alle wirklichen horizontalen Wand-Gesimse nach dem Hintergrunde zu abfallen, was um so auffälliger dann sein wird, wenn sich Personen auf dem Bühnenpodium bewegen. Dieser Missstand lässt sich durch Verdeckung der genannten Schnittlinie beseitigen.

Nach einem Vorschlag von Förg [2]) könnte dies auch dadurch geschehen, dass man die Gesimse parallel zum Bühnen-Fussboden und gleichzeitig die Kulissen nicht parallel zu einander, sondern nach dem Hintergrund zu divergirend aufstellte. Förg machte diese Angaben unter Hinweis auf die geneigte Lage der Gesimse an den oberen Kolonnaden bei der St. Peterskirche zu Rom.

[1]) S. Deutsche Bauzeitg. 1875. S. 1.
[2]) Deutsche Bauztg. 1879 S. 129.

Will man die Bühne nur nach der natürlichen Perspektive einrichten, so hat man auf der Geraden *cp*, Fig. 82, die Tiefe der Bühne anzugeben, indem man das Maass *t* von *c* aus auf der Grundlinie abträgt und unter Benutzung des Distanzp. *d* den Schnittp. *g* auf *cp* bestimmt; *ghik* würde die Grösse des Hintergrundes angeben. Um ein scheinbar grösseres Tiefenmaass zu erzielen, trägt man die beabsichtigte Tiefe, z. B. 2 *t* von *c* aus ab, erhält durch Ziehen der Geraden *zd* den Schnittp. *l* auf *cp* und kann nun die Hintergrund-Grösse *lmnq* bestimmen. Diese entspricht einer Entfernung des Hintergrundes = 2 *t* von der Vorhang-Ebene und kann in der Zeichnung durch die Höhe *tu* und die Breite *xy* angegeben werden. Durch Ziehen der Linien *bt*, *cu* und *fx*, *cy* bestimmt man auf dem im Abstande *t* aufgestellten Hintergrunde die wirkliche Höhe und Breite desselben, welche in der Vorder-Ansicht zu dem Rechteck 1, 2, 3, 4 zusammen gestellt werden können.

Die Buchstaben *bvwc* und *f* 4 3 *c* markiren den Bühnenraum im Durchschnitt und Grundriss. Sollen in diesem Raume Kulissen angeordnet werden, so muss man auf der scheinbaren Länge der Bühne *f* 5 nach der beabsichtigten Zahl der Kulissen gleiche Theile annehmen, z. B. 6 und die Theilp. mit *O'*, verbinden, um in den Schnitten mit der Linie *f* 4 die Stellen der einzelnen Zwischenwände zu erhalten, welche nun auch im Aufriss angegeben werden können.

VIII. Schatten-Konstruktion in perspektiv. Zeichnungen.

Die Begrenzungs-Linien der Schatten konstruirt man entweder in der geometr. Zeichnung und überträgt dieselben nach perspektiv. Gesetzen, oder direkt in das perspektiv. Bild, unter Annahme des Standes des leuchtenden Körpers *S*.

Dieser befindet sich entweder in endlicher oder in unendlicher (sehr weiter) Entfernung von dem beleuchteten Gegenstande; die denselben streifenden Lichtstrahlen bilden in dem 1. Falle einen Lichtkegel, dessen Spitze in *S* liegt, in dem 2. Falle ein Lichtprisma. Der Schnitt des Kegels oder des Prisma's mit einer Fläche giebt den Umriss des Schlagschattens des beleuchteten Körpers auf dieselbe.

a. Zentral-Beleuchtung.

Die erste Art: Zentral-Beleuchtung, welche z. B. durch eine Lampe hervor gebracht wird, wird von den Malern meist angewendet. Bezeichnet *S*, Fig. 83, die Stelle der Lampe, welche nach einem Körper *abcf* Licht sendet, so hat man die Strahlen von *S* nach den obern Ecken *abc* zu ziehen und deren Schnittpunkte mit einer Schatten auffangenden Fläche zu bestimmen. Soll dies z. B. die durch *f* gelegte wagerechte Ebene sein, so muss man *S* und die 3 Punkte *abc* auf diese Ebene projiziren und durch *S'*, *a'*, *b'*, *c'* Strahlen ziehen, welche die Lichtstrahlen in 𝔞, 𝔟, 𝔠 schneiden. Diese Punkte sind die Schlagschatten der oberen Ecken; werden dieselben mit einander und mit *f* verbunden, so erhält man die Schatten der Kanten und in der Figur 𝔞 𝔟 𝔠 *f* den Schlagschatten des Körpers auf die wagerechte Ebene. Aus der Figur ist zu ersehen, dass die Schatten 𝔠 𝔟, bezw. 𝔠 𝔞 dieselben Verschwinde-Punkte wie *cb* und *c'b'*, bezw. *ca* und *c'a'* haben.

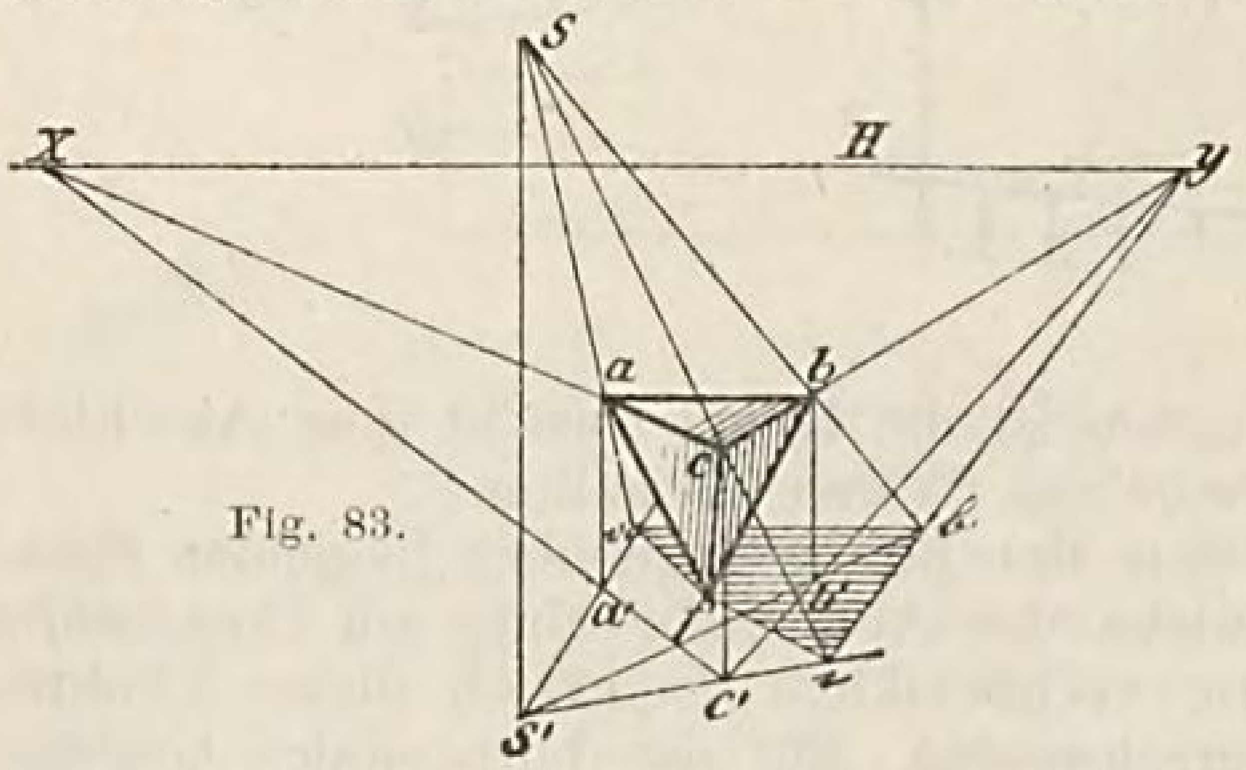


Fig. 83.

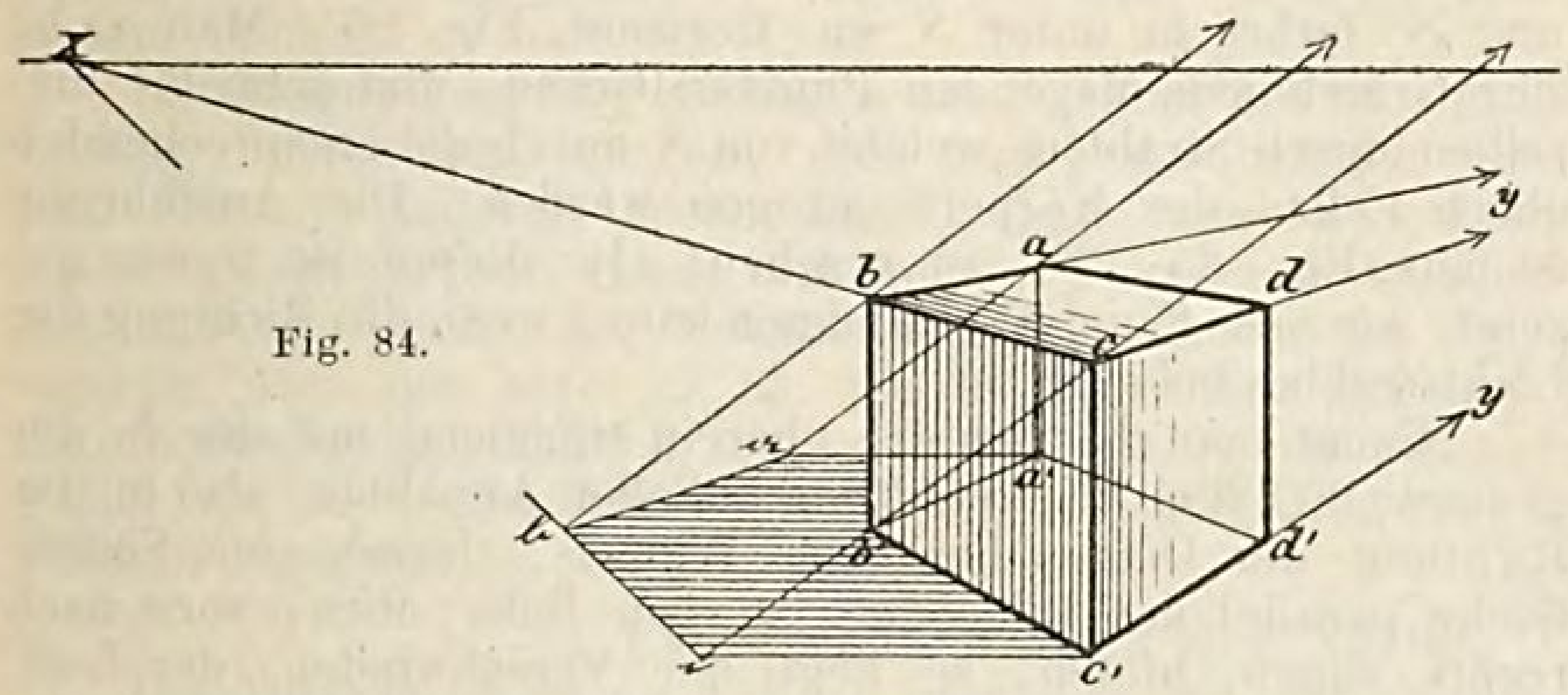
b. Natürliche Beleuchtung.

Die zweite Art, die natürl. Beleuchtung wird vorzugsweise bei Architektur-Darstellungen voraus gesetzt. Hierbei können die Lichtstrahlen als parallele Geraden angenommen werden und haben als solche in der Zeichnung einen Verschwindepunkt *S*. Die Sonne kann in vor, oder hinter der Bildebene stehend angenommen werden; den Verschwindep. der Lichtstrahlen kann man entweder beliebig annehmen, wodurch der Stand der Sonne bestimmt ist, oder man kann denselben aus der in horizontaler und vertikaler Projektion gegebenen Richtung der Lichtstrahlen konstruiren. Steht:

1. die Sonne in der Bildebene,

so sind die Lichtstrahlen und deren horizontale Projektionen der Bildebene parallel.

Letztere sind demnach in der Perspektive der Grundlinie parallel. Um den Schlagschatten eines Körpers auf der Grundebene zu bestimmen, hat man durch die obern Ecken desselben zu der gegebenen Richtung des Lichtstrahls Parallelen und durch die entsprechenden untern Ecken zu der Grundlinie Parallelen zu ziehen. Durch Verbindung der Schnittp., welche die Schlagschatten der Ecken sind, erhält man die Schattengrenze; Fig. 84.


Fig. 84.

2. Die Sonne steht vor oder hinter der Bildebene.

Bei der Annahme des Sonnenstandes vor der Bildebene liegt der Verschwindep. der Lichtstrahlen unter dem Horizont; über demselben liegt der Verschwindep., wenn die Sonne hinter der Bildebene steht. In vielen Fällen wird der Stand der Sonne vor der Bildebene, links vom Beschauer angenommen.

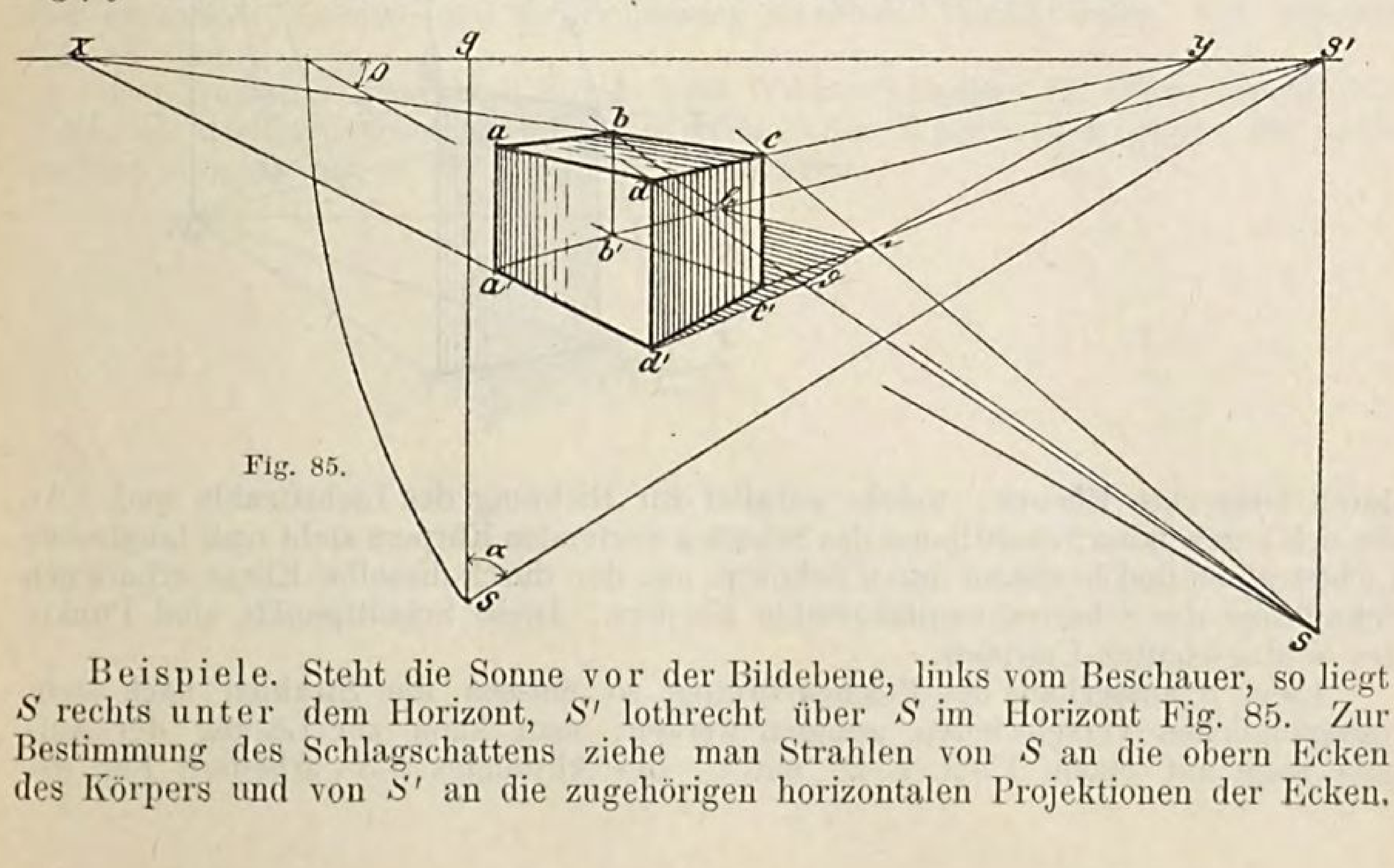
Regeln. 1. Der Schlagschatten einer Geraden auf eine Fläche liegt in der Schnittlinie der in der Richtung der Lichtstrahlen durch sie geführten Schatten-Ebene mit der Fläche.

2. Der Schatten einer Geraden auf eine Ebene ist eine Gerade; er wird bestimmt durch den Schatten zweier Punkte oder durch einen Punkt und den der Schattenlinie zugehörigen Verschwindepunkt.

3. Steht eine Gerade lothrecht auf einer Ebene so liegt der Schatten der Geraden auf die Ebene in der Richtung der Projektionen der Lichtstrahlen.

4. Ist eine Gerade parallel zu einer Ebene, so ist ihr Schatten auf diese Ebene parallel und gleich der Geraden.

Andeutung der Lösung. Ist die Schatten-Grenze eines Körpers auf der Grundebene zu bestimmen, so muss man, wie vorstehend ausgeführt, die Schnittp. der durch die Ecken gelegten Lichtstrahlen mit der Grundebene bestimmen. Am einfachsten sind diese unter Zuhülfenahme der horizontalen Projektionen der Lichtstrahlen zu erlangen. Diese haben ebenfalls einen Verschwindep. S', der im Horizont lothrecht über oder unter dem Verschwindep. der Lichtstrahlen liegt, je nachdem die Sonne vor oder hinter der Bildebene steht.


Fig. 85.

Beispiele. Steht die Sonne vor der Bildebene, links vom Beschauer, so liegt S rechts unter dem Horizont, S' lothrecht über S im Horizont Fig. 85. Zur Bestimmung des Schlagschattens ziehe man Strahlen von S an die obern Ecken des Körpers und von S' an die zugehörigen horizontalen Projektionen der Ecken.

In den Schnitten entsprechender Geraden erhält man die Schatten der obern Punkte, welche zur Bestimmung der Schatten-Grenze verbunden werden.

Steht die Sonne hinter der Bildebene, links vom Beschauer, so liegt S links über dem Horizont und S' lothrecht unter S im Horizont, Fig. 86. Man ziehe von S' nach den in der Grundebene liegenden Punkten Gerade und schneide dieselben durch Strahlen, welche von S durch die entsprechenden obern Ecken des Körpers gezogen werden. Die Ausführung ist aus Fig. 85, 86 zu ersehen. In diesen ist ferner gezeigt, wie man S und S' bestimmen kann, wenn die Richtung der Lichtstrahlen bekannt ist.



Nimmt man die Strahlen überein stimmend mit der in der geometr. Schatten- Konstruktion üblichen Annahme, also in der Richtung der Diagonalen eines Würfels, dessen eine Seitenfläche parallel der Bildebene ist, von links oben, vorn nach rechts unten, hinten, so liegt der Verschwindep. der horizontalen Projektionen der Strahlen in dem rechts vom Zentralp. liegenden Distanzp. und derjenige der Strahlen liegt lothrecht unter demselben in einem Abstande gleich der Distanz.

Ist der Schlagschatten, den ein Körper auf einen andern Körper wirft, zu bestimmen, so schneide man die beiden Körper

Fig. 86.

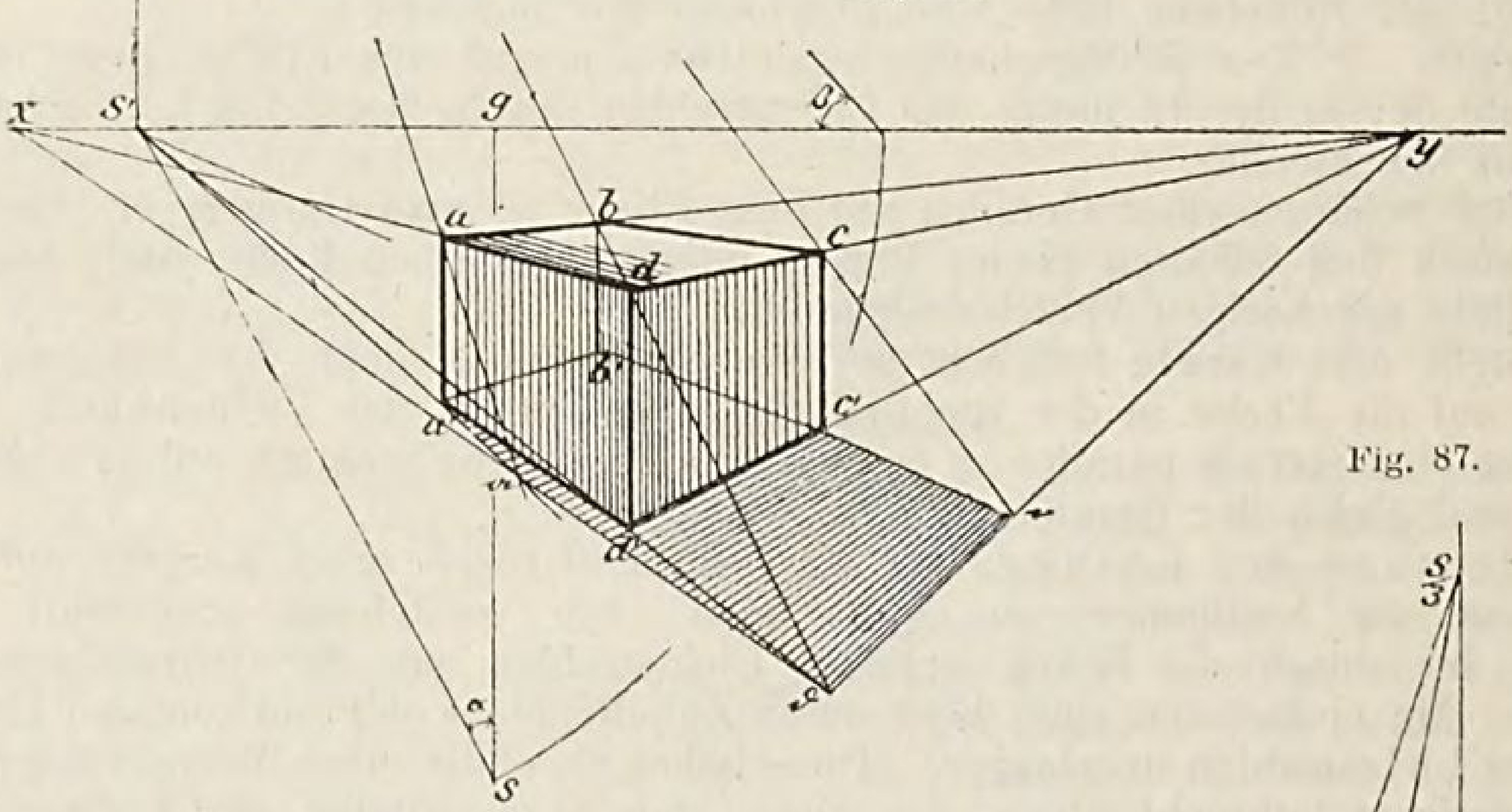
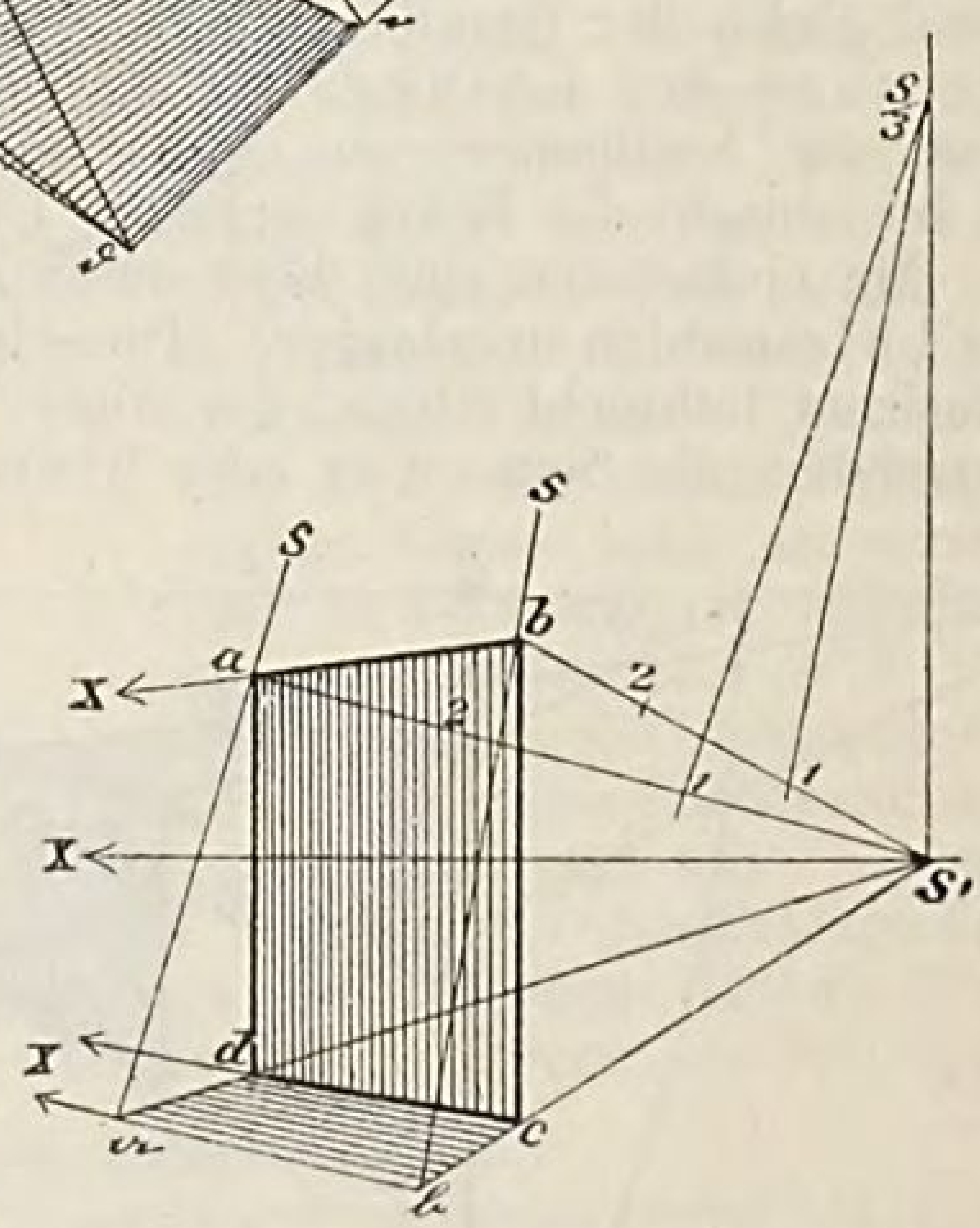


Fig. 87.



durch lothrechte Ebenen, welche parallel zur Richtung des Lichtstrahls sind. An die sich ergebenden Schnittlinien des Schatten werfenden Körpers zieht man tangirende Lichtstrahlen und bestimmt deren Schnittp. mit der durch dieselbe Ebene erhaltenen Schnittlinie des Schatten empfangenden Körpers. Diese Schnittpunkte sind Punkte des Schlagschatten-Umrisses.

Liegt S ausserhalb des Zeichen-Brettes, so müssen die Strahlen nach dem unzugänglichen Verschwindep. gezogen werden; man kann zur Lösung der Aufgabe auch mit einem Theil z. B. mit $^1/_3$ des Abstandes $S\,S'$ arbeiten; Fig. 87.

Theile bS' in 3 gleiche Theile, verbinde den Punkt 1 mit $\frac{S}{3}$, so ist der durch b zu legende Strahl parallel zu diesen Geraden. In gleicher Weile verfährt man für andere Punkte.

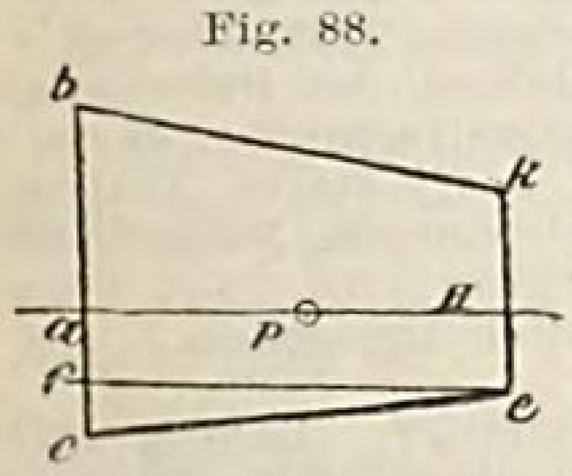
Im übrigen mag hier nochmals ausdrücklich auf die im Eingange kurz berührte Lösung hingewiesen werden, dass man jede Aufgabe der perspektiv. Schatten-Konstruktion dadurch lösen kann, dass man die Schatten-Konstruktion zunächst geometrisch (nach orthogonaler Projektion) ausführt und die so erlangten Bestimmungs-Stücke der Schatten-Figuren alsdann in die perspektiv. Zeichnung umsetzt, nach den unter II. (S. 376 ff.) gegebenen Regeln. Indess ist diese Verfahrungsweise umständlich und nur räthlich, wenn es sich um sehr schwierige Fälle, wie z. B. die Konstruktion von Schlagschatten auf runden oder geneigten Flächen handelt.

IX. Zeichnen nach der Natur.

Die Distanz ist so zu wählen, dass man ein darzustellendes Gebäude — ohne den Kopf bewegen zu müssen —, mit einem Blick übersehen kann; die Grenzen der Zeichnung können leicht fest gestellt werden. Zur Bestimmung des Horizonts und des Zentralp. hält man mit ausgestrecktem Arm ein dünnes, flaches Lineal, welches in Millimeter eingetheilt ist, wagerecht so vor das Auge, dass man weder Unter- noch Aufsicht auf die Fläche des Lineals hat.

Der Anfänger steckt am besten einen Stock so weit vom Auge ab, als er den Arm ausstrecken kann, vor sich in die Erde, um das Lineal anhalten zu können. Auf dem durch dasselbe bezeichneten Horizont merkt man die Lage des Zentralp. p, welche durch einen in normaler Richtung vom Auge gegen den Horizont gehaltenen Bleistift bestimmt werden kann, sowie den Abstand dieses Punktes von einer lothrechten Kante.

Fig. 88.



In der Zeichnung (Fig. 88) giebt man den Horizont, den Punkt p und die lothrechte Kante an. Die Grösse der über und unter dem Horizont sichtbaren Kantenstücke ab und ac bestimmt man durch Abschätzen auf dem lothrecht gehaltenen Lineal. Soll nun eine andere lothrechte Kante gezeichnet werden, so hält man das Lineal wagerecht, so dass der untere Punkt e eben sichtbar bleibt und merkt den Schnittp. f dieser Wagerechten mit bc, sowie die Grösse des Abstandes ef.

Die abgeschätzten Maasse ef und af werden in die Zeichnung übertragen und wird durch e eine Lothrechte als Bild der Kante gezeichnet; die Grösse ek derselben wird abgeschätzt u. s. w. Vorab überträgt man die scheinbaren Grössen der Hauptkanten und hierauf diejenigen der Einzelnheiten, wobei die Kenntniss der perspektiv. Gesetze und die Benutzung einzelner Verschwindep. von grossem Nutzen sind.

Der Anfänger kann auch durch eine Winkel-Schmiege (2 dünne Lineale von Holz, die drehbar verbunden sind) die Winkel der Wagerechten gegen die Lothrechten messen und in die Zeichnung übertragen.

IV.

Resultate aus der reinen Mathematik.

Bearbeitet von **F. Posern**, Reg.-Baumeister zu Berlin.

Litteratur.

Die Zahl der brauchbaren Hand- und Lehrbücher ist sehr gross; es haben daher nur einige der verbreitetsten hier Aufnahme gefunden.

Für das **Gesammt-Gebiet** der nachstehenden Sammlung von Resultaten vergl. man:

Schloemilch. Handbuch der Mathematik; unter Mitwirkung von Reidt und Heger. Breslau 1880/81, Trewendt. (Dasselbe ist vorwiegend zu Grunde gelegt.)

Für **Elementar-Mathematik:**

Aschenborn. Lehrbuch der Arithmetik, Algebra und Geometrie. Berlin 1867, 1873, Decker. — Baltzer. Elemente der Mathematik. Leipzig 1875, Hirzel. — Reidt. Elemente der Mathematik. Berlin 1881, Grote.

Für **Höhere Analysis** und deren Anwendungen:

Autenheimer. Elementarbuch der Differential- und Integralrechnung. Weimar 1875, Voigt. — Cournot. Theorie der Funktionen; deutsch von Schnuse, Darmstadt 1845. — Duhamel. Lehrbuch der Differential- u. Integralrechnung; deutsch von Wagner, Braunschweig 1855, Vieweg. — Külp. Differential- u. Integralrechnung. Darmstadt. — Minding. Handbuch der Differential- u. Integralrechnung. Berlin. — Navier. Lehrbuch der Differential- u. Integralrechnung; deutsch von Wittstein, Hannover 1875, Hahn. — Schloemilch. Kompendium der höheren Analysis. Braunschweig 1874, 1881, Vieweg. — Tellkampf. Grundzüge der höheren Mathematik. Hannover 1872. —

Einige Spezialwerke sind in Fussnoten etc. zu den einzelnen Abschnitten angegeben.

Für **Geschichte der Mathematik:**

Hankel. Zur Geschichte der Mathematik im Alterthum und Mittelalter. Leipzig 1874, Teubner. — Cantor. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Leipzig 1882, Teubner.

Formel-Sammlungen:

Hütte. Ingenieurs Taschenbuch. Berlin, Ernst & Korn. — Ligowski. Taschenbuch für Mathematik. Berlin, Ernst & Korn. — Lacroix. *Carnet de l'ingénieur*, Paris.

Aufgaben-Sammlungen:

Bardey. Aufgaben-Sammlung über alle Theile der Elementar-Mathematik. Leipzig 1882, Teubner. — Bardey. Algebraische Gleichungen. Leipzig 1883, Teubner. — Heis. Sammlung von Beispielen aus der Arithmetik und Algebra. Köln 1883, Dumont-Schauberg. — Meier-Hirsch. Sammlung von Beispielen und Aufgaben aus der Buchstaben-Rechnung und Algebra. Berlin 1881, Dunker. — Reidt. Planimetrische Aufgaben. Breslau 1882, Trewendt. — Reidt. Sammlung von Aufgaben und Beispielen aus der Trigonometrie. Leipzig 1877, Teubner. — Lieblein. Sammlung von Aufgaben aus der algebraischen Analysis. Prag, Satow. — Schloemilch. Uebungsbuch zum Studium der höhern Analysis. Leipzig 1882, Teubner. — Sohnke. Sammlung von Aufgaben aus der Differential- und Integralrechnung. Halle 1875/77, Schmidt.

Logarithmen-Tafeln:

Vega. Logarithmisch-trigonometrisches Handbuch (7stellig). Berlin 1883, Weidmann. — Schroen. Siebenstellige gemeine Logarithmen. Braunschweig 1882, Vieweg. — Bremiker. Logarithm.-trigonometr. Handbuch (6stellig). Berlin 1883, Nikolai. — Schloemilch. Fünfstellige logarithm.-trigonometr. Tafeln. Braunschweig 1882, Vieweg. — Albrecht. Logarithm.-trigonometr. Tafeln (5stellig). Berlin 1884, Stankiewicz. — Rühlmann. Logarithm.-trigonometr. und andere nützliche Tafeln. Leipzig 1883, Arnold.

Vorbemerkung.

Es werden in diesem Abschnitt folgende Bezeichnungen durchgängig gebraucht werden:

ln = natürlicher Logarithmus.

lg = gemeiner Logarithmus.

lg_a = Logarithmus nach der Basis a.

$\binom{n}{p}$ = p^{ter} Binomial-Koeffizient der Potenz n.

$F(x)$, $f(x)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$ etc. = Funktion von x.

$df(x, y, z\,..)$ = vollständiges Differential.

$\frac{\partial f(x, y, z\,..)}{\partial x}\,dx$ = partielles Differential nach x.

$f'(x)$; $f''(x)$; $f'''(x)$; $f^{IV}(x)$ u. s. w. = 1., 2., 3., 4. u. s. w. Abgeleitete.

A. Arithmetik und Algebra.

I. Reihen.

a. Einfache arithmetische Reihen.

Für die arithmetische Reihe: $a,\ a+d,\ a+2d,\ a+nd \ldots\ldots$ ist:

1. das nte Glied $u = a + (n-1)\,d$
2. die Summe der n ersten Glieder $S = \frac{2a + (n-1)\,d}{2}\,n = \frac{a+u}{2}\,n$

Hieraus ergiebt sich der Satz:

Die Summe einer einfachen arithmetischen Reihe ist gleich dem arithm. Mittel aus dem ersten und letzten Gliede, multiplizirt mit der Anzahl der Glieder der Reihe.

Beispiel. Die Geschwindigk. eines fallenden Körpers ist zur Zeit $t_0 = v$; welches ist die Endgeschwindigkeit nach weitern t Sek. und der in der Zeit t zurück gelegte Weg, wenn g die Beschleunigung der Schwere.

Aus (1) folgt $v_1 = v + gt$; aus (2) $s = vt + \frac{gt^2}{2}$

b. Höhere arithmetische Reihen.

Ist: $a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \ldots\ldots\ldots$ eine höhere arithm. Reihe

$\triangle(a_0) \quad \triangle(a_1) \quad \triangle(a_2) \quad \triangle(a_3) \ldots\ldots\ldots$ ihre 1te } Differenz-Reihe

$\triangle_2(a_0) \quad \triangle_2(a_1) \quad \triangle_2(a_2) \ldots\ldots\ldots\ldots$ ihre 2te } Differenz-Reihe

u. s. w.

so ist das $n+1$te Glied der Hauptreihe:

1. $a_n = a_0 + n\triangle(a_0) + \frac{n(n-1)}{1\,.\,2}\triangle_2(a_0) + \frac{n(n-1)(n-2)}{1\,.\,2\,.\,3}\triangle_3(a_0) + \ldots\ldots$

und die Summe der n ersten Glieder von a_0 bis a_{n-1}

2. $S = na_0 + \frac{n(n-1)}{1\,.\,2}\triangle a_0 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1\,.\,2\,.\,3}\triangle_2(a_0) + \ldots\ldots$

Ist die Reihe von der kten Ordnung, so schliesst sowohl die Formel für a_n als auch die für S mit dem Gliede ab, welches $\triangle_k(a_0)$ enthält. — Die Gl. (1) dient auch zum Interpoliren zwischen die Glieder einer gegebenen Reihe für gebrochene Werthe von n.

Beispiel. Es sei *cotg.* 5° 42′ 14,4″ zu berechnen, wenn aus Tabellen die Werthe der *cotg.* für volle Minuten zu entnehmen sind. Die Reihe der bezügl. Werthe kann als eine höhere arithmet. Reihe angesehen werden und man erhält:

	$\triangle$	$\triangle_2$	$\triangle_3$
$a_0 = cotg\ 5^0\ 42' = 10{,}01871$	$-0{,}02940$	$+0{,}00016$	$+0{,}00002$
$a_1 = \quad 43' = 9{,}98931$	$-0{,}02924$	$+0{,}00018$	
$a_2 = \quad 44' = 9{,}96007$	$-0{,}02906$		
$a_3 = \quad 45' = 9{,}93101$			

Die Einheit für n ist hier $= 60$, also ist für das zwischen a_0 und a_1 zu interpolirende Glied $n = \frac{14{,}4}{60} = 0{,}24$; sonach: $a_n = 10{,}01871 - 0{,}24\,.\,0{,}02940 - 0{,}12\,.\,0{,}76\,.\,0{,}00016 = 10{,}01164$, da alle höhern Differenzen als $\triangle_2(a_0)$ vernachlässigt werden können.

c. Geometrische Reihen (Progressionen).

Für die geometrische Reihe $a,\ ax,\ ax^2\ ax^3 \ldots\ldots$ ist:

1. das nte Glied . $u = ax^{n-1}$
2. die Summe der n ersten Glieder $S = a\,\frac{x^n - 1}{x - 1}$
3. Ist $n = \infty$ und x ein echter Bruch, so ist die Summe der Reihe eine endliche bestimmte Grösse und zwar: $S = \frac{a}{1-x}$

d. Einige besondere Reihen.

1. $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots\ldots n = \frac{n\,(n+1)}{2}$
2. $p + (p+1) + (p+2) + \ldots\ u = \frac{(u+p)\,(u-p+1)}{2}$
3. $2 + 4 + 6 + 8 + \ldots\ldots\ 2n = n\,(n+1)$
4. $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots\ldots 2n - 1 = n^2$
5. $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots\ldots n^2 = \frac{n\,(n+1)\,(2n+1)}{1\,.\,2\,.\,3}$

In Gleich. (2) bezeichnet u den Werth des letzten Gliedes, in den übrigen Gl. (1 u. 3—7) n dagegen eine Stellenzahl.

6. $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots\ldots n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{1.2}\right]^2$

7. $1^4 + 2^4 + 3^4 + 4^4 + \ldots\ldots n^4 = \frac{n^5}{5} + \frac{n^4}{2} + \frac{n^3}{3} - \frac{n}{30}$

Für den Fall, dass die Anzahl der Glieder $= \infty$ wird:

8. $1^m + 2^m + 3^m + 4^m \ldots\ldots n^m = \frac{n^{m+1}}{m+1}$

e. Binomische Reihe.

1. $(a \pm b)^n = a^n \pm a n^{n-1} b + \frac{n(n-1)}{1.2} a^{n-2} b^2 \pm \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2\quad 3} a^{n-3} b^3 + \ldots$

Die allgem. Form des pten Binomial-Koeffizienten ist:

2. $\frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-p+1)}{1.2.3\ldots\ldots p} = \binom{n}{p}$ oder auch $(n)_p$

Die wichtigsten Eigenschaften der Binomial-Koeffizienten sind:

3. $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$ 4. $\binom{n+1}{p} = \binom{n}{p} + \binom{n}{p-1}$

Nach (4) können die Binomial-Koeffizienten für eine beliebige Potenz durch Addition aus denjenigen der vorher gehenden Potenz berechnet werden; man erhält dabei das sogen. Pascal'sche Dreieck:

$n = 0.$	1
1.	1 1
2.	1 2 1
3.	1 3 3 1
4.	1 4 6 4 1
5.	1 5 10 10 5 1
6.	1 6 15 20 15 6 1
7.	1 7 21 35 35 21 7 1

f. Transzendente Reihen.

1. $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots\ldots$

2. $a^x = 1 + \frac{(ln\,a)^1}{1!} x + \frac{(ln\,a)^2}{2!} x^2 + \frac{(ln\,a)^3}{3!} x^3 + \ldots$

3. $ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots$

4. $ln\frac{1+x}{1-x} = 2\left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \ldots\right)$

5. $ln\frac{x+1}{x-1} = 2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + \ldots\right)$

6. $e = 2,\ 718\ 281\ 828\ 459$

7. $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots$

8. $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots$

9. $\mathrm{arctang}\,x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \ldots$

10. $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots$

11. $\frac{\pi}{2} = \frac{2.2}{1.3}\,\frac{4.4}{3.5}\,\frac{6.6}{5.7}\,\frac{8.8}{7.9}\ldots$ (Formel v. Wallis)

12. $\pi = 3,\ 141\ 592\ 653\ 589\ 793.$

g. Konvergenz der Reihen.

1. Eine unendliche Reihe mit regelmässigem Zeichenwechsel ist konvergent, wenn die absoluten Werthe der Glieder von einer bestimmten Stelle an bis zu der Grenze o abnehmen.

2. Ist eine Reihe von der allgemeinen Form:

$q_1 + q_2 + q_3 + \ldots\ldots q_n$ gegeben so gilt die Regel:

Wenn $\lim.\frac{q_{m+1}}{q_m} < 1$ so konvergirt die Reihe;

„ $\lim.\frac{q_{m+1}}{q_m} > 1$ so divergirt die Reihe;

„ $\lim.\frac{q_{m+1}}{q_m} = 1$ so ist eine besondere Untersuchung erforderlich. In den meisten Fällen führt die Anwendung des folgenden Satzes zum Ziele:

Für $\lim.\ m\left(1 - \frac{q_{m+1}}{q_m}\right) > 1$ konvergirt die Reihe,

„ $\lim:\ m\left(1 - \frac{q_{m+1}}{q_m}\right) < 1$ divergirt die Reihe

Beispiel. Gegeben sei die Reihe:

$\frac{x}{1} + \frac{1}{2}\cdot\frac{x^3}{3} + \frac{1.3}{2.4}\cdot\frac{x^5}{5} + \frac{1.3.5}{2.4.6}\cdot\frac{x^7}{7} + \ldots;$

man erhält: $\lim. \frac{q_{m+1}}{q_m} = \lim. \frac{(2m-3)^2}{(2m-3)(2m-1)} x^2 = \lim. \frac{\left(2-\frac{3}{m}\right)^2}{\left(2-\frac{3}{m}\right)\left(2-\frac{1}{m}\right)} x^2 = x^2.$

Ist $x < 1$ so konvergirt die Reihe; ist $x > 1$ so divergirt dieselbe. Für $x = 1$ untersucht man

$$\lim. m\left(1-\frac{q_{m+1}}{q_m}\right) = \lim. \frac{m(6m-7)}{(2m-2)(2m-1)} = \lim. \frac{\left(6-\frac{7}{m}\right)}{\left(2-\frac{2}{m}\right)\left(2-\frac{1}{m}\right)} = \frac{3}{2} > 1$$

Die vorgelegte Reihe ist also für den Werth $x = 1$ konvergent.

h. Interpolation.

Es sei $y = f(x)$ eine eindeutige Funktion von x, welche mit ihren Ableitungen innerhalb der betrachteten Intervalle stetig veränderlich bleibt. Die Form der $f(x)$ sei unbekannt.

Man kenne eine Reihe von Werthen $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$
und die denselben entsprechenden Werthe $y_1, y_2, y_3 \ldots y_n$.

Für ein x, welches in der Nähe von $x_1, x_2, x_3 \ldots$ liegt, findet man näherungsweise das zugehörige y nach der Formel von Lagrange:

$$y = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + \ldots\ldots A_n y_n$$

worin zu setzen:

$$A_1 = \frac{(x-x_2)\,(x-x_3)\ldots(x-x_n)}{(x_1-x_2)\,(x_1-x_3)\ldots(x_1-x_n)};\quad A_2 = \frac{(x-x_1)\,(x-x_3)\ldots(x-x_n)}{(x_2-x_1)\,(x_2-x_3)\ldots(x_2-x_n)};$$

$$A_n = \frac{(x-x_1)\,(x-x_2)\ldots(x-x_{n-1})}{(x_n-x_1)\,(x_n-x_2)\ldots(x_n-x_{n-1})}$$

Beispiel: Es seien für eine Kurve, deren Gleichung unbekannt ist, gemessen:

$$\begin{matrix} x = 1 & 3 & 4 & 6 \\ y = 4 & 20 & 35 & 84 \end{matrix};\ \text{man erhält:}$$

$$y = \frac{(x-3)(x-4)(x-6)}{(1-3)(1-4)(1-6)} 4 + \frac{(x-1)(x-4)(x-6)}{(3-1)(3-4)(3-6)} 20 + \frac{(x-1)(x-3)(x-6)}{(4-1)(4-3)(4-6)} 35 +$$
$$+ \frac{(x-1)(x-3)(x-4)}{(6-1)(6-3)(6-4)} 84 \text{ oder: } y = \frac{1}{6}(x^3 + 6x^2 + 11x + 6)$$

durch welche Beziehung näherungsweise die Gleichung der Kurve zwischen den beobachteten Abszissen-Werthen gegeben ist.

II. Zinseszinsen- und Renten-Rechnung.

Es bezeichnen: K_0 das Anfangs-Kapital, p die jährlichen Zinsen von 1, (z. B. $p = 0{,}05$), K_t den Endwerth des Kapitals nach t Jahren; ferner werde gesetzt: $1 + p = q$ (Diskont-Faktor). Es ist:

1. Wenn die Zinsen am Ende jedes Jahres zum Kapital geschlagen werden: $K_t = K_0\, q^t$
2. „ „ „ in jedem Zeit-Element dt „ „ „ „ $K_t = K_0\, e^{tp}$
3. Wird am Ende eines jeden Jahres ein konstanter Betrag r zum Kapital hinzu gefügt oder fort genommen, so wächst das Anfangs Kapital in t Jahren auf die Summe: $K_t = K_0\, q^t \pm \frac{r\,(q^t - 1)}{p}$
4. Das Kapital K_0 erreicht diesen Betrag K_t in Jahren: $t = \frac{lg(p\,K_t \pm r) - lg(p\,K_0 \pm r)}{lg\, q}$
5. Für den speziellen Fall, dass r negativ und grösser als die jährlichen Zinsen des Kapitals ist, wird das Kapital K_0 aufgezehrt nach Jahren: $t = \frac{lg\, r - lg\,(r - p\,K_0)}{lg\, q}$
6. Soll eine Rente r für die folgenden n Jahre gekauft werden, so hat man dafür zu zahlen: $K = \frac{r\,(q^n - 1)}{p\, q^n}$

III. Kombinatorik.

a. Permutationen.

1. Zahl der Permutationen von n ungleichen Elementen $= 1 \,.\, 2 \,.\, 3 \ldots\ldots n = n!$

2. Zahl der Permutationen von n Elementen, worunter p von gleicher Art sind: $= \frac{n!}{p!} = (p+1)(p+2)\ldots\, n$

3. Zahl der Permutationen von n Elem., worunter $n - m$ der einen und m der andern Art sind: $= \frac{n!}{m!\,(n-m)!} = \binom{n}{m} = \binom{n}{n-m}$

4. Zahl der Permutationen von n Elementen, worunter je p, q, r gleicher Art sind: $= \frac{n!}{p!\,q!\,r!}$

Beispiel 1. Die Permutationen aus den 3 Elementen a, b, c sind:

abc	bac	cab
acb	bca	cba

Beispiel 2. Die Permutationen aus den 4 Elementen $aabc$ sind:

$aabc$	$abac$	$acab$	$baac$	$bcaa$	$caab$	$cbaa$
$aacb$	$abca$	$acba$	$baca$		$caba$	

b. Variationen und Kombinationen.

1. Zahl der Variationen zur pten Klasse für n Elemente mit Wiederholungen $= n r$
2. Dsgl. ohne Wiederholungen $= n(n-1)(n-2)\ldots.(n-p+1)$
3. Zahl der Kombinationen zur pten Klasse mit n Elementen ohne Wiederhol. $\Big\} = \dfrac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-p+1)}{1 \quad 2 \quad 3 \quad \ldots \quad p} = \dbinom{n}{p}$
4. Desgl. mit Wiederholungen $= \dfrac{n(n+1)(n+2)\ldots.(n+p-1)}{1.2.\ 3\ldots\ldots\ldots.p}$

Bemerk. Man variirt und kombinirt ohne oder mit Wiederholungen, je nachdem dasselbe Element in eine Komplexion nur ein Mal oder wiederholt eingeführt werden darf. Für die 3 Elemente a, b, c erhält man z. B. folgende Variationen und Kombinationen 2ter Klasse:

Variationen mit Wiederholungen:	$aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc.$
Dsgl. ohne "	$ab, ac, ba, bc, ca, cb.$
Kombinationen mit "	$aa, ab, ac, bb, bc, cc.$
Dsgl. ohne "	$ab, ac, bc.$

IV. Determinanten.

Litteratur: Baltzer. Theorie u. Anwendung der Determinanten. Leipzig 1881, Hirzel. — Günther. Lehrbuch der Determinanten-Theorie. Erlangen 1875, Beisold.

1. Eine Determin. von n Zeilen u. n Kolonnen (n^2 Elementen) ist vom nten Grade.

2. Die allgemeine Form der Determinanten ist:

$$\begin{vmatrix} a_1^1\, a_1^2\, a_1^3\, a_1^4 \ldots\ldots a_1^n \\ a_2^1\, a_2^2\, a_2^3\, a_2^4 \ldots\ldots a_2^n \\ a_3^1\, a_3^2\, a_3^3\, a_3^4 \ldots\ldots a_3^n \\ \vdots \\ a_n^1\, a_n^2\, a_n^3\, a_n^4 \ldots\ldots a^n_n \end{vmatrix} = \Sigma \pm a_1^1 a_2^2 a_3^3 \ldots. a_n^n$$

3. Eine Determinante wird aufgelöst, indem man als 1tes Glied der Auflösung die vom 1ten Element der 1ten bis zum letzten Element der letzten Zeile gehende Diagonal-Reihe bildet und die übrigen Glieder durch Permutation der untern oder obern Indizes ableitet.

4. Die Determinante nten Grades enthält in ihrer Auflösung $n!$ Glieder, welche zur Hälfte positiv und zur Hälfte negativ sind, je nachdem die Zahl der Inversionen in der Permutation der Indizes gerade oder ungerade ist.

Eine Inversion bildet jedes Elementen-Paar des Gliedes, in welchem ein dem zu permutirenden Index nach höheres Element einem niedern vorauf geht. (Das Glied $- a_2^1 a_5^2 a_3^3 a_1^4 a_4^5$ enthält z. B. 5 Inversionen der untern, zu permutirenden Indizes: $a_2^1 a_1^4$, $a_5^2 a_3^3$, $a_5^2 a_1^4$, $a_5^2 a_4^5$, $a_3^3 a_1^4$, ist also negativ.

5. Die Berechnung einer Determinante vom nten Grade kann auch erfolgen indem man sie in n Unter-Determinanten vom $(n-1)$ten Grade zerlegt; die allgemeine Form dieser Auflösung ist:

$$R = a_1^k A_1^k + a_2^k A_2^k + \ldots. a_i^k A_i^k + \ldots.. a_n^k A_n^k \text{ oder:}$$

$$R = a_i^1 A_i^1 + a_i^2 A_i^2 + \ldots. a_i^k A_i^k + \ldots.. a_i^n A_i^n$$

Die Unter-Determinante ist positiv oder negativ, je nachdem $i + k$ gerade oder ungerade ist. Die Unter-Determinante zu Element a_i^k wird erhalten, wenn man in der ursprünglichen Determinante die ite Zeile und die kte Kolonne streicht.

$$\begin{vmatrix} a_1^1\, a_1^2 \\ a_2^1\, a_2^2 \end{vmatrix} = \Sigma \pm a_1^1 a_2^2 = a_1^1 a_2^2 - a_2^1 a_1^2$$

$$\begin{vmatrix} a_1^1\, a_1^2\, a_1^3 \\ a_2^1\, a_2^2\, a_2^3 \\ a_3^1\, a_3^2\, a_3^3 \end{vmatrix} = \Sigma \pm a_1^1 a_2^2 a_3^3 = a_1^1 \begin{vmatrix} a_2^2\, a_2^3 \\ a_3^2\, a_3^3 \end{vmatrix} - a_2^1 \begin{vmatrix} a_1^2\, a_1^3 \\ a_3^2\, a_3^3 \end{vmatrix} + a_3^1 \begin{vmatrix} a_1^2\, a_1^3 \\ a_2^2\, a_2^3 \end{vmatrix}$$

6. In einer Determinante kann man die Zeilen mit den Kolonnen vertauschen.

$$\begin{vmatrix} a_1^1\, a_1^2 \\ a_2^1\, a_2^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1^1\, a_2^1 \\ a_1^2\, a_2^2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a_1^1\, a_1^2\, a_1^3 \\ a_2^1\, a_2^2\, a_2^3 \\ a_3^1\, a_3^2\, a_3^3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1^1\, a_2^1\, a_3^1 \\ a_1^2\, a_2^2\, a_3^2 \\ a_1^3\, a_2^3\, a_3^3 \end{vmatrix}$$

7. Vertauscht man in einer Determinante 2 Zeilen oder 2 Kolonnen mit einander, so ist die neue Determinante gleich der ersten mit entgegen gesetztem Zeichen.

$$\begin{vmatrix} a_1^1\, a_1^2\, a_1^3 \\ a_2^1\, a_2^2\, a_2^3 \\ a_3^1\, a_3^2\, a_3^3 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_1^1\, a_1^2\, a_1^3 \\ a_3^1\, a_3^2\, a_3^3 \\ a_2^1\, a_2^2\, a_2^3 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_1^2\, a_1^1\, a_1^3 \\ a_2^2\, a_2^1\, a_2^3 \\ a_3^2\, a_3^1\, a_3^3 \end{vmatrix}$$

8. Sind in einer Determinante die Elemente zweier Zeilen oder zweier Kolonnen entsprechend gleich, so ist sie $= 0$.

$$\begin{vmatrix} a_1{}^1 & a_1{}^2 & a_1{}^3 \\ a_1{}^1 & a_1{}^2 & a_1{}^3 \\ a_3{}^1 & a_3{}^2 & a_3{}^3 \end{vmatrix} = 0 \qquad \begin{vmatrix} a_1{}^1 & a_1{}^1 & a_1{}^3 \\ a_2{}^1 & a_2{}^1 & a_2{}^3 \\ a_3{}^1 & a_3{}^1 & a_3{}^3 \end{vmatrix} = 0.$$

9. Sind alle Elemente einer Zeile oder Kolonne mit Ausnahme eines einzigen $= 0$, so reduzirt sich die Determinante auf das Produkt dieses einen Elements mit der zu ihm gehörigen Unter-Determinante.

$$\begin{vmatrix} a_1{}^1 & 0 & 0 \\ a_2{}^1 & a_2{}^2 & a_2{}^3 \\ a_3{}^1 & a_3{}^2 & a_3{}^3 \end{vmatrix} = a_1{}^1 \begin{vmatrix} a_2{}^2 & a_2{}^3 \\ a_3{}^2 & a_3{}^3 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} a_1{}^1 & a_1{}^2 & a_1{}^3 \\ a_2{}^1 & 0 & a_2{}^3 \\ a_3{}^1 & 0 & a_3{}^3 \end{vmatrix} = a_1{}^2 \begin{vmatrix} a_2{}^1 & a_2{}^3 \\ a_3{}^1 & a_3{}^3 \end{vmatrix}$$

10. Kehrt man die Vorzeichen sämmtlicher Elemente irgend einer Zeile oder Kolonne um, so behält die Determinante ihren absoluten Werth und ändert ihr Vorzeichen.

11. Der Werth einer Determinante wird nicht geändert, wenn man zu dem Element einer Zeile oder Kolonne das ihr entsprechende Element einer parallelen Reihe, letztere multiplizirt mit einem und demselben Faktor, addirt oder subtrahirt.

$$\begin{vmatrix} a_1{}^1 & a_1{}^2 & a_1{}^3 \\ a_2{}^1 & a_2{}^2 & a_2{}^3 \\ a_3{}^1 & a_3{}^2 & a_3{}^3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1{}^1 \pm p a_1{}^2 & a_1{}^2 & a_1{}^3 \\ a_2{}^1 \pm p a_2{}^2 & a_2{}^2 & a_2{}^3 \\ a_3{}^1 \pm p a_3{}^2 & a_3{}^2 & a_3{}^3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1{}^1 \pm p a_2{}^1 & a_1{}^2 \pm p a_2{}^2 & a_1{}^3 \pm p a_2{}^3 \\ a_2{}^1 & a_2{}^2 & a_2{}^3 \\ a_3{}^1 & a_3{}^2 & a_3{}^3 \end{vmatrix}$$

12. Eine Determinante wird mit einer Zahl multiplizirt oder dividirt, indem man alle Elemente einer Zeile oder Kolonne mit derselben multiplizirt oder dividirt.

$$v \begin{vmatrix} a_1{}^1 & a_1{}^2 & a_1{}^3 \\ a_2{}^1 & a_2{}^2 & a_2{}^3 \\ a_3{}^1 & a_3{}^2 & a_3{}^3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} pa_1{}^1 & pa_1{}^2 & pa_1{}^3 \\ a_2{}^1 & a_2{}^2 & a_2{}^3 \\ a_3{}^1 & a_3{}^2 & a_3{}^3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} pa_1{}^1 & a_1{}^2 & a_1{}^3 \\ pa_2{}^1 & a_2{}^2 & a_2{}^3 \\ pa_3{}^1 & a_3{}^2 & a_3{}^3 \end{vmatrix}$$

13. $$\begin{vmatrix} a_1{}^1 + b_1{}^1, & a_1{}^2 + b_1{}^2 \\ a_2{}^1 + b_2{}^1 & a_2{}^2 + b_2{}^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1{}^1 & a_1{}^2 \\ a_2{}^1 & a_2{}^2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_1{}^1 & b_1{}^2 \\ b_2{}^1 & b_2{}^2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_1{}^1 & a_1{}^2 \\ b_2{}^1 & a_2{}^2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1{}^1 & b_1{}^2 \\ a_2{}^1 & b_2{}^2 \end{vmatrix}$$

14. $$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 - a & x_2 - a & x_3 - a \\ y_1 - b & y_2 - b & y_3 - b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 - a & y_1 - b \\ 1 & x_2 - a & y_2 - b \\ 1 & x_3 - a & y_3 - b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}$$

15. Multiplikation zweier Determinanten.

$$\begin{vmatrix} a_1{}^1 & a_1{}^2 \\ a_2{}^1 & a_2{}^2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} b_1{}^1 & b_1{}^2 \\ b_2{}^1 & b_2{}^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1{}^1 b_1{}^1 + a_1{}^2 b_1{}^2, & a_1{}^1 b_2{}^1 + a_1{}^2 b_2{}^2 \\ a_2{}^1 b_1{}^1 + a_2{}^2 b_1{}^2, & a_2{}^1 b_2{}^1 + a_2{}^2 b_2{}^2 \end{vmatrix}$$

$$\Sigma \pm a_1{}^1 a_2{}^2 a_3{}^3 \ldots a_n^n \times \Sigma \pm b_1{}^1 b_2{}^2 b_3{}^3 \ldots . b_n^n =$$
$$\Sigma \pm [(a_1{}^1 b_1{}^1 + a_1{}^2 b_1{}^2 + a_1{}^3 b_1{}^3 + \ldots) . (a_2{}^1 b_2{}^1 + a_2{}^2 b_2{}^2 + a_2{}^3 b_2{}^3 + \ldots)$$
$$(a_3{}^1 b_3{}^1 + a_3{}^2 b_3{}^2 + a_3{}^3 b_3{}^3 + \ldots .) \ldots . .]$$

$$\begin{vmatrix} a_1{}^1 & a_1{}^2 & a_1{}^3 \\ a_2{}^1 & a_2{}^2 & a_2{}^3 \\ a_3{}^1 & a_3{}^2 & a_3{}^3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} b_1{}^1 & b_1{}^2 \\ b_2{}^1 & b_2{}^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1{}^1 & a_1{}^2 & a_1{}^3 \\ a_2{}^1 & a_2{}^2 & a_2{}^3 \\ a_3{}^1 & a_3{}^2 & a_3{}^3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & b_1{}^1 & b_1{}^2 \\ 0 & b_1{}^2 & b_2{}^2 \end{vmatrix}$$

V. Gleichungen.

a. Gleichungen 1. Grades.

α. Allgemeine Auflösung.

Ein System von n Gl. mit n Unbekannten gegeben; die allgemeine Form ist:

$$\begin{array}{l} a_1{}^1 x_1 + a_1{}^2 x_2 + a_1{}^3 x_3 + \ldots\ldots a_1{}^k x_k + \ldots\ldots a_1{}^n x_n = c_1 \\ a_2{}^1 x_1 + a_2{}^2 x_2 + a_2{}^3 x_3 + \ldots\ldots a_2{}^k x_k + \ldots\ldots a_2{}^n x_n = c_2 \\ a_3{}^1 x_1 + a_3{}^2 x_2 + a_3{}^3 x_3 + \ldots\ldots a_3{}^k x_k + \ldots\ldots a_3{}^n x_n = c_3 \\ \vdots \\ a_i{}^1 x_1 + a_i{}^2 x_2 + a_i{}^3 x_3 + \ldots\ldots a_i{}^k x_k + \ldots\ldots a_i{}^n x_n = c_i \\ \vdots \\ a_n{}^1 x_1 + a_n{}^2 x_2 + a_n{}^3 x_3 + \ldots\ldots a_n{}^k x_k + \ldots\ldots a_n{}^n x_n = c_n \end{array}$$

Der Werth einer beliebigen Unbekannten ist:

$$x_k = \frac{\Sigma \pm a_1{}^1 a_2{}^2 \ldots\ldots a_{k-1}^{k-1} c_k \, a_{k+1}^{k+1} \ldots . a_n^n}{\Sigma \pm a_1{}^1 a_2{}^2 \ldots\ldots a_{k-1}^{k-1} a_k^k \, a_{k+1}^{k+1} \ldots . a_n^n}$$

Ist ein System von n homogenen Gl. gegeben, für welche also die Glieder ohne Unbekannte $= 0$ sind, so bestehen für die Unbekannten von 0 verschiedene Werthe nur dann, wenn der Bedingung genügt ist:

$$\Sigma \pm a_1{}^1 a_2{}^2 \ldots . a_n^n = 0$$

Denn nur unter Erfüllung dieser Bedingung erscheint die Gl. für x_k unter der unbestimmten Form $\frac{0}{0}$.

Die n homogenen Gl. genügen nicht zur Bestimmung der n Unbekannten, sondern es können nur die Verhältnisse derselben bestimmt werden. Dividirt man die n Gl. durch eine der Unbekannten, so erhält man die $n-1$ neuen Unbekannten: $\frac{x_1}{x_k}, \frac{x_2}{x_k}, \frac{x_3}{x_k} \ldots$ Die n Gl. haben dann n Bedingungen zu genügen, nämlich den $n-1$ Unbekannten und der Bedingung: $\Sigma \pm a_1{}^1 a_2{}^2 \ldots a_n{}^n = 0$.

β. **Mit 2 Unbekannten.**

$$\left.\begin{aligned} a_1{}^1 x_1 + a_1{}^2 x_2 &= c_1 \\ a_2{}^1 x_1 + a_2{}^2 x_2 &= c_2 \end{aligned}\right\} \quad x_1 = \frac{c_1 a_2{}^2 - c_2 a_1{}^2}{a_1{}^1 a_2{}^2 - a_2{}^1 a_1{}^2}; \quad x_2 = \frac{c_2 a_1{}^1 - c_1 a_2{}^1}{a_1{}^1 a_2{}^2 - a_2{}^1 a_1{}^2}$$

γ. **Mit 3 Unbekannten.**

$$\left.\begin{aligned} a_1{}^1 x_1 + a_1{}^2 x_2 + a_1{}^3 x_3 &= c_1 \\ a_2{}^1 x_1 + a_2{}^2 x_2 + a_2{}^3 x_3 &= c_2 \\ a_3{}^1 x_1 + a_3{}^2 x_2 + a_3{}^3 x_3 &= c_3 \end{aligned}\right\} \quad \left\{\begin{aligned} x_1 &= \frac{\Sigma c_1 a_2{}^2 a_3{}^3}{\Sigma a_1{}^1 a_2{}^2 a_3{}^3} \\ x_2 &= \frac{\Sigma a_1{}^1 c_2 a_3{}^3}{\Sigma a_1{}^1 a_2{}^2 a_3{}^3} \\ x_3 &= \frac{\Sigma a_1{}^1 a_2{}^2 c_3}{\Sigma a_1{}^1 a_2{}^2 a_3{}^3} \end{aligned}\right\}$$

Worin z. B. d. Zähler für x_2: $\begin{vmatrix} a_1{}^1 & c_1 & a_1{}^3 \\ a_2{}^1 & c_2 & a_2{}^3 \\ a_3{}^1 & c_3 & a_3{}^3 \end{vmatrix}$

b. Gleichungen 2. Grades.

1. $ax^2 + bx + c = 0; \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Die 2 Werthe für x sind entweder beide imaginär oder beide reell.

2. $\left.\begin{aligned} x \pm y &= s \\ xy &= p \end{aligned}\right\} \quad x = \frac{s + \sqrt{s^2 \mp 4p}}{2}; \quad y = \pm \frac{s - \sqrt{s^2 \mp 4p}}{2}$

c. Gleichungen 3. Grades.

1. Durch Auflösung der Gl. $(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma) = 0$ erhält man eine kubische Gl. von der allgemeinen Form: $x^3 + Ax^2 + Bx + C$.

Jeder der Werthe $\alpha, \beta, \gamma = x$ gesetzt, bringt die Gl. auf 0; die Werthe α, β, γ sind die 3 Wurzeln der Gl.

2. Für die kub. Gl. $x^3 - a^3$ ist $x_1 = a$ eine Wurzel der Gl. Durch Division erhält man aus $\frac{x^3 - a^3}{x - a}$ eine quadratische Gleichung und aus dieser die beiden andern imaginären Wurzeln: $x_1 = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2} a; \; x_2 = \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2} a$.

3. Die vollständige Gl. $Ax^3 \pm Bx^2 \pm Cx \pm D = 0$ lässt sich stets auf die Form $x^3 \pm ax^2 \pm bx \pm c = 0$ zurück führen. Durch die Substitution: $x = y \mp \frac{a}{3}$ erhält man eine reduzirte kubische Gl. von der Gestalt: $y^3 \pm py \pm q = 0$.

Alsdann ist nach der Cardanischen Formel:

$$y = \sqrt[3]{\mp \frac{1}{2} q + \sqrt{\frac{1}{4} q^2 \pm \frac{1}{27} p^3}} + \sqrt[3]{\mp \frac{1}{2} q - \sqrt{\frac{1}{4} q^2 \pm \frac{1}{27} p^3}}$$

y muss mindestens einen reellen Werth haben. Aus dem erlangten Werthe von y erhält man die 1. Wurzel $x_1 = \alpha$. Durch Division der kub. Gl. durch $x - \alpha$ wird dieselbe auf eine quadratische zurück geführt, aus welcher die beiden anderen Wurzeln β und γ bestimmt werden.

Ist die reduzirte kub. Gl. von der Form: $y^3 - py \pm q = 0$, so ist für den Fall, dass: $\frac{1}{27} p^3 > \frac{1}{4} q^2$ die Cardanische Formel nicht anwendbar; man benutze dann die unten folgenden Formeln ad c.

4. Zur Anwendung einer ununterbrochenen logarithm. Rechnung bei vielstelligen Zahlen, bezw. in dem vorgedachten Falle benutze man die nachstehenden Formeln:

a. $y^3 + py \pm q = 0$	$r = 2\sqrt{\frac{p}{3}}$; $\operatorname{tang}\varphi = \frac{r^3}{4q}$; $\sqrt[3]{\operatorname{tang}\frac{1}{2}\varphi} = \operatorname{tg}\theta$ $y_1 = \mp 2\sqrt{\frac{p}{3}}\operatorname{cotg} 2\theta$ $y_2 = \pm\sqrt{\frac{p}{3}}\operatorname{cotg} 2\theta \pm \sqrt{\frac{p}{3}}\operatorname{cosec} 2\theta\sqrt{-3}$ $y_3 = \mp\sqrt{\frac{p}{3}}\operatorname{cotg} 2\theta \mp \sqrt{\frac{p}{3}}\operatorname{cosec} 2\theta\sqrt{-3}$
b. $y^3 - py \pm q = 0$ $\frac{p^3}{27} < \frac{q^2}{4}$	$r = 2\sqrt{\frac{p}{3}}$; $\sin\varphi = \frac{r^3}{4q}$; $\sqrt[3]{\operatorname{tang}\frac{1}{2}\varphi} = \operatorname{tg}\theta$ $y_1 = \mp 2\sqrt{\frac{p}{3}}\operatorname{cosec} 2\theta$ $y_2 = \pm\sqrt{\frac{p}{3}}\operatorname{cosec} 2\theta \pm \sqrt{\frac{p}{3}}\operatorname{cotg} 2\theta\sqrt{-3}$ $y_3 = \pm\sqrt{\frac{p}{3}}\operatorname{cosec} 2\theta \pm \sqrt{\frac{p}{3}}\operatorname{cotg} 2\theta\sqrt{-3}$
c. $y^3 - py \pm q = 0$ $\frac{p^3}{27} > \frac{q^2}{4}$	$r = 2\sqrt{\frac{p}{3}}$; $\sin 3\varphi = \frac{4q}{r^3}$ $y_1 = \pm 2\sqrt{\frac{p}{3}}\sin\varphi$ $y_2 = \pm 2\sqrt{\frac{p}{3}}\sin(60^0 - \varphi)$ $y_3 = \mp 2\sqrt{\frac{p}{3}}\sin(60^0 + \varphi)$

Beispiel 1. $x^3 - 3x^2 + x - 3 = 0$

Durch die Substitution $x = y + 1$ erhält man: $y^3 - 2y - 4 = 0$; daraus:

$$y = \sqrt[3]{2 + \sqrt{4 - \frac{8}{27}}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{4 - \frac{8}{27}}} = 2, \text{ und } x_1 = 3$$

Durch Division der ursprünglichen Gl. durch $x - 3$ erhält man die quadratische Gl. $x^2 + 1 = 0$, welche 2 imaginäre Wurzeln hat.

Beispiel 2. $y^3 - 19y + 30 = 0$

$r = 2\sqrt{\frac{19}{3}}$	$\lg r = 0{,}70185$	$\lg\sin\varphi = 9{,}59915$	
	$\lg\sin 3\varphi = 9{,}97363$	$\lg\sin(60^0 - \varphi) = 9{,}77529$	
	$3\varphi = 70^0\,14'$	$\lg\sin(60^0 + \varphi) = 9{,}99712$	$y_{,} = 1{,}9999$
$\sin 3\varphi = \frac{120}{r^3}$	$\varphi = 23^0\,24'\,7$	$\lg y_{,} = 0{,}30100$	$y_{,,} = 3{,}0001$
	$60^0 - \varphi = 36^0\,35'\,3$	$\lg y_{,,} = 0{,}47714$	$y_{,,,} = -5{,}0000$
	$60^0 + \varphi = 83^0\,24'\,7$	$\lg y_{,,,} = 0{,}69897$ (n)	

d. Näherungsweise Lösung der Gleichungen.

(Methode von Newton).

Die Gleichung sei gegeben unter der Form: $f(x) = 0$; ihre 1. Ableitung $= f'(x)$; man suche durch Probiren einen Näherungswerth a; dann erhält man die weitern Näherungswerthe wie beistehend:

$$b = a - \frac{f(a)}{f'(a)}$$
$$c = b - \frac{f(b)}{f'(b)} \text{ etc.}$$

Beispiel: $f(x) = x^4 - 100x - 365 = 0$; $f'(x) = 4x^3 - 100$.

Man findet durch Probiren x zwischen 5 und 6 liegend; setzt man $a = 5$, so wird:

$$b = 5 - \frac{5^4 - 500 - 365}{4 \,.\, 5^3 - 100} = 5{,}6; \quad c = 5{,}6 - \frac{5{,}6^4 - 560 - 365}{4 \,.\, 5{,}6^3 - 100} = 5{,}503$$

und in derselben Weise die weitern Annäherungen:

$$d = 5{,}49999; \quad e = 5{,}49988; \quad f = 5{,}499873.$$

Die Rechnung wird mitunter vereinfacht, wenn man sich für die 1. Annäherung des graphischen Verfahrens bedient, indem man nach einander x eine Reihe von Werthen in ganzen Zahlen beilegt, die berechneten $f(x)$ zu den bezüglichen x als Ordinaten aufträgt, durch deren Endpunkte eine Kurve verzeichnet wird und denjenigen Werth von x aus der Zeichnung abgreift, für welchen $y = 0$ wird.

B. Einiges aus der ebenen Geometrie.

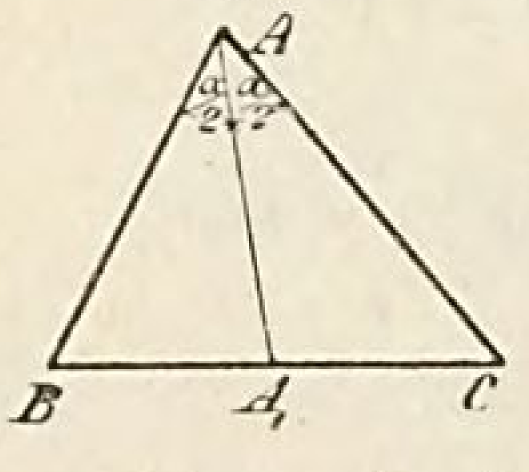
Litteratur: Steiner. Vorlesungen über synthetische Geometrie. Leipzig, Teubner 1875. — Wenk. Die synthetische Geometrie der Ebene. Leipzig 1882, Winter. — Reye. Geometrie der Lage. Hannover, Rümpler.

I. Lehrsätze und Formeln.

1. Winkel halbirende Eck-Transversalen.

Die Theilungen der gegenüber liegenden Seite verhalten sich wie die anliegenden Seiten, Fig. 89 und 90:

Fig. 89.



$$\overline{BA_1} : \overline{CA_1} = \overline{BA} : \overline{CA}.$$

2. Eck-Transversalen durch einen beliebigen Punkt.

Das Produkt dreier nicht aneinander liegender Seiten-Abschnitte ist = dem Produkt der 3 andern Abschnitte, Fig. 91 u. 92:

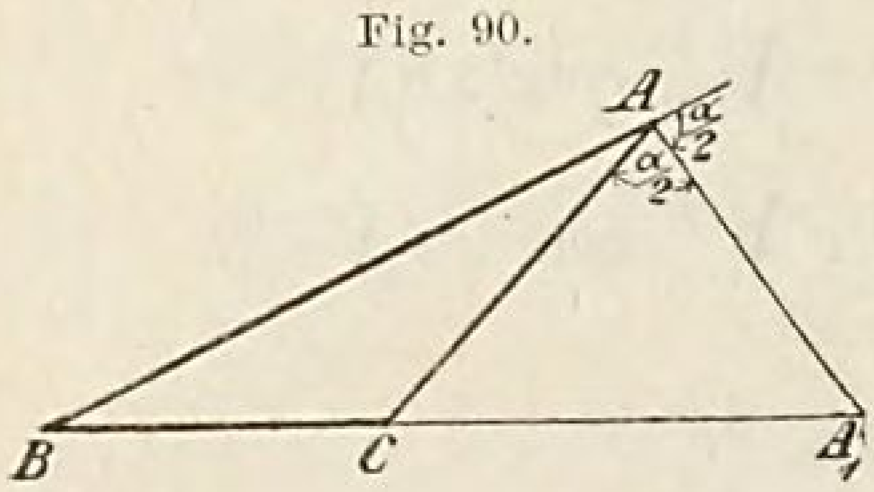
$$\overline{BC_1} \,.\, \overline{AB_1} \,.\, \overline{CA_1} = \overline{C_1 A} \,.\, \overline{B_1 C} \,.\, \overline{A_1 B}.$$

3. Beliebige Transversalen.

Der Satz lautet wie der vorauf gehende, Fig. 93 u. 94:

$$\overline{BC_1} \,.\, \overline{AB_1} \,.\, \overline{CA_1} = \overline{C_1 A} \,.\, \overline{B_1 C} \,.\, \overline{A_1 B}.$$

Fig. 90.



4. Harmonische Theilung.

Eine Strecke ist durch 2 Punkte harmonisch getheilt, wenn die Abstände des einen Punktes von den Endpunkten der Strecke sich verhalten wie die Abstände des andern Punktes von den entsprechenden Endpunkten der Strecke. Von den beiden theilenden Punkten liegt einer stets auf der Verlängerung der Linie, Fig. 95.

Fig. 91.

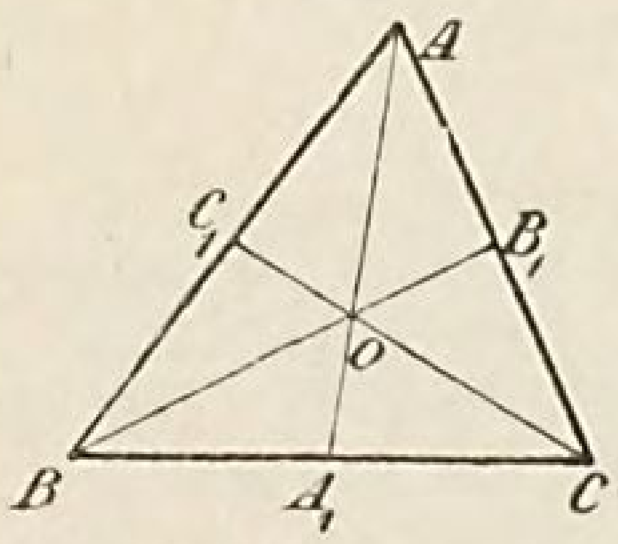


Fig. 92.

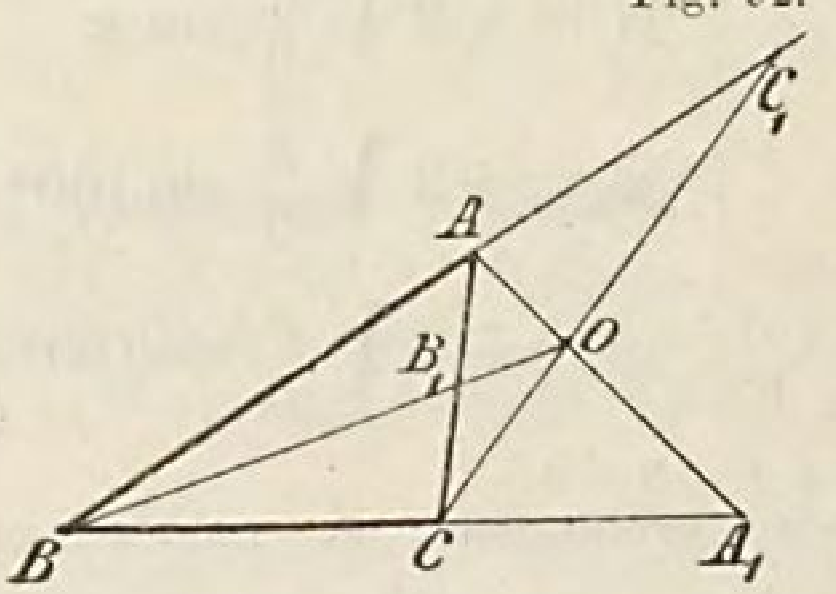


Fig. 93.

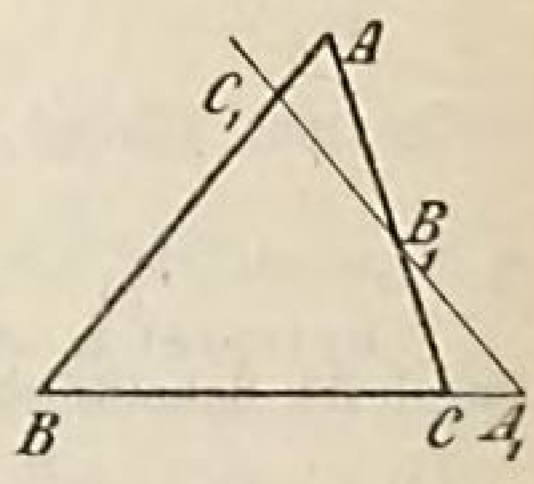
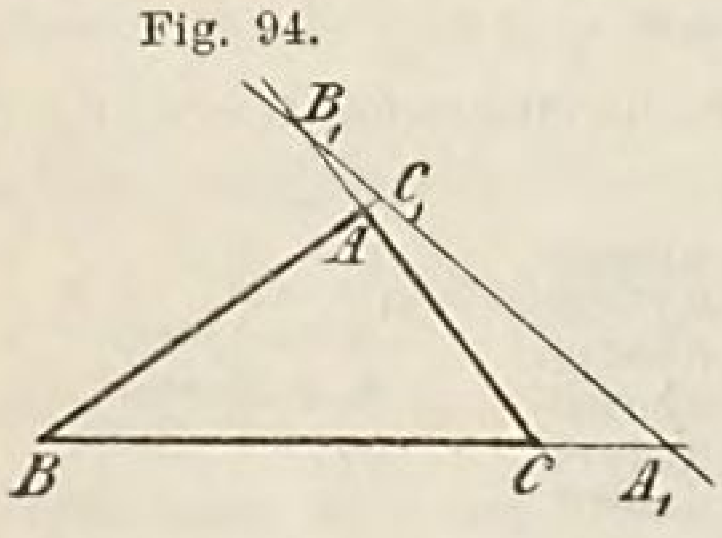


Fig. 94.



Wenn die Strecke $\overline{AA_1}$ durch X und X_1 harmonisch getheilt ist, so ist auch die Strecke $\overline{XX_1}$ durch A und A_1 harmonisch getheilt:

$\overline{AX} : \overline{A_1 X} = \overline{AX_1} : \overline{A_1 X_1}$ (harm. Theilung v. $\overline{AA_1}$)

$\overline{AX} : \overline{AX_1} = \overline{A_1 X} : \overline{A_1 X_1}$ (harm. Theilung v. $\overline{XX_1}$)

5. Legt man durch 4 harmonische Punkte ein Strahlenbüschel und zieht eine Linie || einem Strahl,

Fig. 95.

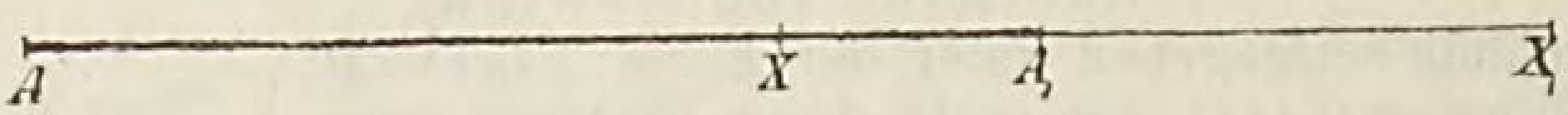
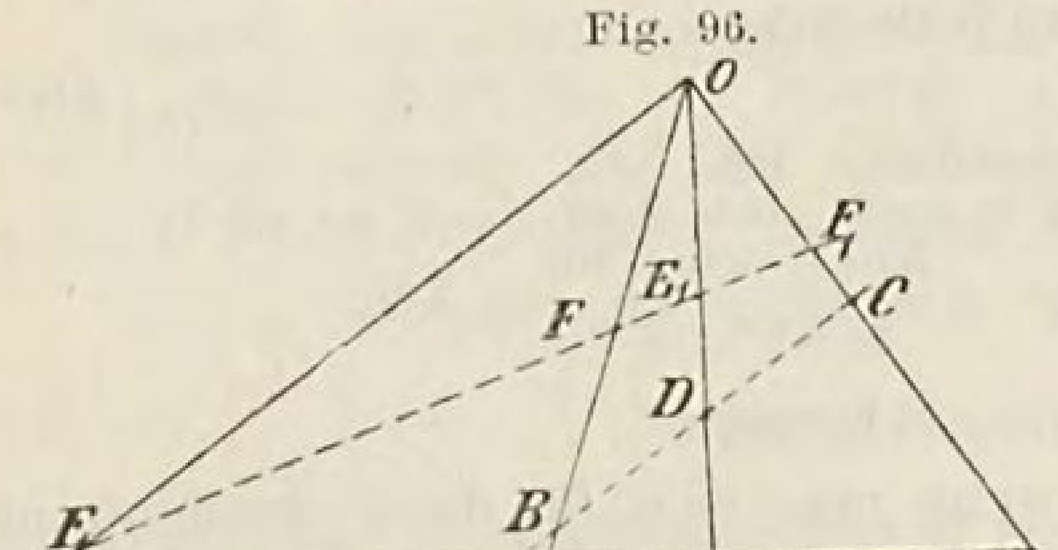


Fig. 96.



so schneiden die beiden andern Strahlen auf demselben gleiche Strecken ab, Fig. 96:

$$\overline{BD} = \overline{DC}$$

6. Jede beliebig durch ein harmonisches Strahlenbüschel geführte Linie wird durch dasselbe harmonisch getheilt:

$$\overline{EF} : \overline{E_1 F} = \overline{EF_1} : \overline{E_1 F_1}$$

7. Zieht man durch einen Punkt die 3 Eck-Transversalen eines Dreiecks und durch die Fusspunkte zweier derselben eine Transversale bis zum Schnitt mit der 3ten Seite, so wird sowohl diese

Transversale als auch die 3te Eck-Transversale und die 3te Dreiecks-Seite harmonisch getheilt, Fig. 97 u. 98:

Fig. 97.

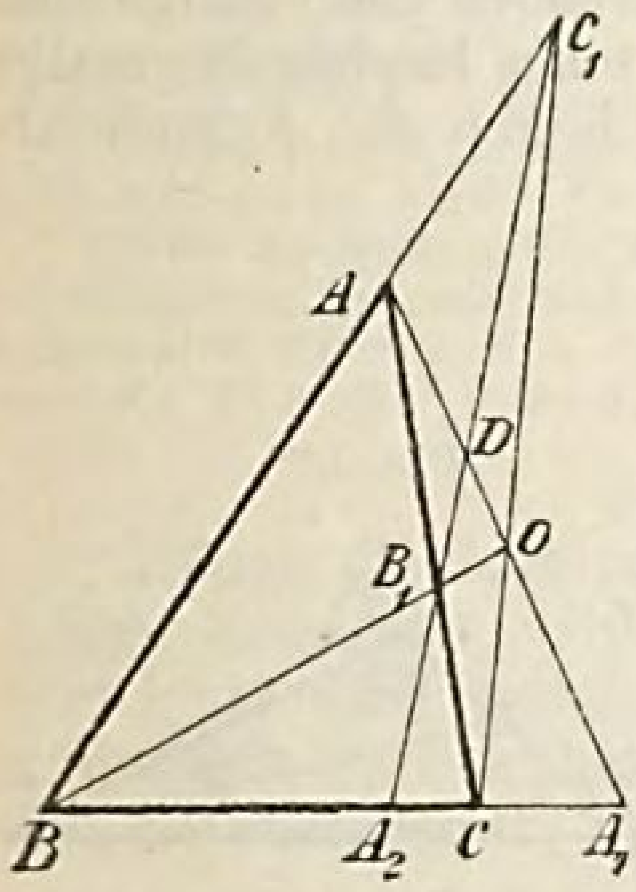
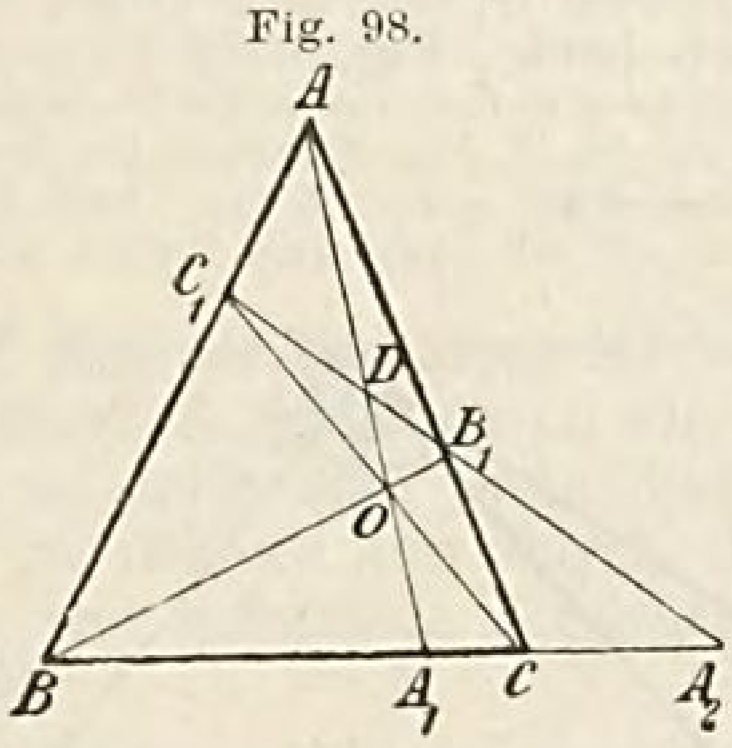


Fig. 98.



$$\overline{C_1 D} : \overline{B_1 D} = \overline{C_1 A_2} : \overline{B_1 A_2}$$
$$\overline{AD} : \overline{OD} = \overline{AA_1} : \overline{OA_1}$$
$$\overline{BA_1} : \overline{CA_1} = \overline{BA_2} : \overline{CA_2}$$

8. Sich schneidende Sehnen im Kreise, Fig. 99: $ab = a_1 b_1$

9. Sich schneidende Sekanten: $a_2 b_2 = a_1 b_1$

10. Tangente und Sekante, Fig. 100: $a^2 = a_1 b_1$

11. Aus (10) ergiebt sich folgende Beziehung:

Zieht man für 2 sich schneidende Kreise die gemeinschaftl. Sekante, so sind die von einem

Fig. 99.

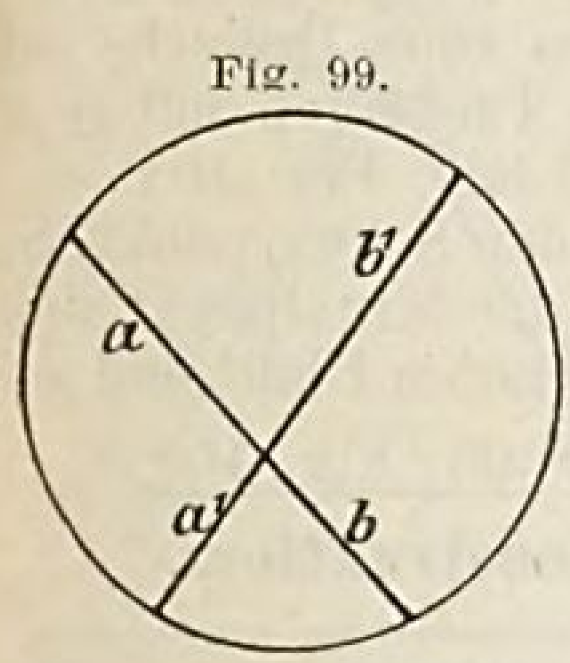


Fig. 100.

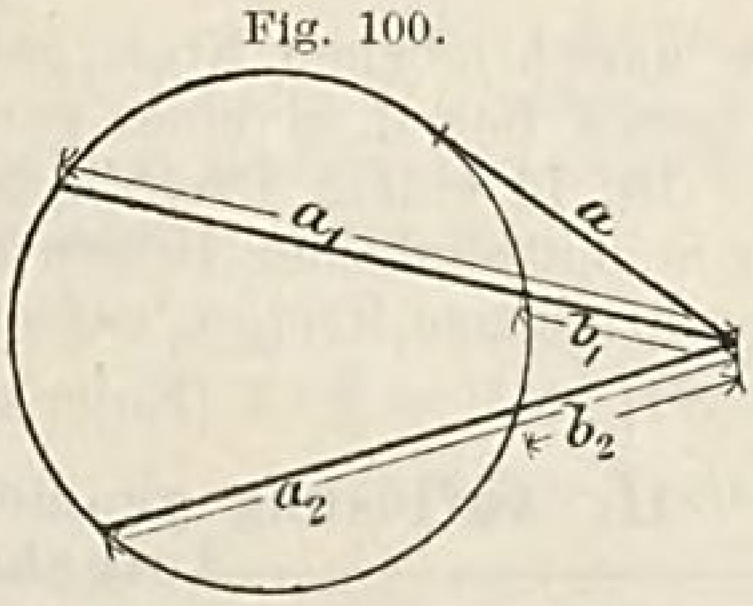


Fig. 101.

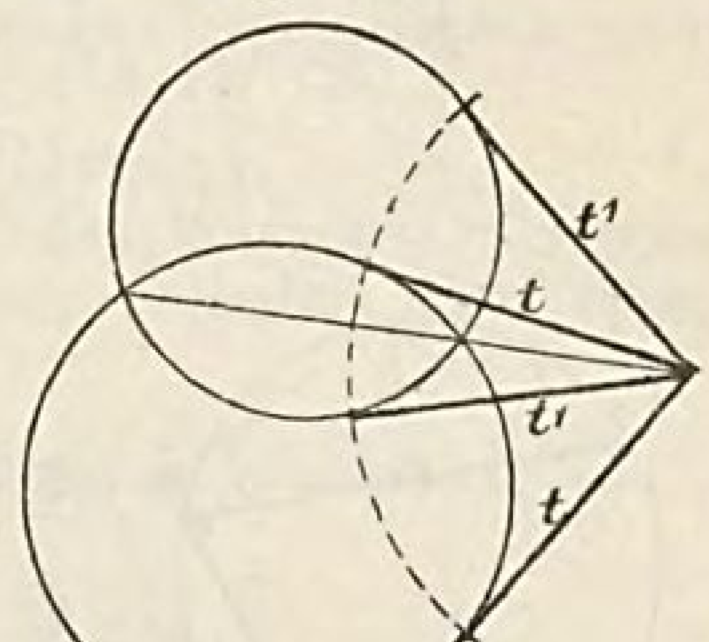


Fig. 102.

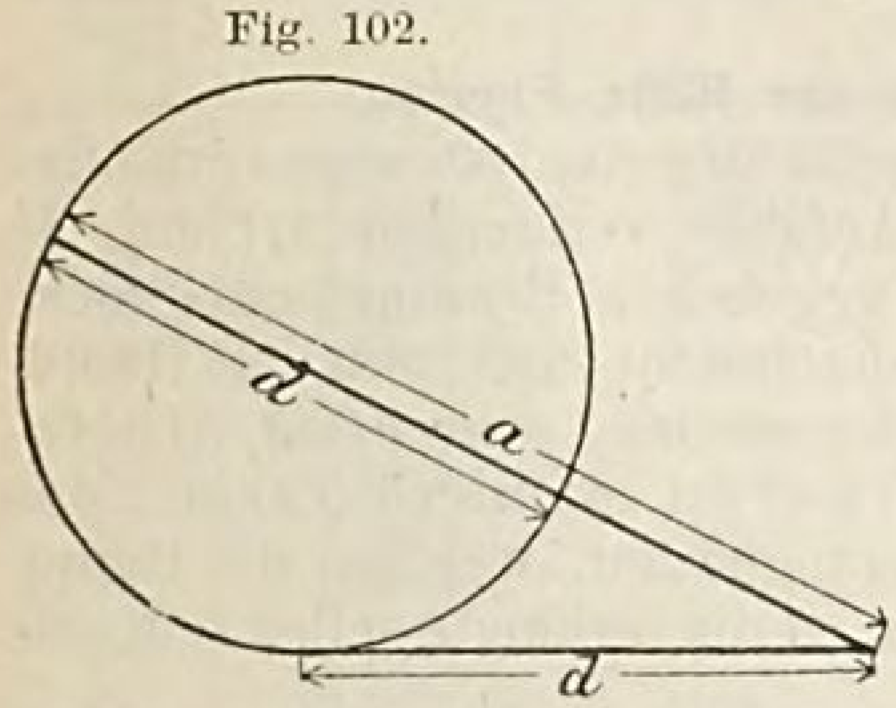


Fig. 103.

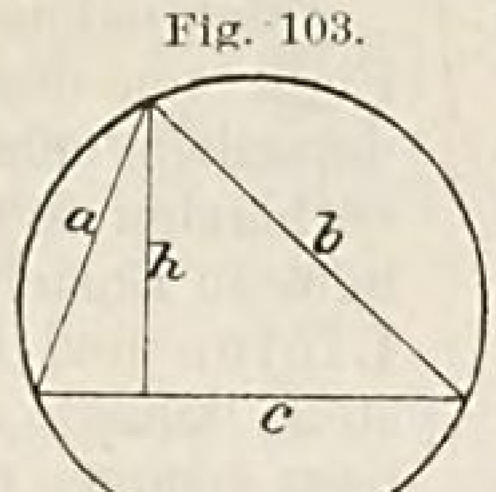
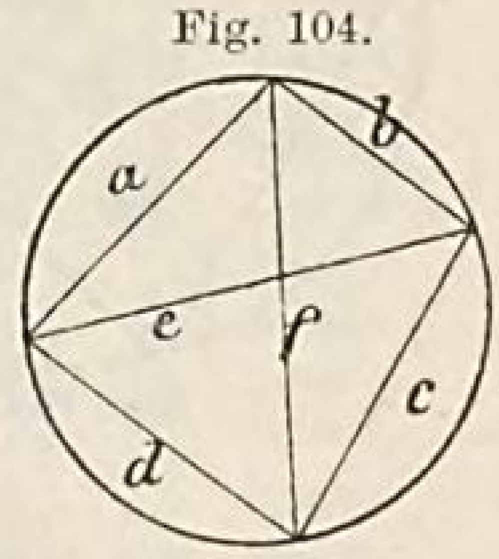


Fig. 104.



beliebigen Punkt derselben an beide Kreise gezogenen Tangenten t und t_1 einander gleich, Fig. 101.

12. Goldener Schnitt. Zieht man an einen Kreis eine dem Durchmesser an Länge gleiche Tangente und von dem Endpunkte derselben eine Sekante durch den Mittelpunkt des Kreises, so ist letztere nach dem goldenen Schnitt getheilt und es ist, Fig. 102:

$$\frac{a}{d} = \frac{d}{a-d};\ d^2 = a\ (a-d)$$

13. Dreieck im Kreise, Fig. 103. Man setze $a + b + c = 2s$; dann ist:

$$ab = 2hr;\ F = \frac{abc}{4r} \text{ und: } r = \frac{abc}{4\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$$

14. Sehnen-Viereck, Fig 104. Man setze: $a + b + c + d = 2s$; dann ist: $ac + bd = ef$ und: $F = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$

15. Halbirt man 2 Winkel eines Dreiecks und den 3ten Aussenwinkel, so

liegen die Schnittpunkte der Halbirungs-Linien mit den gegenüber liegenden Seiten der Winkel in einer geraden Linie, Fig. 105.

16. Die Durchschnitts-Punkte der Halbir.-Linien der 3. Aussenwinkel eines Dreiecks mit den gegenüber liegenden Seiten liegen in einer geraden Linie, Fig. 106.

17. Fällt man von einem belieb. Punkte der Peripherie eines Kreises Normalen auf die 3 Seiten eines belieb. eingeschriebenen Dreiecks, so liegen die Fusspunkte dieser Normalen auf einer geraden Linie, Fig. 107.

Fig. 108.

Fig. 106.

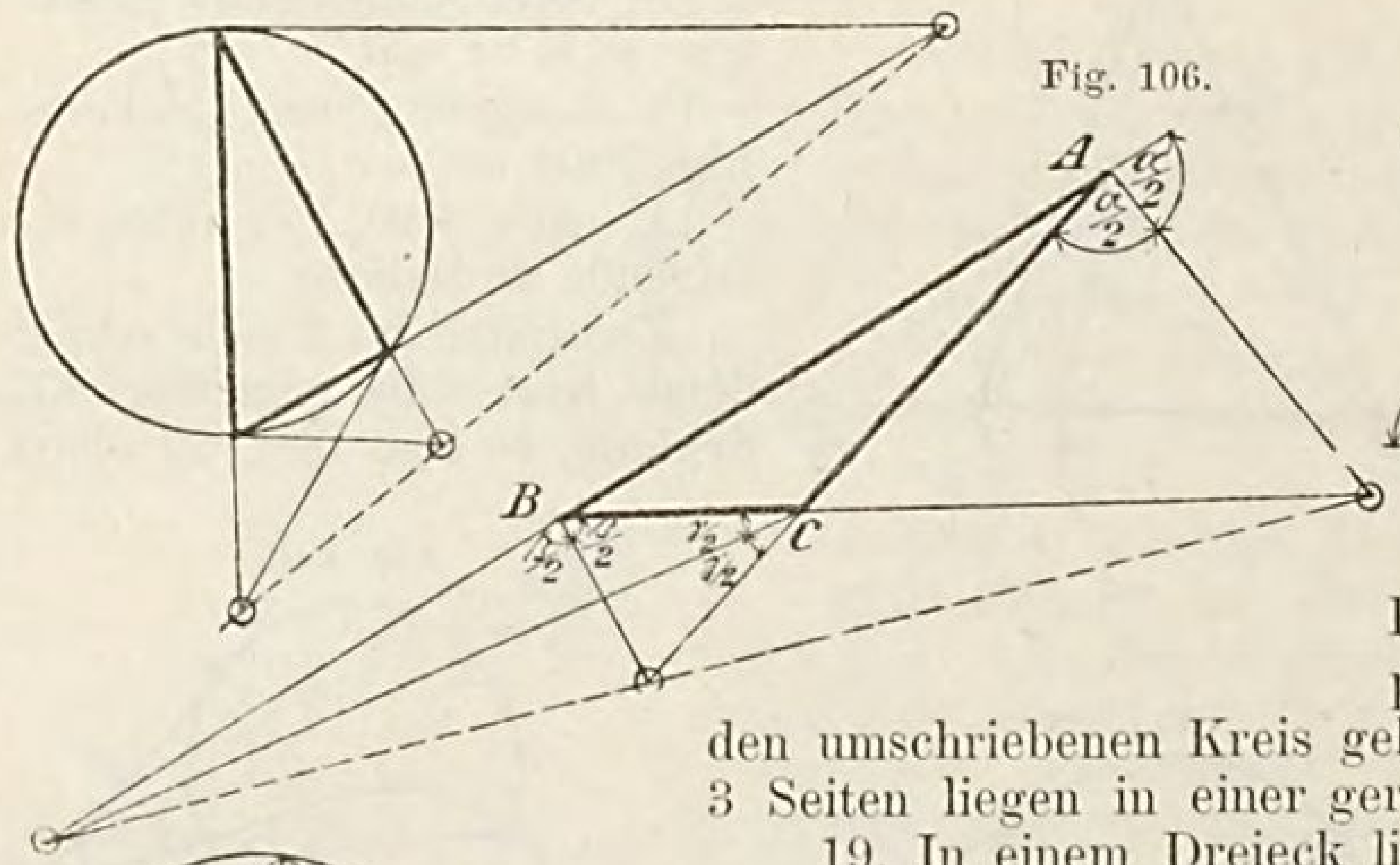
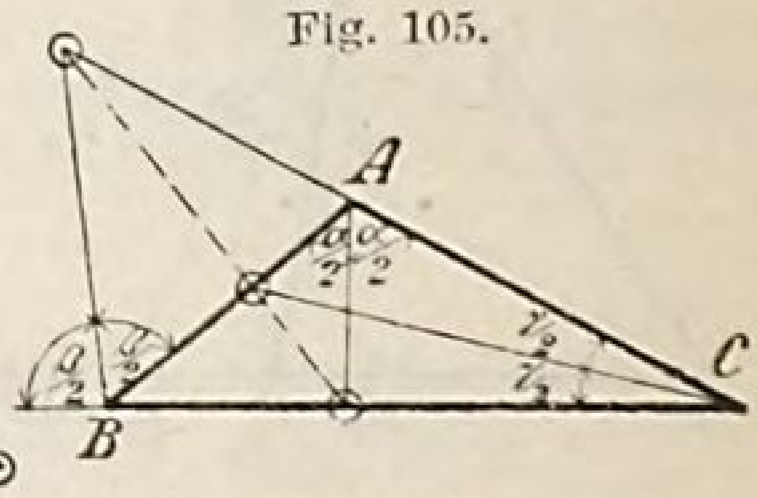


Fig. 105.



18. Die Durchschn.-Punkte der in den Eckpunkten eines Dreiecks an den umschriebenen Kreis gelegten Tangenten mit den 3 Seiten liegen in einer geraden Linie, Fig. 108.

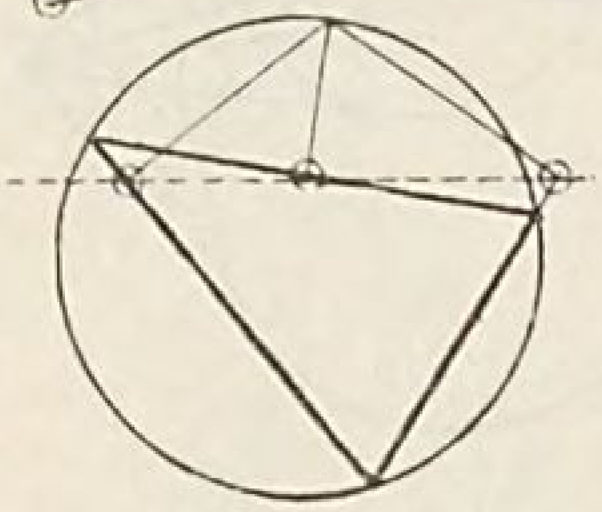


Fig. 107.

19. In einem Dreieck liegen der Schwerpunkt S, der Schnittpunkt der Höhen H und der Mittelpunkt des umschriebenen Kreises auf einer geraden Linie und es ist $\overline{SH} : \overline{SM} = 2 : 1$ (Euler'scher Satz), Fig. 109.

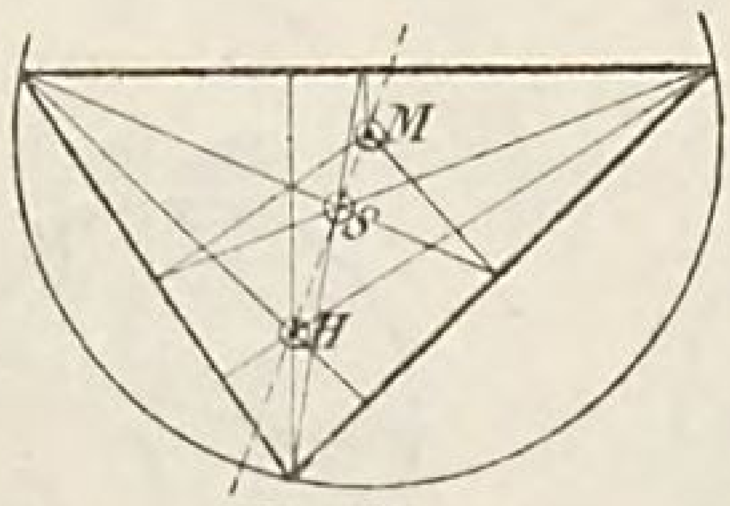


Fig. 109.

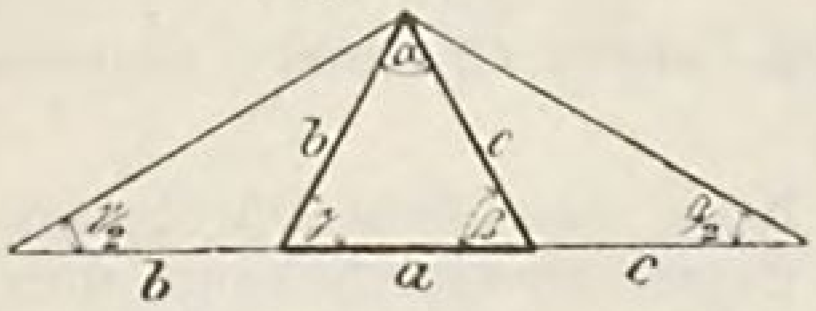
II. Auflösung geometr. Konstruktions-Aufgaben.*)

Dieselbe erfolgt unter Zugrundelegung folgender Methoden:

a. Methode der Hülfs-Figuren.

Man nehme zum Zweck der Analyse eine vorläufige Figur von der in der Aufgabe verlangten Art an. In derselben müssen alle gegebenen Bestimmungs-Stücke vorhanden sein, oder angebracht und mit der Hauptfigur in Beziehung gesetzt werden, wozu event. Hülfs-Linien und Hülfs-Figuren erforderlich sind. Man stellt danach die Bedingungen auf, welchen die Hauptfigur genügen muss, wenn sie die verlangte selbst sein soll.

Fig. 110.

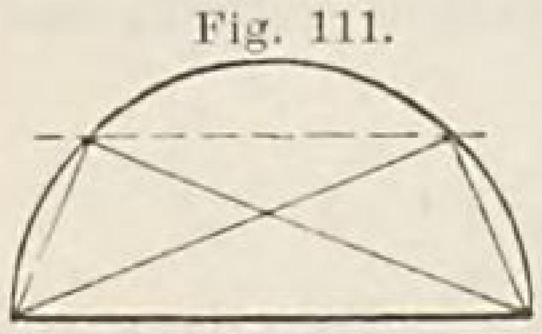


Beispiel: Ein Dreieck aus 2 Winkeln und dem Umfang zu konstruiren. Die Hülfs-Figur giebt unmittelbar die zur Konstruktion erforderlichen Beziehungen, Fig. 110.

b. Methode der geometrischen Oerter.

Wenn die Auflösung der Aufgabe auf die Aufsuchung eines Punktes hinaus läuft, so lässt man zunächst eine der Bestimmungen der Aufgabe unbeachtet. Es giebt dann unzählige Punkte, welche der unbestimmt gewordenen Aufgabe entsprechen. Der geomtr. Ort ist zu ermitteln und der gesuchte Punkt liegt im Durchschnitt zweier geomtr. Oerter, wenn dieselben Linien sind.

Fig. 111.



Beispiel: Ein rechtwinkliges Dreieck zu konstruiren wenn die Hypothenuse und die Höhe gegeben ist: Fig. 111. Der Halbkreis über der Hypothenuse ist der Ort der Spitze aller rechtwinkligen Dreiecke mit der gegebenen Hypothenuse. Zieht man im Abstande gleich der gegebenen Höhe eine Parallele zum Durchmesser, so liefert der Schnittpunkt derselben mit dem Kreise die Spitze des gesuchten Dreiecks.

*) Nach Schloemilch: Handbuch der Mathematik. Bd. I., S. 309 ff.

c. Methode der ähnlichen Figuren.

Ist durch einen Theil der Bestimmungs-Stücke die Gestalt der Figur bestimmt, so kann eine der gesuchten ähnliche Hülfs-Figur gezeichnet werden. Unter Berücksichtigung der in der Hülfs-Figur nicht benutzten Stücke kann dann die gesuchte Figur gezeichnet werden.

Beispiel: Ein Dreieck aus 2 Winkeln und der Summe der Radien des umschriebenen und des eingeschriebenen Kreises zu zeichnen.

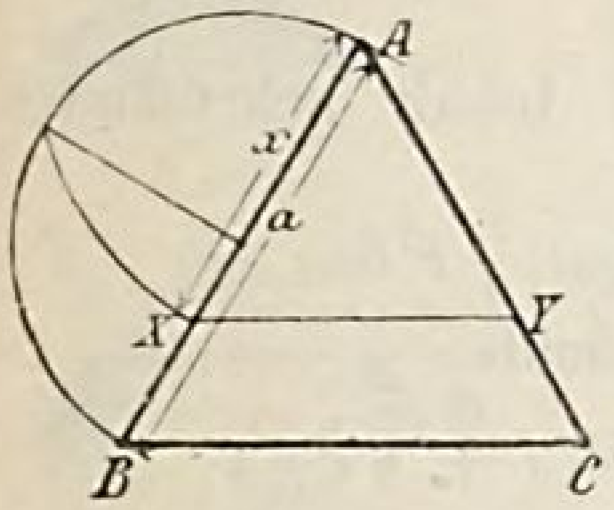
Unter Benutzung der Winkel erhält man ein dem gesuchten ähnliches Dreieck. Konstruirt man in letzterem den um- und den eingeschriebenen Kreis, so wird die Summe von deren Radien zur gegebenen Strecke sich verhalten, wie die eine Seite des Hülfs-Dreiecks zu einer Seite des gesuchten Dreiecks, wonach die Aufgabe zu lösen ist.

d. Methode der algebraischen Analyse.

Hängt die Lösung einer Aufgabe davon ab, dass eine Strecke von gesuchter Länge konstruirt wird, so stelle man diese Strecke als die Unbekannte x einer Gleichung dar, welche im übrigen nur durch die Bedingungen der Aufgabe bestimmte Grössen enthält. Der gefundene Ausdruck für x ist geometrisch zu deuten und zu konstruiren.

Beispiel: Ein Dreieck durch eine Parallele zur Grundlinie zu halbiren. Sei XY die gesuchte Parallele, so verhalten sich die entsprechenden Dreiecks-Flächen $F_a : F_x = a^2 : x^2 = 2 : 1$ woraus $2x^2 = a^2$. x ist also die Kathete eines gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecks, dessen Hypothenuse a ist, Fig. 112.

Fig. 112.



III. Reguläre Polygone.

F Inhalt, U Umfang, a Seite des Polygons, n Seitenzahl, R Radius des umschriebenen, r Radius des eingeschriebenen Kreises.

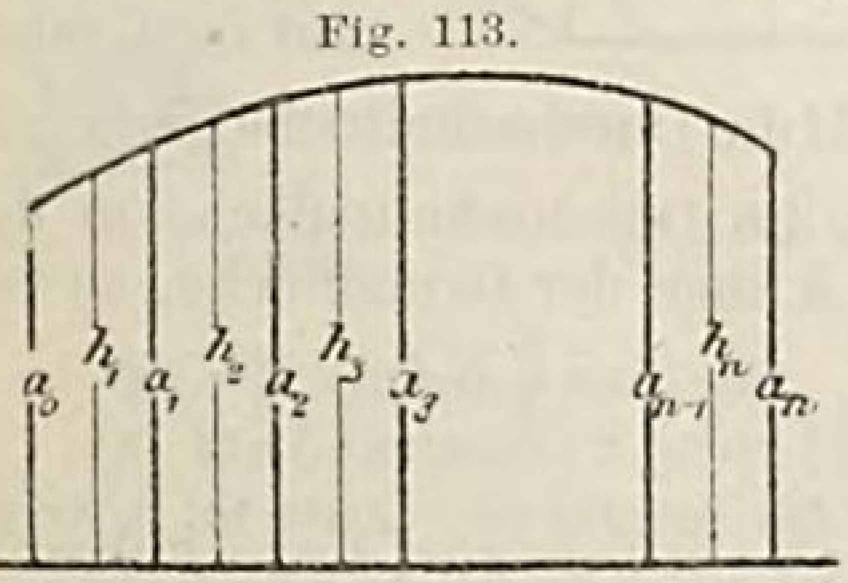
$$1.\quad F = \frac{n}{4}\, a^2 \operatorname{cotg} \frac{\pi}{n} = \frac{n}{2}\, R^2 \sin \frac{2\pi}{n} = n\, r^2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}$$

$$2.\quad U = n\, a = 2\, n\, R \sin \frac{\pi}{n} = 2\, n\, r \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}$$

Seiten-zahl	Polygon-Inhalt		Polygon-Winkel	Zentri-Winkel	Drchm. d. umgeschriebenen Kreises	Polygonseite
3	0,4330 a^2	1,2990 R^2	60°	120°	0,5574 a	1,7321 R
4	1,0000 „	2,0000 „	90°	90°	0,7071 „	1,4142 „
5	1,7205 „	2,3776 „	108°	72°	0,8507 „	1,1756 „
6	2,5981 „	2,5981 „	120°	60°	1,0000 „	1,0000 „
7	3,6339 „	2,7364 „	128° 34′ 3	51° 25′ 7	1,1524 „	0,8678 „
8	4,8284 „	2,8284 „	135°	45°	1,3066 „	0,7654 „
9	6,1818 „	2,8925 „	140°	40°	1,4619 „	0,6840 „
10	7,6942 „	2,9389 „	144°	36°	1,6180 „	0,6180 „
11	9,3656 „	2,9735 „	147° 16′ 36	32° 43′ 64	1,7747 „	0,5635 „
12	11,1962 „	3,0000 „	150°	30°	1,9319 „	0,5176 „
13	13,1858 „	3,0207 „	152° 18′ 46	27° 41′ 54	2,0893 „	0,4786 „
14	15,3345 „	3,0372 „	154° 17′ 14	25° 42′ 86	2,2470 „	0,4450 „
15	17,6424 „	3.0505 „	156°	24°	2,4049 „	0,4158 „
16	20,1094 „	3,0615 „	157° 30	22° 30	2,5629 „	0,3902 „

IV. Näherungs-Berechnung ebener Flächen.

Fig. 113.



Die Fläche wird durch Ordinaten a in n Theile von gleicher Breite Δ zerlegt; Fig. 113. Man errichte in der Mitte jedes Stückes Δ die Ordinate h. Es sei die Fläche zwischen a_0 und a_n mit F_a, diejenige zwischen h_1 und h_n mit F_h bezeichnet. Den Inhalt der Fläche berechnet man näherungsweise nach einer der nachstehenden Formeln, welche zusammen gestellt sind, entsprechend der grösseren Genauigkeit, die sie für die Berechnung gewähren.

$$1.\quad F_a = \Delta \left[\frac{a_0}{2} + a_1 + a_2 + \ldots . a_{n\text{-}1} + \frac{a_n}{2} \right]; \quad 2.\quad F_a = \Delta\, \Sigma (h)$$

3. $F_a = \frac{1}{6} \Delta \left[a_0 + a_n + 4(h_1 + h_2 + \ldots h_n) + 2(a_1 + a_2 + \ldots a_{n-1})\right]$ (Simpson'sche Regel).

4. $F_a = \Delta \left[\Sigma \left(h + \frac{1}{12}(a_0 - h_1) + \frac{1}{12}(a_n - h_n)\right)\right]$ (Poncelet'sche Quadratur).

5. $F_a = \Delta \left[\Sigma \left(h + \frac{1}{72}(8a_0 + h_2 - 9h_1) + \frac{1}{72}(8a_n + h_{n-1} - 9h_n)\right)\right]$ (Formel von Franke*).

6. Für den Flächentheil zwischen h_1 und h_n erhält man, wenn noch die ausserhalb desselben gelegenen Ordinaten a_0 und a_n gemessen sind, mit grösserer Genauigkeit als bei Anwendung der Formel (5):

$F_a = \Delta \left[(a_1 + a_2 + \ldots a_{n-1}) + \frac{1}{24}(a_0 + a_n - a_1 - a_{n-1})\right]$ (Formel von Franke).

7. Mittels der Interpolations-Methode. Hat man mit Hülfe der Lagrange'schen Interpolations-Formel S. 411 die Gleichung der Kurve ermittelt, so findet man aus dieser nach $F = \int y\,dx$ die Fläche.

Beispiel zu (7). In dem Beispiel S. 411 ist gefunden: $y = \frac{1}{6}x^3 + x^2 + \frac{11}{6}x + 1$, sonach:

$$y\,dx = dx + \frac{11}{6}x\,dx + x^2dx + \frac{1}{6}x^3dx;\quad F = \int_{x_1}^{x_4} y\,dx = \left[x + \frac{11}{12}x^2 + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{24}\right]_{x_1}^{x_4}$$

und durch Einführung der Grenzwerthe: $F = 165 - 55 = 110$.

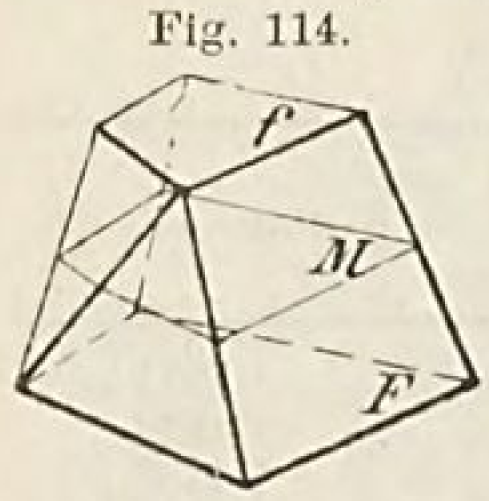
C. Stereometrie.

J körperlicher Inhalt, F u. bezw. f Inhalt ebener, O Inhalt gekrümmter Flächen, r Radius des in Betracht kommenden Kreises.

1. Prismatoid;**) Fig. 114. Die gewöhnlich benutzte Formel ist:

$$J = \frac{1}{6}h(F + 4M + f)$$

Fig. 114.

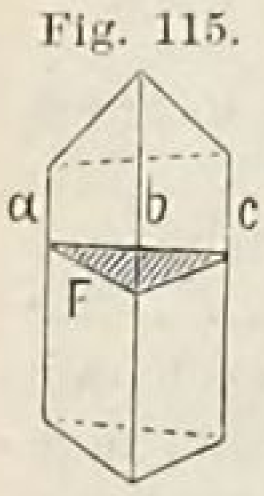


worin F und f die parallelen Endfl., h deren normaler Abstand und M die Durchschnittsfläche in der halben Höhe des Prismatoids ist.

Die Inhalts-Formel des Prismatoids gilt als allgemeine Inhalts-Formel genau für alle Körper, welche von ebenen parallelen Endflächen und einer Fläche 2. Ordnung begrenzt werden, auch dann wenn eine oder beide Endflächen = 0 werden.

Beispiel: Für ein 3 axiges Ellipsoid ist $F = o$; $f = o$; $M = ab\pi$; $h = 2c$; also $J = \frac{4}{3}abc\pi$

Fig. 115.



2. Prisma. $J = Fh$.

Schief abgeschnittenes Prisma; Fig. 115.

$$J = F\frac{a + b + c}{3}$$

wobei F der normal zu den 3 Kanten genommene Querschnitt ist.

3. Pyramide. $J = \frac{1}{3}Fh$.

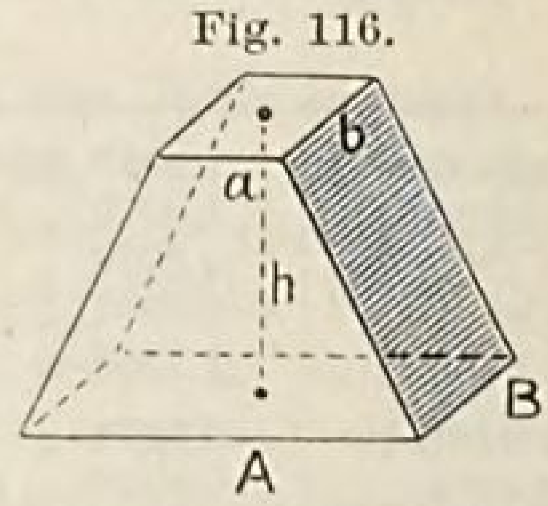
Abgestumpfte Pyramide.

$$J = \frac{h}{3}(F + f + \sqrt{Ff})$$

worin h der normale Abstand d. Endfl.

4. Obelisk; Fig. 116.

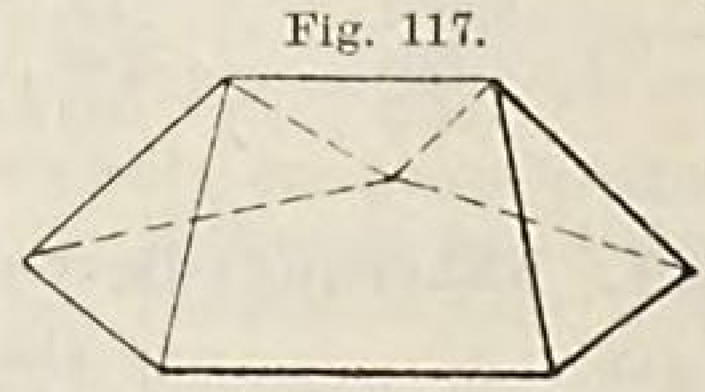
Fig. 116.



$$J = \frac{h}{6}\left[(2A + a)B + (2a + A)b\right]$$

5. Keil; Fig. 117. $J = \frac{1}{6}h(F + 4M)$

Fig. 117.



worin h d. Normale von der der Grundfläche parallelen Schneide auf die Grundfläche u. M die Durchschnittsfläche in $\frac{1}{2}h$.

Ist D die Durchschnittsfläche in der Höhe $^1/_3\,h$ über der Grundfläche, so ist:

$$J = \frac{3}{4}hD.$$

*) Vergl. Franke. Einfache Formeln zur Berechnung des Inhalts etc. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Vereins zu Hannover. 1875. S. 177.

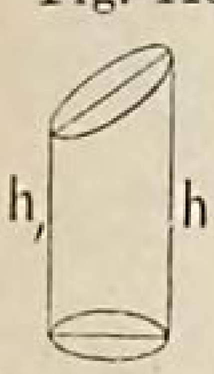
**) Vergl. Wittstein. Das Prismatoid. Hannover, Hahn, 1860. — Ueber die allgemeine Inhalts-Formel des Prismatoids von Sinram: $J = \frac{h}{6}\left[\frac{D}{x(1-x)} + F\frac{2-3x}{1-x} + f\frac{3x-1}{x}\right]$, worin D eine beliebige, den Endflächen parallele Querschnittsfläche und h der Abstand derselben von der obern Endfläche ist; vergl. Deutsch. Bauzeitg. 1879, S. 99.

6. Zylinder. $J = r^2 \pi h$; $O = 2 r \pi h$

Schief abgeschnittener gerader Zylinder; Fig. 118.

$$J = r^2 \pi \frac{h_1 + h}{2}; \; O = r \pi (h_1 + h)$$

Fig. 118.

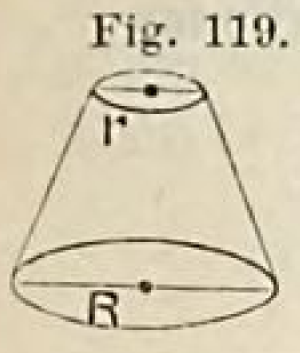


7. Kegel. $J = \frac{1}{3} r^2 \pi h = 1{,}0472 \, r^2 h$.

Mantel des geraden Kegels: $O = r \pi \sqrt{r^2 + h^2}$

Abgestumpfter Kegel; Fig. 119.

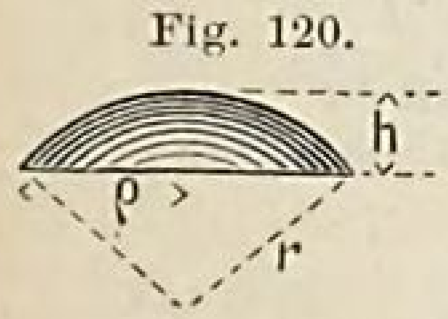
Fig. 119.



$$J = \frac{\pi h}{3} (R^2 + R r + r^2) = 1{,}0472 \, (R^2 + R r + r^2) h$$

8. Kugel. $J = {}^4/_3 \, r^3 \pi = 4{,}1888 \; r^3 = {}^1/_6 \, d^3 \pi = 0{,}5236 \; d^3$. $O = 4 \, r^2 \pi = d^2 \pi$

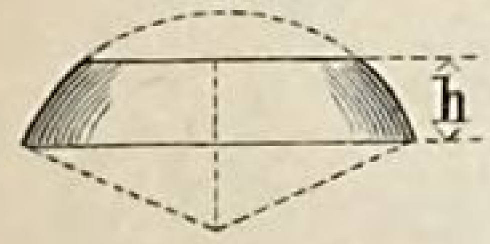
Fig. 120.



Kugel-Kalotte; Fig. 120.

$$J = \frac{1}{3} \pi h^2 (3 r - h) = {}^1/_6 \, \pi h \, (3 \, a^2 + h^2); \quad O = 2 \pi r h$$

Fig. 121.

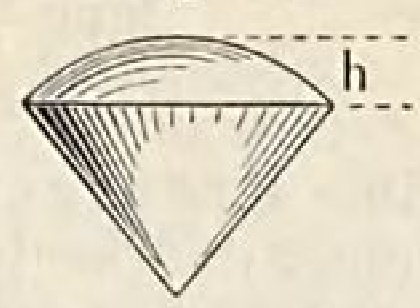


Kugelzone; Fig. 121. (a u. b Radien d. Endfläch.)

$$J = \frac{\pi h}{2} \left(a^2 + b^2 + \frac{h^2}{3}\right)$$

$$O = 2 r \pi h$$

Fig. 122.

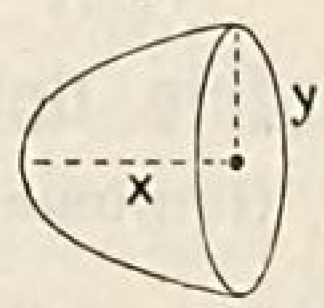


Kugel-Ausschnitt; Fig. 122. $J = {}^2/_3 \, r^2 \pi h$

9. Umdrehungs-Paraboloid; Fig. 123.

$$J = \frac{y^2 \pi x}{2}$$

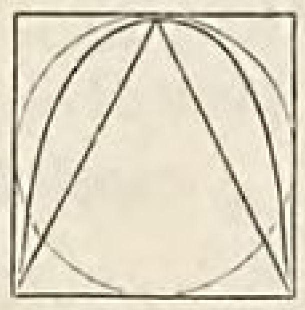
Fig. 123.



10. Relative Zahlen über Inhalte von Kegel, Umdrehungs-Paraboloid, Kugel und Zylinder von gleicher Höhe; Fig. 124.

$J = {}^1/_3 : {}^1/_2 : {}^2/_3 : 1$.

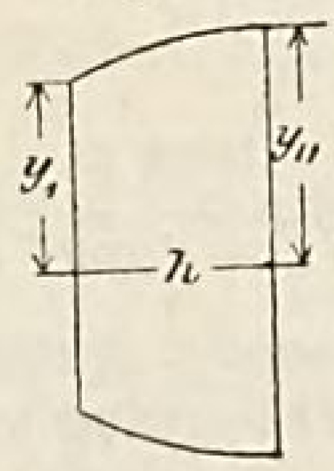
Fig. 124.



11. Zone d. Rotations-Paraboloids; Fig. 125.

$$J = \pi h \frac{y_1^2 + y_{\prime\prime}^2}{2}$$

Fig. 125.



12. Umdrehungs-Ellipsoid, (entstanden bei Drehung um die Axe a).

$$J = \frac{4}{3} \pi a b^2$$

13. Dreiaxiges Ellipsoid.

$$J = \frac{4}{3} a b c \pi$$

14. Rotationskörper. — Guldin'sche Regel.

a. Inhalt der Umdrehungs-Fläche, Fig. 126, entstanden durch Drehung einer krummen Linie S um eine Axe $O\,O$ ist = Länge der Linie × Weg ihres Schwerpunkts.

$O = s \, 2 \rho \pi$ (bei voller Umdrehung).

b. Inhalt des Umdrehungs-Körpers, Fig. 127, entstanden durch Drehung einer Fläche F um einer Axe $O\,O$ ist = Inhalt der Fläche × Weg ihres Schwerpunkts.

$J = F \, 2 \rho \pi$ (bei voller Umdrehung).

Beispiel. Ring mit kreisförmigem Querschnitt, Fig. 128. $O = 4 \, R r \pi^2$; $J = 2 \, R r^2 \pi^2$

Fig. 126.

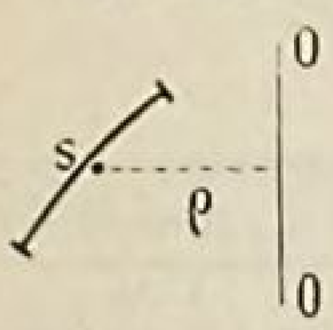


Fig. 127.

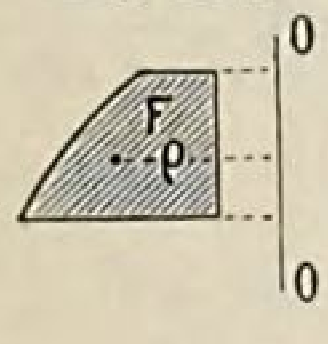


Fig. 128.

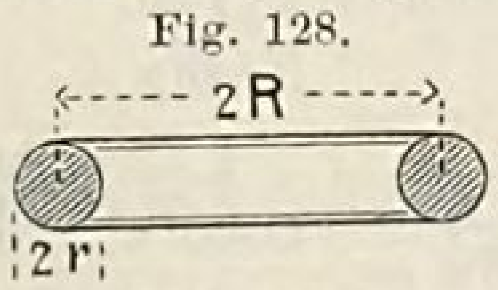


Fig. 129.

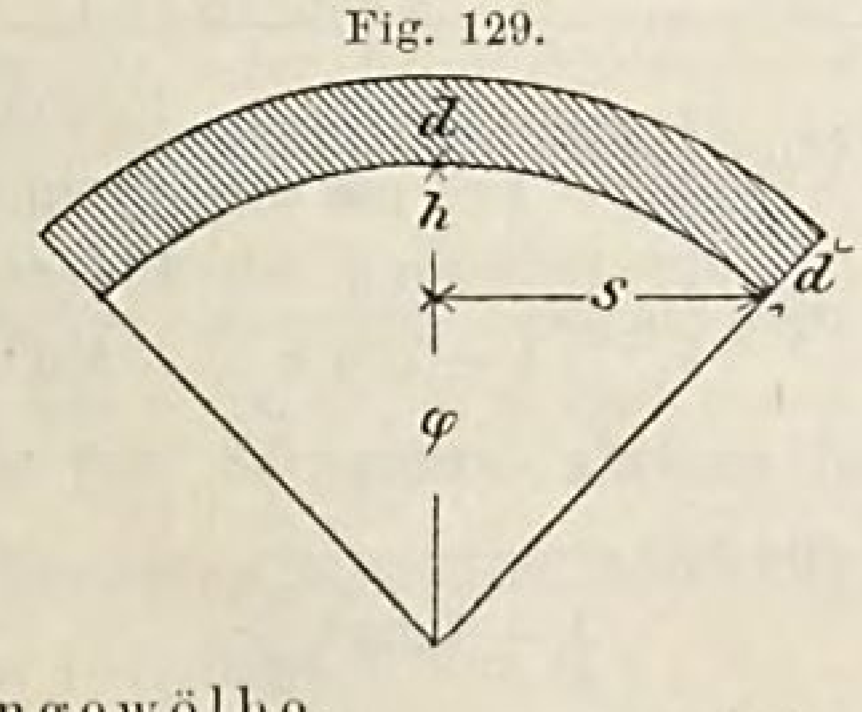
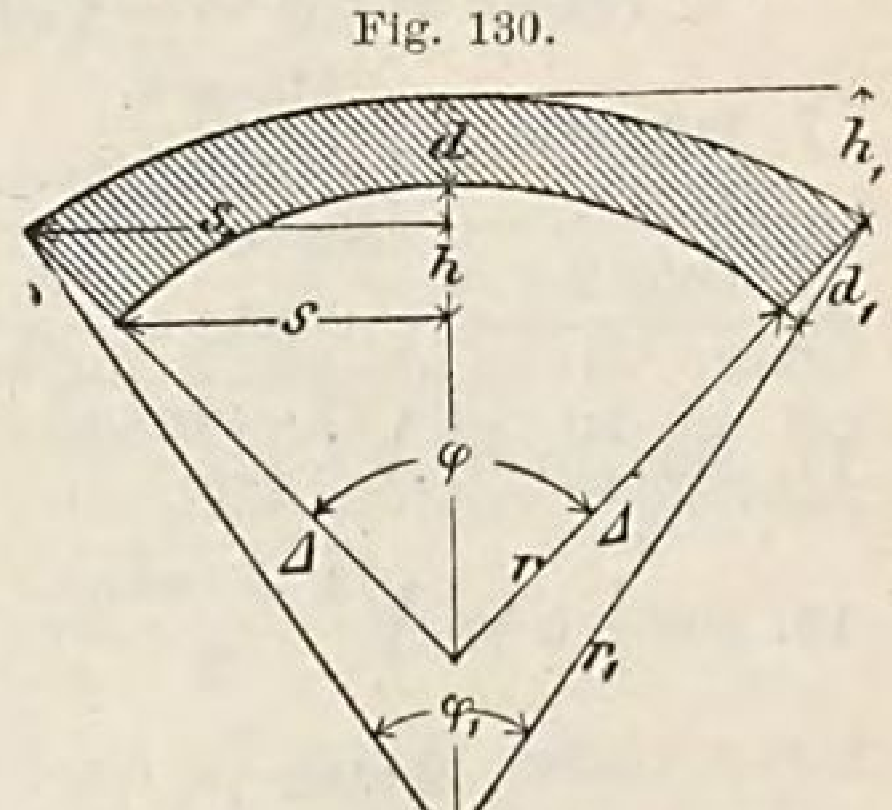


Fig. 130.



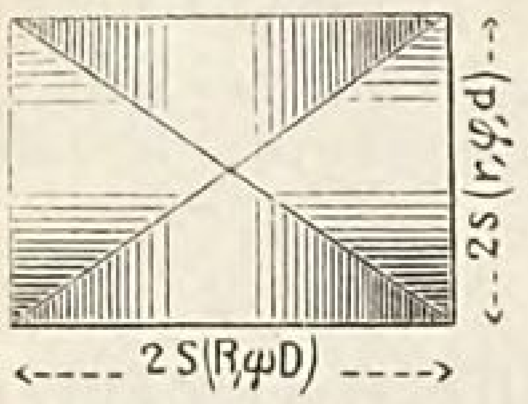
15. Kappengewölbe.

a. mit konstanter Stärke, Fig. 129: $J = \frac{\varphi \pi}{360} (2 \, r d + d^2) \, l$, worin l die Länge des Gewölbes und $\tan \frac{\varphi}{2} = \frac{s}{r - h}$;

b. mit Verstärkung nach den Widerlagern, Fig. 130.

$$J = [F_1 - (F_0 + 2 \, \varDelta)] \, l = \left[r_1^2 \frac{\varphi_1 \pi}{360} - \left(r^2 \frac{\varphi \pi}{360} + s_1 m \right) \right] l$$

Fig. 131.



worin: $\operatorname{tang}\frac{\varphi_1}{2} = \frac{s_1}{r_1 - h_1}$; $\operatorname{tang}\frac{\varphi}{2} = \frac{s}{r - h}$ und:

$s_1 = s + d_1 \sin \varphi/2$; $m = r_1 - (r + d)$; $h + d - h_1 = d_1 \cos \varphi/2$

16. Kreuzgewölbe über rechteckigem Grundriss mit konstanter Stärke (ohne Ansteigung und ohne Busen), Fig. 131. Sehr angenähert ist:

$$J = \frac{\varphi \pi}{360}(2rd + d^2)S + \frac{\psi \pi}{360}(2RD + D^2)s$$

D. Goniometrie und ebene Trigonometrie.

I. Goniometrische Formeln.

a. Besondere Werthe.

Grad	30	45	60	90
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cos	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tang	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞
cotg	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0

b. Beziehungen zwischen den Funktionen desselben Winkels.

1. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
2. $1 + \operatorname{tang}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$
3. $1 + \operatorname{cotg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$
4. $\sin\alpha = \frac{\operatorname{tang}\alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tang}^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{cotg}^2\alpha}} = \frac{1}{\operatorname{cosec}\alpha}$
5. $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tang}^2\alpha}} = \frac{\operatorname{cotg}\alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{cotg}^2\alpha}} = \frac{1}{\sec\alpha}$
6. $\operatorname{tang}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1 - \sin^2\alpha}} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2\alpha}}{\cos\alpha} = \frac{1}{\operatorname{cotg}\alpha}$

c. Beziehungen zwischen d. Funktionen d. einfachen Winkels u. seines Vielfachen.

1. $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$
2. $\sin 3\alpha = 3\sin\alpha\cos^2\alpha - \sin^3\alpha$
3. $\sin n\alpha = n\sin\alpha\cos^{n-1}\alpha - \binom{n}{3}\sin^3\alpha\cos^{n-3}\alpha + \binom{n}{5}\sin^5\alpha\cos^{n-5}\alpha - \cdots$
4. $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
5. $\cos 3\alpha = \cos^3\alpha - 3\sin^2\alpha\cos\alpha$
6. $\cos n\alpha = \cos^n\alpha - \binom{n}{2}\sin^2\alpha\cos^{n-2}\alpha + \binom{n}{4}\sin^4\alpha\cos^{n-4}\alpha - \cdots$
7. $\operatorname{tang} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tang}\alpha}{1 - \operatorname{tang}^2\alpha}$
8. $\operatorname{tang} 3\alpha = \frac{3\operatorname{tang}\alpha - \operatorname{tang}^3\alpha}{1 - 3\operatorname{tang}^2\alpha}$
9. $\operatorname{cotg} 2\alpha = \frac{\operatorname{cotg}^2\alpha - 1}{2\operatorname{cotg}\alpha}$
10. $\operatorname{cotg} 3\alpha = \frac{\operatorname{cotg}^3\alpha - 3\operatorname{cotg}\alpha}{3\operatorname{cotg}^2\alpha - 1}$
11. $\sin\frac{1}{2}\alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}}$
12. $\operatorname{tang}\frac{1}{2}\alpha = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha} = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha} = \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{1 + \cos\alpha}}$
13. $\cos\frac{1}{2}\alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos\alpha}{2}}$
14. $\operatorname{cotg}\frac{1}{2}\alpha = \frac{\sin\alpha}{1 - \cos\alpha} = \frac{1 + \cos\alpha}{\sin\alpha} = \sqrt{\frac{1 + \cos\alpha}{1 - \cos\alpha}}$
15. $\sin\alpha = \frac{2\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tang}^2\frac{\alpha}{2}}$
16. $\cos\alpha = \frac{1 - \operatorname{tang}^2\frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tang}^2\frac{\alpha}{2}}$
17. $\sin\alpha \pm \cos\alpha = \sqrt{1 \pm \sin 2\alpha}$

d. Beziehungen der Funktionen zweier Winkel.

1. $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$
2. $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
3. $\operatorname{tang}(\alpha \pm \beta) = [\operatorname{tang}\alpha \pm \operatorname{tang}\beta] : [1 \mp \operatorname{tang}\alpha\operatorname{tang}\beta]$
4. $\operatorname{cotg}(\alpha \pm \beta) = [\operatorname{cotg}\alpha\operatorname{cotg}\beta \mp 1] : [\operatorname{cotg}\beta \pm \operatorname{cotg}\alpha]$

5. $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$ 7. $\cos\alpha+\cos\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$

6. $\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$ 8. $\cos\alpha-\cos\beta = -2\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$

9. $\operatorname{tang}\alpha \pm \operatorname{tang}\beta = \frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$ 10. $\operatorname{cotg}\alpha \pm \operatorname{cotg}\beta = \frac{\sin(\beta\pm\alpha)}{\sin\alpha\sin\beta}$

11. $2\sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)$ 13. $2\sin\alpha\cos\beta = \sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)$

12. $2\cos\alpha\cos\beta = \cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)$ 14. $2\cos\alpha\sin\beta = \sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)$

15. $\sin^2\alpha - \sin^2\beta = \cos^2\beta - \cos^2\alpha = \sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)$

16. $\cos^2\alpha - \sin^2\beta = \cos^2\beta - \sin^2\alpha = \cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)$

e. Potenzen von sin und cos.

1. $2\sin^2\alpha = 1 - \cos 2\alpha$ 5. $2^5\sin^6\alpha = \cos 6\alpha - 6\cos 4\alpha + 15\cos 2\alpha - 10$

2. $2^2\sin^3\alpha = -\sin 3\alpha + 3\sin\alpha$ 6. $2\cos^2\alpha = 1 + \cos 2\alpha$

3. $2^3\sin^4\alpha = \cos 4\alpha - 4\cos 2\alpha + 3$ 7. $2^2\cos^3\alpha = \cos 3\alpha + 3\cos\alpha$

4. $2^4\sin^5\alpha = \sin 5\alpha - 5\sin 3\alpha + 10\sin\alpha$ 8. $2^3\cos^4\alpha = \cos 4\alpha + 4\cos 2\alpha + 3$

9. $2^4\cos^5\alpha = \cos 5\alpha + 5\cos 3\alpha + 10\cos\alpha$

10. $2^5\cos^6\alpha = \cos 6\alpha + 6\cos 4\alpha + 15\cos 2\alpha + 10$

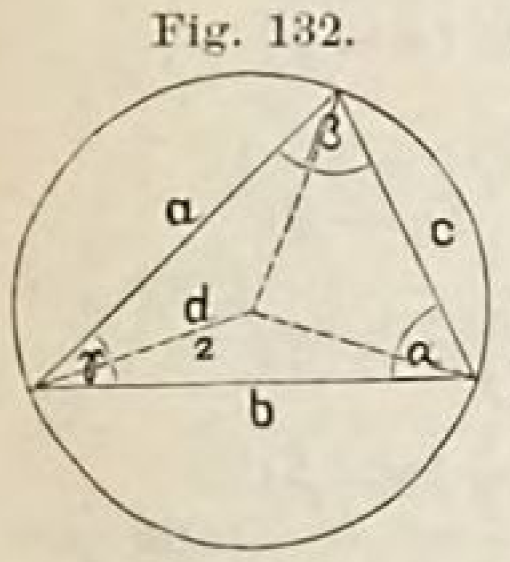
f. Bogen-Funktionen.

1. $\operatorname{arc}\sin u = \operatorname{arc}\cos\sqrt{1-u^2} = \operatorname{arc}\operatorname{tang}\frac{u}{\sqrt{1-u^2}} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arc}\cos u$

2. $\operatorname{arc}\cos u = \operatorname{arc}\sin\sqrt{1-u^2} = \operatorname{arc}\operatorname{tang}\frac{\sqrt{1-u^2}}{u} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arc}\sin u$

3. $\operatorname{arc}\operatorname{tang} u = \operatorname{arc}\sin\frac{u}{\sqrt{1+u^2}} = \operatorname{arc}\cos\frac{1}{\sqrt{1+u^2}} = \operatorname{arc}\operatorname{cotg}\frac{1}{u}$

Fig. 132.



II. Berechnung ebener Dreiecke.

Seitenlängen des Dreiecks, Fig. 132 a, b, c; gegenüber liegende Winkel: α, β, γ; Flächen-Inhalt: F; Radius des umschriebenen Kreises: r. Zur Abkürzung ist gesetzt:

$$\frac{a+b+c}{2} = s; \quad \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}} = \rho$$

1. $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2r$ 4. $\operatorname{tang}\frac{1}{2}\alpha = \frac{\rho}{s-a}$; $\operatorname{tang}\frac{1}{2}\beta = \frac{\rho}{s-b}$; $\operatorname{tang}\frac{1}{2}\gamma = \frac{\rho}{s-c}$

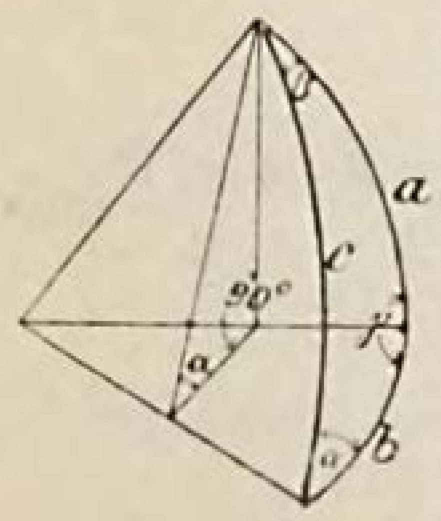
2. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$ 5. $\cos\frac{1}{2}\alpha = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$; $\sin\frac{1}{2}\alpha = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$

3. $\frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{tang}\frac{\alpha+\beta}{2}}{\operatorname{tang}\frac{\alpha-\beta}{2}}$ 6. $F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

Auflösung schiefwinkliger Dreiecke.

Gegeben	Auflösung.
a, b, c	α aus (2), oder, behuf Anwendung logarithm. Rechnung aus (5), wobei die Anwendung des cos für sehr kleine Winkel, die des sin für Winkel nahe 90° zu vermeiden ist. Darauf die übrigen Winkel aus (1), oder die 3 Winkel aus (4).
a, b, α	β aus (1); $\gamma = 180 - (\alpha+\beta)$, c aus (1).
a, α, β	$\gamma = 180 - (\alpha+\beta)$; b und c aus (1).
a, b, γ	c aus (2), darauf die übrigen Stücke aus (1). Oder besser behuf Anwendung logarithm. Rechnung: $\frac{\alpha+\beta}{2} = 90^0 - \frac{\gamma}{2}$; darauf $\frac{\alpha-\beta}{2}$ aus (3); dann c aus (1).

Fig. 133.



E. Sphärische Trigonometrie.

I. Das rechtwinklige sphärische Dreieck, Fig. 133.

a, b, c Seiten, α, β, γ Winkel des Dreiecks, worunter $\gamma = 90^0$.

1. $\cos c = \cos a \cos b$ 2. $\sin\alpha = \frac{\sin a}{\sin c}$; $\sin\beta = \frac{\sin b}{\sin c}$

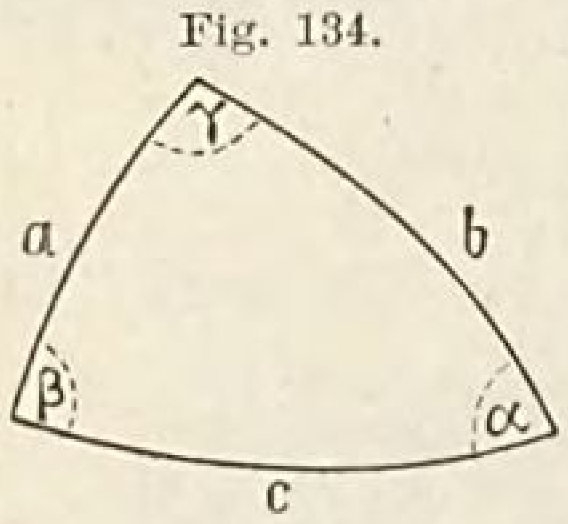
3. $\cos\alpha = \frac{\text{tang}\, b}{\text{tang}\, c}$; $\cos\beta = \frac{\text{tang}\, a}{\text{tang}\, c}$ 4. $\text{tang}\,\alpha = \frac{\text{tang}\, a}{\sin b}$; $\text{tang}\,\beta = \frac{\text{tang}\, b}{\sin a}$

5. $\cos\alpha = \cos a \sin\beta$ 6. $\cos c = \text{cotg}\,\alpha\, \text{cotg}\,\beta$.

II. Gemeines sphärisches Dreieck, Fig. 134.

F Inhalt des sphär. Dreiecks; r Kugelradius; zur Abkürzung wird gesetzt:

Fig. 134.



$a+b+c = 2s$ u.: $\frac{\sin(s-a)\sin(s-b)\sin(s-c)}{\sin s} = \text{tang}^2\rho$;

$\alpha+\beta+\gamma = 2\sigma$ u.: $-\frac{\cos(\sigma-\alpha)\cos(\sigma-\beta)\cos(\sigma-\gamma)}{\cos\sigma} = \text{cotg}^2 r$

1. $\frac{\sin a}{\sin\alpha} = \frac{\sin b}{\sin\beta} = \frac{\sin c}{\sin\gamma}$
2. $\cos a = \cos b\cos c + \sin b \sin c \cos\alpha$
3. $\cos\alpha = -\cos\beta\cos\gamma + \sin\beta\sin\gamma\cos a$

4. $\sin\frac{1}{2}\alpha = \sqrt{\frac{\sin(s-b)\sin(s-c)}{\sin b \sin c}}$ 5. $\cos\frac{1}{2}\alpha = \sqrt{\frac{\sin s \sin(s-a)}{\sin b\sin c}}$

6. $\text{tang}\frac{1}{2}\alpha = \frac{\text{tang}\,\rho}{\sin(s-a)}$; $\text{tang}\frac{1}{2}\beta = \frac{\text{tang}\,\rho}{\sin(s-b)}$; $\text{tang}\frac{1}{2}\gamma = \frac{\text{tang}\,\rho}{\sin(s-c)}$

7. $\sin\frac{1}{2}a = \sqrt{-\frac{\cos\sigma\cos(\sigma-\alpha)}{\sin\beta\sin\gamma}}$ 8. $\cos\frac{1}{2}a = \sqrt{\frac{\cos(\sigma-\beta)\cos(\sigma-\gamma)}{\sin\beta\sin\gamma}}$

9. $\text{cotg}\frac{1}{2}a = \frac{\text{cotg}\, r}{\cos(\sigma-\alpha)}$; $\text{cotg}\frac{1}{2}b = \frac{\text{cotg}\, r}{\cos(\sigma-\beta)}$; $\text{cotg}\frac{1}{2}c = \frac{\text{cotg}\, r}{\cos(\sigma-\gamma)}$

Neper'sche Analogien:

10. $\text{tang}\frac{1}{2}(\alpha+\beta) = \frac{\cos\frac{1}{2}(a-b)}{\cos\frac{1}{2}(a+b)}\text{cotg}\frac{1}{2}\gamma$; 11. $\text{tang}\frac{1}{2}(a+b) = \frac{\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)}\text{tang}\frac{1}{2}c$

$\text{tang}\frac{1}{2}(\alpha-\beta) = \frac{\sin\frac{1}{2}(a-b)}{\sin\frac{1}{2}(a+b)}\text{cotg}\frac{1}{2}\gamma$ $\text{tang}\frac{1}{2}(a-b) = \frac{\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)}\text{tang}\frac{1}{2}c$

Gauss'sche Formeln:

12. $\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos\frac{1}{2}c = \cos\frac{1}{2}(a+b)\sin\frac{1}{2}\gamma$; 14. $\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)\sin\frac{1}{2}c = \sin\frac{1}{2}(a+b)\sin\frac{1}{2}\gamma$

13. $\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos\frac{1}{2}c = \cos\frac{1}{2}(a-b)\cos\frac{1}{2}\gamma$; 15. $\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)\sin\frac{1}{2}c = \sin\frac{1}{2}(a-b)\cos\frac{1}{2}\gamma$

16. Grösse des sphär. Dreiecks: $F = \frac{\alpha+\beta+\gamma-180^0}{180^0} r^2\pi = \frac{\varepsilon}{180^0} r^2\pi$

Sind nicht die 3 Winkel, sondern nur die 3 Seiten des sphär. Dreiecks gemessen, so kann der sphär. Exzess $\varepsilon = \alpha+\beta+\gamma-180^0$ aus letztern unmittelbar berechnet werden nach der Gl.

17. $\text{tang}^2\frac{1}{4}\varepsilon = \text{tang}\frac{1}{2}s\,\text{tang}\frac{1}{2}(s-a)\,\text{tang}\frac{1}{2}(s-b)\,\text{tang}\frac{1}{2}(s-c)$

III. Berechnung sphärischer Dreiecke.

Gegeben	Auflösung
a, b, c	die Winkel aus (4), (5) oder (6).
α, β, γ	die Seiten aus (7), (8) oder (9).
α, β, c	$\frac{a+b}{2}$ und $\frac{a-b}{2}$ aus (11) darauf γ aus (1).
a, b, γ	$\frac{\alpha+\beta}{2}$ und $\frac{\alpha-\beta}{2}$ aus (10), darauf c aus (1), oder $\frac{\alpha+\beta}{2}$, $\frac{\alpha-\beta}{2}$ und c aus (13).
a, b, α	β aus (1), alsdann γ und c aus (10) und (11).
α, β, α	b aus (1), alsdann γ und c aus (10) und (11).

F. Differential-Rechnung.

I. Differential-Formeln.

a. Einfache Differentiation.

1. $d(ax) = a\,dx$
2. $d(x^n) = n\,x^{n-1}\,dx$
3. $d(a^x) = a^x \ln a\,dx$
4. $d(e^x) = e^x\,dx$
5. $d(x+y) = dx + dy$
6. $d(xy) = x\,dy + y\,dx$
7. $d\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{y\,dx - x\,dy}{y^2}$
8. $d(x^y) = x^y\left(y\frac{dx}{x} + \ln x\,dy\right)$
9. $d(\ln x) = \frac{dx}{x}$
10. $d(\log_a x) = \frac{1}{\ln a}\frac{dx}{x}$
11. $d\sin x = \cos x\,dx$
12. $d\,\mathrm{tng}\,x = \frac{1}{\cos^2 x}\,dx$
13. $d\sec x = \frac{\sin x}{\cos^2 x}\,dx$
14. $d\cos x = -\sin x\,dx$
15. $d\,\mathrm{cotg}\,x = -\frac{1}{\sin^2 x}\,dx$
16. $d\,\mathrm{cosec}\,x = -\frac{\cos x}{\sin^2 x}\,dx$
17. $d\ln\sin x = \mathrm{cotg}\,x\,dx$
18. $d\ln\mathrm{tng}\,x = \frac{2\,dx}{\sin 2x}$
19. $d\ln\cos x = -\mathrm{tng}\,x\,dx$
20. $d\ln\mathrm{cotg}\,x = -\frac{2\,dx}{\sin 2x}$
21. $d\arcsin x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$
22. $d\,\mathrm{arc\,tang}\,x = \frac{1}{1+x^2}\,dx$
23. $d\,\mathrm{arc\,sec}\,x = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}\,dx$
24. $d\arccos x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$
25. $d\,\mathrm{arc\,cotg}\,x = -\frac{1}{1+x^2}\,dx$
26. $d\,\mathrm{arc\,cosec}\,x = -\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}\,xd$

27. Differentiation abhängiger Variabeln.

Ist $u = f(z)$ und $z = \varphi(x)$, so ist: $\frac{du}{dx} = \frac{du}{dz}\frac{dz}{dx}$

Ist $u = f(z)$, $z = \varphi(y)$, $y = \psi(x)$, so ist: $\frac{du}{dx} = \frac{du}{dz}\frac{dz}{dy}\frac{dy}{dx}$

28. Differentiation der Funktionen von mehreren Urvariabeln.

$$df(x,y,z\ldots) = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz + \ldots.$$

Die Grössen $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}\ldots$ heissen partielle Differential-Quotienten oder partielle Ableitungen nach $x, y, z\ldots$ Dieselben werden gebildet; indem bei der Differentiation der Funktion nur diejenige Variable, nach welcher die Ableitung genommen wird, als veränderlich, alle andern Variabeln als konstant angesehen werden.

Beispiel: $f(x,y,z) = ax^2 + by^2 + cz^2$; $\frac{\partial f}{\partial x} = 2ax$; $\frac{\partial f}{\partial y} = 2by$; $\frac{\partial f}{\partial z} = 2cz$. u. $df = 2ax\,dx + 2by\,dy + 2cz\,dz$

29. Differentiation einer Funktion von mehreren abhängigen Variabeln.

$$u = f(x,y,z\ldots) \text{ und } x = \varphi_1(t);\ y = \varphi_2(t);\ z = \varphi_3(t)\ \ldots.$$

$$du = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{dx}{dt}dt + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{dy}{dt}dt + \frac{\partial f}{\partial z}\frac{dz}{dt}dt + \ldots$$

30. Differentiation unentwickelter Funktionen zweier Variabeln.

$f(x,y) = o$. Aus $df(x,y) = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy = o$ folgt: $\frac{dy}{dx} = -\frac{\partial f}{\partial x} : \frac{\partial f}{dy}$

Beispiel: $ax^2 + by^2 = o$; $\frac{\partial f}{\partial x} = 2ax$; $\frac{\partial f}{\partial y} = 2by$; $\frac{dy}{dx} = -\frac{ax}{by}$

b. Mehrfache Differentiationen.

1. Funktionen einer Urvariabeln.

$$y = f(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} = f'(x) \quad \text{(1. Ableitung, 1. Differential-Quotient)}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{df'(x)}{dx} = f''(x) \quad \text{(2. „ 2. „ „)}$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\frac{d^ny}{dx^n} = \frac{df^{n-1}(x)}{dx} = f^n(x) \quad (n^{\text{te}} \text{ „ } n^{\text{ter}} \text{ „ „)}$$

2. Funktionen zweier Urvariabeln.

$$u = f(x, y)$$

$$du = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$$

$$d^2u = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} dx^2 + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \, \partial y} dx\, dy + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} dy^2$$

$$d^3u = \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} dx^3 + 3 \frac{\partial^3 f}{\partial x^2 \partial y} dx^2 dy + 3 \frac{\partial^3 f}{\partial x \, \partial y^2} dx\, dy^2 + \frac{\partial^3 f}{\partial y^3} dy^3$$

$$\vdots$$

$$d^nu = \binom{n}{0} \frac{\partial^n f}{\partial x^n} dx^n + \binom{n}{1} \frac{\partial^n f}{\partial x^{n-1} \partial y} dx^{n-1} dy + \binom{n}{2} \frac{\partial^n f}{\partial x^{n-2} y^2} dx^{n-2} y^2 + \dots$$

worin $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \binom{n}{2}$ die Binomial-Koeffizienten (Vergl. S. 410).

Man schreibt kürzer in symbolischer Form:

$$d^nu = \left(\frac{1}{\partial x} dx + \frac{1}{\partial y} dy\right)^n \partial^n f \text{ oder } \left(dx \frac{\partial}{\partial x} + dy \frac{\partial}{\partial y}\right)^n u.$$

3. Funktionen mehrerer Urvariabeln.

$$u = f(x, y, z \dots)$$

$$d^nu = \left(\frac{1}{\partial x} dx + \frac{1}{\partial y} dy + \frac{1}{\partial z} dz + \dots\right)^n \partial^n f$$

4. Unentwickelte Funktionen.

$$f(x, y) = 0.$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dx} = f^1(x, y) = 0. \quad \frac{\partial f^1}{\partial x} + \frac{\partial f^1}{\partial y} \frac{dy}{dx} = 0.$$

In diese Gl. sind die durch Bildung von $\frac{\partial f^1}{\partial x}$ und $\frac{\partial f^1}{\partial y}$ entstehenden Werthe einzusetzen, unter Berücksichtigung dass $\frac{\partial \left(\frac{dy}{dx}\right)}{\partial x} = 0$ und man erhält:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = - \frac{\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \, \partial y} \frac{dy}{dx} + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}{\frac{\partial f}{\partial y}}$$

Hierin ist endlich noch der Werth für $\frac{dy}{dx}$ nach a (30) einzusetzen. In analoger Weise werden die höheren Differential-Quotienten gebildet.

5. Funktionen von zwei abhängigen Variabeln.

$$u = f(x, y);\; x = \varphi(t);\; y = \psi(t)$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f'}{\partial y} \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \, \partial y} \frac{dx}{dt} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{df}{dy} \frac{d^2y}{dt^2}$$

u. s. w.

II. Die Reihen von Taylor und Maclaurin.

A. $f(x+h) = f(x) + \frac{f'(x)}{1} h + \frac{f''(x)}{1.2} h^2 + \ldots + \frac{f^{n-1}(x)}{1.2\ldots(n-1)} h^{n-1} + R_n$

worin: $R_n = \frac{(1-\theta)^{n-p} f^n(x+\theta h)}{1.2.3\ldots(n-1)p} h^n$

B. $f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1} x + \frac{f''(0)}{1.2} x^2 + \ldots + \frac{f^{n-1}(0)}{1.2\ldots(n-1)} x^{n-1} + R_n$

worin: $R_n = \frac{(1-\theta)^{n-p} f^n(\theta x)}{1.2\ldots(n-1).p} x^n$

Voraussetzung der Gültigkeit der Reihen ist, dass $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)\ldots$ in dem Intervall x bis $x+h$, bezw. 0 bis x endlich und stetig bleiben.

Zur Beurtheilung d. Restglieder (R) ist $p = 1$ u. $= n$, $\theta = 0$ u. $= 1$ zu setzen.

III. Unbestimmte Werthe.

1. $\frac{0}{0}$. Nimmt der Bruch $\frac{F(x)}{f(x)}$ für den speziellen Werth $x = a$ die unbestimmte Form $\frac{0}{0}$ an, so erhält man den wahren Werth von $\frac{F(x)}{f(x)}$ wenn man $\frac{F'(x)}{f'(x)}$ bildet und hierin $x = a$ setzt. Ist auch dieser Bruch noch unbestimmt, so bildet man $\frac{F''(x)}{f''(x)}$ u. s. f.

2. $\frac{\infty}{\infty}$. Es ist $\frac{\infty}{\infty} = \frac{\frac{1}{\infty}}{\frac{1}{\infty}} = \frac{0}{0}$. Man verfährt also wie vor.

3. $0\,\infty$. Es ist $0\,\infty = 0\,\frac{1}{0}$. Wird also $F(x) \,.\, f(x) = 0\,\infty$, so schreibe man: $\frac{F(x)}{\frac{1}{f(x)}}$, welcher Bruch nach (1) zu behandeln ist.

4. 0^0; 1^∞; ∞^0. Ergiebt der Ausdruck $y = F(x)^{f(x)}$ eine dieser Formen, so bilde man: $\ln y = f(x) \ln F(x)$ wodurch die Behandlung auf einen der Fälle 1—3 zurück geführt ist.

5. $\infty - \infty$. Ergiebt $y = \frac{1}{F(x)} - \frac{1}{f(x)}$ obige Form, so schreibe man:

$y = \frac{f(x) - F(x)}{F(x) \,.\, f(x)}$ und hat dann Fall (1) oder (2).

Beispiel 1.

$\frac{x^m - a^m}{x^n - a^n}$ wird $\frac{0}{0}$ für $x = a$

$\frac{F'(x)}{f'(x)} = \frac{m x^{m-1}}{n x^{n-1}}$; $\frac{F'(a)}{f'(a)} = \frac{m}{n} a^{m-n}$

Beispiel 2.

$\frac{x - \sin x}{x^3}$ wird $\frac{0}{0}$ für $x = 0$.

$\frac{F'(x)}{f'(x)} = \frac{1 - \cos x}{3x^2}$ " " " "

$\frac{F''(x)}{f''(x)} = \frac{\sin x}{6x}$ " " " "

$\frac{F'''(x)}{f'''(x)} = \frac{\cos x}{6}$ wird $= \frac{1}{6}$ für $x = 0$.

IV. Maxima und Minima.

1. Funktion einer Urvariabeln.

Ist $y = f(x)$, so bestimmt man die eminenten Werthe von $f(x)$ nach dem Satze:

Man bestimme die Wurzeln aus der Gleich. $\frac{\partial y}{\partial x} = 0$

Denjenigen unter diesen Wurzeln entsprechen eminente Werthe von y, für welche der seiner Ordnung nach niedrigste nicht verschwindende Differential-Quotient von gerader Ordnung ist. Und zwar entsprechen den Wurzeln Maxima oder Minima von y, je nachdem sie den betr. Differential-Quotienten negativ oder positiv machen.

Beispiel 1. $y = x^2 - 6x + 7$; $\frac{dy}{dx} = 2x - 6 = o$; $x = +3$

$\frac{d^2y}{dx^2} = +2$; also wird y ein Minimum für $x = 3$ und $y_{min.} = 9 - 18 + 7 = -2$

Beispiel 2. $y = x^3 - 2ax^2 + a^2x$

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 4ax + a^2 = o; \text{ liefert die Wurzeln } \begin{cases} x_1 = a \\ x_2 = \frac{1}{3}a \end{cases}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 6x - 4a \begin{cases} \text{dieser Werth wird positiv für } x = a \\ \text{und negativ für } x = \frac{1}{3}a \end{cases}$$

für $x = a$ wird $y = o$ ein Minimum; für $x = \frac{a}{3}$ wird $y = \frac{4}{27}a^3$ ein Maximum.

Beispiel 3. $y = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1$

$$\frac{dy}{dx} = 5x^4 - 20x^3 + 15x^2 = o \text{ liefert die Wurzeln } \begin{cases} x_1 = o;\ x_3 = 1 \\ x_2 = o;\ x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 20x^3 - 60x^2 + 30x \left\{ \begin{matrix} \text{wird negativ für } x_3 \\ \text{„ positiv „ } x_4 \end{matrix} \right\} \text{wird } = o \text{ für } x_1 \text{ und } x_2$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = 60x^2 - 120x^3 + 30 \text{ wird } = 30 \text{ für } x_1 \text{ und } x_2$$

Den Werthen x_1 und x_2 entsprechen hiernach keine eminenten Werthe von y, da die niedrigste Ableitung, welche bei Einsetzung dieser Werthe nicht verschwindet, von der 3ten Ordnung ist. Für $x_3 = 1$ wird $y = 2$ ein Minimum; für $x_4 = 3$ wird $y = 26$ ein Maximum.

2. Funktionen von mehreren Urvariabeln.

Eine Funktion $u = f(x, y, z \ldots)$ hat für ein bestimmtes Werth-System der Variabeln einen eminenten Werth, wenn für dasselbe sämmtliche partiellen Differential-Quotienten der 1ten Ordnung verschwinden und wenn die niedrigste Ordnung, für welche sie nicht sämmtlich verschwinden, eine gerade ist.

Verschwinden für das gedachte Werth-System sämmtliche partiellen Differential-Quotienten der 2ten Ordnung, so wird die weitere Untersuchung meistens sehr umständlich und man wird vorziehen, aus der Natur der vorliegenden Funktion auf andere Weise zu entscheiden, ob eminente Werthe vorhanden sind oder nicht. Bei Funktionen von mehr als 2 Urvariabeln fällt die Untersuchung über die Natur des eminenten Werths bereits ziemlich verwickelt aus.*)

Für eine Funktion zweier Variabeln $u = f(x, y)$ gelten, falls die 2ten Ableitungen die Entscheidung liefern, für Bestimmung der emin. Werthe folgende Regeln:

Die aus den Gleich. $\frac{\partial f}{\partial x} = o$ und $\frac{\partial f}{\partial y} = o$ abgeleiteten Werthe müssen die Bedingung: $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2 > o$ erfüllen, und entsprechen einem Maximum oder Minimum von $f(x, y)$, je nachdem sie $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ und $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ gleichzeitig negativ oder positiv machen.

Beispiel. Die Zahl 30 in 3 Theile so zu zerlegen, dass das Produkt aus dem 1ten × Quadrat des 2ten × Kubus des 3ten ein Maximum ergiebt.

$$u = x^3 y^2 (30 - x - y)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= 3x^2y^2(30 - x - y) - x^3y^2 = o \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= 2x^3y\,(30 - x - y) - x^3y^2 = o \end{aligned}\right\} \begin{aligned} x_1 &= 15 \\ y_1 &= 10 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 6xy^2(30 - x - y) - 6x^2y^2 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; \text{für } x_1, y_1 = -\ 90\,000$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 2x^3(30 - x - y) - 4x^3y \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; \text{für } x_1, y_1 = -101\,250$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 6x^2y(30 - x - y) - 3x^2y^2 - 2x^3y \;.\;.\;.\; \text{für } x_1, y_1 = -\ 67\,500$$

$90\,000 \,.\, 101\,250 > (67\,500)^2$. — z wird zu einem Maximum für $z = 15^3 \,.\, 10^2 \,.\, 5$.

3. Unentwickelte Funktionen.

$f(x, y) = 0$. Die eminenten Werthe von y ergeben sich durch die gleichzeitige Erfüllung der Bedingungen:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0; \quad f(x, y) = 0; \quad \frac{\partial f}{\partial y} \gtrless 0$$

und zwar erreicht y ein Maximum, wenn $\left[-\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right] : \left[\frac{\partial f}{\partial y}\right] < 0$

y „ Minimum „ $\left[-\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right] : \left[\frac{\partial f}{\partial y}\right] > 0$

*) Werthvolle Hülfsmittel zur Vereinfachung der Untersuchung liefert die Anwendung der Determinanten-Theorie. Vergl. Baltzer. Theorie und Anwendung der Determinanten. § 6, No. 2 und Schloemich. Handbuch der Mathematik. Bd. 2. S. 509 ff.

Beispiel: $y^3 - 3ayx + x^3 = 0;\ x_1 = a\sqrt[3]{2};\ \dfrac{\partial f}{\partial x} = -3ay + 3x^2 = 0;\ y_1 = a\sqrt[3]{4}$

$\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3y^2 - ax$, für x_1 und $y_1 > 0$. $\quad -\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} : \dfrac{\partial f}{\partial y} = -\dfrac{6x}{3y^2 - 3ax}$, für $x_1\, y_1 = -\dfrac{1}{a}$

sonach $y_1 = a\sqrt[3]{4}$ ein Maximum.

V. Zerlegung rationaler Brüche in Partial-Brüche.

Die allgemeine Form des rationalen echten Bruches ist:

$$\frac{f(x)}{F(x)} = \frac{ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \dots\dots}{x^m + Bx^{m-1} + Cx^{m-2} + \dots\dots}; \qquad m > n$$

Man zerlege $F(x)$ in ihre linearen Faktoren durch Auflösung der Gl.:

$$F(x) = 0.$$

Sind $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ die Wurzeln dieser Gl., so erhält man:
entweder $F(x) = (x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)\dots$; oder $F(x) = (x-\alpha)^p (x-\beta)^q (x-\gamma)^r \dots$

1. Es sei $F(x) = (x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)\dots$. Man zerlege dann:

$$\frac{f(x)}{F(x)} = \frac{A_1}{x-\alpha} + \frac{A_2}{x-\beta} + \frac{A_3}{x-\gamma} \dots\dots$$

Die Zähler der Partialbrüche erhält man aus den Gleich.:

$$A_1 = \frac{f(\alpha)}{F'(\alpha)}; \quad A_2 = \frac{f(\beta)}{F'(\beta)}; \quad A_3 = \frac{f(\gamma)}{F'(\gamma)} \text{ u. s. w.}$$

Die Werthe $f(\alpha)$.. werden dargestellt, wenn man in der Formel für $f(x)$ $x = \alpha$ einsetzt. $F'(x)$ wird erhalten, wenn man in der 1. Ableitung von $F(x)$ $x = \alpha$ einsetzt. Bequemer wird dieser Werth dargestellt, wenn in $\dfrac{F(\alpha)}{x-\alpha} = (x-\beta)(x-\gamma)\dots$ für x die Werthe α eingesetzt werden. Analog werden $f'(\beta)$, $f'(\gamma)\dots$ ermittelt.

2. Es sei $F(x) = (x-\alpha)^p (x-\beta)^q (x-\gamma)^r \dots\dots$ Man zerlege dann:

$$\frac{f(x)}{F(x)} = \frac{A_0}{(x-\alpha)^p} + \frac{A_1}{(x-\alpha)^{p-1}} + \frac{A_2}{(x-\alpha)^{p-2}} + \dots + \frac{A_{n-1}}{x-\alpha}$$
$$+ \frac{B_0}{(x-\beta)^q} + \frac{B_1}{(x-\beta)^{q-1}} + \frac{B_2}{(x-\beta)^{q-2}} + \dots + \frac{B_{n-1}}{x-\beta}$$
$$+ \frac{C_0}{(x-\gamma)^r} + \frac{C_1}{(x-\gamma)^{r-1}} + \frac{C_2}{(x-\gamma)^{r-2}} + \dots + \frac{C_{n-1}}{x-\gamma} \text{ u. s. w.}$$

Setzt man das Produkt aller von α unabhängigen Faktoren: $(x-\beta)^q (x-\gamma)^r \dots = \varphi(x)$, so erhält man folgendes Bildungsgesetz für die Zähler A:

$$f(\alpha) = \varphi(\alpha) A_0$$
$$f'(\alpha) = \varphi'(\alpha) A_0 + \varphi(\alpha) 1.A_1$$
$$f''(\alpha) = \varphi''(\alpha) A_0 + \binom{2}{1}\varphi'(\alpha) 1.A_1 + \varphi(\alpha) 1.2.A_2$$
$$f'''(\alpha) = \varphi'''(\alpha) A_0 + \binom{3}{1}\varphi''(\alpha) 1.A_1 + \binom{3}{2}\varphi'(\alpha) 1.2.A_2 + \varphi(\alpha) 1.2.3.A_3$$
$$f^{IV}(\alpha) = \varphi^{IV}(\alpha) A_0 + \binom{4}{1}\varphi'''(\alpha) 1.A_1 + \binom{4}{2}\varphi''(\alpha) 1.2.A_2 + \binom{4}{3}\varphi'(\alpha) 1.2.3\ A_3$$
$$+ \varphi(\alpha) 1.2.3.4.A_4$$

worin $\binom{n}{p}$ die entsprechenden Binomial-Koeffizienten sind. In analoger Weise ermittelt man die Zähler B, C etc.

3. Ergiebt die Gleich. $F(x) = 0$ imaginäre Wurzeln, so fasse man das Produkt zweier konjugirten Faktoren zusammen. Ist $\alpha_1 = r + s\sqrt{-1}$ eine Wurzel, so ist auch eine 2. Wurzel $\alpha_2 = r - s\sqrt{-1}$ vorhanden. Das Produkt der entsprechenden Faktoren ist:

$$[x - (r + s\sqrt{-1})]\,[x - (r + s\sqrt{-1})] = (x-r)^2 + s^2$$

Man erhält hiernach für den Nenner die allgemeine Zerlegung:

$$F(x) = [(x-r)^2 + s^2]\,\varphi(x)$$

und schreibe dann: $\quad \dfrac{f(x)}{F(x)} = \dfrac{A_0 x + B_0}{(x-r)^2 + s^2} + \dfrac{\psi(x)}{\varphi(x)}$

A_0 u. B_0 erhält man aus der Gleich. $\quad \dfrac{f(r + s\sqrt{-1})}{\varphi(r + s\sqrt{-1})} = A_0(r + s\sqrt{-1}) + B_0$

Die linke Seite der Gleich. nimmt hierbei einen komplexen Werth an; man kann daher schreiben:

$$M + N\sqrt{-1} = A_0\left(r + s\sqrt{-1}\right) + B_0$$

Durch Vergleichung der realen und imaginären Werthe erhält man dann:

$$A_0 = \frac{N}{s}; \quad B_0 = M - \frac{r}{s} N$$

4. Führt die Zerlegung des Nenners in Produkte auf die allgemeine Form:

$$F(x) = [(x-r)^2 + s^2]^n \, \varphi(x) = U^n \, \varphi(x)$$

so zerlege man den Bruch wie folgt:

$$\frac{f(x)}{F(x)} = \frac{A_0 x + B_0}{U^n} + \frac{A_1 x + B_1}{U^{n-1}} + \frac{A_2 x + B_2}{U^{n-2}} + \ldots + \frac{\psi(x)}{\varphi(x)}$$

Die Werthe A_0 und B_0 erhält man wie ad 3 durch Gleichsetzung von:

$$\frac{f\left(r + s\sqrt{-1}\right)}{\varphi\left(r + s\sqrt{-1}\right)} = A\left(r + s\sqrt{-1}\right) + B.$$

Man bilde dann: $$\frac{F(x) - \varphi(x)\left[A_0 x + B_0\right]}{U} = \chi(x)$$

so ist: $$\frac{\chi\left(r + s\sqrt{-1}\right)}{\varphi\left(r + s\sqrt{-1}\right)} = M_1 x + N_1 = A_1\left(r + s\sqrt{-1}\right) + B_1$$

woraus wieder durch Gleichsetzung der Koeffizienten realer und imaginärer Gröfsen rechts und links die Werthe für A_1 und B_1 gefunden werden.

In analoger Weise fährt man fort, bis sämmtliche Werthe für A und B bestimmt sind.

5. In allen gedachten Fällen kann die Ermittelung der Zähler auch nach der Methode der unbestimmten Koeffizienten (S. 431) erfolgen. Das Verfahren ist sehr durchsichtig, jedoch nur bei einfachen Formen der betr. Funktionen bequemer als die andern Methoden.

Beispiel zu 1. $$\frac{f(x)}{F(x)} = \frac{x^3 + 9x^2 - 4x + 7}{(x-2)(x-3)(x+2)(x+3)}$$

$$\alpha = 2; \; \beta = 3; \; \gamma = -2; \; \delta = -3.$$

$$F^1(\alpha) = -20; \; F^1(\beta) = 30; \; F^1(\gamma) = 20; \; F^1(\delta) = -30$$

$$f(\alpha) = 43; \; f(\beta) = 103; \; f(\gamma) = 43; \; f(\delta) = 73$$

$$\frac{f(x)}{F(x)} = -\frac{43}{20}\,\frac{1}{x-2} + \frac{103}{30}\,\frac{1}{x-3} + \frac{43}{20}\,\frac{1}{x+2} - \frac{73}{30}\,\frac{1}{x+3}$$

Beispiel zu 2 u. 3.

$$\frac{f(x)}{F(x)} = \frac{x^4 - 26x^2 - 32}{(x+2)^3(x^2 - 2x + 2)} = \frac{A_3}{(x+2)^3} + \frac{A_2}{(x+2)^2} + \frac{A_1}{x+2} + \frac{Bx + C}{x^2 - 2x + 2}$$

$$\alpha_1 = -2; \; \alpha_2 = 1 + \sqrt{-1}; \; \alpha_3 = 1 - \sqrt{-1}$$

$$f(x) = x^4 - 26x^2 - 32 \qquad f(\alpha_1) = 120 \qquad \varphi(x) = x^2 - 2x + 2 \qquad \varphi(\alpha_1) = 10$$

$$f'(x) = 4x^3 - 52x \qquad f'(\alpha_1) = 72 \qquad \varphi'(x) = 2x - 2 \qquad \varphi'(\alpha_1) = -6$$

$$f''(x) = 12x^2 - 62 \qquad f''(\alpha_1) = -4 \qquad \varphi''(x) = 2 \qquad \varphi''(\alpha_1) = 2$$

$$120 = 10A_3 \qquad A_3 = 12$$

$$72 = -72 + 10A_2 \qquad A_2 = 0$$

$$-4 = 24 + 0 + 20A_1 \qquad A_1 = 1$$

Setzt man $(x+2)^3 = \varphi_1(x)$; so ist:

$$\varphi_1(\alpha_2) = 18 + 26\sqrt{-1}; \; f(\alpha_2) = -36 - 52\sqrt{-1}$$

$$-36 - 52\sqrt{-1} = \left[18 + 26\sqrt{-1}\right]\left[B\left(1 + \sqrt{-1}\right) + C\right] = 8B + 18C + 44B\sqrt{-1} + 29C\sqrt{-1}$$

$$-36 = 8B + 18C \qquad B = 0$$

$$-52 = 44B + 26C \qquad C = 2$$

Beispiel zu 4. $$\frac{f(x)}{F(x)} = \frac{1}{(x^2 - 2x + 5)^2(x+1)^3} = \frac{A_0 x + B_0}{U^2} + \frac{A_1 x + B_1}{U} + \frac{\psi x}{\varphi(x)}$$

Es ist $\alpha_1 = 1 + 2\sqrt{-1}$; $\alpha_2 = 1 - 2\sqrt{-1}$;

$\varphi(x) = (x+1)^3$; $\varphi(\alpha) = \left(2 + 2\sqrt{-1}\right)^3 = 16\left(\sqrt{-1} - 1\right)$; man erhält:

$$\frac{1}{16\left(\sqrt{-1} - 1\right)} = -\frac{\sqrt{-1} + 1}{32} = A_0\left(1 + 2\sqrt{-1}\right) + B_0; \; A_0 = -\frac{1}{64}; \; B_0 = -\frac{1}{64}$$

Man bildet jetzt:

$$f(x) - \varphi(x)\left(A_0 x + B_0\right) = 1 - (x+1)^3\left(-\frac{x}{64} - \frac{1}{64}\right) = \frac{1}{64}\left(x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 65\right)$$

Dieser Ausdruck durch $x^2 - 2x + 5$ dividirt, liefert:

$\chi(x) = \frac{1}{64}(x^2 + 6x + 13$; $\chi(\alpha_1) = \frac{16}{64}\left(1 + \sqrt{-1}\right)$ und wie früher $\varphi(\alpha) = 1 - 2\sqrt{-1}$

sonach: $$\frac{1}{64}\,\frac{1 + \sqrt{-1}}{\sqrt{-1} - 1} = \frac{1}{64}\sqrt{-1} = A_1\left(1 + 2\sqrt{-1}\right) + B_1; \; A_1 = -\frac{1}{128}; \; B_1 = -\frac{1}{128}$$

Beispiel zu 5. $\frac{f(x)}{F(x)} = \frac{x+5}{(x-3)(x^2+x+1)} = \frac{A}{x-3} + \frac{Bx+C}{x^2+x+1}$

Wird die rechte Seite auf einerlei Nenner gebracht, so erhält man durch Gleichsetzung der Zähler: $x+5 = x^2(A+B) + x(A+C-3B) + A - 3C$

Die zu gleichen Potenzen von x gehörigen Koeffizienten müssen gleich sein, daher:

$$\left.\begin{aligned} A + B &= 0 \\ A + C - 3B &= 1 \\ A - 3C &= 5 \end{aligned}\right\} \text{ woraus: } \left\{\begin{aligned} A &= \frac{8}{13} \\ B &= -\frac{8}{13} \\ C &= -\frac{19}{13} \end{aligned}\right.$$

G. Integral-Rechnung.

I. Ausführung der Integration.

Nach dem Grundsatze: $\int df(x) = f(x)$ gewinnt man durch Umkehrung von Differential-Formeln eine Anzahl von Grundformeln der Integration. — Dieselben sind auf S. 432, 433 zusammen gestellt; dieser Zusammenstellung sind auch die einfachern der durch Transformation gewonnenen Integral-Formeln hinzu gefügt.

Sofern die zu integrirende Funktion nicht unmittelbar die Gestalt einer Grundformel zeigt, muss sie durch gewisse Kunstgriffe auf dieselbe zurück geführt werden. Man bedient sich hierbei der folgenden Transformationen:

1. Einsetzung neuer Variabeln.*)

Beispiele: $\int \sin(px+q)\,dx$

Man setze $px+q=z$; $dx = \frac{dz}{p}$ und erhält $\frac{1}{p}\int \sin z\,dz$, welches nach (18) aufgelöst werden kann.

2. Theilweise Integration. Aus: $d(uv) = udv + vdu$ ergiebt sich:

$$\int udv = uv - \int vdu$$

Beispiel: $\int xe^x\,dx = \int x\,de^x = xe^x - \int e^x dx = e^x(x-1) + c.$

3. Zerlegung in Partialbrüche. Die Operation ist bei allen rationalen gebrochenen Funktionen von der Form $\frac{f(x)}{F(x)}$ anzuwenden. Ist der Bruch kein echter, so muss er durch Division in eine ganze rationale Funktion und einen rationalen echten Bruch verwandelt werden. Erstere ist nach den Grundformeln ohne weiteres integrirbar. Letzterer wird nach S. 429 in Partialbrüche zerlegt und dadurch auf die Formen:

$\frac{A}{(x-a)^n}$ bezw. $\frac{A}{x-a}$, $\frac{Ax+B}{(x-r)^2+s^2}$, $\frac{Ax+B}{[(x-r)^2+s^2]^n}$ gebracht, welche nach II.a (4), b II. u. III. integrirt werden.

4. Methode der unbestimmten Koeffizienten.**)

Dieselbe ist anwendbar an Stelle der Integration durch Theile bei der Integration der zusammen gesetzten rationalen und irrationalen gebrochenen Funktionen von der Form: $\int \frac{f(x)\,dx}{[F(x)]^n}$ und $\int \frac{f(x)\,dx}{[F(x)]^n[\varphi(x)]^m}$.

I. $\int \frac{f(x)\,dx}{[F(x)]^n}$. Man schreibe: $\int \frac{f(x)\,dx}{[F(x)]^n} = \frac{\psi(x)}{[F(x)]^{n-1}} + \int \frac{\chi(x)}{F(x)}$

Durch Differentiation, Division durch dx und Multiplikation mit $[F(x)]^n$ erhält man:

$$f(x) = F(x)\,d\psi(x) - (n-1)\,\psi(x)\,dF(x) + \chi(x)\,[F(x)]^{n-1}.$$

Für $\chi(x)$ hat man eine solche Funktion von x einzuführen, dass $\frac{\chi(x)}{F(x)}$ eine echt gebrochene Funktion ist; wenn also die allgemeine Form von $F(x) = a_0 x^p + a_1 x^{p-1} + \ldots + a^p$ ist, so ist die allgemeine Form von $\chi(x) = A_1 x^{p-1} + A_2 x^{p-2} + \ldots\ldots A_n$.

Für $\psi(x)$ ist die allgemeine Form: $\psi(x) = B_0 x^q + B_1 x^{q-1} + \ldots\ldots B_n$.

Daher $d\psi(x) = qB_0 x^{q-1} + (q-1)B_1 x^{q-2} + \ldots + B_{n-1}$.

q ist derart zu bestimmen, dass die Glieder $F(x)\,d\psi(x)$ bezw. $\psi(x)\,dF(x)$ von demselben Grade sind, als $f(x)$ oder $\chi(x)[F(x)]^{n-1}$, je nachdem die eine oder die andere Funktion von höherem Grade ist. Die Koeffizienten $A_1, A_2 \ldots; B_0, B_1 \ldots$

*) Ueber Substitution goniometrischer Funktionen vergl. auch: Rodde. Integration mit Hülfe der Einsetzung goniometrischer Funktionen. Zeitschr. d. Arch. u. Ing.-Vereins zu Hannover 1857, S. 339.

**) Vergl. Grüttefien. Integration zusammen gesetzter Funktionen nach der Methode der unbestimmten Koeffizienten. Berlin 1865, Beelitz.

dann nach der Methode der unbestimmten Koeffizienten zu bestimmen. Zu bemerken ist hierbei, dass zunächst nach jener Bestimmung stets die Anzahl der unbestimmten Koeffizienten um 1 grösser ist, als die Zahl der Bedingungs-Gleichungen. Wird dann nach der obigen Bestimmung die rechte Seite der Gleichung von höherem Grade als die linke, so verringere man $\psi(x)$ und $\chi(x)$ um einen Grad; bleibt dagegen die linke Seite von gleichem oder höherem Grade, so wird der zu x^0 gehörige Koeffizient in $\psi(x)$ gestrichen, wodurch die Unbestimmtheit beseitigt ist.

Die entstehenden Schluss-Integrale werden nach (3) dies. Abschn. behandelt.

II. $$\int \frac{f(x)\,dx}{[F(x)]^n\,[\varphi(x)]^m} = \frac{\varphi(x)}{[F(x)]^{n-1}\,[\varphi(x)]^{m-1}} + \int \frac{\chi(x)}{F(x)\,\varphi(x)}$$

Die weitere Behandlung ist analog wie vor.

III. $$\int \frac{f(x)\,dx}{\sqrt{(a+bx+cx^2)^m}} = \int \frac{f(x)\,dx}{W^{\frac{m}{2}}} = \frac{\psi(x)}{W^{\frac{m}{2}-1}} + \int \frac{\chi(x)\,dx}{W^{\frac{1}{2}}}$$

In diesen Fällen wird $\chi(x)$ konstant $= C$. Die weitere Behandlung wie vor, (vergl. S. 434).

Beispiel. $$\int \frac{9x^2\,dx}{(3+x^2)^3} = \frac{F(x)}{(3+x^2)^2} + \int \frac{f(x)}{3+x^2}$$

$$9x^2 = dF(x)(3+x^2) - 4x\,F(x) + f(x)(9 + 6x^2 + x^4)|;\quad f(x) = Rx + Q.$$

Die höchste in dem von $F(x)$ und $dF(x)$ freien Theil der Gleich. ist x^5; $F(x)$ würde also zunächst vom 4ten Grade sein. Da die höchste Potenz auf der rechten Seite der Gleich. vorkommt, ist $F(x)$ um einen Grad zu verringern, daher:

$$F(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$$
$$dF(x) = 3Ax^2 + 2Bx + C$$

Durch Einsetzen und Auflösung erhält man die Bestimmungs-Gleich.:

$R = 0$	$9A - 3C + 6Q = 9$	$R = 0$	$A = 3/8$
$= -A + Q = 0$	$6B - 4D + 9R = 9$	$B = 0$	$C = -9/8$
$-2B + 6R = 0$	$3C + 9Q = 0$	$D = 0$	$Q = 3/8$

$$\int \frac{9x^2\,dx}{(3+x^2)^3} = \frac{3x(x^2-3)}{8(3+x^2)^2} + \frac{3}{8}\int \frac{dx}{3+x^2}$$

5. Auflösung der Funktion oder eines Theils derselben in eine konvergente unendliche Reihe.

I. Nach dem binomischen Lehrsatz.

Beispiel. $$\int \frac{dx}{\sqrt{(ax-x^2)(1-bx)}} = \int \frac{dx}{\sqrt{ax-x^2}}\left(1 + \frac{1}{2}bx + \frac{1.3}{2.4}b^2x^2 + \ldots\right)$$

II. Nach der Maclaurin'schen Reihe:

$$\int f(x)\,dx = f(o)\,x + f'(o)\frac{x^2}{2} + \frac{f''(o)}{2!}\frac{x^3}{3} + \frac{f'''(o)}{3!}\frac{x^4}{4} + \ldots + C$$

II. Integrations-Formeln.

a. Haupt-Formeln.

Vorbem.: Die willkührliche Konstante ist Kürze halber hier und in der Folge fortgelassen worden.

1. $\int [F(x) + fx + \varphi(x) + \ldots]\,dx = \int F(x)\,dx + \int f(x)\,dx + \int \varphi(x)\,dx + \ldots$
2. $\int a f(x)\,dx = a\int f(x)\,dx$
3. $\int u\,dv = \int uv - \int v\,du$
4. $\int x^n\,dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1}$
5. $\int \frac{dx}{x} = \ln x$
6. $e^x\,dx = e^x$
7. $\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a}$
8. $\int \ln dx = x\ln x - x$
9. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x$ od. $= -\arccos x$
10. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arc\,tang} x$ od. $= -\operatorname{arc\,cotg} x$
11. $\int \frac{dx}{\sqrt{2x-x^2}} = \arccos(1-x)$
12. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \operatorname{arc\,sec} x$

13. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}} = ln(x+\sqrt{x^2+1})$

14. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = ln(x+\sqrt{x^2-1})$

15. $\int \frac{dx}{x^2-1} = \frac{1}{2} ln \frac{x-1}{x+1}$

16. $\int \frac{dx}{1-x^2} = \frac{1}{2} ln \frac{1+x}{1-x}$

17. $\int \cos x\, dx = \sin x$

18. $\int \sin x\, dx = -\cos x$

19. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tang} x$

20. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{cotg} x$

21. $\int \frac{dx}{1+\cos x} = \operatorname{tang} \frac{x}{2}$

22. $\int \frac{dx}{1-\cos x} = -\operatorname{cotg} \frac{x}{2}$

23. $\int \operatorname{tang} x\, dx = -ln \cos x$

24. $\int \operatorname{cotg} x\, dx = ln \sin x$

25. $\int \frac{dx}{\sin x} = ln \operatorname{tang} \frac{x}{2}$

26. $\int \frac{dx}{\cos x} = ln \operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)$

27. $\int \operatorname{arc}\sin x\, dx = x \operatorname{arc}\sin x \pm \sqrt{1-x^2}$

28. $\int \operatorname{arc}\cos x\, dx = x \operatorname{arc}\cos x \mp \sqrt{1-x^2}$

29. $\int \operatorname{arc}\operatorname{tang} x\, dx = x \operatorname{arc}\operatorname{tang} x - \frac{1}{2} ln(1+x^2)$

30. $\int \operatorname{arc}\operatorname{cotg} x\, dx = x \operatorname{arc}\operatorname{cotg} x + \frac{1}{2} ln(1+x^2)$

Quadranten:	I	II	III	IV
$\int \operatorname{arc}\sin x\, dx$	+	—	—	+
$\int \operatorname{arc}\cos x\, dx$	—	—	+	+

b. Rationale Funktionen.

I. $\int \frac{dx}{(1+x^2)^n} = \int \frac{dx}{(1+x^2)^{n-1}} - \int \frac{x^2\, dx}{(1+x^2)^n}$ Man integrire das 2. Glied des Summen-Ausdrucks partiell und erhält nach Zusammenziehung:

$$\frac{1}{2n-2} \frac{x}{(1+x^2)^{n-1}} + \frac{2n-3}{2n-2} \int \frac{dx}{(1+x^2)^{n-1}}$$

II. $\int \frac{dx}{(a+bx+cx^2)^n}$. Man substituire: $x + r = sz$; $(x+r)^2 + s^2 = s^2(z^2+1)$; $dx = s\,dz$, u. erhält:

$= \int \frac{dx}{[(x+r)^2+s^2]^n} \cdot \frac{1}{s^{2n-1}} \cdot \int \frac{dz}{(1+z^2)^n}$; weitere Behandlg. nach I.

1. $\int \frac{dx}{a+bx^2} = \frac{1}{\sqrt{ab}} \operatorname{arc}\operatorname{tang} \sqrt{\frac{b}{a}}\, x$

2. $\int \frac{dx}{a-bx^2} = \frac{1}{2\sqrt{ab}} ln \frac{\sqrt{a}+x\sqrt{b}}{\sqrt{a}-x\sqrt{b}}$

3. $\int \frac{dx}{a+bx+cx^2} = \frac{2}{\sqrt{4ac-b^2}} \operatorname{arc}\operatorname{tang} \frac{b+2cx}{\sqrt{4ac-b^2}}$ wenn $4ac-b^2$ positiv; $\frac{1}{\sqrt{b^2-4ac}} ln \frac{\sqrt{b^2-4ac} - b - 2cx}{\sqrt{b^2-4ac} + b + 2cx}$ wenn b^2-4ac positiv; $-\frac{1}{b+2cx}$ wenn $b^2 = 4ac$.

III. $\int \frac{(Ax+B)\,dx}{(a+bx+cx^2)^n} = \int \frac{(Ax+B)\,dx}{[(x+r)^2+s^2]^n} = A\int \frac{(x+r)\,dx}{[(x+r)^2+s^2]^n} + (B-Ar)\int \frac{dx}{[(x+r)^2+s^2]^n}$

Durch die Substitution $x + r = sz$ ist das 1. Summenglied unmittelbar, das 2. Summenglied nach II zu integriren.

1. $\int \frac{(Ax+B)\,dx}{a+bx+cx^2} = \frac{A}{2c} ln(a+bx+cx^2) + \frac{2Bc-Ab}{2c} \int \frac{dx}{a+bx+cx^2}$

c. Irrationale Funktionen.

IV. $\int F[x\sqrt[n]{(a+bx)^m}]\,dx$. Man substituire $a + bx = z^n$; $x = \frac{z^n - a}{b}$;

$$dx = \frac{n}{b} z^{n-1} dz \text{ und erhält: } \frac{n}{b}\int F\left[\frac{z^n - a}{b}\, z^p\right] dz$$

1. $\int \sqrt{a+bx}\,dx = \frac{2}{3b}(\sqrt{a+bx})^3$; 2. $\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx}} = \frac{2}{b}\sqrt{a+bx}$

3. $\int \frac{A+Bx}{\sqrt{a+bx}}\,dx = \frac{2}{3b^2}(3Ab - 2aB + Bbx)\sqrt{a+bx}$

V. $\int F\left[x^{m-1}(a+bx^n)^{\frac{p}{q}}\right] dx$. Die Funktion kann rational gemacht werden, wenn $\frac{m}{n}$ oder $\frac{m}{n} + \frac{p}{q}$ ganze Zahlen sind.

Man substituire im erstern Falle: $a + bx^n = z^q$; im letztern Falle: $a + bx^n = x^n z^q$.

VI. $\int F\left[x^{mn}, (a+bx^n)^{\frac{p}{q}}, (a+bx^n)^{\frac{r}{s}}, (a+bx^n)^{\frac{t}{u}} \ldots\right]$ Man substituire: $a + bx^n = z^{qsu}$.

VII. $\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx+cx^2}}$ Substitution wie bei II; man erhält: $A\int \frac{dz}{\sqrt{1+z^2}} =$

$= \int \frac{dx}{\sqrt{(x+r)^2 + s^2}}$ Dasselbe wird je nach dem Zeichen und dem Werth von z nach a, (9), (13) oder (14) aufgelöst.

1. $\int \frac{dx}{\sqrt{a+cx^2}} = \frac{1}{\sqrt{c}}\, ln\,(x\sqrt{c} + \sqrt{a+cx^2})$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{a-cx^2}} = \frac{1}{\sqrt{c}}\,\text{arc sin}\,\frac{\sqrt{c}}{a}\,x$

3. $\int \frac{dx}{\sqrt{bx+cx^2}} = \frac{2}{\sqrt{c}}\, ln\,(\sqrt{b+cx} + \sqrt{cx})$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{bx-cx^2}} = -\frac{1}{\sqrt{c}}\,\text{arc sin}\,\frac{b-2cx}{b}$

5. $\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx+cx^2}} = \frac{1}{\sqrt{c}}\, ln\,[b + 2cx + 2\sqrt{c}\sqrt{a+bx+cx^2}]$

6. $\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx-cx^2}} = -\frac{1}{\sqrt{c}}\,\text{arc sin} = \frac{b-2cx}{\sqrt{4ac+b^2}}$

VIII. $\int \frac{dx}{x\sqrt{a+bx+cx^2}}$. Man substituire: $x = \frac{1}{y}$, $dx = -\frac{dy}{y^2}$ u. erhält danach die Form VII.

1. $\int \frac{dx}{x\sqrt{bx+cx^2}} = -\frac{2\sqrt{bx+cx^2}}{bx}$

2. $\int \frac{dx}{x\sqrt{a+bx+cx^2}} = -\frac{1}{\sqrt{a}}\, ln\, \frac{bx + 2a + 2\sqrt{a}\sqrt{a+bx+cx^2}}{x}$

3. $\int \frac{dx}{x\sqrt{-a+bx+cx^2}} = \frac{1}{\sqrt{a}}\,\text{arc}\left(\sin = \frac{bx-2a}{x\sqrt{4ac+b^2}}\right)$

IX. $\int \frac{F(x)\,dx}{\sqrt{(a+bx+cx^2)^m}} = \int \frac{F(x)\,dx}{W^{\frac{m}{2}}}$. Man setze:

$\int \frac{F(x)\,dx}{W^{\frac{m}{2}}} = \frac{\psi(x)}{W^{\frac{m}{2}-1}} + C\int \frac{dx}{W^{\frac{1}{2}}}$. Die Differentiation liefert:

$$F(x) = W d\psi(x) - \left(\frac{m}{2} - 1\right)\psi(x)\,dW + CW^{\frac{m-1}{2}}.$$ (Vergl. S. 431.)

Da m eine ungerade Zahl, ist $W^{\frac{m-1}{2}}$ rational. Man bestimme $\psi(x)$ nach der Methode der unbestimmten Koeffizienten. Ist die höchste Potenz, welche in $F(x)$ oder $W^{\frac{m-1}{2}}$ vorkommt, x^n so ist: $\psi(x) = B_0 x^{n-1} + B_1 x^{n-2} \ldots\ldots B_{n-1}$.

Das Rest-Integral liefert VII.

X. $\displaystyle\int \frac{F(x)\,dx}{x^n \sqrt{(a+bx+cx^2)^m}} = \int \frac{F(x)\,dx}{x^n W^{\frac{m}{2}}}$. Man setze:

$$\int \frac{F(x)\,dx}{x^n W^{\frac{m}{2}}} = \frac{\psi(x)}{x^{n-1} W^{\frac{m}{2}-1}} + \int \frac{Cx+D}{W^{\frac{m}{2}}}\,dx.$$ Die Differentiation liefert:

$$F(x) = xWd\psi(x) - \psi(x)\left[(n-1)W + \left(\frac{m}{2}-1\right)x\,dW\right] + (Cx+D)\,x^{n-1}W^{\frac{m-1}{2}}$$

Bestimmung von $\psi(x)$ wie vor.

XI. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{(a+bx+cx^2)^m}}{x^n}\,dx = \int \frac{W^{\frac{m}{2}}\,dx}{x^n}$. Man setze:

$$\int \frac{W^{\frac{m}{2}}\,dx}{x^n} = \int \frac{W^{\frac{m+1}{2}}\,dx}{x^n W^{\frac{1}{2}}} = \frac{\psi(x)\,W^{\frac{1}{2}}}{x^{n-1}} + \int \frac{Cx+D}{x\,W^{\frac{1}{2}}}.$$ Die Differentiat. liefert:

$$W^{\frac{m+1}{2}} = x\,W\,d\psi(x) + \psi(x)\left[\frac{x}{2}\,dW - (n-1)\,W\right] + (Cx+D)\,x^{n-1}$$

Bestimmung von $\psi(x)$ wie vor.

XII. $\int x^n \sqrt{a+bx+cx^2}\,.\,dx = \int x^n W^{\frac{m}{2}}\,dx.$ Man setze:

$$\int x^n W^{\frac{m}{2}}\,dx = \int \frac{x^n W^{\frac{m+1}{2}}\,dx}{W^{\frac{1}{2}}} = \psi(x)\,W^{\frac{1}{2}} + C\int \frac{dx}{W^{\frac{1}{2}}}.$$ Die Differentiat. liefert:

$x^n W^{\frac{m+1}{2}} = W\,d\psi(x) + \frac{1}{2}\,\psi(x)\,dW.$ Bestimmung von $\psi(x)$ wie vor.

1. $\displaystyle\int dx\sqrt{a+bx+cx^2} = \left(\frac{x}{2}+\frac{b}{4c}\right)\sqrt{a+bx+cx^2} + \frac{4ac-b^2}{8c}\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx+cx^2}}$

XIII. $\displaystyle\int \frac{dx}{(x-\alpha)^n W^{\frac{m}{2}}}$ und $\displaystyle\int \frac{W^{\frac{m}{2}}\,dx}{(x-\alpha)^n}$; $\int (x-\alpha)^n W^{\frac{m}{2}}$.

Diese Integrale werden durch die Substitutionen $x - \alpha = \frac{1}{y}$ und $dx = -\frac{dy}{y^2}$ auf eine der Formen X, XI, XII gebracht.

XIV. $\displaystyle\int \frac{f(x)}{F(x)}\,\frac{dx}{W^{\frac{m}{2}}}$ wird durch Zerlegung von $\frac{f(x)}{F(x)}$ in ein Polynom von Brüchen nach S. 431 auf die vorauf behandelte Form gebracht.

d. Transzendente Funktionen.

XV. $\int f(e^{ax})\,dx$. Man substituire: $e^{ax} = y$; $dx = \frac{dy}{ay}$ und erhält $\frac{1}{a}\int f(y)\,\frac{dy}{y}$.

XVI. $\int f(x)\,e^x\,dx = e^x\,[f(x) - f'(x) + f''(x) - f'''(x) + \ldots.]$.

XVII. $\displaystyle\int \frac{e^x\,dx}{x^n}$. Es liefert: $\displaystyle\int x^k e^x\,dx = \frac{x^{k+1}e^x}{k+1} - \frac{1}{k+1}\int x^{k+1}\,e^x\,dx$ und durch Substitution $k+1 = -n$:

$$\int \frac{e^x\,dx}{x^n} = -\frac{e^x}{(n-1)\,x^{n-1}} + \frac{1}{n-1}\int \frac{e^x}{x^{n-1}}\,dx$$

XVIII. $\int x^n e^{mx} dx$, $\int \frac{e^{mx}\,dx}{x^n}$. Die Substitut. $mx = y$ liefert d. Formen XVI. u. XVII.

XIX. $\int f(a^x)\,dx$ und $\int f(a^x)\,\varphi(x)\,dx$. Durch Substitution $x = \frac{y}{ln\,a}$ erh. man:

$$\frac{1}{ln\,a}\int f(e^y)\,dy \text{ und } \frac{1}{ln\,a}\int f(e^y)\,\varphi\left(\frac{y}{ln\,a}\right)dy$$

XX. $\int f(x)\,ln\,x\,dx$ liefert durch theilweise Integration:

$$ln\,x\int f(x)\,dx - \int \frac{\int f(x)\,dx}{x}\,dx$$

XXI. $\int f(x)\,ln\,\varphi(x)\,dx$ liefert durch theilweise Integration:

$$ln\,\varphi(x)\int f(x)\,dx - \int \frac{\varphi'(x)}{\varphi(x)}\left(\int f(x)\,dx\right)dx$$

1. $\int \frac{ln\,x}{x}\,dx = \frac{1}{2}(ln\,x)^2$ 2. $\int \frac{(ln\,x)^n}{x}\,dx = \frac{1}{n+1}(ln\,x)^{n+1}$

XXII. $\int \frac{e^x\,dx}{x} = ln(-x) + x + \frac{1}{2}\,\frac{x^2}{1.2} + \frac{1}{3}\,\frac{x^3}{1.2.3} + \frac{1}{4}\,\frac{x^4}{1.2.3.4} + \dots$

XXIII. $\int f(\sin x)\,dx$, und $\int f(\cos x)\,dx$. Man setze $\sin x$ bez. $\cos x = z$; $dx = \pm \frac{dz}{\sqrt{1-z^2}}$ und erhält: $\pm \int \psi(z)\,\frac{dz}{\sqrt{1-z^2}}$

XXIV. $\int f(\text{tang}\,x)\,dx$. Man setze $\text{tang}\,x = z$, $dx = \frac{dz}{1+z^2}$ und erhält: $\int \psi(z)\,\frac{dz}{1+z^2}$

XXV. 1. $\int \sin^n x\,dx = -\frac{\sin^{n-1}x\cos x}{n} + \frac{n-1}{n}\int \sin^{n-2}x\,dx$

2. $\int \cos^n x\,dx = \frac{\sin x\cos^{n-1}x}{n} + \frac{n-1}{n}\int \cos^{n-2}x\,dx$

3. $\int \text{tang}^n x\,dx = \frac{\text{tang}^{n-1}x}{n-1} - \int \text{tang}^{n-2}x\,dx$

4. $\int \text{cotg}^n x\,dx = -\frac{\text{cotg}^{n-1}x}{n-1} - \int \text{cotg}^{n-2}x\,dx$

5. $\int \frac{dx}{\sin^n x} = -\frac{\cos x}{(n-1)\sin^{n-1}x} + \frac{n-2}{n-1}\int \frac{dx}{\sin^{n-2}x}$

6. $\int \frac{dx}{\cos^n x} = \frac{\sin x}{(n-1)\cos^{n-1}x} + \frac{n-2}{n-1}\int \frac{dx}{\cos^{n-2}x}$

XXVI. $\int f(\sin x, \cos x)\,dx$. In den meisten Fällen ist zu substituiren: $\text{tang}\,\frac{1}{2}x = z$; $dx = \frac{2z}{1+z^2}$; $\sin x = 2\sin\frac{1}{2}x\cos\frac{1}{2}x = \frac{2z}{1+z^2}$; $\cos x = \frac{1-z^2}{1+z^2}$

und man erhält die Formen: $\int f\left(\frac{2z}{1+z^2}, \frac{1-z^2}{1+z^2}\right)\frac{2dz}{1+z^2}$

XXVII. 1. $\int \sin^p x\cos^q x\,dx = \frac{\sin^{p+1}x\cos^{q-1}x}{p+q} + \frac{q-1}{p+q}\int \sin^p x\cos^{q-2}x\,dx$

$$= -\frac{\sin^{p-1}x\cos^{q+1}x}{p+q} + \frac{p-1}{p+q}\int \sin^{p-2}x\cos^q x\,dx$$

2. $\int \sin^{-p}x\cos^q x\,dx = \frac{\sin^{-p+1}x\cos^{q+1}x}{p-1} - \frac{p-q-2}{p-1}\int \sin^{-p+2}x\cos^q x\,dx$

3. $\int \sin^p x\cos^{-q}x\,dx = \frac{\sin^{p+1}x\cos^{-q+2}x}{q-1} + \frac{q-p-2}{q-1}\int \sin^p x\cos^{-q+2}x\,dx$

XXVIII. $\int f(\sin x, \cos x, \text{tang}\,x)\,dx$. Je 2 Funktionen werden durch die 3. ausgedrückt; weitere Behandlung nach XXIII oder XXIV.

XXIX. 1. $\int x^p \sin x\,dx = -x^p\cos x + p\int x^{p-1}\cos x\,dx$

2. $\int x^p \cos x\,dx = x^p\sin x - p\int x^{p-1}\sin x\,dx$

XXX. 1. $\int e^{ax} \sin bx\, dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a \sin bx - b \cos bx)$

2. $\int e^{ax} \cos bx\, dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a \cos bx + b \sin bx)$

3. $\int e^{-ax} \sin bx\, dx = -\frac{e^{-ax}}{a^2+b^2}(a \sin bx + b \cos bx)$

4. $\int e^{-ax} \cos bx\, dx = -\frac{e^{-ax}}{a^2+b^2}(a \cos bx - b \sin bx)$

XXXI. 1. $\int f(x) \text{ arc sin } x\, dx = \text{arc sin } x \int f(x)\, dx - \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \int f(x)\, dx$

2. $\int f(x) \text{ arc cos } x\, dx = \text{arc cos } x \int f(x)\, dx + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \int f(x)\, dx$

3. $\int f(x) \text{ arc tang } x\, dx = \text{arc tang } x \int f(x)\, dx - \int \frac{dx}{1+x^2} \int f(x)\, dx$

4. $\int f(\text{arc sin } x)\, dx$; arc sin $x = z$; $x = \sin z$. Man erhält: $\int f(z) \cos z\, dz$

5. $\int f(\text{arc cos } x)\, dx$; arc cos $x = z$; $x = \cos z$. „ „ $-\int f(z) \sin z\, dz$

6. $\int f(\text{arc tang } x)\, dx$; arc tang $x = z$; $x = \text{tang } z$. „ „ $\int f(z) \frac{dz}{\cos^2 z}$

e. Bestimmte Integrale.

1. $\int_a^b = -\int_b^a$; 2. $\int_a^b + \int_b^c = \int_a^c$; 3. $\int_a^c - \int_b^c = \int_a^b$;

4. $\int_o^\infty \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{\pi}{2a}$; 5. $\int_o^a \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{\pi}{4a}$; 6. $\int_o^1 \frac{dx}{1+x^2} = \int_1^\infty \frac{dx}{1+x^2} = \frac{\pi}{4}$;

7. $\int_o^a \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{\pi}{2}$; 8. $\int_o^\infty \frac{\sin bx}{x}\, dx = \frac{\pi}{2}$; 9. $\int_o^\infty \frac{\cos bx}{x}\, dx = \infty$;

10. $\int_o^{\pi/2} \sin^{2n+1} x\, dx = \frac{2.4.6\ldots\ 2n}{3.5.7\ldots(2n+1)}$; 11. $\int_o^{\pi/2} \sin^{2n} x\, dx = \frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots\ 2n} \frac{\pi}{2}$

12. $\int_o^\infty e^{-x}\, dx = 1$ 13. $\int_o^\infty e^{-x^2}\, dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$

f. Näherungsweise Berechnung bestimmter Integrale.

Zur näherungsweisen Berechnung des bestimmten Integrals $\int_a^b f(x)\, dx$ theile man $b - a$ in n gleiche Theile: $\frac{b-a}{n} = \triangle$ und berechne die zu den Werthen $x = a$, $x = a + \triangle$, $x = a + 2\triangle \ldots x = a + n\triangle$ gehörigen Werthe $f(x) = y_0$, y_1, $y_2 \ldots y_n$:

$$1.\quad \int_a^b f(x)\, dx = \triangle\left[\frac{1}{2} y_0 + y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1} + \frac{1}{2} y_n\right] - \frac{1}{12}(\triangle)^2 [f'(b) - f'(a)] + \frac{1}{384} \rho \frac{(b-a)^5}{n^4} M$$

in welchem Näherungs-Werth ρ ein nicht näher bekannter positiver oder negativer Bruch und M der absolut grösste Werth, welchen $f^{IV}(x)$ in dem Intervall $x = a$ bis $x = b$ einnimmt, ist. Das Schlussglied dient zur Abschätzung d. Fehlers d. vorauf gehenden Summe, indem man ρ nach einander die Werthe o und 1 giebt.

Soll $\int_a^b f(x)\, dx$ auf p Dezimalstellen genau berechnet werden, so bestimme man n aus der Beziehung $\left(\frac{1}{10}\right)^p > \frac{1}{384} \frac{(b-a)^5}{n^4} M$ oder: $n > \sqrt[4]{\frac{10^p (b-a)^5 M}{384}}$

2. $\int_a^b f(x)\,dx = \frac{1}{3} \triangle [y_0 + 4(y_1 + y_3 + y_5 + \ldots y_{n-1}) . + 2(y_2 + y_4 + y_6 +$
$+ \ldots y_{n-2}) + y_n] - \rho \frac{5}{288} \frac{(b-a)^5}{n^4} M$

n muss eine gerade Zahl sein. Gebrauch des Schlussgliedes wie vor. Man erhält unter gleichen Voraussetzungen: $n > \sqrt[4]{\frac{5 . 10^p (b-a)^5 M}{288}}$.

Der Genauigkeitsgrad der Formel (2) ist demnach geringer als derjenige der Formel (1).*)

3. $\int_a^b f(x)\,dx = \triangle \left[\frac{1}{2} y_0 + y_1 + y_2 + \ldots y_{n-1} + \frac{1}{2} y_n\right] - \frac{B_1(\triangle)^2}{1 . 2} [f'(b) - f'(a)]$
$+ \frac{B_3(\triangle)^4}{1 . 2 . 3 . 4} [f'''(b) - f'''(a)] - + - \cdots$

In dieser Formel bezeichnen $B_1, B_3, \ldots$ die Bernouilli'schen Zahlen:
$B_1 = \frac{1}{6}$; $B_3 = \frac{1}{30}$; $B_5 = \frac{1}{42}$; $B_7 = \frac{1}{30}$; $B_9 = \frac{5}{66}$; $B_{11} = \frac{691}{2730}$ u. s. w.

III. Differential-Gleichungen.

a. Differential-Gleichungen 1. Ordnung.

1. Die allgemeine Form der Differential-Gleichung $f\left(x, y, \frac{dy}{dx}\right) = o$ wird durch Multiplikation mit dx auf die Form gebracht:

$$M dx + N dy = o$$

worin M und N Funktionen von x und y sind. Die Gl. bildet das vollständige Differential einer Funktion $\varphi(x, y) = C$, wenn die Bedingungen erfüllt ist: $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so existirt ein integrirender Faktor μ, durch dessen Multiplikation die Gl. $\mu M dx + \mu N dy = o$ zu einem vollständigen Differential wird.

Die Integration ist immer ausführbar, wenn $M = F(x)$ und $N = f(y)$, oder wenn die Gl. auf diese Form zurück geführt werden kann. (Vergl. 2—6).

2. Die Variabeln sind getrennt: $F(x)\,dx + f(y)\,dy = o$
Dann ist: $\int F(x)\,dx + \int f(y)\,dy = C$

3. Trennung der Variabeln durch Multiplikation oder Division:

$$F(x)\,\theta(y)\,dx + f(x)\,\psi(y)\,dy = o$$

Man dividire durch $f(x)\,\theta(y)$ und erhält: $\frac{F(x)}{f(x)} dx + \frac{\psi(y)}{\theta(y)} dy = o$

4. Wenn die Form der Funktion die Darstellung ermöglicht von: $\frac{dy}{dx} = y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$ (homogene Differential-Gleichungen) wird die Trennung der Variabeln erreicht durch die Substitution: $y = xz$.

Wegen $y' = f\left(\frac{y}{x}\right) = f(z)$ ist: $z\,dx + x\,dz = f(z)\,dx$ und das Resultat:

$$l\,n\,x = -\int \frac{dz}{z + f(z)} + C$$

5. Dieselbe Substitution führt zum Ziel bei der Form: $y' = \frac{y}{x} + F(x) f\left(\frac{y}{x}\right)$

Man erhält: $x\,dz = F(x) f(z)\,dx$; $\int \frac{dz}{f(z)} = \int \frac{F(x)}{x} dx + C$

6. In der Differential-Gleichg. $(ax + by + c)\,dx + (a'x + b'y + c')\,dy = o$ substituire man: $x = u + \alpha$; $y = v + \beta$
und bestimme α und β aus den Bedingungen: $a\alpha + b\beta = -c$; $a'\alpha + b'\beta = -c'$
Man erhält: $(au + bv)\,du + (a'u + b'v)\,dv = o$ welche Gl. nach (4) weiter zu

*) Vergl. Schloemilch. Kompendium der höhern Analysis. Kap. XIV. § 82.

behandeln ist. Sollte $ab - a'b = o$ sein, so setze man: $ax + by = z$; $bdy = dz - adx$; $a' = na$; $b' = nb$. Man erhält:

$$b(z + c)\,dx + (nz + c')(dz - adx) = o$$

in welcher Gl. die Trennung der Variabeln leicht zu bewirken ist.

7. Lineare Differential-Gleich.: $dy + yf(x)\,dx + \varphi(x)\,dx = o$

Man substituire: $y = Xt$; $tdX + Xdt + Xtf(x)dx + \varphi(x)dx = o$

Da für y 2 neue Variabeln eingetreten sind, ist eine willkürliche Annahme zulässig; man setze:

$$\text{I. } tdX + \varphi(x)dx = o \quad \text{und} \quad \text{II. } dt + tf(x)dx = o$$

Aus (II.) folgt durch Integration: $t = e^{-\int f(x)dx}$

Sonach aus (I.): $X = C - \int \varphi(x) e^{\int f(x)dx} dx$

Also die Lösung: $y = e^{-\int f(x)dx}\left(C - \int \varphi(x) e^{\int f(x)dx} dx\right)$

8. Auf den Fall (7) werden zurück geführt die Gl.:

I. $F(x)dy + yf(x)dx + \varphi(x)dx = o$ mittels Division durch $F(x)$

II. $\psi' y\,dy + \psi(y)f(x)dx + \varphi(x)dx = o$ mittels d. Substitut. $\psi(y) = z$; $\psi'(y)dy = dz$

III. $dy + yf(x)\,dx + y^{n+1}\varphi(x)\,dx = o$ mittels der Substitution $y^n = \frac{1}{u}$

9. Ist die Differential-Gleich. $Mdx + Ndy = F(xy)\,dx + f(xy)\,dy = o$ das vollständige Differential von φ, also $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$, so setze man: $\varphi = \psi + \int Ydy$

oder: $\psi = \theta + \int Xdx$

Es ist dann: $\psi = \int Mdx$ indem y als konstant betrachtet wird.

bezw.: $\theta = \int Ndy$ „ x „ „ „ „

$$Y = N - \frac{\partial \psi}{\partial y}; \text{ bezw. } X = M - \frac{\partial \theta}{\partial x}$$

10. Ist die Differential-Gleich. $M\,dx + Ndy = f(xy)dx + f(xy)\,dy = o$ kein vollständiges Differential und keine der Transformationen sub 3 — 8 anwendbar, so muss der integrirende Faktor aus der Beziehung:

$$N\frac{\partial \mu}{\partial x} - M\frac{\partial \mu}{\partial y} = \mu\left(\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}\right)$$

bestimmt werden. Die Auflösung dieser Gl. ist in den meisten Fällen nicht durchführbar. In dem speziellen Falle, dass:

$$\left(\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}\right) : N \text{ bezw. } \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}\right) : M$$

Funktionen von x bezw. y allein sind, ist auch μ eine Funktion von x, bezw. von y allein. Der integrirende Faktor wird dann bestimmt aus:

$$\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} = N\,Q = M\,P \text{ und } \frac{\partial \mu}{\mu} = Qdx = -Pdy$$

$$\text{sonach: } \mu = e^{-\int Qdx} \text{ oder: } \mu = e^{-\int Pdy}$$

Bemerk. Mit Hülfe der vorstehenden Bestimmung des integrirenden Faktors ist die lineare Gl. sub 7 kürzer lösbar; man erhält $\mu = e^{\int f(x)dx}$

b. Differential-Gleichungen 2. Ordnung.

1. $\frac{d^2y}{dx^2} = f(x)$ Lösung 1: $y = \int dx \int f(x)\,dx + Cx + C_1$

„ 2: $y = x\int f(x)\,dx - \int xf(x)\,dx + Cx + C_1$

2. $\frac{d^2y}{dx^2} = f(y)$; $x = \int \frac{dy}{\sqrt{2\int f(y)\,dy + C}} + C_1$

Allgemein: $F\left(\frac{d^2y}{dx^2}, y\right) = o$. Man substituire $\frac{dy}{dx} = z$; $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dz}{dx}$, eliminire dx aus den beiden Gl. $F\left(\frac{dz}{dx}, y\right)$ und $\frac{dy}{dx} = z$. Die Lösung ergiebt sich durch Integration von $F\left(\frac{z\,dz}{dy}, y\right) = o$

3. $\frac{d^2y}{dx^2} = f\left(\frac{dy}{dx}\right)$. Man substituire $\frac{dy}{dx} = z$; $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dz}{dx}$. Man erhält $x = \int \frac{dz}{f(z)} + C$; $y = \int \frac{z\,dz}{f(z)} + C_1$

4. $F\left(\frac{d^2y}{dx^2}, \frac{dy}{dx}, x\right) = o$. Die Substitution $\frac{dy}{dx} = z$ liefert die Differential-Gleich. 1. Ordnung: $F\left(\frac{dz}{dx}, z, x\right) = o$

5. $F\left(\frac{d^2y}{dx^2}, \frac{dy}{dx}, y\right) = o$. Die Substitution $\frac{dy}{dx} = z$; $\frac{d^2y}{d^2x} = z\frac{dz}{dy}$ liefert die Differential-Gleich. 1. Ordnung: $F\left(z\frac{dz}{dy}, z, y\right) = o$.

c. Höhere Differential-Gleichungen.

1. $a\frac{d^n y}{dx^n} + a_1\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \ldots + a_{n-1}\frac{dy}{dx} + a_n y = o$

Man bestimme aus der Gl. $a u^n + a_1 u^{n-1} + \ldots a_n = o$ die Wurzeln; es seinen dieselben $u_1, u_2, u_3 \ldots$

so ist die Lösung: $y = C_1 e^{u_1 x} + C_2 e^{u_2 x} + \ldots C_n e^{u_n x}$
worin $C_1, C_2, \ldots C_n$ die Konstanten sind.

2. Treten imaginäre Wurzeln auf so seien $\alpha + \beta\sqrt{-1}$ und $\alpha - \beta\sqrt{-1}$ zwei zusammen gehörige imaginäre Wurzeln; die entsprechenden Glieder in der Gl. für y in (1) werden:

$$e^{\alpha x}(C_, e^{\beta x\sqrt{-1}} + C_{,,} e^{\beta\sqrt{-1}}) = e^{\alpha x}(B_, \cos\beta x + B_{,,} \sin\beta x)$$

worin $B_,$ und $B_{,,}$ 2 neue Konstanten sind.

3. Sind r Wurzeln einander gleich, ist also: $u_k = u_{k+1} = \ldots u_{k+r}$ so wird die Summe der entsprechenden Glieder:

$$e^{u_k x}(D_, + D_{,,}x + D_{,,,}x^2 + \ldots D_r x^{r-1})$$

worin $D_,, D_{,,} \ldots$ neue Konstanten sind.

4. $a_0\frac{d^n y}{dx^n} + a_1\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \ldots a_{n-1}\frac{dy}{dx} + a_n y = f(x)$

Man bestimmt zunächst aus der Gl.: $a u^n + a u^{n-1} + \ldots a_n = o$ die Wurzeln $u_1, u_2 \ldots$; dann ist die Lösung: $y = z_1 e^{u_1 x} + z_2 e^{u_2 x} + z_n e^{u_n x}$
$z_1, z_2, z_3 \ldots$ werden berechnet aus den Gl.:

$$\begin{array}{l}
e^{u_1 x}\frac{dz_1}{dx} + e^{u_2 x}\frac{dz_2}{dx} + \ldots e^{u_n x}\frac{dz_n}{dx} = o \\
u_1 e^{u_1 x}\frac{dz_1}{dx} + u_2 e^{u_2 x}\frac{dz_2}{dx} + \ldots u_n e^{u_n x}\frac{dz_n}{dx} = o \\
u_1^2 e^{u_1 x}\frac{dz_1}{dx} + u_2^2 e^{u_2 x}\frac{dz_2}{dx} + \ldots u_n^n e^{u_n x}\frac{dz_n}{dx} = o \\
\vdots \\
u_1^{n-1} e^{u_1 x}\frac{dz_1}{dx} + u_2^{n-1} e^{u_2 x}\frac{dz_2}{dx} + \ldots u_n^{n-1} e^{u_n x}\frac{dz_n}{dx} = o
\end{array}$$

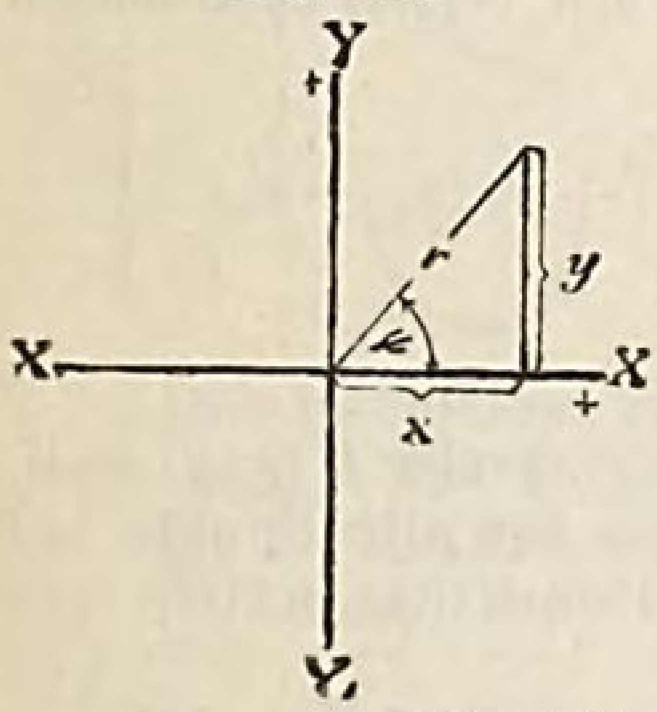
H. Analytische Geometrie der Ebene.

Litteratur: O. Fort & O. Schloemilch. Lehrb. d. analyt. Geometrie. 1. Th. Analyt. Geom. d. Ebene. 5. Aufl. Leipzig, Teubner. — Grelle. Analytische Geometrie der Ebene. Hannover, Rümpler.

I. Die Koordinaten in der Ebene. (Fig. 135).

1. Richtungen: OX, OY positiv; Richtungen: OX_1, OY_1 negativ. Die Richtung des Radiusvektor wird stets durch den Winkel desselben mit der positiven Richtung der Koordinaten-Axen gemessen; der Winkel wird nach beiden Seiten bis 180° gezählt, Fig. 136.

Fig. 135.



2. Verschiebung der Koordin.-Axen. x', y' Koordin. des neuen Systems; x, y desgl. des alten Systems.

a. Parallel-Verschiebung. a, b Koordinaten dès Nullpunkts des alten Systems in Bezug auf das neue; daher:

$$x' = x + a; \quad y' = y + b$$

b. Drehung der Koordinaten-Axen. α Winkel der alten X-Axe gegen die neue:

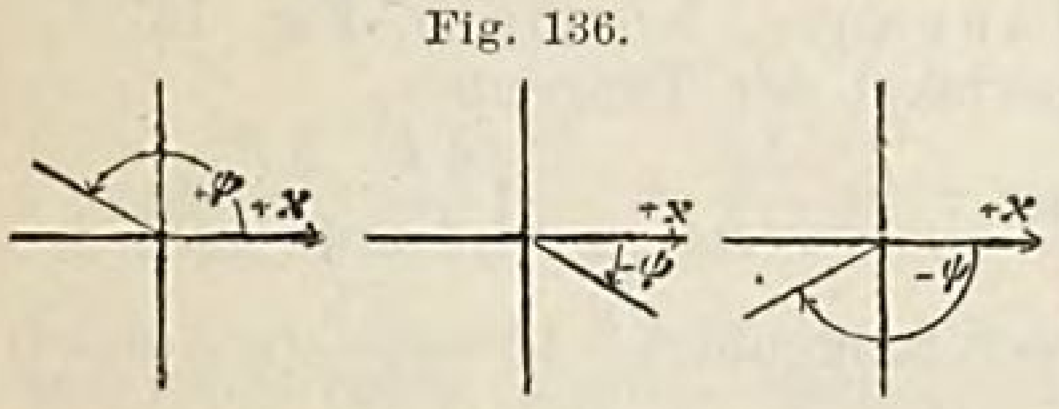
$$x' = x \cos\alpha - y \sin\alpha; \quad y' = x \sin\alpha + y \cos\alpha$$

c. Drehung u. Verschiebung. Bezeichnungen wie vor.

$$x' = a + x \cos\alpha - y \sin\alpha; \quad y' = b + x \sin\alpha + y \cos\alpha.$$

II. Gerade Linie.

Fig. 136.



1. Allgem. Gleichg. der geraden Linie: $Ax + By + C = 0$

2. Gleichg. einer Geraden t, die auf der Y-Axe die Länge b abschneidet und für welche $\tang(xt) = m$ ist:

$$y = mx + b$$

3. Gleichg. einer Geraden, welche auf der X- und Y-Axe die Längen a und bezw. b abschneidet:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1 = 0$$

4. Gleichg. einer Geraden, deren Abstand vom Nullpunkt $= n_0$ ist und deren Normale mit der X-Axe den Winkel (nx) bildet (Normalform):

$$x \cos(nx) + y \sin(nx) - n_0 = 0$$

5. Ist die Gleichg. einer Geraden gegeben in der allgem. Form: $Ax + By + C = 0$, so wird dieselbe in die Normalform übergeführt durch Multiplikation mit dem Faktor:

$$R = \frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2}}; \text{ es ist also: } \cos(nx) = AR; \quad \sin(nx) = BR; \quad n_0 = -CR$$

6. Abstand eines Punktes (x_1, y_1) von der Geraden ad 4:

$$p = \pm [x_1 \cos(nx) + y_1 \sin(nx) - n_0]$$

p ist positiv oder negativ zu nehmen, je nachdem der Nullpunkt und der Punkt (x_1, y_1) auf verschiedenen oder auf derselben Seite der Geraden liegen.

7. Der Winkel zweier Geraden t_1, t_2 ist gleich dem Winkel ihrer Normalen, also:

$$\cos(t_1 t_2) = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2}{\sqrt{(A_1^2 + B_1^2)(A_2^2 + B_2^2)}}; \quad \sin(t_2 t_1) = \frac{A_1 B_2 - A_2 B_1}{\sqrt{(A_1^2 + B_1^2)(A_2^2 + B_2^2)}}$$

8. Zwei Gerade sind daher:

parallel, wenn $A_1 B_2 - A_2 B_1 = 0$ oder $A_1 : B_1 = A_2 : B_2$

normal, wenn $A_1 A_2 + B_1 B_2 = 0$ oder $A_2 : B_2 = - B_1 : A_1$ ist.

Die Gleichg. jeder zur Geraden $Ax + By + C = 0$ parallelen oder normalen Geraden hat somit bei willkürlichem m, n, C die Form:

Parallele: $mAx + mBy + C_1 = 0$ oder: $Ax + By + c = 0$

Normale: $nBx - nAy + C_1 = 0$ oder: $Bx - Ay + \gamma = 0$

worin c und γ willkürliche Konstanten sind.

9. Sollen Parallele und Normale zur Geraden $Ax + By + C = 0$ durch einen gegebenen Punkt $x_1\ y_1$ gehen, so ist die Gleichg. der
Parallelen: $A(\xi - x_1) + B(\eta - y_1) = 0$; Normalen: $B(\xi - x_1) - A(\eta - y_1) = 0$.

10. Die Koordinaten des Schnittpunkts zweier Geraden sind:

$$x = \frac{B_1 C_2 - B_2 C_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1}; \quad y = \frac{A_2 C_1 - A_1 C_2}{A_1 B_2 - A_2 B_1}$$

11. Gleichg. einer Geraden $(x_1\ y_1)$, welche durch 2 gegebene Punkte $(x_1\ y_1)$ und $(x_2\ y_2)$ geht:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \text{ oder : } y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

12. Ist F die Fläche eines durch die Punkte $(x_0\ y_0)$, $(x_1\ y_1)$, $(x_2\ y_2)$ bestimmten Dreiecks, so ist:

$$2F = \begin{vmatrix} x_0 & y_0 & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = y_0(x_2 - x_1) + y_1(x_0 - x_2) + y_2(x_1 - x_0)$$

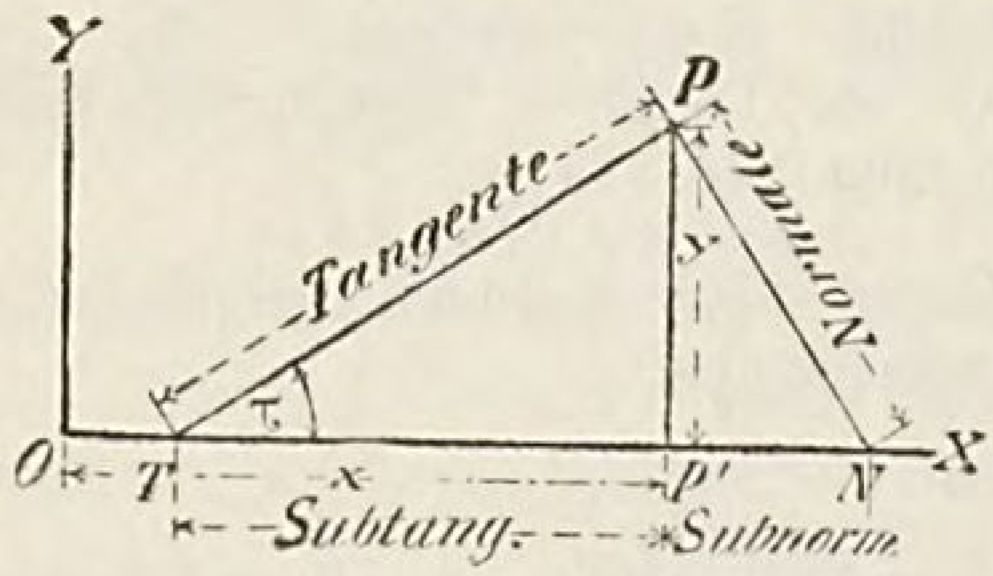
III. Allgemeine Kurvenlehre.

1. Allgemeine Gleichg. in Normal-Koordinaten: $y = f(x)$ oder $F(x, y) = 0$.

2. Zwei Kurven $F(x, y)$ und $\Phi(\xi, \eta)$ sind ähnlich, wenn für alle Punkte bei für jede Kurve passend gewähltem Koordinaten-System die Proportion besteht:

$$x : \xi = y : \eta$$

Fig. 137.



3. Tangente, Normale, Fig. 137.

Richtungswinkel der Tangente:

$$\operatorname{tang} \tau = \frac{dy}{dx} = -\left(\frac{\partial F}{\partial x} : \frac{\partial F}{\partial y}\right)$$

Gleichg. der Tangente: $\frac{dy}{dx}(\xi - x) - (\eta - y) = 0$

Gleichg. der Normale: $\xi - x + \frac{dy}{dx}(\eta - y) = 0$

Tangente: $PT = y\frac{dx}{dy}\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$;

Subtangente: $P'T = y\frac{dx}{dy}$

Normale: $PN = y\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$; Subnormale: $P'N = y\frac{dy}{dx}$

4. Asymptoten. Erstreckt sich eine Kurve ins Unendliche, so ist die Tangente, welche die Kurve in der Unendlichkeit berührt, eine Asymptote. Die Gleichg. der Asymptote wird erhalten, wenn man in der allgem. Tangenten-Gleichg. y durch x eliminirt und $x = \infty$ setzt.

5. Krümmung der Kurven; ausgezeichnete Punkte.

Für $\left\{\begin{matrix}\text{positive}\\\text{negative}\end{matrix}\right\}$ Werthe $\frac{dy}{dx}$ $\left\{\begin{matrix}\text{steigt}\\\text{fällt}\end{matrix}\right\}$ die Kurve

„ Werthe $\frac{dy}{dx} = 0$ ist die Tagente $\parallel$ der X Axe.

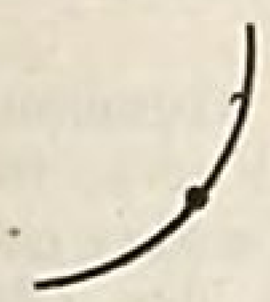
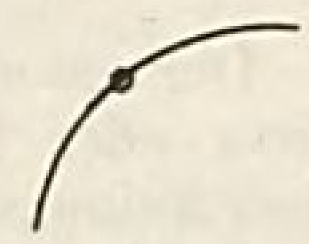
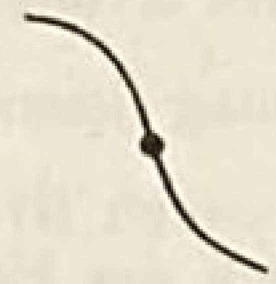
„ „ $\frac{dy}{dx} = \infty$ ist die Tangente $\parallel$ der Y Axe.

„ positive Werthe $\frac{d^2y}{dx^2}$ ist die Kurve konvex gegen die X-Axe.

„ negative „ $\frac{d^2y}{dx^2}$ ist die Kurve konkav gegen die X-Axe.

„ Werthe $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$ hat, wenn gleichzeitig $\frac{dy}{dx}$ nicht verschwindet, die Kurve einen Wendepunkt.

Tafel zur Darstellung der Beziehungen ad 5.

Die 1. Ableitung ist:	Die 2. Ableitung ist: +	Die 2. Ableitung ist: −	Die 2. Ableitung ist: 0
+	 steigend und konvex	 steigend und konkav	 Wendepunkt im Steigen
−	 fallend und konvex	 fallend und konkav	 Wendepunkt im Fallen
0	 Minimum	 Maximum	Unbestimmt

Die besonders wichtigen Kulminations-Punkte (Maxima und Minima) werden nach den S. 427 ff. gegebenen Regeln ermittelt.

6. Mehrfache Punkte. Erscheint für einen Punkt der Kurve der Werth $\frac{dy}{dx} = -\frac{\partial F}{\partial x} : \frac{\partial F}{\partial y}$ unter der unbestimmten Form $\frac{0}{0}$, so müssen die Gleichgn.:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 0;\ \frac{\partial F}{\partial y} = 0;\ F(x,y) = 0 \text{ zusammen bestehen.}$$

Zur Ermittelung des wahren Werthes von $\frac{dy}{dx}$ sind Zähler und Nenner des betr. Ausdrucks, also $\frac{\partial F}{\partial x}$ und $\frac{\partial F}{\partial y}$ nochmals nach dx zu differentiiren. Man erhält $\frac{dy}{dx}$ aus der Gleichg.:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 F}{\partial x\,\partial y}\frac{dy}{dx} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0$$

durch Auflösung nach $\frac{dy}{dx} = \operatorname{tang}\tau$. Man erhält 2 Wurzelwerthe für $\operatorname{tang}\tau$; der betr. Punkt ist ein Doppelpunkt, in welchem 2 Tangenten sich schneiden. Sind beide Wurzeln gleich, so fallen die Tangenten zusammen und der Punkt ist ein Rückkehrpunkt oder Wendepunkt. — Sind die Wurzeln imaginär, so erhält man einen isolirten oder konjugirten Punkt, in welchem die Kurve keine reellen Tangenten hat.

7. Berührung von Kurven. Wenn 2 Kurven $y = f(x)$ und $y = \varphi(x)$ einen Punkt gemeinschaftlich haben und die Ableitungen von $f(x)$ und $\varphi(x)$ bis zur n^{ten} incl. einander gleich sind, so haben die Kurven eine Berührung n^{ter} Ordnung.

Die Tangente einer Kurve hat mit derselben im allgem. eine Berührung 1^{ter} Ordnung, in den Wendepunkten eine Berührung 2^{ter} Ordnung.

8. Krümmungskreis. Der Krümmungskreis hat mit der Kurve eine Berührung 2^{ter} Ordnung. Der Mittelpunkt dieses Kreises ist der Krümmungs-Mittelpunkt, sein Radius der Krümmungs-Halbmesser, der reziproke Werth des Radius ist die Krümmung der Kurve in dem betr. Punkte.

$$\text{Krümmungs-Radius } \rho = \frac{ds}{d\tau} = \pm \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2 y}{d x^2}}$$

Ist N die Länge der Normalen (vergl. 3), so ist auch $\rho = \frac{N^3}{y^3 \frac{d^2 y}{dx^2}}$

Koordinaten des Krümmungs-Mittelpunkts: $\xi = x - \dfrac{\dfrac{dy}{dx}\left[1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2\right]}{\dfrac{d^2y}{dx^2}}$; $\eta = y + \dfrac{1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2}{\dfrac{d^2y}{dx^2}}$

9. Evolute und Evolvente. Der geometr. Ort der Krümmungs-Mittelp. einer Kurve ist die abgewickelte Kurve oder Evolute der Kurve, im Vergleich wozu die ursprüngliche Kurve die Abwickelungs-Kurve oder Evolvente heisst.

Die Gleichg. der Evolute wird gefunden, wenn man aus den Gleichgn. der Koordinaten des Krümmungs-Mittelp. mit Hülfe der Gleichg. der Evolvente und durch Verbindung jener beiden Gleichgn. die Werthe x, y, $\frac{dy}{dx}$ und $\frac{d^2y}{dx^2}$ eliminirt. Die Differenz zweier Krümmungs-Halbmesser ist gleich dem von ihren Endpunkten begrenzten Stück der Evolute. Hieraus folgt, dass der Endpunkt eines vollkommen biegsamen, unausdehnbaren Fadens, welcher auf die Evolute gewickelt ist, die Evolvente beschreiben muss, wenn der Faden stets in Richtung der Tangente angezogen, von der Evolute abgewickelt wird.

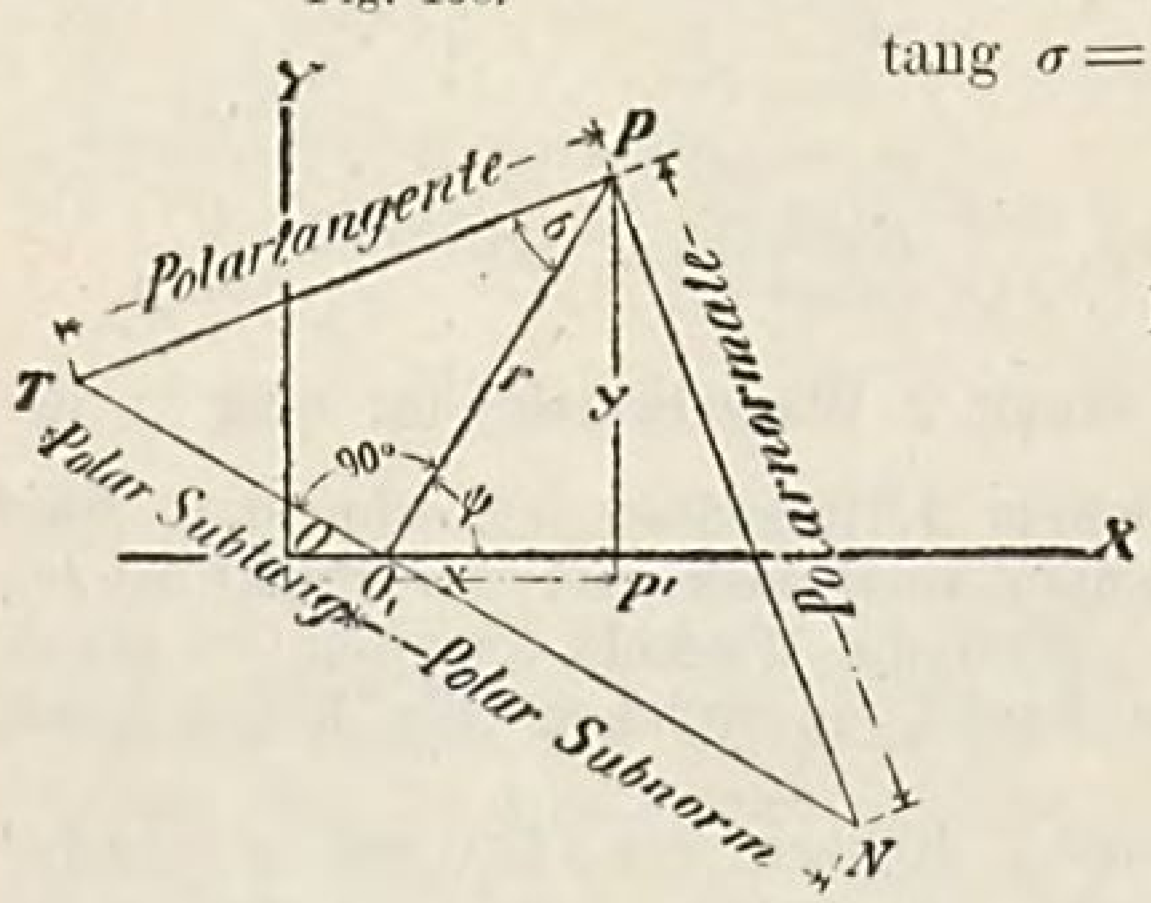
10. Rektifikation: $s = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\, dx$

11. Quadratur. Fläche zwischen den Ordinaten $y_2 y_1$: $F = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\, dx$

12. Polar-Koordinaten. (Fig. 138). Allgem. Gleichg. der Kurve: $r = f(\psi)$, bezw. $F(r, \psi) = 0$. Beziehung zwischen Polar-Koordinaten und rechtwinkl. Koordinat.

$y = r \sin\psi$; $x = a + r \cos\psi$

Fig. 138.



Winkel zwischen Tangente und Radiusvektor:

$\operatorname{tang} \sigma = \frac{r\, d\psi}{dr}$

Polar-Tangente: $PT = \frac{r}{\cos \sigma}$

Polar-Subtangente: $O_1 T = r \operatorname{tang} \sigma$

Polar-Normale: $PN = \frac{r}{\sin \sigma}$

Polar-Subnormale: $O_1 N = \frac{r}{\operatorname{tang} \sigma}$

Krümmungs-Halbmesser:

$$\rho = \frac{\left[r^2 + \left(\frac{dr}{d\psi}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{r^2 + 2\left(\frac{dr}{d\psi}\right)^2 - r\frac{d^2r}{d\psi^2}}$$

Bogenlänge: $s = \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{1 + r^2\left(\frac{d\psi}{dr}\right)^2}\, dr = \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\psi}\right)^2}\, d\psi$

Quadratur (Sektor zwischen r_2 und r_1): $F = \frac{1}{2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} r^2\, d\psi$

Beispiel 1. Untersuchung der Kurve der Gleichg.: $y = \pm \frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2}$

Für $x < a$ ist die Kurve imaginär. Für $x = \pm a$ wird $y = 0$. Zu jedem positiven oder negativen Werthe von x gehören 2 gleiche Werthe von y, von denen einer positiv, der andere negativ ist. Die Kurve besteht also aus 2 getrennten Aesten, welche symmetrisch zur X- und Y-Axe liegen und die X-Axe rechts und links vom Nullpunkte in der Entfernung a von demselben schneiden.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{b}{a}\,\frac{1}{\sqrt{1-\frac{a^2}{x^2}}} = \frac{b^2}{a^2}\,\frac{x}{y};\quad \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{ba}{x^3\sqrt{\left(1-\frac{a^2}{x^2}\right)^3}} = -\frac{b^4}{a^2 y^3}$$

Da für den reellen Theil der Kurve $x > a$, ist die 1. Ableitung positiv, die 2. negativ für alle positiven und negativen x, für alle positiven y. Die Kurve steigt daher stetig und ist durchweg gegen die X Axe konkav. Die Kurve hat kein Maximum; für $x = a$ wird $\frac{dy}{dx} = \infty$. Die Tangente im Scheitel der Kurve ist $\|$ der Y-Axe.

Gleichg. der Tangente: $\eta = \frac{b}{a} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{a^2}{x^2}}} \left[\xi - \frac{a^2}{x^2}\right]$

Für $x = \infty$ ergiebt sich die Gleichg. der Asymptote: $\eta = \frac{b}{a}\xi$. Die Asymptote geht also durch den Nullpunkt; ihr Neigungswinkel λ gegen die X-Axe ist: $\lambda = \text{arc tang}\,\frac{b}{a}$.

Subtangente $= \frac{a^2}{b^2} \frac{y^2}{x} = \frac{x^2 - a^2}{x}$; Subnormale $= \frac{b^2}{a^2} x$.

Krümmungshalbm.: $\varrho = \frac{(a^4 y^2 + b^4 x^2)^{\frac{3}{2}}}{a^4 b^4} = \frac{\left[x^2\left(1 + \frac{b^2}{a^2}\right) - a^2\right]^{\frac{3}{2}}}{a\,b}$

Koordinaten des Krümmungs-Mittelp.: $\xi = \frac{x^3\left(1 + \frac{b^2}{a^2}\right)}{a^2}$; $\eta = \frac{1 + \frac{b^2}{a^2}}{a\,b} (x^2 - a^2)^{\frac{3}{2}}$

Aus der Gleichg. für ξ erhält man: $x^2 = \frac{a^{\frac{4}{3}}\,\xi^{\frac{2}{3}}}{\left(1 + \frac{b^2}{a^2}\right)^{\frac{2}{3}}}$

Eliminirt man mittels dieser Beziehung x aus der Gleichg. für η, so erhält man die Gleichg. der Evolute:

$$\xi^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{2}{3}} \eta^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}} \left(1 + \frac{b^2}{a^2}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

Fläche vom Scheitel bis $x = x_1$:

$$F = \int_a^{x_1} y\,dx = \frac{b}{a} \int_a^{x_1} \sqrt{x^2 - a^2}\,dx = \frac{b}{a} \left[\frac{x}{2}\sqrt{x^2 - a^2} - \frac{ab}{2}\,ln\left(x + \sqrt{x - a^2}\right)\right]_a^{x_1} =$$

$$= \frac{xy}{2} - \frac{ab}{2}\,ln\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)$$

Bogenlänge: $s = \int_{x_1}^{x_2} dx \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = \int_{x_1}^{x_2} dx \sqrt{\frac{x^2\left(1 + \frac{b^2}{a^2}\right) - a^2}{x^2 - a^2}}$. Man setze: $1 + \frac{b^2}{a^2} = \varepsilon^2$ und $x = \frac{a}{\cos\Theta}$; dann erhält man:

$$s = a \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} \frac{d\Theta}{\cos^2\Theta} \sqrt{\varepsilon^2 - \cos^2\Theta} = a\,\varepsilon \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} \frac{d\Theta}{\cos^2\Theta} \left(1 - \frac{\cos^2\Theta}{\varepsilon^2}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Da wegen $\varepsilon > 1$ der Bruch $\left(\frac{\cos\Theta}{\varepsilon}\right)^2 < 1$, entwickle man den Faktor $\left(1 - \frac{\cos\Theta^2}{\varepsilon^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ nach dem binomischen Lehrsatze, wodurch man erhält:

$$s = a\varepsilon \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} \frac{d\Theta}{\cos^2\Theta} \left(1 - \tfrac{1}{2}\,\frac{\cos^2\Theta}{\varepsilon^2} + \frac{1}{2\,.\,4}\,\frac{\cos^4\Theta}{\varepsilon^4} - \ldots\right)$$

welches Integral nach bekannten Regeln aufzulösen ist. Bei Einsetzung der Grenzwerthe ist zu berücksichtigen, dass $\Theta_1 = \text{arc sec}\,\frac{x_1}{a}$ und $\Theta_2 = \text{arc sec}\,\frac{x_2}{a}$ ist.

Beispiel 2. Untersuchung der Kurve der Gleichg. $x^4 - 2ay^3 - 2a^2y^2 - 2a^2x^2 + a^4 = 0$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 4x\,(x - a)\,(x + a);\quad \frac{\partial F}{\partial y} = -2ay\,(y + a)$$

Die Werthe für $\frac{\partial F}{\partial x}$ und $\frac{\partial F}{\partial y}$ werden gleichzeitig $= 0$ für folgende Werthe-Paare von x und y:

$x = (0)$	0	$+a$	$(+a)$	$-a$	$(-a)$
$y = (0)$	$-a$	0	$(-a)$	0	$(-a)$

Für diese Werthe-Paare erscheint $\frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{\partial F}{\partial y} : \frac{\partial F}{\partial x}$ unter der unbestimmten Form $\frac{0}{0}$, müsste also nach S 428 weiter untersucht werden. Indessen genügen der gegebenen Kurvengleichung die eingeklammerten Werth-Paare (das 1., 4. und 6.) nicht; diese sind also überhaupt auszuschliessen. Für das 2., 3. und 5. Werthe-Paar erhält man folgende Werthe der partiellen 2. Ableitungen:

	$x=0;\ y=-a$	$x=a;\ y=0$	$x=-a;\ y=0$
$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 4\,(3x^2 - a^2)$	$-4\,a^2$	$8\,a^2$	$8\,a^2$
$\frac{\partial^2 F}{\partial x\,\partial y} = 0$	0	0	0
$\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = -6\,a\,(2y + a)$	$+6\,a^2$	$-6\,a^2$	$-6\,a^2$

Man erhält $\frac{dy}{dx}$ durch Einsetzung obiger Werthe in die quadratische Gleichg.:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + 2\,\frac{\partial^2 F}{\partial x\,\partial y}\,\frac{dy}{dx} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0, \text{ sonach:}$$

$$\left.\begin{matrix} x=0 \\ y=a \end{matrix}\right\}\ 6\,a^2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0;\quad \frac{dy}{dx} = \pm\sqrt{\frac{2}{3}};$$

$$\left.\begin{matrix} x=a \\ y=0 \end{matrix}\right\}\ 6\,a^2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0;\quad \frac{dy}{dx} = \pm\sqrt{\frac{4}{3}};$$

$$\left.\begin{matrix} x=-a \\ y=0 \end{matrix}\right\}\ 6\,a^2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0;\quad \frac{dy}{dx} = \pm\sqrt{\frac{4}{3}};$$

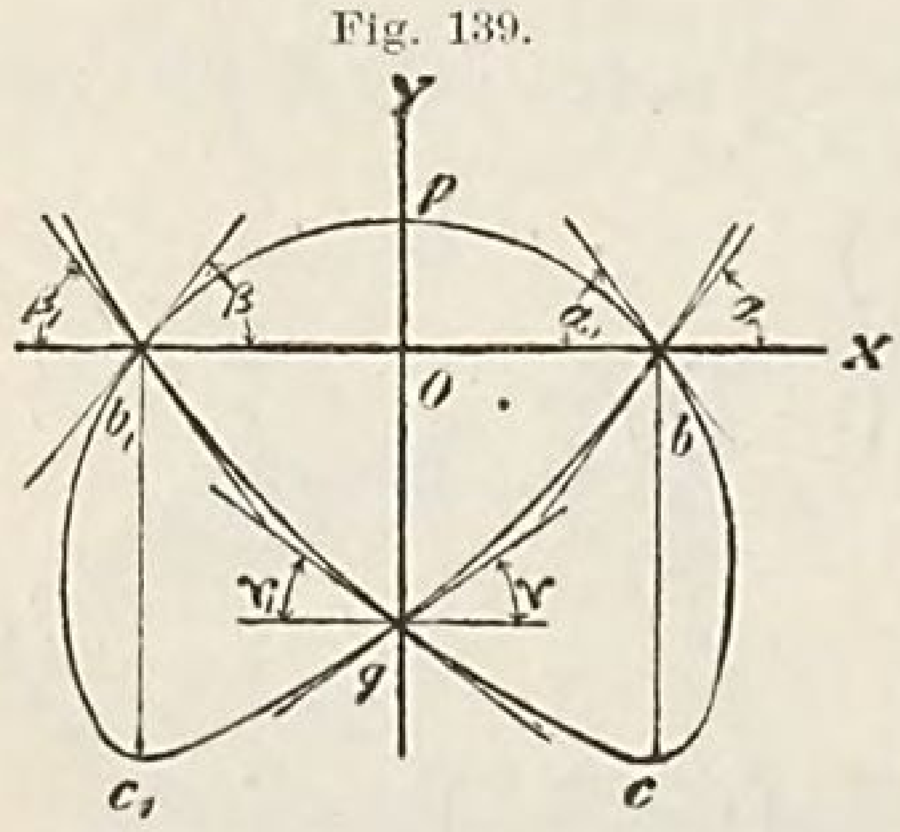
Den Gleichgn. $F\,(x,\ y) = 0$ und $\frac{\partial F}{\partial x} = 0$ genügen die Werthe-Paare:

$x=0$	$x=a$	$x=-a$
$y=\frac{a}{2}$	$y=-\frac{3}{2}\,a$	$y=-\frac{3}{2}\,a$

Für diese Werthe-Paare verschwindet $\frac{\partial F}{\partial y}$ nicht; dieselben liefern also die eminenten Werthe

	$x=0;\ y=\frac{a}{2}$	$x=a;\ y=-\frac{3}{2}\,a$	$x=-a;\ y=-\frac{3}{2}\,a$
$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 4\,(3x^2 - a^2)$	$-4\,a^2$	$8\,a^2$	$8\,a^2$
$\frac{\partial F}{\partial y} = -4\,a\,y\,(y + a)$	$-3\,a^3$	$-3\,a^3$	$-3\,a^3$
sonach: $-\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} : \frac{\partial F}{\partial y}$	< 0 (Max.)	> 0 (Minim.)	> 0 (Minim.)

Fig. 139.



Man erhält sonach das Bild der Kurve wenn man für $x = \pm a,\ y = 0$: tang α = tang α_1 = tang β = tang $\beta_1 = \sqrt{4/3}$; für $x = o,\ y = -a$: tang γ = tang $\gamma_1 = \sqrt{2/3}$; ferner $op = a/2,\ ob = ob_1 = oq = a,\ bc = b_1 c_1 = 3/2\,a$ macht, Fig. 139.

IV. Spezielle Kurvenlehre.

a. Kegelschnitte.

α. Allgemeine Beziehungen.

1. Die Kurven der Gleichg. 2. Grades heissen Kegelschnitte. Die allgem. Form der Gleichg. ist:

$$a_{00}\,x^2 + 2\,a_{01}\,xy + a_{11}\,y^2 + 2\,a_{02}\,x + 2\,a_{12}\,y + {} + a_{22} = 0.$$

Je nachdem $a_{01}{}^2 - a_{00}\,a_{11} \lesseqgtr 0$ ist, entstehen bezw. **Ellipse**, **Parabel**, **Hyperbel**.

2. Die Koordinaten des Mittelpunkts des Kegelschnitts werden bestimmt aus den Gleichgn.:

$$a_{00}\,x^2 + a_0\,y_0 + a_{02} = 0; \qquad a_{01}\,x_0 + a_{11}\,y_0 + a_{12} = 0$$

$$x_0 = \frac{a_{02}\,a_{11} - a_{01}\,a_{12}}{a_{00}\,a_{11} - a_{01}{}^2}, \qquad y_0 = \frac{a_{12}\,a_{00} - a_{02}\,a_{01}}{a_{00}\,a_{11} - a_{01}{}^2}$$

Der Mittelpunkt liegt im Unendlichen wenn $a_{00}\,a_{11} - a_{01}{}^2 = 0$; $a_{00}\,a_{11} - a_{01}{}^2 = 0$ und die Zähler der Brüche für x_0, y_0 nicht gleichzeitig verschwinden.

3. Die Mittelpunkte paralleler Sehnen liegen auf einer geraden Linie; dieselbe heisst **Durchmesser** des Kegelschnitts. Sämmtliche Durchmesser schneiden sich im Mittelpunkt des Kegelschnitts und werden hier halbirt.

4. Die Tangente am Endpunkte eines Durchmessers ist der von dem Durchmesser halbirten Schaar von **Sehnen** parallel.

5. Ist D_1 ein Durchmesser und D_2 ein 2. Durchmesser, welcher der von D_1 halbirten Schaar von Sehnen parallel ist, so ist auch D_1 der von D_2 halbirten Sehnenschaar parallel. Die beiden Durchmesser D_1 und D_2 sind **konjugirt**.

6. Für die **Parabel** liegt der Mittelpunkt im Unendlichen.

Für den **Kreis** stehen alle konjugirten Durchmesser normal aufeinander.

7. Allgemeine Scheitelgleichg. der Kegelschnitte in Bezug auf die Hauptaxen-Richtung als Abszissen-Axe: $y^2 = 2px + qx^2$

Es ist: für die Apollonische Parabel $q = 0$; für die Hyperbel $q > 0$;
„ „ „ Ellipse $q < 0$; „ den Kreis $q = -1$.

Sind $2a$ und $2b$ die Hauptaxen des Kegelschnitts, so ist absolut, also ohne Berücksichtigung des Vorzeichens von q: $p = \frac{b^2}{a}$; $q = \frac{b^2}{a^2}$; $p = aq$

8. Bewegt sich ein Punkt P in der Weise, dass seine jedesmaligen Entfernungen: PF von einem festen Punkte F, und PQ von einer festen Geraden in einem konstanten Verhältniss $\frac{PF}{PQ} = \varepsilon$ stehen, so ist der Ort des Punktes:

eine Parabel, eine Ellipse, eine Hyperbel, je nachdem ε $= 1$, < 1, > 1 ist.

Der gedachte feste Punkt liegt auf der Hauptaxe und liefert einen **Brennpunkt**; die gegebene feste Linie steht normal zur Hauptaxe und heisst **Direktrix**.

9. Die doppelte Ordin. im Brennp. ist $= 2p$ u. heisst **Parameter** d. Kegelschnitts.

10. Der Abstand des Brennpunkts vom Mittelpunkt $= e$ heisst **lineäre Exzentrizität**, das Verhältniss $\frac{e}{a} = \varepsilon$ die **numerische Exzentrizität**.

11. Die Projektion der Normalen auf den Leitstrahl vom Brennpunkt nach dem Berührungspunkt der zugehörigen Tangente ist konstant $= p$.

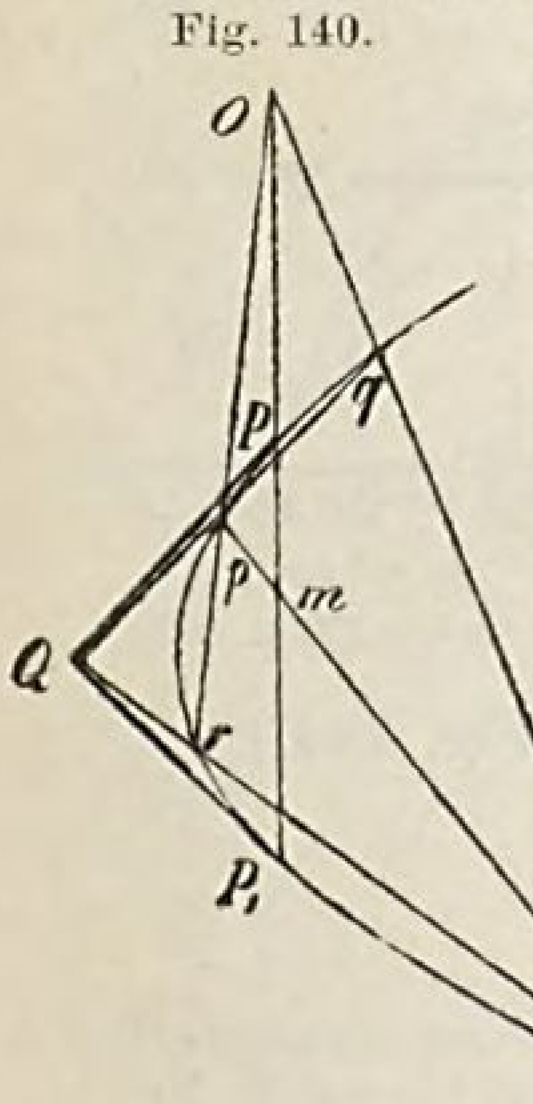
12. Ist σ der Winkel der Tangente mit dem Leitstrahl vom Brennpunkt, so ist der Krümmungs-Radius: $\rho = \frac{p}{\sin^3 \sigma}$

13. Tangente und Normale eines Kegelschnitts halbiren die Winkel der Leitstrahlen aus den Brennpunkten nach dem Berührungspunkte der bezügl. Tangente. Bei der Parabel liegt einer der Brennpunkte im Unendlichen; der 2. Leitstrahl ist also parallel der Hauptaxe und ein Durchmesser.

14. Die Winkel, welche 2 von einem Punkte ausserhalb des Kegelschnitts nach den Brennpunkten gezogene Gerade mit den von diesem Punkte an den Kegelschnitt gelegten Tangenten bilden, sind gleich.

15. Die vom Durchschnittspunkt der Tangente mit der Direktrix nach dem Brennpunkt gezogene Gerade steht normal auf dem nach dem Berührungspunkt gezogenen Leitstrahl aus dem Brennpunkt. Der Schnittpunkt zweier Tangenten, welche an die Endpunkte einer Brennpunkts-Sehne gelegt sind, liegt also auf der Direktrix.

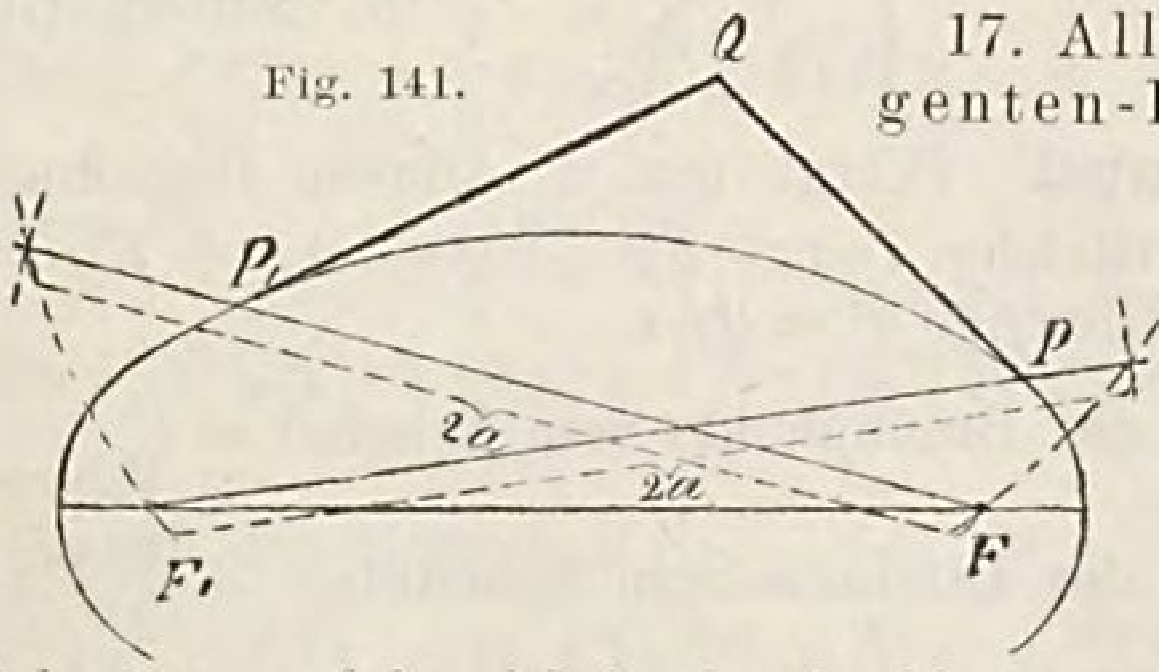
Fig. 140.



16. **Polargleichung** der Kegelschnitte in Bezug auf den Brennpunkt: $r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \psi}$, worin p und ε die oben angegebene Bedeutung haben.

17. **Allgemeine Tangenten-Konstruktion** von einem gegebenen Punkte Q ausserhalb des Kegelschnitts.

Fig. 141.



α., Fig. 140. Man ziehe 2 belieb. Sekanten, durch d. Schnittpunkte p, q, r, s, 2 andere Sekanten, welche sich in O schneiden, sowie die Diagonalen des Vierecks $pqrs$. Ziehe durch O und den Diagonalen-Schnittpunkt m eine Gerade, welche den Kegelschnitt in den gesuchten Berührungspunkten P und P_1 schneidet.

β., Fig. 141. Man beschreibe aus Q einen Kreis durch einen Brennpunkt, von dem andern Brennpunkt einen Kreis mit dem Radius $2a$, ziehe von letzterem Brennpunkt eine Gerade nach dem Schnittpunkt beider Kreise; dieser schneidet den Kegelschnitt in dem Berührungspunkt einer Tangente aus Q.

18. Allgem. Konstruktion des Krümmungs-Halbmessers, Fig. 142: Man konstruire für den betr. Kurvenpunkt die Normale PN und ziehe den Leitstrahl PF durch den Brennpunkt. Im Fusspunkt der Normalen $NK \perp PN$, $KM \perp KP$. M ist Krümmungs-Mittelpunkt.

Fig. 142.

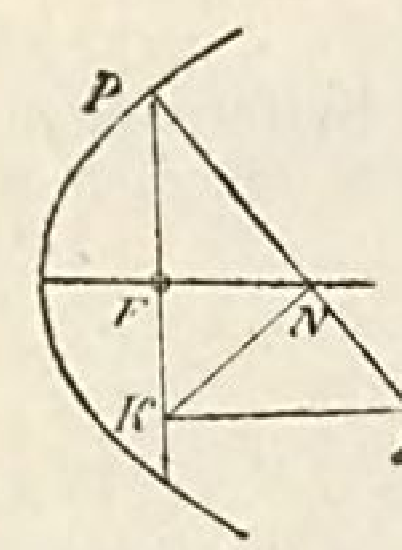
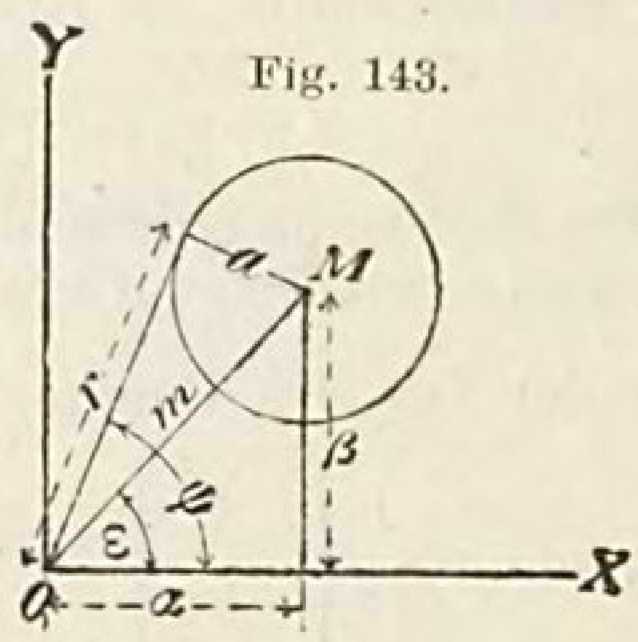


Fig. 143.



β. Kreis. (Fig. 143.)

1. Allgem. Gleichung.
$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0.$

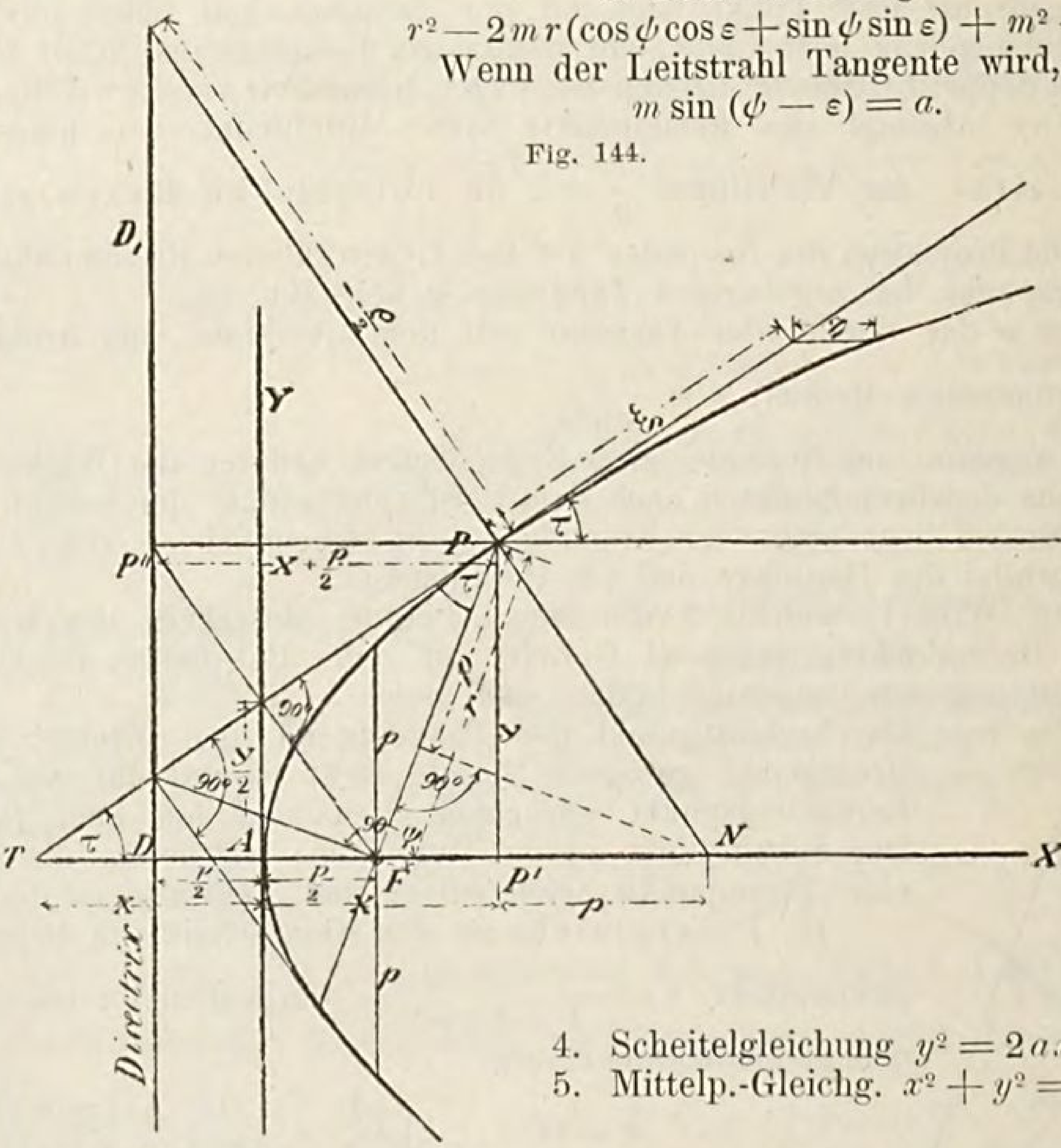
2. Wenn α und β die Mittelp.-Koordinaten, a der Radius, ist:

$$(x^2 - \alpha^2) + (y^2 - \beta)^2 = a^2; \quad \alpha = -\frac{A}{2};$$

$$\beta = -\frac{B}{2}; \quad a = {}^1\!/_2 \sqrt{A^2 + B^2 - 4C}$$

3. Polar-Gleichung.
$r^2 - 2mr(\cos\psi \cos\varepsilon + \sin\psi \sin\varepsilon) + m^2 - a^2 = 0.$
Wenn der Leitstrahl Tangente wird, ist:
$m \sin(\psi - \varepsilon) = a.$

Fig. 144.



4. Scheitelgleichung $y^2 = 2ax - x^2$.
5. Mittelp.-Gleichg. $x^2 + y^2 = a^2$.

γ. Parabel. (Vergl. unt. α, Allgem. Beziehungen.) [Fig. 144.]

1. Allgem. Gleichg. $(ax + by + c)^2 + Ax + By + C = 0.$
2. Scheitel-Gleichg. $y^2 = 2px$.
3. Abstand des Brennpunkts vom Scheitel $= \frac{p}{2}$
4. Abstand der Direktrix vom Scheitel $= -\frac{p}{2}$
5. Länge des Leitstrahls nach dem Punkte (x, y) = Abstand des Punktes (x, y) von der Direktrix $\Big\} = x + \frac{p}{2}$
6. Gleichg. der Tangente: $\eta y = p(\xi + x)$.
7. Gleichg. der Normalen: $\eta - y = \frac{y}{p}(\xi - x)$.
8. Subtangente $= 2x$; Subnormale $= p$.

Der Brennpunkt halbirt die Strecke zwischen den Fusspunkten der Tangente und der Normalen auf der Hauptaxe.

9. Ordinate des Schnittpunkts der Tangente mit der Y-Axe $= \frac{y}{2}$.

10. Der Fusspunkt des Loths vom Brennpunkt auf eine Tangente liegt im Schnittpunkt derselben mit der Y-Axe.

11. Jeder Durchmesser ist der Hauptaxe parallel. Er ist der Richtung der Tangente an seinem Endpunkte, also auch der Richtung der von ihm halbirten Sehnenschaar konjugirt.

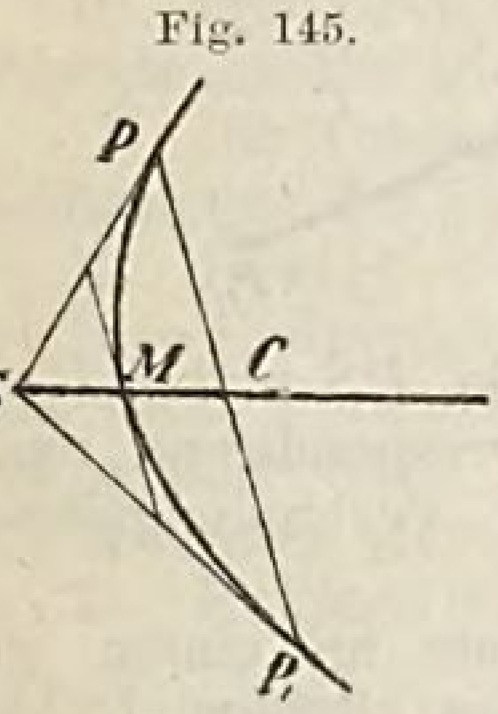
12. Betrachtet man einen Durchmesser und seine konjugirte Tangente als Koordin.-Axen, so ist die Gleichg. der Parabel bezogen auf dieses System:

$$\eta^2 = \frac{2p}{\sin^2\tau}\,\xi = 2p_1\xi$$

13. Die Winkel welche ein Leitstrahl vom Brennpunkt und ein Durchmesser durch den Berührungspunkt einer Tangente mit der Tangente bilden, sind gleich.

14. Zieht man durch die Endpunkte einer Sehne 2 Tangenten: PS und P_1S so schneiden sich dieselben auf dem der Sehnen-Richtung konjugirten Durchmesser; Fig. 145. Der Durchschnittspunkt M der Parabel mit dem Durchmesser halbirt die Strecke CS.

Fig. 145.



15. Zieht man von einem Punkte der Direktrix 2 Tangenten an die Parabel, so sind dieselben normal zu einander.

16. Polar-Gleichg. f. d. Brennpunkt als Pol: $r = \frac{p}{2\cos^2\frac{\psi}{2}}$

17. Krümmungshalbm. $\rho = \frac{(p+2x)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{p}} = \frac{PN^3}{p^2}$

Die Projektion desselben auf die X-Axe ist $= 2\,PF = 2\,PP''$

Krümmungshalbm. im Scheitel $= p$.

Gleichg. d. Evolute. $27\,py^2 = 8\,(x-p)^3$ (Neil'sche oder semikub. Parabel.)

Fig. 146.

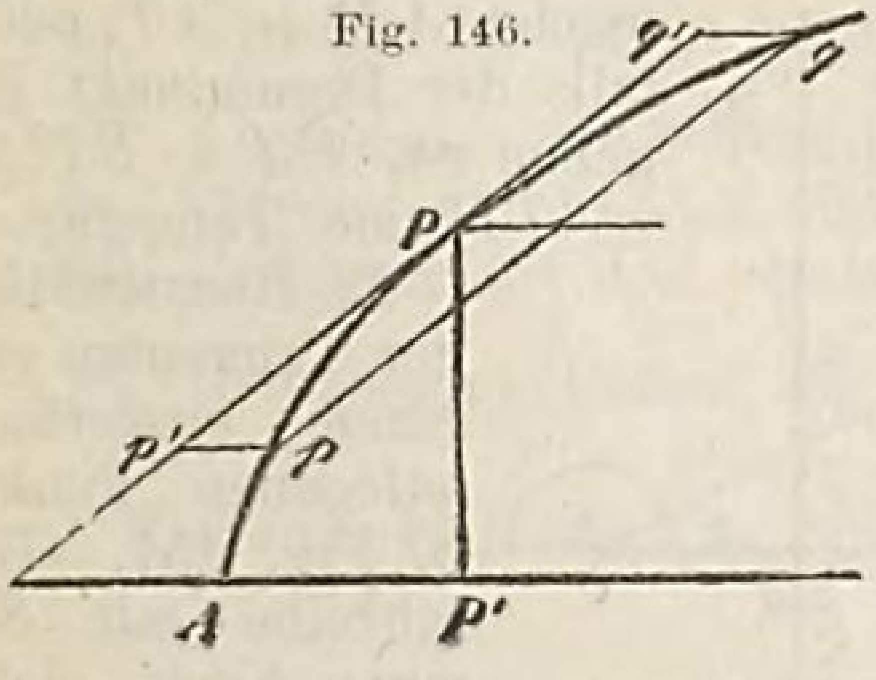


Fig. 147.

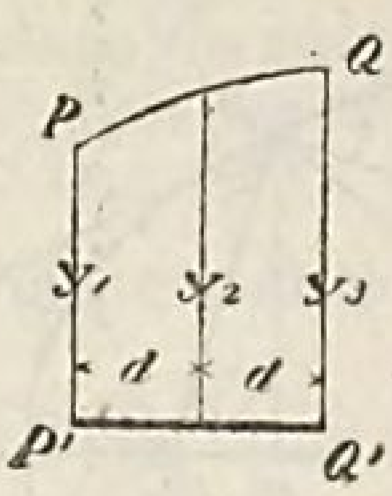
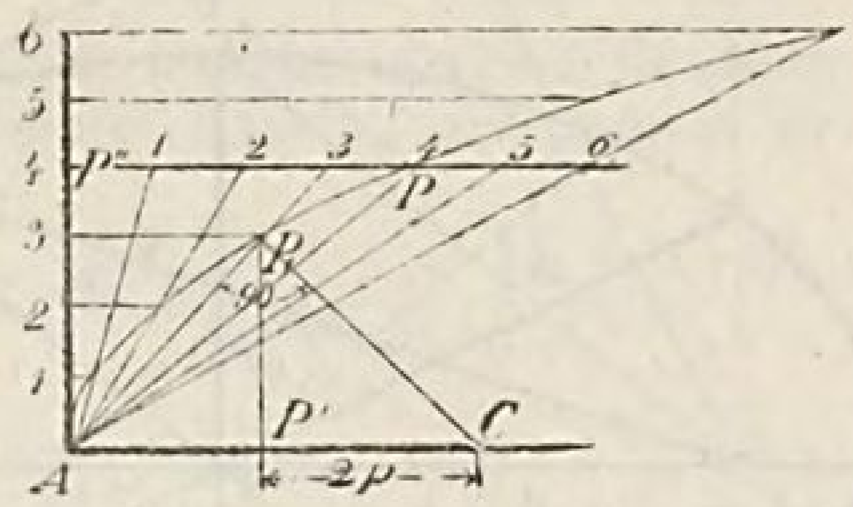


Fig. 148.



18. Quadratur. Fläche $APP' = \frac{2}{3}xy$ (Fig. 146)

Fläche $pPq = \frac{2}{3}pp'\,qq'$

Fläche $P'PQQ' = \frac{d}{3}(y_1 + 4y_2 + y_3)$; (Fig. 147). $P'Q'$ ist eine zur Hauptaxe parallele Gerade.

19. Rektifikation. Länge des Bogens AP:

$$s = \frac{p}{2}\left[\sqrt{\frac{2x}{p}\left(1+\frac{2x}{p}\right)} + ln\left(\sqrt{\frac{2x}{p}} + \sqrt{1+\frac{2x}{p}}\right)\right]$$

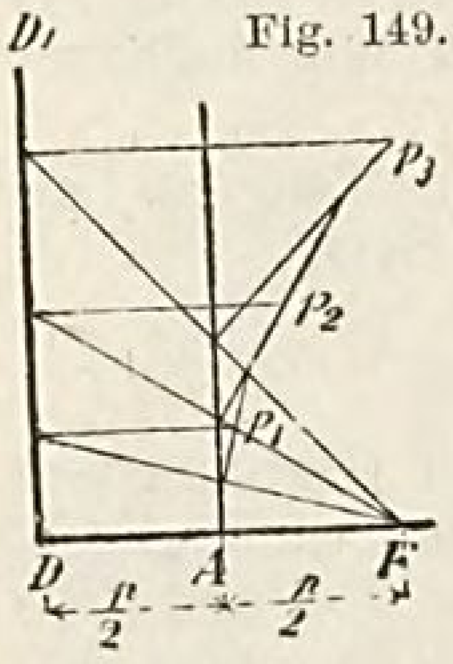
Ist $\frac{x}{y}$ ein kleiner Bruch, so ist annähernd: $s = y\left[1 + \frac{2}{3}\left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{2}{5}\left(\frac{x}{y}\right)^4\right]$

20. Konstruktion der Parabel.

α. Wenn die Axe AX, der Scheitel A und ein Punkt P der Parabel gegeben sind, Fig 148. Ziehe AY, und $PP'' \perp AY$. Theile AP'' und PP'' in die gleiche

Anzahl von Theilen, welche Theilung beliebig weit auf den Verlängerungen fortgesetzt wird. Verbinde die Theilpunkte auf PP'' mit A, ziehe durch die Theilpunkte von AP'' Linien $\parallel AX$. Die Schnittpunkte korrespondirend nummerirter Theilpunkte sind Punkte der Parabel. — Zur Ermittelung des Brennpunkts ziehe man von einem belieb. Punkte der Parabel $P_, P' \perp AX$, $P_, C \perp AP_,$; dann ist $P'C = 2p$, der Brennpunkts-Abstand $AF = \frac{1}{4} P'C$.

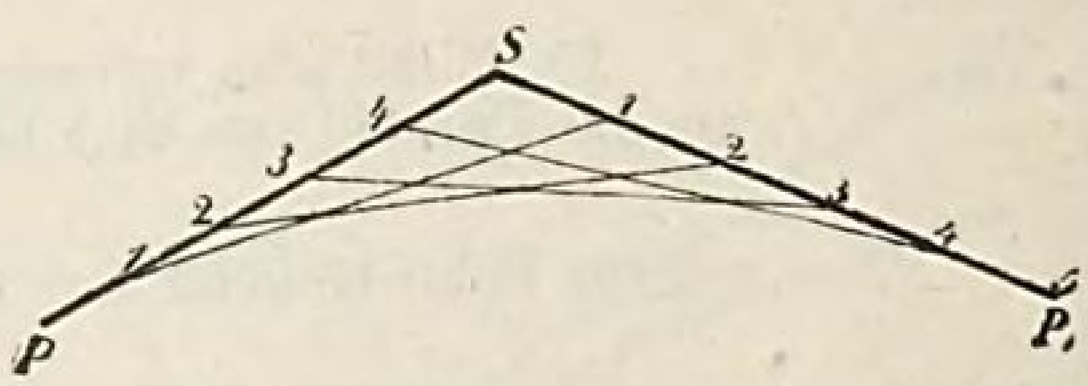
Fig. 149.



β. Wenn der Scheitel A und der Brennpunkt F gegeben sind, Fig. 149. Lässt man auf AY den Scheitel eines rechten Winkels so gleiten, dass der eine Schenkel stets durch F geht, so tangirt der andere Schenkel in jeder Lage des Winkels die Parabel. Will man die Berührungspunkte jeder Tangente ermitteln, so ziehe man in der Entfernung $AD = AF$ die Direktrix DD_1, verlängere den durch F gehenden Schenkel des rechten Winkels bis zum Schnitt mit der Direktrix, ziehe durch den Schnittpunkt eine Parallele zu AX, so trifft diese den andern Schenkel in einem Punkt der Kurve.

γ. Wenn 2 Tangenten und die Berührungspunkte derselben

Fig. 150.



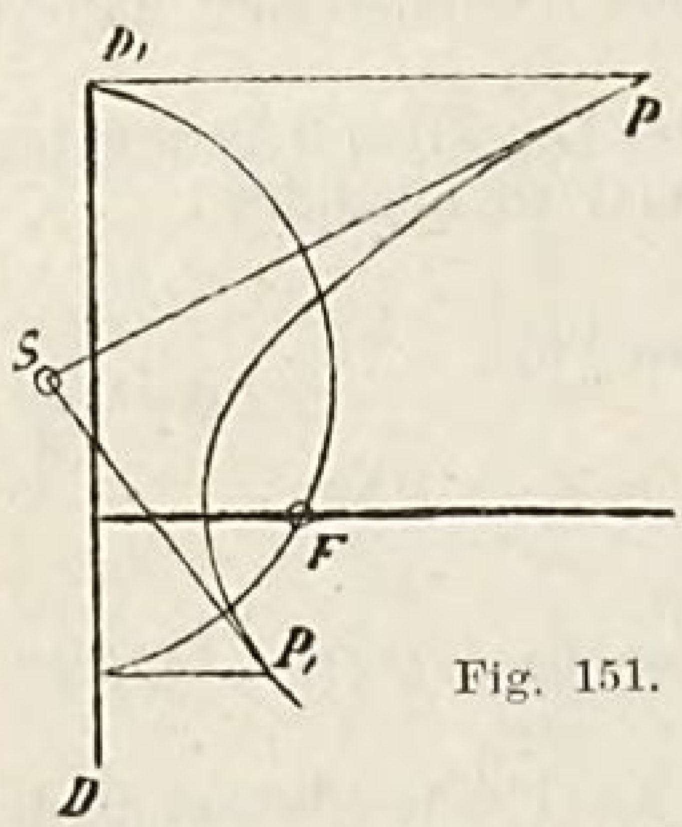
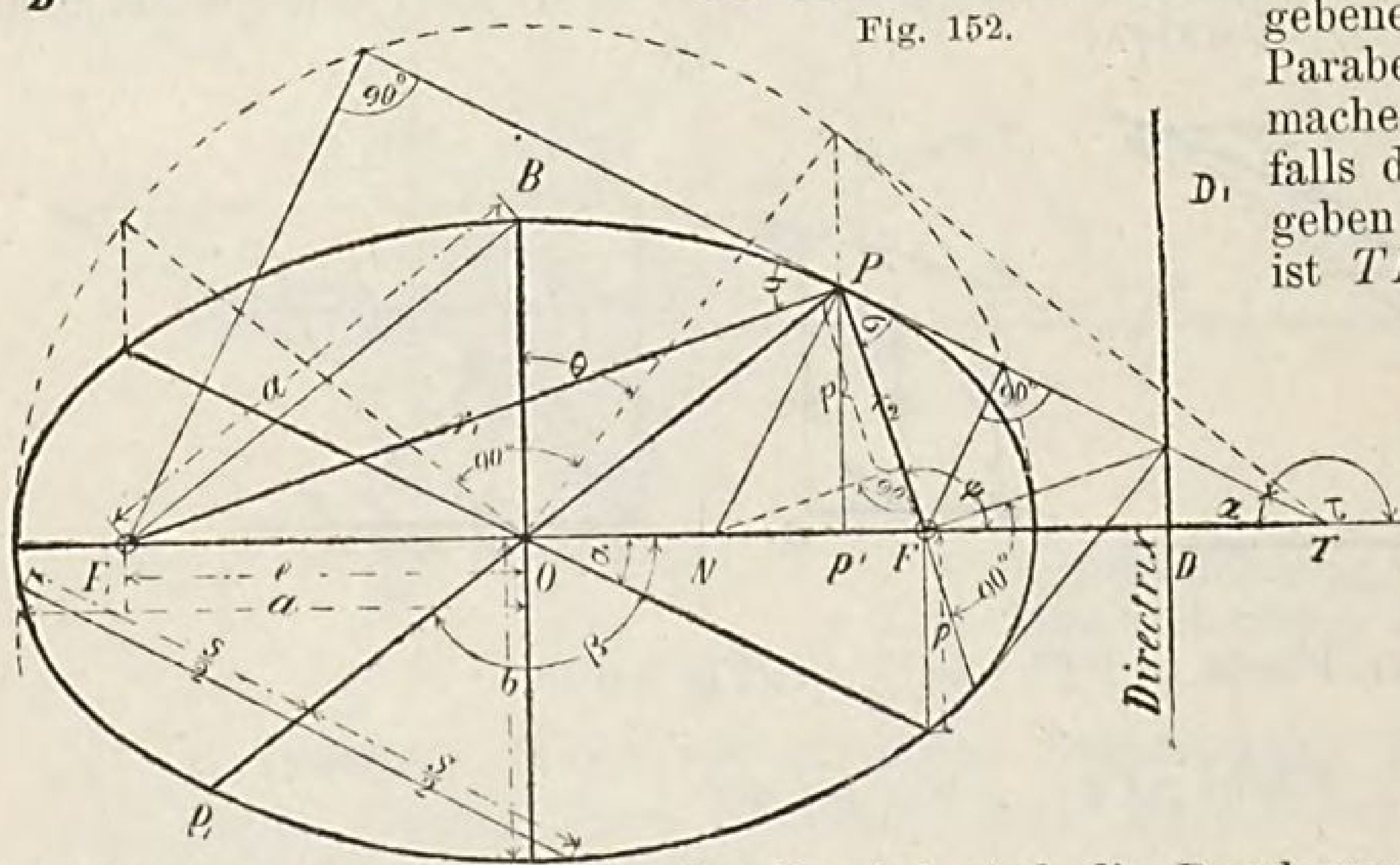


Fig. 151.

gegeben sind, Fig. 150. Man theile PS und SP_1 in gleiche Theile und verbinde die korrespondirend nummerirten Theile mit einander. Die Verbindungslinien sind Tangenten der Parabel.

21. Konstruktion einer Tangente an einem gegebenen Punkt P der Parabel, Fig. 144. Man mache $AP^1 = AT$, oder, falls der Brennpunkt gegeben ist, $FT = FP$, so ist TP eine Tangente.

Fig. 152.



22. Konstruktion der Tangenten von einem ausserhalb gelegenen Punkte S, Fig. 151. Beschreibe mit SF einen Kreis, ziehe von den Schnittpunkten desselben mit der Direktrix gerade Linien $\parallel 0X$. Die Schnittpunkte dieser mit der Parabel sind die Berührungsp. der Tangenten. Die Konstruktion ist identisch mit der allgem. Konstruktion ad α, 17 β, S. 447, da der 2. Brennp. in unendlicher Entfernung liegt, also der Kreis aus dem 2. Brennp. mit $2a$ als Radius mit der Direktrix zusammen fällt.

Wenn die Axe und der Brennpunkt nicht gegeben sind nach α, 17 α, S. 447.

23. Konstruktion des Krümmungs-Radius (Vergl. S. 448).

δ. **Ellipse.** (Vergl. unt. α, Allgem. Beziehungen, S. 446) [Fig. 152.]

1. Scheitel-Gleichg. $y^2 = \frac{b^2}{a^2}(2ax - x^2)$.

2. Mittelp.-Gleichg. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, bezw. $y^2 = \frac{b^2}{a^2}(a^2 - x^2)$; oder $x = a \sin\theta$ $y = b \cos\theta$. Der Winkel θ heisst Amplitude.

3. Die Summe der Leitstrahlen eines Punktes nach den Brennpunkten ist gleich der Länge der grossen Axe.

$$r = a - \frac{e}{a}x;\; r_1 = a + \frac{e}{a}x;\; r + r_1 = 2a.$$

Wenn also die Axen gegeben sind, werden die Brennpunkte ermittelt, indem man $BF = BF_1 = a$ macht.

4. Lineäre Exzentrizität $e = \sqrt{a^2 - b^2}$.

5. Gleichg. der Tangente $\eta - y = -\frac{b^2 x_1}{a^2 y_1}(\xi - x)$ oder $\frac{\eta y}{b^2} + \frac{\xi x}{a^2} = 1$.

6. Gleichg. der Normalen $\eta - y = \frac{a^2 y}{b^2 x}(\xi - x)$.

7. Subtangente $= \frac{a^2 - x^2}{x}$; Subnormale $= \frac{b^2 x}{a^2}$.

8. $ON = \frac{e^2}{a^2}x$; $FN = \frac{e}{a}r$; $F_1 N = e r_1$; $\frac{FN}{F_1 N} = \frac{r}{r_1}$.

9. Der perm. Ort der Fusspunkte aller Lothe, welche von den Brennpunkten auf Tangenten an die Ellipse gefällt werden, ist ein Kreis, welcher mit dem Radius a um den Mittelpunkt beschrieben ist.

10. Das Rechteck aus den Lothen, welche von den Brennpunkten auf eine Tangente gefällt sind, ist $= b^2$.

11. Die Tangente bildet mit den Leitstrahlen aus den Brennpunkten nach dem Berührungspunkt gleiche Winkel.

12. Bewegt sich eine gerade Linie von unveränderlicher Länge dergestalt, dass ihre Endpunkte auf den Schenkeln eines rechten Winkels gleiten, so beschreibt jeder ihrer Punkte eine Ellipse (für den Halbirungspunkt wird derselbe ein Kreis). Sind a und b die Abstände eines Punktes von den Endpunkten der Linie, so sind die Axen der von dem Punkte beschriebenen Ellipse $= a$ und b.

13. Konjugirte Durchmesser: $a_1^2 + b_1^2 = a^2 + b^2$. Wenn α und β die Winkel der Durchmesser mit der positiven Richtung der grossen Axe: $\operatorname{tang}\alpha \cdot \operatorname{tang}\beta = -\frac{b^2}{a^2}$.

14. Gleichg. der Ellipse bezogen auf 2 konjug. Durchm. als Axen: $\frac{x'^2}{a_1^2} + \frac{y'^2}{b_1^2} = 1$.

15. Legt man in den Scheitelpunkten von zwei konjug. Durchmessern 4 Tangenten an die Ellipse, so ist das durch dieselben gebildete Parallelogramm = dem 4 fachen Rechteck aus den beiden Axen.

16. Krümmungs-Radius im Punkte xy: $\rho = a^2 b^2 \left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{(r r_1)^{\frac{3}{2}}}{a b}$

Krümmungs-Radius im Scheitel der grossen Axe $\rho_a = \frac{b^2}{a} = p$

„ „ „ „ „ „ $\rho_b = \frac{a^2}{b}$

17. Polargleichg. in Bezug auf einen Brennpunkt $r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \psi}$

18. Quadratur. Fläche der ganzen Ellipse $= ab\pi$. Ein beliebiges Ellipsen-Segment verhält sich zu dem Projektions-Segment auf dem umgeschriebenen Kreise $= b : a$. Fläche $OBPP^1 = \frac{xy}{2} + \frac{ab}{2} \arcsin \frac{x}{a}$

19. Rektifikation. Der Umfang der ganzen Ellipse ist:

$$S = \pi(a+b)\left[1 + \frac{1}{4}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2 + \frac{1}{64}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^4 + \frac{1}{256}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^6 + \dots\right] =$$
$$= \pi(a+b)\varkappa$$

$\frac{a-b}{a+b} =$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1,00
$\varkappa =$	1,0000	1,0025	1,0100	1,0226	1,0404	1,0635	1,0922	1,1677	1,2732

20. Konstruktion der Ellipse.*)

α. Wenn die Hauptaxen gegeben sind, Fig. 153. Man konstruire aus dem Mittelpunkt O 2 Kreise mit den Radien a und b, ziehe eine beliebige Gerade aus O, und durch $p \parallel OY$, so ist P ein Punkt der Ellipse.

Fig. 153.

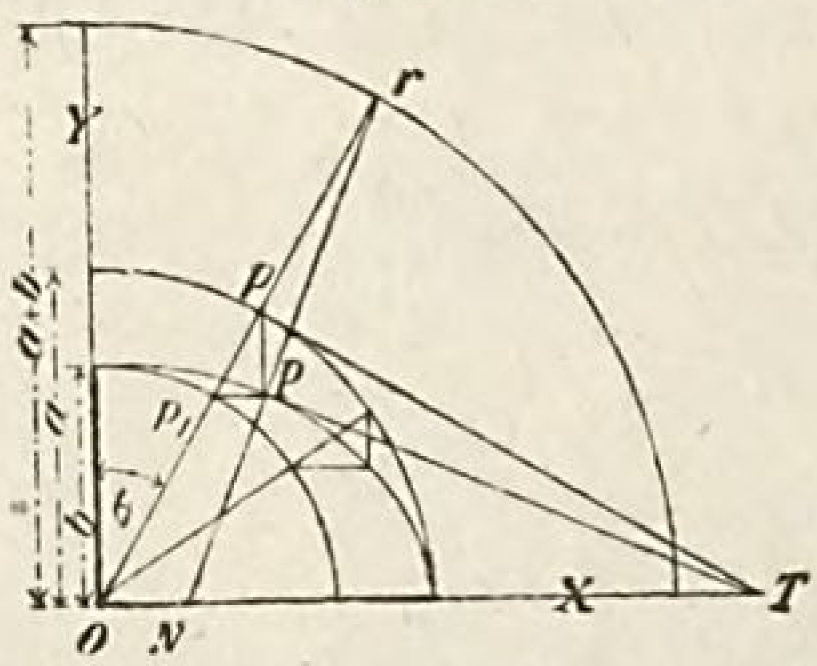


Fig. 154.

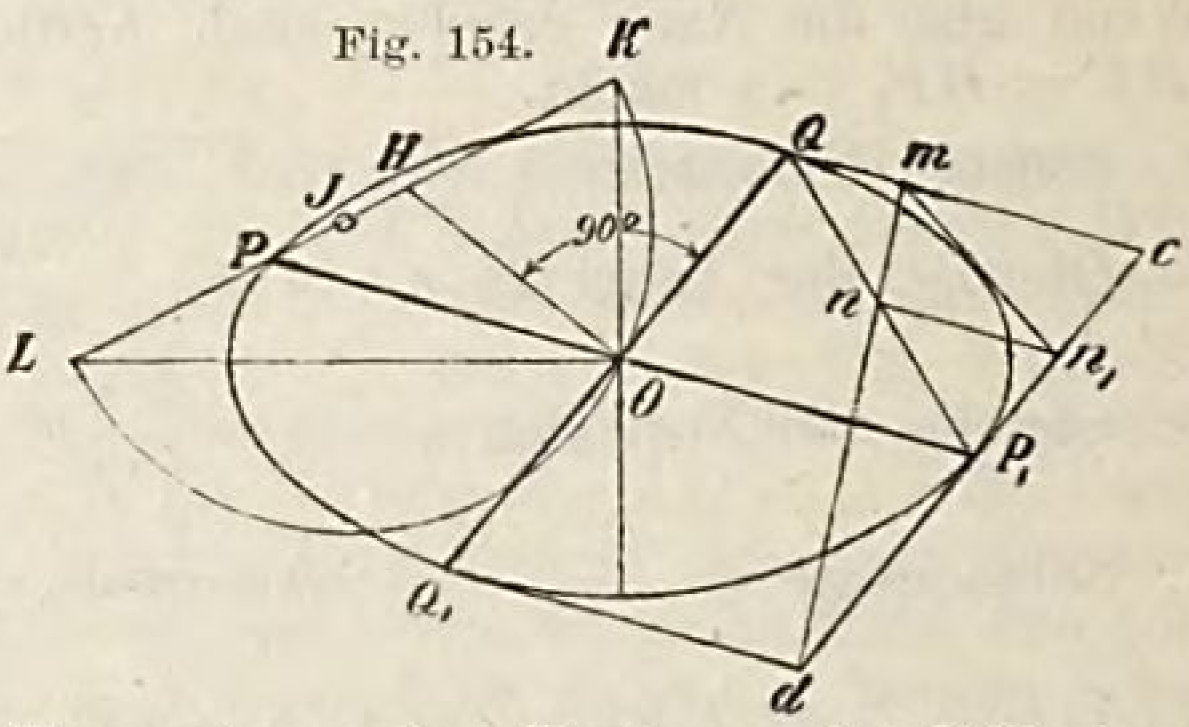
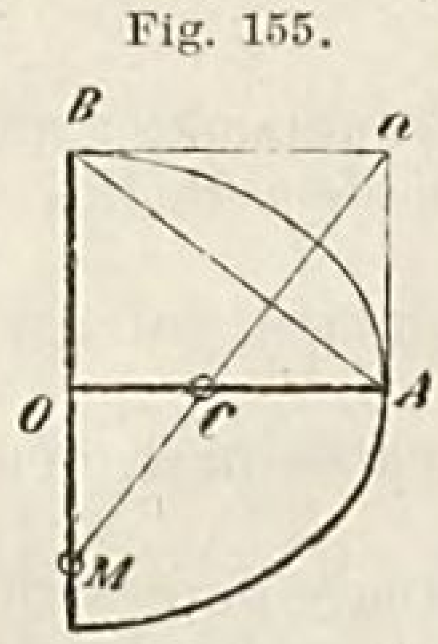


Fig. 155.



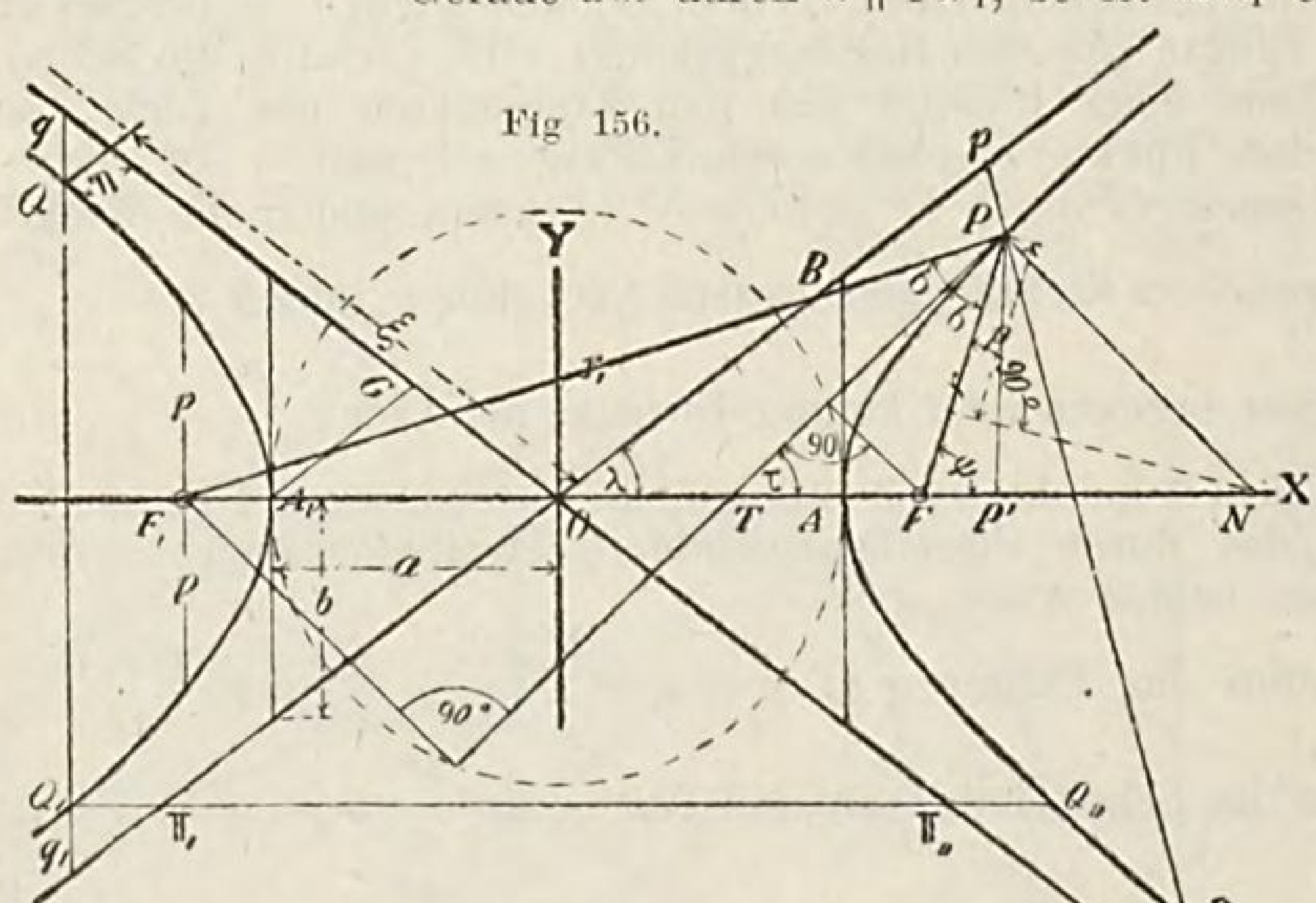
Ist pT eine Tangente an den Kreis, so ist PT eine Tangente an die Ellipse.

Beschreibt man um O einen 3. Kreis mit dem Radius $a + b$, verlängert den Radius Op bis zum Schnitt r und zieht rP, so ist letztere eine Normale der Ellipse in P.

β. Wenn 2 konjugirte Durchmesser gegeben sind.

I. Fig. 154. Man ziehe durch die Endpunkte jedes Durchmessers Parallele zu dem andern Durchmesser, wodurch man das Tangenten-Viereck QQ_1cd erhält. Ziehe QP_1 und die beliebige Gerade dm durch $n \parallel PP_1$, so ist mn_1 eine Tangente.

Fig 156.



II. Fig. 154. Sind PP_1, QQ_1 die konjugirten Durchmesser, so ziehe man $OH \perp OQ$ und $= OQ$, halbire HP, verzeichne von dem Halbirungspunkte I einen Kreis durch O, verlängere HP bis zum Schnitt mit diesem Kreise, dann geben OK u. OL die Richtungen der Hauptaxen und es ist: $HK = PL = b$; $HL = PK = a$.

21. Konstruktion d. Krümmungs-Mittelp. (nach α, 18). Zur Ermittelung der Krümmungs-Mittelp. für die Scheitel ziehe man (Fig. 155) AB, aus dem Schnittpunkt a der Scheiteltangenten eine Normale auf AB, deren Schnittpunkte C und M mit den Axen liefern die bezügl. Krümmungs-Mittelp.

ε. **Hyperbel.** (Vergl. unter α, Allgem. Beziehungen.) [Fig. 156.]

1. Scheitel-Gleichg. $y^2 = \frac{b^2}{a^2}(2ax + x^2)$.

2. Mittelp.-Gleichg. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, bezw. $y^2 = \frac{b^2}{a^2}(x^2 - a^2)$ oder: $x = a \sec \theta$; $y = b \operatorname{tang} \theta$.

3. Lineäre Exzentrizität $e = \sqrt{a^2 + b^2}$; also $OF = OB$.

*) Zur Lösung von Konstruktions-Aufgaben in Bezug auf die Ellipse gelangt man in den meisten Fällen am kürzesten, wenn man die Ellipse als Projektion eines Kreises vom Radius a betrachtet. Es ist dabei zu beachten, dass 2 konjugirten Durchmessern der Ellipse 2 zu einander normale Durchmesser im Kreise entsprechen.

4. Die Differenz d. Leitstrahlen eines Punktes ist gleich der Länge der grossen Axe:

$$r_1 - r = 2a;\ r = \frac{ex}{a} - a;\ r_1 = \frac{ex}{a} + a.$$

5. Gleichg. der Tangente. $\eta - y = \frac{b^2 x}{a^2 y}(\xi - x)$, oder $\frac{\xi x}{a^2} - \frac{\eta y}{b^2} = 1$.

6. Gleichg. der Normalen. $\eta - y = -\frac{a^2 y}{b^2 x}(\xi - x)$.

7. Tangente $PT = \frac{ay}{bx}\sqrt{rr_1}$; Normale $PN = \frac{b}{a}\sqrt{rr_1}$;

Subtangente $TP^1 = \frac{x^2 - a^2}{x}$; Subnormale $NP^1 = \frac{b^2 x}{a^2}$

$$MT = \frac{a^2}{x};\ TF = e - \frac{a^2}{x} = \frac{a}{x} r;\ TF_1 = \frac{a}{x} r_1.$$

8. Die Tangente halbirt den Winkel der Leitstrahlen nach dem Berührungspunkte.

9. Der Ort der Fusspunkte aller Lothe, welche von den Brennpunkten auf die Tangenten gefällt sind, ist ein mit dem Radius a aus dem Mittelpunkte beschriebener Kreis.

10. Konjugirte Durchmesser. Sind α und β die Winkel zweier konjugirten Durchmesser mit der positiven Richtung der Hauptaxe, so ist: $\operatorname{tang}\alpha \operatorname{tang}\beta = \frac{b^2}{a^2}$

$$a_1^2 - b_1^2 = a^2 - b^2;\ a_1 b_1 \sin(\beta - \alpha) = ab.$$

11. Gleichg. der Hyperbel auf 2 konjugirte Durchmesser als Axen bezogen.

$$\frac{\xi^2}{a_1^2} - \frac{\eta^2}{b_1^2} = 1.$$

12. Mittelp.-Gleichg. der Asymptoten. $\frac{x}{a} \pm \frac{y}{b} = 0$ oder $y = \pm \frac{b}{a} x$.

Winkel der Asymptote mit der X-Axe. $\operatorname{tang}\lambda = \frac{b}{a}$.

13. Asymptoten-Gleichg. der Hyperbel. $\xi\eta = \frac{a^2 + b^2}{4}$. Für die Asymptoten als Koordinaten-Axen ist also die Grösse des Rechtecks aus Abszisse und Ordinate konstant. Ist AG die Ordinate des Scheitels, so ist $\overline{AG}^2 = \frac{a^2 + b^2}{4}$. AG heisst „Potenz der Hyperbel".

14. Zieht man eine beliebige Sekante, so sind die Abschnitte derselben zwischen der Hyperbel und den Asymptoten gleich. Also z. B. $Pp = P_1 p_1$.

15. Zieht man eine Sekante normal zur Hauptaxe, so wird das zwischen den Asymptoten liegende Stück durch einen Ast der Hyperbel so getheilt, dass das Produkt der Theile konstant $= b^2$ ist. Also z. B. $qQ \cdot Qq_1 = qQ_1 \cdot Q_1 q_1 = b^2$.

16. Zieht man eine Sekante parallel der Hauptaxe, so wird das zwischen den beiden Aesten der Kurve liegende Stück durch eine Asymptote so getheilt, dass das Produkt der Theile konstant $= a^2$ ist. Also z. B.:

$$Q_, H_, \cdot H_, Q_{,,} = Q_, H_{,,} \cdot H_{,,} Q_{,,} = a^2.$$

17. Zieht man eine beliebige Tangente, so wird das zwischen den Asymptoten liegende Stück derselben im Berührungspunkte halbirt.

18. Die von beliebigen Tangenten und den Asymptoten gebildeten Dreiecke sind gleichflächig.

19. Krümmungs-Halbm. im Punkte (x, y). $\rho = a^2 b^2 \left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{(rr_1)^{\frac{3}{2}}}{ab}$

Krümmungs-Halbm. im Scheitel $= \frac{b^2}{a} = p$.

20. Quadratur. Fläche $APP' = \frac{xy}{2} - \frac{ab}{2} ln\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)$. Fläche zwischen Asymptote, Kurve und 2 Asymptoten-Ordinaten $= \frac{ab}{2} ln \frac{\xi_2}{\xi_1}$.

21. Gleichseitige Hyperbel. $a = b$; $e = a\sqrt{2}$.
Mittelp.-Gleichg. für die Hauptaxe als Abzissen-Axe $x^2 - y^2 = a^2$.
Parameter $p = a$; Subnormale $= x$.
Krümmungs-Radius $= (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}$, im Scheitel $= a$.
Sektor $OAP = ln\ (x + y)$.

Asymptoten-Gleichg. $\xi\eta = \frac{a^2}{2} = m^2$ (Fig. 157). Für den Scheitel ist $\xi = \eta = m$.

Fläche zwischen den Ordinaten m u. $\eta = m^2\ ln\ \frac{\xi}{m}$.

22. Konstruktion der Hyperbel.

α. Wenn a und b gegeben sind, Fig. 158. Man verzeichne 2 konzentr. Kreise mit a und b als Radien, ziehe an dieselben Tangenten normal zur Hauptaxe und vom Mittelpunkt eine beliebige Richtung, welche die Tangenten in D und E schneidet. Dann ist OE eine Abszisse, BD die dazu gehörige Ordinate.

Fig. 157.

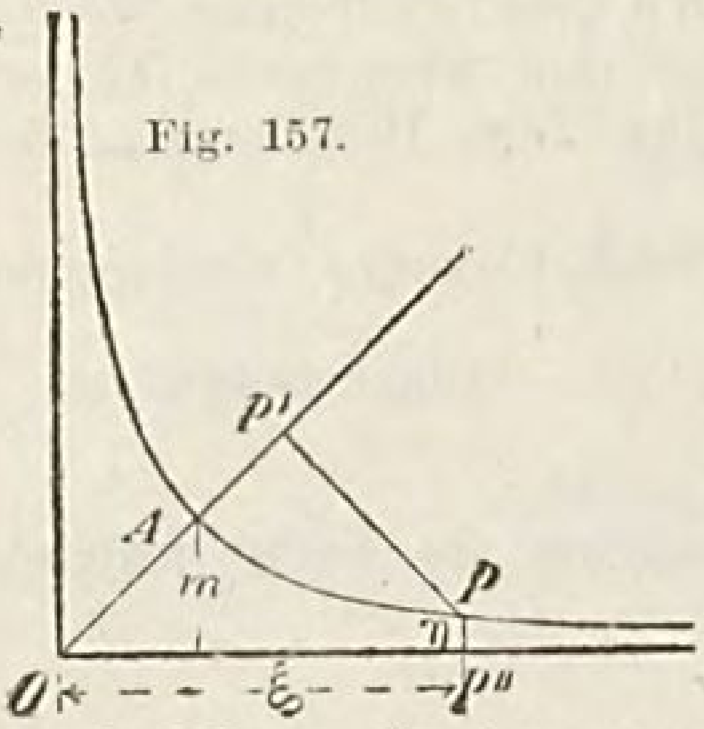


Fig. 158.

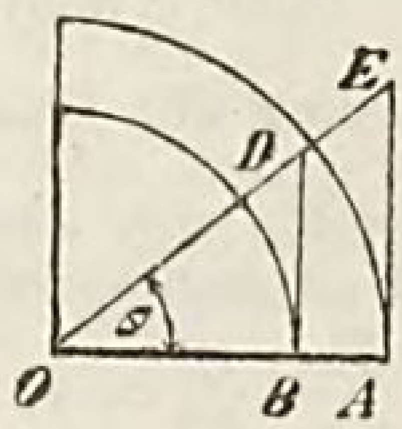
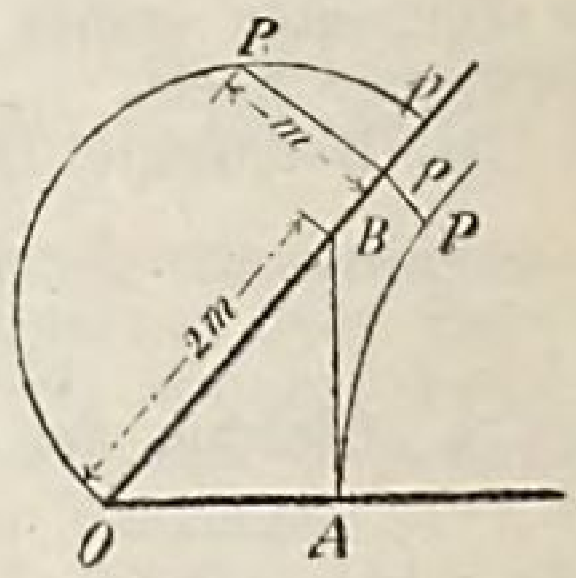


Fig 159.



β. Wenn die Asymptoten und ein Punkt der Hyperbel gegeben sind, Fig. 159. Man ziehe die Asymptoten-Ordinate pP, mache $pp_1 = pP$ und verzeichne den Halbkreis über Op_1. Für die Normale $pR = m$ ist dann: $m^2 = Op \,.\, Pp = \frac{a^2 + b^2}{4}$.
Macht man also $OB = 2m$ und $BA \perp OX$, so ist $OA = a$, $AB = b$. Die Konstruktion kann nach α weiter geführt werden, doch sind auch mit Hülfe von m für belieb. Asymptoten-Abszissen die Asymptoten-Ordinaten nach 13. zu konstruiren.

Endlich können b oder a auch nach 15. oder 16. bezw. ohne Kenntniss von a und b, beliebig viele Hyperbelpunkte nach 14. gefunden werden.

23. Konstruktion der Tangente an einen Punkt der Hyperbel. Nach 8.; die Brennpunkte sind ev. nach 4. zu ermitteln.

24. Konstrukt. einer Tangente v. einem Punkte ausserh. d. Hyperbel. Nach α, 17).

b. Transzendente Kurven.

α. **Gemeine Kykloide**; Fig. 160.

1. Die Kykloide ist der Weg, den irgend ein Punkt eines Kreises mit dem Radius r beschreibt, wenn letzterer ohne zu gleiten, auf einer Geraden fortrollt.

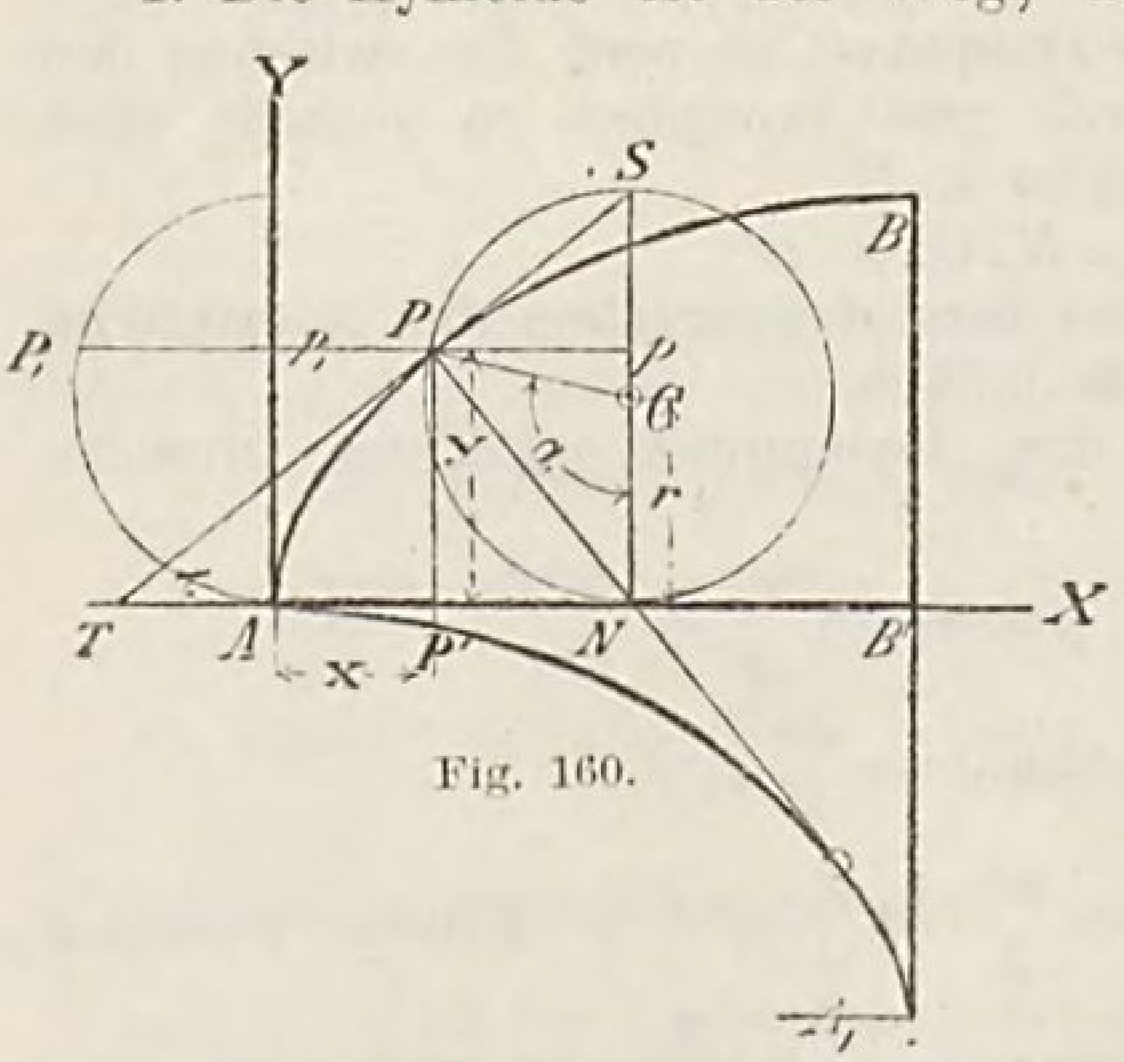


Fig. 160.

2. Gleichg. der Kykloide in Bezug auf die Koordinaten-Axen AX und AY:

$$x = r\,(\alpha - \sin \alpha)\,;\; y = r\,(1 - \cos \alpha)$$

$$x = r \text{ arc cos } \frac{r - y}{r} \mp \sqrt{(2r - y)\,y}$$

3. $$\frac{dy}{dx} = \text{tang } \tau = \text{cotg } \frac{1}{2}\alpha,$$

$$\text{also } \tau = 90 - \frac{1}{2}\alpha$$

Es ist also PS Tangente, PN Normale in P.

4. Krümmungshalbmesser

$$\rho = -4\,r \sin \frac{1}{2}\alpha = -2\sqrt{2ry} = 2\,PN$$

5. Die Evolute der Kykloide ist eine ihrer Evolvente kongruente Kykloide.

6. Bogen $PB = 2\sqrt{2r(2r - y)}$

Bogen der halben Kykloide. $AB = 4r$

7. Fläche $APP' = \frac{r^2}{4}(6\alpha - 8\sin\alpha + \sin 2\alpha)$

Halbe Kykloiden-Fläche. $ABB' = \frac{3}{2}\pi r^2$

Fläche zwischen Kykloiden-Bogen AP, Kreisbogen PN, Abszissen-Axe $AN = r\,.\,x$.

8. Konstruktion der Kykloide. $AN =$ Bogen NP; von P_1 aus $\parallel Ax$; $pP = p_1 P_1$.

9. Die verlängerte oder verkürzte Kykloide entsteht, wenn der erzeugende Punkt ausserhalb oder innerhalb des rollenden Kreises im Abstande ρ von dessen Mittelpunkt liegt. Ihre Gleichg. ist:

$$x = r\alpha - \rho\sin\alpha;\; y = r - \rho\cos\alpha$$

β. Epikykloide und Hypokykloide; Fig. 161, 162.

1. Rollt der Kreis mit dem Radius r auf der Peripherie eines andern Kreises mit dem Radius R, so beschreibt ein Punkt auf dem Umfange des erstern eine Epikykloide oder Hypokykloide, je nachdem derselbe den Kreis äusserlich oder innerlich berührt.

Fig. 161.

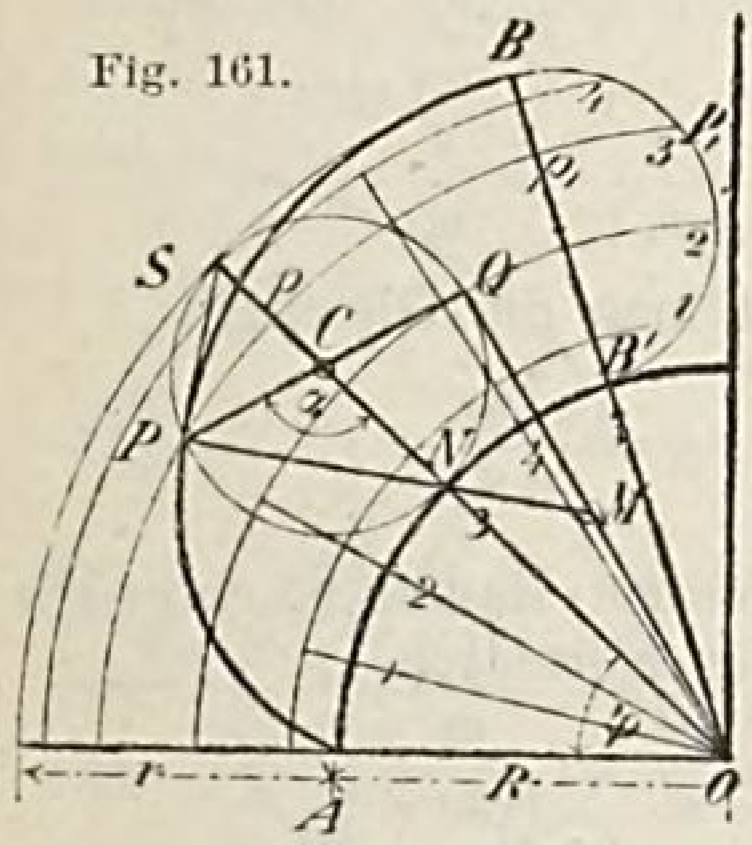
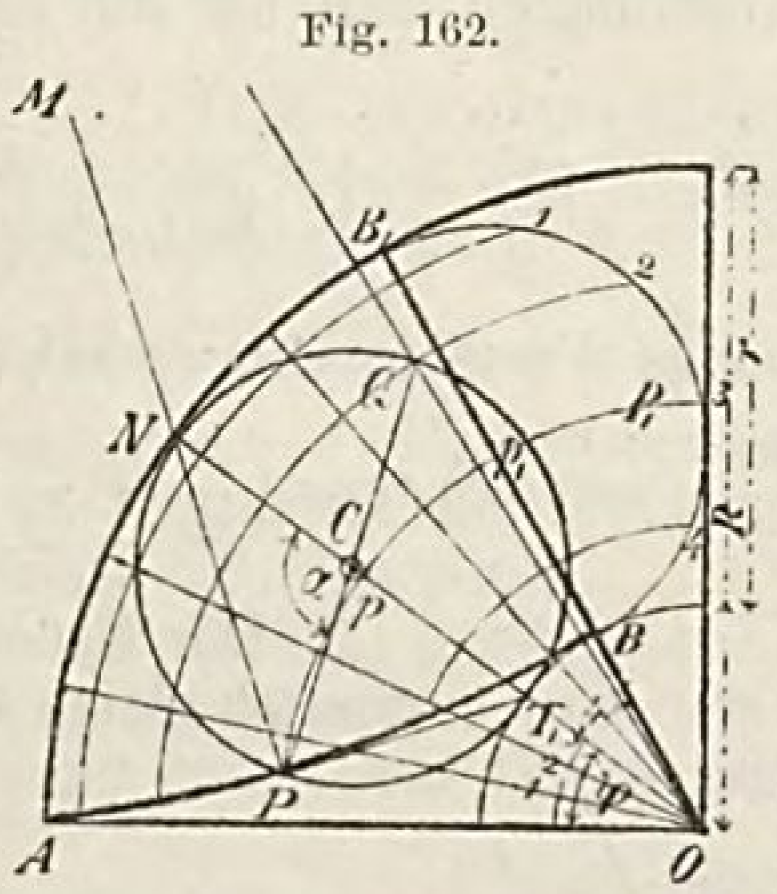


Fig. 162.



2. Gleichung.

$$x = (R \pm r)\cos\left(\frac{r}{R}\alpha\right) \mp r\cos\left(\frac{R \pm r}{R}\alpha\right)$$

$$y = (R \pm r)\sin\left(\frac{r}{R}\alpha\right) - r\sin\left(\frac{R \pm r}{R}\alpha\right)$$

Das obere Zeichen gilt für die Epikykloide, das untere für die Hypokykloide. In beiden Fällen ist $r\alpha = R\varphi$.

Sind die Radien beider Kreise einander gleich, so entsteht als Epikykloide die Kardioide. — Ist $r = \frac{R}{2}$ so wird die Hypokykloide eine gerade Linie, welche mit der X-Axe zusammen fällt.

3. Die Normale geht immer durch den Berührungspunkt des erzeugenden und des Grundkreises für die betr. Lage, also PN Normale, PS Tangente.

4. Krümmungs-Radius. $\rho = \frac{4r(R \pm r)}{R \pm 2r}\sin\frac{1}{2}\alpha$

Für A ist $\rho_{,} = o$; für B ist $\rho_{,,} = 4r\frac{R \pm r}{R \pm 2r}$

5. Die Evolute ist eine ähnliche Epi- oder Hypokykloide

6. Rektifikation. Der Bogen, welcher dem Winkel α entspricht, ist:

$$s = 4r\frac{R \pm r}{R}\left(1 - \cos\frac{1}{2}\alpha\right);\ \text{Bogen } AB = 4r\frac{R \pm r}{R}$$

7. Konstruktion. Man theile den Bogen $BB_1 = 180^0$ und den Bogen $AB_1 = \frac{r}{R}180^0$ in dieselbe Anzahl gleicher Theile. Sind N und P_1 korrespondirende Theilpunkte, so ziehe man durch N einen Radius von O, durch P_1 einen Kreisbogen aus O und mache $pP = p_1P_1$, so ist P ein Punkt der Kurve.

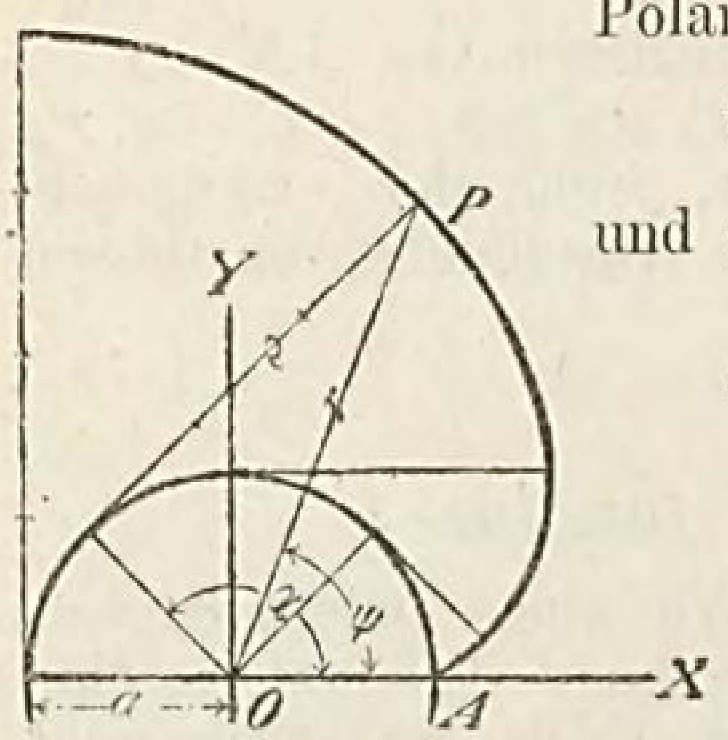
Zur Konstruktion des Krümmungs-Mittelp. verlängere man den durch den Kurvenpunkt gezogenen Radius des erzeugenden Kreises bis zum gegenseitigen Schnitt Q mit diesem Kreise, ziehe eine Gerade durch O und Q. Der Schnittpunkt M der Normalen PN mit dieser Geraden ist der Krümmungs-Mittelp. zu P.

γ. Kreis-Evolvente; Fig. 163.

1. Bei Abwickelung eines Fadens von der Peripherie eines Kreises mit dem Radius a beschreibt jeder Punkt desselben eine Kreis-Evolvente.

2. Gleichg. $x = a(\cos\alpha + \alpha \sin\alpha)$; $y = a(\sin\alpha - \alpha\cos\alpha)$

Fig. 163.



Polar-Gleichg. $\psi = \sqrt{\frac{r^2}{a^2} - 1} - \operatorname{arc\,tang}\sqrt{\frac{r^2}{a^2} - 1}$

3. Rektifikation. Der Bogen AP, welcher den Winkeln α und ψ entspricht, ist: $S = \frac{\rho^2}{2a} = \frac{a\alpha^2}{2}$

4. Quadratur. Fläche $APO = \frac{1}{6} a^2 \alpha^3$

δ. Kettenlinie; Fig. 164.

1. Gleichg. $y = \frac{m}{2}\left(e^{\frac{x}{m}} + e^{-\frac{x}{m}}\right)$; $x = m\,ln\left(\frac{y \pm \sqrt{y^2 - m^2}}{m}\right)$

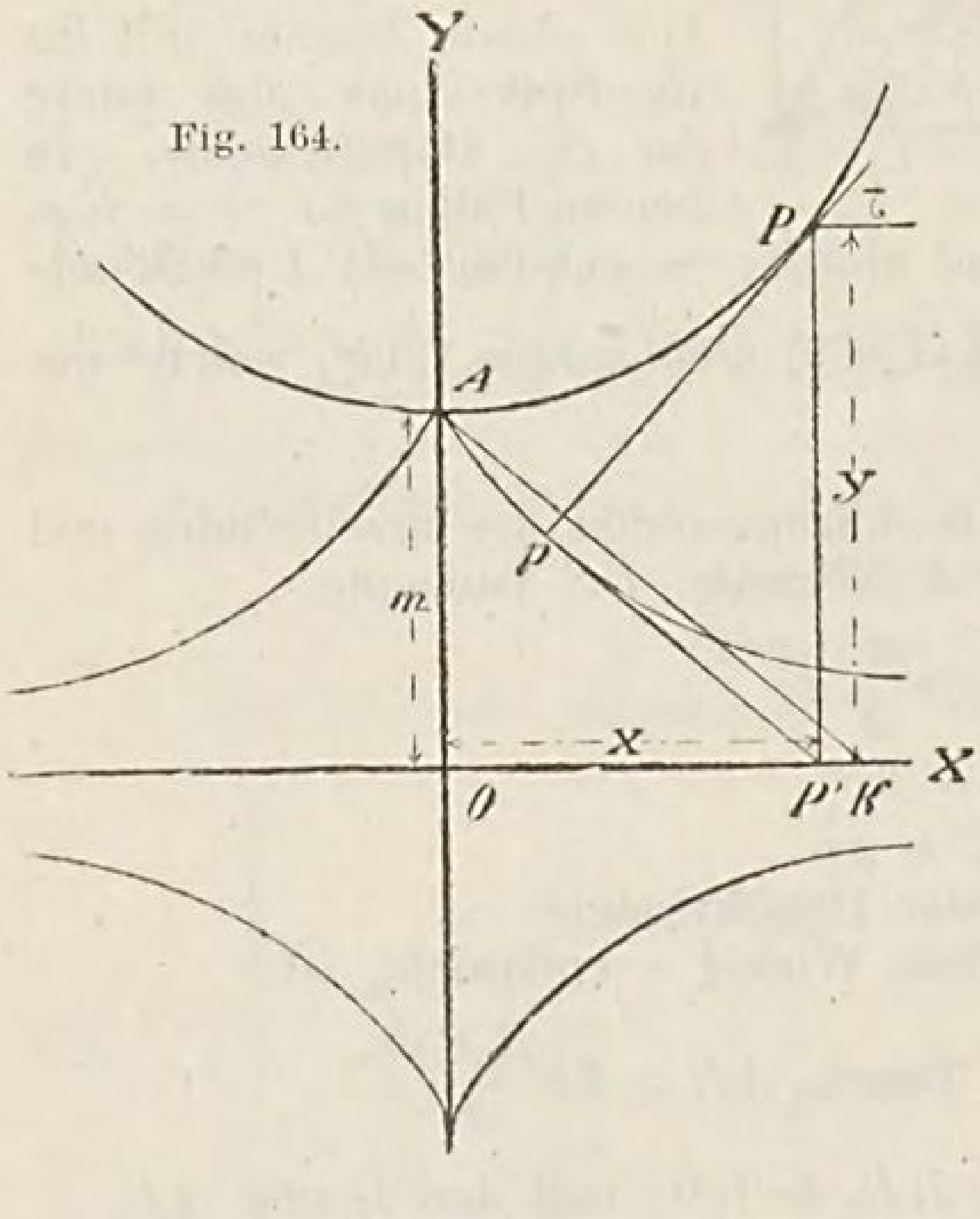
Der Anfangspunkt der Koordinaten liegt um die Länge m unter dem tiefsten Punkt der Kettenlinie.

2. $\frac{dy}{dx} = \operatorname{tang}\tau = \frac{1}{2}\left(e^{\frac{x}{m}} - e^{-\frac{x}{m}}\right) = \frac{1}{m}\sqrt{y^2 - m^2}$; $\frac{1}{\cos\tau} = \frac{y}{m}$

Führt man τ als unabhängige Variable ein, so erhält man die Gleichgn.

$$x = m\,ln\,\frac{1 + \sin\tau}{\cos\tau} = m\,ln\,\operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\tau}{2}\right); \quad y = \frac{m}{\cos\tau}$$

Fig. 164.



3. Der Krümmungs-Radius ist entgegen gesetzt gleich der Normalen.

$$\rho = \frac{y^2}{m} = \frac{m}{\cos^2\tau}$$

4. Rektifikation. Bogen $AP = s = \frac{m}{2}\left(e^{\frac{x}{m}} - e^{-\frac{x}{m}}\right) = m \operatorname{tang}\tau = \sqrt{y^2 - m^2} = Pp = OK$, wenn $pP' \perp Pp$, $AK \parallel pP'$. Es ist ferner $pP' = m$. (Vergl. unter ε.)

5. Quadratur. Fläche $OAPP' = F$

$$F = \frac{m^2}{2}\left(e^{\frac{x}{m}} - e^{-\frac{x}{m}}\right) = m^2 \operatorname{tang}\tau = m\sqrt{y^2 - m^2}$$

6. Liegen die Aufhängepunkte gleich hoch, und ist $2l$ die Spannw., $2L$ die Länge der Kette, α der Aufhängewinkel, so hat man die Bestimmungs-Gleichgn.:

$$\frac{L}{l} = \frac{\operatorname{tang}\alpha}{ln\,\operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)}; \quad m = L \operatorname{cotg}\alpha$$

Liegen die Aufhängepunkte nicht gleich hoch, und ist $2b$ die Entfernung der Vertikalen durch die Aufhängepunkte, so berechne man m und α für eine Kette der Spannweite $2b$, deren Länge $= 2\sqrt{L^2 - h^2}$ ist; dann ist m die entsprechende Konstante der Kette mit ungleicher Aufhängung, und deren Aufhängewinkel α_1 und α_2 sind bestimmt durch:

$$\operatorname{tang}\alpha_1 = \frac{L}{m} - \frac{b}{m \sin\alpha}; \quad \operatorname{tang}\alpha_2 = \frac{L}{m} + \frac{b}{m\sin\alpha}$$

ε. Traktorien.

Traktorien besitzen die Eigenschaft, dass für jeden Punkt derselben die Tangente, gerechnet vom Berührungspunkt bis zum Durchschnitt mit einer gegebenen Kurve (Direktrix), eine konstante Grösse a ist. Die Gleichg. der Traktorie wird bestimmt aus dem System von Gleichng.:

$$(y-\eta)\sqrt{1+\left(\frac{dx}{dy}\right)^2}=a;\ y-\eta=\frac{dy}{dx}(\xi-x);\ f(\xi,\eta)=o$$

worin ξ, η die Koordinaten der Direktrix bezeichnen.

Am bekanntesten ist die Traktorie von Huyghens, für welche die Direktrix eine Gerade ist. Die Gleichg. derselben ist, Fig. 164:

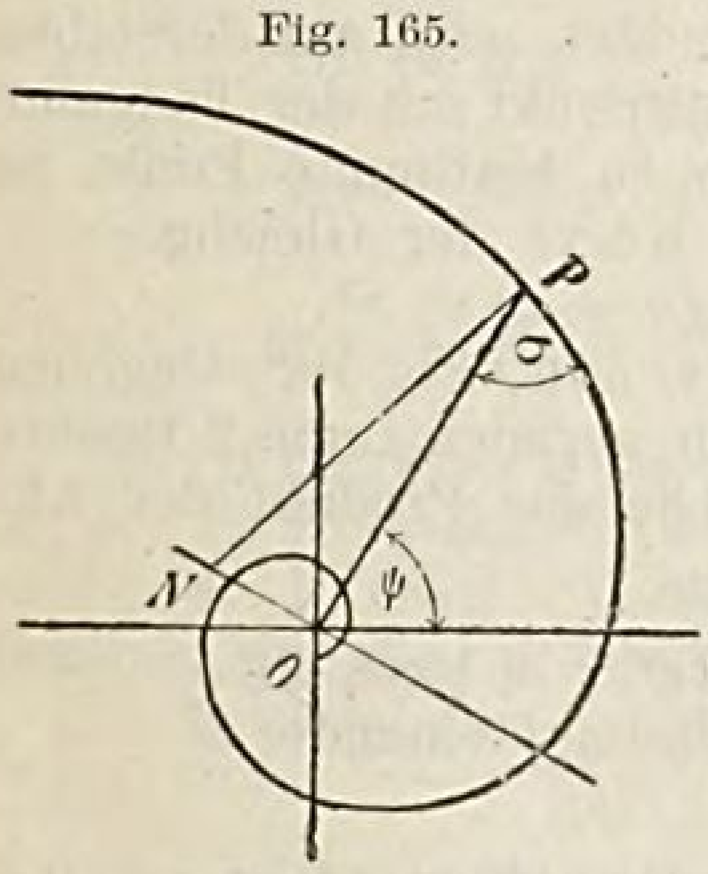
$$\frac{dy}{dx}=\mp\frac{y}{\sqrt{a^2-y^2}};\ x=\sqrt{a^2-y^2}-a\,ln\left(\frac{a+\sqrt{a^2-y^2}}{y}\right)$$

Die Evolute dieser Kurve ist eine Kettenlinie, die Beziehung zwischen den Konstanten der Evolute und der Evolvente ist: $m=a$.

ζ. Spiralen.

Bewegt sich ein Punkt P auf einem Radiusvektor r während dieser gleichzeitig um einen festen Punkt O rotirt, so ist der Weg des Punktes P eine Spirale. Die bekannteren Spiralen sind:

Fig. 165.



1. Die Archimedische Spirale, Fig. 165. Der Weg von P auf dem Radiusvektor ist proportional dem Drehungswinkel.

Polar-Gleichg. $r=a\,\psi$. Polar-Subtangente $OT=\frac{r^2}{a}$;

Polar-Subnormale $ON=a$

Der Fusspunkt der Polarnormalen liegt also auf einem Kreise vom Radius a.

2. Die hyperbolische Spirale. Fig. 166. Der Weg des Punktes auf dem Radiusvektor ist umgekehrt proportional dem Drehungsbogen.

Polar-Gleichg. $r=\frac{a}{\psi}$.

Gleichg. für Normal-Koordinaten. $x=r\cos\psi=\frac{a\cos\psi}{\psi}$;

$y=r\sin\psi=\frac{a\sin\psi}{\psi}$.

Fig. 166.

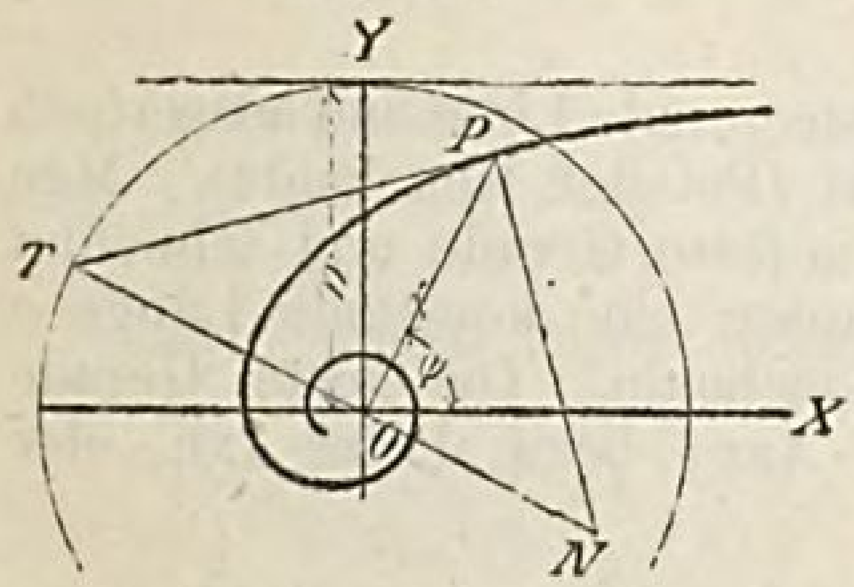
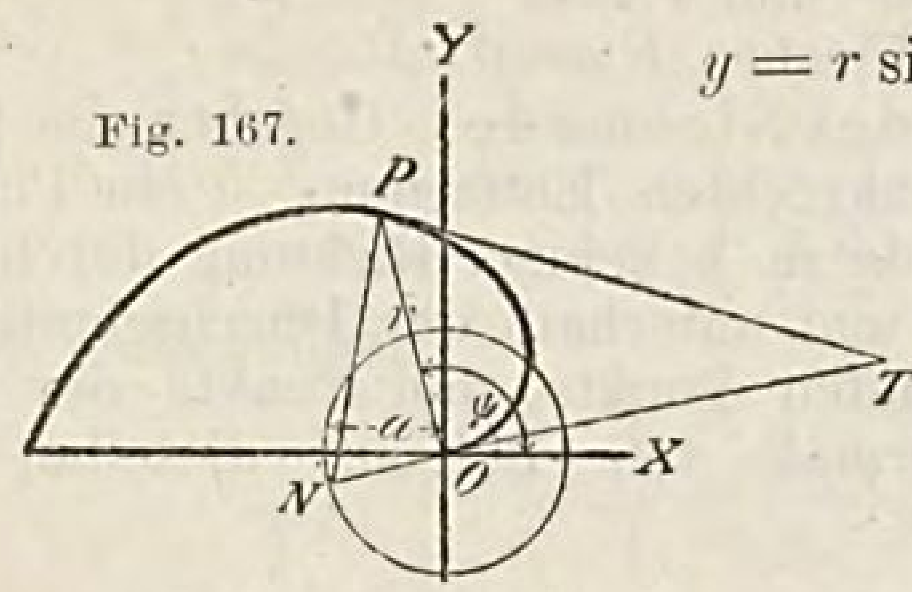


Fig. 167.



Der Punkt O ist ein asymptotischer Punkt, um welchen die Kurve unendlich viele Windungen macht, ohne ihn im Endlichen zu erreichen. Die zur X-Achse parallele Gerade in der Entfernung $y=a$ ist eine Asymptote der Kurve.

Die Polar-Subtangente ist konstant $=a$; Polar-Subnormale $=\frac{r^2}{a}$.

Legt man um O eine Schaar konzentrischer Kreise und trägt auf denselben von OX aus gleiche Bogenlängen $=a$ ab, so ist der Ort der so bestimmten Kreise eine hyperbolische Spirale.

3. Die logarithmische Spirale, Fig. 167. Die Radien-Vektoren wachsen in geometrischer, die Bögen in arithmetischer Proportion.

Polar-Gleichg. $r=e^{a\psi}$; für $\psi=0$ ist $r=1$.

Der Punkt O ist ein asymptotischer Punkt der Kurve. Der Winkel σ der Tangente mit dem Radiusvektor ist konstant: $\cot g\,\sigma=a$.

Polar-Subnormale $ON=r\,a$; Polar-Normale $PN=r\sqrt{1+a^2}=\frac{r}{\sin\sigma}$.

Polar-Tangente $PT = r\dfrac{\sqrt{1+a^2}}{a} = \dfrac{r}{\cos\sigma}$; Polar-Subtangente $= \dfrac{r}{a}$.

Krümmungs-Radius ρ = der Polar-Normalen.

Die Evolute der Kurve ist eine kongruente Spirale, welche um den Winkel $\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{ln\,a}{a}$ gegen die ursprüngliche Spirale gedreht ist.

Bogenlänge zwischen den Punkten $P_{,,}$ und $P_{,}$:

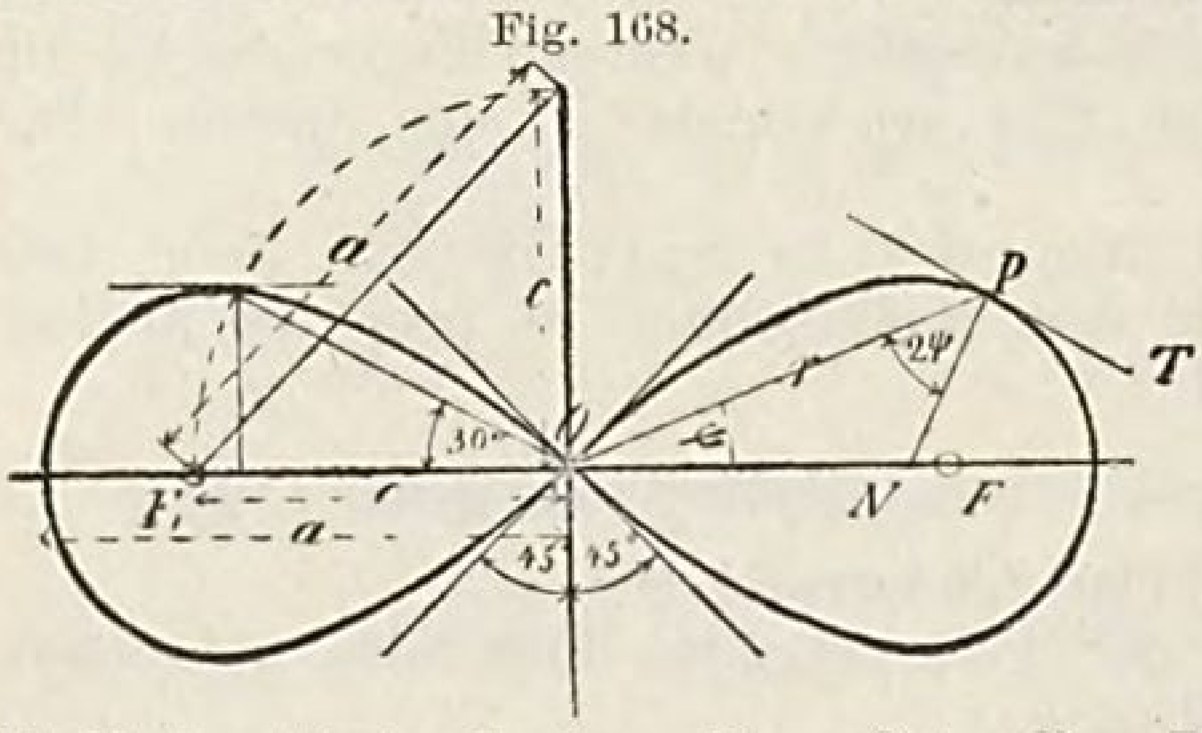
$$s = \frac{\sqrt{1+a^2}}{a}(r'' - r') = \frac{r'' - r'}{\cos\sigma}.$$

Die ganze Bogenlänge vom Punkte P bis zum Pol O ist gleich der Polar-Tangente für den Punkt P.

c. Gleichungen einiger anderweiten transzendenten und algebraischen Kurven höherer Ordnung.

1. Cissoide. Gegeben ein Kreis mit dem Durchmesser $2a$; im Endpunkt eines festen Durchmessers welcher als X-Axe dient, wird eine Tangente gezogen, vom andern Endpunkt, welcher Koordinaten-Nullpunkt ist, eine Sekante bis zum Schnitt mit jener Tangente. Die Länge der Sehne, welche der Kreis von der Sekante abschneidet, wird auf derselben von ihrem Schnittpunkt mit der Tangente abgesetzt. Der so bestimmte Punkt ist ein Punkt der Kurve der Gleichg.:

Fig. 168.



$$y^2(a - x) = x^3$$

2. Lemniscate, Fig 168. Gegeben auf einer festen geraden Linie 2 Punkte F, F_1 im Abstande $2c$. Der Ort aller Punkte, für welche das Produkt der Abstände von F und F_1: $FP \,.\, F_1P_1 = c^2$, ist eine Lemniscate.

$$(x^2 + y^2)^2 = 2c^2(x^2 - y^2) \text{ oder } r = c\sqrt{2}\,\sqrt{\cos 2\psi} = a\sqrt{\cos 2\psi}$$

Die im Nullpunkt sich schneidenden Aeste stehen senkrecht auf einander.

Die halbe Axe ist: $a = c\sqrt{2}$.

Ist σ der Winkel zwischen einer Normalen und dem Radiusvektor, so ist $\sigma = 2\psi$

Für $y_{\max}$ ist $\psi = 30^0$ und $r = c$

Ganze Lemniscaten-Fläche: $F = a^2$

3. Konchoide des Nicomedes. Gegeben eine feste gerade Linie und ausserhalb derselben in der senkrechten Entfernung b ein Punkt (Pol der Konchoide). Man zieht vom Pol Gerade in beliebiger Richtung durch die feste Gerade und schneidet auf ihnen oberhalb und unterhalb der Durchschnittpunkte eine konstante Länge a ab. Die so bestimmten Punkte sind Punkte der Konchoide. Die feste Gerade ist X-Axe, die Normale vom Pol auf dieselbe Y-Axe, bezw. Polar-Axe, der Pol Polar-Nullpunkt.

$$(x^2 + y^2)(y - b)^2 = a^2y^2 \text{ oder } r = a + \frac{b}{\cos\psi}$$

4. Descartes'sches Blatt. $x^3 + y^3 = 3axy$.
5. Cassinoide. $(x^2 + y^2 + a^2)^2 = 4a^2x^2 + b^4$.
6. Kurve der Maria Agnesi. $y^4x^2 = 4a^4(2ax - x^2)$.
7. Kardioide. $(y^2 + x^2 - ax)^2 = a^2(x^2 + y^2)$ oder $r = a\cdot(1 + \cos\psi)$.
8. Vierblatt. $(y^2 + x^2)^3 = 4a^2x^2y^2$ oder $r = a\,sin\,2\psi$.
9. Logarithmische Linie oder Logistik. $x = a\,ln\,y$.
10. Parabolische Spirale. $r^2 = a^2\psi$.
11. Neoide oder Spinnlinie. $r = a + \dfrac{b}{\pi}\psi$.
12. Quadratrix von Tschirnhaus. $y = a\sin\dfrac{\pi x}{2a}$.
13. Quadratrix des Dinostratus. $y = x\,\text{tang}\left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi}{2}\dfrac{x}{a}\right)$.

J. Analytische Geometrie des Raumes.

Litteratur: Fort u. Schloemilch. Lehrb. d. analyt. Geometrie. 2. Th. Analyt. Geom. d. Raumes; 4. Aufl.; Leipzig, Teubner.

I. Koordinaten im Raume.

Die Richtungen OX, OY, OZ sind positiv, die Richtungen OX_1, OY_1, OZ_1 negativ zu denken, Fig. 169.

Fig. 169.

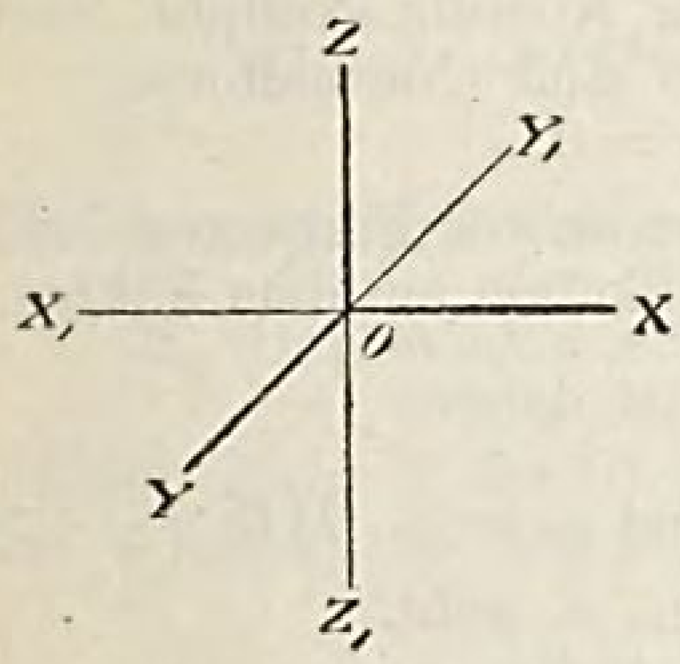
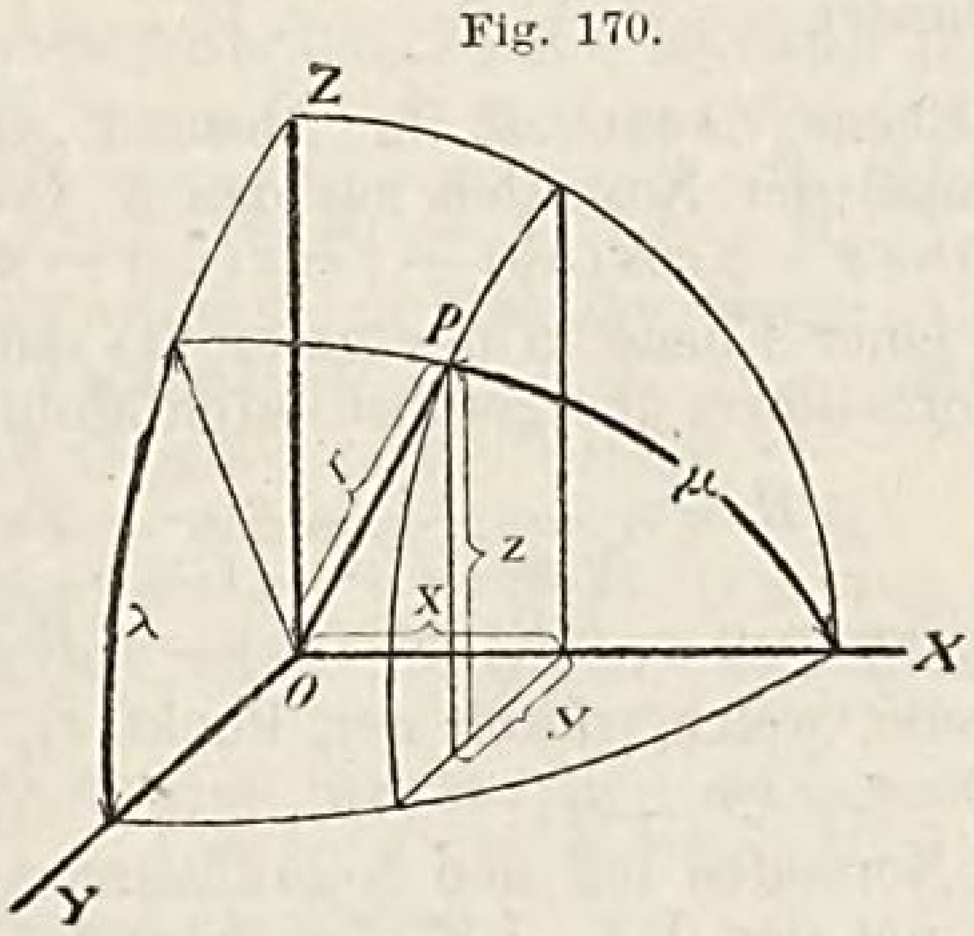


Fig. 170.



1. Polar-Koordinaten, Fig. 170. Die Lage eines Punktes P wird mittels Polar-Koordinaten bestimmt durch den Radiusvektor r, den Winkel μ desselben gegen die X-Axe und den Winkel λ der durch X und r gelegten Ebene mit der XY-Ebene.

2. Beziehungen zwischen Polar- und Parallel-Koordinaten:

$$x = r \cos \mu; \qquad r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$y = r \sin \mu \cos \lambda; \qquad \cos \mu = \frac{x}{r}; \ \sin \mu = \frac{\sqrt{y^2 + z^2}}{r}$$

$$z = r \sin \mu \sin \lambda; \qquad \cos \lambda = \frac{y}{\sqrt{y^2 + z^2}}; \ \sin \lambda = \frac{z}{\sqrt{y^2 + z^2}}.$$

3. Transformation rechtwinkliger Koordinaten. x', y', z', Koordinaten des neuen, x, y, z des alten Systems.

a. Parallele Verschiebung. a, b, c Koordinaten des neuen Nullpunktes bezogen auf das alte System. $x' = x - a$; $y' = y - b$; $z' = z - c$.

b. Drehung bei gemeinschaftlichem Nullpunkt. Es seien die cos der Winkel

der Axen:	OX	OY	OZ	
mit der Axe $OX' =$	$\alpha_{,}$	$\beta_{,}$	$\gamma_{,}$	dann ist:
" " " $OY' =$	$\alpha_{,,}$	$\beta_{,,}$	$\gamma_{,,}$	
" " " $OZ' =$	$\alpha_{,,,}$	$\beta_{,,,}$	$\gamma_{,,,}$	

$$x_{,} = \alpha_{,}\, x + \beta_{,}\, y + \gamma_{,}\, z \qquad x = \alpha_{,}\, x' + \alpha_{,,}\, y' + \alpha_{,,,}\, z'$$
$$y_{,} = \alpha_{,,}\, x + \beta_{,,}\, y + \gamma_{,,}\, z \qquad y = \beta_{,}\, x' + \beta_{,,}\, y' + \beta_{,,,}\, z'$$
$$z_{,} = \alpha_{,,,}\, x + \beta_{,,,}\, y + \gamma_{,,,}\, z \qquad z = \gamma_{,}\, x' + \gamma_{,,}\, y' + \gamma_{,,,}\, z'$$

Es bestehen ferner folgende Beziehungen:

$$\alpha_{,}^2 + \beta_{,}^2 + \gamma_{,}^2 = 1 \qquad \alpha_{,}\,\alpha_{,,} + \beta_{,}\,\beta_{,,} + \gamma_{,}\,\gamma_{,,} = 0$$
$$\alpha_{,,}^2 + \beta_{,,}^2 + \gamma_{,,}^2 = 1 \qquad \alpha_{,}\,\alpha_{,,,} + \beta_{,}\,\beta_{,,,} + \gamma_{,}\,\gamma_{,,,} = 0$$
$$\alpha_{,,,}^2 + \beta_{,,,}^2 + \gamma_{,,,}^2 = 1 \qquad \alpha_{,,}\,\alpha_{,,,} + \beta_{,,}\,\beta_{,,,} + \gamma_{,,}\,\gamma_{,,,} = 0$$

$$\alpha_{,}^2 + \alpha_{,,}^2 + \alpha_{,,,}^2 = 1 \qquad \alpha_{,}\,\beta_{,} + \alpha_{,,}\,\beta_{,,} + \alpha_{,,,}\,\beta_{,,,} = 0$$
$$\beta_{,}^2 + \beta_{,,}^2 + \beta_{,,,}^2 = 1 \qquad \alpha_{,}\,\gamma_{,} + \alpha_{,,}\,\gamma_{,,} + \alpha_{,,,}\,\gamma_{,,,} = 0$$
$$\gamma_{,}^2 + \gamma_{,,}^2 + \gamma_{,,,}^2 = 1 \qquad \beta_{,}\,\gamma_{,} + \beta_{,,}\,\gamma_{,,} + \beta_{,,,}\,\gamma_{,,,} = 0$$

c. Drehung und Verschiebung:

$$x' = \alpha_{,}(x-a) + \alpha_{,,}(y-b) + \alpha_{,,,}(z-c) \qquad x = \alpha_{,}\, x' + \beta_{,}\, y' + \gamma_{,}\, z' + a$$
$$y' = \beta_{,}(x-a) + \beta_{,,}(y-b) + \beta_{,,,}(z-c) \qquad y = \alpha_{,,}\, x' + \beta_{,,}\, y' + \gamma_{,,}\, z' + b$$
$$z' = \gamma_{,}(x-a) + \gamma_{,,}(y-b) + \gamma_{,,,}(z-c) \qquad z = \alpha_{,,,}\, x' + \beta_{,,,}\, y' + \gamma_{,,,}\, z' + c$$

II. Punkt, Ebene, gerade Linie.

1. Sind x_0, y_0, z_0 und x_1, y_1, z_1 die Raum-Koordin. von 2 Punkten, ist r deren Entfernung u. sind (rx), (ry), (rz) die Winkel von r mit den 3 Koordin.-Axen, so ist:

$$r = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}$$

$$\cos (rx) = \frac{x_1 - x_0}{r}; \ \cos (ry) = \frac{y_1 - y_0}{r}; \ \cos (rz) = \frac{z_1 - z_0}{r}$$

$$\cos^2 (rx) + \cos^2 (ry) + \cos^2 (rz) = 1$$

2. Der Winkel $(r_1 r_2)$ zweier Richtungen r_1 und r_2 ist bestimmt durch:
$\cos(r_1 r_2) = \cos(r_1 x)\cos(r_2 x) + \cos(r_1 y)\cos(r_2 y) + \cos(r_1 z)\cos(r_2 z)$:

3. Sind zwei Richtungen r_1 und r_2 zu einander normal, so ist:
$$0 = \cos(r_1 x)\cos(r_2 x) + \cos(r_1 y)\cos(r_2 y) + \cos(r_1 z)\cos(r_2 z).$$

4. Allgemeine Gleichg. der Ebene. $Ax + By + Cz + D = 0$

5. Gleichg. einer Ebene, welche die Axen in den Entfernungen a, b, c vom Koordinaten-Anfang schneidet. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$

6. Gleichg. einer Ebene, wenn n_0 ihr Abstand vom Koordin.-Nullpkt. und (nx), (ny), (nz) die Winkel der Normalen mit den 3 Axen sind (Normalform):
$$x\cos(nx) + y\cos(ny) + z\cos(nz) - n_0 = 0.$$

7. Ist die Gleichg. einer Ebene in der unter (4) mitgetheilten Form gegeben, so wird dieselbe in die Normalform übergeführt durch Multiplikation mit dem Faktor:
$$R = \frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$ Es ist daher:
$$\cos(nx) = AR;\ \cos(ny) = BR;\ \cos(nz) = CR \text{ und } n_0 = -DR$$

8. Gleichg. der Ebene, welche durch den Punkt x_1, y_1, z_1 geht.
$$(x - x_1)\cos(nx) + (y - y_1)\cos(ny) + (z - z_1)\cos(nz) = 0.$$

9. Die Winkel der Normalen mit den Koordinaten-Axen X, Y, Z sind gleich den Winkeln der Ebene mit der YZ, XZ, XY Ebene.

10. Der Abstand p eines Punktes x_1, y_1, z_1 von der Ebene ist:
$$p = \pm [x_1\cos(nx) + y_1\cos(ny) + z_1\cos(nz) - n_0].$$
Das positive oder negative Vorzeichen gilt, je nachdem Punkt und Nullpunkt auf verschiedenen oder auf derselben Seite der Ebene liegen.

11. Der Winkel zweier Ebenen T und T_1 ist = dem Winkel ihrer Normalen, also nach (9) und (2), wenn n und n_1 die Normalen sind:
$$\cos(TT_1) = \cos(nx)\cos(n_1 x) + \cos(ny)\cos(n_1 y) + \cos(nz)\cos(n_1 z) =$$
$$= \frac{AA_1 + BB_1 + CC_1}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}\ \sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}}.$$

12. Zwei Ebenen sind daher normal zu einander, wenn: $AA_1 + BB_1 + CC_1 = 0$
desgl. parallel „ „ : $A : B : C = A_1 : B_1 : C_1$

13. Gleichg. einer durch die Punkte $(x_1\, y_1\, z_1)$, $(x_2\, y_2\, z_2)$, $(x_3\, y_3\, z_3)$ gelegten Ebene.
$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y_1 & z_1 & 1 \\ y_2 & z_2 & 1 \\ y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} x - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} y + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} z - \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 0$$

14. Ist l die Länge und sind l_1, l_2, l_3 die 3 Projektionen einer Geraden so ist: $$2l^2 = l_1^2 + l_2^2 + l_3^2.$$

15. Ist f eine ebene Figur und sind f_{xy}, f_{xz}, f_{yz} die 3 Projektionen derselben so ist:
$$f_{xy} = f\cos(nz);\ f_{xz} = f\cos(ny);\ f_{yz} = f\cos(nx);\ f^2 = f^2_{xy} + f^2_{xz} + f^2_{yz}.$$

16. Das Volumen V eines durch die Punkte $(x_0\, y_0\, z_0)$, $(x_1\, y_1\, z_1)$, $(x_2\, y_2\, z_2)$, $(x_3\, y_3\, z_3)$ gelegten Tetraeders ist:
$$6V = \begin{vmatrix} x_0 & y_0 & z_0 & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix}$$

17. Ein elementarer normaler Kegel, dessen Grundfläche ein Parallelogramm mit den Seiten ds und $d\sigma$ und dessen Koordin. x, y, z der Grundfläche, x_0, y_0, z_0 der Spitze sind, hat das Volumen:
$$dV = \tfrac{1}{3}\, ds\, d\sigma \begin{vmatrix} x_0 - x & y_0 - y & z_0 - z \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial \sigma} & \frac{\partial y}{\partial \sigma} & \frac{\partial z}{\partial \sigma} \end{vmatrix}$$

18. Die Gleichg. einer Geraden l im Raume ist im allgem. durch die Gleichgn. von zwei Projektionen bestimmt. $y = Mx + Q$; $z = Nx + R$.

19. Geht die Gerade t durch die Punkte $x_1\ y_1\ z_1$ so ist ihre Gleichg.:

$$y - y_1 = M(x - x_1);\ z - z_1 = N(x - x_1).$$

20. Die Winkel einer Geraden t mit den Koordin.-Axen sind bestimmt durch:

$$\cos(tx) = \frac{1}{\sqrt{1+M^2+N^2}};\ \cos(ty) = \frac{M}{\sqrt{1+M^2+N^2}};\ \cos(tz) = \frac{N}{\sqrt{1+M^2+N^2}}$$

21. Der Winkel zwischen 2 Geraden t und t_1 ist daher (nach [2]) bestimmt durch:

$$\cos(tt_1) = \frac{1 + MM_1 + NN_1}{\sqrt{1 + M^2 + N^2}\sqrt{1 + M_1^2 + N_1^2}}.$$

Die Geraden sind daher: normal zu einander wenn: $1 + MM_1 + NN_1 = 0$; parallel „ „ $M = M_1$ und $N = N_1$.

22. Der Winkel einer Geraden t der Gleichg.

$$y = Mx + Q;\ z = Nx + R$$

mit der Ebene T der Gleichg. $Ax + By + Cz + D = 0$ ist gleich dem Komplement des Winkels der Geraden mit einer Normalen n der Ebene, also:

$$\sin(Tt) = \frac{A + BM + CN}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}\sqrt{1 + M^2 + N^2}}.$$

23. Die Gerade ist daher zur Ebene:
normal, wenn $A : B : C = 1 : M : N$. parallel, wenn: $A + MB + NC = 0$

24. Die Gerade t liegt in der Ebene T, wenn:

$$A + BM + CN = 0;\ BQ + CR + D = 0.$$

25. Jede Ebene, welche normal zu einer Geraden ist, hat eine Gleichg. von der Form:

$$x + My + Nz + D = 0,$$

in welcher D unbestimmt ist. Geht die Normal-Ebene durch den Punkt $x_1\ y_1\ z_1$ so ist ihre Lage im Raume vollständig bestimmt und ihre Gleichg:

$$x - x_1 + M(y - y_1) + N(z - z_1) = 0$$

26. Zwei Gerade t und t_1 haben einen Punkt gemeinsam, wenn:

$$\begin{vmatrix} M - M_1; & Q - Q_1 \\ N - N_1; & R - R_1 \end{vmatrix} = 0$$

III. Kurven doppelter Krümmung.

a. Allgemeine Theorie.

1. Eine doppelt gekrümmte Linie ist gegeben durch die Gleichgn. zweier Flächen, deren Durchschnitt die Kurve darstellt:

$$f(x, y, z) = 0 \text{ und } F(x, y, z) = 0$$

bezw. durch die Gleichgn. zweier Projektionen der krummen Linie auf die (XY) und die (XZ) Ebene.

$$y = \varphi(x);\ z = \psi(x)$$

2. Sind erstere Gleichgn. gegeben und lässt sich die Herleitung der Gleichgn. für die Projektionen durch Elimination nicht durchführen, so ist zu benutzen:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial F}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial z}}{\frac{\partial F}{\partial y}\frac{\partial f}{\partial z} - \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial F}{\partial z}};\quad \frac{dz}{dx} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\partial F}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial y}\frac{\partial f}{\partial z} - \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial F}{\partial z}}$$

3. Gleichgn. d. Tangente: $\eta - y = \frac{dy}{dx}(\xi - x);\ \zeta - z = \frac{dz}{dx}(\xi - x)$

4. Gleichg. der Normal-Ebene (Ebene normal zur Tangente durch den Berührungspunkt):

$$\xi - x + \frac{dy}{dx}(\eta - y) + \frac{dz}{dx}(\zeta - z) = 0$$

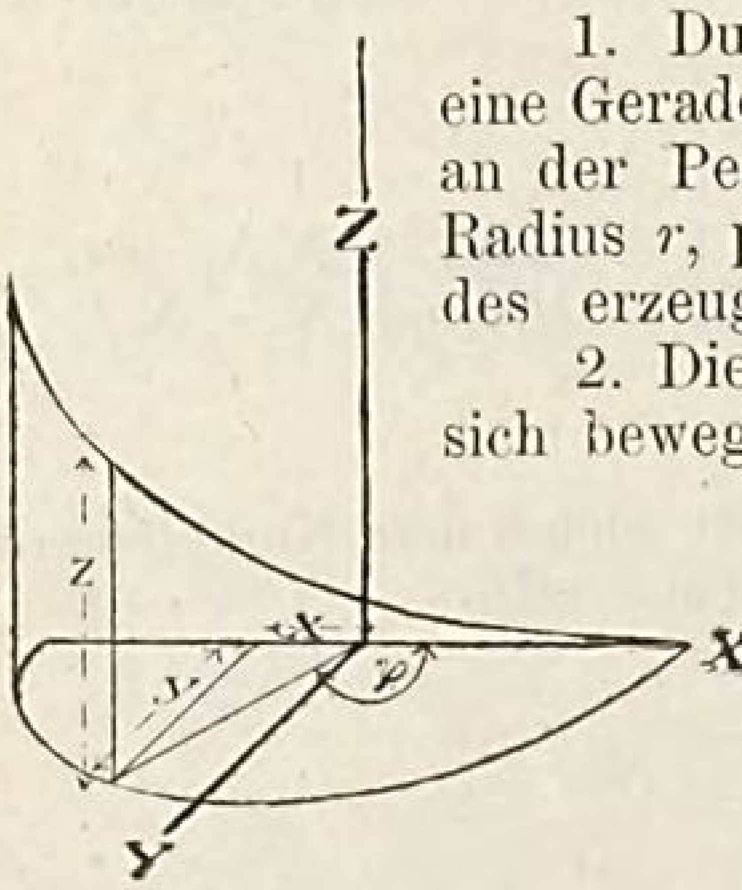
5. Bogen-Differential:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \text{ und: } ds = dx\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}$$

6. Winkel der Tangente t mit den Koordin.-Axen:

$$\cos(tx) = \frac{dx}{ds}; \quad \cos(ty) = \frac{dy}{ds}; \quad \cos(tz) = \frac{dz}{ds}$$

Fig. 171.



b. Zylindrische Schraubenlinie; Fig. 171.

1. Durchläuft ein Punkt P mit gleichförmiger Geschwindigkeit eine Gerade PP_1, während diese selbst mit gleichf. Geschwindigkeit an der Peripherie eines zu ihrer Stellung normalen Kreises vom Radius r, parallel zu ihrer Anfangslage fortgleitet, so ist der Ort des erzeugenden Punktes eine zylindrische Schraubenlinie.

2. Die Axe des Zylinders, auf dessen Oberfläche der Punkt P sich bewegt, ist die Z-Axe; die X-Axe geht durch die Anfangslage des Punktes. Es sei h der Weg des Punktes auf der Geraden, welcher dem einmaligen Durchlaufen der Kreis-Peripherie entspricht (Ganghöhe). Führt man den Winkel φ ein, so ist:

$$x = r\cos\varphi; \quad y = r\sin\varphi; \quad z = \frac{h\varphi}{2\pi} \text{ oder:}$$

$$x = r\cos\left(\frac{2\pi z}{h}\right); \quad y = r\sin\left(\frac{2\pi z}{h}\right); \text{ Neigung: } \operatorname{tang}\alpha = \frac{h}{2r\pi}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\operatorname{cotg}\varphi; \quad \frac{dz}{dx} = -\frac{\operatorname{tang}\alpha}{\sin\varphi}.$$

Gleichgn. d. Tangente: $y - y_1 = -\operatorname{cotg}\varphi\,(x - x_1)$; $z - z_1 = -\frac{\operatorname{tang}\alpha}{\sin\varphi}(x - x_1)$.

Bogenlänge einer ganzen Windung der Schraubenlinie:

$$s = \frac{h}{\sin\alpha} = \sqrt{h^2 + 4r^2 + \pi^2}.$$

Gleichg. der Vertikal-Projektion der Schraubenlinie: $z = \frac{h}{2\pi}\arccos\left(\frac{x}{r}\right)$.

IV. Krumme Flächen.

α. Allgemeine Theorie.

Allgem. Gleichg. der Fläche in Normal-Koordinaten:

$$f(x, y) = z \text{ oder } F(x, y, z) = 0.$$

Allgem. Gleichg. der Fläche in Polar-Koordinaten:

$$r = f(\mu, \lambda) \text{ oder } F(r, \mu, \lambda) = 0.$$

2. Gleichg. der berührenden Ebene im Punkte x, y, z:

$$\zeta - z = \frac{\partial z}{\partial x}(\xi - x) + \frac{\partial z}{\partial y}(\eta - y) \text{ oder: } \frac{\partial F}{\partial x}(\xi - x) + \frac{\partial F}{\partial y}(\eta - y) + \frac{\partial F}{\partial z}(\zeta - z) = 0$$

3. Gleichg. der Normalen im Punkte x, y, z:

$$\xi - x + \frac{\partial z}{\partial x}(\zeta - z) = 0; \quad \eta - y + \frac{\partial z}{\partial y}(\xi - z) = 0 \text{ oder:}$$

$$\frac{\xi - x}{\frac{\partial F}{\partial x}} = \frac{\eta - y}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \frac{\zeta - z}{\frac{\partial F}{\partial z}}$$

4. Winkel der Normalen mit den Koordinaten-Axen. Zur Abkürzung wird gesetzt:

$$\sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 + 1} = N; \quad \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2} = R$$

$$\cos(nx) = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{1}{N}; \quad \cos(ny) = \frac{\partial z}{\partial y}\frac{1}{N}; \quad \cos(nz) = -\frac{1}{N} \text{ oder:}$$

$$\cos(nx) = \frac{\partial F}{\partial x}\frac{1}{R}; \quad \cos(ny) = \frac{\partial F}{\partial y}\frac{1}{R}; \quad \cos(nx) = \frac{\partial F}{\partial z}\frac{1}{R}$$

5. Krümmung der Flächen.

Jede durch die Normale gelegte Ebene liefert einen Normalschnitt.

Diejenigen 2 Normalschnitte, für welche ρ ein Maximum (ρ_1) bezw. ein Minimum (ρ_2) wird, heissen Haupt-Normalschnitte. Die Haupt-Normalschnitte stehen senkrecht zu einander. Setzt man:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = p; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = q; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = r; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \, \partial y} = s; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = t$$

so erhält man ρ_1 und ρ_2 aus den Beziehungen:

$$\frac{1}{\rho_1 \rho_2} = \frac{rt - s^2}{(1 + p^2 + q^2)^2}; \quad \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} = \frac{(1 + q^2) r - 2pqs + (1 + p^2) t}{(1 + p^2 + q^2)^{3/2}}$$

Ist ρ der Krümmungshalbmesser eines beliebigen Normalschnitts, dessen Ebene mit der Ebene zu ρ_1 den Winkel φ bildet, so ist:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\cos^2 \varphi}{\rho_1} + \frac{\sin^2 \varphi}{\rho_2}$$

Der Quotient $\frac{1}{\rho_1 \rho_2}$ heisst das Maass der Krümmung der Fläche in dem betr. Punkte.

6. Komplanation von Rotationsflächen; volle Umdrehung.

Die in der YZ-Ebene gegebene Kurve $z = f(x)$ rotirt um die X-Axe. Die Fläche bei voller Umdrehung (2π) ist: $s = 2\pi \int z \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} \, dz.$

7. Volumen von Rotationskörpern wie vor.

$$V = \pi \int y^2 \, dx.$$

8. Allgemeine Komplanation von Rotationsflächen, Fig. 172. Die in der XZ-Ebene gegebene Kurve $z = f(x)$ rotirt um die X-Axe. Die Rotationsfläche wird von einem Zylinder geschnitten, dessen in der XY-Ebene gelegene Leitkurve durch die Gleichg. $y = \varphi(x)$ gegeben ist:

$$s = \int_{x_0}^{x_1} z \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} \text{ arc sin } \frac{y}{z} \, dz$$

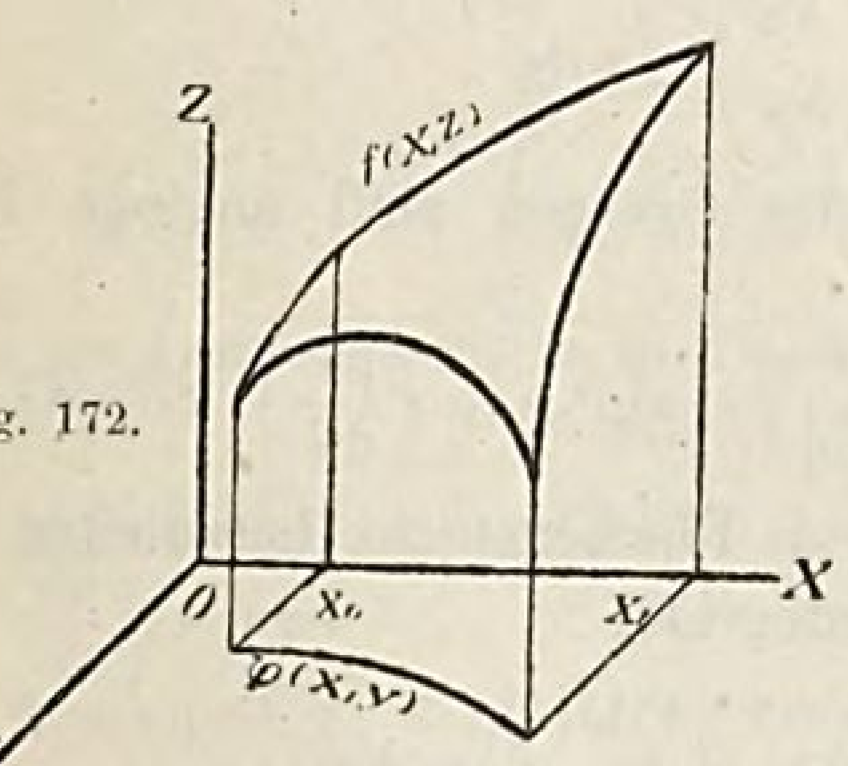


Fig. 172.

9. Komplanation von Zylinderflächen, Fig. 173. Die in der XZ-Ebene gelegene Leitlinie des Zylinders ist durch die Gleichg. $z = f(x)$ gegeben. Die Fläche dieses Zylinders wird durch einen vertikalen Zylinder geschnitten, dessen Leitlinie durch die Gleichg. $y = \varphi(x)$ gegeben ist:

$$S = \int_{x_0}^{x_1} y \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} \, dx.$$

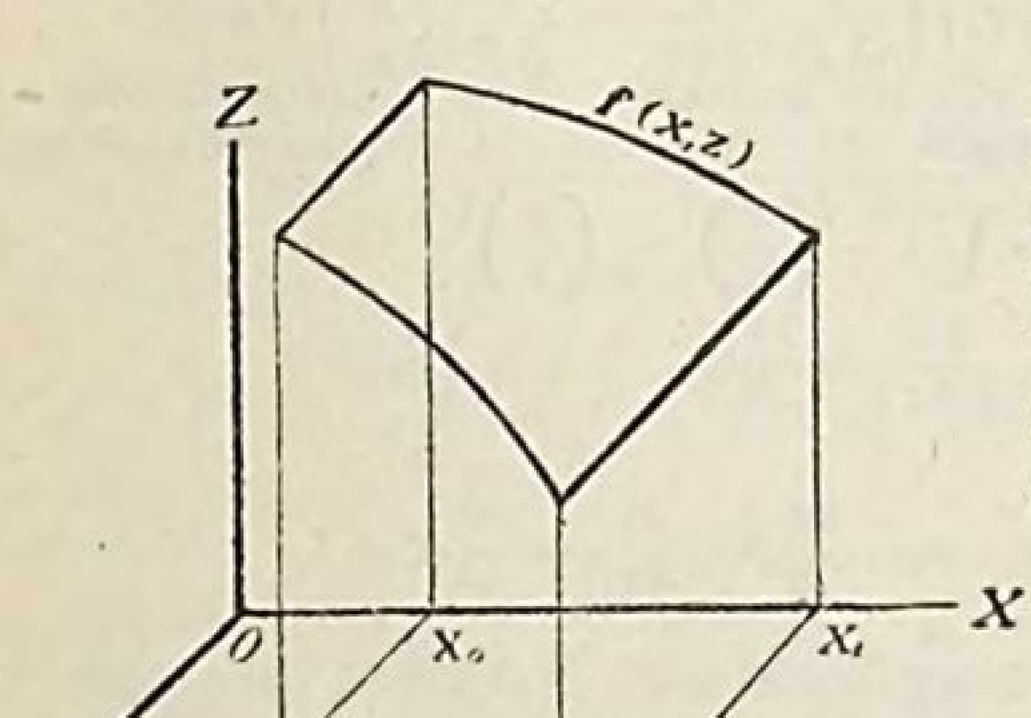


Fig. 173.

10. Allgemeine Volumen-Ermittelung, Fig. 174. Volumen eines Zylinders begrenzt durch eine Fläche $z = f(x, y)$ mit in der XY-Ebene gelegener Leitkurve der Gleichg. $y = \varphi(x)$:

$$V = \int_{x_0}^{x_1} \int_{y_0}^{y} f(x, y) \, dx \, dy = \int_{x_0}^{x_1} dx \int_{y_0}^{y} f(x, y) \, dy = \int_{y_0}^{y_1} dy \int_{x_0}^{x} f(x, y) \, dx$$

Die Integrations-Folge geht von rechts nach links. Bei der Integration $\int f(x, y) \, dy$ ist x als konstant, bei der Integration $\int f(x, y) \, dx$ ist y als konstant zu betrachten.

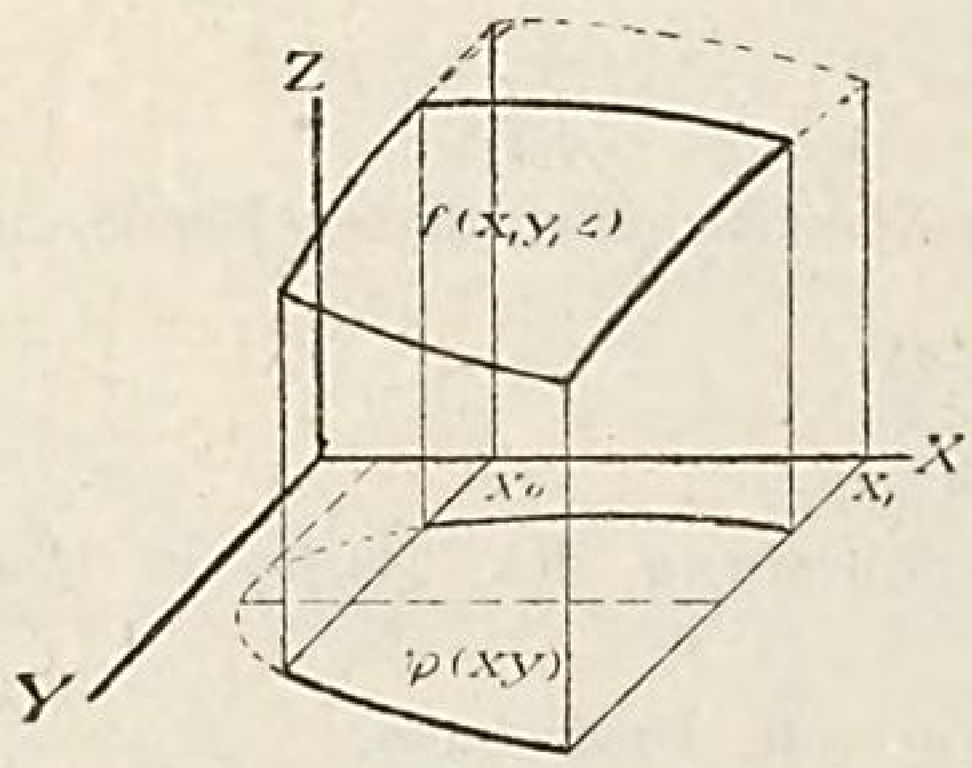
Die Grenzwerthe y und y_0 sind als Funktionen von x, bezw. x und x_0 als Funktionen von y darzustellen.

Ist die Gleichg. d. Leitkurve in Polar-Koordin. gegeben, also durch: $r=\varphi(\theta)$, so ist:

$$V=\int_{\Theta_0}^{\Theta}\int_{z_0}^{z} f(r\cos\theta, r\sin\theta)\, r\,dr\,d\theta=\int_{\Theta_0}^{\Theta_1} d\theta\int_{r_0}^{r} f(r\cos\theta, r\sin\theta)\, r\,dr=$$

$$\int_{r_0}^{r_1} dr\int_{\Theta_0}^{\Theta} f(r\cos\theta, r\sin\theta)\, r\,d\theta$$

Fig. 174.



wobei zur Ausführung der Integration analoge Erwägungen wie vor maassgebend sind.

Ist die Gleichg. der Fläche in Polar-Koordin. gegeben, so ist d. Volumen eines Kegels, dessen Spitze im Nullp. liegt, u. dessen Grundfläche auf der krummen Fläche durch die Grenzwerthe von μ u. λ bestimmt ist:

$$V=\frac{1}{3}\int_{\lambda_0}^{\lambda}\int_{\mu_0}^{\mu} r^3\sin\mu\,d\mu\,d\lambda.$$

11. Allgemeine Komplanation.

Es sei die Gleichg. der krummen Fläche gegeben durch $z=f(x,y)$, die Projektion des zu berechnenden Flächentheils auf die XY-Ebene begrenzt durch eine Kurve der Gleichg. $y=\varphi(x)$; dann ist, vergl. Fig. 174:

$$S=\int_{x_0}^{x}\int_{y_0}^{y}\sqrt{1+\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}\,dx\,dy$$

Für die Integrations-Folge u. die Bestimmung der Grenzen sind analoge Erwägungen wie ad (10) maassgebend.

Für Polar-Koordinaten ist:

$$S=\int\int\sqrt{\left[r^2+\left(\frac{\partial r}{\partial\mu}\right)^2\right]\sin^2\mu+\left(\frac{\partial r}{\partial\lambda}\right)^2}\,r\,d\mu\,d\lambda$$

Die Integrations-Grenzen sind aus der Begrenzung d. Flächenstücks herzuleiten.

12. Einführung neuer Variabeln in Doppel-Integrale.

$$\int\int f(x,y)\,dx\,dy;\quad x=\varphi(s,t);\quad y=\psi(s,t)$$

$$\int\int f(x,y)\,dx\,dy=\int\int f[\varphi(s,t);\,\psi(s,t)]\left(\frac{\partial\varphi}{\partial s}\frac{\partial\psi}{\partial t}-\frac{\partial\varphi}{\partial t}\frac{\partial\psi}{\partial s}\right)ds\,dt$$

Beispiel 1. Dreiaxiges Ellipsoid der Gleichg.:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}-1=0 \text{ oder } z=c\sqrt{1-\left(\frac{x}{a}\right)^2-\left(\frac{y}{b}\right)^2};$$

$$\frac{\partial F}{\partial x}=\frac{2x}{a^2};\quad\frac{\partial F}{\partial y}=\frac{2y}{b^2};\quad\frac{\partial F}{\partial z}=\frac{2z}{c^2}.$$

Gleichg. der berührenden Ebene:

$$\frac{2x}{a^2}(\xi-x)+\frac{2y}{b^2}(\eta-y)+\frac{2z}{c^2}(\zeta-z)=0 \text{ oder: } \frac{x^2}{a^2}\xi+\frac{y^2}{b^2}\eta+\frac{z^2}{c^2}\zeta=1$$

Gleichg. der Normalen: $\frac{a^2}{2x}(\xi-x)=\frac{b^2}{2y}(\eta-y)=\frac{c^2}{2z}(\zeta-z)$

Winkel der Normalen mit d. Koordin.-Axen:

$$\cos(nx)=\frac{\frac{x}{a^2}}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}}};\quad\cos(ny)=\frac{\frac{y}{b^2}}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}}};\quad\cos(nz)=\frac{\frac{z}{c^2}}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}}}$$

Beispiel 2. Fläche des Umdrehungs-Paraboloids.

Gleichg. der Erzeugungskurve in der XZ-Ebene: $z=\sqrt{2px}$

Oberfläche: $S=2\pi\int z\,dz\sqrt{1+\frac{z^2}{a^2}}=\frac{2}{3}\pi a^2\left[\sqrt{1+\frac{z^2}{a^2}}-1\right]$

Inhalt: $V=\int_0^x 2a\,x\,dx=a\pi x^2=\frac{z^2x\pi}{2}$

Beispiel 3. Oberfläche eines kreisförm. Kuppelgewölbes, Fig. 175, 176, der Gleichg.:

$$y = \frac{b}{l} x;\ z = \sqrt{a^2 - (x + a)^2} - \beta$$

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{x + a}{\sqrt{a^2 - (x + a)^2}};\ 1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 = \frac{a^2}{a^2 - (x + a)^2}$$

Fig. 175.

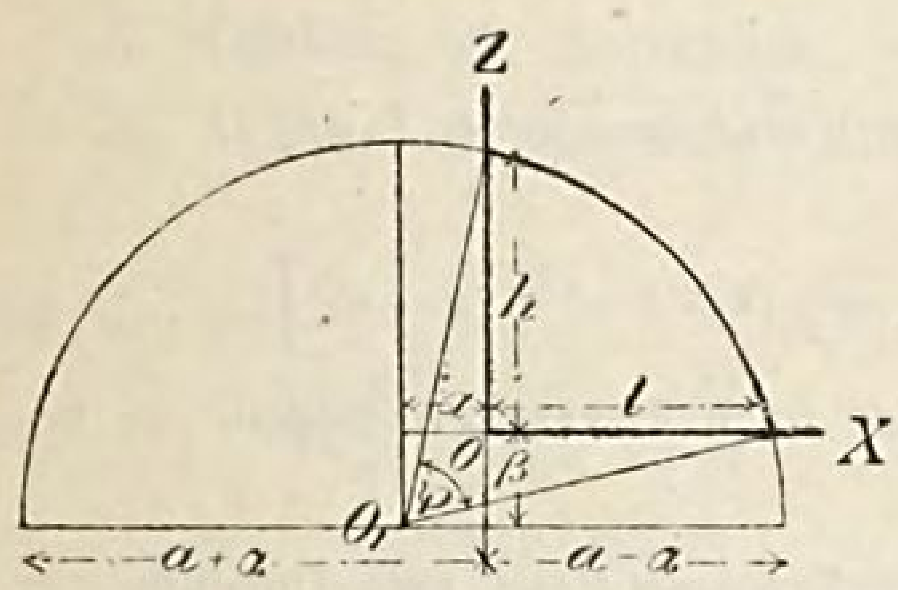


Fig. 176.

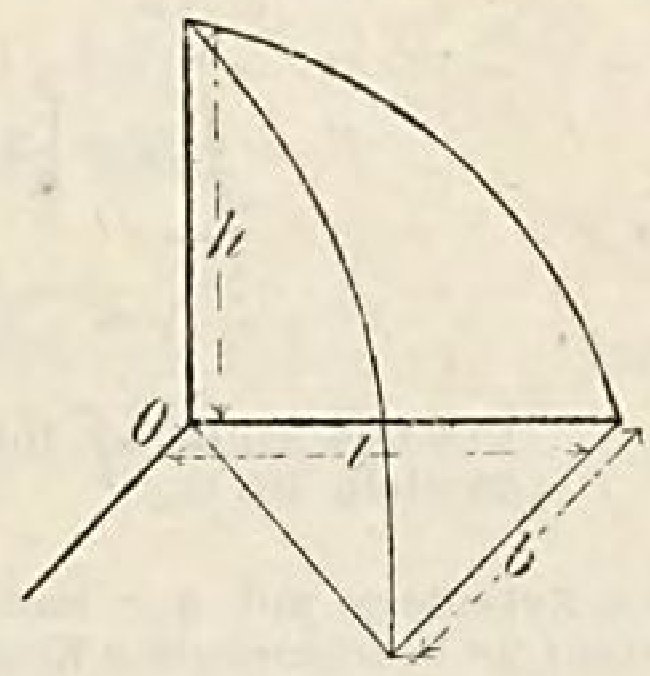
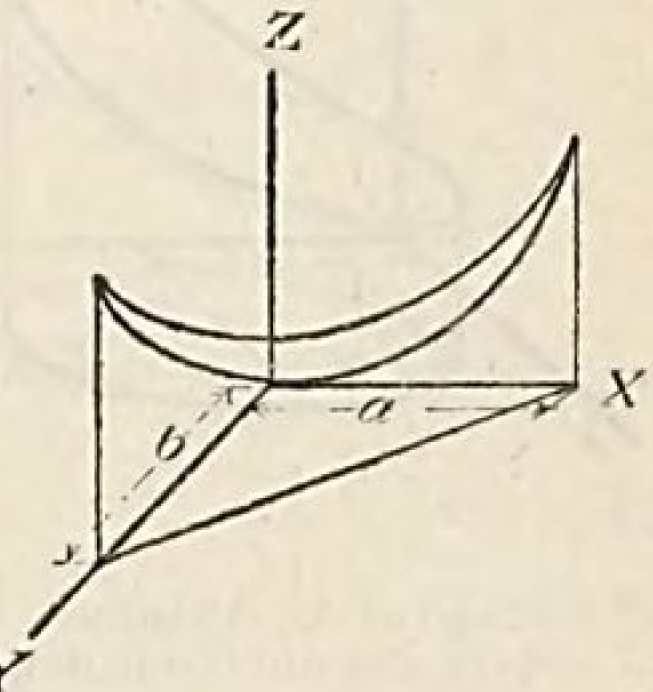


Fig. 177.



Ein durch die Abszissen x_2, x_1 bestimmter Bogen ist:

$$s = -\int \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}\, dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{a\,dx}{\sqrt{a^2 - (x + a)^2}}$$

Eine durch die Abszissen x_2, x_1 bestimmtes Oberflächenstück ist:

$$S = \frac{ab}{l} \int_{x_1}^{x_2} \frac{x\,dx}{\sqrt{a^2 - (x + a)^2}} = \frac{ab}{l} \int_{x_1}^{x_2} \frac{(x + a)\,dx}{\sqrt{a^2 - (x + a)^2}} - a\frac{ab}{l} \int_{x_1}^{x_2} \frac{a\,dx}{\sqrt{a^2 - (x + a)^2}} =$$

$$= \frac{ab}{l} \int_{x_1}^{x_2} \frac{(x + a)\,dx}{\sqrt{a^2 - (x + a)^2}} - \frac{ab}{l} s = \frac{b}{l} \left[-a\sqrt{a^2 - (x + a)^2} - as \right]_{x_1}^{x_2}$$

Für die ganze Oberfläche wird $x_2 = l$; $x_1 = o$; $s_2 = a\varphi$; $s_1 = o$, sonach:

$$S = \frac{ab}{l} \left[\sqrt{a^2 - a^2} - \sqrt{a^2 - (l + a)^2} - a\varphi \right]$$

Man beachte, dass: $\sqrt{a^2 - a^2} = h + \beta$ (Fig. 175) und $\sqrt{a^2 - (l + a)^2} = \beta$; danach ist: $S = \frac{ba}{l}(h - a\varphi)$.

Beispiel 4. Kugel-Oberfläche der Gleichg.: $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{x}{z};\ \frac{dz}{dy} = -\frac{y}{z};\ 1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2 = \frac{a^2}{a^2 - x^2 - y^2}$$

Die Projektion eines Oktanten auf die XY-Ebene ist ein Viertelkreis mit der Gleichg. der Begrenzungskurve: $a^2 = x^2 + y^2$. Die Integrations-Grenzen sind also:

$$y = \sqrt{a^2 - x^2};\ y_0 = 0;\ x_1 = a;\ x_0 = 0$$

$$S = 8 \int_0^a dx \int_0^{\sqrt{a^2 - x^2}} a\,dy \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2 - y^2}} = 8 \int_0^a dx \left[a \arcsin \frac{y}{\sqrt{a^2 - x^2}} \right]_0^{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$= 8 \int_0^a dx\, a \text{ arc } (\sin = 1) = 4a\pi \int_0^a dx = 4a^2\pi$$

Beispiel 5, Fig. 177. Die Basis eines Volumens sei ein rechtwinkl. Dreieck mit den Seiten a und b, die obere Begrenzung die Fläche eines elliptischen Paraboloids, bestimmt durch d. Gleichg.:

$$z = \frac{x^2}{2p} + \frac{y^2}{2q} = mx^2 + ny^2$$

Die Grundfläche ist bestimmt durch d. Gleichg.: $y = b\left(1 - \frac{x}{a}\right)$.

Es ist nach (10): $V = \int_{x_0}^{x_1} dx \int_{y_0}^{y} (mx^2 + ny^2)\,dy$

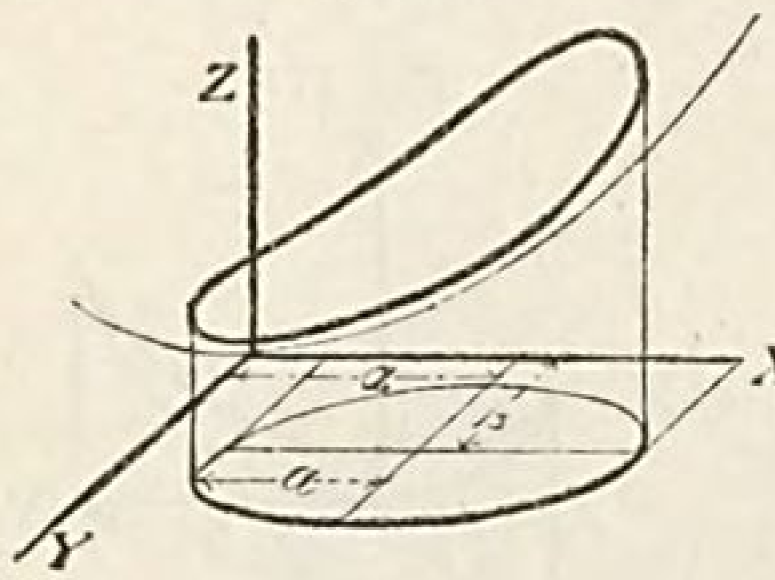
Die Integrations-Grenzen sind: $y_0 = 0$; $y = b\left(1 - \frac{x}{a}\right)$; $x_0 = 0$; $x_1 = a$

$$V = \int_0^a dx \left[mx^2 y + \frac{1}{3} ny^3 \right]_0^{b\left(1 - \frac{x}{a}\right)} = \int_0^a dx \left[mx^2 b\left(1 - \frac{x}{a}\right) + \frac{n}{3} b^3 \left(1 - \frac{x}{a}\right)^3 \right]$$

$$V = \frac{1}{12} ab \left[ma^2 + nb^2 \right]$$

Beispiel 6, Fig. 178. Die obere Begrenzung des Volumens sei durch die Fläche in Beispl. 5 gegeben; die untere Begrenzung sei ein Kreis der Gleichg.: $(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=a^2$. Die Integrations-Grenzen sind: $y=\beta+\sqrt{a^2-(x-\alpha)^2}$; $y_0=\beta-\sqrt{a^2-(x-\alpha)^2}$; $x=\alpha+a$; $x_0=\alpha-a$.

Fig. 178.



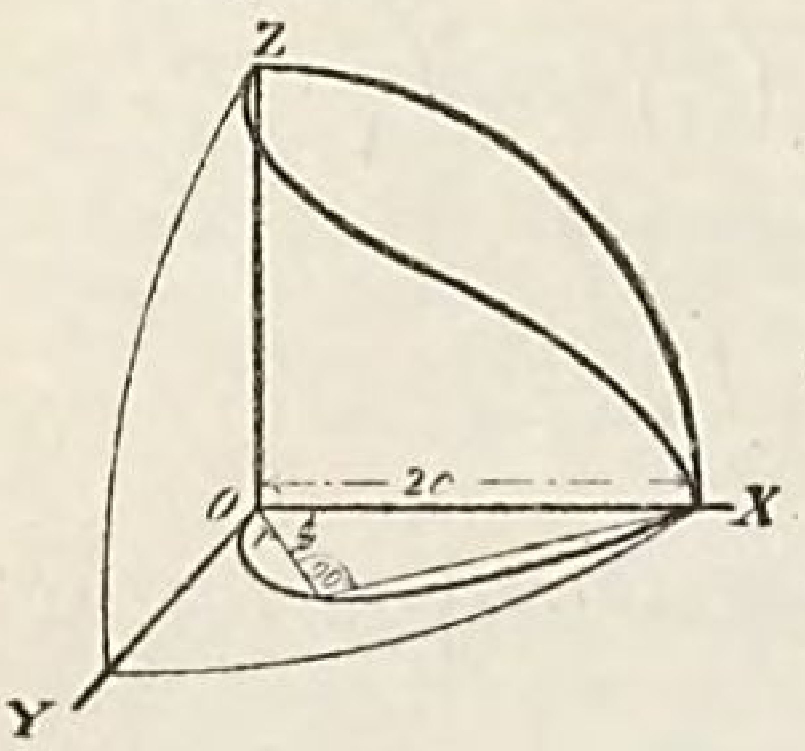
$$V=\int_{\alpha-a}^{\alpha+a} dx\left[m x^2 y+\tfrac{1}{3} n y^3\right]_{\beta-\sqrt{a^2-(x-\alpha)^2}}^{\beta+\sqrt{a^2-(x-\alpha)^2}}$$

$$V=\int_{\alpha-a}^{\alpha+a} dx\Big[2 m x^2\sqrt{a^2-(x-\alpha)^2}+$$
$$+\frac{2n}{3}\sqrt{a^2-(x-\alpha)^2}\left(3\beta^2+a^2-(x-\alpha)^2\right)\Big].$$

welches einfache Integral nach bekannten Regeln zu behandeln ist.

* Beispiel 7. Volumen eines Zylinders mit der halbkreisförmigen Basis vom Durchmesser $OX=2c$ u. der um O mit dem Radius $2c$ beschriebenen Kugelfläche als oberer Begrenzung, Fig. 179.

Fig. 179.



Polar-Gleichg. der Leitkurve. $r=2c\cos\Theta$.

Gleichg. d. Kugelfläche. $z=\sqrt{4c^2-x^2-y^2}$;

$x=r\cos\Theta$; $y=r\sin\Theta$; sonach: $z=\sqrt{4c^2-r^2}$

$$V=\int_{\Theta_0}^{\Theta_1} d\Theta\int_{r_0}^{r}\sqrt{4c^2-r^2}\,r\,dr.$$ Die Integrations-Grenzen sind:

$r=2c\cos\Theta$; $r_0=0$; $\Theta=\frac{\pi}{2}$; $\Theta_0=0$

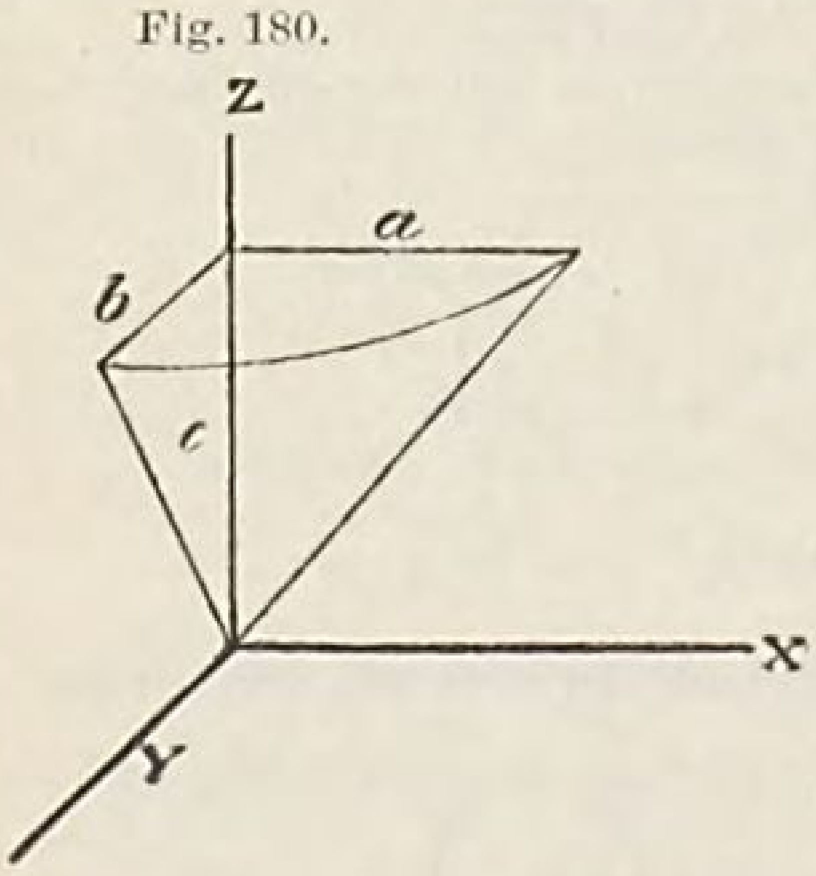
$$V=\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\Theta\,\tfrac{1}{3}\left[(r^2-4c^2)^{\frac{3}{2}}\right]_0^{2c\cos\Theta}=\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\Theta\,\tfrac{1}{3}(2c)^3\left(1-\sin^3\Theta\right)$$
$$=\tfrac{1}{3}(2c)^3\left(\tfrac{1}{2}\pi-\tfrac{2}{3}\right).$$

b. Flächen 2. Ordnung.

α. Zylinder.

Die Gleichg. des normalen Zylinders ist durch die Gleichg. seiner Leitkurve bestimmt. Die Leitkurve des Zylinders 2. Ordnung ist eine Kurve 2. Ordnung.

Fig. 180.



Elliptischer Zylinder: $\frac{z^2}{c^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

Hyperbolischer Zylinder: $\frac{z^2}{c^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

Parabolischer Zylinder: $\frac{z^2}{c^2}-\frac{2y}{p}=0$.

β. Kegel.

1. Allgemeine Gleichg. des Kegels 2. Ordnung: $Ax^2+By^2+Cz^2+2Dxy+2Exz+2Fyz=0$.

2. Fällt die Axe des Kegels mit der Z-Axe zusammen, seine Spitze in den Nullpunkt und ist die Leitfläche in der zur XY-Ebene parallelen Ebene c bestimmt, Fig. 180, so sind die Gleichgn.:

des Rotations-Kegels: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$; des elliptischen Kegels: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$.

γ. Kugel.

1. Sind α, β, γ die Mittelpunkts-Koordin. der Kugel, ist a deren Radius, so ist die Gleichg.: $(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2+(z-\gamma)^2=a^2$

2. Mittelpunkts-Gleichg. der Kugel: $x^2+y^2+z^2=a^2$.

δ. **Ellipsoid**, Fig. 181.*)

1. Mittelpunkts-Gleichg.: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

2. Gleichg. der Tangenten-Ebene: $\frac{x}{a^2}\xi + \frac{y}{b^2}\eta + \frac{z}{c^2}\zeta = 0$.

3. Gleichg. d. Normalen: $\xi - x = (\zeta - z)\frac{c^2}{a^2}\frac{x}{z}$; $\eta - y = (\zeta - z)\frac{c^2}{b^2}\frac{y}{z}$.

4. Winkel d. Normalen mit den Axen:

$$\cos(nx) = \frac{\frac{x}{a^2}}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}}};\ \cos(ny) = \frac{\frac{y}{b^2}}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}}};\ \cos(nz) = \frac{\frac{z}{c^2}}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}}}.$$

Fig. 181.

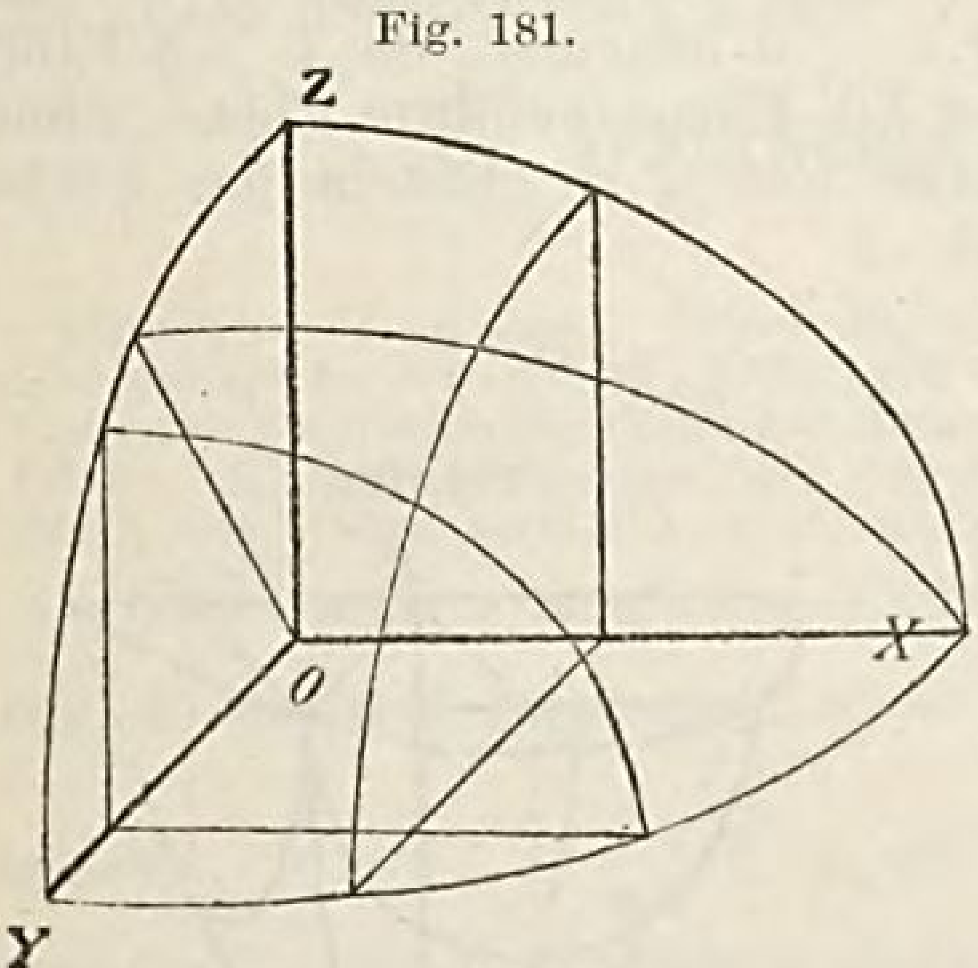
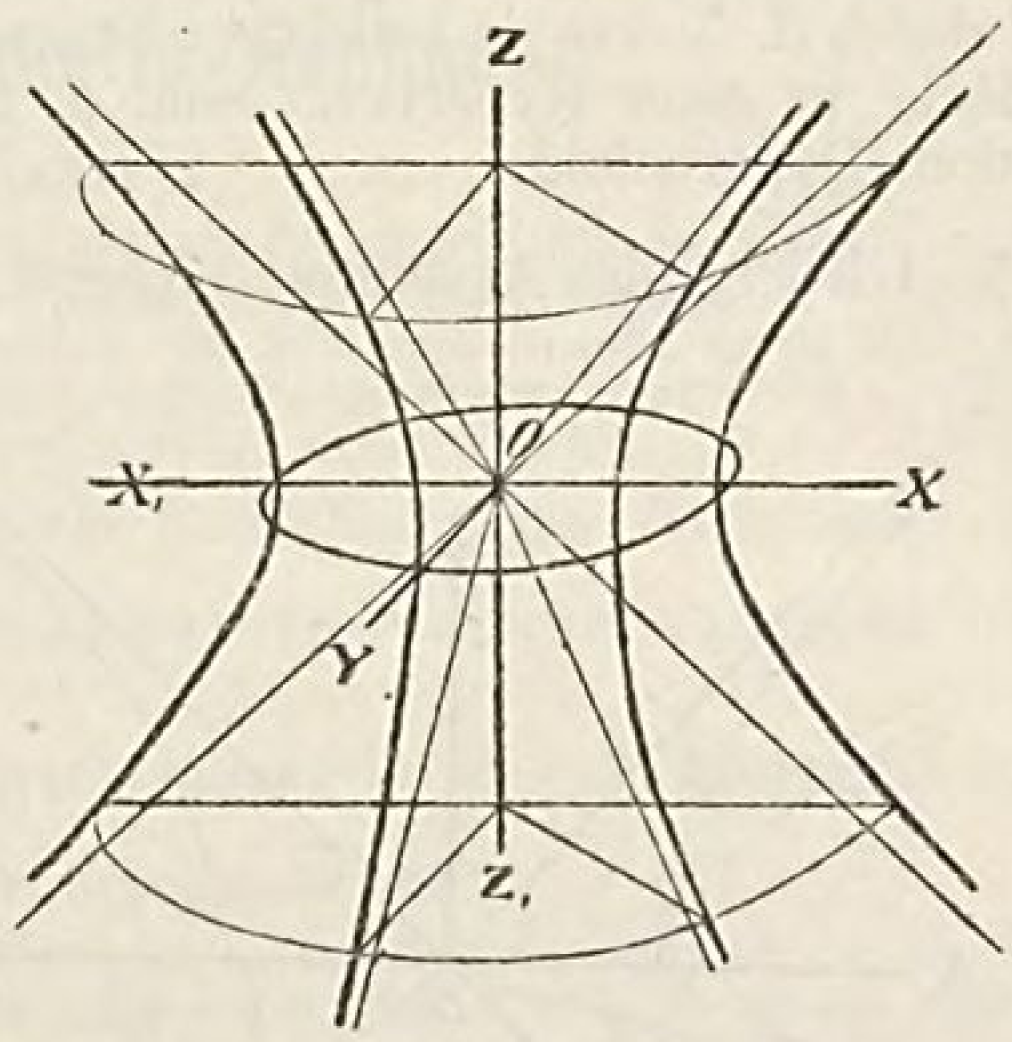


Fig. 182.



5. Der Hauptschnitt der XZ-Ebene ist eine Ellipse mit den Halbaxen a und c. Eine Ebene der Gleichg. $y = k_1$ schneidet d. Ellipsoid in einer jener ähnlichen Ellipse mit d. Halbaxen: $a_1 = \frac{a}{b}\sqrt{b^2 - k_1^2}$; $c_1 = \frac{c}{b}\sqrt{b^2 - k_1^2}$. Der Hauptschnitt der YZ-Ebene ist eine Ellipse mit d. Halbaxen b u. c; eine Ebene der Gleichg. $x = k_2$ schneidet das Ellipsoid in einer jener ähnlichen Ellipse mit d. Halbaxen $b_2 = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - k_2^2}$; $c_2 = \frac{c}{a}\sqrt{a^2 - k_2^2}$. Der Hauptschnitt der XY Ebene ist eine Ellipse mit d. Halbaxen a u. b. Eine Ebene d. Gleichg. $z = k_3$ schneidet das Ellipsoid in einer jener ähnlichen Ellipse mit d. Halbaxen $a_3 = \frac{a}{c}\sqrt{c^2 - k_3^2}$; $b_3 = \frac{b}{c}\sqrt{b^2 - k_3^2}$. Eine durch d. X-Axe gelegte Ebene, welche mit d. XZ-Ebene den Winkel α bildet, schneidet d. Ellipsoid in einer Ellipse der Gleichg.:

$$\frac{x^2}{a^2} + \left(\frac{\cos^2\alpha}{b^2} + \frac{\sin^2\alpha}{c^2}\right)y^2 = 1.$$

ε. **Einschaliges Hyperboloid**, Fig. 182.

1. Mittelpunkts-Gleichg.: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$.

2. Das Hyperboloid wird von d. XY-Ebene in einer Ellipse mit d. Halbaxen a und b, von d. XZ-Ebene in einer Hyperbel mit d. Halbaxen a und c, von d. YZ-Ebene in einer Hyperbel m. d. Halbaxen b und c geschnitten. Alle Vertikalschnitte d. Hyperboloids sind Hyperbeln; alle Horizontalschnitte sind Ellipsen. Sind die Halbaxen $a = b$, so entsteht das einschalige Rotations-Hyperboloid.

*) M. s. auch: Jenny. Das Ellipsoid; elementar bearbeitet. Basel 1877; Schweighauser.

3. Gleichg. des Asymptoten-Kegels: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0.$

4. Volumen zwischen der XY-Ebene und den zur Z-Axe normalen Schnittebenen im Abstande z: $\quad V = \pi \frac{ab}{c^2}\left(\frac{1}{3} z^3 + c^2 z\right)$

5. Volumen zwischen den zur Z-Axe normalen Schnitt-Ebenen: $z = \mp c$: $\quad V = \frac{8}{3} \pi a b c.$

ζ. Zweischaliges Hyperboloid, Fig. 183.

1. Mittelpunkts-Gleichg.: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1.$

2. Der Schnitt der ZY-Ebene ist imaginär; die Schnitte der XZ- u. XY-Ebene sind Hyperbeln mit d. Halbaxen a, b u. a, c. Alle Vertikalschnitte d. ZY-Ebene in d. Entfernung k vom Mittelpunkt sind für $k < a$ imaginär, für $k > a$ Ellipsen. Eine durch d. X-Axe in beliebiger Neigung zur XY-Ebene geführte Ebene schneidet d. Fläche in einer Hyperbel. Sind d. Halbaxen $b = c$, so entsteht das 2schalige Rotations-Hyperboloid.

3. Gleichg. des Asymptoten-Kegels: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0.$

Fig. 183.

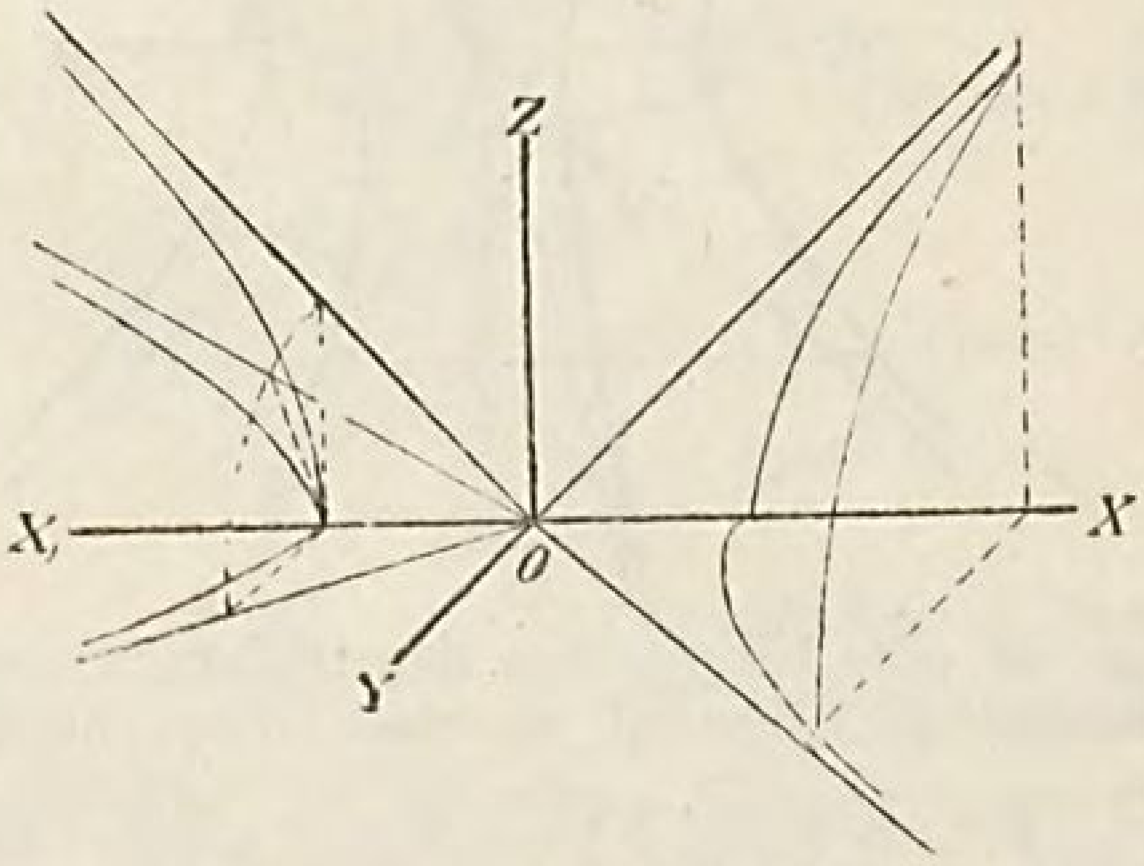
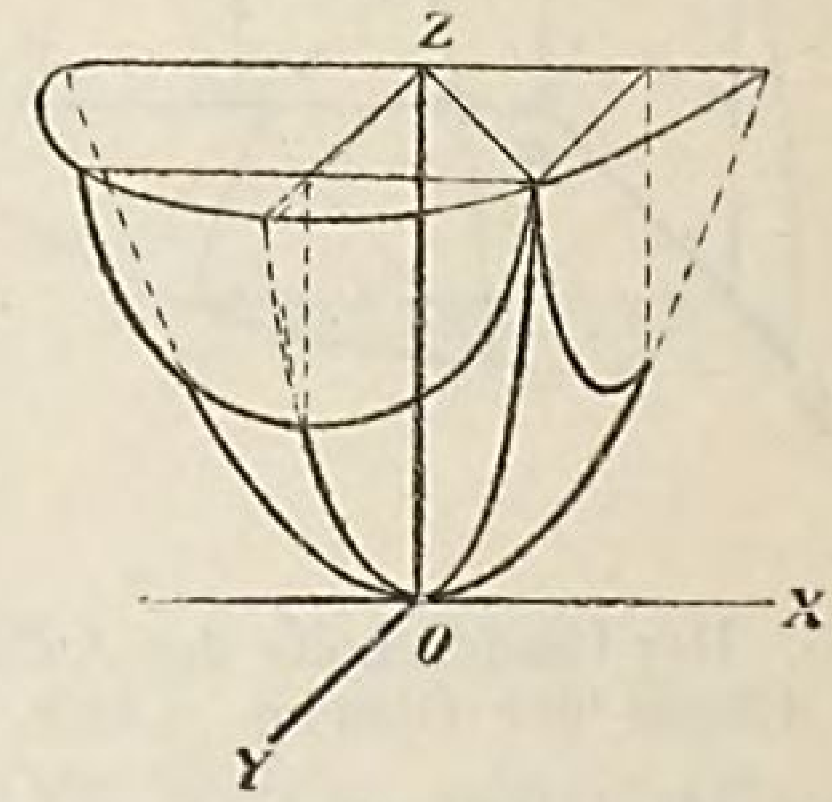


Fig. 184.



η. Elliptisches Paraboloid, Fig. 184.

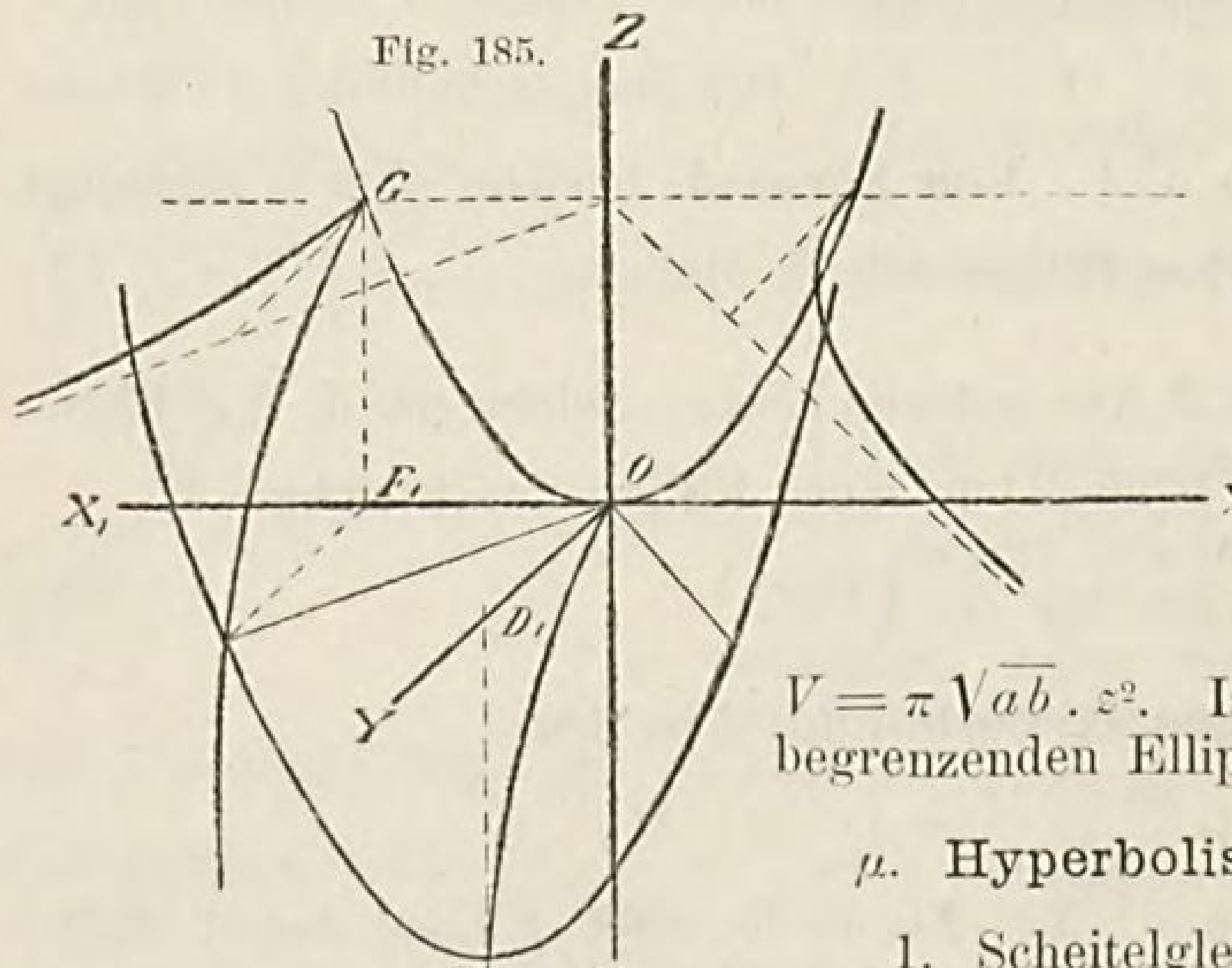
1. Scheitelgleichg.:

$$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} - 2z = 0.$$

2. Alle horizontalen Schnitte sind Ellipsen, alle vertikalen dchnitte Parabeln; die Parabeln S. Hauptschnitte der ZX- und ZY-Ebene haben d. Parameter p bezw. q. — Ist $p = q$, so entsteht d. Rotations-Paraboloid.

3. Inhalt eines normal zur Axe abgeschnittenen Segments: $V = \pi \sqrt{ab} \,.\, z^2$. Ist F die Fläche der das Segment begrenzenden Ellipse, so ist auch: $V = \frac{1}{2} F z$.

Fig. 185.



μ. Hyperbolisches Paraboloid, Fig. 185.

1. Scheitelgleichg.: $\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} - 2z = 0.$

2. Der Hauptschnitt d. XZ-Ebene ist eine Parabel mit d. Parameter p, deren Scheitel der Nullpunkt, deren Axe die Z-Axe ist. Der Hauptschnitt der ZY-Ebene ist eine Parabel mit d. Parameter q, deren Scheitel der Nullpunkt, deren Axe die negative Z-Axe ist. Eine Ebene $x = k$ schneidet die Fläche in einer dem Haupt-

schnitt der ZY-Ebene kongruenten Parabel, deren Axe die Vertikalspur GF_1 der schneidenden Ebene, deren Scheitel der Schnittpunkt G der Geraden GF_1 ist. Die Ebene $y = k_1$ schneidet die Fläche in einer dem Hauptschnitt der ZX-Ebene kongruenten Parabel, deren Axe die Vertikalspur ED_1 der schneidenden Ebene, deren Scheitel der Schnittpunkt E der Geraden ED_1 ist. Der Hauptschnitt der XY-Ebene liefert 2 durch den Nullpunkt gehende Gerade mit den Gleichgn.:

$$\frac{x}{\sqrt{p}} + \frac{y}{\sqrt{q}} = 0; \qquad \frac{x}{\sqrt{p}} - \frac{y}{\sqrt{q}} = 0.$$

Der Schnitt einer Ebene $z = k_2$ ist: für positives k eine Hyperbel, deren Hauptaxe in d. Richtung d. X-Axe liegt, mit d. Halbaxen $a = \sqrt{2p\,k_2}$; $b = \sqrt{2q\,k_2}$; für negatives $k_2 = -l$, worin $l > 0$, eine Hyperbel, deren Hauptaxe in d. Richtung d. Y-Axe liegt mit d. Halbaxen $a = \sqrt{2pl}$; $b = \sqrt{2ql}$. Die Asymptoten aller durch d. horizontalen Schnitte gelieferten Hyperbeln liegen in d. vertik. Ebenen, welche durch die vom Hauptschnitt der XY-Ebene gelieferten Geraden gelegt sind.

K. Wahrscheinlichkeits-Rechnung.

I. Hauptsätze.

Litteratur. Laplace. *Théorie analytique des probabilités*; Paris 1812. — Laplace. *Essai philosophique sur les probabilités*; Paris 1814. Deutsch von Tönnies, Heidelberg 1819. — Poisson. Lehrbuch der Wahrscheinlichkeits-Rechnung. Deutsch von Schnuse, Braunschweig 1841, Meyer. — Cantor. Historische Notizen über die Wahrscheinlichkeits-Rechnung. Halle 1874. — Hagen. Grundzüge der Wahrscheinlichkeits-Rechnung. Berlin 1882; Ernst & Korn.

1. Sind unter n möglichen Fällen a dem Eintreffen eines Ereignisses gleich günstig, so heisst der Quotient $W = \frac{a}{n}$ die absolute Wahrscheinlichkeit des Ereignisses. $W_1 = 1 - \frac{a}{n}$, d. i. die Wahrscheinlichkeit des Nichteintreffens des Ereignisses, heisst die entgegen gesetzte Wahrscheinlichkeit.

Die Wahrscheinlichk. ist also stets < 1 und $W = 0$ ist in der Wahrscheinlichk.-Rechnung das Symbol der Unmöglichkeit, $W = 1$ das Symbol der Gewissheit. Ist $W = \frac{1}{2}$, so ist das Eintreffen zweifelhaft; ist $W > \frac{1}{2}$, so ist im engern Sinne das Eintreffen wahrscheinlich; ist $W < \frac{1}{2}$, so ist im engern Sinne das Eintreffen unwahrscheinlich.

Beispiel 1. Wahrscheinlichk. mit 2 Würfeln einen Pasch zu werfen. Zahl der möglichen Kombinationen $= 6 . 6$; Zahl der Kombinationen, welche dem betr. Ereigniss günstig sind $= 6$, sonach Wahrscheinlichk. desselben $= \frac{6}{6 . 6} = \frac{1}{6}$.

Beispiel 2. Wahrscheinlichk. mit 2 Würfeln eine Folge zu werfen. Zahl der möglichen Kombinationen $= 6 . 6$. Zahl der Kombinationen, welche dem Ereigniss günstig sind $= 10$, (nämlich: 12, 23, 34, 45, 56, 21, 32, 43, 54, 65); sonach Wahrscheinlichk. desselben $= \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.

2. Sind unter n gleich möglichen Fällen die Ereignisse $E_1, E_2, E_3 \ldots$ mit den Wahrscheinlichk. $W_1, W_2, W_3, \ldots$, so ist die Wahrscheinlichk. für das Eintreffen irgend eines dieser Ereignisse: $W = W_1 + W_2 + W_3 + \ldots$

Die totale Wahrscheinlichk. ist $=$ Summe der partiellen Wahrscheinlichk.

Beispiel. Die Wahrscheinlichk. mit 2 Würfeln Pasch oder Folge zu werfen, ist nach den vorauf geschickten Beispielen $= \frac{1}{6} + \frac{5}{18} = \frac{4}{9}$.

3. Relative Wahrscheinlichk. zweier Ereignisse nennt man die Wahrscheinlichk., welche man erhält, wenn man diejen. möglichen Fälle, welche überhaupt keinem der betrachteten Ereignisse günstig sind, als nicht vorhanden betrachtet. Sind W_1 und W_2 die absoluten Wahrscheinlichk. der beiden Ereignisse, so sind $\frac{W_1}{W_1 + W_2}$ und $\frac{W_2}{W_1 + W_2}$ deren relative Wahrscheinlichkeiten.

Beispiel. Die Wahrscheinlichk., aus einer Urne, welche 7 weisse, 9 schwarze und 5 rothe Kugeln enthält, eher eine schwarze als eine weisse Kugel zu ziehen ist $= \frac{9}{16}$ oder $= \frac{\frac{9}{21}}{\frac{7}{21} + \frac{9}{21}}$.

4. Die Wahrscheinlichk. für das Zusammentreffen von einander unabhängiger Ereignissse, oder für das Eintreffen derselben in einer vorbestimmten Reihenfolge

ist = dem Produkt der absoluten Wahrscheinlichk. jedes einzelnen Ereignisses. Die Wahrscheinlichk., dass ein Ereigniss E mit der Wahrscheinlichk. W, p Male nach einander eintreffe, ist also $= W^p$.

Beispiel. Die Wahrscheinlichk. aus einer Urne, welche 3 schwarze und 5 weisse Kugeln enthält, im ersten Zuge eine weisse und, nachdem die gezogene Kugel zurück gelegt wurde, eine schwarze Kugel zu ziehen, ist $= \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{15}{64}$.

Die Wahrscheinlichk. in 5 Zügen jedesmal eine weisse Kugel zu ziehen, wenn die gezogene Kugel stets wieder zurück gelegt wird, ist $= \left(\frac{5}{8}\right)^5 = \frac{3125}{32768} = 0{,}095 \ldots.$

5. Die Wahrscheinlichk. für das Zusammentreffen zweier von einander abhängigen Ereignisse ist gleich dem Produkt aus der Wahrscheinlichk. des ersten Ereignisses und der Wahrscheinlichk., welche nach dem Eintreffen des ersten für das Eintreffen des zweiten noch vorhanden ist.

Die Wahrscheinlichk., dass ein Ereigniss E mit der anfänglichen Wahrscheinlichk. $W = \frac{a}{n}$, p Male hinter einander eintreffe, wenn sowohl die Zahl der möglichen Fälle als auch die Zahl der dem Ereigniss günstigen Fälle bei jeder Wiederholung sich um 1 vermindert, ist also:

$$= \frac{a(a-1)(a-2)\ldots(a-p+1)}{n(n-1)(n-2)\ldots(n-p+1)}$$

Beispiel. Die Wahrscheinlichk., aus einer Urne, welche 3 schwarze und 5 weisse Kugeln enthält, beim 1. Zug eine weisse, beim 2. Zug eine schwarze Kugel zu ziehen, wenn die gezogene Kugel nicht wieder hinein gelegt wird, ist $= \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{15}{56}$.

Die Wahrscheinlichk. 5 Mal nach einander eine weisse Kugel zu ziehen, wenn die gezogene Kugel nicht wieder hineingelegt wird, ist $= \frac{5.4.3.2.1}{8.7.6.5.4} = \frac{120}{6720} = 0{,}018$.

6. Sind α und β die Wahrscheinlichk. zweier Ereignisse E_1, E_2, so ist die Wahrscheinlichk., dass in bestimmter Reihenfolge E_1, p Male, E_2, q Male eintreten:

$$W = \alpha^p \beta^q$$

Wenn die Reihenfolge eine beliebige, so ist:

$$W = \frac{(p+q)!}{p!\,q!} \alpha^p \beta^q = \binom{p+q}{q} \alpha^p \beta^q$$

7. Sind nur die Ereignisse E_1 und E_2 möglich, ist also β die entgegen gesetzte Wahrscheinlichk. von α, und $\alpha + \beta = 1$, ferner $p + q = z$, so ist die Wahrscheinlichk. des pmaligen Eintreffens von E_1 in beliebiger Folge bei z Versuchen: $W = \binom{z}{p} \alpha^p (1-\alpha)^{z-p}$

Es stellen also die einzelnen Glieder der Entwicklung von $(\alpha + \beta)^z = \alpha^z + z\alpha^{z-1}(1-\alpha) + \frac{z(z-1)}{1.2}\alpha^{z-2}(1-\alpha)^2 + \ldots$ die Wahrscheinlichk. des pmaligen Eintreffens von E für die verschiedenen Werthe von p dar.

Werden α und z als gegeben betrachtet, so ist die Bedingung für $W_{\max.}$: $(z+1)\alpha > p$; $(z+1)\alpha < (p+1)$. Je grösser z ist, je mehr nähert sich die Bedingung für $W_{\max.}$ der Beziehung $p = \alpha n$ und $W_{\max.}$ für $p = \alpha n$ dem Werth 1.

8. Die Wahrscheinlichk. für eine der verschiedenen möglichen Ursachen eines beobachteten Ereignisses ist ein Bruch, dessen Zähler die Wahrscheinlichk. ist, womit diese Ursache das Ereigniss herbei führt, und dessen Nenner die Summe der Wahrscheinlichk. der sämmtlichen möglichen Ursachen ist.

Sind diese Ursachen nicht gleich wahrscheinlich, so muss man jede Wahrscheinlichk., mit der sie das Ereigniss herbei führt, mit der Wahrscheinlichk. der Ursache selbst, sowohl im Zähler wie im Nenner multipliziren.

Beispiel. In einer Urne sind 2 Kugeln, deren Farbe unbekannt ist; in 2 Zügen, nach welchen die gezogene Kugel stets wieder zurück gelegt wurde, ist eine weisse Kugel gezogen. Es sind 2 Ursachen dieses Ereignisses möglich: nämlich, dass die Urne 2 weisse Kugeln oder 1 weisse Kugel enthält. Die 1te Ursache führt das 2malige Treffen der weissen Kugel mit der Wahrscheinlichk. 1, die 2te Ursache mit der Wahrscheinlichk. $\frac{1}{4}$ herbei. Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Kugeln weiss sind, ist daher $\frac{1}{1+\frac{1}{4}} = \frac{4}{5}$, dass 1 Kugel weiss ist, $= \frac{1/4}{1+\frac{1}{4}} = \frac{1}{5}$

9. Die Wahrscheinlichk. eines künftigen möglichen Ereignisses erhält man, wenn man für das bereits früher beobachtete Eintreffen die Wahrscheinlichk. jeder möglichen Ursache desselben mit der Wahrscheinlichk. multiplizirt, womit diese Ursache das Ereigniss auch in Zukunft herbei führen kann. Die Summe dieser Produkte drückt die Wahrscheinlichk. des künftigen Eintreffens aus.

Beispiel. Es sei zu ermitteln, mit welcher Wahrscheinlichk. in dem Beispiel zu 8 das Treffen einer weissen Kugel beim 3ten Zuge zu erwarten ist.

Für die 1te Ursache, dass beide Kugeln weiss sind, ist die Wahrscheinlichk. des Treffens der weissen Kugel beim 3ten Zuge = 1, für die 2te Ursache = $^1/_2$, daher die Wahrscheinlichk. des erwarteten Ereignisses $= 1 \frac{4}{5} + \frac{1}{2}\frac{1}{5} = \frac{9}{10}$

II. Methode der kleinsten Quadrate.

Litteratur: Hagen. Grundzüge der Wahrscheinlichkeits-Rechnung. — Hagen. Der Konstanten wahrscheinliche Fehler; Nachtrag zur 3. Aufl. der Grundzüge der Wahrscheinlichk.-Rechnung; Berlin 1884, Ernst & Korn. — Navier. Lehrbuch der Different.- u. Integr.-Rechnung; deutsch v. Wittstein. Bd. II. — Schloemilch. Handbuch der Mathematik. Bd. II. — Henke. Die Methode der kleinsten Quadrate; Inaugural-Dissertation. Leipzig 1868. — Vogler. Grundzüge der Ausgleichungs-Rechnung; elementar entwickelt. Braunschweig 1883. Vieweg. — Helmert. Die Ausgleichungs-Rechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate mit Anwendung auf die Geodäsie und die Theorie der Messinstrumente. 1872. — Jordan. Handbuch der Vermessungskunde. Stuttgart 1877, Metzler.

a. Theorie der Beobachtungs-Fehler.

Jede Beobachtung ist mit zufälligen Fehlern behaftet. Jeder Fehler kann angesehen werden als die Summe einer unendlich grossen Anzahl von elementaren Fehlern, welche eben so leicht positiv als negativ ausfallen. Unter dieser Voraussetzung lässt sich die Wahrscheinlichk. des Vorkommens eines Fehlers von der endlichen Grösse Δ darstellen als $f(\Delta)$ nach folgendem Gesetz: Sei η die Möglichkeit des Vorkommens, ω die Wahrscheinlichkeit des Vorkommens, so ist:

$$\eta = \eta_0 e^{-h^2 \Delta^2} = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 \Delta^2}; \quad \omega = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 \Delta^2} d\Delta.$$

Stellt man η als Ordinaten zu den Werthen Δ als Abszissen dar, so ist die Wahrscheinlichk. des Vorkommens eines Fehlers Δ gleich einem Flächenelement $\eta\, d\Delta$ dieser Kurve, Fig. 15.

Die Wahrscheinlichkeit für das Vorkommen eines Fehlers in den Grenzen Δ_2 und Δ_1 ist: $W = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \int_{\Delta_1}^{\Delta_2} e^{-h^2 \Delta^2} d\Delta.$

Die Fläche der ganzen Kurve ist = 1. Für $\Delta = 0$ wird $\eta = \eta_0 = \frac{h}{\sqrt{\pi}}$ ein Maximum. Die Kurve verläuft in 2 zur Y-Axe symmetrischen Aesten; die X-Axe ist Asymptote der Kurve. Für die Abzsisse $\frac{\sqrt{\Sigma(\Delta^2)}}{m} = \varepsilon$, worin m die Anzahl der Fehler und die Ordinate $\eta = 0{,}60653\, \eta_0$ hat die Kurve einen Wendepunkt.

Bestimmt man die Ordinate η_r, welche die rechts, bezw. links von η_0 gelegene Fläche der Kurve halbirt und nennt die zu den Werthen von η_r gehörigen Abszissen r, so ist die Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen eines Fehlers in den Grenzen $+r$ und $-r = {}^1/_2$. Man nennt r den wahrscheinlichen Fehler. Dieser bezeichnet also diejenige Grenze, welche von den positiven wie negativen Fehlern eben so oft überschritten wie nicht erreicht wird.

Die Konstante h ist abhängig von dem Werthe des grössten möglichen Fehlers und bestimmt durch die Beziehung: $h = \sqrt{\frac{2}{n}}$, worin n die Anzahl der unendlich vielen elementaren Fehler ist. Der Werth h ist das Maass der Präzision der Beobachtung und heisst Präzisions-Koeffizient. Da h aus der obigen Beziehung nicht bestimmt werden kann, benutzt man dazu den wahrscheinlichen Fehler r wie diesen desgleichen als Einheit des Maasses zur Darstellung der Fehler.

Die Beziehungen dieser Grösse zu den andern Grössen sind: $r = \frac{\rho}{h}$

$\rho = 0{,}4769364$; $r = 0{,}67449 \sqrt{\frac{\Sigma(\varDelta^2)}{m}}$, worin m die Anzahl der Fehler.

Die Präzision der Beobachtung ist also den wahrscheinlichen Fehlern umgekehrt proportional. Die folgende Tabelle giebt für die Präzision 1, die Werthe der Wahrscheinlichkeiten, dass die Fehler in den Grenzen 0 und $\varDelta$ bleiben. Die Werthe von $\varDelta$ sind als Vielfache von r ausgedrückt. Die Differenzen der 2. Rubrik liefern die Wahrscheinlichk. für das Vorkommen des Fehlers in dem Intervall $\varDelta_1$ bis $\varDelta_2$. Multiplizirt man die Zahlen der Rubrik 2 und 3 mit 1000, so ersieht man, wie gross bei 1000 Beobachtungen nach der Theorie die Zahl der Fehler in dem betr. Intervall ungefähr ist, wenn die Fehler alle nur zufällige sind.

Tabelle der Ordinaten η für d. Absziss. $\varDelta$, welche in der Einh. d. wahrscheinl. Fehlers gemessen sind.		**Tabelle** der Wahrscheinlichk. W, dass positive oder negative Fehler die Grenze $\varDelta$ nicht überschreiten. W ist in der Einh. des wahrscheinl. Fehlers gemessen.								
$\varDelta$	η	$\varDelta$	W	Differ.	$\varDelta$	W	Differ.	$\varDelta$	W	Differ.
0,0 r	1,000 η_0	0,0	0,000		1,5	0,688		3,0	0,957	
0,5 „	0,945 „	1	054	0,054	6	719	0,031 .	1	963	
1,0 „	0,797 „	2	107	054	7	748	029	2	969	0,025
1,5 „	0,599 „	3	160	053	8	795	027	3	974	
2,0 „	0,403 „	4	213	052	9	800	025	4	978	
2,5 „	0,241 „	0,5	264	051	2,0	823	023	3,5	982	
3,0 „	0,128 „	6	314	050	1	843	021	6	985	
3,5 „	0,061 „	7	363	049	2	862	019	7	987	0,011
4,0 „	0,026 „	8	411	047	3	879	017	8	990	
4,5 „	0,010 „	9	456	046	4	895	015	9	991	
5,0 „	0,003 „	1,0	500	044	2,5	908	014	4,0	993	
5,5 „	0,001 „	1	542	042	6	921	012	2	995	
		2	582	040	7	931	011	4	997	0,006
		3	619	038	8	941	010	6	998	
		4	655	035	9	950	008	8	999	
		1,5	688	033	3,0	957	007	5,0	999	

b. Bestimmung der wahrscheinlichsten Werthe unbekannter Grössen aus gegebenen Beobachtungen.

Eine Grösse F sei dargestellt als Funktion einer Anzahl von Konstanten $a, b, c \ldots$ und von unabhängigen Veränderlichen $x, y, z \ldots$ Die analyt. Form der Funktion F sei als gegeben voraus gesetzt. Man kenne durch Beobachtung eine Anzahl von Werthen für F, welche gegebenen Werthen von $x, y, z \ldots$ entsprechen. Es sind die Werthe der Konstanten $a, b, c \ldots$ zu bestimmen, unter der Voraussetzung, dass die Anzahl der Beobachtungen, also auch der Bedingungs-Gleichungen grösser ist, als die Anzahl der Unbekannten.

Ist die Anzahl der unbekannten Konstanten $= n$, diejenige der Gleichungen $= m$ und $m > n$, so kann man je n Gleichungen zur Bestimmung der Unbekannten verbinden. Aber man erhält, weil die beobachteten Werthe von F mit unvermeidlichen Beobachtungs-Fehlern behaftet sind, je nach der Wahl der zu verbindenden Gleichungen andere Werthe der Konstanten.

Die Aufgabe geht nun dahin: diejenige Komplexion von Werthen der Konstanten zu bestimmen, welche für die gegebenen Beobachtungs-Werthe von F die wahrscheinlichste ist.

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Fehler $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3 \ldots\ldots \Delta_n$ zusammen treffen,

ist: $$\omega_1\,\omega_2\,\omega_3\ldots\ldots\omega_n = \left(\frac{h\,d\,\Delta}{\sqrt{\pi}}\right)^n e^{-(h_1^2\Delta_1^2 + h_2^2\Delta_2^2 + \ldots\ldots h_n^2\Delta_n^2)}.$$

Diejenige Komplexion von Konstanten ist hiernach also die wahrscheinlichste, für welche: $\Sigma\,(h^2\Delta^2)$ ein Minimum wird.

Man denke sich unter h eine Zahl von der Beschaffenheit, dass $\frac{h_1^2}{h^2}, \frac{h_2^2}{h^2}, \frac{h_3^2}{h^2}, \ldots$ ganze Zahlen werden, welche der Reihe nach mit $g_1, g_2, g_3 \ldots$ bezeichnet werden. Dann gilt die Bedingung:

Wenn die Präzisionen ungleich sind: $\Sigma\,(g\Delta^2)$ ein Minimum.

Wenn die Präzisionen gleich sind: $\Sigma\,(\Delta^2)$ ein Minimum.

Der 1. Fall wird also auf den 2. einfachern zurück geführt, da man die einzelnen Werthe von Δ so oft in die Summen-Ausdrücke einzuführen hat, als die zugehörigen Koeffizienten g anzeigen. Diese heissen die Gewichte der Beobachtungen.

α. Lineäre Funktionen.

Die Funktion sei lineär in Bezug auf die zu berechnenden Konstanten, die allgem. Form also: $F = ax + by + cz + \ldots$

Die beobachteten Werthe $F_1, F_2, F_3 \ldots$ sind mit den Fehlern $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3 \ldots$ behaftet; die Gleichgn. für die Fehler lauten daher:

$$\left.\begin{aligned}\Delta_1 &= -F_1 + ax_1 + by_1 + cz_1 + \ldots\\ \Delta_2 &= -F_2 + ax_2 + by_2 + cz_2 + \ldots\\ \Delta_3 &= -F_3 + ax_3 + by_3 + cz_3 + \ldots\end{aligned}\right\}\text{(A)}.$$

Als Ausdruck der Bedingung, dass $\Sigma\,(\Delta^2)$ ein Minimum werden soll, hat man die n Gleichgn.:

$$\frac{d\Sigma\,(g\,\Delta^2)}{da} = 0,\quad \frac{d\Sigma\,(g\,\Delta^2)}{db} = 0,\quad \frac{d\Sigma\,(g\,\Delta^2)}{dc} = 0, \ldots \text{(B)}.$$

Durch Entwicklung der Ausdrücke erhält man sodann die Bedingungs-Gleichungen (Normal-Gleichungen) für die Bestimmung der wahrscheinlichen Werthe der Konstanten, wenn die Beobachtungen ungleiche Präzisionen haben:

$$\left.\begin{aligned}\Sigma\,(gFx) &= a\,\Sigma\,(gxx) + b\,\Sigma\,(gxy) + c\,\Sigma\,(gxz) + \ldots\\ \Sigma\,(gFy) &= a\,\Sigma\,(gyx) + b\,\Sigma\,(gyy) + c\,\Sigma\,(gyz) + \ldots\\ \Sigma\,(gFz) &= a\,\Sigma\,(gzx) + b\,\Sigma\,(gzy) + c\,\Sigma\,(gzz) + \ldots\end{aligned}\right\}\quad\text{(I)}$$

worin z. B.: $\Sigma\,(gyz) = g_1y_1z_1 + g_2y_2z_2 + g_3y_3z_3 + \ldots$

Wenn die Präzisionen gleich sind:

$$\left.\begin{aligned}\Sigma\,(Fx) &= a\,\Sigma\,(xx) + b\,\Sigma\,(xy) + c\,\Sigma\,(xz) + \ldots\\ \Sigma\,(Fy) &= a\,\Sigma\,(yx) + b\,\Sigma\,(yy) + c\,\Sigma\,(yz) + \ldots\\ \Sigma\,(Fz) &= a\,\Sigma\,(zx) + b\,\Sigma\,(zy) + c\,\Sigma\,(zz) + \ldots\end{aligned}\right\}\quad\text{(Ia)}$$

Die Anzahl der Gleichg. ist überein stimmend mit der Anzahl der Konstanten. In diese Gleichg. sind die beobachteten Werthe von $F, x, y, z \ldots$ einzuführen und die Werthe der Konstanten danach zu ermitteln.

Wenn in einer gegebenen Gleichg. für F eine der zu berechnenden Konstanten mit keiner Variabeln verbunden erscheint, ist in allen Bestimmungs-Gleichungen der Werth der betr. Variabeln $= 1$ zu setzen. Also z. B. in einer Gleichg. $F = a + by$ an Stelle von x in der obigen Gleichg. der Werth $x = 1$; sonach ist $\Sigma\,(x^2) = m$, wenn m die Zahl der Beobachtungen ist.

Für die Konstanten erhält man Ausdrücke von der Form:

$$\left.\begin{aligned}a &= A_1\,\Sigma\,(Fx) + B_1\,\Sigma\,(Fy) + C_1\,\Sigma(Fz) + \ldots\\ b &= A_2\,\Sigma\,(Fx) + B_2\,\Sigma\,(Fy) + C_2\,\Sigma\,(Fz) + \ldots\\ c &= A_3\,\Sigma\,(Fx) + B_3\,\Sigma\,(Fy) + C_3\,\Sigma\,(Fz) + \ldots\end{aligned}\right\}\quad\text{(II)}$$

Berechnet man unter Einsetzung der ermittelten wahrscheinlichen Werthe der Konstanten in die Gleichg. für $F = f(x, y, z \ldots)$, die Werthe von F, welche den bei der Beobachtung benutzten Werthen der Variabeln entsprechen, und bezeichnet die

Differenzen der korrespondirenden berechneten und beobachteten Werthe von F mit $\delta_1, \delta_2, \delta_3 \ldots\ldots$ so ist der wahrscheinl. Werth des mittleren Fehlerquadrats: $\varepsilon = \sqrt{\frac{\Sigma(\delta^2)}{m-n}}$; also: $r = 0{,}674\sqrt{\frac{\Sigma(\delta^2)}{m-n}}$, worin m die Anzahl der Beobachtungen, n die Anzahl der Konstanten. Man kann 1 gegen 1 wetten, dass r in den Grenzen liegt: $0{,}674\sqrt{\frac{\Sigma(\delta^2)}{m-n}}\left(1 \pm \frac{\rho}{\sqrt{m}}\right)$.

Die wahrscheinl. Fehler d. berechn. Konstanten sind: $R_a = r\sqrt{A_1}$; $R_b = r\sqrt{B_2}$; $R_c = r\sqrt{C_3} \ldots\ldots$

β. Anwendungen.

1. Ausgleichung direkter Beobachtungen. Die beobachtete Grösse sei von keiner Variabeln abhängig, also ihr analyt. Ausdruck von der Form: $F = a$.

Liegen m Beobachtungen von ungleicher Präzision vor, so ist: $a = \frac{\Sigma(Fh^2)}{\Sigma(h^2)} = \frac{\Sigma(Fg)}{\Sigma(g)}$

Liegen m Beobachtungen von gleicher Präzision vor, so ist: $a = \frac{\Sigma(F)}{m}$

Bei Beobachtungen gleicher Güte einer von keiner Variabeln abhängigen Grösse ist also das arithmetische Mittel der wahrscheinliche Werth der Grösse.

Wahrscheinlicher Beobachtungs-Fehler: $r = 0{,}67449\sqrt{\frac{\Sigma(\delta^2)}{m-1}}$

Wahrscheinlicher Fehler des arithmetischen Mittels: $R_a = \frac{r}{\sqrt{m}}$

Beispiel: Eine 3 Mal wiederholte Winkelmessung hat die Werthe ergeben:

	δ	δ^2
51° 27′ 11,″7	0,667	0,444889
51° 27′ 11,″4	0,367	0,134689
51° 27′ 10,′ 0	1,033	1,067089
$\Sigma(F) = 154°\ 21'\ 33{,}1''$	$\Sigma(\delta^2) = 1{,}646667$	
$a = 51°\ 27'\ 11{,}''033$	$r = 0{,}615$; $R_a = 0{,}355$	

Die wahrscheinl. Grenzen von R_a sind: $0{,}355\left(1 \pm \frac{0{,}477}{\sqrt{3}}\right) = 0{,}631$ und $0{,}079$. Man kann also 1 gegen 1 wetten, dass der wahre Werth von a zwischen 51° 27′ 10,″40 und 51° 27′ 11,″66 liegt.

2. Die analyt. Form der beobachteten Grösse sei: $F = ax$.

Man erhält aus $\Sigma(Fx) = a\Sigma(x^2)$ die wahrscheinlichen Werthe der Konstante: $a = \frac{\Sigma(Fx)}{\Sigma(x^2)}$

Wahrscheinlicher Fehler der Beobachtung: $r = 0{,}674\sqrt{\frac{\Sigma(\Delta^2)}{m-1}}$

Wahrscheinlicher Fehler der berechneten Konstanten: $R_a = \frac{r}{\sqrt{\Sigma(x^2)}}$

3. Die Form der beobachteten Grösse ist: $F = a + by$.

Die Beding.-Gleich. sind: $\Sigma(F) = am + b\Sigma(y)$; $\Sigma(Fy) = a\Sigma(y) + b\Sigma(y^2)$.

Die wahrscheinlichen Werthe der Konstanten sind:

$$a = \frac{\Sigma(y^2)\,\Sigma(F) - \Sigma(y)\,\Sigma(Fy)}{m\,\Sigma(y^2) - [\Sigma(y)]^2}; \quad b = \frac{m\,\Sigma(Fy) - \Sigma(y)\,\Sigma(F)}{m\,\Sigma(y^2) - [\Sigma(y)]^2}$$

Der wahrscheinliche Fehler der Beobachtung ist: $r = 0{,}674\sqrt{\frac{\Sigma(\delta^2)}{m-2}}$

Die wahrscheinlichen Fehler der berechneten Konstanten sind:

$$R_a = r\sqrt{\frac{\Sigma y^2}{m\,\Sigma y^2 - [\Sigma(y)]^2}}; \quad R_b = r\sqrt{\frac{m}{m\,\Sigma y^2 - [\Sigma(y)]^2}}$$

Beispiel: Für eine gerade Linie seien für 5 Abszissenwerthe y die zugehörigen Ordinatenwerthe F gemessen, wie folgt:

$y =$	0	1	4	10	15
$F =$	31	36	49	81	104

Schema für die Berechnung:

y	F	Fy	y^2
0	30,72	0,00	0
1	35,70	35,70	1
4	50,30	201,20	16
10	80,00	800,00	100
15	104,49	1566,00	225
$\Sigma(y)=30$	301,12	2602,00	342

Unter Berücksichtigung, dass $m=5$, erhält man:

$$a=\frac{342 \,.\, 301{,}12-30 \,.\, 2602}{5 \,.\, 342-30 \,.\, 30}=30{,}7692$$

$$b=\frac{5 \,.\, 2602{,}90-30 \,.\, 301{,}12}{5 \,.\, 342-30 \,.\, 30}=4{,}9147$$

Zur Bestimmung der wahrscheinlichen Fehler und der Grenzen der Genauigkeit sind die Werthe von F nach der Gleichg. $F=a+by$ zu berechnen, welche den wahrscheinlichen Werthen der Konstanten entsprechen. Die weitere Rechnung erhält folgendes Schema:

Werthe von F beob.	berechnet	δ	δ^2
30,72	30,7692	0,0492	0,00242064
35,70	35,6839	0,0161	0,00025921
50,30	50,4289	0,1289	0,01661521
80,00	79,9162	0,0838	0,00702244
104,40	104,4897	0,0897	0,00804609
		δ^2	0,03436359

$$r=0{,}674\sqrt{\frac{0{,}03436359}{3}}=0{,}072$$

$$R_a=0{,}072\sqrt{\frac{342}{810}}=0{,}047$$

$$R_b=0{,}072\sqrt{\frac{5}{810}}=0{,}005$$

γ. Wahrscheinliche Fehler abhängiger Grössen.

1. Allgemeine Lösung. Ist f eine Funktion der von einander unabhängigen Grössen $a, b, c \ldots$, für welche die wahrscheinlichen Werthe und die wahrscheinlichen Fehler dieser Werthe r_a, r_b, r_c ... ermittelt sind, so bestimmt man den wahrscheinlichen Fehler R_f des durch Einsetzung der wahrscheinlichen Werthe von $a, b, c \ldots$ berechneten Werthes von f aus der Gleichg.:

$$(R_f)^2=\left(\frac{\partial f}{\partial a}\right)^2(r_a)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial b}\right)^2(r_b)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial c}\right)^2(r_c)^2+\ldots$$

2. Wahrscheinlicher Fehler einer Summe.

$$f=a+b+c+\ldots;\ \frac{\partial f}{\partial a}=1;\ \frac{\partial f}{\partial b}=1;\ \frac{\partial f}{\partial c}=1\ldots;\ R_f=\sqrt{(r_a)^2+(r_b)^2+(r_c)^2+\ldots}$$

3. Wahrscheinlicher Fehler eines Produkts:

$$f=a.b.c\ldots;\ \frac{\partial f}{\partial a}=b\,c\ldots;\ \frac{\partial f}{\partial b}=a\,c\ldots;\ \frac{\partial f}{\partial c}=a\,b\ldots;$$

$$R_f=\sqrt{(r_a)^2 b^2 c^2\ldots+(r_b)^2 a^2 c^2\ldots+(r_c)^2 a^2 b^2\ldots+\ldots}$$

Beispiel. Zur Berechnung einer rechteckigen Fläche sind die Seitenlängen a und b, jede wiederholt gemessen; man erhielt: $a=530{,}74$; $r_a=0{,}3036$; $b=27{,}027$, $r_b=0{,}0839$

$$f=ab=14344{,}7;\ R_f=\sqrt{(0{,}3036)^2(27{,}027)^2+(0{,}0839)^2(530{,}74)^2}=45{,}27.$$

4. $f=\frac{1}{a}$; $R_f=\frac{1}{a^2}(r_a)$, 5. $f=a^n$; $R_f=n\,a^{n-1}(r^a)$

6. $f=a^{\frac{1}{n}}$; $R_f=\frac{1}{n}a^{\frac{n-1}{n}}(r_a)$.

δ. Nicht lineäre Gleichungen.

Sind die für F gegebenen n Gleichg. nicht lineär in Bezug auf die m Konstanten $a, b, c \ldots$, so fasse man von den Gleichgn. m beliebige zusammen und bestimme hieraus m Näherungswerthe $a_1, b_1, c_1 \ldots$ der Konstanten.

Die wahren Werthe der Konstanten sind dann: $a+\alpha$; $b+\beta$; $c+\gamma$;

Sind $\theta_1, \theta_2, \theta_3 \ldots$ die den Näherungswerthen $a_1, b_1, c_1 \ldots$ entsprechenden Werthe von F; $F_1, F_2, F_3 \ldots$ die beobachteten Werthe von F, so erhält man, wenn F nach dem Taylor'schen Satz unter Vernachlässigung der höhern Potenzen in eine Reihe entwickelt wird, n Gleichungen für Δ:

$$\Delta_1=-F_1+\theta_1+\alpha\frac{d\theta_1}{da_1}+\beta\frac{d\theta_1}{db_1}+\gamma\frac{d\theta_1}{dc_1}+\ldots$$

$$\Delta_2=-F_2+\theta_2+\alpha\frac{d\theta_2}{da_1}+\beta\frac{d\theta_2}{db_1}+\gamma\frac{d\theta_2}{dc_1}+\ldots$$

$$\Delta_3=-F_3+\theta_3+\alpha\frac{d\theta_3}{da_1}+\beta\frac{d\theta_3}{db_1}+\gamma\frac{d\theta_3}{dc_1}+\ldots$$

aus welchen nach der Bedingung: $\Sigma(\Delta^2) = $ Minimum oder:

$$\frac{d\Sigma(\Delta^2)}{d\alpha} = 0;\ \frac{d\Sigma(\Delta^2)}{d\beta} = 0;\ \frac{d\Sigma(\Delta^2)}{d\gamma} = 0\ \ldots\ldots$$

die Korrekturen $\alpha, \beta, \gamma \ldots$ zu berechnen sind.

Die Gleichgn. sind im Bau ganz analog den Gleichgn. sub α (A); man erhält also die erforderl. Bestimmungs-Gleichgn., wenn man in den Normal-Gleichgn. (Ia) für $a, b, c, \ldots\ldots x, \ y, \ z, \ \ldots F$ einsetzt:

$$\alpha, \beta, \gamma, \ldots\ldots \frac{d\theta}{da}, \frac{d\theta}{db}, \frac{d\theta}{dc}, \ldots\ldots F-\theta.$$

Sollten die gefundenen Werthe der Korrekturen $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ so bedeutend ausfallen, dass man die höhern Potenzen nicht glaubt vernachlässigen zu dürfen, so hat man die so erhaltenen Werthe der Konstanten $a_1 + \alpha$; $b_1 + \beta$; $c_1 + \gamma \ldots$ als neue Näherungswerthe anzusehen, mit welchen man die Rechnung wiederholt.

Das vorstehend angegebene Verfahren kann auch dann benutzt werden, wenn die Funktion F lineär in Bezug auf die Konstanten $a, b, c \ldots$ ist. Da nach Feststellung der angenäherten Werthe $a_1, b_1, c_1, \ldots$ die Korrekturen $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ sich im allgemeinen nur noch auf Dezimalstellen beschränken, erreicht man dadurch bei verwickelten Aufgaben eine Erleichterung in der Berechnung.

ε. Ausgleichung von Beobachtungen mit Bedingungs-Gleichungen.

Es seien die r Grössen $x_1, x_2, x_3 \ldots$ direkt beobachtet; die Beobachtung lieferte die Werthe $l_1, l_2, l_3 \ldots$ Für die Grössen $x_1, x_2, x_3 \ldots$ bestehen gewisse Beziehungen, welche durch q lineäre Gleichgn. ausgedrückt sind:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 + \ldots &= 0 \\ \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \ldots &= 0 \\ \gamma_0 + \gamma_1 x_1 + \gamma_2 x_2 + \gamma_3 x_3 + \ldots &= 0 \end{aligned}\right\} \text{(A)}$$

Die beobachteten Werthe $l_1, l_2, l_3 \ldots$ genügen diesen Gleichgn. nicht, sondern liefern die Widersprüche:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_0 + \alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2 + \alpha_3 l_3 + \ldots &= \omega_\alpha \\ \beta_0 + \beta_1 l_1 + \beta_2 l_2 + \beta_3 l_3 + \ldots &= \omega_\beta \\ \gamma_0 + \gamma_1 l_1 + \gamma_2 l_2 + \gamma_3 l_3 + \ldots &= \omega_\gamma \end{aligned}\right\} \text{(B)}$$

An den Beobachtungswerthen sind daher die Verbesserungen $\lambda_1 = x_1 - l_1$, $\lambda_2 = x_2 - l_2$, $\lambda_3 = x_3 - l_3 \ldots$ anzubringen, deren wahrscheinl. Werthe ermittelt werden müssen. Man erhält zunächst durch Verbindung der Gleichgn. (A) und (B) unter Einführung von λ die q neuen Bedingungs-Gleichgn. für die Verbesserungen:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_\alpha &= \omega_\alpha + \alpha_1\lambda_1 + \alpha_2\lambda_2 + \alpha_3\lambda_3 + \ldots = 0 \\ \varphi_\beta &= \omega_\beta + \beta_1\lambda_1 + \beta_2\lambda_2 + \beta_3\lambda_3 + \ldots = 0 \\ \varphi_\gamma &= \omega_\gamma + \gamma_1\lambda_1 + \gamma_2\lambda_2 + \gamma_3\lambda_3 + \ldots = 0 \end{aligned}\right\} \text{(I)}$$

Man gelangt zur Bestimmung der Unbekannten aus der Bedingung:
$\theta = \Sigma(\lambda^2) + 2k_\alpha\varphi_\alpha + 2k_\beta\varphi_\beta + 2k_\gamma\varphi_\gamma + \ldots = $ Minimum, worin die Grössen k neue Unbekannte (Korrelaten), welche bestimmt werden aus: $\frac{\partial\theta}{\partial\gamma_1} = 0;\ \frac{\partial\theta}{\partial\lambda_2} = 0; \ldots$

Man erhält die r Korrelaten-Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} g_1\lambda_1 + \alpha_1 k_\alpha + \beta_1 k_\beta + \gamma_1 k_\gamma + \ldots &= 0 \\ g_2\lambda_2 + \alpha_2 k_\alpha + \beta_2 k_\beta + \gamma_2 k_\gamma + \ldots &= 0 \\ g_3\lambda_3 + \alpha_3 k_\alpha + \beta_3 k_\beta + \gamma_3 k_\gamma + \ldots &= 0 \end{aligned}\right\} \text{(II)}$$

Aus denselben bestimmt man die Werthe λ_1. Durch Einsetzung derselben in die Gleichgn. (I) erhält man die q Normal-Gleichgn.:

$$\left.\begin{aligned} \omega_\alpha &= k_\alpha\Sigma\left(\frac{\alpha^2}{g}\right) - k_\beta\Sigma\left(\frac{\alpha\beta}{g}\right) - k_\gamma\Sigma\left(\frac{\alpha\gamma}{g}\right) - \ldots = 0 \\ \omega_\beta &= k_\alpha\Sigma\left(\frac{\beta\alpha}{g}\right) - k_\beta\Sigma\left(\frac{\beta^2}{g}\right) - k_\gamma\Sigma\left(\frac{\beta\gamma}{g}\right) - \ldots = 0 \\ \omega_\gamma &= k_\alpha\Sigma\left(\frac{\gamma\alpha}{g}\right) - k_\gamma\Sigma\left(\frac{\gamma\beta}{g}\right) - k_\gamma\Sigma\left(\frac{\gamma^2}{g}\right) - \ldots = 0 \end{aligned}\right\} \text{(III)}$$

worin z. B. $\Sigma\left(\frac{\gamma\beta}{g}\right) = \frac{\gamma_1\beta_1}{g_1} + \frac{\gamma_2\beta_2}{g_2} + \frac{\gamma_3\beta_3}{g_3} + \ldots$

Die Auflösung des Systems der q Normal-Gleichungen liefert die q Werthe für k und deren Einsetzung in die Korrelaten-Gleichgn. die r Werthe für λ.

Häufig lautet die Bedingungs-Gleichung für die Verbesserungen:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \ldots . + \omega = 0.$$

Dann erhält man die Werthe für die Verbesserungen: $\lambda_1 = \frac{\omega}{g_1 \Sigma \frac{1}{g}}$; $\lambda_2 = \frac{\omega}{g_2 \Sigma \frac{1}{g}}$; $\lambda_i = \frac{\omega}{g_i \Sigma \frac{1}{g}}$

Beispiel 1. Die 3 Winkel eines Dreiecks sind gemessen zu $a = 30^0\ 55'\ 3''$, $b = 75^0\ 32'\ 58''$, $c = 73^0\ 32'\ 5''$. Die Gewichte der einzelnen Messungen seien gleich zu nehmen. Die Summe liefert sonach: $180^0\ 0'\ 6''$. Man erhält die Bedingungs-Gleichg. für die Verbesserungen:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + 6'' = 0; \text{ sonach: } \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = -2''.$$

Beispiel 2. Ein zum Ausgangspunkt zurück kehrendes Nivellement liefert den Schlussfehler ω, welcher auf die einzelnen Theilstrecken zu vertheilen ist. Man kann die Gewichte der Nivellements der Theilstrecken, wenn nicht besondere Erwägungen in Betracht kommen, den Längen l derselben umgekehrt proportional setzen. Daher das Gewicht $g_i = \frac{\text{Konst.}}{l_i}$ und die Verbesserung: $\lambda = \frac{\omega\, l_i}{\Sigma(l)}$

2. Sind einige der Bedingungs-Gleichungen $f(x_1, x_2, \ldots)$ nicht lineär, so betrachtet man die beobachteten Werthe als Annäherungen und bestimmt die Verbesserungen unter der Voraussetzung, dass nur deren 1. Potenzen zu berücksichtigen sind, indem man setzt: $f(x_1, x_2 \ldots) = f(l_1, l_2 \ldots) + \frac{\partial f(l)}{\partial l_1}\lambda_1 + \frac{\partial f(l)}{\partial l_2}\lambda_2 + \ldots = 0.$
Durch Subtraktion von: $f(l_1, l_2 \ldots) - \omega = 0$ erhält man die in Bezug auf λ lineären

Gleichgn. für die Verbesserungen: $\omega + \frac{\partial f(l)}{\partial l_1}\lambda_1 + \frac{\partial f(l)}{\partial l_2}\lambda_2 + \ldots\ldots = 0,$

wonach die weitere Behandlung analog dem Voraufgehenden wird.

Beispiel: In einem Dreieck hat man für die Seiten x^1, y^1, z^1 und die gegenüber liegenden Winkel u^1, v^1, w^1 durch direkte Beobachtungen von gleichem Gewichte die Grössen x, y, z, u, v, w gefunden. Zwischen den zu bestimmenden Grössen bestehen die Beziehungen:

$$u^1 + v^1 + w^1 - 180^0 = 0; \; x^1 \cos v^1 + y^1 \cos u^1 - z^1 = 0; \; x^1 \cos w^1 + z^1 \cos u^1 - y^1 = 0.$$

Die Beobachtungen enthalten die Widersprüche:

$$u + v + w - 180^0 - \omega_\alpha; \; x \cos v + y \cos u - z = \omega_\beta; \; x \cos w + z \cos u - y = \omega_\gamma.$$

Die zu ermittelnden Verbesserungen seien: $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$. $\mathfrak{u}$, $\mathfrak{v}$, $\mathfrak{w}$.
Man erhält die Bestimmungs-Gleichungen für die Verbesserungen:

$$\begin{array}{llllll}
1. & 2. & 3. & 4. & 5. & 6. \\
 & & & \mathfrak{u} + & \mathfrak{v} + & \mathfrak{w} + \omega_\alpha = 0 \\
\cos v . \mathfrak{x} + & \cos u . \mathfrak{y} - & \mathfrak{z} - & y \sin u . \mathfrak{u} - & x \sin v . \mathfrak{v} & + \omega_\beta = 0 \\
\cos w . \mathfrak{x} - & \mathfrak{y} + & \cos u . \mathfrak{z} - & z \sin u . \mathfrak{u} & & - x \sin w . \mathfrak{w} + \omega_\gamma = 0
\end{array}$$

und die Korrelaten-Gleichungen:

$$\left\{\begin{array}{lllll}
\mathfrak{x} + & & \cos v k_\beta + & \cos w k_\gamma & = 0. \\
\mathfrak{y} + & & \cos u k_\beta - & k_\gamma & = 0. \\
\mathfrak{z} - & & k_\beta + & \cos u k_\gamma & = 0. \\
\mathfrak{u} + & k_\alpha - & y \sin u k_\beta - & z \sin u k_\gamma & = 0. \\
\mathfrak{v} + & k_\alpha - & x \sin v k_\beta & & = 0. \\
\mathfrak{w} + & k_\alpha & & - x \sin w k_\gamma & = 0.
\end{array}\right.$$

Durch Substitution der Werthe für die Verbesserungen in die Fehler-Gleichgn. erhält man 3 lineäre Gleichgn. für die Bestimmung der Korrelaten und nach deren Auflösung und Einsetzung der Werthe für k in die Korrelaten-Gleichgn. aus diesen die Verbesserungen.

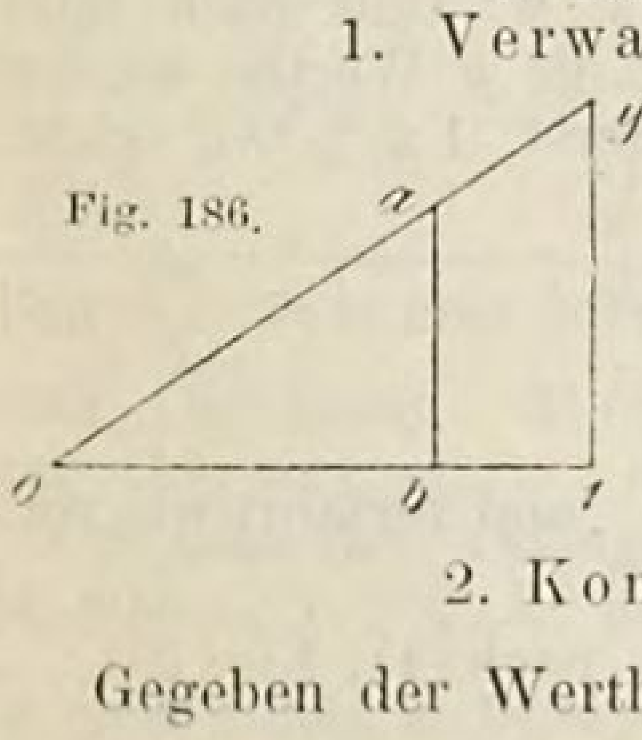
L. Grafisches Rechnen.

Litteratur: v. Ott. Grundzüge des grafischen Rechnens und der grafischen Statik; Prag. — Nehls. Ueber grafische Integration; Hannover 1877, Rümpler.

I. Die einfachen Rechnungs-Operationen.

1. Verwandlungen von Verhältnissen, Fig. 186.

Fig. 186.



Gegeben das Verhältniss $a : b$, welches durch ein anderes N ersetzt werden soll, in letzteren ist N gegeben. Man trage von O aus b als Abszisse, a als Ordin. auf und ziehe die Gerade Oa. Die hierdurch bestimmte zur Abszisse N gehörige Ordin. ist die gesuchte Grösse y, weil $y : N = a : b$. Macht man $N = 1$, so wird das Verhältn. $a : b$ direkt durch die Länge y dargestellt.

2. Konstruktion von reziproken Werthen.

Gegeben der Werth a, zu konstruiren $y = \frac{1}{a}$, Fig. 187. Die Figur liefert die ohne weiteres verständliche Konstruktion; denn es ist: $a : 1 = 1 : y$; $y = \frac{1}{a}$.

3. Addition und Subtraktion von Verhältn., Fig. 188.

Ist die Summe $\frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} - \frac{a_3}{b_3} + \ldots$ zu bilden, so trage man die Verhältn. auf den gemeinschaftl. Nenner $N = 1$. Die konstruirten Strecken $y_1, y_2, y_3 \ldots$ können dann direkt addirt werden. Der Uebersichtlichkeit halber können negative Verhältnisse nach unten abgetragen werden. Die Längen $y_1, y_2 \ldots$ müssen, wie ersichtlich, von O abgemessen, also zum Zwecke der grafischen Addition nach an einander gefügt werden.

Fig. 187.

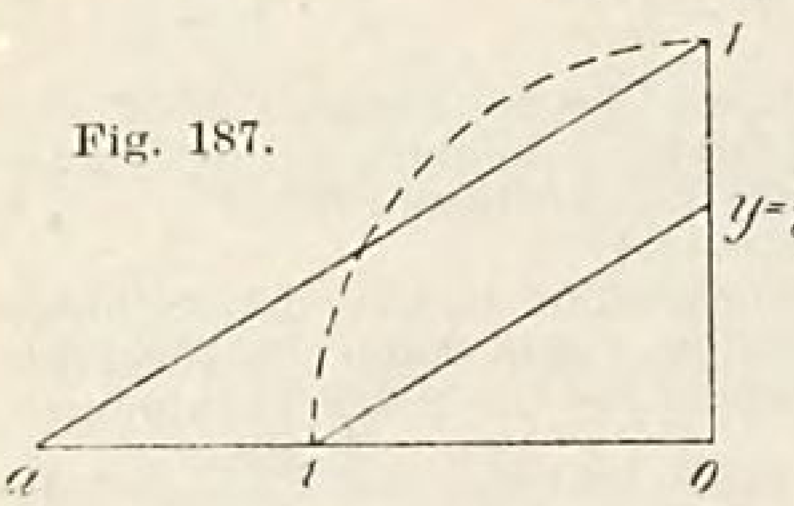


Fig. 188.

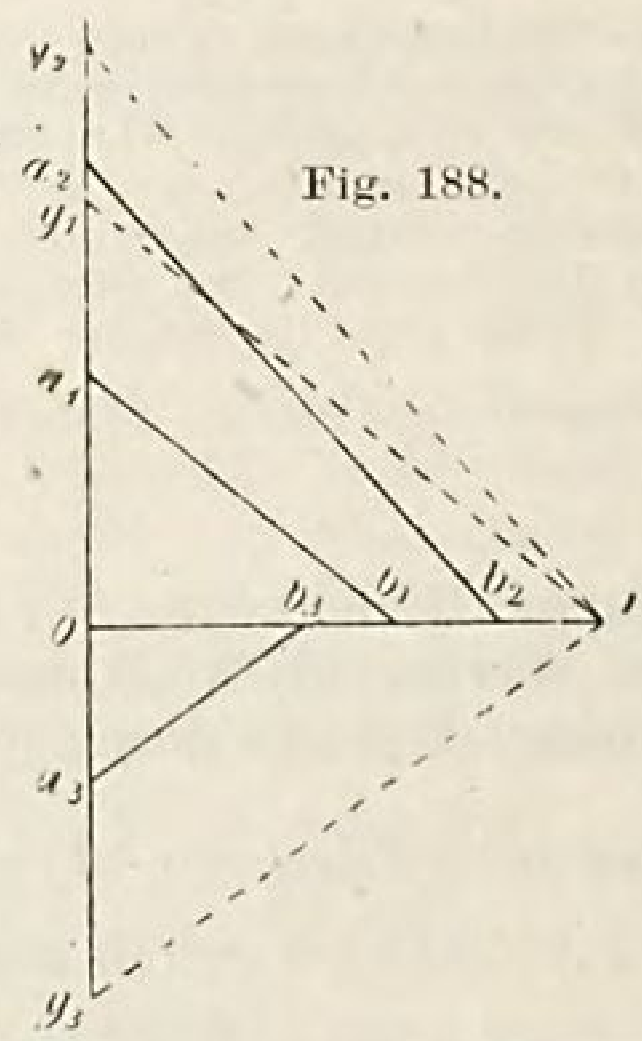
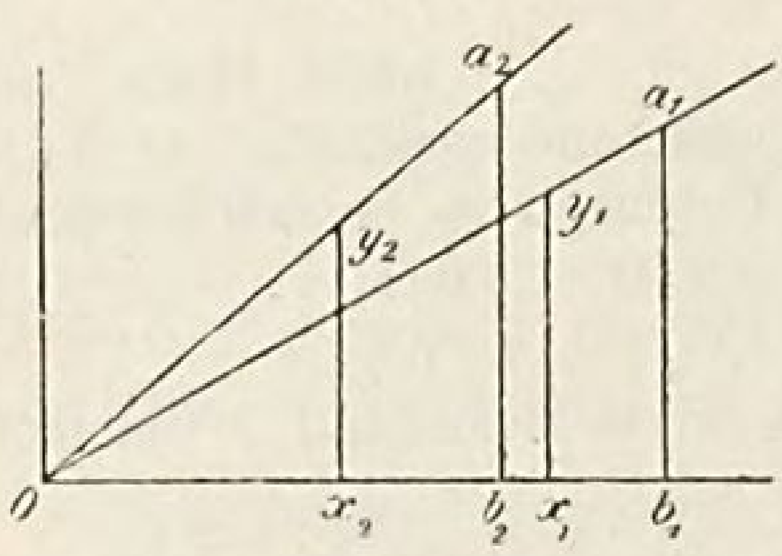


Fig. 189.



4. Multiplikation u. Division von Verhältn., Fig. 189.

Zu konstruiren sei: $\frac{a_1}{b_1} \frac{a_2}{b_2}$

Man konstruire die Verhältnisse $a_1 : b_1$ und $a_2 : b_2$, trage von O die beliebige Abszisse x ab, und konstruire das Verhältn.: $y_1 : x_1 = a_1 : b_1$. Trage dann von O die Abszisse $x_2 = y_1$ ab und konstruire das Verhältn.: $y_2 : x_2 = a_2 : b_2$.

Wegen $x_2 = y_1 = x_1 \frac{a_1}{b_1}$ ist dann $\frac{y_2}{x_2} = \frac{a_1}{b_1} \frac{a_2}{b_2}$. Wird der willkürl. Nenner $x_1 = 1$ gemacht, so liefert die letzte Ordin. y_2 unmittelbar das Resultat der Rechnung.

In gleicher Weise konstruirt man das Produkt aus mehreren Verhältn. $\frac{a_1}{b_1} \frac{a_2}{b_2} \frac{a_3}{b_3} \ldots$, indem man weiter die Abszisse $x_3 = y_2$ absetzt, das Verhältniss $y_3 : x_3 = a_3 : b_3$ konstruirt, $x_2 = y_3$ macht und das Verhältniss $y_4 : x_4 = a_4 : b_4$ konstruirt, u. s. f. Ist $x_1 = 1$, so liefert die letzte Ordin. stets unmittelbar das Resultat der Multiplikation.

Fig. 190 zeigt diese Konstruktion in etwas anderer Anordnung. Die zu multiplizirenden Verhältnisse sind rechts von O aufgetragen, die Länge 1 bezw. die Abszissen $x_2 = y_1$, $x_3 = y_2$ u. s. w. sind nach links abgetragen; die y Werthe werden auf der durch O gelegten y-Axe erhalten, in dem man zuerst $1\,y_1 \parallel Oa_1$ zieht, $Ox_2 = Oy_1$ macht, $x_2 y_2 \parallel Oa_2$ zieht, u. s. f.

Fig. 190.

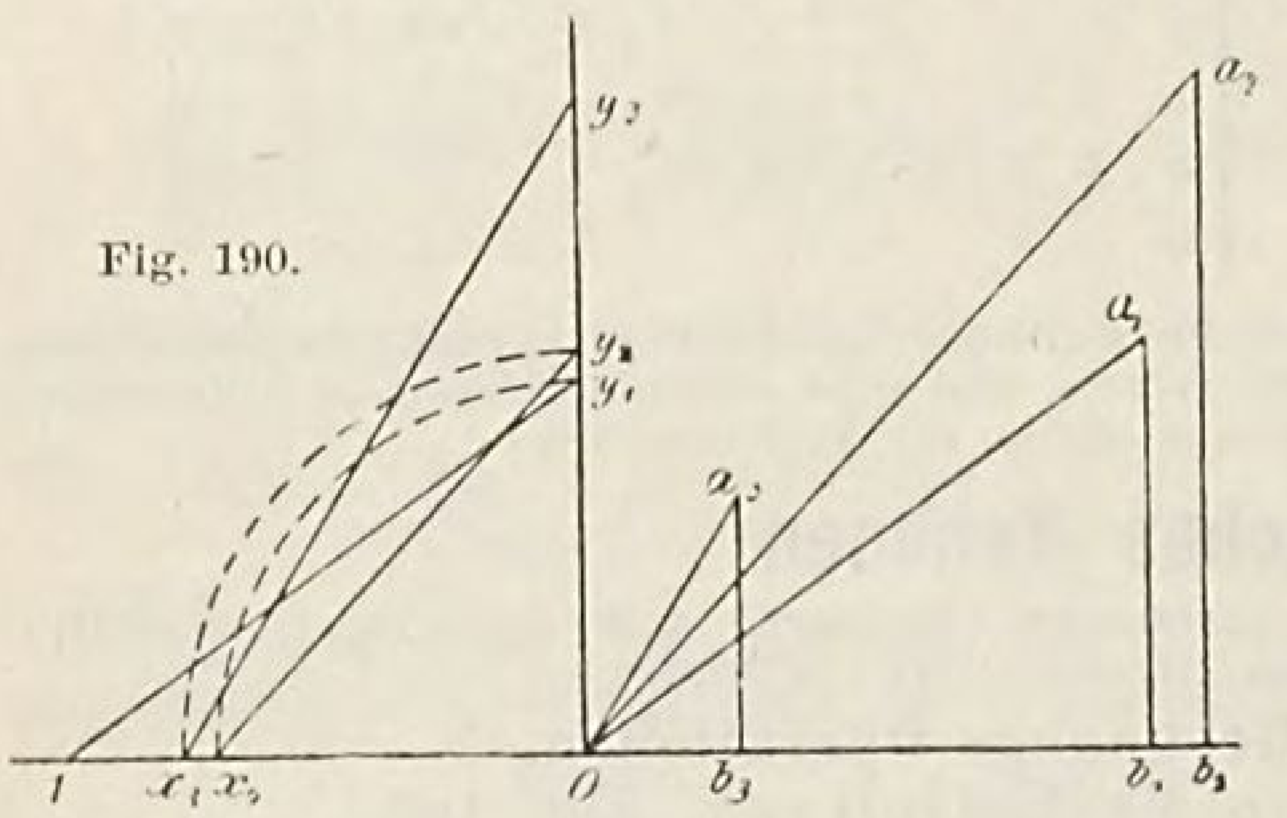
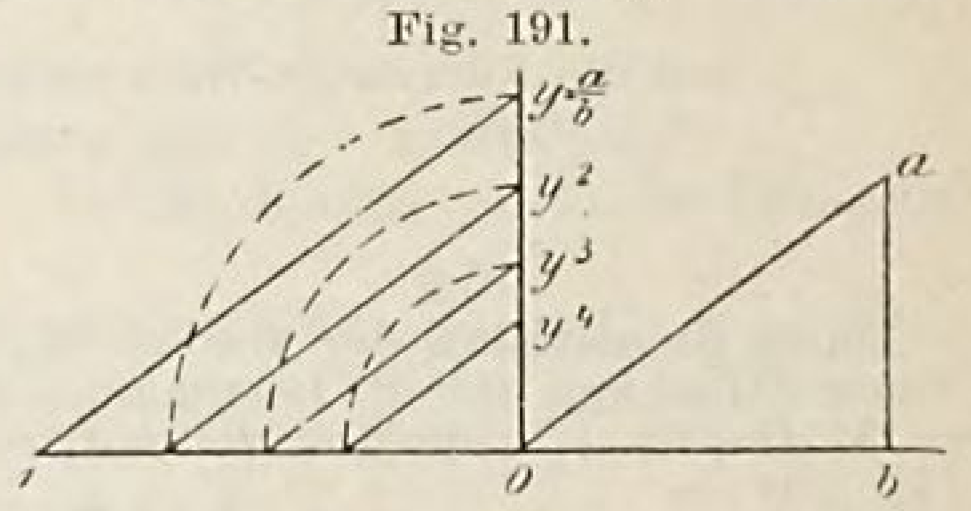


Fig. 191.



Sind in der Reihe der Faktoren ganze Zahlen, so schreibt man $a = \frac{a}{1}$ und verfährt wie vor.

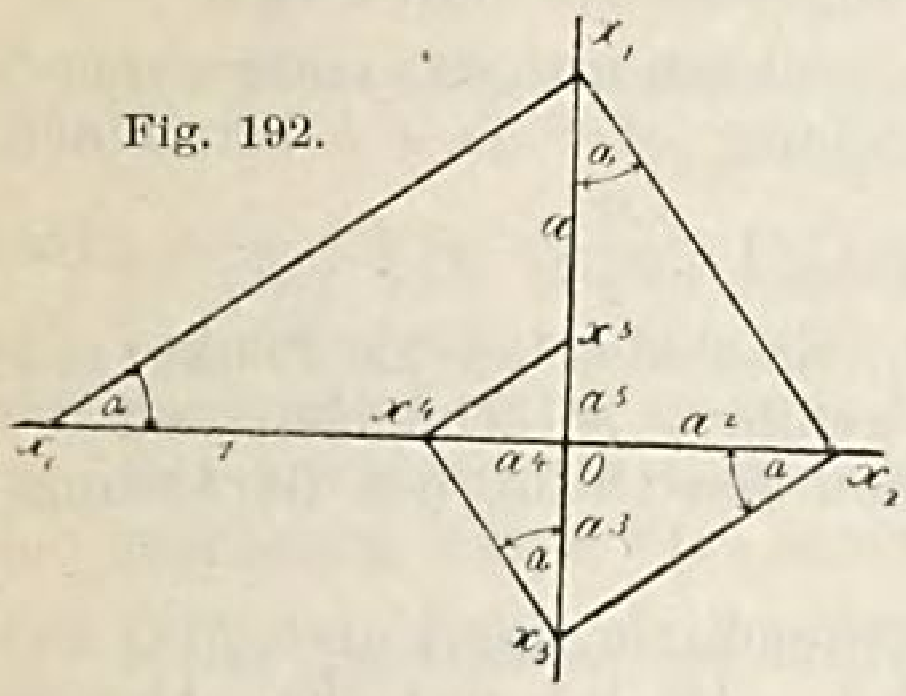
Zur Ausführung der Division schreibe man $\frac{a_1}{b_1} : \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_1}{b_1} \frac{b_2}{a_2}$ und verfährt wie vor.

5. Potenziren. Man konstruirt $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a}{b} \frac{a}{b} \frac{a}{b} \ldots$ nach (4), Fig. 191. —

Ist $\frac{a}{b} > 1$, so wachsen die Ordinaten sehr schnell; um der Zeichnung keine zu

grosse Ausdehnung zu geben, konstruirt man $\left(\frac{b}{a}\right)^n$ und bildet die Reziproke nach 2.

Fig. 192.



Ist a^n zu konstruiren, so verfährt man am bequemsten nach Fig. 192. Man mache $Ox_0 = 1$, $Ox_1 = a$, ziehe $x_1 x_2 \perp x_0 x_1$, dann ist $Ox_2 = a^2$, weil $1 : a = a : Ox_2$.

Zieht man weiter $x_2 x_3 \perp x_1 x_2$, so ist $Ox_3 = a^3$, zieht man $x_3 x_4 \perp x_2 x_3$, so ist $Ox_4 = a^4$ u. s. f., weil $Ox_3 : a^2 = a^2 : a$; $Ox_3 = a^3$; $Ox_4 : a^3 = a^3 : a^2$; $Ox_4 = a^4$ u. s. f.

Auch in diesem Falle ist es oft, um keine zu grosse Ausdehnung der Zeichnung zu erhalten, zweckmässig, $\left(\frac{1}{a}\right)^n$ zu konstruiren, und zum Schluss die Reziproke a^n zu bilden. Eine entsprechende Anordnung der Zeichnung zeigt Fig. 193.

Fig. 193.

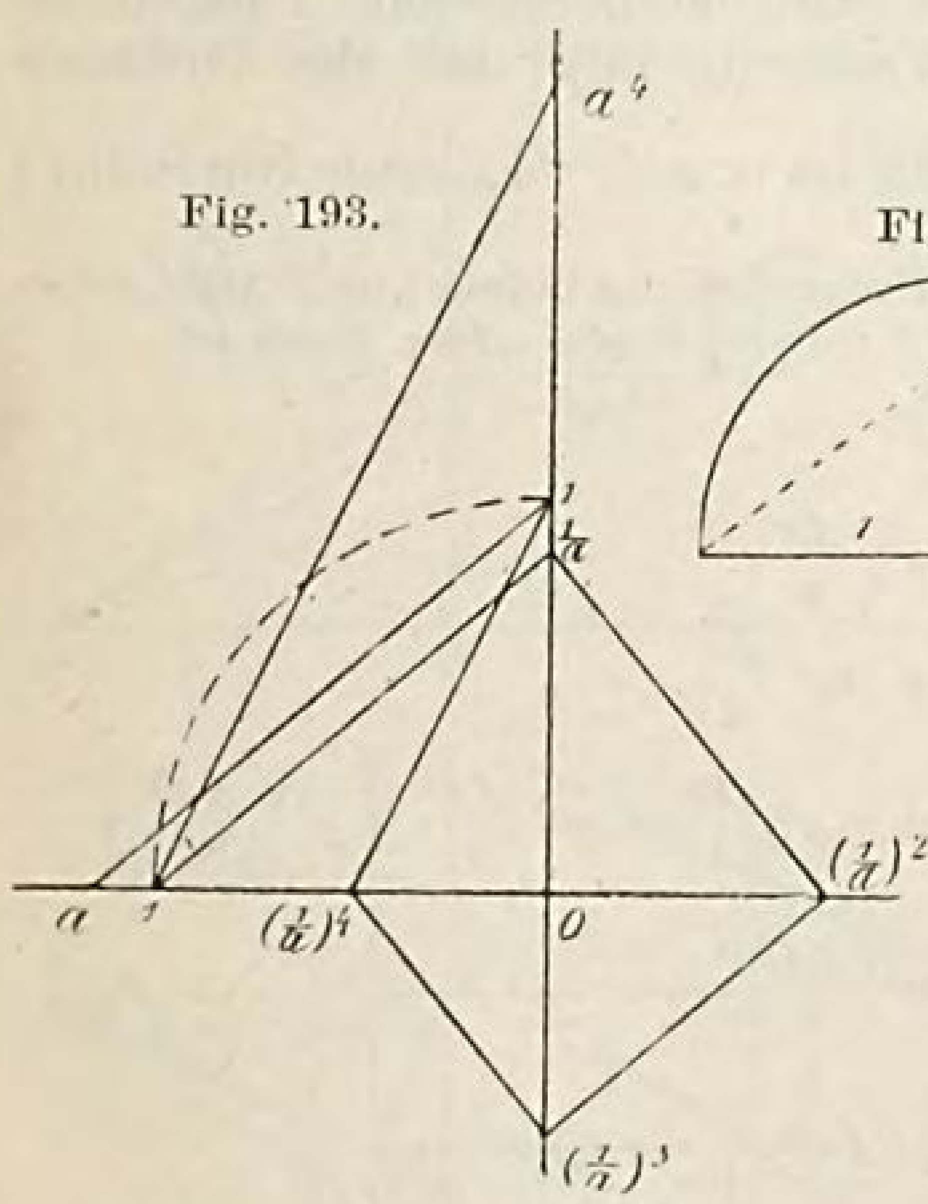
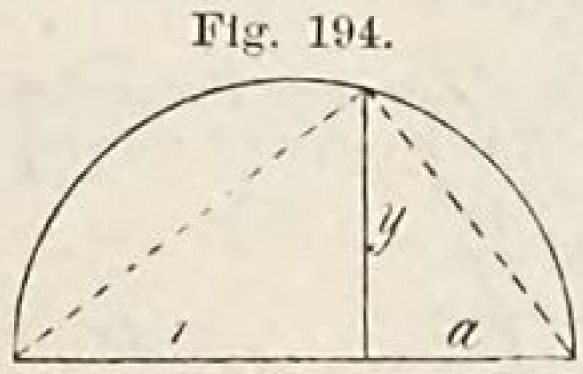


Fig. 194.

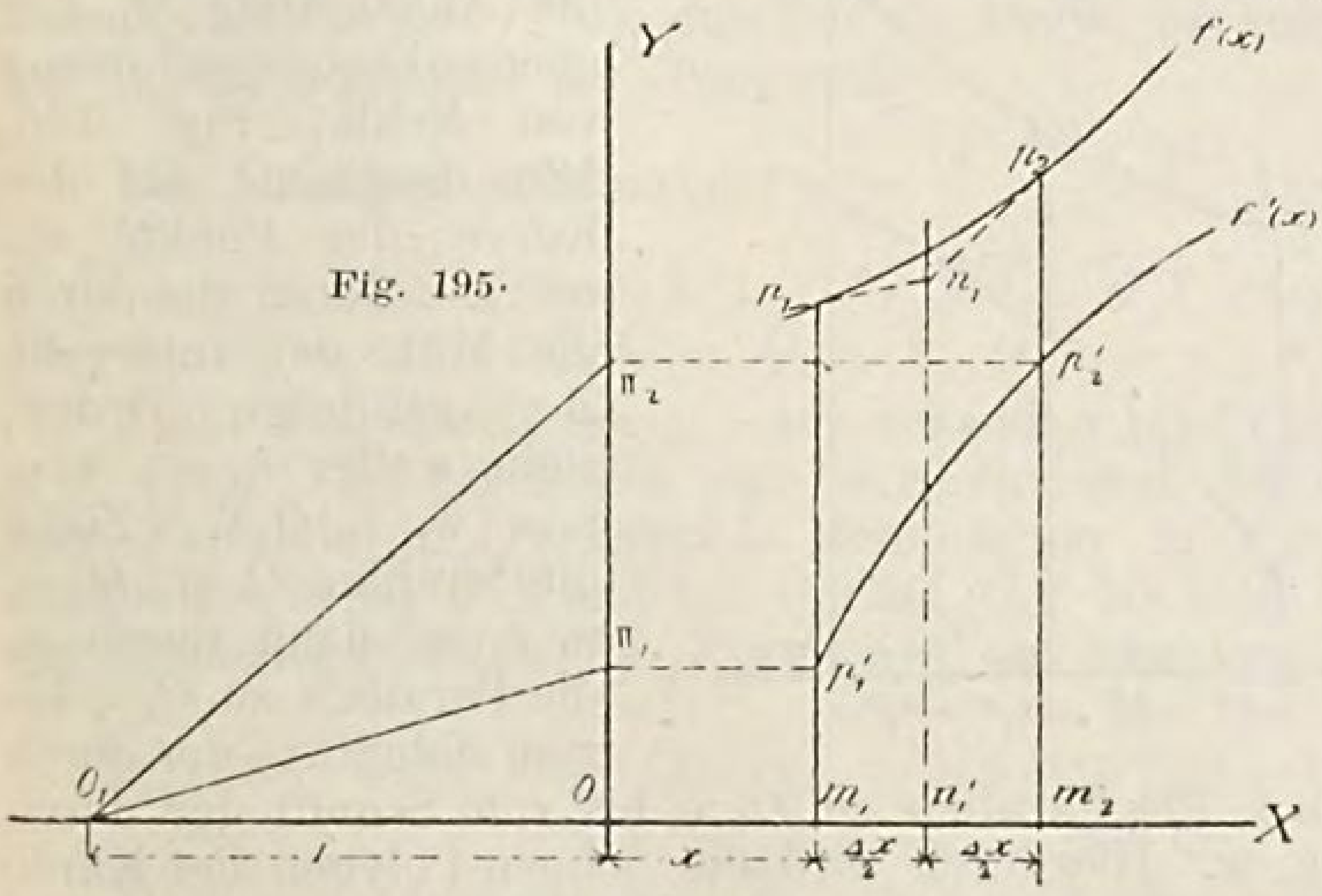


6. Ausziehen der Quadratwurzel. Um $y = \sqrt{a}$ zu erhalten, konstruire man $1 : y = y : a$; etwa nach Fig. 194. In analoger Weise erhält man $y = \sqrt{ab}$, in dem man konstruirt: $a : y = y : b$. Den Werth $h = \sqrt{a^2 + b^2}$ erhält man in der Hypothenuse eines rechtwinkligen Dreiecks mit den Katheten a und b, den Werth $\sqrt{a^2 - b^2}$ durch die 2. Kathete eines rechtwinkl. Dreiecks mit der Hypothenuse a und einer Kathete b. Sind $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ und $\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$ zu bilden, so konstruire man zunächst $h^2 = a^2 + b^2$, darauf $y = \sqrt{h^2 \pm c^2}$.

II. Grafische Integration.

1. Fig. 195. Gegeben sei die Kurve $f'(x) = \frac{dy}{dx}$; es kann die Kurve $f(x)$ folgendermaassen näherungsweise konstruirt werden. Es sei bestimmt, dass die Kurve $f(x)$ durch den Punkt p_1 gehen soll; durch diese Bestimmung ist die Integrations-Konstante gegeben und die Konstruktion hat von dem Punkte p_1 auszugehen.

Fig. 195.



Man bestimme die Abszisse $Om_1 = x$ zu p' und trage von hier die Längen Δx weiter auf der Abszissen-Axe ab, führe durch die Endpunkte der Δx sowie auch durch deren Halbirungs-Punkte Ordinaten. Man trage ferner von O auf der X-Axe nach links die Länge $OO_1 = 1$ ab.

Von dem der Anfangs-Abszisse x entsprechenden Punkte p_1' der Kurve $f'(x)$ ziehe man $p_1' \pi_1 \parallel O_1 X$; der Strahl $O_1 \pi_1$ liefert dann die Tangenten-Richtung in p_1; denn es ist: $\tan \pi_1 O_1 O = \frac{dy}{dx}$, und die durch $p_1 \parallel O_1 \pi_1$ gezogene Gerade ist eine Tangente der Kurve $f(x)$.

In analoger Weise ist für jeden weitern durch die beliebige Abszisse x bestimmten Punkt die Tangenten-Richtung zu konstruiren, es handelt sich nur darum, noch die Punkte zu ermitteln, durch welche die Tangenten zu führen sind.

Macht man die Intervalle Δx hinreichend klein, so kann man das entsprechende Stück der Kurven $f'(x)$ als gerade Linie der Gleichung $y' = ax + b$ betrachten; diesem Verlauf von $f'(x)$ entspricht die Kurve $y = f(x) = \frac{a}{2} x^2 + bx + c$. Dies ist eine Parabel, deren Hauptaxe || der Y-Axe liegt. Sind aber an die Punkte $p_1 p_2$ einer solchen Parabel die Tangenten $p_1 n_1$, $p_2 n_1$ geführt, so schneiden sich dieselben auf der Ordin., welche in der Mitte zwischen den Ordin. der Berührungs-Punkte liegt.

Hiernach kann vom Punkte p_1 weiter fortschreitend ein die Kurve $f(x)$ umschliessendes Tangenten-Polygon konstruirt werden. Ist p_2' der der Abszisse $x + \Delta x$ entsprechende Punkt von $f'(x)$, so ist $O_1 \pi$. die entsprechende Tangenten-Richtung, zu der || durch den Schnittpunkt n_1 der Tangente in p_1 mit der Ordinate zu $x + \frac{\Delta x}{2}$, die 2. Tangente der Kurve $f(x)$ zu ziehen ist u. s. f. (Lösung von Solin.)

Die Genauigkeit der Konstruktion wird durch folgende Untersuchung beleuchtet. Man setze $n'_1 n_1 - m_1 p_1 = \delta_1$; $m_2 p_2 - n'_1 n_1 = \delta_2$; $\delta_1 + \delta_2 = \Delta y$; $m_1 p'_1 = y'$; $m_1 p'_2 = y' + \Delta y'$; dann ist

$$\delta_1 : \frac{\Delta x}{2} = \pi_1 0 : 1 = y' : 1 \cdot \delta_1 = y' \frac{\Delta x}{2};$$

$$\delta_2 : \frac{\Delta x}{2} = \pi_2 0 : 1 = y' + \Delta y' : 1; \ \delta_2 = (y' + \Delta y') \frac{\Delta x}{2}.$$

$$\overline{\Delta y} = \delta_1 + \delta_2 = \frac{\Delta x}{2} (2 y' + \Delta y') = y' \Delta x + \Delta y' \frac{\Delta x}{2}.$$

Nach der Taylorschen Reihe ist: $\Delta' y = f'(x + \Delta x) - f'(x) = y'' \frac{\Delta x}{1!} + y''' \frac{\Delta x^2}{2!} + y^{\text{IV}} \frac{\Delta x^3}{3!} + \ldots$
Durch Einsetzung in den obigen Werth Δy erhält man:

$$\Delta y = y' \frac{\Delta x}{1!} + y'' \frac{(\Delta x)^2}{2!} + y''' \frac{(\Delta x)^3}{2 . 2!} + y^{\text{IV}} \frac{(\Delta x)^4}{2 . 3!} + \ldots.$$

Der genaue Werth Δy ist:

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x) = y' \frac{\Delta x}{1!} + y'' \frac{(\Delta x)^2}{2!} + y''' \frac{(\Delta x)^3}{3!} + y^{\text{IV}} \frac{(\Delta x)^4}{4!} + \ldots.$$

Die Differenz beträgt: $\Delta y - \Delta y = -\left(\frac{1}{2} y''' \frac{(\Delta x)^3}{3!} + y^{\text{IV}} \frac{(\Delta x)^4}{4!} + \ldots\right)$

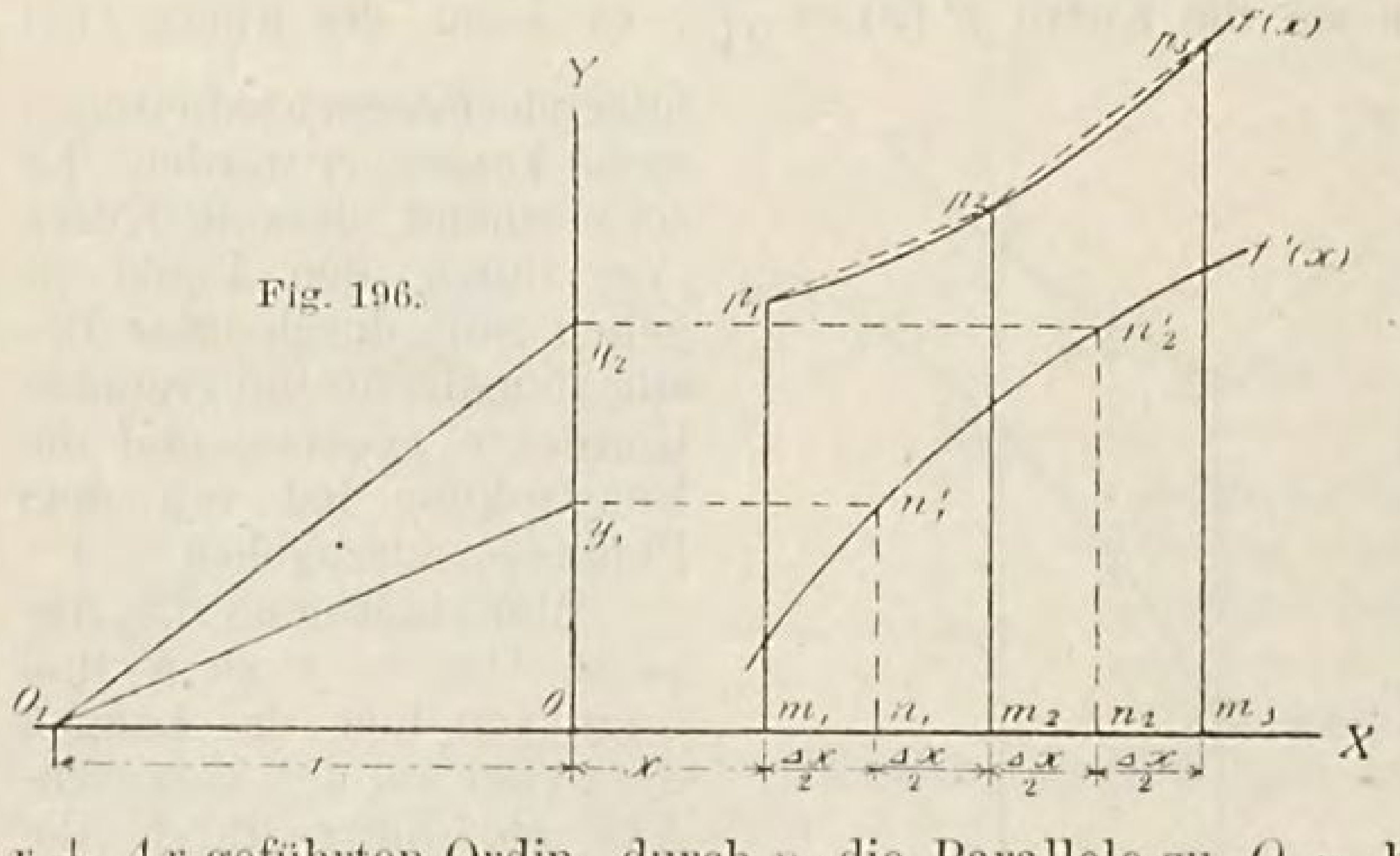


Fig. 196.

2. Etwas grösser ist die Annäherung in der eben so bequemen Lösung von Nehls, Fig. 196. Man bestimme auf der Kurve die Punkte n_1, n_2 . . . durch die durch die Mitte der Intervalle Δx geführten Ordin., ziehe weiter $n_1 \nu_1$, $n_2 \nu_2$ u. s. w. || OX. Ziehe die Strahlen $O_1 \nu_1$, $O_2 \nu_2$, u. s. w. dann durch p_1 die Parallele zu $O_1 \nu_1$ bis zum Schnitt p_2 der durch $x + \Delta x$ geführten Ordin., durch p_2 die Parallele zu $O_1 \nu_2$ bis zum Schnitt der durch $x + 2\Delta x$ geführten Ordin. u. s. w. Hierdurch wird ein Sehnen-Polygon der Kurve $f(x)$ erhalten.

Nennt man Δy die konstruirte Grösse $m_1 p_1 - m_2 p_2$,
so ist: $\Delta y : \Delta x = \nu_1 0 : 1 = n_1 : n'_1$; $\Delta y = \Delta x . n_1 n_1'$. Nach dem Taylorschen Lehrsatze ist:

$$n_1 n'_1 = f^1\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right) = y' + y'' \frac{\Delta x}{2 . 1!} + y''' \frac{(\Delta x)^2}{2^2 . 2!} + y^{\text{IV}} \frac{(\Delta x)^3}{2^3 . 3!} + \ldots.$$

$$\text{also: } (\Delta y) = \Delta x . f^1\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right) = y' \Delta x + y'' \frac{(\Delta x)^2}{2 . 1!} + y''' \frac{(\Delta x)^3}{2^2 . 2!} + y^{\text{IV}} \frac{(\Delta x)^4}{2^3 . 3!} + \ldots,$$

Der genaue Werth Δy ist aber:

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x) = y' \Delta x + y'' \frac{(\Delta x)^2}{1.2} + y''' \frac{(\Delta x)^3}{2.3} + y^{IV} \frac{(\Delta x)^4}{2.3.4} + \ldots.$$

Die Differenz des konstruirten gegen den exakten Werth ist:

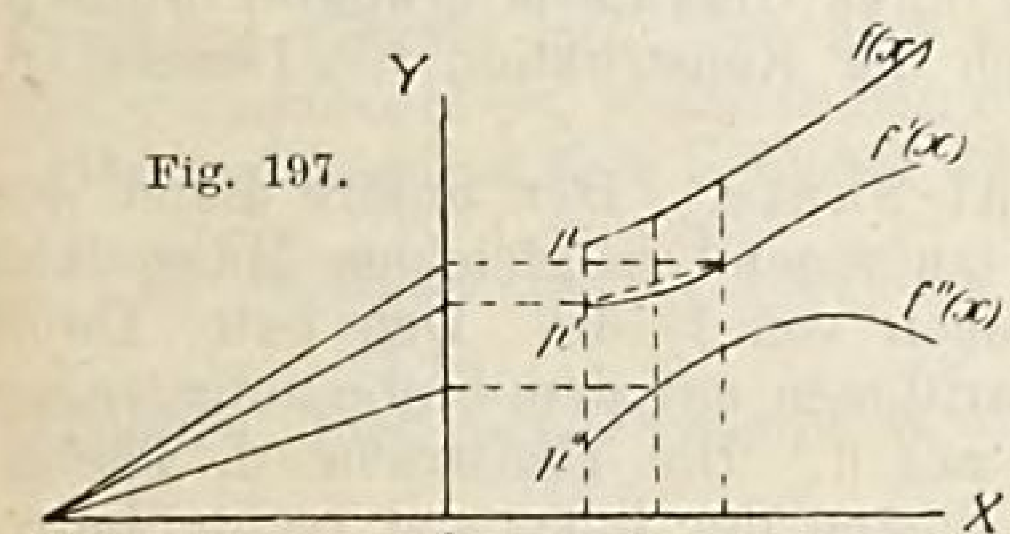
$$\Delta y - \overline{\Delta y} = \tfrac{1}{4} y''' \frac{\Delta x^3}{3!} + \tfrac{1}{2} y^{IV} \frac{\Delta x^4}{4!} + \ldots.$$

Es mag noch hervor gehoben werden, was auch aus der ganzen Erörterung sich ergiebt, dass das Intervall Δx nicht für die ganze Konstruktion gleich gross zu sein braucht, sondern nach Bedarf geändert werden kann.

Das Verfahren ist auch leicht umkehrbar, d. h. die Konstruktion von $f'(x)$ zu der gegebenen Kurve $f(x)$ auszuführen.

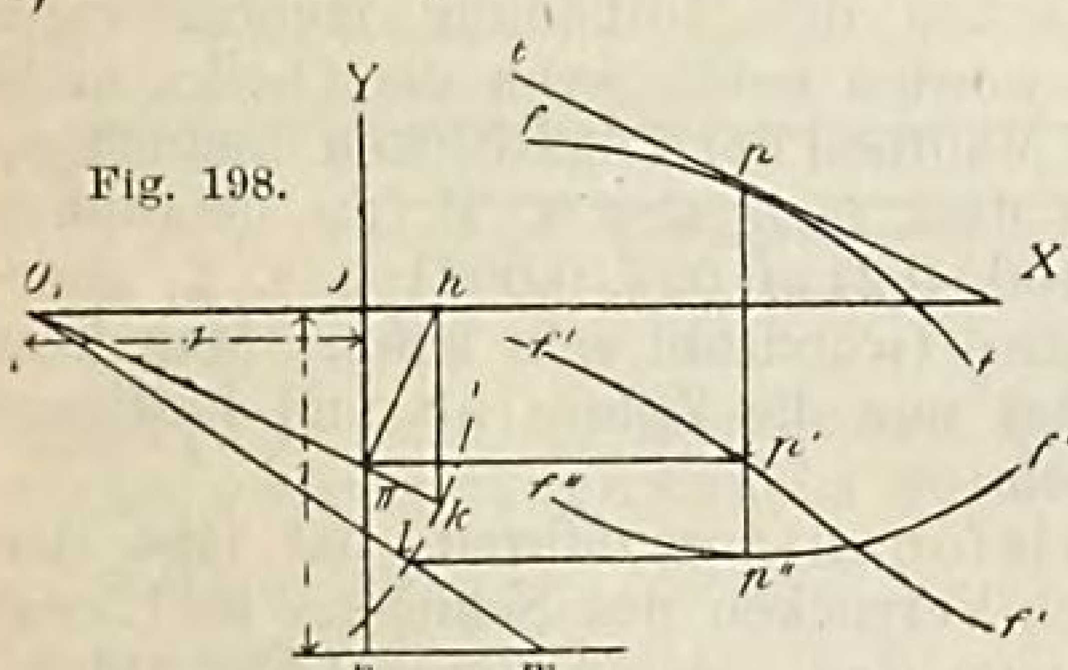
3. Ist die Gleich. des 2. Differential-Quotienten $\frac{d_2 y}{d x^2} = f''(x)$ sowie die Konstante für $f'(x)$ und $f(x)$ gegeben, so lässt sich auf ganz analoge Art zu der Kurve $f''(x)$ die Kurve $f'(x)$ und zu letzterer die Kurve $f(x)$ herstellen. Um die direkt durch Konstruktion gewonnenen Punkte benutzen zu können, ist es bequem die Kurve $f'(x)$ nach dem Nehls'schen, die Kurve $f(x)$ nach dem Solin'schen Verfahren zu konstruiren, Fig. 197. Umgekehrt lassen sich bei gegebener Kurve $f(x)$ leicht die Kurven $f'(x)$ und $f''(x)$ herstellen.

Fig. 197.



Mit den 3 Kurven sind im allgemeinen alle Momente gegeben, welche für weitere Konstruktionen erforderlich sind. Soll an die Kurve $f(x)$, Fig. 198, im Punkte p eine Tangente gezogen werden, so führe man die Ordin. durch p bis zum Schnittpunkte p' mit $f'(x)$, ziehe $p' \pi \parallel OX$, so liefert der Strahl $O_1 \pi$ die Tangenten-Richtung. Soll von einem Punkte t ausserhalb eine Tangente an $f(x)$ gezogen werden, so ist durch Anlegen des Lineals dies in der Zeichnung unmittelbar ausführbar, der Berührungspunkt selbst aber nicht scharf anzugeben. Zieht man den Strahl $O_1 \pi$ parallel der gezeichneten Tangente tp, die Gerade $\pi p' \parallel Ox$ bis zum Schnittpunkt p' der $f'(x)$, durch p' die Ordin. bis zum Schnittp. p der $f(x)$, so ist p der Berührungspunkt der Tangente.

Fig. 198.



Der Krümmungshalbm. ist $\rho = \frac{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}{y''}$. Der Strahl $O_1 \pi$ liefert den Werth $\sqrt{1 + y'^2}$. Man ziehe $\pi h \perp O_1 \pi$, $h k \perp OX$. Dann ist: $O_1 h : O_1 \pi = O_1 \pi : 1$; $O_1 h = O_1 \pi^2$; $O_1 k : O_1 h = O_1 \pi : 1$; $O_1 k = O_1 \pi^3 = (1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}$.

Zieht man durch den p entsprechenden Punkt p'' der Kurve $f''(x)$ die Gerade $p'' l \parallel$ zu OX, beschreibt aus O_1 einen Kreis mit dem Halbmesser $O_1 k$, welcher jene Parallele in l schneidet, zieht ferner in der Entfernung 1 von OX eine Parallele $n m$ zu OX und die Gerade $O_1 l$ bis zum Schnitt m mit $n m$, so ist $O_1 m$ der Krümmungshalbm. der Kurve $f(x)$ im Punkte p. Denn es ist:

$$O_1 m : 1 = O_1 l : y'' = O_1 k : y''; \; O_1 m = \frac{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}{y''}.$$

Bemerk. Die Gleich. $\frac{d^2 y}{d x^2} = f''(x)$ ist die Differenț.-Gleich. einer Seilkurve mit dem Horizontalzug $H = 1$ für die Belastung $f''(x)$ pro Einheit von x. Die Kurve $f''(x)$ stellt also das Belastungsgesetz, die Kurve $f(x)$ die Form der Seilkurve dar.

Beispiel. Ist das Belastungs-Gesetz $f''(x) = \text{Const.}$, so ist die Kurve $f''(x)$ eine zur X-Axe parallele Gerade, die Kurve $f'(x)$ eine zur X-Axe geneigte Gerade, die Seilkurve $f(x)$ eine Parabel deren Axe $\parallel$ der Y-Axe ist.

III. Der Rechenstab und sein Gebrauch.

Litteratur. Theorie u. Gebrauch d. logarithm. Rechenschieber; Separatabdruck aus Culmann's graphischer Statik; mit Beispielen erläutert von Tetmajer, Zürich 1875. — Ott. Logarithm. Rechenschieber, Prag 1874. — Ruth. Theorie der logarithm. Rechenschieber, Graz 1878. — Wüst. Anleitung zum Gebrauch d. Taschen-Rechenschiebers; Halle 1880. Hofstetter. — Der Rechenstab aus d. mechan.-mathem. Institut von Dennert u. Pape. Altona 1873. — Benneder. Der logarithm. Rechenstab; Cannstatt 1884; Selbstverlag d. Verf.

Der logarithm. Rechenstab od. Rechenschieber, *sliding rule*, welcher 1624 v. Prof. Gunter in London seinem Prinzip nach erfunden, 1627 v. Wingate u. 1657 v. Seth Partridge verbessert worden ist, dient zur Ausführung v. Multiplikationen, Divisionen, Potenzirungen und Radizirungen mit Hülfe der grafisch, als Längen, aufgetragenen Logarithmen der betr. Zahlen auf verschiebbaren Stäben.

Er besteht aus einem Lineal, einem in demselben gleitenden Schieber und einem über dem Lineal verschiebbaren, metallenen Läufer. Letzterer dient nur dazu, jede aufgefundene oder durch Rechnung gewonnene Ablesung fest zu halten, während man mit d. Schieber weiter arbeitet. Die Theilungen auf Schieber u. Lineal sollen in Folgendem einzeln mit Angabe ihres Gebrauchs erläutert werden, wobei der Beschreibung der Rechenschieber nach der Konstruktion von Dennert u. Pape in Altona zu Grunde gelegt wird.

1. Die untere Schieber- und Lineal-Skala. Der untere Rand des Lineals und des Schiebers erhalten von links anfangend in gleichem Maassstabe als Längen aufgetragen die gemeinen Logarithmen von 1—10. Den betr. Theilstrichen sind die Zahlen beigesetzt, deren Logarithmen auf dem Stabe aufgetragen sind. Da $\log 1 = 0$, beginnt d. Theilg. links mit 1. Die Endstriche d. Theilg. bei log 1 und log 10, beide mit 1 bezeichnet, heissen der linke und rechte Index der Skalen. Die Unterabtheilungen ermöglichen die Auffindung mehrzifferiger Zahlen, wobei Schätzung zu Hülfe genommen werden muss, wenn die Theilg. nicht ausreicht. Es ist hierbei zu beachten, dass die Mantisse der Logarithmen unabhängig von dem Stellenwerth der betr. Zahl ist, so dass man also z. B. an demselben Punkte einer Theilg. abliest: 2,1, 21, 210, 2100, 0,21, 0,021, 0,0021 u. s. f., überhaupt $21 \cdot 10^n$, wo n jede positive oder negative Grundzahl sein kann. Man liest bei Ausführung der Rechnungen also zunächst nur die Ziffern ab und bestimmt die Stellenzahl nach weiter zu gebenden Regeln.

2. Um Multiplikationen oder Divisionen auszuführen, hat man den logarithmischen Längen der betr. Zahlen durch Verrücken des Schiebers im Lineal zu addiren oder zu subtrahiren. Also $ab = \text{num}\,(\log a + \log b)$ nach Fig. 199.

Fig. 199.

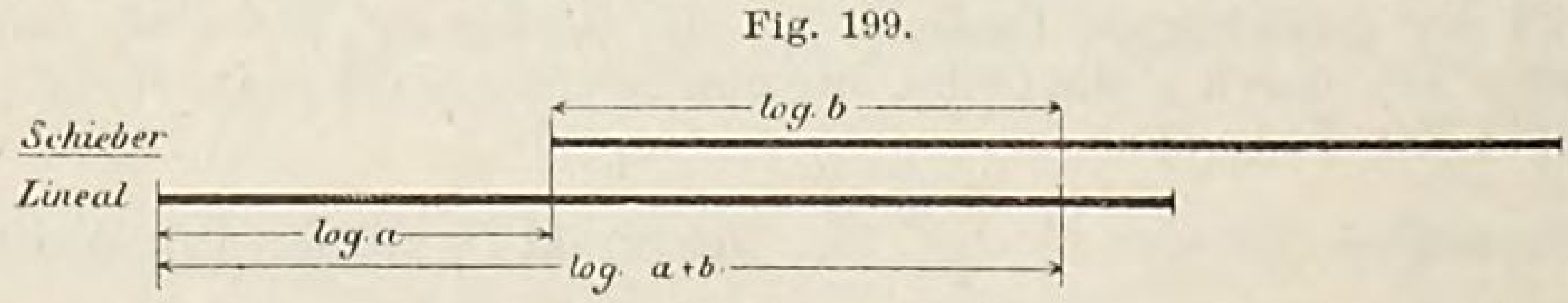
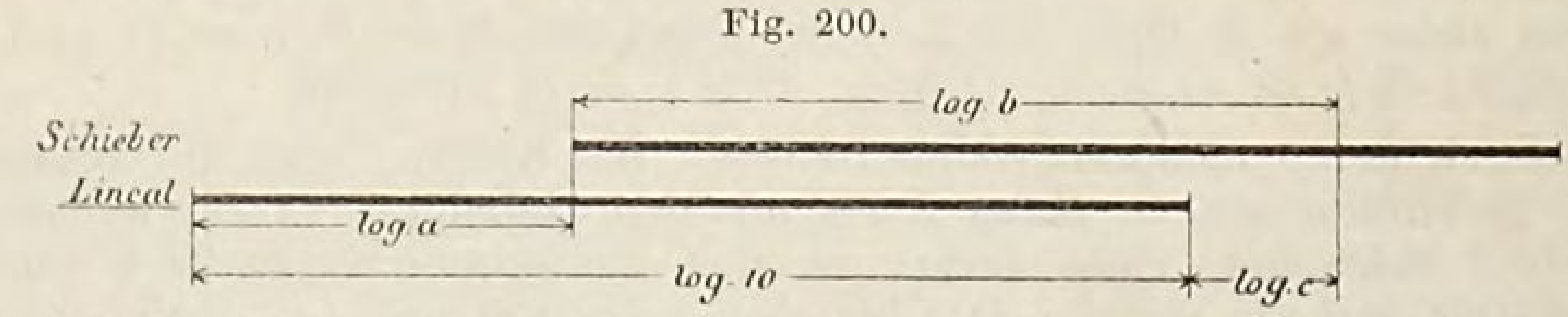


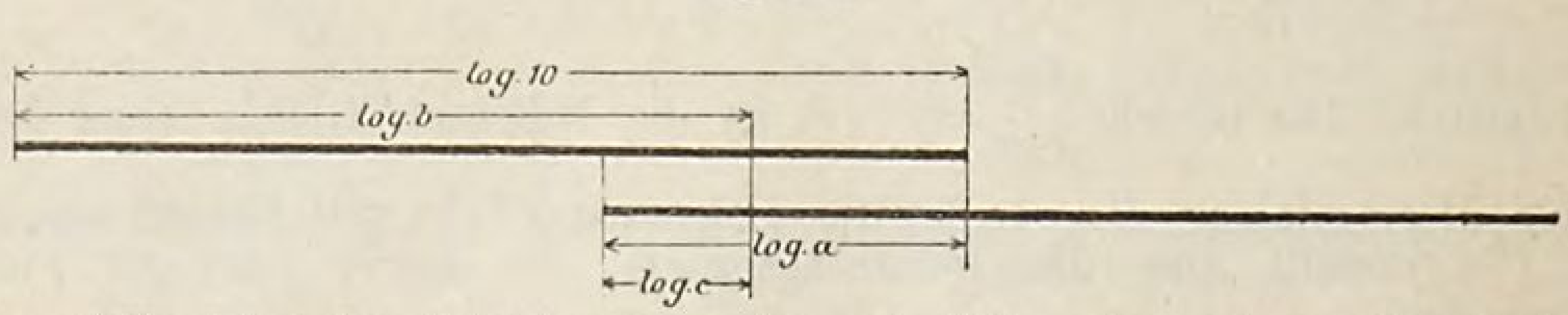
Fig. 200.



3. Fällt das Resultat über die Linealskala um die (einstweilen unbestimmte) Länge log c hinaus, so stelle man sich vor, die Theilg. werde unter dem überstehenden Ende des Schiebers wiederholt, Fig. 200. Es ist dann:

$$\log a + \log b - \log 10 = \log c.$$

Fig. 201.



Man stelle jetzt den Schieber so weit nach links, dass der rechte Index desselben über a steht. Der Theilstrich b der Schieberskala koinzidirt dann mit dem Theilstrich für c auf d. Lineal; denn es ist, Fig. 201: $\log c = \log a - \log 10 + \log b$.

4. Man erhält ferner als allgemeine Regel zur Bestimmung der Stellenzahl des Produkts: die Zahl der Ziffern vor dem Komma wird positiv, die Zahl der Nullen hinter dem Komma negativ als Stellenzahl gerechnet. Erscheint das Produkt rechts vom 1. Faktor in derselben Skala, so ist zur Bestimmung der Stellenzahl desselben die Stellensumme der Faktoren um 1 zu vermindern; erscheint d. Produkt links, so erhält man als Stellenzahl desselben einfach d. Stellensumme beider Faktoren:

Beispiel. 1) 24 . 1,6 = 38,4.
Stellensumme: 2 + 1 = 3
Resultat rechts also — 1
Stellenzahl + 2

2) 0,024 . 1,6 = 0,0384
Stellensumme: — 1 + 1 = 0
Resultat rechts — 1
Stellenzahl — 1

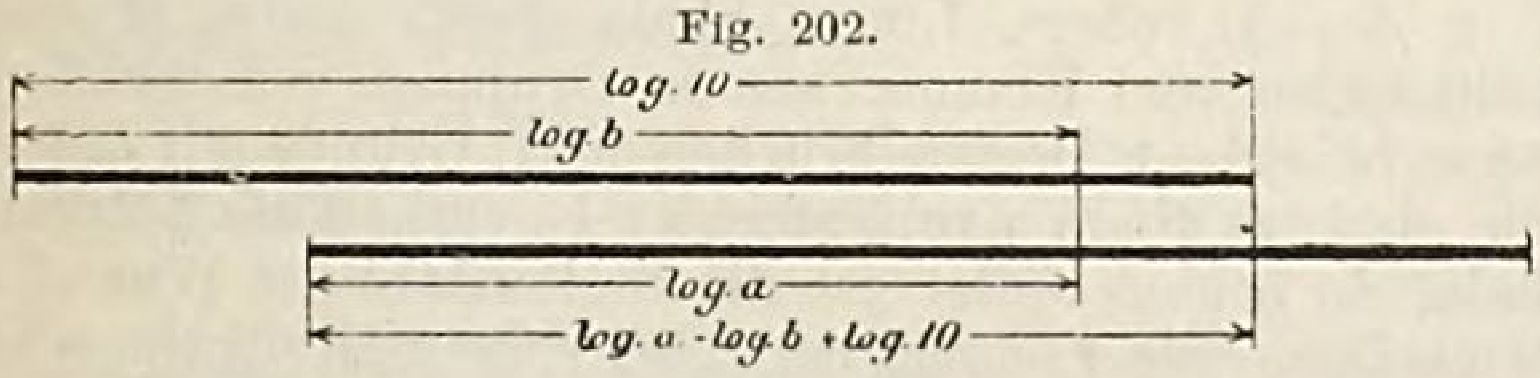
3) 2,4 . 4,8 = 11,52.
Stellensumme: 1 + 1 = 2
Resultat links
Stellenzahl 2

4) 0,0024 . 0,048 = 0,0001152
Stellensumme: — 2 — 1 = — 3
Resultat links
Stellenzahl — 3

5. Ist eine Reihe von Zahlen mit demselben Faktor a zu multipliziren, so stellt man den Schieber-Anfang auf den Theilstrich a der Lineal-Skala und liest die Produkte einzeln ab. Ist also z. B. eine Reihe von Zahlen aus preuss. Fuss in Meter umzurechnen, so stellt man den linken Schieber-Index auf die Reduktions-Zahl 0,314 und liest auf dem Schieber die Fusse, auf dem Lineal darunter die Meter ab.

6. Division: $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$. Man stellt den Divisor b mit dem Schieber über den Dividend. a und liest die Differenz $\log\left(\frac{a}{b}\right)$ an dem linken Schieber-Index ab. Fällt d. Resultat links über d. Schieber-Ende hinaus, so liest man ab, Fig. 202: $\log a - \log b + \log c$.

Fig. 202.



7. Für die Bestimmung der Stellen-Zahl ist die Regel: Die Stellen-Differenz ist um 1 zu vermehren, wenn d. Resultat links vom Dividenden in derselben Skala erscheint.

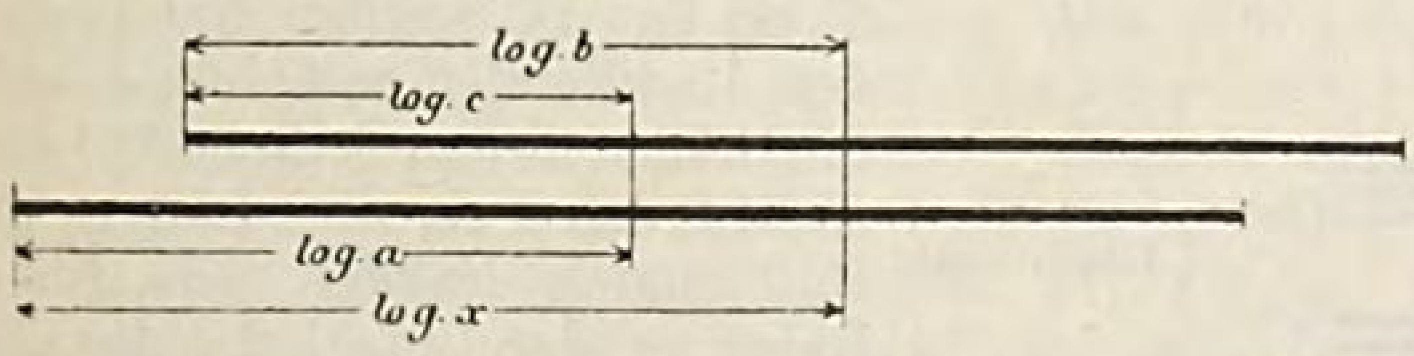
Beispiel 1) $\frac{0,0384}{2,4} = 0,016$.
Stellen-Differenz: — 1 — 1 = — 2
Resultat links mithin + 1
Stellenzahl — 1

2) $\frac{1152}{48} = 24$
Stellen-Differenz: . . 4 — 2 = 2
Resultat rechts
Stellenzahl 2

8. Ist Multiplikation und Division zu kombiniren, z. B.:

$$x = \frac{ab}{c}, \text{ so stellt man: } \log a - \log c + \log b, \text{ Fig. 203.}$$

Fig. 203.



9. Für die Stellen-Zahl des Resultats gilt die Regel: Die Stellen-Zahl ist direkt gleich der tolalen Stellen-Zahl, (d. h. Stellen-Summe d. Zählers minus Stellen-Zahl des Nenners), wenn das Resultat in die Skalenhälfte des 1. Faktors fällt. Sie ist um 1 kleiner, wenn das Resultat auf der Skalenhälfte rechts, um 1 grösser, wenn dasselbe auf die Skalenhälfte links vom 1. Faktor abgelesen wird.

10. Bei wiederholten Multiplikationen, $a . b . c . d$ wird die Multiplikation $a . b$ ausgeführt, das Resultat ohne Ablesen mit dem Läufer fest gehalten, die 2. Multipl. $(a . b)\ c$ ausgeführt, das Resultat wieder mit dem Läufer fest gehalten u. s. f.

Wiederholte Multipl. und Divis. werden analog mit Hülfe dem Läufers ausgeführt. Man zerlegt dabei die Operation wie folgt:

$$\frac{a\,b\,c\,d\,e}{m\,n\,o\,p} = \frac{ab}{m}\,\frac{c}{n}\,\frac{d}{o}\,\frac{e}{p}$$

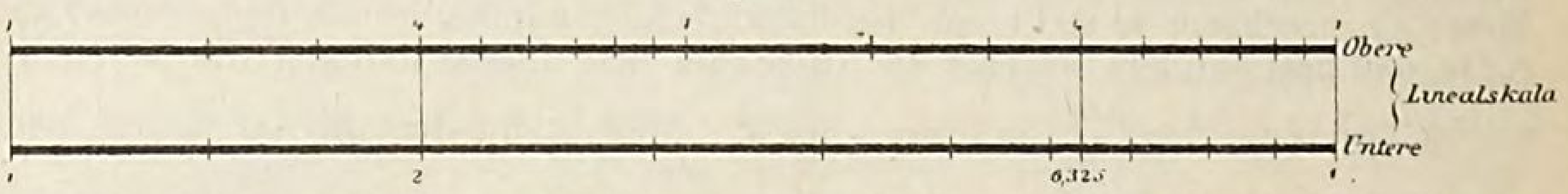
11. Die Stellen-Zahl wird in den Fällen 10. nach der Regel bestimmt: Man hat der algebr. Stellen-Summe so oft 1 zuzusetzen, als ein Divisions-Resultat in

derselben Skala links, so oft 1 abzusetzen, als ein Multiplikations-Resultat in derselben Skala rechts vom letzt vorher gehenden Resultat erscheint.

12. Die untere Schieber- und Lineal-Skala sind nach demselben Prinzip wie die obere angeordnet; doch ist hier die Einheit nur der Hälfte der untern. Es sind 2 gleiche Skalen hinter einander gesetzt. Man hat also 3 Indices der Skalen. Mit derselben können dieselben Operationen wie mit der untern ausgeführt werden. Die Skala enthält einen, die Zahl $\pi = 3{,}14$ darstellenden Theilstrich, welcher zu Umrechnungen von preuss. Fuss in Meter (Reduktions-Zahl 0,3139) und zu Multiplikation und Division mit der Zahl π benutzt werden kann.

13. Quadraturen und Quadratwurzeln. Die Länge, welche unten $\log a$ darstellt, ist oben $= 2 \log a = \log (a^2)$. Man liest also mit Hülfe des Läufers der Quadrate der untern Zahlen auf der obern Skala ab. — Beim Ausziehen der Quadratwurzel hat man zu beobachten, dass für jede 1, 3, 5 stellige Zahl die Wurzel unter der 1., für jede 2, 4, 6 stellige Zahl unter der 2. Skala erscheint; z. B. Fig. 204, $\sqrt{4} = 2$; $\sqrt{40} = 6{,}325$

Fig. 204.



14. Allgemein gilt zur Bestimmung der Stellenzahl die Regel: Hat die zu quadrirende Zahl n Stellen, so hat das Quadrat $2n$ Stellen, wenn es in der 2., $(2n - 1)$ Stellen, wenn es in der 1., obern Lineal-Skala liegt. Beim Wurzelausziehen theilt man den Radikanden vom Komma aus in Gruppen von 2 Ziffern. Enthält die 1. Gruppe links, bezw. bei echten Dezimalbrüchen die 1. Gruppe mit Ziffern, welche nicht $= 0$ sind, 1 Ziffer, so liegt die Wurzel unter der 1., enthält sie 2 Ziffern, unter der 2. obern Lineal-Skala. In beiden Fällen ist die Stellenzahl der Wurzel = der Gruppenzahl des Radikanden links vom Komma, bezw. bei echten Dezimalbrüchen = der negativ bezeichneten Zahl der Gruppen rechts, welche nur 0 erhalten.

Beispiel:

Radikand.	Wurzel unter der:	Stellenzahl der Wurzel.	Wurzel.	Radikand.	Wurzel unter der:	Stellenzahl der Wurzel.	Wurzel.
3 600	2. Skala	2	60,00	0,0360	1. Skala	0	0,1897
360	1. „	2	18,97	0,0036	2. „	— 1	0,06
36	2. „	1	6,00	0,00036	1. „	— 1	0,01897
3,6	1. „	1	1,897	0,000036	2. „	— 2	0,006
0,36	2. „	0	0,6				

15. Das Ausziehen der Wurzel kann auch ohne Benutzung der obern Lineal-Skala bewirkt werden, indem man den Radikanden mit dem Läufer fest hält und den Schieber so verstellt, dass er die Länge des Radikanden halbirt, sein linker Index auf den Lineal also dieselbe Zahl zeigt, welche der Läufer auf der Schieber-Skala abschneidet, Fig. 205.

Fig. 205.



16. Die Ausführungsweise kombinirter Rechnungen ist leicht ersichtlich; als Beispiel diene die nachstehende Bestimmung:

$$90{,}9 \sqrt{\frac{1}{4800} \cdot \frac{576}{108}} = 3{,}03 \text{ (ohne Zwischen-Resultate abzulesen).}$$

Man nehme $\frac{576}{108} \cdot \frac{1}{4800}$ auf der obern Skala, nehme mit dem Läufer die Wurzel auf der untern Lineal-Skala, stelle auf diese das rechte Schieberende ein und liest unter 90,9 das Resultat 3,03 ab.

17. Kubiziren erfolgt durch die Operation $a^2 a = a^3$, Fig. 205. Fällt a^3 über das obere Lineal rechts hinaus, so wird der Schieber linkshin verschoben, hat die zu potenzirende Zahl n Stellen, so hat der Kubus:

$3n - 2$ Stellen, wenn er in der 1. } obern Lineal-
$3n - 1$ „ „ „ „ „ 2. } Skala erscheint.

$3n$ Stellen, wenn der Schieber nach links verschoben wurde und das Resultat in d. 2. Linealskala fällt.

Beispiel. Resultat in der 1. Skala.

a	Stellenzahl von a^3	a^3
210	$3 . 3 - 2 = 7$	9 261 000
21	$3 . 2 - 2 = 4$	9 261
2,1	$3 . 1 - 2 = 1$	9,261
0,21	$3 . 0 - 2 = -2$	0,009 261
0,021	$-3 . 1 - 2 = -5$	0,000009261

18. Ausziehen der Kubikwurzel. Man stellt den Läuferstrich auf den Radikanden der obern Lineal-Skala und verstellt den Schieber, bis die obere Schieberskala unter dem Läuferstrich und die untere Lineal-Skala am linken Schieberende dieselbe Zahl zeigen, Fig. 205.

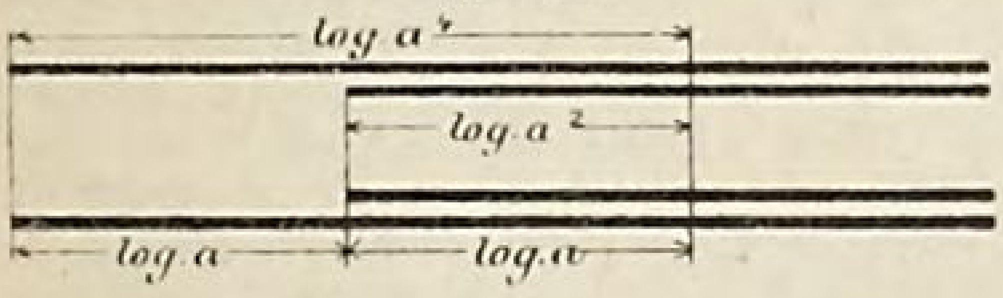
19. Theilt man den Radikanden in Gruppen von je 3 Ziffern und erhält die 1. Gruppe links, bezw. bei echten Dezimalbrüchen d. 1. Gruppe rechts mit wirklichen Zahlen:

1 Ziffer, so nimmt man den Radikanden in der 1. obern Lineal-Skala
2 „ „ „ „ „ „ „ „ „ 2. „ „
3 „ so benutzt man das rechte untere Schieberende und nimmt d. Radikanden in d. 2. Lineal-Skala. Hierbei ist zu beachten, dass in echten Dezimalbrüchen die Gruppe von der Form:

0,8 = 0,800 oder 0,85 = 0,850 als 3ziffrig }
0,08 = 0,080 als 2 „ } zu betrachten ist.
0,008 als 1 „ }

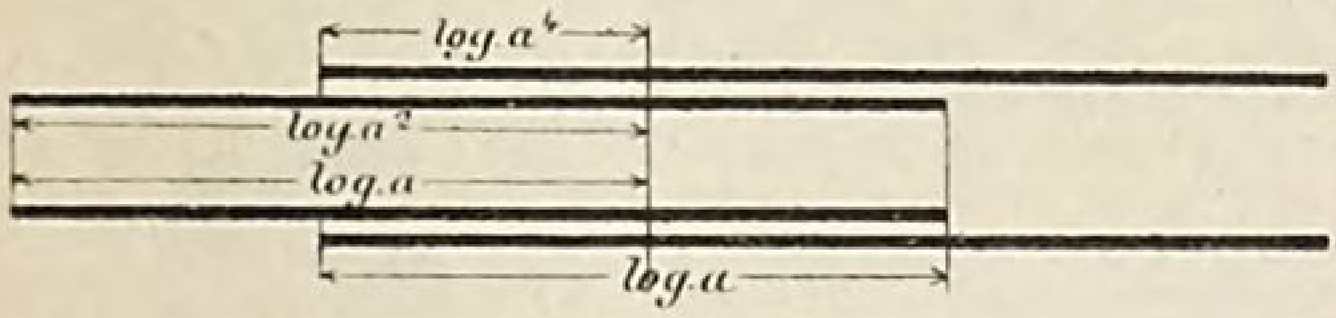
Die Stellenzahl der Wurzel ist = der Gruppenzahl des Radikanden wie beim Ausziehen der Quadratwurzel.

Fig. 206.



20. Die 4. Potenz wird durch die Operation $(a . a)^2$ gebildet., Fig. 206, Fällt das Resultat über die 2. obere Lineal-Skala hinaus, so verstellt man den Schieber in bekannter Weise nach links, Fig. 207.

Fig. 207.



21. Das Ausziehen der 4. Wurzel geschieht durch 2maliges Ausziehen d. Quadratwurzel oder nach Fig. 206. Man hält den Radikanden auf der oberen Lineal-Skala mit dem Läufer fest und verstellt den Schieber, bis sein linkes Ende auf der untern Lineal-Skala die Zahl abschneidet, welche gleichzeitig auf der untern Schieber-Skala unter dem Läufer erscheint.

22. Die Sinus-Theilung. Zieht man den Schieber heraus und steckt ihn umgekehrt in das Lineal so hinein, dass die auf der Rückseite mit S bezeichnete Theilung unter der obern Lineal-Theilung steht, so liest man auf dem Schieber den Winkel in Grad und Minuten, darüber auf dem Lineal den zugehörigen sin ab. Und zwar gehen die sin der 1. Skala von 0,01 — 0,1 (sin 0° 35′ bis sin 5° 45′), in der 2. Skala von 0,1 1,0 (sin 5°, 45′ — sin 90°). Die Ausführung der Rechnungen mit dieser Skala ist im übrigen dieselbe, wie im Voraufgehenden angegeben.

Zur Bestimmung der Stellenzahl gilt die folgende Regel: Sei z d. Stellenzahl der mit sin α zu multiplizirenden oder durch sin α zu dividirenden Zahl, so hat:

a. das Produkt $z - 2$ Stellen, wenn rechts von α in derselb. Skala
$z - 1$ „ { „ „ „ „ „ d. folgend. „ / „ links „ „ „ d. vorhergeh. „ }
z „ „ „ „ „ „ derselben „

b. d. Quotient $z + 2$ Stellen, wenn links von α in derselb. Skala
$z + 1$ „ { „ „ „ „ „ d. vorhergeh. „ / „ rechts „ „ „ d. folgend. „ }
z „ „ „ „ „ „ derselb. „

23. Die Tangenten-Theilung. Bei umgekehrtem Schieber liest man auf

der untern Lineal-Skala der Tangenten den darüber auf der untern Schieber-Skala angegebenen Winkel, jedoch nur von 0,1 — 1,0, entsprechend den Winkeln $5^0\,43'$ bis 45^0. Ist der betr. Winkel $> 45^0$, so liest man ab: $\frac{a}{\text{tang}\,(90-\beta)}$ anstatt tang . β.

Die Stellenzahl wird bei Ausführung der Rechnung a tang α; $\frac{a}{\text{tang}\,\alpha}$ folgendermaassen bestimmt:

Das Produkt	hat	z	Stellen,	wenn	es	links	von	a	erscheint	
„	„	„	$z-1$	„	„	„	rechts	„	„	„
Der Quotient	„	$z+1$	„	„	er	links	„	„	„	
„	„	„	z	„	„	„	rechts	„	„	„

24. Die Winkel unter $5^0\,43'$ werden ersetzt durch die entsprechenden sinus; der hierbei begangene Fehler zeigt sich erst in der 4. Dezimale. Bei Multiplikation mit grossen Faktoren bringt man bei Winkeln von $3^0\,30'$ bis $5^0\,43'$ eine Korrektur an durch Vergrösserung der sin um 3 $^0/_0$, indem man also sin α . 1,03 für tang α einführt. Für Winkel $< 3^0\,30'$ wird einfach der sin beibehalten.

25. Für Arbeiten mit ganz kleinen Winkeln dienen die auf der Rückseite des Rechenstabes angegebenen Zahlenwerthe: arc. $1' = \frac{1}{3437,7}$ u. arc $1'' = \frac{1}{206265}$. Bei kleinen Winkeln (bis 35′ auf 6 Dezimalstellen überein stimmend) sind für die tang u. sin die Bogenlängen zu gebrauchen.

26. Logarithmen werden abgelesen auf der mittleren Theilung der Rückseite des Schiebers und zwar am untern Index im Ausschnitt des Lineals, während man die zugehörigen *Num.* auf der untern Lineal-Skala am linken Schieber-Index abliest.

V.

Mechanik fester Körper.

Bearbeitet von **G. Mehrtens**, Eisenbahn-Bau- u. Betriebs-Inspektor in Frankfurt a. O.

Litteratur (nach chronologischer Folge geordnet und auch die Angaben bezüglich der Abschnitte Mechanik der tropfbar flüssigen und der gasförmigen Körper berücksichtigend).

a. Grund legende Werke, die der Geschichte angehören.

1. Archimedes (287—212 v. Chr.). Deutsche Ausgabe seiner Werke von Ernst Nizze; Stralsund 1824. — 2. Leonardo da Vinci (1452—1519). Seine Manuskripte benutzt von H. Grothe in dessen Schrift: Leonardo da Vinci als Ingenieur und Philosoph; Berlin 1874. — 3. Guido Ubaldi *e Marchionibus Montis* (1545—1607). *Mechanicorum liber;* Pesaro 1577. — 4. S. Stevinus (1548—1620). *Beghinselen der Waagkonst;* Leiden 1585. *Hypomnemata mathematica;* Leiden 1608. — 5. Galilei (1564—1642). *Discorsi e dimostracioni matematiche;* Leiden 1638. Viele Gesammt-Ausgaben der Galilei'schen Werke. — 6. Kepler (1571—1630). *Astronomia nova;* Heidelberg 1609. *Harmonices mundi;* Linz 1615. *Stereometria doliorum;* Linz 1615. Gesammt-Ausgabe von Frisch; Frankfurt 1858. — 7. Marcus Marci (1595—1667). *De proportione motus;* Prag 1639. — 8. Descartes (1596—1650). *Principia philosophiae;* Amsterdam 1644. — 9. Roberval (1602—1675). *Sur la composition des mouvements.* Anc. Mém. de l'Acad. de Paris, T. VI. — 10. Guericke (1602—1686). *Experimenta Magdeburgica;* Amsterdam 1672. — 11. Fermat (1608—1665). *Varia Opera;* Paris 1679. — 12. Torricelli (1608—1647). *Opera geometrica;* Florenz 1644. — 13. Wallis (1616—1703). *Mechanica sive de motu;* London 1670. — 14. Mariotte (1620—1684). *Oeuvres;* Leiden 1717. — 15. Pascal (1623—1662). *Récit de la grande expérience de l'équilibre des liqueurs;* Paris 1648. *Traité de l'équilibre des liqueurs et de la pèsanteur de la masse de l'air;* Paris 1662. — 16. Boyle (1627—1691). *Experimenta physico mechanica;* London 1660. — 17. Huyghens (1629—1695). *The laws of motion on the collision of bodies;* Philos. Trans. 1669. *Horologium oscillatorium;* Paris 1673. *Opuscula posthuma;* Leiden 1703. — 18. Wren (1632—1723). *The law in the collision of bodies;* Philos. Trans. 1669. — 19. Lami (1640—1715). *Nouvelle manière de démontrer les principaux théorèmes des élémens des méchaniques;* Paris 1687. — 20. Newton (1642—1726). *Philosophiae naturalis principia mathematica;* London 1686. — 21. Leibnitz (1646—1716). *Acta eruditorum* 1686, 1695; *Leibnitzii et Joh. Bernoullii comercium epistolicum;* Lausanne und Genf 1745. — 22. Jakob Bernoulli (1654—1705). *Opera omnia;* Genf 1744. — 23. Varignon (1654—1722). *Projet d'une nouvelle mécanique;* Paris 1687. — 24. Johann Bernoulli (1667—1748). *Acta erudit.* 1693; *Opera omnia;* Lausanne 1742. — 25. Maupertuis (1698—1759). *Mém. de l'Acad. de Paris* 1740. *Mém. de l'Acad. de Berlin* 1745, 1747. *Oeuvres;* Paris 1752. — 26. Maclaurin (1698—1746). *A complete system of fluxions;* Edinburgh 1742. — 27. Daniel Bernoulli (1700—1782). *Comment. Acad. Petrop.;* T. I. *Hydrodynamica;* Strassburg 1738. — 28. Euler (1707—1783). *Mechanica sive motus scientia;* Petersburg 1736. *Methodus inveniendi lineas curvas;* Lausanne 1741. Viele Abhandlungen in den Schriften der Berliner und Petersburger Akademie. — 29. Clairault (1713—1765). *Théorie de la figure de la terre;* Paris 1743. — 30. D'Alembert (1717—1783). *Traité de dynamique;* Paris 1743. — 31. Lagrange (1736—1813). *Essai d'une nouvelle méthode pour déterminer les maxima et minima. — Misc. Taurin.* 1762. *Mécanique analytique;* Paris 1788. — 32. Laplace (1749—1827). *Mécanique céleste;* Paris 1799. — 33. Fourier (1768—1830). *Théorie analytique de la chaleur;* Paris 1822. — 34. Gauss (1777—1855). *De figura fluidorum in statu aequilibrii. Comment. societ.* Göttingen 1828. Neues Prinzip der Mechanik; Crelle's Journal; IV. 1829. *Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram absolutam revocata,* 1833. Ges.-Ausgabe. Göttingen 1863. — 35. Poinsot (1777—1859). *Eléments de statique;* Paris 1804. — 36. Poncelet (1788—1867). *Cours de mécanique;* Metz 1826. 37. Belanger (1790—1874). *Cours de mécanique;* Paris 1847. — 38. Möbius (1790—1867). Statik; Leipzig 1837. — 39. Coriolis (1792—1843). *Traité de mecanique;* Paris 1829. — 40. C. G. J. Jacobi (1804—1851). Vorlesungen über Dynamik; herausgegeben von Clebsch; Berlin 1866. — 41. R. Hamilton (1805—1865). *Lectures on Quaternions* 1853; Abhandlungen. — 42. Grassmann (1809—1881). Ausdehnungslehre; Stettin 1844.

b. Neuere Geschichtswerke.

43. Jolly. Prinzipien der Mechanik; Stuttgart 1852. — 44. Dühring. Kritische Geschichte der allgemeinen Prinzipien der Mechanik; Berlin 1873. — 45. Dr. Ernst Mach. Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt; Leipzig 1883. — 46. Rühlmann. Vorträge über Geschichte der theoretischen Maschinenlehre; Braunschweig 1882—1885.

A. Grundbegriff, Aufgabe und Geschichte der Mechanik.

I. Kraft und Bewegung.

Alle Dinge im Weltenraume befinden sich in steter Bewegung; die Ursachen dieser Bewegung suchen wir in dem Wirken von Kräften. Die Kräfte sind an den Stoff oder die Materie gebunden; die Menge (Masse) der im Weltenraum vorhandenen Materie ist unveränderlich.

Die Bewegung eines Körpers bestimmt sich im allgem. aus der Bewegung jedes einzelnen seiner Punkte und die Bewegung eines Punktes durch die Gestalt seiner Bahn und den in derselben in der Zeiteinheit zurück gelegten Weg: seine Geschwindigkeit.

Die Erfahrung lehrt, dass die Gestalt der Bahn eines bestimmten Körpers allein von der Richtung und der Lage des Angriffspunktes, die Zunahme oder Abnahme der Geschwindigkeit in der Zeiteinheit (Beschleunigung bezw. Verzögerung) aber nur von der Grösse der bewegenden Kraft abhängig ist. Die Bahn eines Punktes bildet entweder eine gerade oder eine krumme Linie. Dabei kann die Bewegung des Körpers, zu dem der Punkt gehört, eine fortschreitende sein — wenn jede Gerade in ihm stets parallel zu sich selbst bleibt — oder eine drehende, wenn ein Punkt oder eine Gerade (Axe) in ihm unbeweglich bleibt, während alle andern Punkte Kreise oder Kreisbögen beschreiben. Bewegt sich auch der Drehpunkt oder die Drehaxe, so ist die Bewegung des Körpers aus einer fortschreitenden und drehenden zusammen gesetzt. Auf eine solche Zusammensetzung lässt sich im allgem. jede beliebige Bewegung eines Körpers zurück führen.

II. Die Schwerkraft.

Wir messen die Grösse einer Kraft durch Vergleich ihrer Wirkung mit derjenigen der Schwerkraft, vermöge welcher alle unserm Planeten zugehörigen Körper sich nach dem Mittelpunkte der Erde hin bewegen, d. h. zu fallen streben. Bewegt sich dabei der Körper vollkommen frei, so geschieht dies in gerader Linie in der Richtung der Schwerkraft und, abgesehen vom Luftwiderstande und bei nicht zu grossen Entfernungen von der Erde — wo die Gesetze der Gravitationskraft Platz greifen, — mit einer konstanten Beschleunigung g, die für mittlere geographische Breiten $9{,}8088^{\text{m}}$ beträgt.

Wenn ein Körper nicht frei fallen kann, sondern auf einer festen Unterlage (oder an einem festen Faden hängend) ruht, so äussert sich die Schwerkraft dadurch, dass sie sowohl in den Widerstand leistenden Körpern (der Unterlage oder dem Faden) als auch im zu betrachtenden Körper selbst eine Spannung erzeugt. Diese Spannung ist entweder ein Druck oder ein Zug und die Grösse derselben ist gleich dem absoluten Gewicht des Körpers. (Ueber das scheinbare Gewicht der Körper s. weiterhin).

III. Aeussere und innere Kräfte; Gleichgewicht.

Der Schwerkrafts-Wirkung analog betrachten wir alle zur Zeit bekannten Kräfte als stetig wirkende und als solche, deren unmittelbare Aeusserung in einem Zuge oder einem Drucke besteht. Ausserdem unterscheiden wir äussere Kräfte und innere Kräfte (Spannungen). Letztere stehen mit den Bewegungen der kleinsten Theilchen des Körpers, hervor gerufen durch die von den äussern Kräften verursachte Formänderung desselben, im Zusammenhange.

Verharrt ein Körper unter der Einwirkung von äussern Kräften im Zustande der Ruhe, so befindet er sich im Gleichgewicht; d. h. die äussern Kräfte heben sich in ihren Wirkungen dergestalt auf, dass keine Bewegung des Körpers eintreten kann. Auch die innern Kräfte befinden sich in diesem Falle unter einander im Gleichgewicht.

IV. Masse.

Die Erfahrung lehrt uns:

Verschiedene Kräfte sind proportional den Beschleunigungen, welche sie einer und derselben Masse ertheilen und verschiedene Massen sind umgekehrt proportional den Beschleunigungen, welche ihnen von einer und derselben Kraft ertheilt werden.

Die Masse eines Körpers definirt sich danach wie folgt:

Betrachten wir als Massen-Einheit diejenige Stoffmenge, welcher durch die Krafteinheit eine Beschleunigung = 1 ertheilt wird, so muss die Grösse der Beschleunigung g, welche das Gewicht γ eines Körpers seiner Masse m zu ertheilen vermag, durch die Gleichg.

$$g = \frac{\gamma}{m} \quad (1)$$ ausgedrückt werden.

Daraus folgt: $$m = \frac{\gamma}{g} \quad (2)$$

D. h. Masse = Gewicht dividirt durch die Beschleunigung des freien Falls. (1) enthält das erste Grundgesetz der Mechanik: „Kraft gleich Masse mal Beschleunigung".

Ist die Kraft = 0, so folgt: Beschleunigung = o; d. h. die Bewegung ist eine gleichförmige. Diese Eigenschaft der Masse, im Zustande der gleichförmigen Bewegung zu verharren, auch wenn das Wirken der Kraft aufgehört hat, nennt man ihre Trägheit.

Aus (2) folgt: Die Massen verschiedener Körper verhalten sich direkt wie ihre Gewichte.

V. Der materielle Punkt u. das System von materiellen Punkten.

In der Mechanik betrachten wir die physikalischen Körper als geomemetrische, in deren Raumtheilen bestimmte Quantitäten von Materie ihren Sitz haben. Da die Bewegung des Körpers nur durch die Bewegung seiner einzelnen Punkte bestimmt werden kann, so betrachten wir ferner den physikalischen Körper als ein System von materiellen Punkten, indem wir unter einem materiellen Punkte einen mit Masse begabten geometrischen Punkt verstehen, dessen Bewegungsbahn also als eine Linie angesehen werden darf. Ein fester Körper ist danach ein System von unveränderlich mit einander verbundenen materiellen Punkten.

VI. Arbeit.

Die Arbeit einer Kraft nennt man das Ueberwinden gewisser Widerstände längs gegebener Wege. Die bei der Bewegung eines Körpers zu überwindenden Widerstände sind im allgem.: seine Schwere, die Widerstände der Bahnlinie und die Widerstände, die er einer Formveränderung entgegen stellt.

Die Grösse der Arbeit misst man durch das Produkt aus der Grösse der Kraft und der Länge des Weges, den ihr Angriffspunkt in der Kraftrichtung während des betrachteten Zeitraums zurück legt.

Die Arbeit = 1 Pferdekraft („Pfdkr."; „H. P".) schätzt man z. B. auf 75^{mkg} in der Sekunde, die Arbeit eines Menschen an der Kurbel oder ähnlichen Vorrichtungen durchschnittlich zu etwa 10^{mkg} pro Sek. Erfahrungs-Resultate über Arbeitsleistungen s. am Ende des Abschn. Ueber Formänderungs-Arbeit vergl. den Abschn. Baumechanik. —

VII. Arbeitsvermögen einer bewegten Masse.

Wenn die Arbeit einer Kraft eine Masse in Bewegung gesetzt hat, so kann die bewegte Masse in einem bestimmten Augenblicke sich selbst überlassen und, falls sich ihr keinerlei Widerstände (Luftwiderstand oder Reibung) entgegen setzen, ebenso viel Arbeit wiedergeben, wie bis zu jenem Augenblicke für ihre Bewegung aufgewendet worden ist. Man nennt das Arbeitsvermögen einer sich bewegenden Masse, ihre lebendige Kraft — eine gerade nicht sehr passend gewählte Bezeichnung. Die lebendige Kraft einer Masse kann nie verloren gehen; wo sie scheinbar vernichtet wird, nimmt sie nur eine andere Erscheinungsform an. Z. B. beim Stoss oder bei der Reibung von Körpern verwandelt sie sich in Wärme. Die Erfahrung hat gelehrt, dass z. B. für 1 Meterkilogramm ($^{\text{mkg}}$) Arbeit, welches verloren geht, immer eine genau bestimmte Menge Wärme wieder gewonnen wird, und umgekehrt, dass wenn durch Wärme Arbeit gewonnen wird, für 1^{mkg} Arbeit wiederum jene selbe Menge Wärme verschwindet.

VIII. Prinzip von der Erhaltung der Kraft (Energie).

Aus zahlreichen Versuchen der Chemiker und Physiker geht hervor, dass das Naturganze einen Vorrath wirkungsfähiger Kraft besitzt, welcher weder vermehrt

noch vermindert werden kann, dass also die Quantität der wirkungsfähigen Kraft in der unorganischen Natur ebenso ewig und unveränderlich ist, wie die Quantität der Materie. Dieser Satz enthält das allgemeine Prinzip von der Erhaltung der Kraft oder Energie. Für beschränkte Gebiete der Natur-Erscheinungen war dies Prinzip schon im vorigen Jahrhundert von Newton und D. Bernoulli ausgesprochen worden; wesentliche Erweiterung fand es durch die Resultate der Forschungen von Rumford und Humphrey Davy auf dem Gebiete der Wärmelehre. Die Möglichkeit seiner allgemeinen Gültigkeit sprach zuerst (1842) der Arzt Dr. Julius Robert Mayer aus Heilbronn aus, während gleichzeitig, unabhängig von ihm, der englische Techniker James Prescott Joule in Manchester eine Reihe wichtiger und schwieriger Versuche über das Verhältniss zwischen Wärme und Arbeit durchführte.*)

IX. Aufgabe der Mechanik.

Die Wissenschaft der Mechanik handelt von den bewegenden Kräften und den Bewegungen, sowie von den Leistungen und Wirkungen der Kräfte und bewegten Massen. Die zu betrachtenden Körper können sich im Zustande der Ruhe (des Gleichgewichts) oder der Bewegung befinden. Danach unterscheiden wir 2 Haupt-Abtheilungen der Mechanik: die Statik**) und die Dynamik.***)

In der Baumechanik finden die Lehren der allgemeinen Mechanik (Statik und Dynamik) Anwendung bei der Untersuchung der Stabilität und Tragfähigkeit von Baukonstruktionen, insbesondere bei Ermittelung der innern Kräfte derselben aus den gegebenen äussern Kräften.

X. Kurze Geschichte der Prinzipien der Mechanik.

Wir wissen, dass den orientalischen Völkern des Alterthums schon in frühester Zeit ein gewisses Maass von praktischer Mechanik eigen war; über den Stand ihrer theoretischen Kenntnisse sind wir aber ganz im Dunkeln. Erst die griechischen Ueberlieferungen verbreiten über die Anfänge der theoretischen Mechanik einiges Licht.

Der Grieche Archytas (400 v. Chr.) soll das erste Werk über Mechanik geschrieben haben. Die älteste uns erhaltene Schrift „*Quaestiones mechanicae*" rührt von Aristoteles (384—322 v. Chr.) her; er ergeht sich darin aber nur in unklaren Spekulationen.

Als eigentlicher Begründer der wissenschaftlichen Mechanik gilt der Syrakusaner Archimedes (287—212 v. Chr.). In seinen beiden uns erhaltenen Schriften: „Ueber das Gleichgewicht der Ebenen" (*de aequiponderantibus*) und: „Ueber die schwimmenden Körper" (*de iis quae vehuntur in aqua*)****), von denen letztere in lateinischer Schrift auf uns gekommen ist, bilden die Lehre vom Schwerpunkt, einschliesslich der darauf Bezug habenden mathematischen Untersuchungen und die Stabilitäts-Verhältnisse eingetauchter und schwimmender Körper den Hauptgegenstand. Archimedes' Erörterungen bleiben streng auf dem Gebiete der Statik; ebenso sind seine Methoden rein statische. Man kann darin schon die ersten Anfänge einer geometrischen Methode erblicken.

In der ersten Schrift geht Archimedes von dem Grundsatz aus, dass „gleich schwere Grössen, die in gleichen Entfernungen wirken, im Gleichgewicht sind" und entwickelt daraus das allgemeine Hebelprinzip, dessen Tragweite der grosse Denker durch den bekannten Ausspruch: „*Da mihi ubi consistam, et terram movebo*" am treffendsten versinnlichte. — Aristoteles kannte zwar auch schon das Hebelprinzip, wusste dasselbe aber nicht recht zu beweisen und zu verwenden.

Als Nachfolger des Archimedes ist Hero d. Aeltere (200 v. Chr.), ein Schüler des berühmten Ktesibios, des Erfinders zahlreicher pneumatischer und hydraulischer Maschinen, zu nennen. Er schrieb zu Alexandria, wo 100 Jahre vor ihm Euklides gelebt und gelehrt hatte, seine „Einleitung in die Mechanik", das vollständigste Werk dieser Art, welches die Alten besassen; ferner, ausser andern Werken auch eine „*Mechanica*", in welcher er aus der Theorie des Hebels die der übrigen mechanischen Potenzen ableitet.

*) Helmholtz. Populäre wissenschaftliche Vorträge; 1865, I. S. 99 u. 137.

**) Von *statikós:* stehen machend und *stenai:* stehen.

***) Von *dynamis:* Kraft.

****) Von Commandinus 1565 nach einer lateinischen Uebersetzung heraus gegeben.

Der Römer Vitruv (um Chr. Geb.) giebt in seiner bekannten Schrift „*de architectura*“ nur einige Anwendungen der Mechanik auf Baumaschinen. Im 9. Buche derselben berichtet er auch, durch welchen Zufall Archimedes im Bade seinen bekannten Satz über den Auftrieb der in Flüssigkeiten getauchten Körper fand.

Mit dem Verfall des römischen Reiches und dem Untergange der klassischen Kultur wurden auch die Wissenschaften auf lange Zeit zu Grabe getragen, bis sie im Anfange des 13. Jahrhunderts mit der Gründung der Universitäten auf italischem Boden wieder auferstanden. Aber erst durch die Erfindung der Buchdruckerkunst (im 15. Jahrh.) wurden ihre Errungenschaften allmählich ein Gemeingut der gebildeten Kreise. Als dann nach der Eroberung von Konstantinopel durch die Türken (1453) die flüchtigen Griechen durch die mitgebrachten alten Schriften dem Abendlande neue Anregungen gaben, waren es auf dem Gebiete der Mechanik hauptsächlich die Werke des Archimedes, mit denen sich die bedeutendsten Forscher beschäftigten. Der antike, rein statische Standpunkt des Archimedes blieb bis zum Beginn des 16. Jahrhunderts mehr oder weniger der Ausgangspunkt für alle neuen Untersuchungen.

Erst Galilei (1564—1642) legte den Grundstein zu einer neuen Wissenschaft: der Dynamik. Aber auch einige Vorgänger Galilei's, die dem grossen Manne den Weg zur klaren Erkenntniss der „neuen Wissenschaften“ (*nuove scienze*) — wie er sie auf dem Titel seiner Hauptschrift nannte — ebneten (obwohl es dahin gestellt bleiben muss, ob und wann Galilei von ihren Arbeiten Kenntniss erhalten hat) sind vorab zu nennen.

In erster Linie Leonardo da Vinci (1452—1519)*), berühmt als Künstler, Ingenieur und Philosoph. „Die Mechanik“, sagt Leonardo, „ist das Paradies der mathematischen Wissenschaften, weil man mit ihr zur Frucht des mathematischen Wissens gelangt.“**) Von seinen diese Gegenstände berührenden zahlreichen Schriften ist leider nur ein Bruchtheil erhalten. Doch bekunden die Fragmente, dass Leonardo das Gesetz für die Bewegung auf der schiefen Ebene, ferner einen erheblichen Theil der Eigenschaften des freien Falls und (wenn auch nur in der ersten Idee) das Prinzip der virtuellen Verschiebungen oder Geschwindigkeiten erfasst haben muss; er ist so den von Galilei definitiv und in ihrem ganzen Umfange fest gestellten Wahrheiten nahe gekommen.

Als Vertreter vereinzelter Vorstellungen dynamischer Art ist Benedetti (gest. 1570) zu erwähnen. Er wusste, dass im leeren Raume die Körper unabhängig von ihrer Masse mit gleicher Geschwindigkeit fallen, kannte ferner die Zentrifugalkraft und sprach es deutlich aus, dass die Körper, sich selbst überlassen, in der Richtung der Tangente fort gehen; endlich war ihm auch der Begriff des „Moments“ in dem heute üblichen Sinne des Wortes klar.

Unter den ältern Zeitgenossen Galilei's ist, neben dem Marquis del Monte (1545—1607), gewöhnlich Guido Ubaldi genannt, der ein vortrefflicher Kenner der Mechanik der Alten war, aber bei seinen Betrachtungen über den antiken Standpunkt der reinen Statik nicht hinaus kam, als Bahnbrecher auf dem Gebiete der Statik der holländische Geometer Simon Stevin (1548—1620), Ingenieur und Mathematiker des Prinzen von Oranien, rühmlich zu nennen.

Stevin gab in seinem 1586 erschienenen „*Beghinselen de Waaghkonst*“ (Prinzipien des Gleichgewichts) die erste richtige Darstellung der Grundeigenschaft der schiefen Ebene und löste dadurch ein uraltes Problem, an welchem das Alterthum sich vergeblich versucht hatte. Ferner kam er bei Anwendung des gefundenen Prinzips auf die übrigen einfachen Maschinen indirekt zur Kenntniss der statischen Verhältnisse der Seilmaschine und des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte. Letztern fand er allerdings zunächst nur für den Fall, dass zwei Kräfte-, bezw. Schnurrichtungen einen rechten Winkel bilden.

Seine Versuche, das Prinzip der Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte in allgemeiner Form anzuwenden, sind nicht gelungen.

Stevin löste auch viele hydrostatische Aufgaben und bemerkte bei Untersuchung des Gleichgewichts der Rollen und Rollenzüge zuerst die Gültigkeit des

*) *Venturi. Essai sur les ouvrages physico-mathématiques de Léonard de Vinci.* Paris 1797.
**) *Libri. Histoire de sciences mathématiques en Italie.* Paris 1838—41. Bd. III. S. 80.

Prinzips der virtuellen Verschiebungen (Geschwindigkeiten), das später in seiner allgemeinen Form eine so grosse Rolle in der Mechanik spielen sollte. —

Das Auftreten Galilei's bedeutet einen Wendepunkt in der Geschichte der Mechanik. Seine grossartigen Leistungen sind um so mehr zu bewundern, als ihm zu damaliger Zeit nur primitive mathematische Hilfsmittel zu Gebote standen. Auch bewegte man sich in jener Zeit noch ganz auf dem griechischen, speziell aristotelischen unklaren Standpunkte. Das Sinken der schweren und das Steigen der leichten Körper (z. B. in Flüssigkeiten) erklärte man sich dadurch, dass man annahm, ein jedes Ding suche seinen Ort; der Ort schwerer Körper sei unten, derjenige leichter Körper oben. Die Bewegungen theilte man in „natürliche", wie die Fallbewegung, und „gewaltsame", wie z. B. die Wurfbewegung; man bildete sich ein, schwere Körper fallen rascher, leichtere dagegen langsamer u. s. w.

Galilei beseitigte diese Aristotelischen Wahn-Ideen ein für alle Mal. Er wurde Schöpfer der heutigen „Dynamik", ihrer Grundsätze und wichtigsten Hauptlehren und zugleich auch Verbesserer der Statik, wobei er beide Gebiete der Mechanik in klarer Weise mit einander in Zusammenhang zu bringen wusste.

Wir verdanken ihm die Auffindung der Gesetze des freien Falles, der Bewegung eines Körpers auf der schiefen Ebene, die ersten Beobachtungen über Pendelschwingungen, die Bestimmung der Wurfparabel und noch sehr viel Anderes. Auch nennen wir ihn mit Recht den Begründer der Baumechanik, weil er die erste — allerdings auf falscher Annahme basirte — Theorie der Bruchfestigkeit aufstellte. — Er bekämpfte das Vorurtheil, dass man durch Maschinen an Kraft gewinnen könne, weil er klar nachwies, dass das, was am Wege gewonnen wird, an Kraft verloren geht. Das bedeutsamste seiner Werke, das die Grundlegung der Dynamik znm Gegenstande hat, (*Discorsi e dimostracioni matematiche intorno a due nuove scienze* u. s. w.) gelangte merkwürdiger Weise erst 4 Jahre vor seinem Tode (1638) zur Veröffentlichung. Berühmter noch als dieses, und zwar durch die Schicksale, welche sie seinem Verfasser bereitete, ist die 1632 veröffentlichte 2. Hauptschrift: „*Dialogo intorno ai due massimi sistemi del mondo.*" Von seinen übrigen mathematischen Arbeiten sei nur noch die früheste 1612 unter dem Titel: „*Discorso intorno alle cose che stanuo in su l'acqua o che in quella si muovono*" ausgegebene Schrift erwähnt, in welcher er u. a. die hydrostatischen Sätze des Archimedes gegen Angriffe vertheidigt, die aber besonders dadurch wichtig und interessant ist, dass sie die Anwendung des auch bei vielen andern Gelegenheiten von ihm benutzten Prinzips der virtuellen Geschwindigkeiten auf das Gleichgewicht und die Bewegung in Flüssigkeiten enthält. —

Ungläubig und widerwillig stiessen die damaligen Gelehrten die neuen Lehren ihres Kollegen von sich. „Du bist beinahe der Einzige", schreibt Galilei an seinen etwas jüngeren Geistesverwandten Kepler (1571—1630), den grossen Empiriker in der Mechanik des Himmels, „der meinen Angaben vollkommenen Glauben beimisst. Als ich den Professoren zu Florenz die 4 Jupiter-Trabanten durch mein Fernrohr zeigen wollte, wollten sie weder diese noch das Fernrohr sehen; sie verschlossen ihre Augen vor dem Lichte der Wahrheit." —

Genau 100 Jahre nach dem Tode des unsterblichen Italieners erblickte Newton (1642—1726) das Licht der Welt. Ihm war es vorbehalten, das von Archimedes und Galilei gegründete und im Fortgange der Geschichte unter den Händen neu erstehender Männer der Wissenschaft an Umfang und Inhalt gross gewordene Gebäude der Mechanik zu vollenden und zu krönen. Was nach Newton in der Mechanik geleistet worden ist, bezieht sich nur auf Formulirung und Ausbildung bereits gewonnener Prinzipien. —

In der grossen Reihe von berühmten Forschern in der Periode von Galilei bis auf Newton ragt als gewaltigster auf dem Gebiete der Mechanik Huyghens (1629—1695), der Zeitgenosse Newtons, hervor. Ausserdem machen sich zwei Gruppen von Forschern besonders bemerkbar. Zuerst die kleine Gruppe der französischen Mathematiker, an der Spitze Cartesius (Descartes 1596—1650), der Philosoph und Erfinder der analyt. Geometrie, gleichzeitig ein entschiedener Gegner Galileis; neben ihm Roberval (1602—1675) und Fermat (1608—1665). Ersterer ist bekannt durch seine Arbeit über die Zusammensetzung der Be-

wegungen, letzterer ist Urheber des sogen. Prinzips der geringsten Wirkung. Dann — noch bedeutsamer in ihrer Wirkung auf den Geist der Zeit — die Gruppe der Entdecker und Bahnbrecher auf hydrostatischem und aerostatischem Gebiete: Toricelli, Pascal, Otto v. Guericke, Boyle und Andere.

Toricelli (1608—1647), der in Rom Mathematik studirt hatte und durch seinen Freund Castelli, einen Schüler Galileis, in die Geheimnisse der neuen Lehren des grossen Meisters eingeführt war, wurde (1643) fast zufällig, als eine Pumpe im grossherzogl. Garten in Florenz nicht 32 Fuss hoch Wasser saugen wollte, zu seiner hoch wichtigen Entdeckung über die Wirkung des Luftdrucks und zu seinem Versuche über Messung der Grösse des Luftdrucks durch die Höhe einer Quecksilber-Säule hingeführt. Bisher hatte man sich die Saugwirkung durch den „*horror vacui*, den Abscheu der Natur vor dem leeren Raume“ zu erklären versucht.

Im folgenden Jahre kam die Kunde von dem Toricelli'schen Versuche zur Kenntniss des französischen Gelehrten Pascal (1623—1662), bekannt durch seine intressanten hydrostatischen Versuche und die korrekte Anwendung des Prinzips der virtuellen Geschwindigkeiten auf die Statik der Flüssigkeiten. Pascal wurde dadurch auf die Idee gebracht, die Quecksilber-Säule zur Bestimmung der Höhe von Bergen zu benutzen, eine Idee, welche auch mit günstigem Erfolge am 19. Septbr. 1648, auf dem Puy de Dôme durch Pascal's Schwager Përier zur Ausführung kam.

Otto v. Guericke, der Magdeburger Bürgermeister und kurbrandenburgische Staatsrath (1602—1686), hörte erst viel später als Pascal, auf dem Reichstage zu Regensburg (1654), wo er seine aerostatischen Experimente vorführte, durch Valerianus Magnus von dem Toricelli'schen Versuche. Er ist also bei seinen Leistungen auf dem Gebiete der Aerostatik ganz selbständig vorgegangen. Mit Hülfe eines Kupfergefässes von vollkommener Kugelgestalt gelang ihm, nach vielen vergeblichen Bemühungen, (1650) die Herstellung des Vakuums. Einen geradezu überwältigenden Eindruck auf die Zeitgenossen machten seine urwüchsigen Experimente mit der bald darnach konstruirten ersten Luftpumpe und die begleitenden Erscheinungen im Vakuum. Guericke zeigte, dass im Vakuum die Glocke nicht tönt und eine brennende Kerze erlischt, dass Vögel daselbst sterben, Fische anschwellen und schliesslich bersten. Eine Traube erhält sich über $^1/_2$ Jahr frisch. Eine aus zwei aneinander gelegten Hälften bestehende leer gepumpte Kugel konnte nur durch die Kraft von 16 Pferden mit gewaltigem Knall zerrissen werden. Durch das plötzliche Entleeren eines Luftzylinder-Kolbens zieht Guericke vor versammeltem Reichstage 20 Personen, die an einem Seile den Kolben festhielten, in die Höhe u. s. w. —

Der Engländer Boyle (1627 — 1691) führte Guerike's Untersuchungen fort. Er beboachtete u. a. die Fortpflanzung des Lichts im Vakuum, die Wirkung des Magneten durch den leeren Raum und das Sieden warmer Flüssigkeiten sowie das Frieren des Wassers beim Evakuiren. Auch ist er der eigentliche Entdecker des gewöhnlich nach Mariotte (1620—1684) genannten Gesetzes über die Spannkraft der Luft; er wusste sogar, dass das Gesetz nicht genau gelte, während dieser Umstand Mariotte entgangen zu sein scheint.

Die glänzenden Leistungen einzelner Männer der besprochenen Gruppen sinken mehr oder minder in den Schatten, sobald wir den beiden Leuchten der mechanischen Wissenschaften: Huyghens und Newton, näher treten.

Beide waren ebenbürtige Nachfolger Galilei's. Huyghens war weniger Philosoph als Galilei, besass aber mehr geometrisches Talent. Newton überraschte durch die Kühnheit seiner Phantasie; die ihm eigenen mathematischen Methoden leisteten ihm fast dieselben Dienste, wie die später von seinem Zeitgenossen Leibnitz eingeführten Infinitesimal-Methoden. Wer der Grössere von Beiden war, ist eine müssige und schwierig zu beantwortende Frage. Wenn auch Huyghens ganzes Denken sich nur auf nahe liegende Gegenstände, insbesondere auf das Studium der Pendeluhr konzentrirte, während Newtons Gedanken in die unendliche Ferne schweiften, um das tausendjäkrige Räthsel der Planeten-Bewegung zu ergründen, so sind die Leistungen Beider auf mechanischem Gebiete doch wohl gleichwerthige.

Ebenso aufrichtig wie Galilei legt Huyghens in seinem 1673 erschienenen „*Horologium oscillatorium*“ die Mittel und Wege dar, die ihn zu seinen Erfindungen und Entdeckungen geführt haben. Die wichtigsten in dieser Schrift zum ersten Male behandelten Gegenstände sind: Lehre vom Schwingungs-Mittelpunkt; Erfindung und Konstruktion der Pendeluhr; Erfindung der Unruhe; Bestimmung der Beschleunigung (g) des freien Falles durch Pendel-Beobachtungen; Sätze über die Zentrifugalkraft wie über die mechanischen und geometrischen Eigenschaften der Zykloide; Lehre von den Evoluten und dem Krümmungskreise.

Unter der reichhaltigen Auslese interessanter neuer Probleme war das wichtigste die Aufgabe, den Schwingungs-Mittelpunkt zu bestimmen, mit der sich ausser Huyghens fast alle bedeutenderen Naturforscher der damaligen Zeit beschäftigten. Huyghens fand zuerst eine allgemeine Lösung und ging dabei noch einen bedeutenden Schritt weiter als Galilei, indem er die Bewegung mehrerer Körper bestimmte, die sich gegenseitig beeinflussen, während Galilei stets nur die Dynamik eines Körpers behandelt hatte.

Die Tiefe der von Huyghens gewonnenen Anschauungen beleuchtet u. a. das folgende Beispiel: Als eine Pendeluhr, welche (1671—1673) durch Richer von Paris nach Cayenne gebracht worden war, einen verzögerten Gang annahm, erklärte Huyghens diese Erscheinung zutreffend durch die scheinbare Veränderung der Beschleunigung des freien Falles in Folge der Zunahme der Zentrifugal-Beschleunigung der rotirenden Erde nach dem Aequator hin.

Huyghens behandelte auch eingehend die Theorie des Stosses, mit welcher sich Galilei erfolglos und — mit etwas besserm Erfolge — auch schon Galilei's Zeitgenosse, der Prager Professor Marcus Marci (1595—1667) beschäftigt hatte. —

Die erste ausführliche Behandlung der Stoss-Gesetze wurde im Jahre 1668 durch die „Königl. Gesellschaft“ in London angeregt. Die 3 berühmten Physiker Wallis (26. Novbr. 1668), Wren (17. Dezbr. 1668), Huyghens (4. Januar 1669) legten der Gesellschaft auf Wunsch ihre Arbeiten vor, in welchen sie in von einander unabhängiger Weise die Stossgesetze entwickelten. Wallis behandelte nur den Stoss unelastischer, Wren und Huyghens nur den Stoss elastischer Körper. Auf die Wren'schen Versuche bezieht sich Newton bei Aufstellung seiner Prinzipien; auch wurden diese Versuche bald darauf von Mariotte in einer besondern Schrift „*Sur le choc des corps*“ beschrieben. —

Wir gelangen nun zu den Leistungen Newtons. Dieselben waren auf physikalischem Gebiete von so gewaltiger Rückwirkung auf das Nachbar-Gebiet der reinen Mechanik, dass sie hier nicht übergangen werden dürfen. Seine Entdeckung der allgemeinen Gravitation führte ihn, unter Anlehnung an Galilei's und Huyghens Sätze über die Wurfparabel und die Zentrifugal-Bewegung, zur mathematischen Begründung der bereits von Kepler, nach Tycho de Brahe's und den eigenen Beobachtungen empirisch fest gestellten Gesetze für die Bewegung der Planeten um die Sonne:

1. Die Planeten bewegen sich in Ellipsen, um die Sonne als Brennpunkt;
2. Der von der Sonne nach einem Planeten gezogene Fahrstrahl beschreibt in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume;
3. Die Kuben der grossen Bahnaxen verhalten sich wie die Quadrate der Umlaufs-Zeiten.

Die Natur der Beschleunigung der krummlinigen Bewegung der Planeten um die Sonne und auch des Mondes um die Planeten war damit klar gestellt. Aber auch eine ganze Reihe von Sätzen über die Wirkung von Kugeln auf beliebige ausserhalb oder innerhalb derselben belegene andere Körper, Untersuchungen über die Veränderung der Erdgestalt, besonders durch Rotation, sowie auch das Räthsel des Fluth-Phänomens, dessen Zusammenhang mit dem Monde man schon lange vermuthet hatte, flossen dem kühnen Forscher aus den gewonnenen Anschauungen zu.

Newton setzt in seinem Hauptwerke: „*Philosophiae naturalis principia mathematica*“, welches 1687 auf Kosten Halley's zu London erschien, seine Anwendung der physikalischen Mechanik auf das Sonnensystem unter dem Titel „Vom Weltsystem“ als 3ten Abschnitt an das Ende, während er in den beiden

vorher gehenden Abschnitten mit dem Titel „Ueber die Bewegung der Körper“ rein mechanische Prinzipien behandelt Durch diese Voranstellung der gewonnenen mechanischen Einsichten scheint er selbst andeuten zu wollen, dass darin der Schwerpunkt seiner Arbeit zu suchen sei.

Wir finden in jenem Werke als seine hervor ragenden Leistungen auf dem Gebiete der Mechanik, so weit sie dem Standpunkte Galilei's und Huyghens gegenüber als Fortschritte zu bezeichnen sind:

1. Die Verallgemeinerung des Begriffs „Kraft“;
2. Die Aufstellung des Begriffs „Masse“;
3. Die klare und allgemeine Fassung des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte;
4. Die Aufstellung des Prinzips der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung.

Den Satz vom Parallelogramm der Kräfte haben, zu gleicher Zeit mit Newton und unabhängig von ihm, sowohl Varignon (1654—1722) in einem der Pariser Akademie vorgelegten, aber erst nach Varignons Tode gedruckten Werke (*Projet d'une nouvelle mécanique*), als auch Lami (1640—1715), in einer kleinen (im Litteratur-Nachweis oben angegeben) Schrift ausgesprochen.

Newtons' Erkenntniss und Werthschätzung des Massenbegriffs stellt ihn über seine Vorgänger und Zeitgenossen. Galilei hielt Masse und Gewicht für etwas Gleichbedeutendes; auch Huyghens setzt überall die Gewichte statt der Massen. Er sagt z. B. in seiner Schrift „*de percussione*“ immer „*corpus majus*“ und „*corpus minus*“ wenn er die grössere oder kleinere Masse meint.

Newton rechnet fast ausschliesslich mit den Begriffen Kraft, Masse, Bewegungs-Grösse. Mit seinen Prinzipien kann man, wenn man will, jeden Fall der Mechanik, ob er nun der Statik oder Dynamik angehören mag. ergründen. Man würde dabei nur auf Schwierigkeiten formeller (mathematischer), keineswegs aber prinzipieller Natur stossen.

Die Galilei-Newton'sche Periode ist danach für das Gebiet der Prinzipien der Mechanik die abschliessende. Auch die wichtigsten der heute gebräuchlichen Rechnungs-Ausdrücke wurden in dieser Periode bereits gefunden und benutzt, wenn auch die uns heute geläufigen Namen dafür zum Theil neuern Datums sind.*)

Fast gleichzeitig mit dem ersten Erscheinen des Newtonschen Hauptwerkes regte sich auf dem Festlande das Streben zu einer mehr analytischen Behandlung mechanischer Aufgaben. Die Newtonsche „Fluxions-Rechnung“, welche in systematischer Form durch die Veröffentlichung des Leibnitzschen Aufsatzes: „Ueber eine neue Methode für die Maxima und Minima“ in den *Acta Eruditorum* (1684) bekannt wurde, ebenso wie auch die Leibnitz'sche neue Methode bildeten sich allmählich, namentlich durch die Bemühungen der Brüder Jacob und Johann Bernoulli (1654—1705, bezw. 1667—1748) zu einer vollständigen Differential- u. Integral-Rechnung aus. Euler (1707—1783), d'Alembert (1717—1783) u. Lagrange (1736—1813) übertrugen die neuen Methoden auf das Gebiet der Mechanik.

Euler, der grosse deutsche Mathematiker, war der erste, der sowohl eine Gesammt-Darstellung der neuen analytischen Methoden, als auch eine analytische Bearbeitung der Mechanik mit Ausschluss der Statik (*Mechanica sive motus scientia analytice exposita, 1736*) vollendete. Er zerlegte aber noch die Kräfte bei krummlinigen Bewegungen in Tangential- und Normalkräfte.

Die Zerlegung nach 3 unveränderlichen Richtungen führte Maclaurin (1698—1746) zuerst ein.

Im Jahre 1743 folgte d'Alemberts „*Traité de dynamique*“, durch welche auch das nach ihm benannte wichtige Prinzip, welches dazu diente, die Aufgaben der Dynamik in solche der Statik zu verwandeln, bekannt wurde. Wenige Jahre später fanden Euler und Daniel Bernoulli (1700—1782) den Satz von der Erhaltung der Flächen, welcher in ähnlicher Weise, wie die bereits von Newton

*) Der Ausdruck „Quantität der Bewegung“ (mv) rührt von Descartes her. Leibnitz nennt den Ausdruck mv^2 „lebendige Kraft“; Coriolis (1792—1843) nimmt dafür $\frac{mv^2}{2}$ und führt die Bezeichnung „Arbeit“ für das Produkt aus Kraft mal Weg ein. Poncelet befestigt diesen Gebrauch u. setzt das Meter-Kilogr. als Arbeits-Einheit fest. — Den Ausdruck $\Sigma\ (mr^2)$ nennt zuerst Euler „Trägheitsmoment“; doch rechnete schon Huyghens mit diesem Ausdruck.

entwickelten Sätze über die Erhaltung der Quantität der Bewegung und des Schwerpunkts ein bequemes Hilfsmittel zur raschen Lösung von Aufgaben über frei bewegliche Massen-Systeme bildet.

Das berühmte Lagrange'sche Werk (*Mécanique analytique*) erschien 1788, also etwa 100 Jahre nach dem Bekanntwerden der Newton'schen „Prinzipien".

Während Newton seine Sätze mit Hilfe von Konstruktionen an der Figur rein geometrisch (synthetisch) entwickelte, gab Lagrange in seinem ganzen Werke nicht eine einzige Figur, weil er sich prinzipiell bemühte, jeden Fall mit möglichst wenigen Mitteln in Formeln darzustellen.

In der Statik stellt Lagrange das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten an die Spitze und in der Dynamik legte er allen Entwickelungen das d'Alembert'sche Prinzip zu Grunde. Die Statik und Dynamik der Flüssigkeiten giebt er als besondere Fälle der Anwendung der allgemeinen Mechanik im Schlusskapitel. Seine Arbeit ist heute noch das unübertroffene Fundamental-Werk der analytischen Mechanik; es bildet den glanzvollen Abschluss der auf allgemeine Systematisirung und Entwickelung gerichteten Bestrebungen in der Periode Newton-Lagrange. Auch die am Ende des 18. Jahrhunderts erschienene „*Mécanique céleste*" von Laplace (1749—1827) fällt dagegen nicht in die Waagschale. —

Die bedeutendsten Erscheinungen des 19. Jahrhunderts sind die Erweiterung der mechanischen Grundbegriffe (Kräftepaare, Trägheits-Ellipsoid und Zentral-Ellipsoid) sowie die Einführung neuer synthetischer Methoden durch Poinsot (1777—1859) und die Entdeckung des mechanischen Wärme-Aequivalents durch Robert Mayer (1842), mit welcher das bereits von Huyghens angedeutete, von Johann und Daniel Bernoulli in allgemeinere Form gekleidete Prinzip der lebendigen Kraft zu hoher Bedeutung gelangt und gleichzeitig auch der von Descartes in seinen Prinzipien der Philosophie ausgesprochene Satz: „dass die anfangs erschaffene Menge der Materie und der Quantität der Bewegung unverändert bleibe, wie dies allein mit der Beständigkeit des Schöpfers der Welt verträglich sei", Bestätigung findet. —

Mit dem bedeutungsvollen Hervortreten der Technik im 19. Jahrhundert, durch die gewaltigen Fortschritte im Berg-, Maschinen- und Eisenhüttenwesen und durch die Einführung neuer Verkehrsmittel, insbesondere der Eisenbahnen, nimmt auch in ihrer weitern Entwickelung die Mechanik mehr und mehr ein technisches Gewand an. Es bildet sich allmählich auf dem Gebiete der allgemeinen Mechanik ein besonderer Zweig, die technische Mechanik oder Baumechanik aus, welche auch den hauptsächlichsten Anlass dazu giebt, dass neben der analytischen die synthetische Methode zu grösserer Vollendung gelangt, bis sie sich endlich zu derjenigen Methode ausbildet, die wir heute die grafische nennen. —

XI. Kurze Geschichte der Baumechanik.

Wir beschränken uns darauf, den Gang der Entwickelung der Baumechanik nur übersichtlich anzudeuten und trennen dabei die beiden Hauptgebiete derselben: „Elastizitäts-Lehre"*) und „Statik der Baukonstruktionen."

Zu Anfang des 17. Jahrhunderts finden wir Galilei mit Fragen über die Festigkeit beschäftigt. Er zeigt, dass hohle Röhren eine grössere Biegungs-Festigkeit darbieten, als massive Stäbe von gleicher Länge, und wendet diese Erkenntniss an, um die Formen der Thierknochen zu erläutern. Bei seiner Theorie der Bruch-Festigkeit — der ersten die aufgestellt wurde — betrachtete er einen eingemauerten Balken, der am freien Ende belastet ist. Dabei ging er aber von der falschen Annahme aus, dass die elastische Linie eine Parabel sei, legte die horizontale Gleichgewichts-Axe durch den tiefsten Punkt des Querschnitts und betrachtete die Spannungen für alle Querschnittspunkte als konstant. Mit scharfem Blick erkannte er aber, dass bei einer parabolischen Begrenzung der Unterfläche des Balkens sein Widerstand in allen Querschnitten gleich gross sei und man dadurch $^1/_3$ an Material sparen könne.

*) Für die Elastizitäts-Lehre ist in 1. Linie der „Abriss der Geschichte der Elastizitäts-Lehre" von Winkler (Techn. Blätter 1871. I. S. 22) benutzt worden.

Vergl. auch Winkler. Vorträge über Statik der Baukonstruktionen, gehalten an der k. techn. Hochschule in Berlin. I. Heft: Festigkeit gerader Stäbe. I. Th. III. Aufl.; als Manuskript gedruckt. 1883.

Seine Theorie wurde durch die Italiener Blondel, Marchetti, Fabri und Grandi (1660—1700) weiter ausgebildet. Man erkannte, dass auch ein mit beiden Enden auf Stützen ruhender Balken eine parabolische Form haben müsse, wenn er eine Einzellast trägt.

Der Architekt Fr. Blondel (1661) und der Professor Al. Marchetti (1669) zeigten, dass die Form elliptisch sein müsse, wenn die Einzellast alle möglichen Lagen einnehmen könne. —

Galilei's Theorie, deren Hauptmangel darin lag, dass sie eine Elastizität des Materials nicht berücksichtigte, gewann erst festern Boden, nachdem im Jahre 1660 der Engländer Hooke durch Versuche mit Stahlfedern das sogen. Elastizitäts-Gesetz fand — nach welchem die Längenänderung der Faser proportional der Spannung ist (*ut tensio sic vis*) —, ein Gesetz, das heute noch die Grundlage der Elastizitäts-Lehre bildet.

Das Hooke'sche Gesetz wurde bestätigt durch die Entdeckung Huyghens, dass die Schwingungs-Zeiten elastischer Stäbe von der Amplitude unabhängig sind, und durch Versuche des Holländers s'Gravesande (1688—1742) mit Metalldrähten, welche horizontal gespannt und in der Mitte belastet wurden.

Mariotte hat das Elastizäts-Gesetz ebenfalls — und wahrscheinlich unabhängig von Hooke — gefunden. Er machte (1679) Versuche mit kleinen Stäben aus Holz, Metall und Glas und fand, dass sich die Körper unter der Wirkung von Lasten proportional den letztern ausdehnen oder zusammen drücken, aber nach Beseitigung der Last wieder in die frühere Lage zurück gehen; er zeigte auch, dass sich das Material eines gebogenen Körpers auf der konvexen Seite ausdehnt und auf der konkaven Seite zusammen drückt.

Durch Versuche mit Glasstäben fand Mariotte, dass der Stab in seiner Mitte eine doppelt so grosse Last trägt, wenn er an den beiden Enden eingespannt ist, als wenn er nur frei aufliegt, und dass der Stab hierbei ebenso leicht in der Mitte als an den Enden brechen könne.

Auf Grund seiner Versuche bewies er 1680 in seinem „*Traité du mouvement des eaux*" zum ersten Male die Unzulässigkeit der Hypothesen Galilei's, was Leibnitz veranlasste, diesem Gegenstande ebenfalls Aufmerksamkeit zu schenken. Mariotte — sowie auch Leibnitz in seinem „*Demonstrationes novae resistentia solidorum*" (1684) — nahmen aber noch an, dass die horizontale Gleichgewichts-Axe in der Mitte der Höhe des Querschnitts liege; jedoch setzten sie die Spannung eines Querschnitts-Punktes nicht konstant, sondern proportional dem Abstande von jener Axe.

Parent (1710)*) führte den richtigen Nachweis, dass die Summen der Spannungen auf beiden Seiten der Axe gleich sein müssen, und legte dadurch den Grund zur genauen Bestimmung der neutrale Axe.**) Parent machte auch einige Versuche über die Bruchfestigkeit von Stäben aus Tannen- und Eichenholz und berechnete hiernach Tabellen für den praktischen Gebrauch.

Mit dem interessanten Problem der Biegung beschäftigten sich im vorigen Jahrhundert auch die grossen Theoretiker Jakob Bernoulli, Euler, Lagrange und Coulomb (1736—1816).

Jakob Bernoulli untersuchte zuerst die Form der elastischen Linie, wobei er nachwies, dass der Krümmungs-Radius dem Biegungs-Moment umgekehrt, proportional ist.

Euler vervollkommnete die Bernoulli'sche Theorie der elastischen Linie in ausgedehnter Weise. Er unterschied 9 Formen der elastischen Linie und bemerkte, dass die Messung der Durchbiegung eines Stabes dazu dienen könne, die absolute Elastizität zu bestimmen. Die erste Form der Euler'schen elastischen Kurven bildet den Fall, wo die Kraft in der Richtung der Stabaxe wirkt. Für diesen Fall führt er den Namen „Säulenfestigkeit" ein. Er findet, dass eine Biegung, welche in einer Sinuslinie vor sich geht, nur eintreten könne, wenn die Kraft eine gewisse Grösse habe; dass bei einer solchen Grösse der Kraft der Stab jede mögliche Ausbiegung annehmen könne, also auch

*) *De la véritable Mécanique des résistances relatives des solides, et réflexions sur le système de M. Bernoulli de Bâle; essais et recherches de mathematiques et de physiques. 3. volume. 1713.*

**) Der Name „neutrale Linie" wurde erst gegen 1820 von Tredgold eingeführt.

eine Biegung, bei welcher der Bruch erfolgt; dass endlich diese Kraft umgekehrt proportional dem Quadrat der Länge des Stabes und dabei nicht von der Festigkeit, sondern von der Elastizität des Materials abhängig sei.

Euler behandelte ausser verschiedenen andern Belastungs-Fällen auch zuerst die Theorie der krummen Stäbe.

Lagrange bestätigte in einer Arbeit über die Gestalt der Säulen (Turiner Akademie, 1770—1773, im allgemeinen die von Euler erlangten Ergebnisse, zeigte dabei aber zuerst, dass der auf Knickfestigkeit beanspruchte Stab sich je nach der Grösse der Kraft in zwei, drei und mehr Abtheilungen wellenförmig biegen kann.

Die erste wissenschaftliche, auf richtigen Grundsätzen beruhende Arbeit über die einfachsten Fälle der Festigkeits-Lehre veröffentlichte Coulomb (1736—1806), in seinem „*Essai sur une application des règles de Maximis et Minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'Architecture*, 1773“ und in den „*Recherches théoriques et expérimentales sur la force de torsion et l'élasticité des fils de métal, lu en 1784. Académie des sciences; volume de 1784; publié en 1787.*“ Coulomb nimmt im gebogenen Körper ausgedehnte und zusammen gedrückte Fasern an, und bestimmt die neutrale Axe (wahrscheinlich ohne die Arbeit Parent's zu kennen) durch die Bedingung, dass die Summe der Spannungen der ausgedehnten Fasern = sein müsse der Summe der Spannungen der zusammen gedrückten Fasern. Er findet, dass die neutrale Axe bei symmetrischen Querschnitten in der Mitte der Höhe liegt und erkennt auch, dass sie beim Bruch ihre Lage ändern könne. Coulomb erkennt ferner zuerst, dass sich in einem Querschnitt Kräfte entwickeln müssen, welche in der Ebene des Querschnitts selbst wirken, da sonst kein Gleichgewicht mit der äussern Kraft bestehen könnte. Diese Kräfte, die wir jetzt „Schubspannungen“ nennen, bestimmt er zwar nicht, weiss aber, dass ihre Summe = der äussern Kraft ist, dass sie also nicht von der Länge des Körpers abhängen können, wie die Zug- und Druckspannungen. Er bemerkt daher, dass die von ihm gegebene Berechnung der Bruchfestigkeit nur richtig sein könne, wenn diese Schubspannungen auf das Bestreben zur Trennung nur wenig Einfluss haben, oder, wenn der Hebelarm des Gewichts viel grösser ist, als die Höhe des Stabes. Coulomb stellt auch die ersten Untersuchungen über die Torsions-Elastizität an, indess nur für den Kreis-Zylinder und ohne tieferes Studium. Er findet durch eine einfache Betrachtung, dass das Moment der verdrehenden Kraft proportional ist der Verdrehung pro Längeneinheit und proportional der 4. Potenz des Durchmessers.

Der englische Gelehrte Thom. Young (1773—1829) unterscheidet ausser dem Zerreissen, Zerdrücken und Zerbrechen noch den Widerstand gegen Abscheren, den er *detrusion* nennt. Er sagt, derselbe trete ein, wenn eine Kraft auf einen Körper in der Weise wirkt, wie die Schneiden eines Paares von Meisseln oder die Schenkel einer Schere. Er führt hierauf die Torsions-Festigkeit oder den Widerstand gegen Abwürgen zurück. Er zeigt sodann auch, dass Körper von konstanter Festigkeit, mit Rücksicht auf die Festigkeit gegen Abscheren an den Enden, nicht in eine verschwindende Dicke auslaufen können. (*A course of lectures on natural philosophy and the mechanical arts, 1807*).

Während die vorbenannten grossen Männer sich um die Theorie der Elastizitäts-Lehre verdient machten, waren andere Männer, insbesondere der berühmte holländische Physiker Muschenbroek (1692—1761) nach dem Vorgange von Hooke, Mariotte, Parent u. A. mit Eifer bemüht, die Gesetze der Elastizität durch Versuche zu ergründen.

Muschenbroek machte Versuche über die Zug- und die Bruch-Festigkeit verschiedener Holzsorten und einiger Metalle. Auch über Zerdrücken der Stäbe durch Kräfte, welche in ihrer Längenrichtung wirken, hat Muschenbroek Versuche angestellt, welche lehrten, dass die Last, welche der Stab tragen kann, dem Quadrat der Länge umgekehrt proportional ist, ein Satz, den Euler erst später theoretisch entwickelte. Selbst mit runden und quadratischen Platten machte M. Bruch-Versuche. (*Introductio ad cohaerentiam corporum firmorum; 1729. — Introductio in philosophiam nationalem; 1739*).

Unter den ältern Versuchen des vorigen Jahrhunderts erwähnen wir kurz noch die Versuche Belidor's (1729) und Buffon's (1740) über die Bruchfestigkeit

der Hölzer, die Versuche des Marquis Poleni (1742) mit Schmiedeisen (angestellt um zu einer Verstärkung der Kuppel der Peters-Kirche in Rom die nöthigen Grundlagen zu gewinnen); ferner die Versuche Duhamel's über die Durchbiegung von Eichenholz-Stäben, die auf 2 Stützen lagern, wobei er durch auf der konkaven Seite angebrachte Sägeschnitte konstatirte, dass sich beim Bruche die vertikale Axe nach der Seite der ausgedehnten Fasern hin verschiebt. (*Memoires de l'Académie des sciences, 1768*); endlich die Versuche von Gauthey, Perronet und Rondelet über die Druckfestigkeit der Steine.

Es ist aber den Gelehrten des 18. Jahrhunderts trotz der eifrigsten Forschungen nicht gelungen, das Problem der Biegungs-Festigkeit endgültig zu lösen. Dem berühmten französischen Ingenieur Navier (1785—1836) war es vorbehalten, in dieser Richtung einen entscheidenden Schritt vorwärts zu thun. Er bewies, dass die neutrale Axe durch den Schwerpunkt gehen müsse, und leitete den bekannten Ausdruck: $N = \frac{Mv}{I}$ für die Spannung ab, worin, wie Persy (1834) zuerst nachweist, I das Trägheitsmoment des Querschnitts ist.

Navier's Leistungen bezeichnen einen wichtigen Abschnitt in der Geschichte der Baumechanik. Ihm verdanken wir nicht allein die Auffindung Grund legender Gleichungen der Elastizitäts-Lehre, sondern — was für die nachwachsenden Generationen der Techniker von viel höherer Bedeutung ist — auch die erste wissenschaftliche Behandlung der gesammten Baumechanik. Seine „Mechanik der Baukunst" (1826) ist zuweilen auch heute noch eine Quelle für wissensdurstige Forscher.

In rascher Folge (1827—1829) erschienen dann weitere Arbeiten von Poisson und Cauchy, welche das Gleichgewicht und die Bewegung elastischer Körper unter Anwendung der Molekular-Theorie zum Gegenstande hatten; ausserdem gelangten Navier's Lehren, namentlich durch seine Landsleute Poncelet, de Saint-Venant und Bresse zur weitern Ausbildung.

Auf Grund des Elastizitäts-Gesetzes wurden die allgemeinen Eigenschaften der im Innern eines Körpers auf eine beliebige Fläche wirkenden Spannung (1827) zuerst von Cauchy (*Exercices de mathématique*) entwickelt und von Lamé (*Leçons sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides*) 1852 in geometrische Form gebracht. Cauchy giebt zuerst den Satz vom Deformations-Ellipsoid und Lamé den Satz vom Spannungs-Ellipsoid und den Haupt-Spannungen.

Das Problem der Biegungs-Festigkeit in der allgemeinsten Form wurde von de Saint-Venant aufgestellt, welcher auch in dem sogen. de St. Venant'schen Problem den genauen Zusammenhang der Gleitung mit der Dehnung zeigt, und die von Poinsot herrührende Theorie der Trägheits-Ellipse bei seinen Ableitungen einführte, während sein Kollege Bresse (1854) zuerst den Kern des Querschnitts anwendete.

Neben den genannten Männern beschäftigten sich in der nämlichen Periode in hervor ragender Weise Eytelwein (1764—1849), der erste Direktor der Berliner Bauakademie, der österreichische Ingenieur Gerstner (1756—1832) und der englische Ingenieur und Professor Rankine auf dem Gebiete der Elastizitäts-Lehre. Die Restrebungen zur exakten Ausbildung dieser Theorien durch Clebsch, Clausius, Kirchhoff und Pochhammer sind neuern Datums (1848—1884).

Erwähnenswerth ist auch die wahrscheinlich zuerst durch Castigliano (1848—1884) (*Théorie de l'équilibre des systèmes élastiques et ses applications; Paris 1880*) erfolgte Anwendung des Satzes vom Minimum der Formänderungs-Arbeit, der übrigens kein neues Prinzip enthält, sondern nur die Anwendung des von Fermat und Maupertuis ausgesprochenen und vielfach benutzten Prinzips der geringsten Wirkung auf die Festigkeits-Lehre ist. —

In der Geschichte der Statik der Baukonstruktionen spielen in erster Linie die Theorieen des Erddrucks und der Gewölbe eine Rolle. Die ersten — schwachen — Anfänge dieser Theorieen reichen bis zum Ende des 17ten und Anfang des 18ten Jahrhunderts, wo die Franzosen Bullet und Couplet eine Theorie des Erddrucks und Lahire (1710) eine Gewölbe-Theorie aufstellten, zurück. Seither beschäftigte sich eine grosse Reihe berühmter Männer, hauptsächlich französische Ingenieure, mit diesen interessanten Problemen. Wir nennen für die Erddruck-Theorie im 18ten Jahrhundert Sallonyer, Rondelet, Tersac de

Montlong, Blaveau, Belidor, Gadroy, d'Antony und Gauthey und im Anfange unsers Jahrhunderts, als besonders fruchtbar, zuerst Coulomb, dann Prony, Mayniel, Francais, Navier und Poncelet. Neben den Franzosen waren in der nämlichen Periode auf diesem Gebiete nur die schon genannten Deutschen Eytelwein und Gerstner thätig.

Trotz der unzweifelhaften Bereicherung, welche die genannten Theorien durch die vielseitigen Forschungen dieser zahlreichen Fachmänner erfahren haben, ist auch der jüngern Generation darin noch Vieles zu thun übrig geblieben. Das beweisen die zahlreichen neuern Arbeiten über Erddruck, z. B. von: Rankine (1856), Scheffler (1857), St. Guilhelm (1858), Culmann (1866), Levy (1867), Considère (1870), Rebhann (1871), Winkler (1872), Mohr (1881) und über Gewölbe von: Hagen (1862), Drouets (1865), Schwedler (1868), Dupuit (1870), Perrodel (1872), Belpaire (1877), Winkler (1880). — Auf dem Gebiete der Gewölbe-Theorie machen sich Bestrebungen geltend, die Gewölbe als Bögen zu behandeln, welche dem Elastizitäts-Gesetze unterliegen, während man die Erddruck-Theorie unter Zugrundelegung des Druckes im unbegrenzten Erdreich weiter auszubilden trachtet.

Der gewaltige Aufschwung des Brückenbaues in unserm Jahrhundert hat besonders auf die Ausbildung der Statik der Stabsysteme und der Theorie verschiedener Brücken-Systeme und Eisenkonstruktionen hingewirkt. Hervor ragende Leistungen auf diesem Gebiete sind diejenigen von: Ritter (1861), Maxwell (1864), Culmann (1864), Cremona (1872). Diese neuern Leistungen liegen meist noch ausserhalb der Grenzen einer historischen Betrachtung.

Ein Schlusswort sei:

XII. Den Methoden der Mechanik

gewidmet.

Die ersten Andeutungen der synthetischen Methode finden sich schon in den Schriften des Archimedes. In vollendeter Weise erscheint sie in Newtons „*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*“. Zur Zeit als Monge (1746—1818) den Grundstein zur „Darstellenden Geometrie“ legte, als Poinsot, im Gegensatze zu Lagrange und Carnot (1753—1823), in seinen 1804 erschienenen „*Eléments de statique*“ die geometrische Methode entschieden bevorzugte, standen sich die Ansichten über die zweckmässigste Methode der Behandlung mathematischer Probleme schroff gegenüber. Durch „Die Statik“ von Möbius (1837) erhielt die geometrische Methode wichtige Bereicherungen. Die erste vollständig geometrische Mechanik, die weder Materie noch Kraft in den Kreis ihrer Betrachtung zieht, war Ampères Werk: „*Essai sur la Philosophie des sciences*“ (1835). Ampère führte auch die Bezeichnung „*Kinematik*“ (von *kinein*, bewegen) ein.

Cousinery, in seinem „*Calcul de trait*“ (1838) war wohl der Erste, der bei Stabilitäts-Untersuchungen versuchte, die Geometrie direkt anzuwenden. Poncelet (1788—1867) benutzte zwar ebenfalls die Geometrie; aber seine Lösungen waren immer nur Uebersetzungen vorher entwickelter analytischer Ausdrücke. Der eigentliche Begründer der grafischen Statik ist Culmann (1821—1881), der 1866 seine „Grafische Statik“ vollendete. Culmanns Arbeit war eine ganz selbständige und Grund legende; Poncelet und Cousinery lieferten ihm nur unwesentliche Beiträge. Er erkannte die Fruchtbarkeit der Beziehungen zwischen dem Kräfte- und Seilpolygon und ihre Wichtigkeit für die Lösung praktischer Aufgaben der Technik.

Nach Culmann verdienen die Leistungen von Mohr und Cremona besondere Erwähnung. Mohr fasst die elastische Linie als Seilpolygon auf und findet dadurch das Mittel zur grafischen Behandlung der kontinuirlichen Träger. Cremona giebt, von der Theorie der reziproken Polyeder ausgehend, die allgemeinen reziproken Beziehungen zwischen Kraft- und Seilpolygon. —

B. Allgemeine Mechanik.

(Behandelt mit Berücksichtigung der grafischen Methoden).

Litteratur.

1. v. Gerstner. Handbuch der Mechanik; Prag 1831—34. — 2. Whewell. Elementar-Lehrbuch der Mechanik. Nach der 5. Auflage des Englischen von Schnuse; Braunschweig 1841. — 3. Willis. *Principles of Mechanism;* London 1841. — 4. Eytelwein. Handbuch der Mechanik fester Körper und der Hydraulik; herausgegeben von v. Forstner, 3. Auflage; Berlin 1842. — 5. Bresson. *Traité élémentaire de mécanique;* Paris 1842. — 6. Laboulaye. *Traité de Cinématik;* Paris 1849. — 7. Jullien. *Problèmes de mécanique rationelle;* Paris 1855. — 8. Morin. *Notions géometriques sur les mouvements et leurs transformations, ou éléments de Cinématique;* Paris 1857. — 9. Freycinet. *Traité de mécanique rationelle;* Paris 1858. — 10. Rühlmann. Grundzüge der Mechanik im Allgemeinen und der Geostatik im Besondern; 3. Auflage Leipzig 1860. — 11. Jacobi. Vorlesungen über Dynamik; herausgegeben von Clebsch; Berlin 1866. — 12. Delaunay. Lehrbuch der analytischen Mechanik. 4. Auflage; aus dem Französischen von Krebs; Wiesbaden 1868. — 13. Bour. *Cours de mécanique et machines;* Paris 1865—74. — 14. Ritter. Lehrbuch der analytischen Mechanik; Hannover 1873; 2. Auflage 1883.

I. Statik.

Die Wirkung einer Kraft ist durch Grösse, Richtung und Lage ihres Angriffspunktes bestimmt. Zwei Kräfte sind einander gleich, wenn man unter denselben Umständen eine für die andere setzen kann.

Eine Kraft, welche unter gleichen Umständen dieselbe Wirkung ausübt, wie mehrere einzelne Kräfte zusammen, nennt man Mittelkraft, Resultante oder Resultirende dieser Kräfte. Die einzelnen Kräfte, aus denen sich die Mittelkraft zusammen setzt, nennt man Komponenten oder Seitenkräfte. Das:

1. Grundgesetz der Mechanik: Kraft gleich Masse mal Beschleunigung, ward bereits in der Einleitung erörtert.

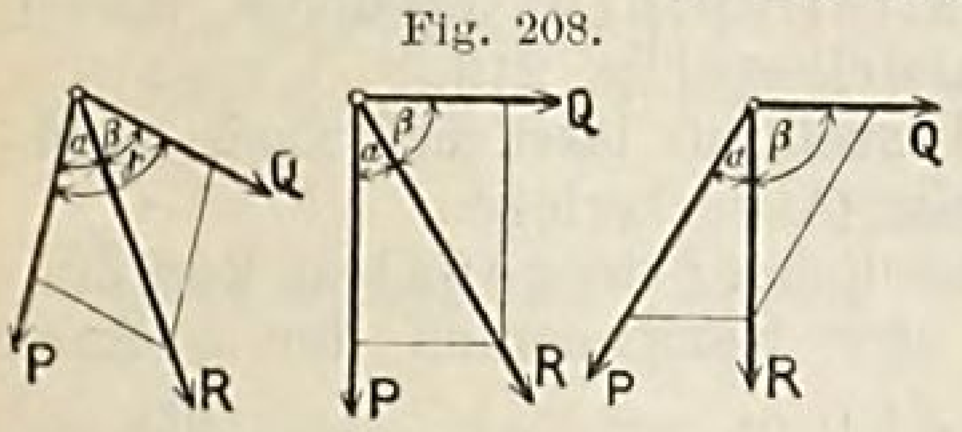
2. Grundgesetz: Unter der gleichzeitigen Einwirkung von mehreren Kräften bewegt sich ein materieller Punkt in der Richtung der Resultirenden aller derjenigen Bewegungen, welche er ausführen würde, wenn jede der Kräfte einzeln auf ihn einwirkte.

Auf dieses Gesetz stützt sich der nachfolgende Satz vom Parallellogramm und Parallellepiped der Kräfte.

3. Grundgesetz: Jede Kraft erzeugt einen Widerstand, welcher der Grösse der Kraft gleich und ihrer Richtung entgegen gesetzt ist.

a. Die Kräfte wirken auf einen Punkt.

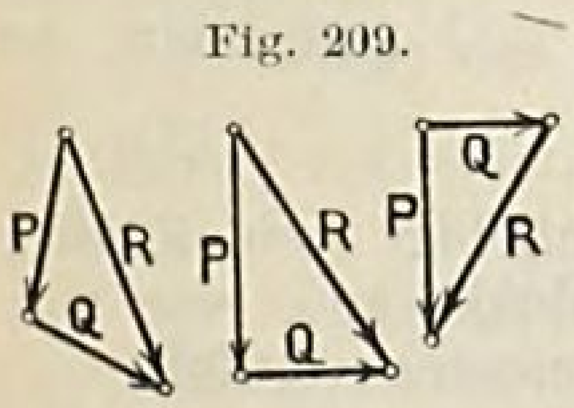
Fig. 208.



α. Die Kraftrichtungen fallen in eine und dieselbe Gerade.

Die Resultante R ist gleich der algebraischen Summe aller Einzelkräfte. — In gleichem Sinne gerichtete Kräfte sind bei der Summirung mit gleichem Vorzeichen einzuführen. — Zwei gleiche und entgegen gesetzt gerichtete Kräfte befinden sich im Gleichgewicht.

Fig. 209.



β. Die Kraftrichtungen schneiden sich unter einem beliebigen Winkel.

Die Grösse und Richtung der Resultante R zweier Kräfte P und Q, Fig. 208, ist durch die Diagonale eines Parallellogramms bestimmt, dessen Seiten Grösse und Richtung der beiden Kräfte darstellen.

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \gamma}; \quad \frac{P}{R} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}; \quad \frac{Q}{R} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}.$$

Für $\gamma = 90^0$ wird: $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$; $P = R \sin \beta$; $Q = R \sin \alpha = R \cos \beta$.

„ $\beta = 90^0$ „ : $R = \sqrt{P^2 - Q^2}$; $P = \dfrac{R}{\cos \alpha}$; $Q = R \operatorname{tg} \alpha$.

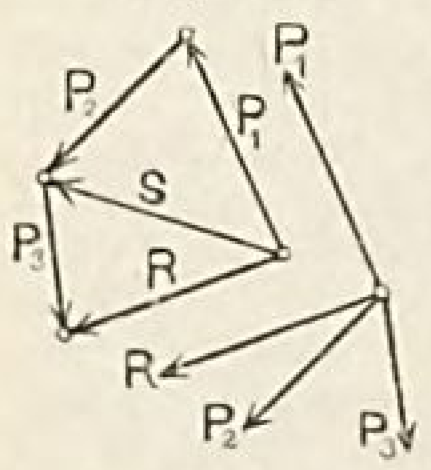
Die Umkehrung dieses Satzes lautet: Jede Einzelkraft lässt sich in ihrer Ebene nach zwei, einen beliebigen Winkel mit einander einschliessende Axen zerlegen.

Trägt man die beiden Kräfte P und Q ihrer Grösse und Richtung nach an einander, Fig. 209, so wird die Grösse und Richtung der Resultante R durch diejenige Gerade dargestellt, welche den Kräftezug zu einem Dreieck schliesst. Das Dreieck wird Kräfte-Dreieck genannt. Der Sinn der Richtung der Resultante R ist dem Sinne des Kräftezuges entgegen gesetzt.

γ. Das Kräfte-Polygon (Kraft-Polygon).

Wenn drei Kräfte P_1, P_2 und P_3 in einem Punkte einer Ebene angreifen, so kann man die Resultante S der ersten beiden Kräfte, Fig. 210, mit der 3. Kraft P_3 wieder zu einer Resultante R zusammen setzen. Die Resultante R schliesst in diesem Falle den Kräftezug P_1, P_2, P_3 zu einem Viereck.

Fig. 210.



Das Vorstehende ist allgemein auch für beliebig viele Kräfte in der Ebene gültig:

Die Kräfte 1, 2, 3, 4, 5 und 6, Fig. 211, in beliebiger Folge ihrer Grösse und Richtung nach aneinander gereiht, bilden den Kräftezug und die das Kräftepolygon (Kraftpolygon) schliessende Gerade R stellt die Resultante aller Kräfte nach Grösse und Richtung dar; der Sinn der Richtung ist dem Sinne des Kräftezuges entgegen gesetzt.

Im Gleichgewicht befindliche Kräfte lassen sich zu einem geschlossenen Kräftepolygon zusammen setzen, Fig. 212.

Fig. 211.

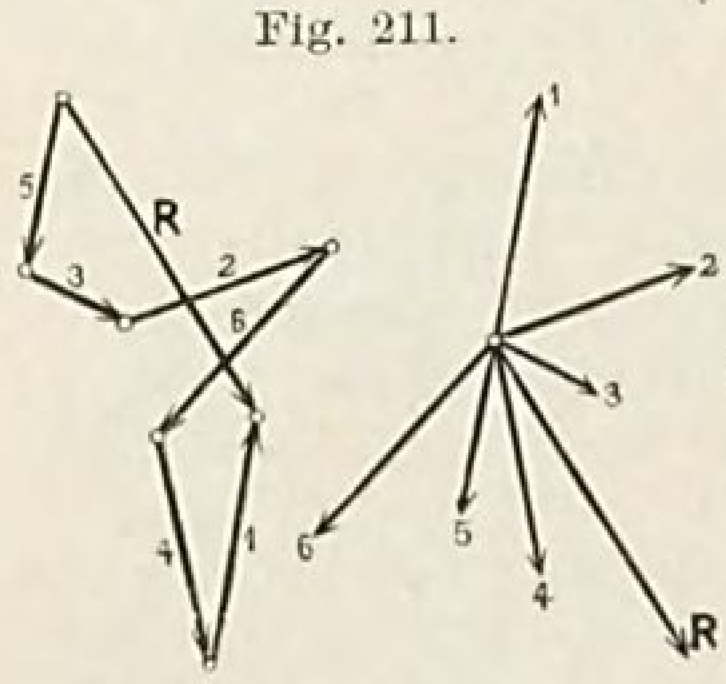


Fig. 212.

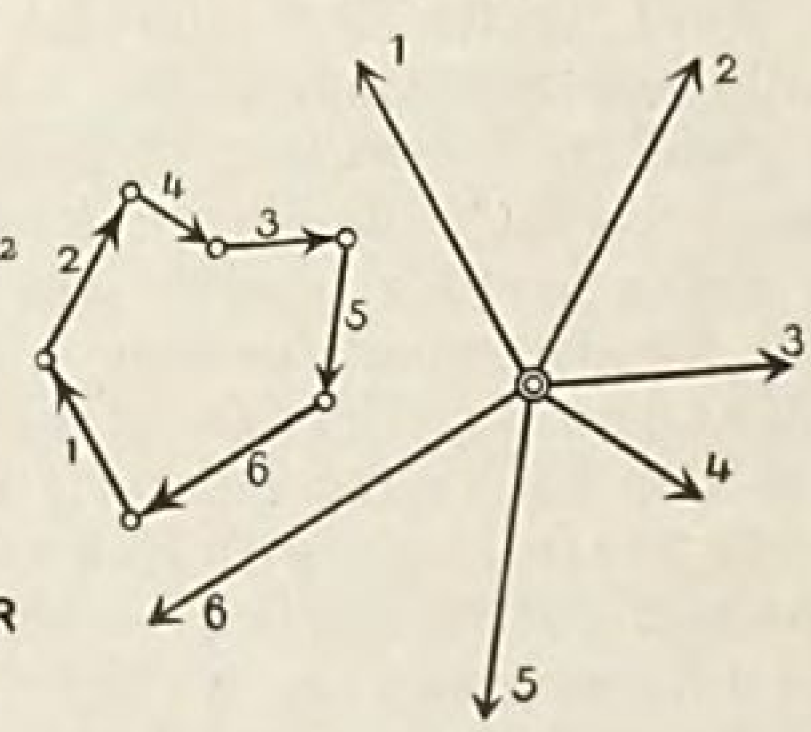


Fig. 213.

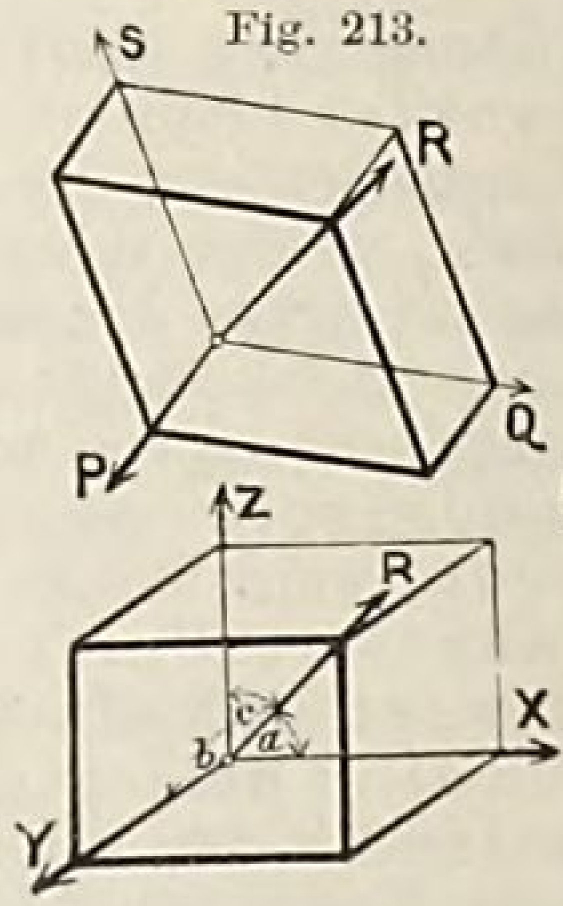
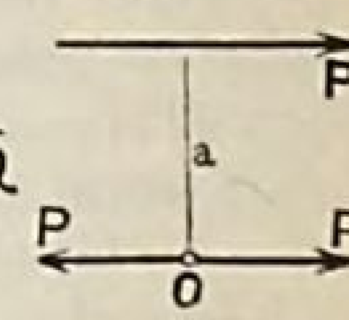


Fig. 214.



δ. Kräfte im Raume.

Die vorigen Sätze vom Kraftpolygon gelten auch, wenn die auf den Punkt wirkenden Kräfte beliebige Lagen im Raume einnehmen. Die Grösse und Richtung der Resultante R aus 3 Kräften, P, Q und S, welche nicht in einer Ebene liegen, ist durch die Diagonale eines Parallelepipeds bestimmt, dessen Kanten die Grösse und Richtung der 3 Kräfte darstellen, Fig. 213.

Die Umkehrung dieses Satzes lautet: Jede Einzelkraft lässt sich nach 3, beliebige Winkel mit einander einschliessende Koordin.-Axen zerlegen.

Zerlegt man jede der 3 Kräfte P, Q und S nach 3 orthogonalen Koordin.-Axen und bezeichnet die algebraische Summe der Komponenten der 3 Axen bezw. mit X, Y und Z, so ist: $R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$. (1)

Schliesst die Resultante R mit den 3 Axen bezw. die Winkel, a, b und c ein, so ergiebt sich:

$$\left.\begin{array}{l} X = R\cos a;\ Y = R\cos b;\ Z = R\cos c \\ \cos^2 a + \cos^2 b + \cos^2 c = 1 \end{array}\right\} \quad (2)$$

Die vorstehenden Gleich. gelten auch allgemein für beliebig viele Kräfte, wenn man jede Kraft nach den orthogonalen 3 Axen zerlegt denkt und, wie vor, sich unter X, Y, Z bezw. die algebraische Summe der Komponenten vorstellt.

b. Kräfte, die in einer Ebene wirken.

α. Die Wirkung einer Einzelkraft *P*

in Bezug auf einen beliebigen Punkt O der Ebene, Fig. 214, kann man sich dadurch versinnlichen, dass man in O zwei entgegen gesetzt gerichtete, der Kraft P gleiche und parallele Kräfte angebracht denkt, wodurch an der Wirkung der Kraft P in Bezug auf die Ebene nichts geändert wird. Als Ersatz für die Kraft P erhält man dann eine ihr gleiche und gleich gerichtete Kraft in O und 2 parallele, gleiche und im entgegen gesetzten Sinne wirkende Kräfte.

Letztere bilden ein Kräftepaar oder Drehpaar. Die Grösse der Drehwirkung eines solchen Paares wird durch das statische Moment (Moment) desselben — d. i.: das Produkt aus einer der Kräfte in den normalen Abstand (Hebelarm) beider — gemessen. Moment = Kraft × Hebelarm.

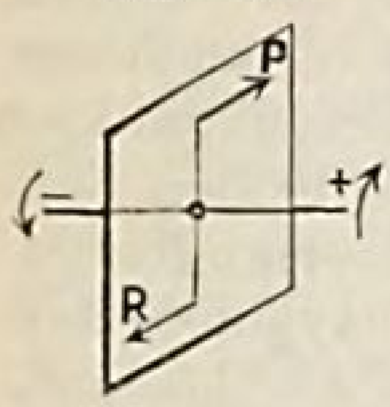
Unter dem statischen Moment Pa der Einzelkraft P in Bezug auf den beliebigen Punkt O versteht man also die Wirkung eines solchen Drehpaares. Die in O ausserdem wirkende Kraft P hat kein Moment, weil ihr Hebelarm $= 0$ ist.

Höhere Momente nennt man solche, in denen der Hebelarm der Kraft mindestens im 2. Grade vorkommt.

β. Eigenschaften der Kräftepaare.

Jede Normale zur Ebene des Paares nennt man die Axe desselben. Man kann sich denken, dass das Paar um diese Axe dreht, Fig. 215.

Fig. 215.



Der Drehsinn desselben wird positiv in Rechnung gesetzt, wenn es — vom Endpunkt der Axe aus gesehen — wie der Zeiger der Uhr — nach rechts — dreht; nach links drehende Paare sind mit negativem Moment anzusetzen.

Zwei in derselben Ebene wirkende Paare halten einander im Gleichgewicht, sobald sie gleiche Momente und entgegen gesetzten Drehsinn haben. Die Summe ihrer Momente in Beziehung auf irgend einen Punkt der Ebene ist Null.

Ein Paar kann in seiner Ebene in jede beliebige Lage versetzt werden, ohne seine Wirkung zu ändern, wenn nur Moment und Drehsinn desselben dabei unverändert bleiben.

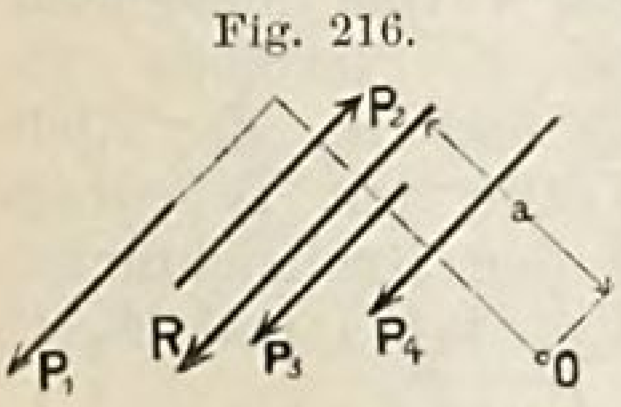
Eine Einzelkraft und ein Kräftepaar lassen sich zu einer einzigen Resultante mit bestimmter Lage zusammen setzen.

Mehrere in einer Ebene wirkende Paare lassen sich zu einem resultirenden Paare mit beliebigem Hebelarme zusammen setzen. Das Moment dieses Paares ist = der algebraischen Summe der Momente der Einzelpaare. Dieser Satz gilt auch für das Moment der Resultante mehrerer Einzelkräfte.

γ. Parallelkräfte, Fig. 216.

Die Grösse der Resultante R ist = der algebraischen Summe der Einzelkräfte und ihre Richtung diesen parallel.

Fig. 216.



Die Lage oder den Angriffspunkt der Resultante bestimmt man wie folgt: Das Moment Ra der Resultante R in Bezug auf den beliebigen Punkt O der Ebene ist = der Summe der Momente $[\Sigma(\mathfrak{M})]$ der Einzelkräfte für denselben Punkt. Daraus folgt: $a = \frac{\Sigma(\mathfrak{M})}{R} = \frac{\Sigma(\mathfrak{M})}{\Sigma(P)}$ (3)

δ. Beliebig gerichtete Kräfte.

Die Grösse und Richtung der Resultante ist aus:

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} \text{ und } X = R \cos a, \quad Y = R \cos b$$

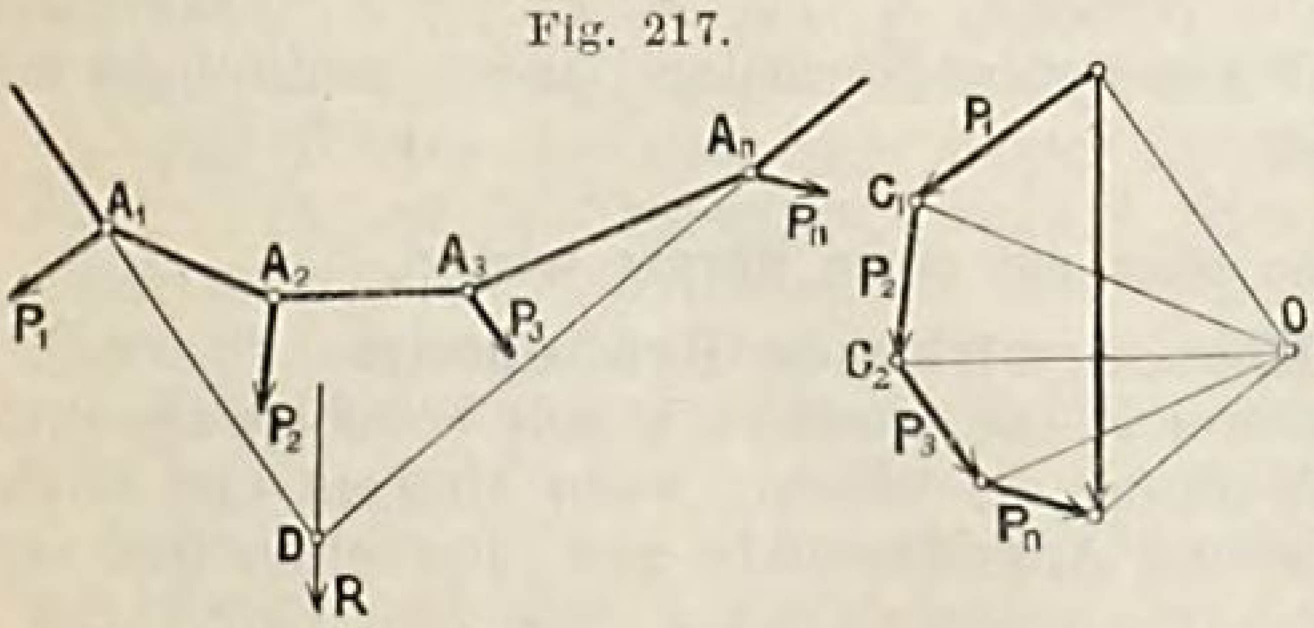
zu entnehmen, weil für die Ebene $c = 90^0$ und $Z = 0$ ist.

Die Lage der Resultante bestimmt sich, wie vor, aus dem statischen Moment in Bezug auf einen beliebigen Punkt. $a = \frac{\Sigma(\mathfrak{M})}{R} = \frac{\Sigma(\mathfrak{M})}{\sqrt{X^2 + Y^2}}$.

ε. Grafische Zusammensetzung der Kräfte; Seilpolygon.

Die Grösse und Richtung der Resultante der beliebig gerichteten Kräfte $P_1, P_2, P_3 \ldots\ldots$ und P_n findet man aus dem Kräftepolygon. Die Lage

Fig. 217.



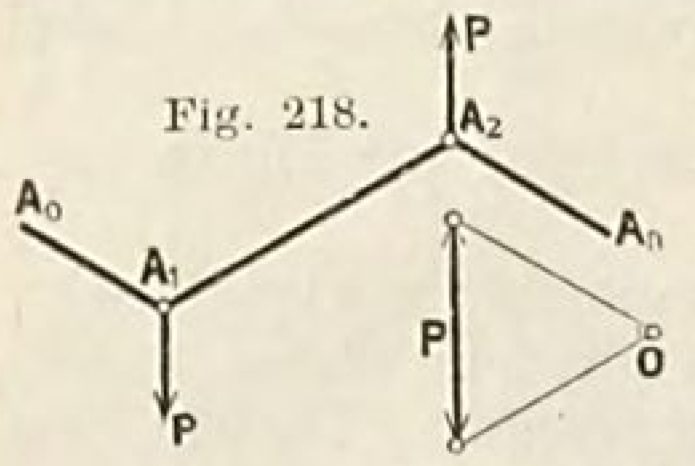
der Resultante bestimmt man aus dem Seilpolygon, das sich mit Hilfe des Kräftepolygons konstruiren lässt.

Man nehme im Kräftepolygon, Fig. 217, einen beliebigen Punkt O (den Pol) an und verbinde denselben durch Strahlen mit den Ecken des Kräftepolygons. Parallel zu diesen Strahlen ziehe man zwischen je 2 Kraftrichtungen eine Gerade; z. B. zu dem Strahl OC_1, welcher im Kräftepolygon die Ecke zwischen der Kraft P_1 und P_2 trifft, eine Parallele zwischen den zugehörigen Richtungslinien der

Kräfte P_1 und P_2; zu dem Strahl OC_2 eine Parallele zwischen den Richtungslinien der Kräfte P_2 und P_3 u. s. f. Den auf solche Weise zwischen den Kraft-Richtungen konstruirten zusammen hängenden Polygonzug nennt man ein Seilpolygon. Die beiden äussern Seilpolygon-Seiten oder deren Verlängerungen schneiden sich in einem Punkte D. Durch diesen Punkt muss die Resultante der Kräfte P_1, P_2, P_3 und P_n gehen. Allgemein lässt sich beweisen, dass die Resultante aller zwischen zwei beliebigen Seiten des Seilpolygons wirkenden Kräfte durch den Schnittpunkt der Verlängerungen dieser Seiten gehen muss.

Beweis: Das Seilpolygon ist die Gleichgewichts-Form eines Seils, an welchem in beliebigen Punkten Kräfte angreifen, oder auch einer aus gelenkartig verbundenen, gewichtlosen Stäben gedachten Kette, an welcher Kräfte in den Gelenkpunkten angreifen. In jedem Gelenk- oder Knotenpunkte halten nämlich die beiden Seilspannungen der dort angreifenden Kraft das Gleichgew., weil das zugehörige Kräftedreieck im Kräftepolygon geschlossen ist. Verlängert man 2 belieb. Seilpolygon-Seiten, z. B. die äussern, bis zum Durchschn. D, so entsteht das Polygon $A_1\, D\, A_n\, A_3\, A_2\, A_1$, welches ein geschlossenes Seilpolygon wird, sobald in der Ecke D eine Kraft wirkt, welche der Resultante aller übrigen im geschlossenen Seilpolygon wirkenden Kräfte gleich und entgegen gesetzt gerichtet ist.

Fig. 218.

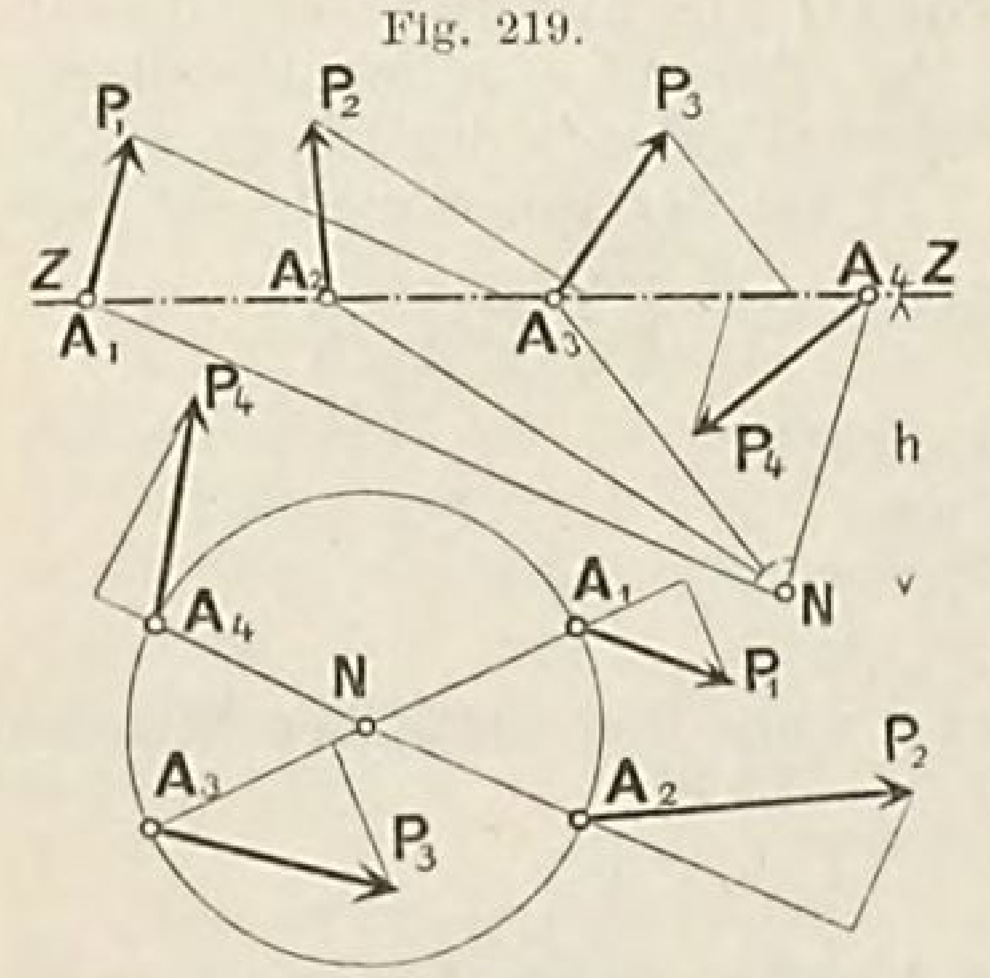


Die äussern Seiten $A_0\, A_1$ und $A_2\, A_n$ eines zu einem Kräftepaare P, P gezeichneten Seilpolygons, Fig. 218, schneiden sich in der Unendlichkeit; sie sind parallel. Ein Kräftepaar hat also keine Resultante.

ζ. Die Summe der Momente beliebig vieler Kräfte kann mit Hilfe des Seilpolygons grafisch bestimmt werden; vergl. S. 502.

Ausserdem giebt es noch andere Methoden: z. B. die Reduktion jedes Moments auf einen beliebig gewählten Hebelarm h, Fig. 219.

Fig. 219.



Man ziehe im Abstand h vom Momenten-Punkt N eine Gerade $Z\ Z$, verbinde die Schnittpunkte A_1, A_2, A_3 und A_4 der Richtungen der gegebenen Kräfte mit N, trage die Grösse der Kräfte auf den Kraftrichtungen als Strecken $A_1\, P_1$, $A_2\, P_2$, $A_3\, P_3$ und $A_4\, P_4$ auf; ziehe endlich durch P_1, P_2 Parallelen zu $N A_1$, $N A_2$, ... Dann giebt die Summe der dadurch auf $Z\ Z$ abgeschnittenen Strecken, multiplizirt mit h, die gesuchte Momenten-Summe, weil die in die Richtungen $A_1\, N$, $A_2\, N$ fallenden Komponenten von P_1, P_2 kein Moment in Bezug auf N haben.

Man kann auch mit dem beliebig gewählten Hebelarm h als Radius vom Momenten-Punkte N als Zentrum einen Kreis schlagen, welcher die Kraftrichtungen in A_1, A_2 schneidet. Zieht man dann die Radien $N A_1$, $N A_2$ und fällt von den Endpunkten der die Kräfte darstellenden Strecken $A_1\, P_1$, $A_2\, P_2$ Normalen auf die genannten Radien, so stellt die Summe der Normalen-Längen, multiplizirt mit h, ebenfalls die Momenten-Summe dar.

c. Kräfte, die im Raume oder auf einen Körper wirken.

α. In verschiedenen Ebenen wirkende Kräftepaare.

Ein Paar kann nicht allein in seiner Ebene, sondern in jede beliebige Parallel-Ebene versetzt werden, ohne seine Wirkung zu ändern, wenn Moment und Drehsinn desselben unverändert und die neuen Angriffspunkte mit den alten fest verbunden bleiben.

Zwei Paare, die in verschiedenen sich schneidenden Ebenen liegen, lassen sich zu einem resultirenden Paare zusammen setzen, in dessen Ebene die Durch-

schnittslinie der beiden andern liegt. Umgekehrt lässt sich jedes Paar in 2 andere in verschiedenen Ebenen liegende Paare zerlegen, sobald nur die Ebene der Komponenten-Paare mit jener des resultirenden Paares sich in derselben oder in parallelen Geraden schneidet.

Mit Hilfe der Axen der Paare kann man sie ebenso zusammen setzen, wie Einzelkräfte: Man trägt das Moment eines jeden Paares nach Richtung seiner Axe auf und konstruirt dann das Parallelogramm oder Parallelepiped der Paare. In einer Ebene senkrecht zur resultirenden Axe wirkt dann das resultirende Paar, sein Moment ist = der resultirenden Axe.

β. In beliebigen Punkten angreifende Einzelkräfte.

Man wähle im Körper einen beliebigen Punkt O und versetze dorthin alle Einzelkräfte $P_1, P_2 \ldots\ldots P_n$, jede Kraft parallel zu sich selbst verschiebend; bringe, um die Wirkung der Einzelkräfte nicht zu ändern, in den entsprechenden Ebenen je ein Kräftepaar an, dessen Moment = ist dem Moment der in der Ebene wirkenden Einzelkraft in Beziehung auf den Punkt O. Dann lässt sich die Wirkung aller Einzelkräfte (nach dem Vorhergehenden) zurück führen auf eine in O angreifende Resultante R und ein resultirendes Kräftepaar K, dessen Ebene im allgem. mit der Richtung von R einen Winkel bilden wird. Der Punkt O lässt sich aber so wählen, dass dieser Winkel = 90^0 wird.

Die Grösse und Richtung der in O angreifenden Resultante R ergeben sich aus den Gleichgn. (1) u. (2) S. 502. Das Moment des resultirenden Paares ist:

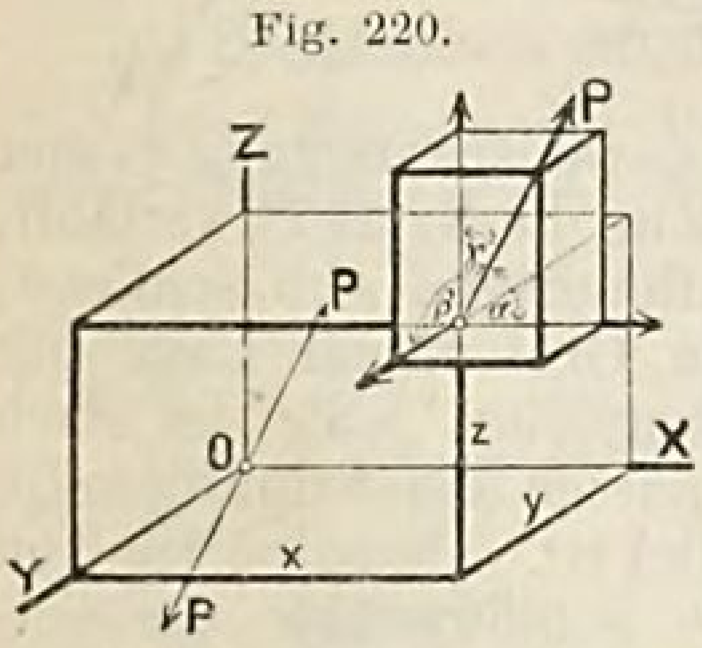
$$K = \sqrt{L^2 + M^2 + N^2}. \qquad (4)$$

L, M, N sind die Komponenten-Paare:

$$\left.\begin{array}{lll} L = \Sigma[P(z\cos\beta - y\cos\gamma)] & \text{in der } YZ \text{ Ebene; dreht um} & OX \\ M = \Sigma[P(x\cos\gamma - z\cos\alpha)] & \text{„ „ } XZ \text{ „ „ „} & OY \\ N = \Sigma[P(y\cos\alpha - x\cos\beta)] & \text{„ „ } XY \text{ „ „ „} & OZ \end{array}\right\} \qquad (5)$$

α, β, γ sind die Winkel, welche eine Einzelkraft P, Fig. 220, bezw. mit den 3 Koordin.-Axen einschliesst, x, y, z die Koordin. ihres Angriffspunkts. Die Lage derjenigen Ebene, in welcher das resultirende Paar K wirkt, ergiebt sich aus der Grösse der Winkel λ, μ und ν, welche die Axe A desselben bezw. mit den 3 Koordin.-Axen einschliesst:

Fig. 220.



$$\cos\lambda = \frac{L}{A}; \quad \cos\mu = \frac{M}{A}; \quad \cos\nu = \frac{N}{A} \qquad (6)$$

In dem speziellen Falle, dass sämmtliche Einzelkräfte $P_1, P_2 \ldots P_n$ nur eine einzige Resultante ergeben, muss diese in der Ebene des resultirenden Paares oder in einer Parallel-Ebene dazu liegen; d. h. die Axe des resultirenden Paares muss senkrecht zur Ebene von R sein.

Letzteres ist der Fall, wenn: $\cos\lambda\cos a + \cos\mu\cos b + \cos\nu\cos c = 0$.

Die Lage dieser einzigen Resultante bestimmt sich aus den Koordin. x, y, z ihrer Schnittpunkte mit den Koordin.-Ebenen:

$$x = \frac{M}{Z} = -\frac{N}{Y}; \; y = \frac{N}{X} = -\frac{L}{Z}; \; z = \frac{L}{Y} = -\frac{M}{X}.$$

γ. Gleichgewicht der Kräfte.

Ein Körper befindet sich unter der Einwirkung beliebiger Einzelkräfte P_1, $P_2 \ldots P_n$ im Gleichgewicht, wenn 1. die nach den Richtungen der 3 Koordin.-Axen zerlegten Komponenten in jeder Axe unter sich, und 2. die entsprechenden Paare in jeder der 3 Koordin.-Ebenen unter sich im Gleichgewicht sind.

Daraus ergeben sich die 6 allgemeinen Gleichgewichts-Bedingungen:

$$\begin{array}{l} X = 0; \; Y = 0; \; Z = 0; \\ L = 0; \; M = 0; \; N = 0. \end{array} \qquad (7)$$

aus denen sich die 3 Bedingungen für das Gleichgewicht der Kräfte in einer Ebene, z. B. der XY-Ebene: $X = 0$; $Y = 0$; $N = 0$ (8)
direkt ableiten lassen. (S. Gleichg. (1) — (4) S. 502 ff.)

Für grafische Behandlung lauten die Bedingungen (8) für die Ebene:

1. Die Kräfte müssen sich zu einem geschlossenen Kräftepolygon vereinigen lassen;

2. Zwischen den Kraftrichtungen muss ein geschlossenes Seilpolygon zu zeichnen sein.

d. Eigenschaften und Anwendung des Seilpolygons.

α. Die Polaraxe.

Wenn man für ein gegebenes Kräftesystem der Ebene 2 Seilpolygone für 2 verschiedene Pole O und O_1 konstruirt, so liegen die Schnitt-Punkte je zweier entsprechenden Seilpolygon-Seiten auf einer und derselben Geraden, der Polaraxe, welche zur Verbindungs-Geraden $O O_1$ der beiden Pole parallel ist.

Es sei $C_0\, C_1\, C_2\, C_3$, Fig. 221, das Kräftepolygon, O der Pol, das in starken Linien ausgezogene Polygon das (nach S. 503 ff. konstruirte) erste Seilpolygon, O_1 der neue beliebig gewählte Pol. Zieht man dann die Polaraxe XX parallel zu $O O_1$, so müssen nach obigem Satze die beiden äussern Seiten des neuen mit O_1 zu konstruirenden Seilpolygons bezw. durch die Schnittpunkte D_0 und D_4 der Polaraxe mit den äussern Seiten des 1. Seilpolygons gehen. Desgl. müssen sich die korrespondirenden Seilpolygon-Seiten zwischen den Kräften P_1 und P_2, P_2 und P_3 bezw. in den Punkten A_0 und A_4 der Polaraxe schneiden.

Fig. 221.

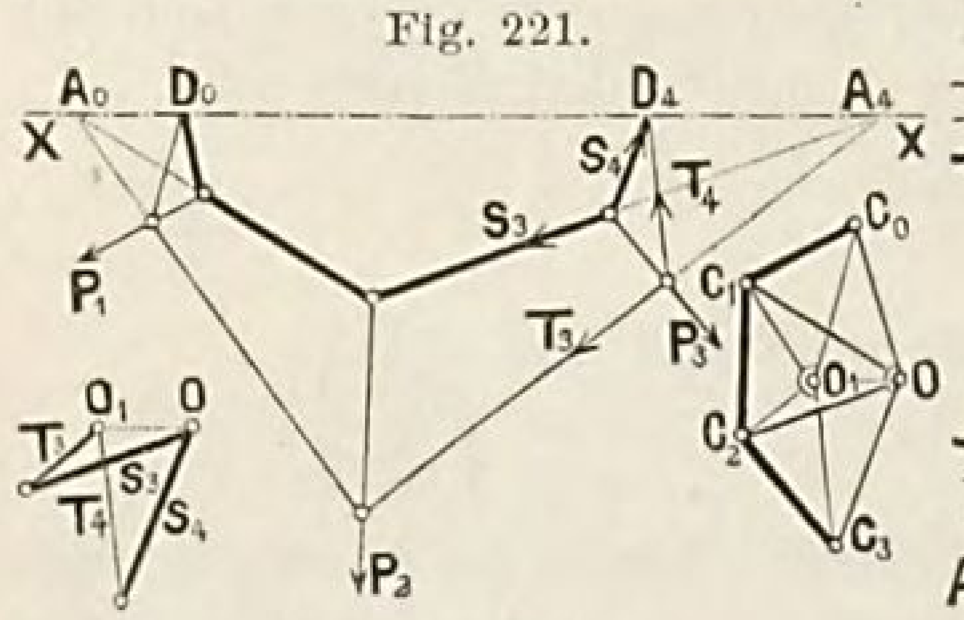
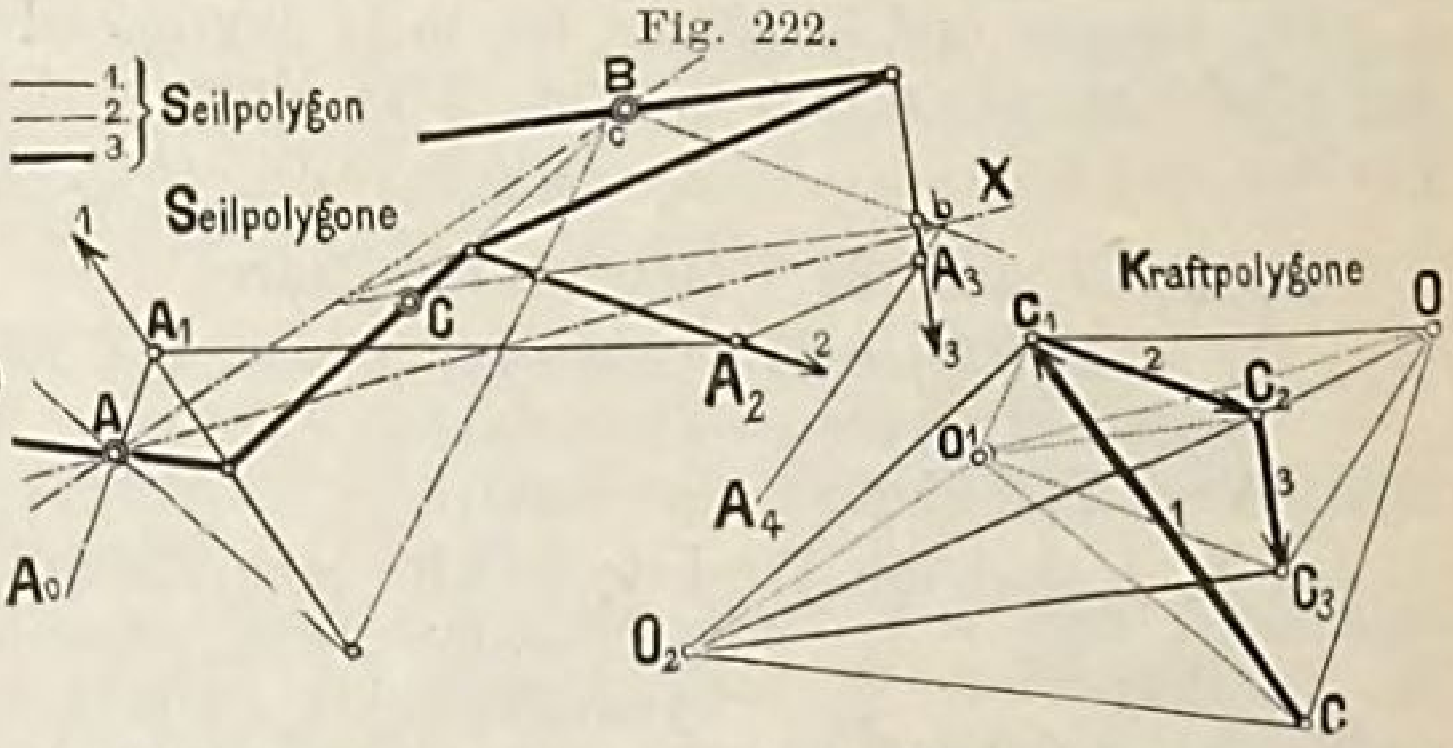


Fig. 222.



Der Beweis dieses Satzes erhellt direkt aus der Figur. Die Seilspannungen S_3 und $-T_3$, S_4 und $-T_4$ bezw in den Knotenpunkten, durch welche die Kraft P_3 verläuft, halten sich im Gleichgewicht, da das betr. Viereck im Kräftepolygon sich schliesst.

Die Resultante von S_3 und $-T_3$ hat dabei gleiche Grösse und Lage mit der Resultante von S_4 und $-T_4$, aber entgegengesetzten Sinn. Sie ist nach dem Kräftepolygon gleich und parallel der $O O_1$; folglich müssen die Schnittpunkte D_4 und A_4 in einer Geraden liegen, welche der $O O_1$ parallel ist. Dasselbe gilt von den übrigen Knotenpunkten der beiden Seilpolygone. Die Schnittpunkte der entsprechenden Seilpolygon-Seiten müssen daher alle in einer und derselben Parallelen zur $O O_1$ liegen. — Den Satz von der Polaraxe kann man u. a. benutzen, um ein bestimmtes Seilpolygon, das z. B. durch 2 oder 3 gegebene Punkte gehen soll, zu konstruiren.

Es lassen sich zu den nach Lage, Grösse und Richtung gegebenen Kräften unendlich viele Seilpolygone durch 2 Punkte legen; durch 3 Punkte ist aber nur ein einziges Seilpolygon möglich.

β. Legung eines Seilpolygons durch 3 gegebene Punkte.

Die Punkte seien A, B und C, Fig. 222; und zwar möge je eine äussere Seilpolygon-Seite (oder deren Verlängerung) durch A bezw. B, und die zwischen den gegebenen Kraftrichtungen 1 und 2 liegende Seite durch C gehen.

Zu dem Kräftepolygon mit beliebig gewähltem Pol O zeichne man zuerst ein Seilpolygon, dessen äussere Seite $A_0\, A_1$ von vorn herein, parallel zum Strahl OC, so eingelegt wird, dass sie durch den gegebenen Punkt A verläuft. Nun lege man eine beliebige Polaraxe (z. B. die AX) durch A, verlängere die Seilpolygon-Seite $A_3\, A_4$ bis sie die AX in b schneidet und ziehe die Bb. Dann bestimmen die im Kraftpolygon durch O und C_3 bezw. zur Polaraxe und zur Bb gezogenen Parallelen durch ihren Schnittpunkt O_1 einen neuen Pol, den man benutzt, um ein 2. Seilpolygon zu zeichnen, dessen beide äussern Seiten bezw. durch A und B verlaufen.

Für das letzte Seilpolygon, welches auch durch C gehen soll, ist die neue Polaraxe durch die Punkte A und B fest gelegt.

Die zwischen den Kraftrichtungen 1 und 2 liegende Seite des 2. Seilpolygons schneidet diese Polaraxe in c. Durch c muss also auch die betr. Seite des gesuchten Seilpolygons gehen. Ziehe durch O_1 eine Parallele zur Polaraxe AB und von C_1 aus eine Parallele zur Cc; dann liegt im Schnittpunkt beider Parallelen der gesuchte Pol O_2, mit dessen Hilfe das Seilpolygon durch A, B und C gelegt werden kann.

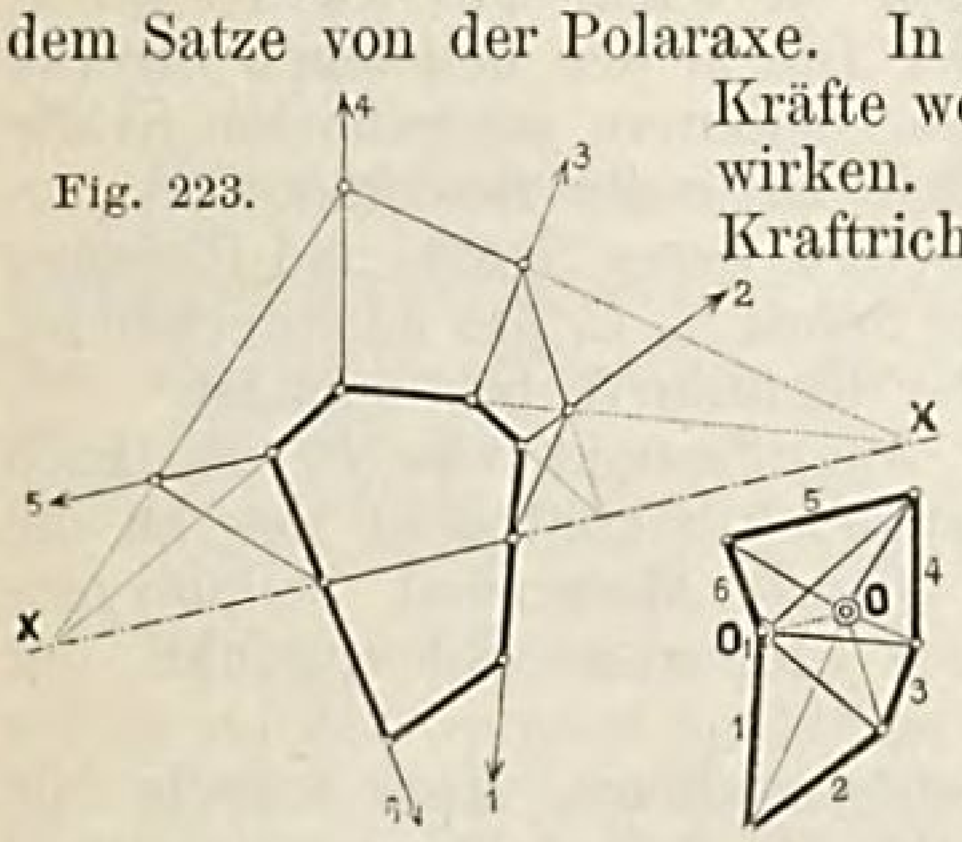
Diese Konstruktion findet bei der Bestimmung der Stützlinie für ein Gewölbe Anwendung.

γ. Resultanten-Polygon oder Mittelkraft-Linie.

Die Resultanten R_1, R_2, R_3 der auf einander folgenden Kräfte P_1, P_1 und P_2; P_1, P_2 und P_3 u. s. w. liegen in den Seiten eines Seilpolygons, welches man konstruiren kann, wenn man den Pol in diejenige Ecke des Kräftepolygons verlegt, in der P_1 und P_n zusammen stossen.

Die Konstruktion eines solchen Resultanten-Polygons ergiebt sich direkt aus dem Satze von der Polaraxe. In Fig 223 seien 1, 2, 3, 4, 5 und 6 die gegebenen Kräfte welche in den Ecken eines geschlossenen Seilpolygons wirken. Die Polaraxe fällt hier mit der zwischen den Kraftrichtungen 1 und 6 liegenden Seite des Seilpolygons zusammen. Die dieser Seite entsprechende Seite des gesuchten Resultanten-Polygons kann beliebig gelegt werden, weil ein Strahl für sie im Kräftepolygon nicht existirt. Hiernach ist in Fig. 223 das Resultanten-Polygon (durch starke Linien ausgezeichnet) konstruirt worden.

Fig. 223.

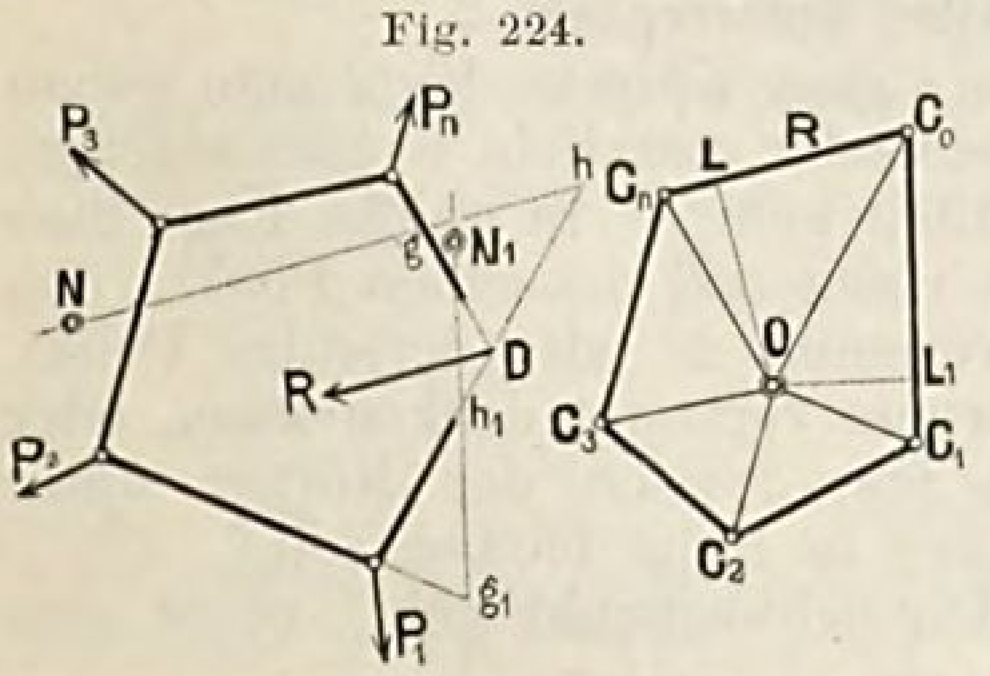


Bekannte Beispiele von Resultanten-Polygonen sind die Stützlinien in Gewölben und Mauern.

δ. Statisches Moment der Resultante beliebig gerichteter Kräfte.

Das Moment der Resultante der Kräfte P_1, P_2, P_3 und P_n in Beziehung auf den beliebigen Punkt N der Ebene, Fig. 224, soll gesucht werden.

Fig. 224.



Man konstruire das Kräftepolygon, nehme den beliebigen Pol O an und zeichne dann ein Seilpolygon zwischen den Kraftrichtungen.

Nach S. 504 geht die Resultante, deren Grösse und Richtung im Kräftepolygon durch die Seite $C_0\ C_n$ dargestellt wird, durch den Schnittpunkt D der beiden äussern Seilpolygon-Seiten. Letztere schneiden auf der durch N zur Resultante gezogenen Parallelen das Stück gh ab. Das Produkt aus gh in das von O auf $C_0\ C_n$ gefällte Loth $\overline{OL}$ ist $=$ dem gesuchten Moment der Resultante.

Der Beweis folgt direkt aus der Aehnlichkeit der Dreiecke OC_0C_n und Dgh.

Das von O aus im Kräftepolygon auf die Resultante gefällte Loth nennt man die Poldistanz. Allgemein lautet der Satz demnach:

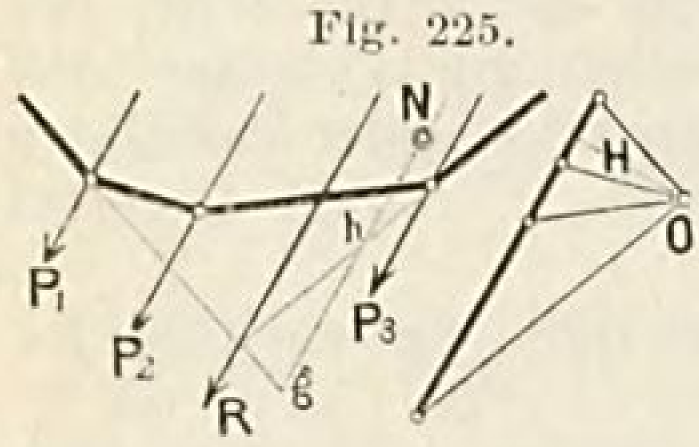
Das Moment der Resultante beliebig vieler Kräfte ist $=$ dem Produkt aus der Poldistanz und der zwischen den entsprechenden Seilpolygon-Seiten liegenden Strecke einer durch den Momentpunkt gehenden Parallelen zur Resultante.

Dabei ist zu beachten, dass die Poldistanz stets als Kraft nach Gewichts-Einheiten und die Strecke nach Maass-Einheiten zu nehmen ist.

Dieser Satz gilt für jede Einzelkraft und auch für eine beliebige Reihe von Kräften. Z. B. ist das Moment der Kraft P_1, in Beziehung auf den Punkt N_1, $=$ der Poldistanz $\overline{OL_1}$, multiplizirt mit der Strecke $g_1 h_1$, welche durch die an P_1 stossenden Seilpolygon-Seiten auf der durch N_1 zur Richtung von P_1 gezogenen Parallelen abgeschnitten wird.

Für Parallelkräfte geht das Kräftepolygon in eine Gerade über. Die Poldistanz H ist konstant und stellt bei Vertikalkräften die konstante Horizontal-Komponente der Seilspannung dar.

Fig. 225.



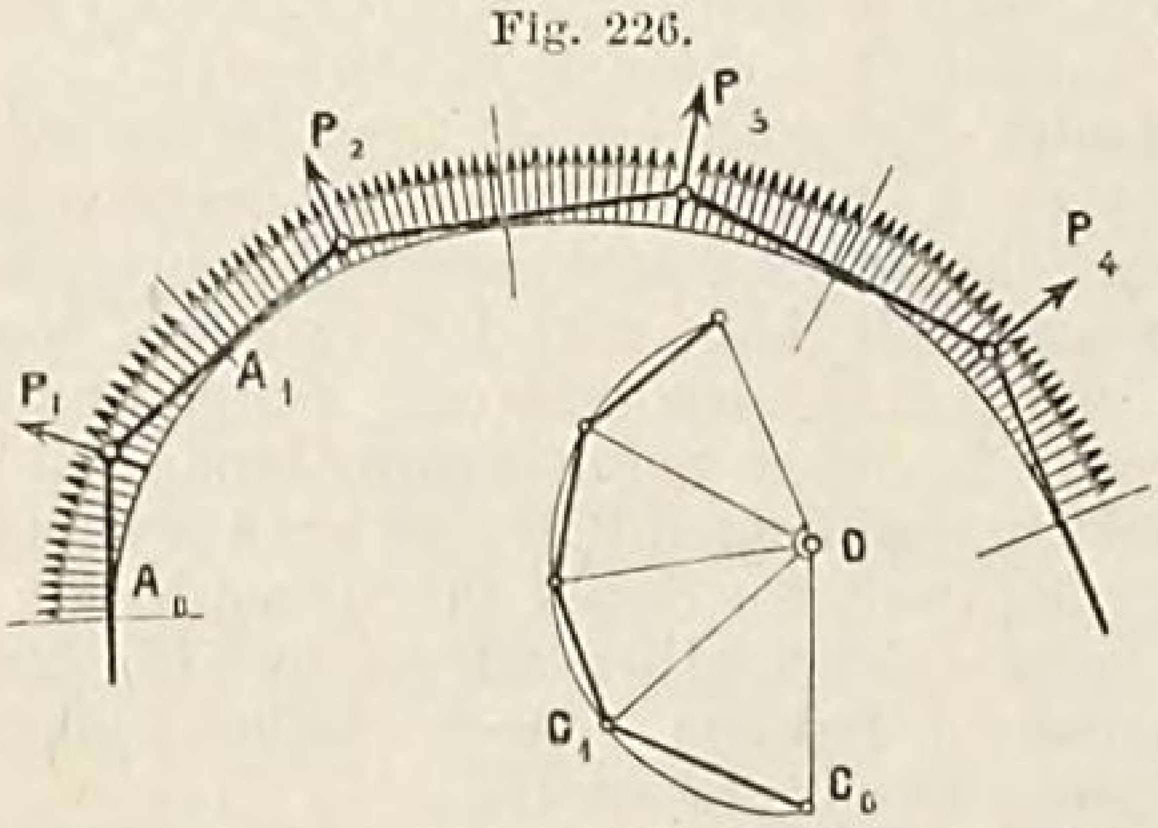
Das Moment der Resultante der Parallelkräfte P_1, P_2, P_3 in Bezug auf N, Fig. 225, ist $= H.gh$
gh ist die von den äussern Seilpolygon-Seiten auf der durch N gehenden Parallelen zur Resultante R abgeschnittenen Strecke. Die Ermittelung des Moments kann ebenfalls mit Hilfe des Seilpolygons geschehen.

Ueber die Konstruktion der Momente 2. Grades (Trägheits-Momente) s. Elastizit.-Lehre.

ε. Kraftkurve und Seilkurve.

Wenn die Kräfte nicht isolirt, sondern gleichmässig vertheilt sind, oder stetig neben einander liegen, so geht das Kraftpolygon in eine Kraftkurve und das Seilpolygon in eine Seilkurve über, Fig. 226. Die in der beliebigen Strecke A_0 A_1, der Seilkurve angreifenden Kräfte lassen sich zu einer Resultante P_1 zusammen setzen, deren Grösse und Richtung durch die Sehne C_0 C_1 des entsprechenden Theils der Kraftkurve bestimmt ist.

Fig. 226.



Der Angriffspunkt von P_1 ist (nach S. 504) zugleich Schnittpunkt der an die Strecke A_0 A_1 stossenden Seilpolygon-Seiten, d. h. also Schnittpunkt der Tangenten an die Seilkurve in A_0 und A_1.

Man kann daher die Seilkurve in der Weise zeichnen, dass man in die Kraftkurve zuerst ein beliebiges Polygon einschreibt. Zu diesem Polygon konstruirt man mit beliebigem Pol O das die Seilkurve umschreibende Seilpolygon.

Die Seilkurve tangirt in den Mitten der Seilpolygon-Seiten und ist um so genauer zu zeichnen, je grösser die Anzahl der Seilpolygon-Seiten gewählt wird.

e. Mittelpunkt der parallelen Kräfte; Schwerpunkt.

Die Gewichte der einzelnen Massentheilchen eines Körpers kann man genau genug als vertikal abwärts wirkende und unter einander parallele Kräfte ansehen. Die Resultirende aus den parallelen Schwerkräften geht — in welche Lage man den Körper auch bringen möge — immer durch einen und denselben Punkt, den Mittelpunkt oder Schwerpunkt. Der Schwerpunkt ist also derjenige Punkt, in welchem man sich das ganze Gewicht des Körpers vereinigt denken kann, oder welcher unterstützt oder fest gehalten werden muss, wenn der Körper unter alleiniger Einwirkung seiner Schwere in jeder Lage in Ruhe bleiben soll.

Eine Gerade oder eine Ebene, die durch den Schwerpunkt geht, nennt man eine Schwer-Linie, bezw. Schwer-Ebene.

α. Allgemeine Gleichungen für die Lage des Schwerpunkts.

1. Die Koordinaten X_0, Y_0 und Z_0 des Schwerpunkts eines beliebig gestalteten Körpers, bezogen auf ein dreiaxiges rechtwinkliges Koordin.-System, bestimmen sich direkt nach Analogie der Gleichg. (3), S. 503:

$$X_0 = \frac{\Sigma(qx)}{Q}; \; Y_0 = \frac{\Sigma(qy)}{Q}; \; Z_0 = \frac{\Sigma(qz)}{Q}. \qquad (9)$$

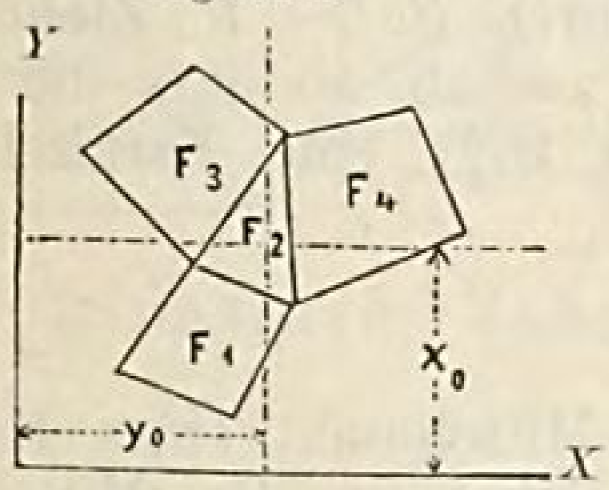
Darin bezeichnen: Q das Gesammtgewicht des Körpers; q das Gewicht eines unendlich kleinen Theilchens; $\Sigma(qx)$, $\Sigma(qy)$, $\Sigma(qz)$ bezw. die Summen der statischen Momente der Gewichts-Theilchen in Beziehung auf den Fusspunkt ihrer Koordin. x, y, z.

Die Gleichgn. (9) gelten auch für den Fall, wo man Körper oder Flächen in einzelne Theile zerlegen kann, deren Schwerpunkts-Koordin. bereits bekannt sind. Es treten dann an Stelle von x, y und z diese bekannten Schwerpunkts-Koordinaten.

Die Summe der statischen Momente der Gewichts-Theilchen in Bezug auf eine Schwer-Ebene ist = Null.

2. Die Gleichgn. (9) gehen, wenn man homogene Körper voraus setzt, ferner das Volumen V und das Gewicht γ pro Kubikeinh. des Volumens einführt — weil $q = \frac{dV}{\gamma}$ und $Q = \frac{V}{\gamma}$ ist — über in:

Fig. 227.



$$x_0 = \frac{\int x\,dV}{V} = \frac{\int x\,dx\,dy\,dz}{\int dx\,dy\,dz}$$
$$y_0 = \frac{\int y\,dV}{V} = \frac{\int y\,dx\,dy\,dz}{\int dx\,dy\,dz} \quad (10)$$
$$z_0 = \frac{\int z\,dV}{V} = \frac{\int z\,dx\,dy\,dz}{\int dx\,dy\,dz}$$

3. Die Lage des Schwerpunkts ebener Flächen ist bestimmt durch:

$$x_0 = \frac{\int x\,dx\,dy}{\int dx\,dy}; \quad y_0 = \frac{\int y\,dx\,dy}{\int dx\,dy}.$$

Letztere Gleichgn.* können einfacher: $x_0 = \frac{S_x}{F}$ und $y_0 = \frac{S_y}{F}$ geschrieben werden, wenn F den Flächen-Inhalt der Figur und S_x und S_y bezw. das statische Moment der betr. Flächen-Elemente vorstellen. Darnach ist z. B., Fig. 227

$$x_0 = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + F_3 x_3 + F_4 x_4}{F_1 + F_2 + F_3 + F_4}; \quad y_0 = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2 + F_3 y_3 + F_4 y_4}{F_1 + F_2 + F_3 + F_4}$$

Für eine Fläche, welche von einer beliebigen Kurve, einer Geraden und von 2 auf der Geraden senkrecht stehenden Ordin. begrenzt wird, Fig. 228, ergiebt sich danach unter Anwendung der Simpson'schen Regel:

$$x_0 = \frac{(b_0 h_0 + b_n h_n) + 4\,(b_1 h_1 + b_3 h_3) + \ldots) + 2\,(b_2 h_2 + b_4 h_4 + \ldots)}{(h_0 + h_n) + 4\,(h_1 + h_3 + \ldots) + 2\,(h_2 + h_4 + \ldots)}$$

$$y_0 = \frac{1}{2}\,\frac{(h_0^2 + h_n^2) + 4\,(h_1^2 + h_3^2 + \ldots) + 2\,(h_2^2 + h_4^2 + \ldots.)}{(h_0 + h_n) + 4\,(h_1 + h_3 + \ldots.) + 2\,(h_2 + h_4 + \ldots.)}$$

4. Die Lage des Schwerpunkts einer ebenen, geraden oder krummen Linie ist bestimmt durch: $x_0 = \frac{\int x\,ds}{\int ds}$; $y_0 = \frac{\int y\,ds}{\int ds}$.

Fig. 228.

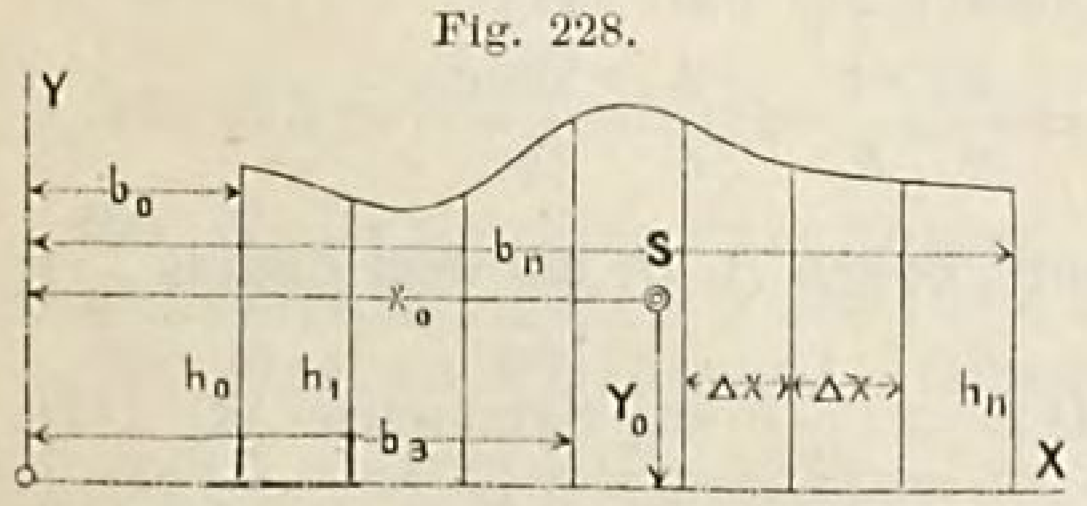


Fig. 229.

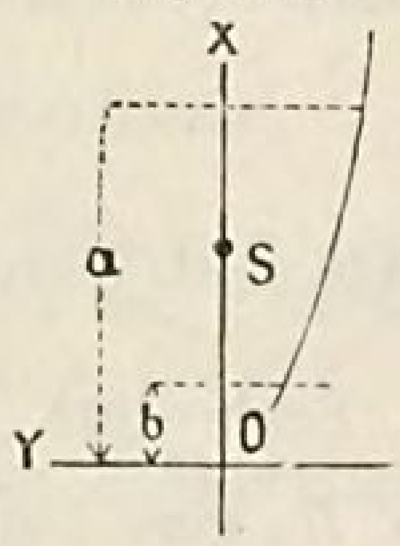
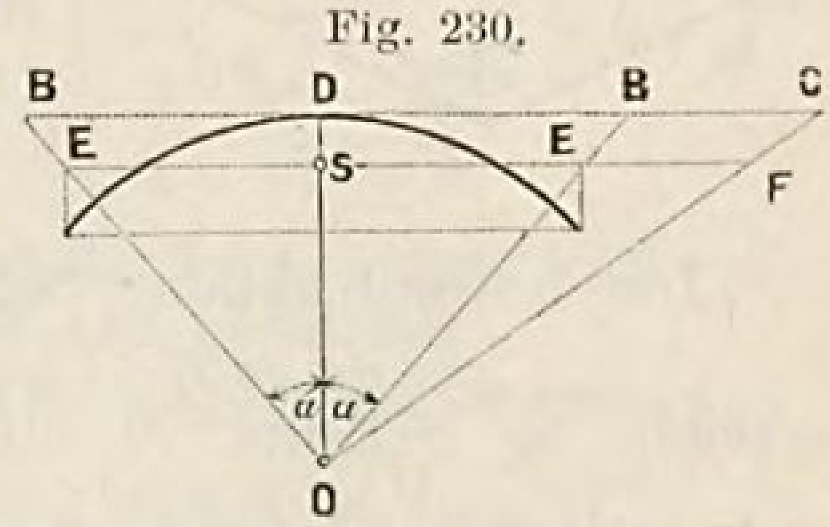


Fig. 230.



5. desgl. der einer Umdrehungsfläche, Fig. 229. $x_0 = \overline{OS} = \frac{\int_b^a xy\,ds}{\int_b^a y\,ds}$

6. desgl. der eines Umdrehungs-Körpers: $x_0 = \overline{OS} = \frac{\int_b^a xy^2\,dx}{\int_b^a y^2\,dx}$.

β. Schwerpunkte geometrischer Linien, Flächen und Körper.

Der Schwerpunkt ist in allen folgenden Figuren mit S bezeichnet. S liegt stets in einer Symmetrie-Axe, bei 2 Symmetrie-Axen im Durchschnitt derselben.

1. Gerade Linie. S liegt in halber Länge.

2. Kreisbogen. Länge b; Sehne s; Zentriwinkel 2α; Radius r, Fig. 230:

$$\overline{OS} = \frac{rs}{b} = \frac{r \sin\alpha}{\alpha}$$

Durch Konstruktion: a. Mache die Scheitel-Tangente $DB = \frac{1}{2} b$; ziehe OB und durch die Endpunkte des Bogens je eine Vertikale, welche die OB in E schneidet. Dann verläuft die zur BB parallele EE durch S. — b. Ziehe eine Tangente an den Scheitelpunkt; trage $OC = b$ von O aus ab, so dass der Endpunkt C in der Tangente liegt; mache $OF = s$. Dann trifft eine Parallele zur Tangente durch F den Schwerpunkt.

3. Halbkreis: $\overline{OS} = \frac{2r}{\pi} = 0{,}637\, r$.

4. Dreiecks-Umfang, Fig. 231. S liegt im Mittelpunkt eines Kreises, der demjenigen Dreiecke eingeschrieben ist, dessen Ecken in die Mitten der Dreiecks-Seiten a, b, c fallen. Es ist der normale Abstand von a:

Fig. 231.

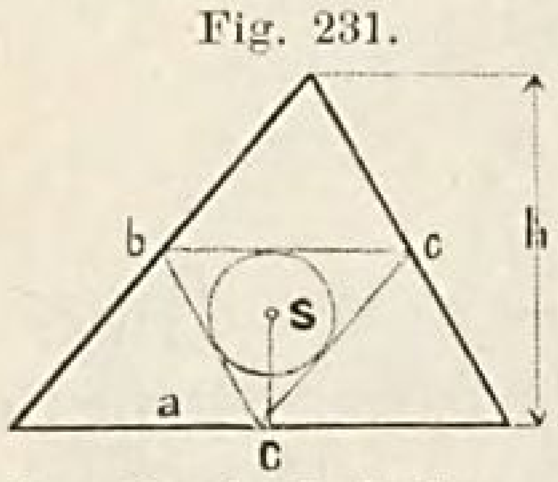


Fig. 232.

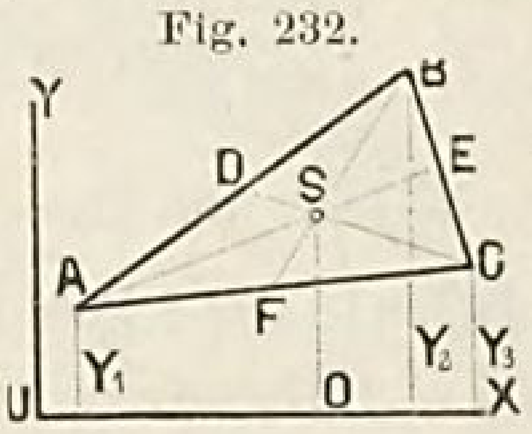
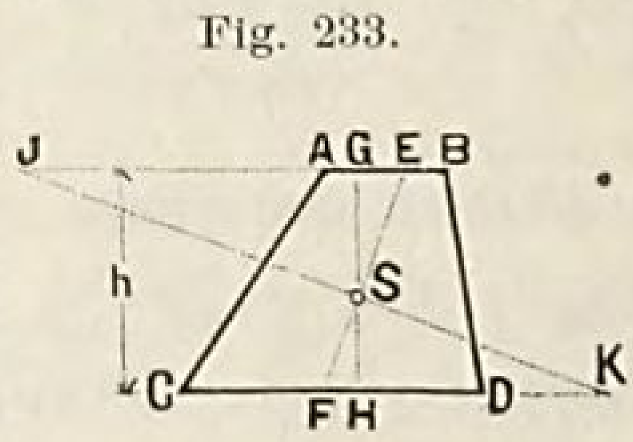


Fig. 233.



$$\overline{CS} = \left(\frac{b+c}{a+b+c}\right)\frac{h}{2}.$$

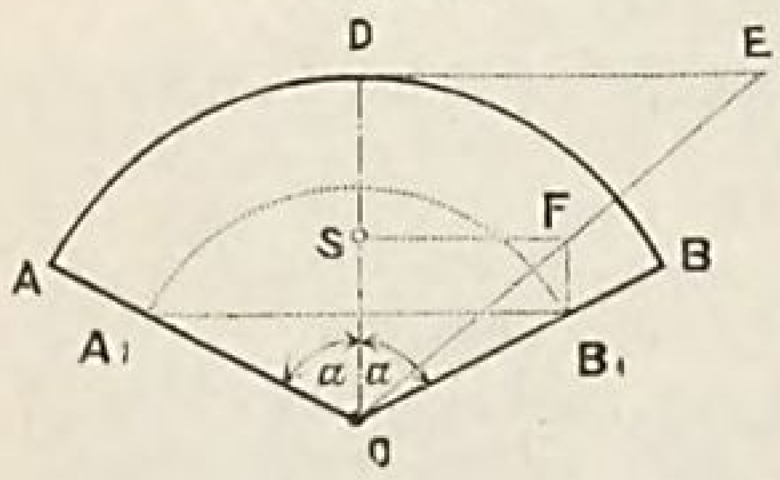
5. Dreieck, Fig. 232. S liegt, von irgend einer Seite als Basis genommen, in $\frac{1}{3}$ der Dreieckshöhe; oder, wenn AE, BF, CD die Halbirungslinien der Dreiecks-Seiten sind, im Schnittpunkt derselben.

$$\overline{CS} = \frac{2}{3}\overline{DC}; \quad \overline{OS} = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

6. Trapez, Fig. 233. $AB = a$; $CD = b$. Verlängere AB um b und CD um a in entgegen gesetzter Richtung; verbinde die Endpunkte I und K der Verlängerungen durch eine Gerade. Dann liegt S im Schnittpunkt dieser Geraden und der Halbirungs-Geraden EF der Seiten a und b. Ist GH eine Senkrechte durch S zur Grundlinie, so ist:

$$\overline{GS} = \frac{h}{3}\,\frac{a + 2b}{a + b}; \quad \overline{HS} = \frac{h}{3}\,\frac{b + 2a}{a + b}.$$

Fig. 234.



7. Parallelogramm. S liegt im Schnittpunkt der Diagonalen.

8. Kreisausschnitt. Bogenlänge $AB = b$; Sehne s; Radius r; Zentriwinkel 2α, Fig. 234:

$$\overline{OS} = \frac{2}{3}\,\frac{rs}{b} = \frac{2}{3}\,\frac{r \sin\alpha}{\alpha}$$

Durch Konstruktion: Schlage einen konzentr. Bogen $A_1 B_1$ mit dem Radius $\frac{2}{3} r$; errichte im Scheitel D eine Senkrechte $DE = \frac{1}{2} b$ zur Symmetrie-Axe OD; ziehe parallel zur OD durch B_1 eine Gerade, welche die OE in F schneidet. Dann ist $FS \perp$ zur OD (vergl. auch die Konstr. unter 2).

9. Halbkreis-Fläche: $\overline{OS} = \frac{4}{3}\,\frac{r}{\pi} = 0{,}425\, r$.

10. Viertelkreis-Fläche: $\overline{OS} = \frac{8}{3}\,\frac{r}{\pi\sqrt{2}} = 0{,}6\, r$.

11. Kreisabschnitt: Sehne s; Flächeninhalt F; Radius r; Zentriwinkel 2α. Der Abstand OS vom Zentrum aus in der Symmetrie-Axe gemessen ist:

$$\overline{OS} = \frac{s^3}{12F} = \frac{2}{3}\,\frac{r^3 \sin^3\alpha}{F} = \frac{2}{3}\,\frac{r \sin^3\alpha}{\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2}}.$$

12. Halbe Ellipsenfläche. Halbaxen a und b, Fig. 235. $\overline{OS} = \frac{4}{3}\frac{b}{\pi}$.

$\overline{OS}$ ist also unabhängig von a. Für $a = b = r$ (den Halbkreis) ist $\overline{OS} = \frac{4r}{3\pi}$.

13. Parabel-Segment. Sehne $2y$; zugehöriger Durchm. x, Fig. 236.

Fig. 235.

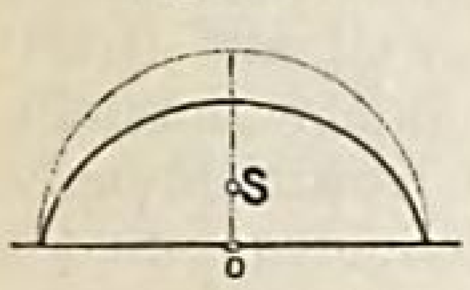
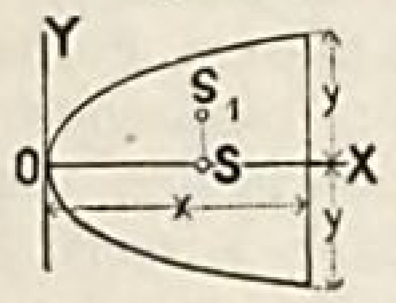


Fig. 236.



$$\overline{OS} = \frac{3}{5}x.$$

Der Schwerpunkt S_1 des halben Parabel-Segments desselben Durchmessers findet sich aus:

$$\overline{OS} = \frac{3}{5}x;\ \overline{SS_1} = \frac{3}{8}y.$$

14. Ringstück. Radien R und r; Zentriwinkel 2α. Abstand $\overline{OS}$ vom Zentrum

$$\overline{OS} = \frac{2}{3}\frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}\frac{\sin\alpha}{\alpha}.$$

15. Halbkreisförmiges Ringstück. $\overline{OS} = \frac{4}{3\pi}\frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}$.

16. Kugelzone (Kalotte). S liegt in der halben Höhe.

17. Beliebige Fläche auf der Halbkugel. Eine beliebige, in sich zurück kehrende Linie bilde eine Fläche des Inhalts F. F' sei der Inhalt der Projektion der Fläche auf eine die Halbkugel abschliessende Ebene. Dann ist der Schwerpunkts-Abstand x_0 von dieser Ebene: $x_0 = \frac{F'}{F}r$.

18. Prisma und Zylinder. S liegt in der Mitte der Verbindungslinie zwischen den Schwerpunkten der Endflächen.

19. Pyramide und Kegel. S liegt in $^1/_4$ der Höhe auf der Verbindungslinie zwischen dem Schwerp. der Basis und der Spitze, von der Basis aus gemessen.

20. Abgestumpfte Pyramide. Höhe h; Endflächen F und f. Schwerp. Abstd. von der Basis: $x_0 = \frac{h}{4}\frac{F + 3f + 2\sqrt{Ff}}{F + f + \sqrt{Ff}}$.

21. Abgestumpfter Kegel. Höhe h; Endflächen mit Radien R und r, desgl.

$$x_0 = \frac{h}{4}\frac{R^2 + 2Rr + 3r^2}{R^2 + Rr + r^2}.$$

22. Kugel-Ausschnitt. Zentriwinkel 2α; Radius r. $x_0 = \frac{3}{8}(1 + \cos\alpha)r$.

23. Halbkugel: $x_0 = \frac{3}{8}r$.

24. Kugel-Abschnitt. Höhe h; Radius r, $x_0 = \frac{3}{4}\frac{(r-h)^2}{3r - h}$.

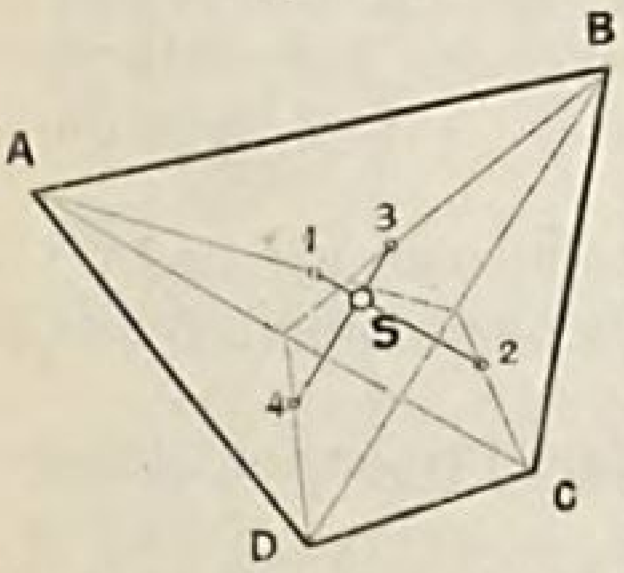
25. Elliptisches Paraboloid. Halbaxen der Endfläche a und b; Höhe h. Der Schwerpunkt liegt in $\frac{1}{3}$ der Höhe von der Endfläche aus gemessen.

26. Halbes Ellipsoid. Halbaxen a, b und c. Von der Endfläche (mit den Halbaxen a und b) aus gemesssen ist der Schwerpunkts-Abstand: $z_0 = \frac{3}{8}c$.

z_0 ist also unabhängig von a und b. Für $a = b = c = r$ (Halbkugel) ist:

$$z_0 = \frac{3}{8}r.$$

Fig. 237.



γ. Grafische Schwerpunkts-Bestimmungen.

Die vorstehend für den Kreisbogen, das Dreieck, Trapez, Parallelogramm und den Kreisausschnitt angegebenen Konstruktionen sind für diese Figuren einfacher als das nachfolgende allgemeine Verfahren.

Bei unregelmässigen Vierecken, Fig. 237, kann man beide Diagonalen ziehen, 4 Dreiecks-Schwerpunkte bestimmen und durch den Schnittpunkt der beiden so erhaltenen Schwerlinien den gesuchten Schwerpunkt finden.

In Fig. 237 sind z. B. 1, 2, 3 und 4 die vier Dreiecks-Schwerpunkte. S liegt im Schnitt von 1—2 und 3—4. In allen übrigen Fällen empfiehlt sich die Anwendung des folgenden Verfahrens:

1. **Schwerpunkte von Linien und Flächen.** Man zerlegt Linien oder Flächen in Elemente, deren Schwerpunkts-Lage bekannt ist. Die Länge jedes Linien-Elements oder den Inhalt jedes Flächen-Elem. fasst man als eine Kraft auf, welche im Schwerpunkt des Elem. angreift. Die einzelnen so erhaltenen Kräfte setzt man zu einem Kraftpolygon zusammen, das in diesem Falle, weil alle Kraftrichtungen einander parallel laufen, eine Gerade von bestimmter Länge darstellt. Mit Hilfe eines beliebigen Pols zeichnet man dann zwischen den Kraftrichtungen ein Seilpolygon und findet durch den Schnittpunkt der äussern Seilpolygon-Seiten die Lage der ersten Resultante.

Hatte man bei der Zeichnung dieses Seilpolygons z. B. die Richtung der Kräfte vertikal angenommen, so wird man behuf Zeichnung eines 2. Seilpolygons diese Richtung beliebig anders, am besten horizontal, annehmen. Auch im 2. Seilpolygon bestimmt man wieder die Lage der Resultante.

Der Schnittpunkt der gefundenen horizontalen und vertikalen Resultante giebt den Schwerpunkt.

Zur Kontrole der Richtigkeit der Konstruktion nimmt man zweckmässig noch eine 3. Richtung der Kräfte an. Die gefundene 3. Resultante muss dann durch den Schnittpunkt der beiden andern Resultanten gehen.

Fig. 238.

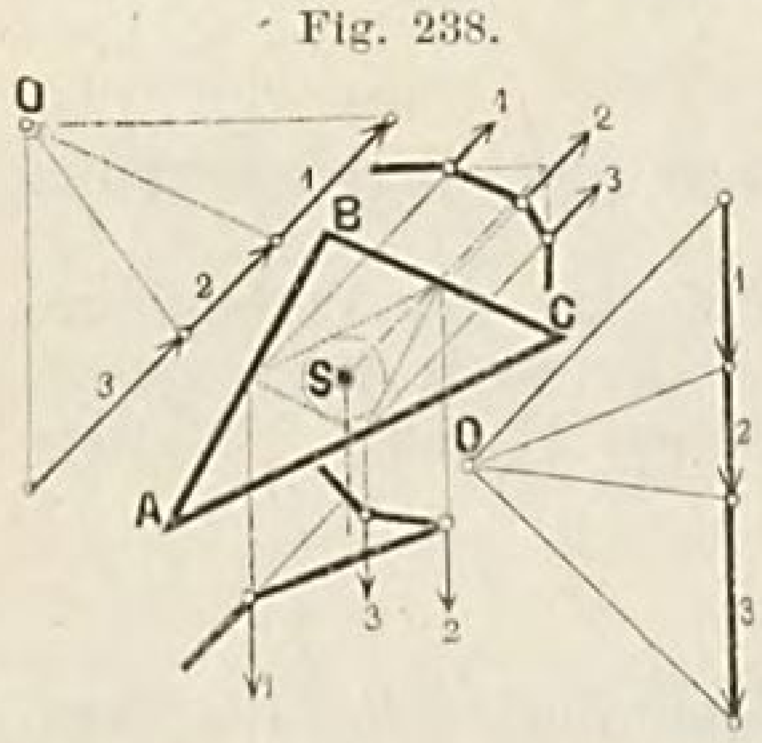
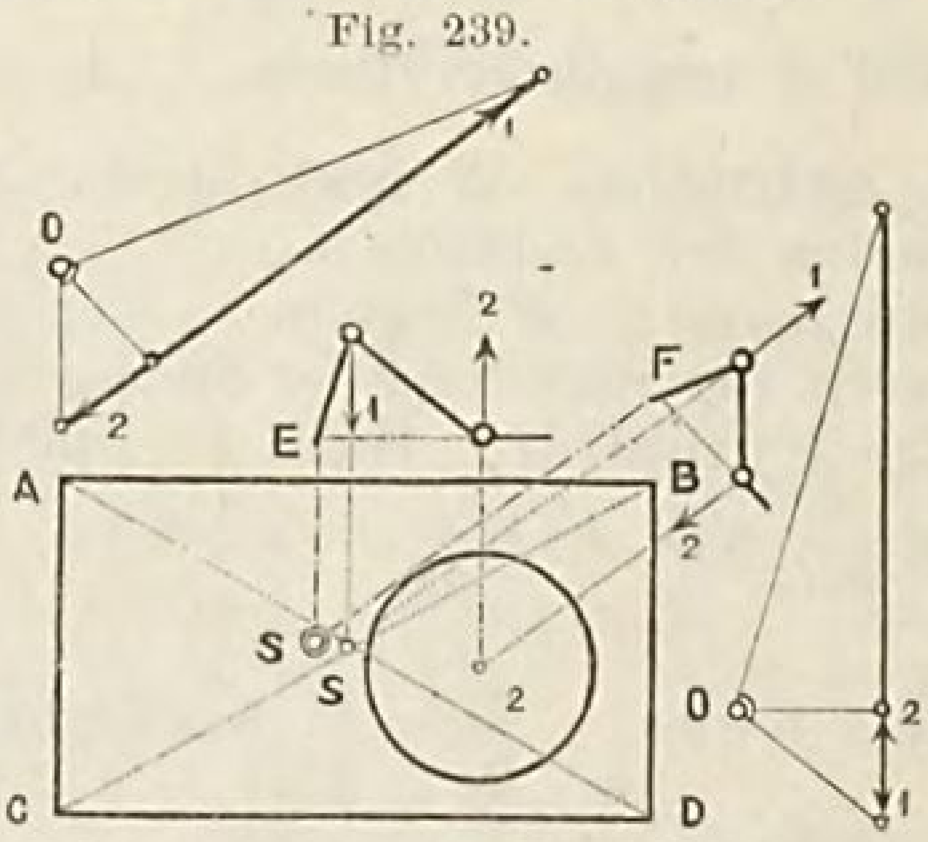


Fig. 239.



In Fig. 238 ist als Beispiel der Schwerpunkt eines Dreiecks-Umfangs ABC konstruirt. Die Längen der Seiten sind (in halber Grösse) als Kräfte aufgetragen. Die 1. Richtung der Kräfte ist vertikal, die 2. unter 45° geneigt angenommen worden.

Ein Vieleck würde in Dreiecke zu zerlegen, ein Ringstück als die Differenz von 2 Kreis-Ausschnitten, ein Kreisabschnitt als die Differenz eines Kreisausschnitts und eines Dreiecks aufzufassen sein u. s. w. Dabei ist auf den Sinn der Kraftrichtungen zu achten und jede Kraft ihrem Sinne entsprechend im Kraftpolygon einzureihen. — In Fig. 239 ist als Beispiel der Schwerpunkt eines mit einer Kreisöffnung versehene Rechtecks $ABCD$ ermittelt. $AB = 5{,}5$; $BD = 3{,}0$; Radius der Kreisöffnung $= 1{,}0$. Die Kräfte 1 und 2 (bezw. die Flächeninhalte des Rechtecks und des Kreises) greifen bezw. in den Schwerpunkten S_1 und S_2 an. Dabei haben 1 und 2 entgegen gesetzte Richtung. Die Resultante von 1 und 2 geht im ersten Seilpolygon durch E, im zweiten durch F. S liegt daher im Schnitte der Parallelen zur Kraftrichtung durch E und F.

2. **Schwerpunkt von Körpern.** Weil die Projektion der Resultante paralleler Kräfte im Raume = der Resultante der Projektionen ist, oder weil die Resultante aus den Projektionen paralleler Kräfte gleich der Projektion der Resultante der parallelen Kräfte ist, so kann man, um den Schwerpunkt von beliebig gestalteten Körpern zu finden, denselben in passende Theilkörper zerlegt denken, die Schwerpunkte derselben bestimmen und die Richtungen der dort angreifenden Parallelkräfte — welche den Inhalten der Theilkörper proportional sind — auf 2 Koordin.-Ebenen projiziren.

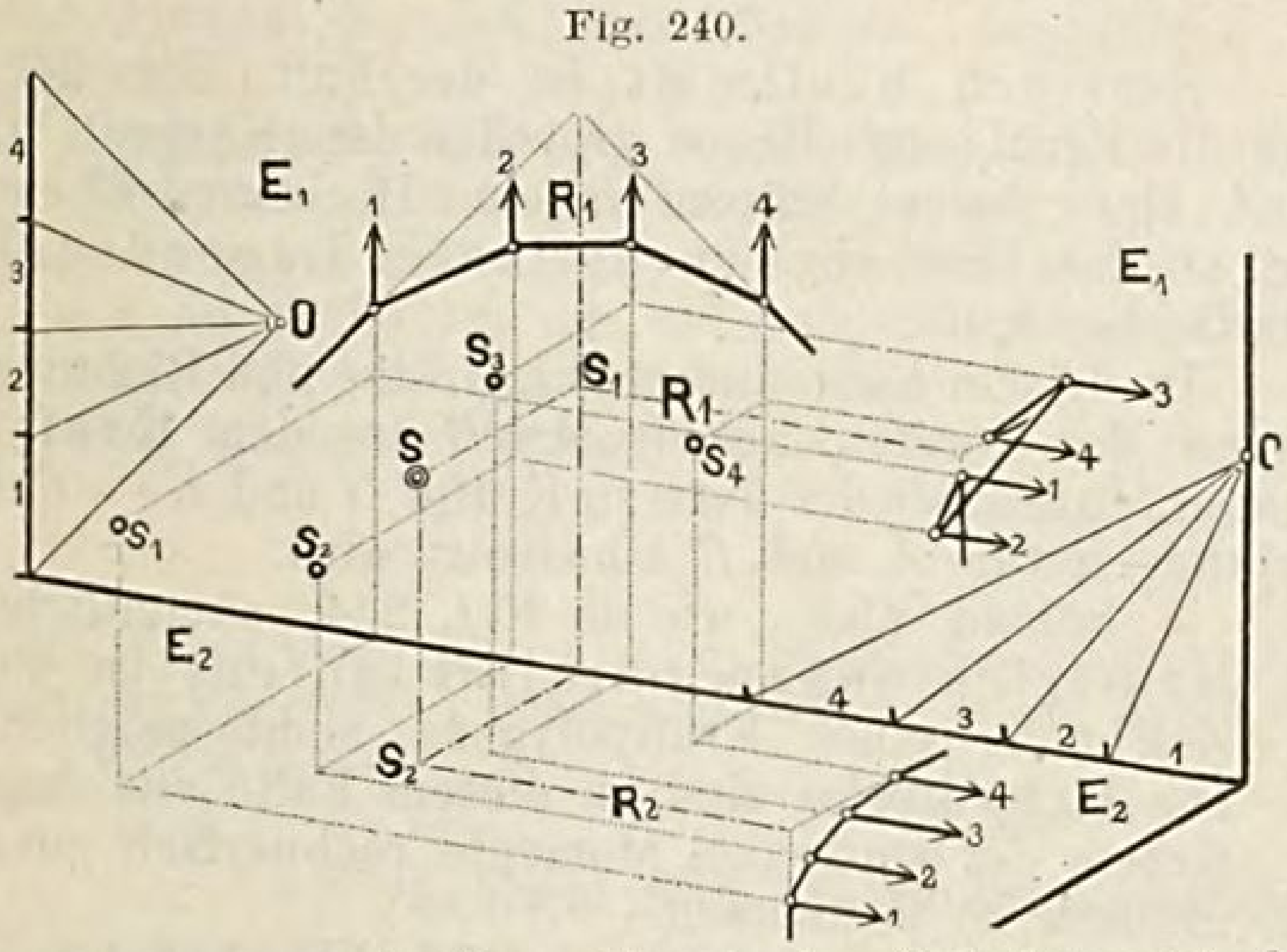
Die Lage der Resultante in jeder Projektions-Ebene bestimmt man wie unter 1). Dadurch kann man die Lage einer Schwer-Ebene und einer Schwer-Linie erhalten, in deren Schnittpunkt der gesuchte Schwerpunkt liegt.

Um die Schwer-Linie zu erhalten, muss man in der betr. Projektions-Ebene 2 Resultanten für 2 verschiedene Kraftrichtungen bestimmen.

Körper die von ebenen Flächen begrenzt sind, theilt man am besten in Tetraeder, deren einzelne Schwerpunkte nach 19 S. 511) bestimmt sind.

Von krummen Flächen begrenzte Körper theilt man dagegen am besten durch parallele Ebenen in Prismatoide, deren Höhen so klein zu bemessen sind, dass ihr Schwerpunkt im Schwerpunkt des Schnittes, der sie halbirt, angenommen werden kann.

Fig. 240.



In Fig. 240 sind E_1 und E_2 die beiden senkrecht auf einander stehenden Projektions-Ebenen. 1, 2, 3, 4 sind die in den Schwerpunkten s_1, s_2, s_3 und s_4 der zugehörigen Theilkörper angreifenden Kräfte.

In der Ebene E_1 der Figur sind 2 Seilpolygone gezeichnet; eins für Horizontal- und eins für Vertikalkräfte, welche durch die Projektionen der Punkte s_1, s_2, s_3, s_4 verlaufen. Durch den Schnittpunkt der betr. Resultanten R_1 und R_2' ergiebt sich die Projektion S_1 von S in E_1.

In der Ebene E_2 ist nur ein Seilpolygon für horizontale Kraftrichtungen gezeichnet. Die Lage der Resultante dieses Seilpolygons bestimmt den Schwerpunkt S.

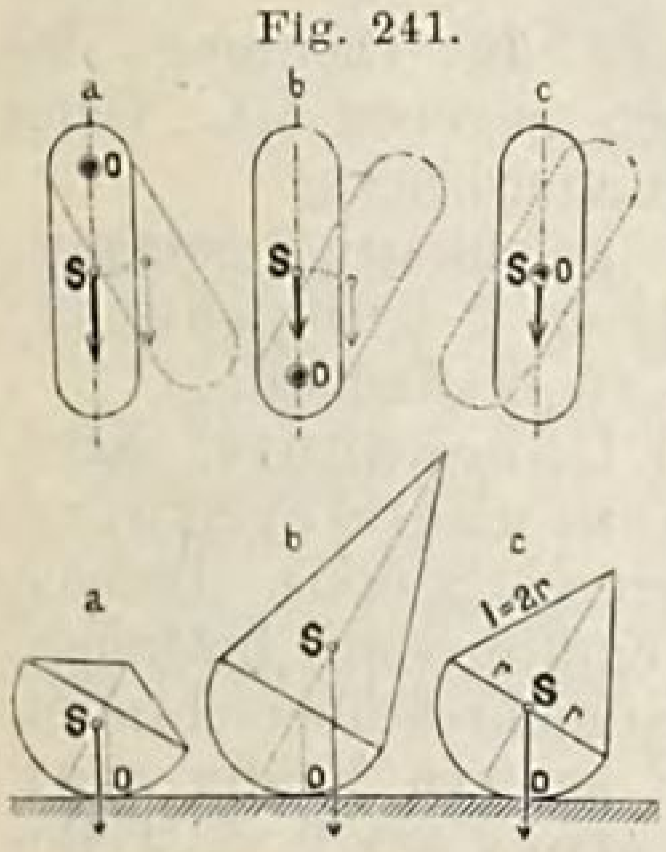
f. Widerstände fester Stützpunkte.

Die Widerstände fester Stützpunkte sind ihrer Grösse und Richtung nach stets als äussere Kräfte in die Betrachtung einzuführen.

α. Ein einziger Stützpunkt.

Wirkt auf den im Punkte o gestützten Körper, Fig. 241, nur das im Schwerpunkt S angreifende Eigengewicht, so befindet derselbe sich im Gleichgewicht, wenn die Punkte o und S in einer Vertikalen liegen. Der Gleichgew.-Zustand ist ein stabiler (Fall a) oder ein labiler, (Fall b), je nachdem das bei einer Aenderung der Lage des Körpers entstehende statische Moment der Kräfte bestrebt ist, den frühern Gleichgew.-Zustand wieder herzustellen oder nicht. Indifferent ist der Gleichgew.-Zustand (Fall c), wenn nach der Lagen-Aenderung kein Moment eintritt, also jede benachbarte Lage ebenfalls eine Gleichgew.-Lage ist.

Fig. 241.

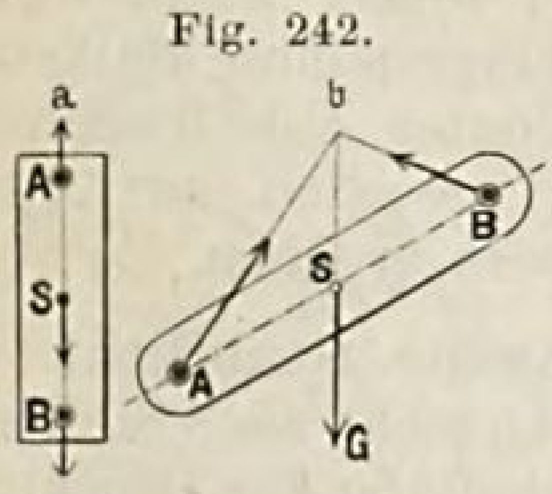


Die drei verschiedenen Zustände des stabilen, labilen und indifferenten Gleichgew. treten bezw. ein: wenn der Punkt o über, oder unter dem Schwerpunkte S liegt, oder mit letzterm zusammen fällt.

β. Zwei Stützpunkte. Statisch bestimmte und unbestimmte Fälle.

Im Falle des Gleichgew. der äussern Kräfte müssen sich Grösse und Richtung der Stütz- oder Lagerdrücke aus der Bedingung ergeben: dass ihre Richtungen mit der Richtung der Schwerkraft (oder mit der Richtung der Mittelkraft aus allen äussern Kräften) sich in einem Punkte schneiden.

Fig. 242.

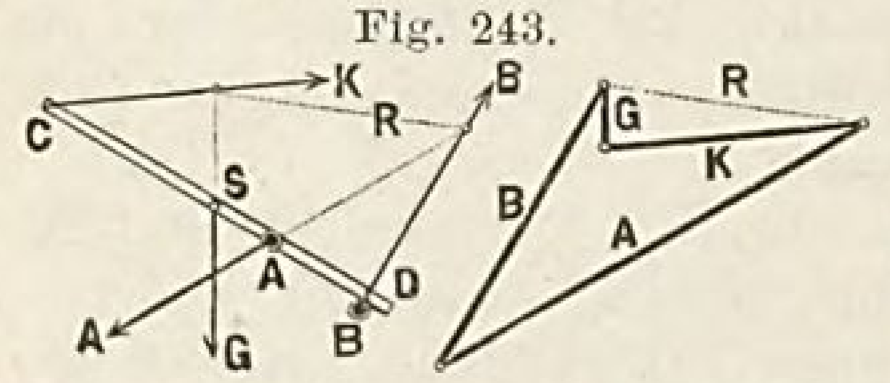


Ist es in Folge besonderer Lage der Stützpunkte oder der Art und Weise der Unterstützung nicht möglich, aus dieser Bedingung Grösse und Richtung der Stützen-Drücke zu bestimmen, so ist der betrachtete Fall mit Bezug auf die äussern Kräfte ein statisch unbestimmter.

Statisch unbestimmt ist — wenn die Art und Weise der Befestigung in den Punkten A und B nicht bekannt ist — z. B. der Fall a, Fig. 242, wo die 3 in Frage kommenden Kraftrichtungen in eine Gerade fallen. Desgl. der Fall b, wenn nicht mindestens die Richtung eines der Stützen-Drücke

bekannt ist, da die Bedingung, dass die beiden Lagerdrücke in A und B mit der Kraft G sich in einem Punkte schneiden, auf unendlich viele verschiedene Arten erfüllt werden kann.

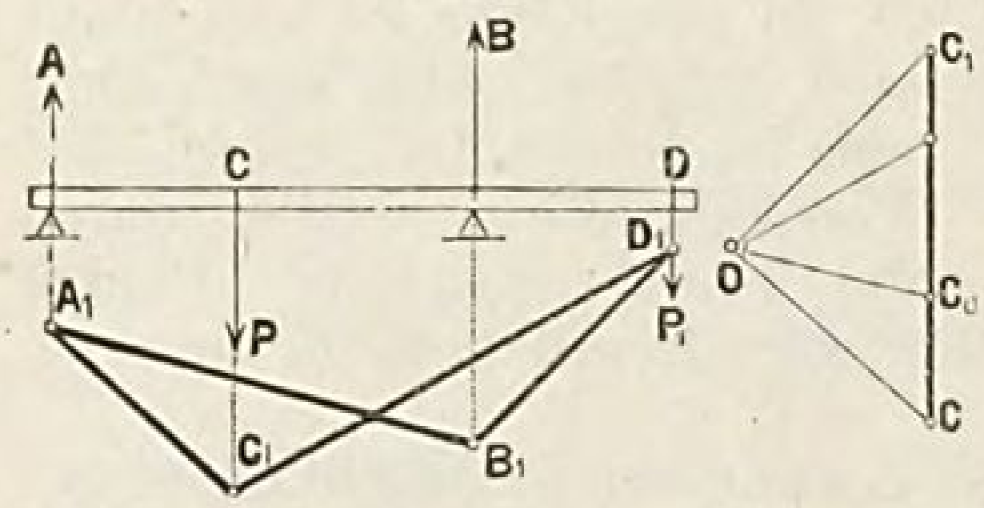
Fig. 243.



Statisch bestimmt ist der Fall, Fig. 243, wo die Berührungs-Ebene zwischen dem Körper CD und einer seiner Stützen B eine Horizontal-Ebene ist, so dass dort nur ein vertikaler Lagerdruck stattfinden kann.

In diesem Falle finden sich Grösse und Richtung des Lagerdrucks A, sowie die Grösse des Normal-Lagerdrucks B aus dem Kraftpolygon, welches aus der bekannten Mittelkraft der äussern Kräfte G und K — das ist R — und den bekannten Richtungen von A und B konstruirt wird.

Fig. 244.



Sobald aber, wie in Fig. 244, sämmtliche Kraftrichtungen parallel laufen, ist die Zeichnung eines Kraftpolygons nicht möglich. Die Lagerdrücke sind in diesem Falle aus dem Gesetz der statischen Momente rechnerisch oder grafisch zu bestimmen.

Man zeichne z. B. mit Hilfe eines beliebigen Pols O, Fig. 244, das Seilpolygon $A_1\ C_1\ D_1\ B_1$ zwischen den Kraftrichtungen; ziehe die sogen. Schlusslinie $A_1\ B_1$. Dann erhält man ein geschlossenes Seilpolygon und die im Kraftpolygon zur $A_1\ B_1$ gezogene Parallele $O\ C_0$ theilt die Kraftlinie $C\ C_1 = P + P_1$ nach dem Verhältniss der Lagerdrücke A und B. Es ist $C\ C_0 = A$ und $C_1\ C_0 = B$.

γ. Kennzeichen statisch bestimmter Fälle der Ebene.

Die Möglichkeit der Ermittelung der unbekannten Lagerdrücke auf rein statischem Wege hängt von der Art und Weise der Lagerung ab.

Im allgem. kann man den Körper in jedem seiner Stützpunkte in dreifach verschiedener Art gelagert denken:

1. Der Körper ist verschiebbar gelagert, so dass die Richtung des Lagerdrucks durch die Beschaffenheit der lagernden Flächen gegeben ist. Dann ist nur eine Unbekannte zu bestimmen: die Grösse des Lagerdrucks;

2. der Körper ist unverschiebbar aber drehbar (gelenkartig) gelagert, so dass das Moment für den Stützpunkt = 0 ist. Dann bleiben 2 Unbekannte: die Komponenten des Lagerdrucks nach 2 Axen-Richtungen zu bestimmen;

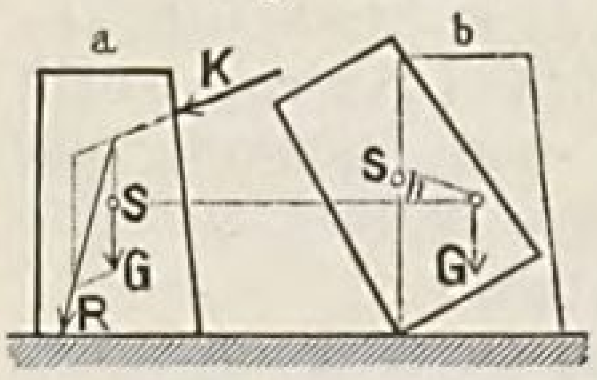
3. der Körper ist fest gelagert. Dann erscheinen drei Unbekannte. Nämlich, ausser den beiden Komponenten, wie vor, noch das Moment über der Stütze.

Der Gleichgew.-Zustand liefert nur 3 Beding.-Gleichgn. (vergl. S. 505). Danach ist ein Fall in der Ebene mit Bezug auf die äussern Kräfte stat. bestimmt, wenn die durch die Lagerungs-Art bedingte Zahl d. Unbekannten nicht 3 überschreitet.

Z. B. sind die Fälle in Fig. 242 mit Bezug auf die äussern Kräfte stat. unbestimmt, weil die vorhandenen 2 Stützpunkte mindestens $2 \times 2 = 4$ Beding.-Gleichgn. erfordern. Die Fälle in Fig. 243 und 244 sind dagegen stat. bestimmt, weil in jedem derselben die beiden Auflager zusammen höchstens $1 + 2 = 3$ Beding.-Gleichgn. erfordern. Stat. unbestimmt sind ferner z. B. der Balken auf mehr als 2 Stützen, und der an zwei Enden eingespannte Balken.

Stat. unbestimmte Fälle können nur unter Zuhilfenahme gewisser Bedingungen ermittelt werden, die sich aus der elastischen Deformation des Körpers ergeben.

Fig. 245.



δ. Stabilitäts-Moment und dynamische Stabilität.

Bei einem auf horizontaler Unterlage an mehr als 3 Stellen unterstützten Körper, Fig. 245, ist die Vertheilung des Druckes auf die Stützpunkte eine unbestimmte.

Die durch die äussersten Stützpunkte gelegten Geraden sind Dreh- oder Kippkanten, um welche eine Drehung oder ein Kippen des Körpers unter Einwirkung der äussern Kräfte event. erfolgen kann. Die Stabilität des Körpers ist aber gesichert, sobald die Richtung der Mittelkraft R aller

auf ihn wirkenden Kräfte innerhalb der Drehkanten bleibt. Das stat. Moment des Körpergewichts in Bezug auf eine event. Dreh- oder Kippkante nennt man das Stabilitäts-Moment des Körpers. Je grösser dasselbe, desto grösser ist die Stabilität.

Diejenige Arbeit (A), welche eine Kraft K verrichten muss, um einen Körper vom Gewichte G aus der Ruhelage a, Fig. 245, in die labile Gleichgew.-Lage b zu bringen, nennt man das dynamische Stabilitäts-Moment und es ist: $A = Gh$ wenn h die Höhe ist, um welche der Schwerpunkt gehoben werden muss, um aus der Lage a in die Lage b zu gelangen.

Für einen rechteckigen Querschnitt der Grundlinie a und der Höhe b, ist:

$$h = \frac{\sqrt{a^2 + b^2} - b}{2}$$

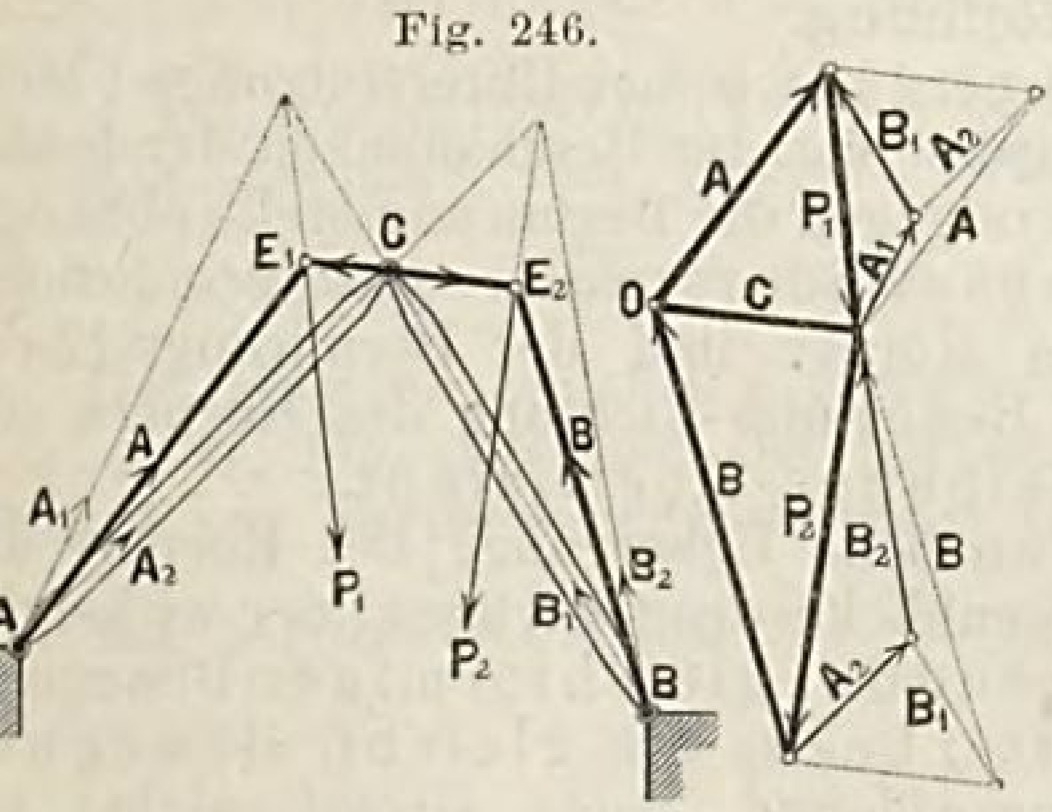
Beispiel. Um einen parallelepipedischen Granitblock von 2 m Höhe, 1 m Breite und 1 m Tiefe, der pro cbm 2,5 t. wiegt, umzukanten, ist eine Arbeit von:

$$2 \cdot 2{,}5 \frac{\sqrt{1+4} - 2}{2} = 0{,}59 \text{ mt} = 590 \text{ mkg erforderlich.}$$

ε. Zwei sich gegenseitig stützende Stäbe.

In Fig. 246 seien A, B und C Gelenkpunkte, welche eine Drehung der Stäbe AC und BC um die senkrecht zur Bildebene stehende Axe gestatten. Das System ist mit Bezug auf die äussern Kräfte statisch bestimmt, weil die Richtungen der Kräfte P_1 und P_2 sich mit den Richtungen der Gelenkdrücke in A und C, bezw. B und C in den Punkten E_1 und E_2 schneiden müssen.

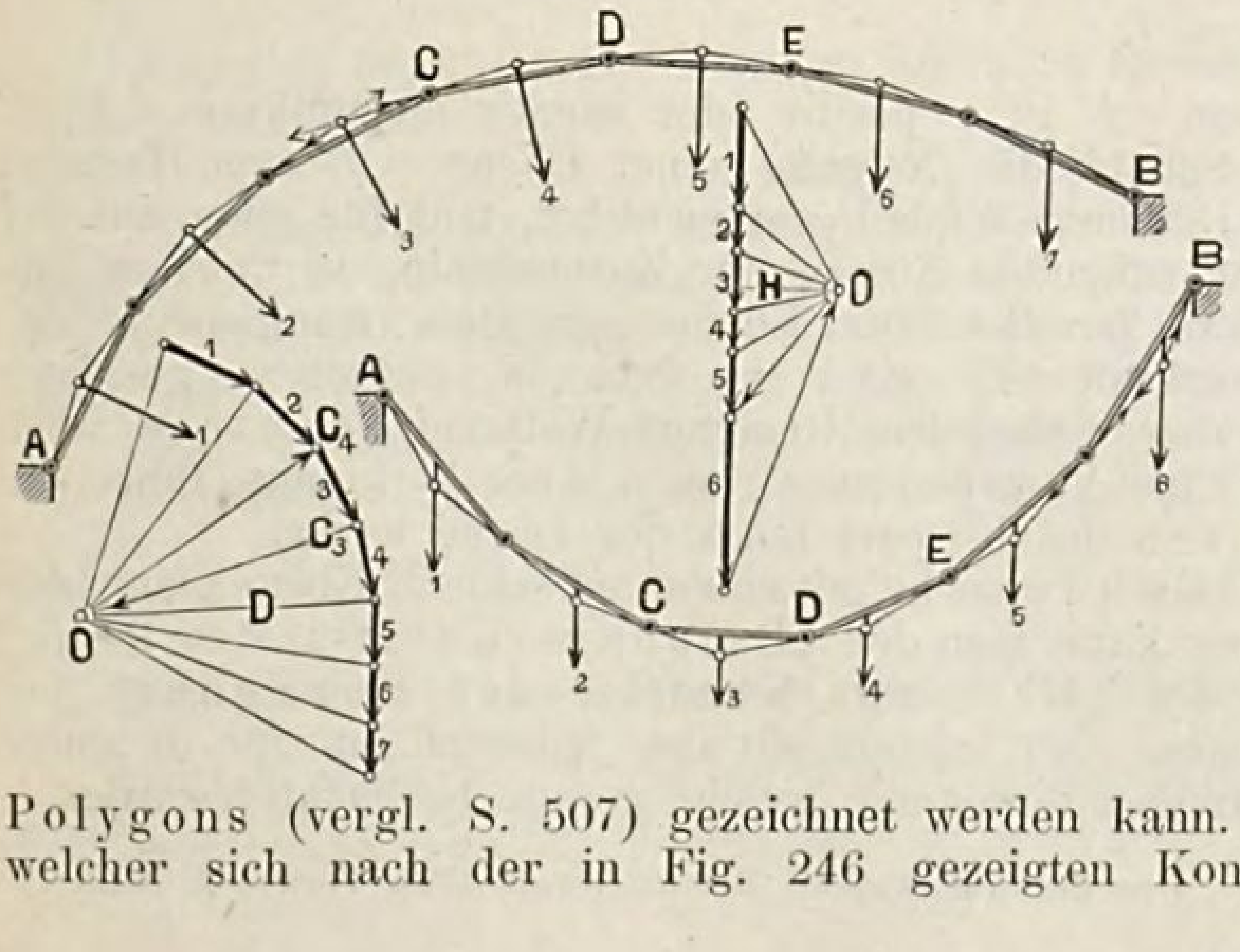
Fig. 246.



Die Wirkung der Kraft P_2 für sich allein betrachtet bringt in A einen Gegendruck A_2 hervor, dessen Richtung mit der Stangenrichtung AC zusammen fallen muss. Das Kräfte-Dreieck P_2, A_2, B_2 ergiebt die Grössen der zugehörigen Stützendrücke A_2 und B_2. P_1 bringt für sich allein in B einen Gegendruck B_1 hervor, dessen Richtung mit der Stangenrichtung BC zusammen fällt. Das Kräfte-Dreieck P_1, A_1, B_1 ergiebt die Grössen A_1 und B_1. Die Zusammensetzung von A_1 u. A_2 zu einer Resultante A, desgl. von B_1 u. B_2 zu einer Resultante B ist in der Fig. in den Kräfte-Dreiecken A_1, A_2, A und B_1, B_2, B ausgeführt.

Man kann die Gelenkdrücke A, B und C auch dadurch finden, dass man ein Seilpolygon $A E_1 E_2 B$ zwischen den Kraftrichtungen P_1 und P_2 zeichnet, welches durch die 3 Gelenkpunkte A, B und C verläuft. (vergl. S. 506.) Das zugehörige Kraftpolygon mit dem Pol O ist in der Figur mit starken Linien gezeichnet.

Fig. 247.



ζ. Mehrere sich gegenseitig stützende Stäbe.

Das Stabsystem in Fig. 247 (mit stehenden Gliedern) kann unter Einwirkung einer und derselben (beliebig gerichteten) Belastung in unendlich viele labile Gleichgew.-Lagen gebracht werden. Sobald aber für ein belieb. Paar von benachb. Stäben, z. B. CD und DE, die Lage vorgeschrieben ist, giebt es nur eine einzige Gleichgew.-Lage, welche mit Hilfe des Resultanten-Polygons (vergl. S. 507) gezeichnet werden kann. Aus dem Gelenkdruck D, welcher sich nach der in Fig. 246 gezeigten Konstruktion ergiebt, und den

Kräften 1, 2, 3 bis 7 setze man ein Kraftpolygon zusammen und verlege den Pol in die Ecke O.

Die Seiten des zugehörigen Resultanten-Polygons verlaufen dann durch die Stützpunkte des Stabsystems. Dadurch ist die Lage sämmtlicher Stützpunkte bestimmt.

Die erhaltene Gleichgew.-Form des Stabsystems nennt man auch die Stützlinie. Die in den Gelenk- oder Stützpunkten auftretenden Widerstandskräfte ergeben sich aus dem Kraftpolygon. Es sind bei dem System mit stehenden Stäben lauter Druckkräfte, wie z. B. die Pfeilrichtungen in dem Kraft-Dreieck $O\,C_3\,C_1$, dessen Seite $O\,C_3$ den Druck im beliebigen Gelenkpunkte C repräsentirt, ergeben.

Für den andern Fall in Fig. 247, (mit hängenden Stäben) der ganz analog dem ersten zu behandeln ist, sind alle an den Gelenkpunkten auftretenden Widerstandskräfte Zugkräfte, und der Gleichgew.-Zustand ist ein stabiler. Weil die Kraftrichtungen alle vertikal angenommen sind, so ergiebt sich (nach S. 508) die horizontale Spannung in jedem Gelenkpunkte = der Polardistanz H.

g. Reibungs-Widerstand.

Reibungs-Widerstand entsteht bei der Bewegung zweier Körper auf einander in Folge von Unebenheiten und Rauheiten der Berührungsflächen. Er wirkt stets der Richtung entgegen, in welcher sich ein Körper bewegt oder bewegen würde, falls Reibungs-Widerstd. nicht vorhanden wäre. Man unterscheidet im allgem. die gleitende und die rollende Reibung.

α. Gleitende Reibung.

Der fortschreitenden Bewegung eines Körpers auf seiner Unterstützungs-Fläche stellt sich ein Widerstand entgegen, dessen Grösse von der Beschaffenheit der beiden Berührungs-Flächen und dem Druck des Körpers gegen die Berührungsstelle abhängig ist. Dieser Widerstand W — der Reibungs-Widerstand. — ist proportional dem Normaldruck N, der zwischen dem Körper und der Berührungs-Ebene stattfindet, und wirkt in dieser Ebene, der Bewegungs-Richtung des Körpers entgegen. Es ist: $W = f\,N$. f heisst der Reibungs-Koeffizient.

Der Reibungs-Widerstd. ist am grössten beim Uebergange des Körpers aus der Ruhelage in die Bewegung, d. h. im Augenblicke des Gleichgew. der wirkenden äussern Kräfte, unmittelbar vor oder während der gleichförmigen Bewegung.

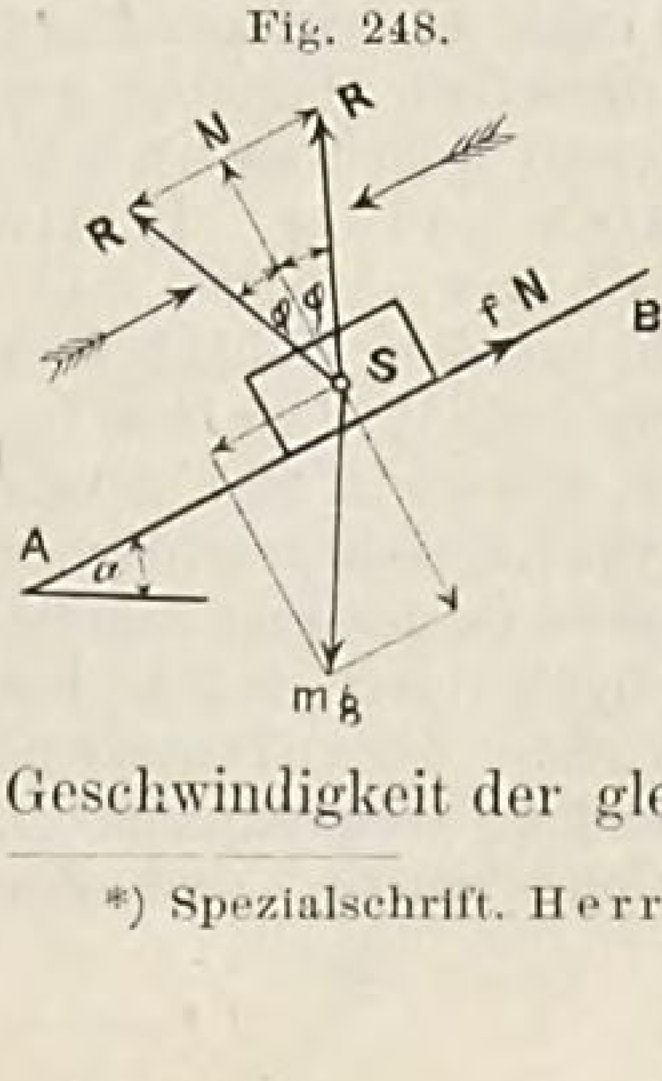
So lange das Gleichgew. der Kräfte, bezw. die gleichf. Bewegung des Körpers andauert, ändert der Reibungswiderstd. seine Grösse nicht; mit wachsender Geschw. der Bewegung nimmt aber seine Grösse ab.

β. Reibungs-Winkel.*)

Der Gegendruck R der Berührungs-Fläche weicht in Folge der Einwirkung der Reibung (bei gleichf. Bewegung des Körpers, oder im Falle des Gleichgew. der wirkenden Kräfte unmittelbar vor der Bewegung) von der Richtung des Normaldrucks N um einen Winkel φ — den Reibungs-Winkel — ab, dessen Grösse aus dem mit den Grössen N, $f\,N$ und R gezeichneten Kraftdreieck, Fig. 248, sich ergiebt: $\operatorname{tang}\varphi = \frac{f\,N}{N} = f$.

Je nach der Richtung von $f\,N$ ist φ positiv oder negativ einzuführen.

Fig. 248.



Sobald die Neigung einer Ebene $A\,B$ zum Horizont den Reibungs-Winkel φ erreicht hat, tritt für einen auf der Ebene ruhenden Körper der Zustand ein, in welchem die abwärts parallel zur Ebene gerichtete Komponente der Schwerkraft $m\,g\,\sin\alpha$ = dem in entgegen gesetzter Richtung wirkenden Reibungs-Widerstd. $f\,m\,g\cos\alpha$ wird.

Eine Vergrösserung von α über φ hinaus führt ein Gleiten des Körpers längs der Ebene herbei.

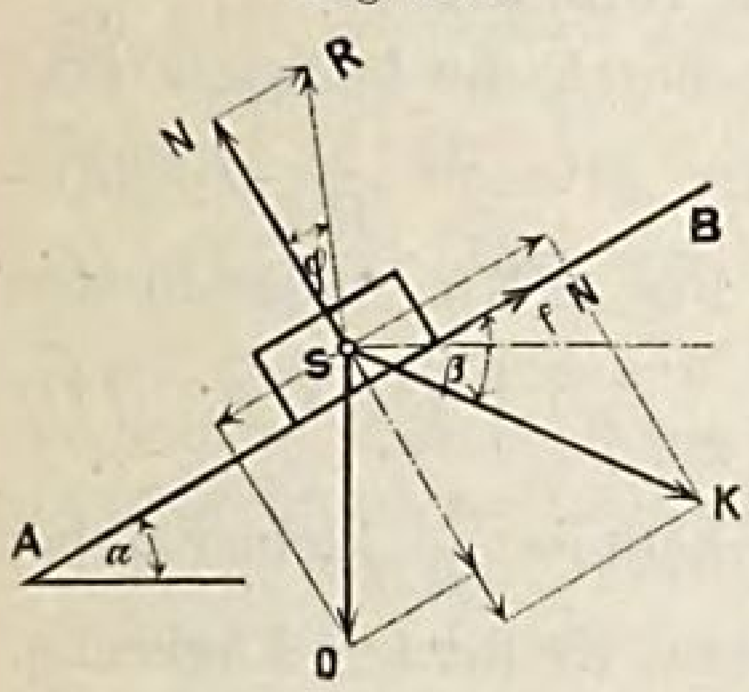
Durch Versuche mit einem auf schiefer Ebene gleitenden Körper kann man den „Reibungs-Koeffiz. der Ruhe“ und den „Reibungs-Koeffiz. der Bewegung“ bestimmen. Der letztere gilt aber jedesmal nur für diejenige Geschwindigkeit der gleichförmigen Bewegung, welche gerade beobachtet wurde. —

*) Spezialschrift. Herrmann. Der Reibungswinkel; Braunschweig 1882. Vieweg & Sohn.

γ. Schiefe Ebene.

Die allgem. Bedingung für die gleichförmige Bewegung eines Körpers vom Gewicht Q längs der schiefen Ebene unter Einwirkung einer Kraft K, deren Richtung mit der Ebene den Winkel β einschliesst, ist, Fig. 249,: $K = Q \frac{\sin(\alpha \pm \varphi)}{\cos(\beta \pm \varphi)}$.

Fig. 249.



φ ist der Reibungs-Winkel, also $f = \text{tang}\ \varphi$. Das Zeichen + gilt für eine Kraft K, welche den Körper bergan ziehen soll, das Zeichen — für eine Kraft K, welche verhindern soll, dass die Bewegung des Körpers beim Bergabgleiten eine beschleunigte werde.

Für $\beta = \alpha$ (horizontale Kraft K) wird:

$$K = Q\ \text{tang}\ (\alpha \pm \varphi).$$

Für $\beta = 0$ (zur Ebene parallele Kraft K):

$$K = Q\ (\sin \alpha \pm f \cos \alpha).$$

δ. Rollende Reibung.

Der Widerstand W der rollenden Reibung kann als eine im Schwerpunkt des rollenden Körpers angreifende, der fortschreitenden Bewegung desselben entgegen wirkende Kraft angesehen werden.

W ist dem Normaldruck Q des rollenden Körpers gegen seine Unterlage direkt und dem Radius r desselben umgekehrt proportional. $W = \psi \frac{Q}{r}$.

ψ ist der Koeffiz. der rollenden Reibung.

Ein Zylinder vom Radius r fängt auf einer gegen den Horizont um den Winkel α geneigten Ebene an zu rollen, wenn $\text{tang}\ \alpha = \frac{\psi}{r}$ ist.

Das Moment, welches erforderlich ist, um einen Zylinder vom Radius r und Gewicht Q, Fig. 250, auf der horizontalen Ebene fort zu rollen ist $= \psi\ Q$. Die Kraft P zur Fortbewegung der Last Q auf zwei zylindrischen Walzen vom Radius r und auf horizontaler Bahn ist: $P = \frac{Q}{2r} (\psi + \psi_1)$.

Fig. 250.

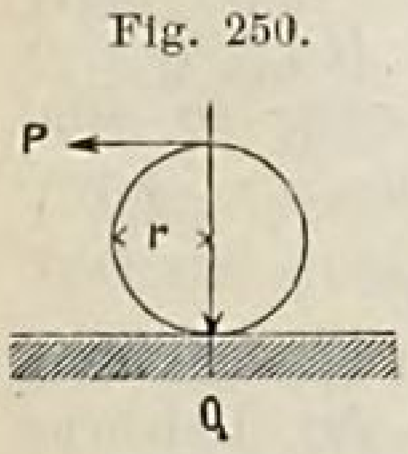


Fig. 250 a.

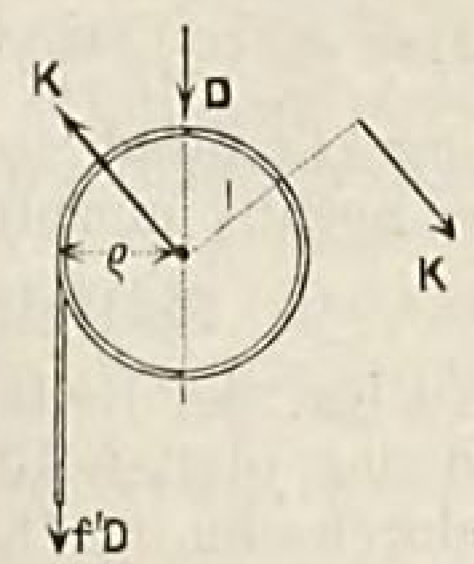


Fig. 251.

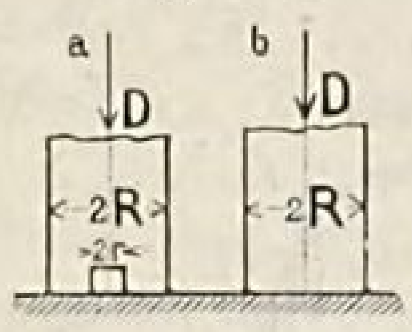
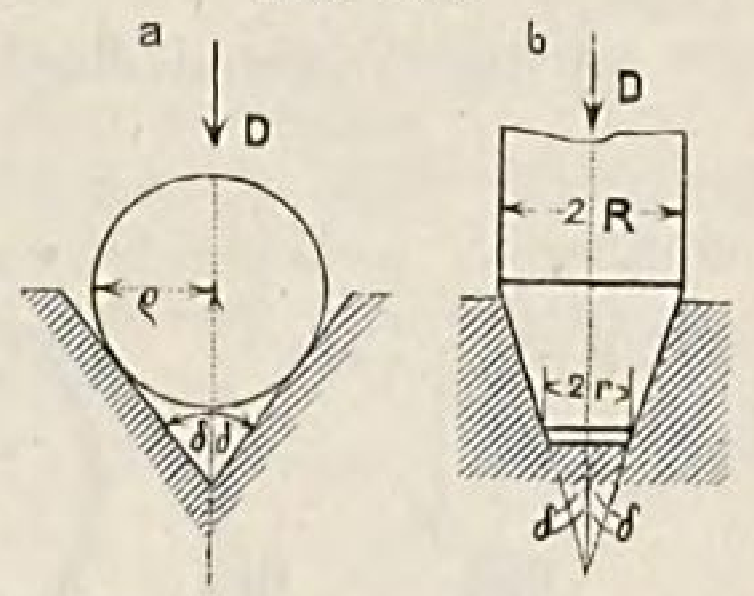


Fig. 252.



ψ und ψ_1 bezw. Koeffizienten der rollenden Reibung für Last und Walzen bezw. Walzen und Bahn.

ε. Zapfen-Reibung.

Ist D der Zapfendruck gegen die Lagerschale eines Tragzapfens (liegender Zapfen), f' der Koeffiz. der gleitenden Reibung zwischen Zapfen und Lagerschale, ρ der Zapfenhalbmesser, so ist das Moment $\mathfrak{M}$ der Zapfenreibung, welches ein den Zapfen drehendes Kräftepaar Kl zu überwinden hat: $\mathfrak{M} = f'\ D\rho$ (1)

Diese Gleichg. ist durch Fig. 250a veranschaulicht.

Für einen ringförmigen Stützzapfen, Fig. 251a., von den Halbmessern R und r ist: $\mathfrak{M} = f' D \left(\frac{R + r}{2}\right)$ (2)

Für einen Stützzapfen mit kreisf. Endfläche, Fig. 251b: $\mathfrak{M} = f'\ D \frac{R}{2}$

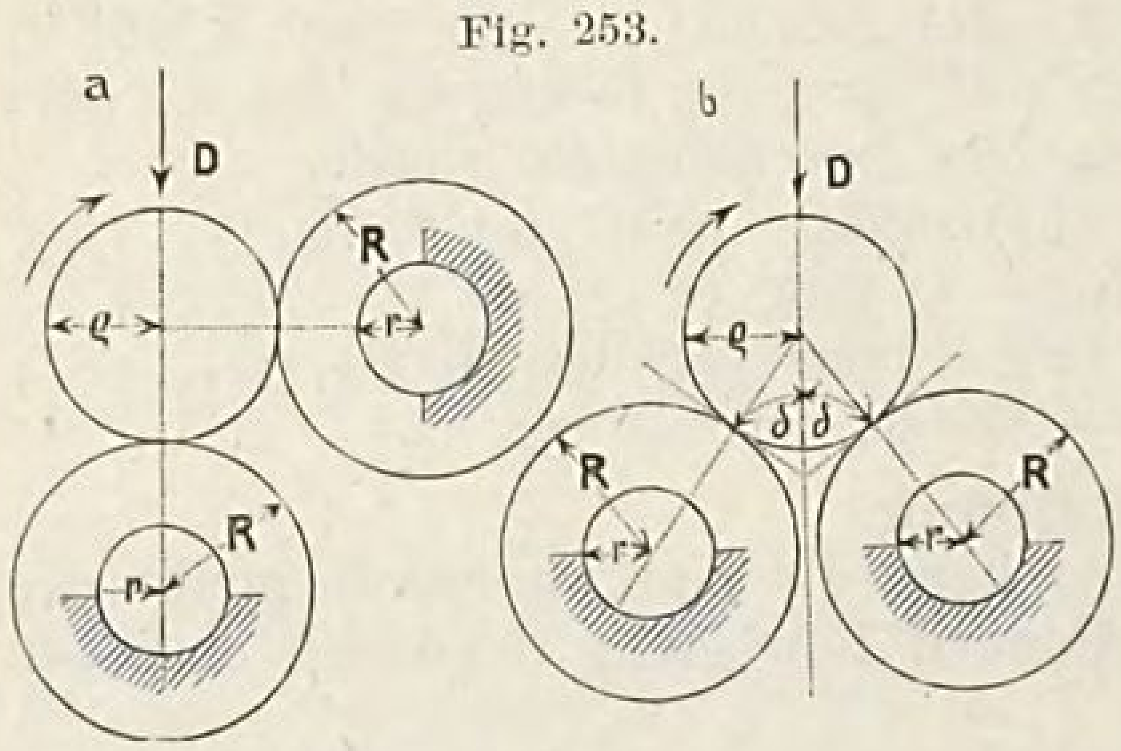
Bei gewöhnlichen Zapfen in Keilnuthen-Lagern, Fig. 252a., und Stützzapfen mit kegelf. Endflächen, Fig. 252b, ist für f' (genügend genau) in

Gleichg. (1) bezw. (2) der Werth $\frac{f'}{\sin\delta}$ zu setzen, wenn δ den Neigungswinkel der Lagerflächen zur Vertikalen bezeichnet.

ζ. Umwandlung gleitender Reibung in rollende.

Das Zapfenreib.-Moment $\mathfrak{M}$ für den nach Fig. 253a. durch die beiden Frikt.-Rollen vom Halbm. R unterstützten Zapfen ist annähernd: $\mathfrak{M} = f' \frac{r}{R} D\rho$ (3)

Fig. 253.



für den nach Fig 253b. unterstützten Zapfen: $\mathfrak{M} = \left(\frac{f'}{\sin\delta}\right)\left(\frac{r}{R}\right) D\rho$, (4)

also um das Verhältniss $\frac{r}{R}$ kleiner als bei gewöhnlicher, bezw. Keilnuthen-Lagerung. r = Zapfenhalbm. einer Friktionsrolle. In Gleichg. (4) muss, damit die Wirkung der Reibungs-Widerstände vermindert werde, $\frac{1}{\sin\delta}\,\frac{r}{R} < 1$ sein.

η. Zahnreibung.

Zwei Zahnräder, das treibende mit m Zähnen, das getriebene mit n Zähnen, greifen von aussen in einander ein und der in den beiden Theilkreisen stattfindende Zahndruck sei P. Dann wirkt unter gewöhnlichen Umständen — d. h. wenn der Eingriffsbogen gleich der Theilung ist — tangential zum Theilkreise der Bewegung jedes Rades ein Reibungs-Widerstand: $W = f''\pi\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)P$.

f'' = Koeffiz. der Zahnreibung (nach „Anhang" für gusseiserne Räder = 0,16).

Sind R und r bezw. die Theilkreis-Halbm. und ist: $\tau = \frac{2\pi R}{m} = \frac{2\pi r}{n}$ die Theilung, so nimmt obige Gleichg. die Form an: $W = \frac{f''}{2}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right)P\tau$.

Ist das Treibrad eine Zahnstange (R und $m = \infty$), so wird $\frac{1}{R} = \frac{1}{m} = 0$. Wirkt das Treibrad von innen, so sind r und m negativ einzuführen.

Fig. 254.

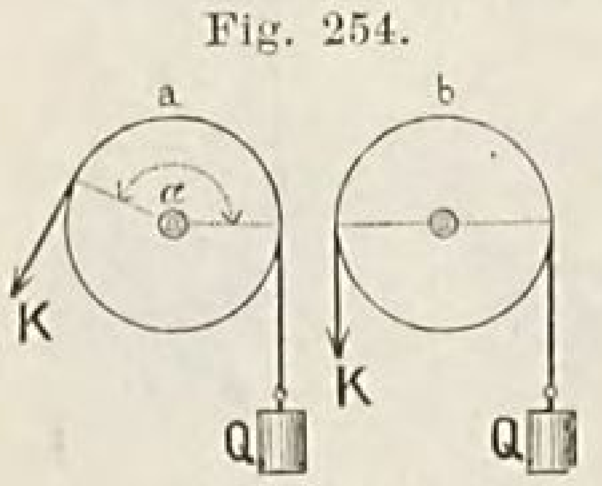


Fig. 255.

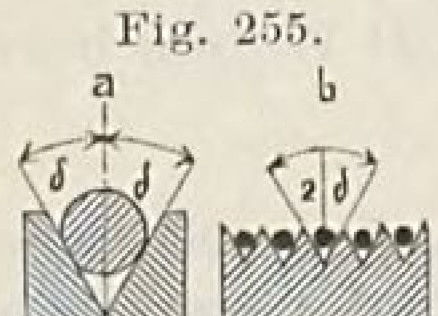
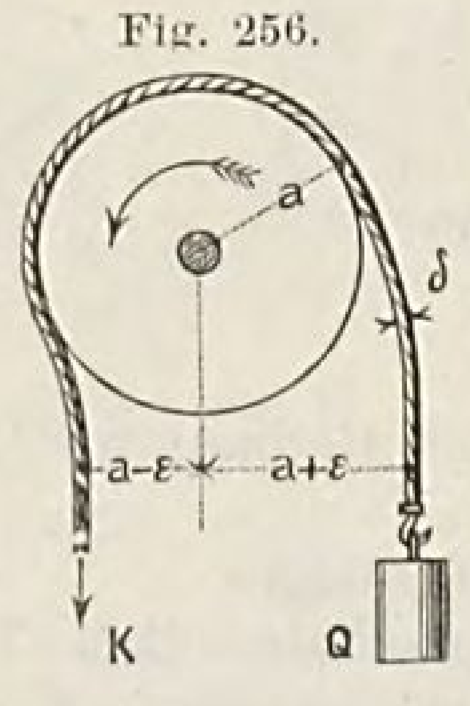


Fig. 256.



ϑ. Seilreibung.

f Koeffiz. der Reibung zwischen dem Seil und der glatten Rolle (für hölzerne Rollen durchschn. = 0,5, für gusseiserne = 0,3); N Normaldruck zwischen Rolle und Seil. Die zum Ziehen bezw. Halten des Gewichts Q, Fig. 254, erforderliche Kraft ist: $K = Q \pm \Sigma(fN)$. Ist ferner α der vom Seil umspannte Bogen, so wird $K = Qe^{\pm f\alpha}$. Das Zeichen + oder — gilt je nachdem die Kraft K die Last Q mit gleichf. Geschw. heben, oder nur das Niedersinken derselben verhindern soll.

Beispiel, Fig. 254b: $\alpha = \pi$, $Q = 100^{kg}$, $f = 0{,}4$ gesetzt. $K = 100\,e^{\pm 0{,}4 \cdot 3{,}14} = 351^{kg}$, bezw. $28{,}5^{kg}$. Für das ruhende Seil ist in diesem Falle die Fortdauer des Ruhestandes an die Bedingung geknüpft, dass K nicht grösser als 351^{kg} und nicht kleiner als $28{,}5^{kg}$ sein darf.

Ist die zylindrische Fläche der Rolle nicht glatt, sondern keilnuthenförmig gestaltet, Fig. 255, so wird für f der Werth $\frac{f}{\sin\delta}$ einzusetzen sein*).

*) Durch eine wellenförmige Führung der Nuth kann die Reibung noch weiter beträchtlich vergrössert werden; vergl. D. Bauzeitg. 1882, S. 523.

ι. Kettenreibung und Seilbiegungs-Widerstände.

Die Kettenreibung bezw. Seilbiegung, Fig. 256, wird am einfachsten dadurch in Rechnung gezogen, dass man die Last Q ohne ihren Hebelarm zu ändern, um die Grösse des Reibungs-, bezw. Biegungs-Widerstandes (W_s) vermehrt. Für das Auf oder Abwickeln von Gelenkbolzen-Ketten kann — unter Berücksichtigung der Kettenreibung, welche durch relative Drehung der Kettenglieder gegen einander an der An- und Ablaufstelle entsteht — annähernd gesetzt werden: $W_s = f\frac{\delta}{a}Q$. Für gleichzeitiges Auf- und Abwickeln ist das Doppelte dieses Werthes zu rechnen. δ Dicke des Gelenkbolzens; a der um die halbe Kettendicke vermehrte Rollenhalbmesser; f Reibungskoeff. für Kettenglieder und Gelenkbolzen (durchschnittl. = 0,20). Die Grösse des Seilbiegungs-Widerstandes ist durch Versuche von Coulomb und Prony annähernd fest gesetzt worden. Diese Versuche werden für lose geschlagene Hanfseile am besten durch die Eytelwein'sche empirische Formel $W_s = 18\frac{\delta^2}{a}Q$*). — a Rollenhalbm. in ^{m} ausgedrückt. Für den Widerstands-Koeff. μ. (Verhältniss $K:Q$) kann nach Vorstehendem, wenn auch die Zapfenreibung mit berücksichtigt wird, gesetzt werden:

bei Seilrollen: $\mu = \frac{K}{Q} = 1 + 18\frac{\delta^2}{a} + 2f'\frac{\rho}{a}$

bei Kettenrollen: $\mu = \frac{K}{Q} = 1 + f\frac{\delta}{a} + 2f'\frac{\rho}{a}$.

Das Gewicht der Rolle ist hierbei vernachlässigt.

κ. Reibungs-Koeffiz. u. Widerstands-Koeffiz. von Seil- u. Kettenrollen.

Vergl. „Anhang."

h. Einfache Maschinen und deren Theile.

(Als Beispiele zur Gleichgew.-Lehre).

Maschinen sind Vorrichtungen, durch welche Kräfte in den Stand gesetzt werden, mechanische Arbeit zu verrichten. Das Verhältniss der Kraft zur Last wird unter der Voraussetzung bestimmt, dass die Bewegung der Last eine gleichförmige sei. Dies wird der Fall sein, wenn in jedem Augenblicke Kraft, Last und Widerstände an der Maschine sich das Gleichgewicht halten.

An jeder Maschine wird so viel an Geschw. verloren, als man an Kraft gewinnt oder umgekehrt. Die Leistung oder der Effekt einer Maschine wird durch die in der Zeiteinheit verrichtete mechanische Arbeit gemessen.

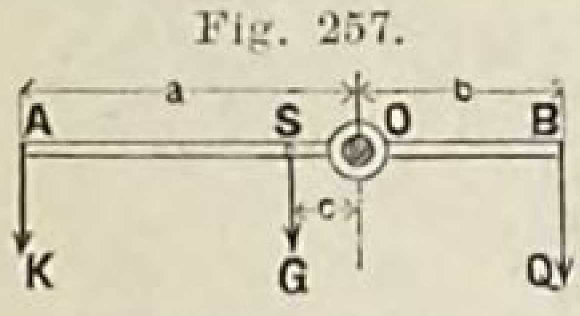
Nutzleistung oder Nutzarbeit ist der beabsichtigte, sichtbar verrichtete Effekt, Nebenleistung oder Nebenarbeit der durch die passiven Widerstände verloren gehende Effekt. Gesammt-Leistung oder Arbeit ist = Nutzleistung + Nebenleistung, also die ganze vom Motor abgegebene Arbeit.

Der Wirkungsgrad ist = $\frac{\text{Nutzarbeit}}{\text{Gesammt-Arbeit}}$.

α. Hebel, Fig. 257.

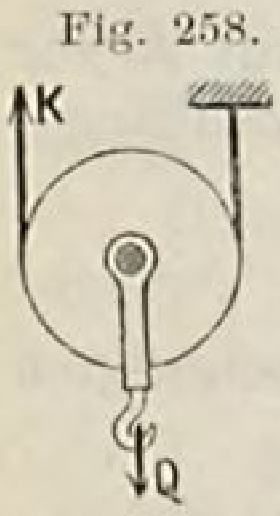
Es sei G das Eigengewicht des Hebels; c der Abstand seines Schwerpunktes S vom Drehp. O; r der Radius des Drehzapfens O; $\tang \varphi = f' =$ Zapfenreibungs-Koeffiz. Dann ist das Verhältniss der in A angreifenden Kraft K zu der in B wirkenden Last Q (mit Berücksichtigung der Zapfenreibung) auszudrücken durch:

Fig. 257.



$$K = \frac{Q\,b + r \sin\varphi\,(Q + G) \mp G\,c}{a - r\sin\varphi}.$$

Fig. 258.



Die Kraft K, welche ein Sinken der Last Q verhindert, erhält man durch Umkehrung der Vorzeichen der Summanden $r \sin \varphi$.

β. Feste und lose Rolle.

μ sei der (S. oben) für eine Ketten- oder Seilrolle berechnete Widerstands-Koeffiz. Für eine feste Rolle, Fig. 254, ist die Kraft K zum Aufziehen der Last Q: $K = \mu\,Q$. Sie dient hiernach nur zur Richtungs-Veränderung und giebt keinen Kraftgewinn.

*) Redtenbacher setzt $W_s = 13\frac{\delta^2}{a}Q$ (in Metern).

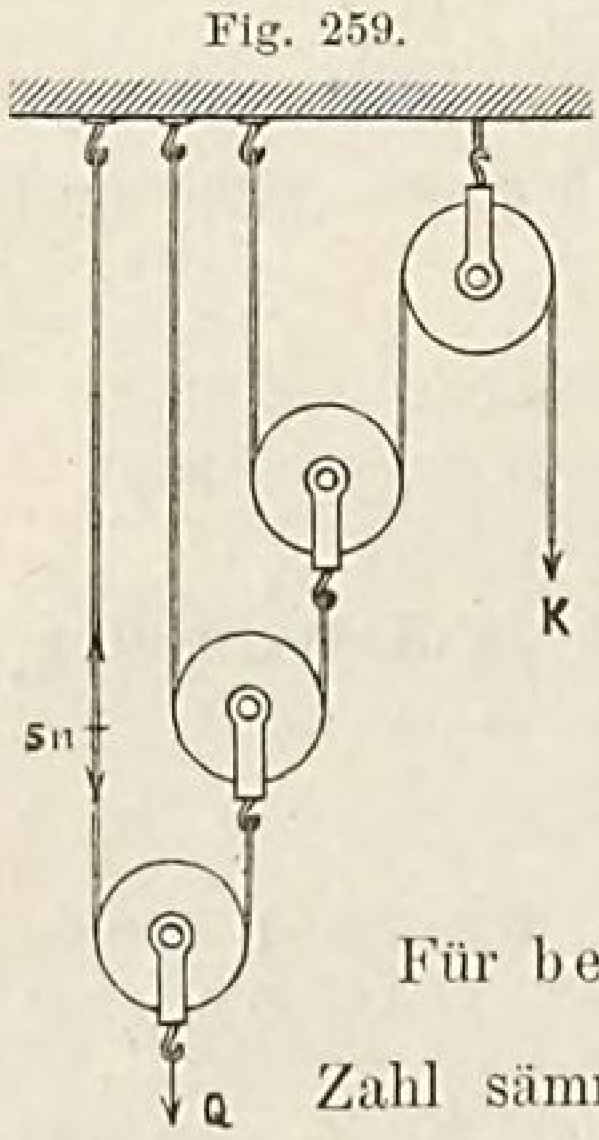
Für die lose Rolle, Fig. 258, ist die Kraft K zum Aufziehen der Last Q: $K = \frac{Q}{\left(1 + \frac{1}{\mu}\right)}$. Ohne Widerstände (für $\mu = o$), und für zur Last parallele Seilrichtungen, ist $K = \frac{Q}{2}$.

Bei Anwendung einer losen Rolle wird also an Kraft gewonnen; die Geschw., mit der die Last gleichförmig gehoben wird, verringert sich aber im Verhältniss des Kraftgewinns. — Für das Niederlassen der Last ist bei beiden Rollen K mit Q zu vertauschen.

γ. Rollenzug.

Ist n die Anzahl der losen Rollen des Rollenzuges, Fig. 259, so ergiebt sich ohne Beachtung der Widerstände, und für gleiche Rollen-Durchmesser

Fig. 259.



$$K = \frac{Q}{2^n}.$$

Mit Berücksichtigung der Widerstände ergiebt sich für den Rollenzug: $K = Q \frac{\mu}{\left(1 + \frac{1}{\mu}\right)^n}$

Für den umgekehrten Fall (Q die Kraft, K die Last) hat man $\mu = \frac{1}{\mu}$ einzusetzen und erhält: $K = \frac{Q}{\mu (1 + \mu)^n}$

Die Seilspannung S_n der nten losen Rolle beträgt: $S_n = \frac{Q}{\left(1 + \frac{1}{\mu}\right)^n}$.

δ. Flaschenzug.

Für beide Anordnungen in Fig. 260 und Fig. 261 gilt, wenn n die Zahl sämmtlicher Rollen ist: $K = Q \left(\frac{\mu^{n+1} - \mu^n}{\mu^n - 1}\right)$.

Fig. 260.

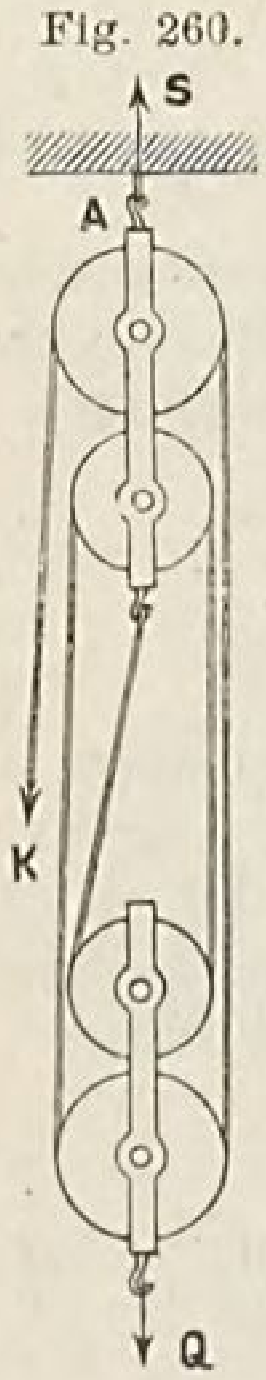


Fig. 261.

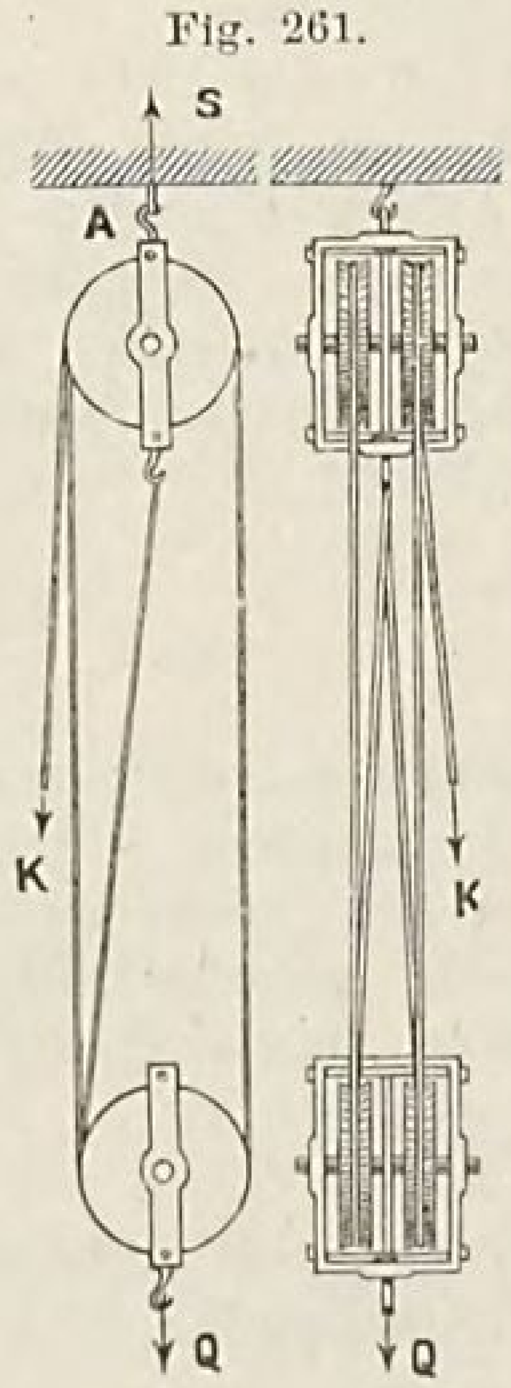
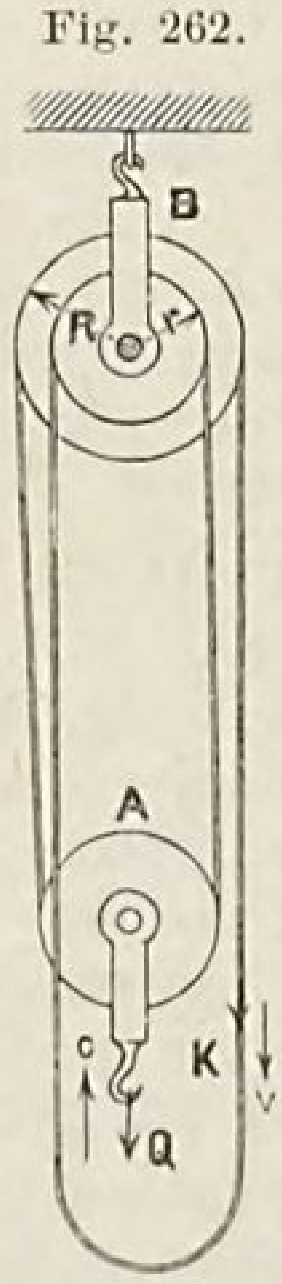


Fig. 262.



Ohne Beachtung der Widerstände wäre: $K = \frac{Q}{n}$.

Spannung S im Seil b. A ist: $S = Q + K$ $= K \left(\frac{\mu^{n+1} - 1}{\mu^{n+1} - \mu^n}\right) = Q \left(\frac{\mu^{n+1} - 1}{\mu^n - 1}\right)$

μ ist event. für den mittleren Rollen-Durchmesser zu bestimmen.

Für den Fall, dass Q die Kraft und K die Last vorstellt, ist $\mu = \frac{1}{\mu}$ zu setzen.

Die grösste Wirkung, die man bei einer Anzahl der Rollen $= \infty$ erzielen könnte, wäre:

für Seile: $K = \frac{Q}{7{,}3}$

für Ketten: $K = \frac{Q}{24}$.

Ueber das Verhältniss der Kraft K zur Last Q bei Flaschenzügen vergl. „Anhang".

ε. Differential-Flaschenzug, Fig. 262.

Er besteht aus einer losen Rolle A und zwei auf derselben Axe befestigten Rollen B, mit den Radien R und r.

Für das Aufziehen der Last Q ergiebt sich: $K = Q \frac{\mu^2 - \frac{r}{R}}{1 + \mu}$

Für das Niederlassen der Last: $K = Q\dfrac{\left(\frac{1}{\mu}\right)^2 - \frac{r}{R}}{1+\frac{1}{\mu}}$.

Für Kettenrollen kann $\mu = 1{,}05$ gesetzt werden.

Die Geschw. c, mit welcher die Last gehoben wird, ist wenn v die Geschw. der Kraft K bezeichnet: $c = \frac{v}{2}\left(1 - \frac{r}{R}\right)$.

Die frei schwebende Last soll durch die Widerstände im Gleichgew. gehalten werden, so dass ein Niedersinken derselben, auch wenn $K = 0$ ist, nicht eintreten kann. Die Bedingung hierfür ist: $\frac{r}{R} \geqq \left(\frac{1}{\mu}\right)^2 \geqq \frac{10}{11}$.

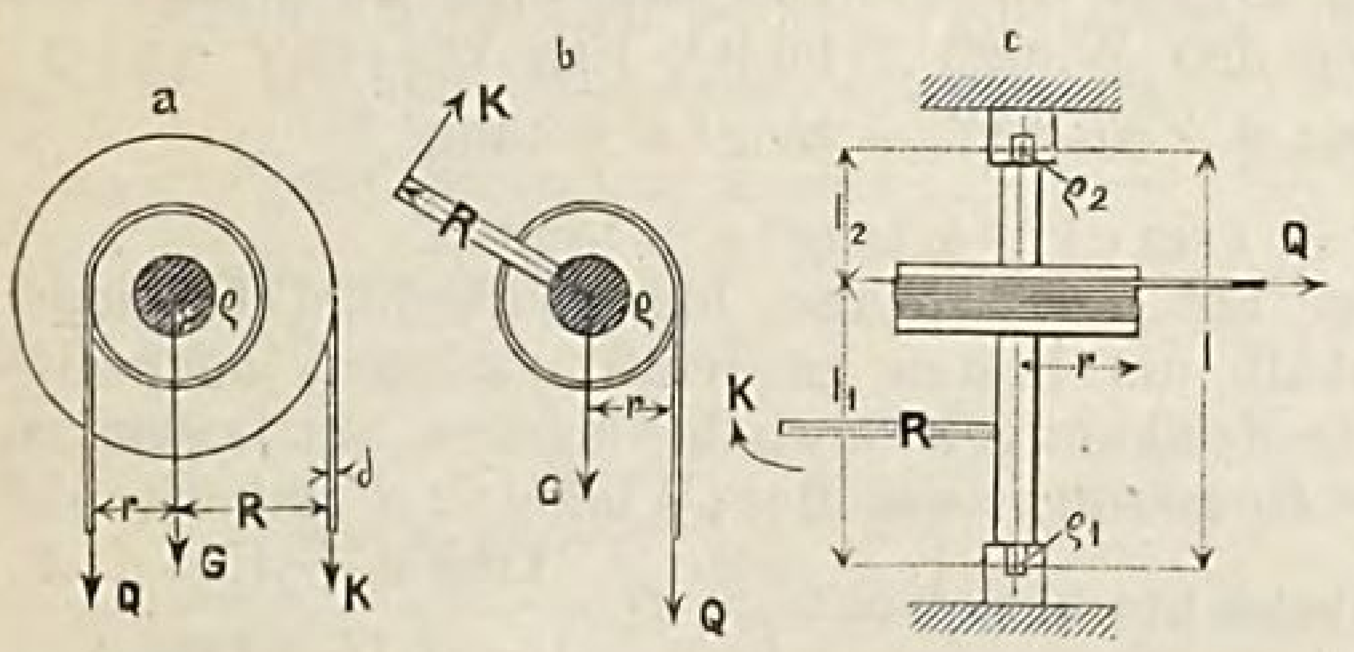
Ohne Vorhandensein der Widerstände wäre: $K = \frac{Q}{2}\left(1 - \frac{r}{R}\right)$.

ζ. Wellrad, Haspel und Göpel.

Die am horizontal gelagerten **Wellrade**, Fig 263a, vom Gewicht G, angreifende Kraft K hat bei Hebung der Last Q Zapfenreibung- und Seilbiegungs-Widerstand zu überwinden. Es ist:

$$K = \frac{r}{R}\left\{Q + f'\frac{\rho}{r}(K + Q + G) + 13\frac{\delta^2}{r}Q\right\}.$$

Fig. 263.



Bei dem **Haspel**, Fig. 263b, tritt an Stelle der Scheibe mit dem Radius R, ein Hebel der Länge R.

Hier ist: $K = \frac{r}{R}\left\{Q + f'\frac{\rho}{r}(Q + G) + 13\frac{\delta^2}{r}Q\right\}$.

Der **Göpel**, Fig. 263c, ist ein vertikal angeordnetes Wellrad. Hier ist:

$$K = \frac{Qr}{R}\left\{1 + f'\frac{\rho_1 l_2 + \rho_2 l_1}{rl} + 13\frac{\delta^2}{r}\right\} + \frac{2}{3}f'\frac{G\rho_1}{R}.$$

η. Keil.

Unter der Voraussetzung, dass keine Drehung des Keils stattfinden kann, was vermieden wird, wenn die Richtung der Kraft K und die Richtungen der um den Reibungswinkel (φ bezw. φ_1) von der Normalen abweichenden Drücke auf die reibenden Keil-Gleitflächen sich in einem Punkte schneiden, findet zwischen K und den Normaldrücken Q und Q_1 (bei gleichförmiger Bewegung) mit Bezug auf Fig. 264 folgende Beziehung statt:

Fig. 264.

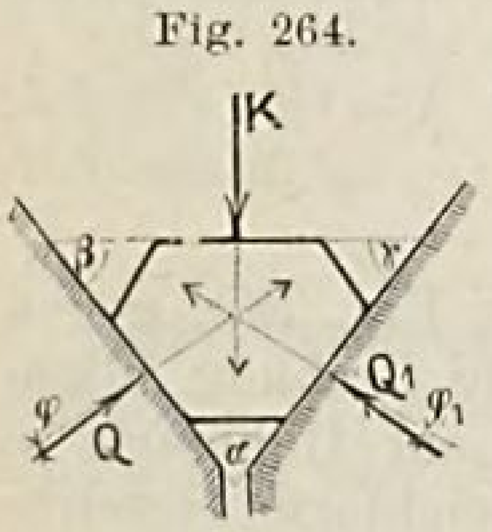
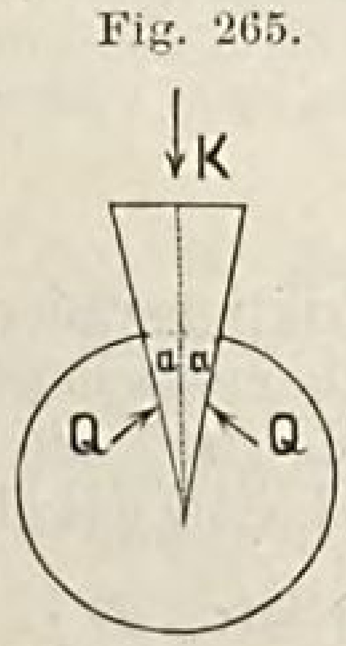


Fig. 265.



$$K = \frac{(1 - ff_1)\sin\alpha + (f + f_1)\cos\alpha}{\sin\gamma - f_1\cos\gamma}Q;$$

$$\frac{Q}{Q_1} = \frac{\sin\gamma - f_1\cos\gamma}{\sin\beta - f\cos\beta}.$$

Ist $f = f_1 = \tan\varphi = \tan\varphi_1$, ferner $Q = Q_1$, $\gamma = \beta$ und der untere Keilwinkel $= 2\alpha$, Fig. 265, so wird: $K = 2Q(\sin\alpha \pm f\cos\alpha)$.

Das Zeichen $+$ gilt, wenn K die Widerstände Q überwinden, das Zeichen $-$, wenn K ein Zurückgehen des Keils verhindern soll.

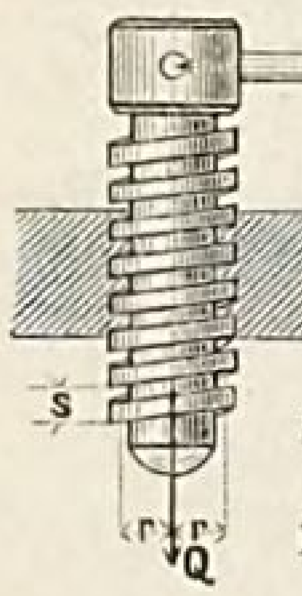
Damit der Keil nicht von selbst zurück springt, muss $\alpha < (\varphi + \varphi_1)$ gemacht werden, voraus gesetzt, dass β und γ spitze Winkel sind.

ϑ. Schraube.

1. **Flachgängige Schraube** (mit rechteckigem Gewinde), Fig. 266. Q sei der Widerstand, der sich der fortschreitenden Bewegung der Schraube entgegen stellt; r der mittlere Radius, α der Steigungswinkel, s die Steigung oder Gang-

höhe der Schraube $\left((\tan\alpha = \frac{s}{2r\pi}\right)$; $f = \tan\varphi$ der Reibungs-Koeff. Dann ist die am Hebelarm R drehende Kraft: $K = \frac{r}{R} Q \tan(\alpha \pm \varphi) = \frac{r}{R} Q \frac{s \pm 2r\pi f}{2r\pi \mp fs}$.

Fig. 266.

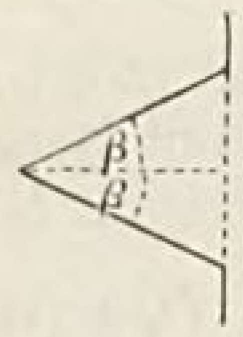


Die obern Vorzeichen gelten für das Ueberwinden des Widerstandes Q, wenn dieser der gleichförm. fortschreitenden Bewegung der Schraube entgegen gesetzt gerichtet ist, die untern für den umgekehrten Fall, wo die fortschreitende Bewegung in der Richtung von Q erfolgt. Soll in letzterm Falle unter Einwirkung von Q ein selbstthätiges Lösen, bezw. Niedergehen der Schraube verhindert werden, so muss $\alpha \leqq \varphi$ sein. Für normale schmiedeis. und gusseiserne oder bronzene Muttern ist etwa: $\varphi = 10^0\,10'$, $s = 0{,}4\,r$ und daher: $K = 0{,}23 \frac{r}{R} Q$ zu setzen.

Der Wirkungsgrad $\eta = \frac{\tan\alpha}{\tan(\alpha + \varphi)}$ wird ein Maximum für $\alpha = 41^0\,25'\,30''$. Dann ist: $\eta = 0{,}7786$.

2. **Scharfgängige Schraube** (mit dreikantigem Gewinde). Unter Beibehaltung der vorigen Bezeichnungen ergiebt sich, wenn die Erzeugungslinie der Schraubenfläche mit der Horizontalen den Winkel β bildet, Fig. 267:

Fig. 267.

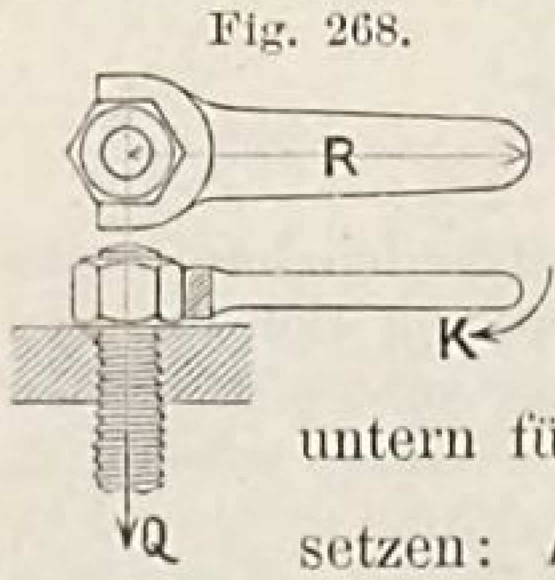


$$K = \frac{r}{R} Q \frac{\tan\alpha \pm f\cos\alpha\sqrt{1 + \tan^2\alpha + \tan^2\beta}}{1 \pm f\sin\alpha\sqrt{1 + \tan^2\alpha + \tan^2\beta}}.$$

K wird ein Minimum für $\beta = o$, also für rechteckige Gewinde. Letztere eignen sich deshalb am besten zu Kraftmaschinen oder Bewegungs-Mechanismen; die dreikantigen Gewinde dagegen am besten zu Befestigungs-Schrauben. Gewöhnlich ist der Winkel 2β nahezu 55^0 und α sehr klein. Dies voraus gesetzt, ergiebt sich: $K = \frac{r}{R} Q \frac{\tan\alpha + 1{,}15 f}{1 - 1{,}15 f \tan\alpha}$.

3. **Bei Befestigungs-Schrauben,** Fig. 268, kommt auch noch die Reibung der Mutter auf ihrer Unterlage in Betracht. Ist der Koeffiz. für diese Reibung $= f_1$, so ergiebt sich für normale Dimensionen der Mutter:

Fig. 268.



$$K = \pm \frac{r}{R} Q \left(\frac{\tan\alpha \pm 1{,}15 f}{1 \mp 1{,}15 f \tan\alpha} + \frac{14}{q} f_1\right).$$

Die obern Vorzeichen gelten für das Anziehen, die untern für das Lösen der Schraube. Näherungsweise kann man auch setzen: $K = \frac{r}{2R} Q$.

ι. Friktionsräder.

Der Druck D, mit welchem die Umfänge zweier Friktionsräder, Fig. 269, gegen einander gepresst werden müssen, damit die dadurch entstehende Reibung allein im Stande ist, die am Hebelarm r wirkende Last Q mit gleichförm. Geschw. zu heben ist: $D \gtrless \frac{Qr}{fR}$

Fig. 269.

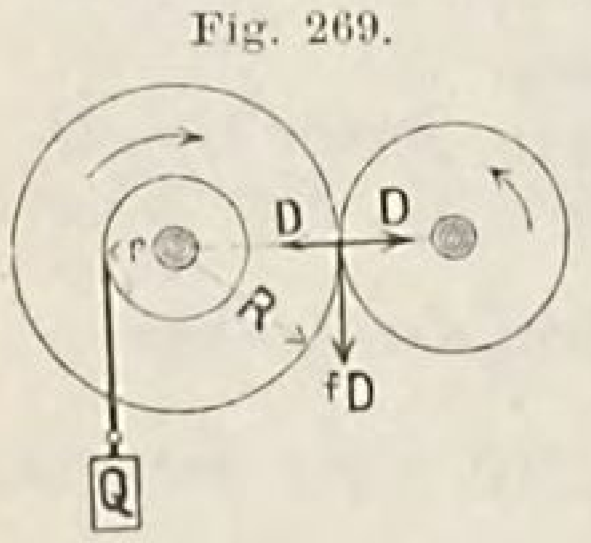
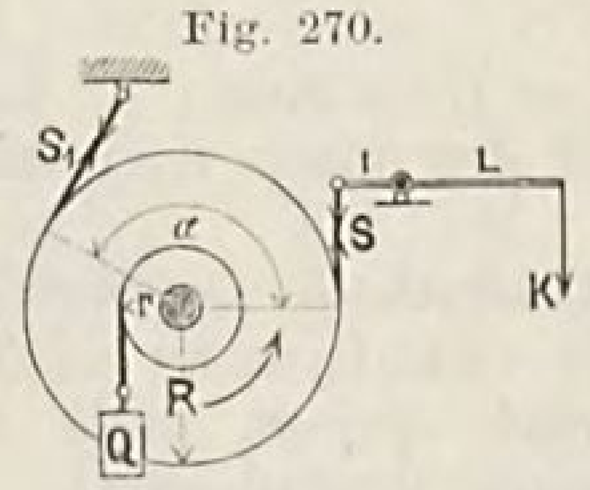


Fig. 270.



Für Keilnuthen-Umfänge ist $f = \frac{f}{\sin\delta}$ zu setzen, D also kleiner.

κ. Bremsräder.

Soll durch ein Bremsband, Fig. 270, eine Beschleunigung der Drehung der Welle verhindert werden, so muss das Moment des Reibungs-Widerst. dem Moment des Gewichts Q gleich sein. Wird der Reibungs-Widerst. bezw. die Bremswirkung

durch die Kraft K am 2 armigen Hebel erzeugt, so ist: $K = Q \frac{l\,r}{L\,R} \frac{1}{e^{f\alpha} - 1}$

l und L Hebelarme; r und R bezw. Halbm. der Welle und der Bremsscheibe; f und α die bekannten Werthe für die in Frage kommende Reibung (vergl. S. 518).

Bei der Differenzial-Bremse, Fig. 271 u. 272, wird die Wirkung dadurch erhöht, dass man beide Enden des Bremsbandes mit dem beweglichen Hebel verbindet und dabei den Befestigungs-Punkt für das stärker gespannte Ende so wählt, dass die von demselben auf den Bremshebel übertragene Kraft fördernd auf die Drehung desselben einwirkt. Wenn das Verhältniss der Hebelarme von S und S_1, so gewählt wird, dass $S \,.\, a = S_1 \,.\, b$ wird, oder $\frac{b}{a} = \frac{S}{S_1} = e^{f\alpha}$, so halten S und S_1 allein den Bremshebel im Gleichgewicht und es wird der kleinste Werth von Q schon hinreichen, um eine Beschleunigung bei Drehung der Bremsscheibe zu verhindern.

Fig. 271.

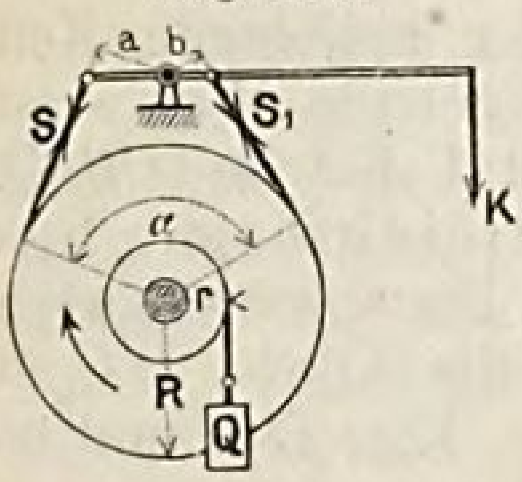
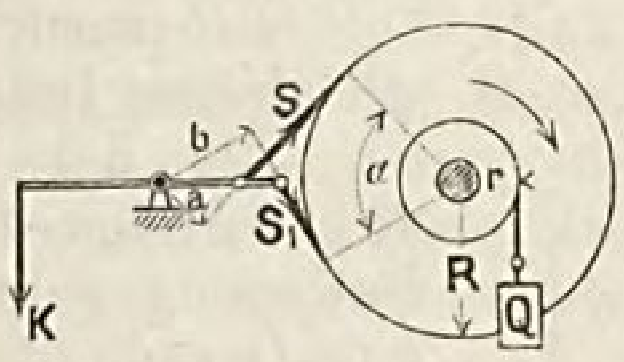


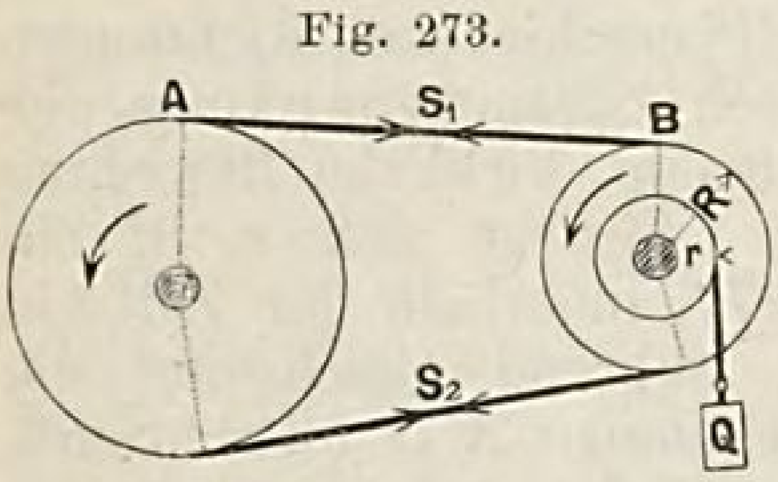
Fig. 272.



λ. Riemen-Scheiben.

Wenn der Riemen auf der getriebenen (kleinern) Scheibe B, Fig. 273, bei gleichf. Hebung der Last Q nicht gleiten soll, so müssen seine Spannungen S und S_1 den Bedingungen genügen:

Fig. 273.



$$S_1 \geqq Q \frac{r}{R} \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1}; \quad S_2 \geqq Q \frac{r}{R} \frac{1}{e^{f\alpha} - 1}.$$

Die Spannung S, welche dem Riemen vor Beginn der Bewegung mindestens ertheilt werden muss, ist annähernd zu setzen: $S = \frac{S_1 + S_2}{2}$.

Für den Fall, dass die treibende Scheibe A kleiner ist, als die getriebene Scheibe B, ist für A für α der kleinere Werth des umspannten Bogens einzusetzen.

II. Dynamik.

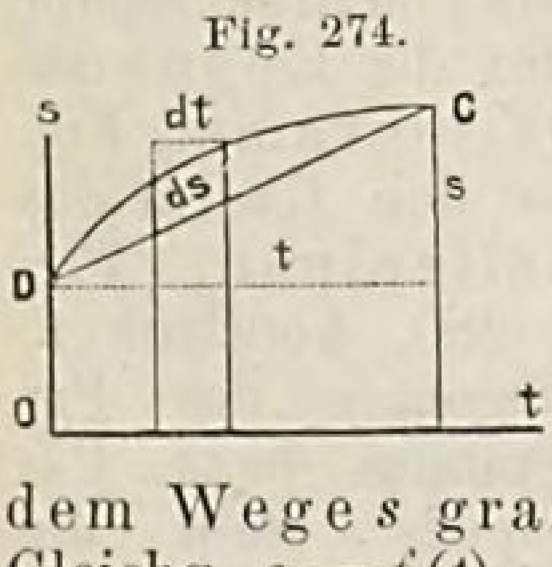
Absolute Ruhe und Bewegung ist im Weltenraum nirgends wahrzunehmen. Ein Beobachter an der Erdoberfläche befindet sich in relativer Ruhe oder in Bewegung und eine Bewegung, welche auf ihn den Eindruck einer absoluten macht, nennen wir eine scheinbare. Im Folgenden wird stets nur die absolute Bewegung betrachtet, sofern nicht ausdrücklich von der relativen die Rede ist.

Die Lehre von der Bewegung geometrischer Gebilde unter Ausschluss der Begriffe Kraft und Masse nennt man geometrische Bewegungslehre (Kinematik*).

a. Bewegung des geometr. Punktes.

Die Bewegung ist gleichförmig, wenn sie mit konstanter, ungleichförmig, wenn sie mit veränderlicher Geschwindigkeit erfolgt. Ist die Zunahme oder Abnahme der Geschw. (Beschleunigung od. Verzögerung) konstant oder veränderlich, so sprechen wir bezw. von einer gleichförmig oder ungleichförmig beschleunigten, bezw. verzögerten Bewegung. Die Verzögerung ist als negative Beschleunigung aufzufassen.

Fig. 274.



α. Geschwindigkeit u. Beschleunigung der geradlinigen Bewegung.

Stellt man die Beziehungen zwischen der Zeit t und dem Wege s grafisch dar, Fig. 274, so erhält man allgem. eine Kurve DC der Gleichg. $s = f(t)$.

*) Von „kinein": bewegen.

Die Geschw. v und die Beschleunigung bezw. Verzögerung p ergeben sich:

$$v = \frac{ds}{dt} = f'(t);\ p = \frac{dv}{dt} = \frac{d_2 s}{dt^2} = f''(t). \quad (1)$$

Für gleichförmige Bewegung geht die Kurve in eine Gerade der Gleich. $\frac{s}{t} = c$ (2) über. c = konstante Geschw. $s = ct$.

Stellt man die Beziehungen zwischen der Zeit t und der Geschw. v grafisch dar, Fig. 275, so folgt aus $ds = vdt$: $s = \int vdt$. d. h. der in der beliebigen Zeit $t = OB$ zurück gelegte Weg s ist gleich dem Inhalt d. Fläche $OBCD$.

Fig. 275.

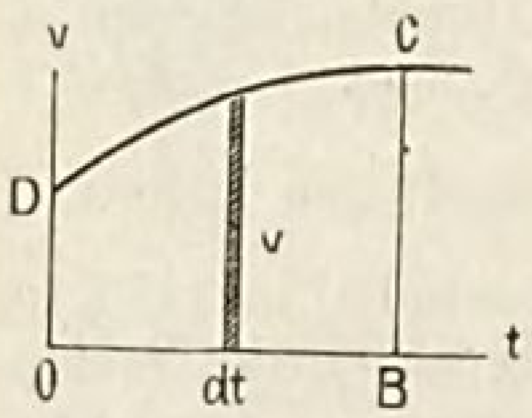
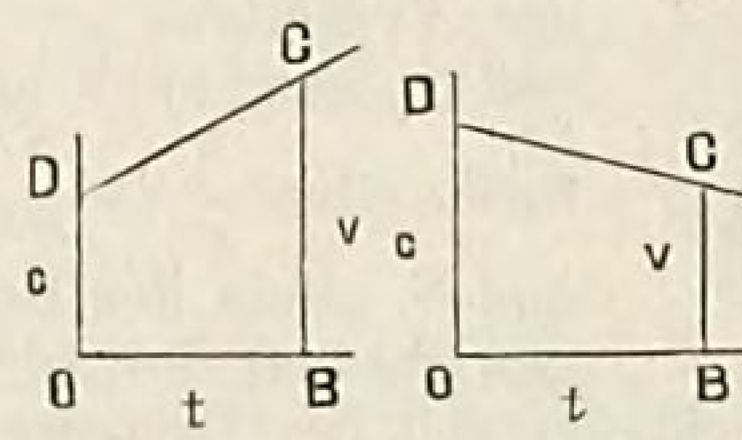


Fig. 276.



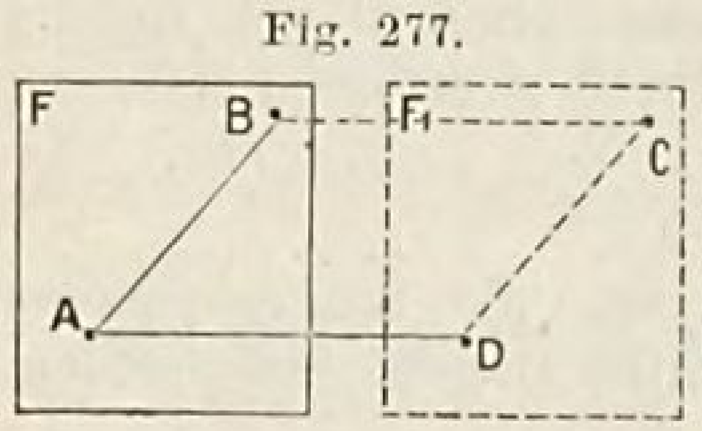
Bei der gleichförm. beschleunigten, bezw. verzögerten Bewegung geht die Kurve DC in eine Gerade über, Fig. 276, und es ist: $s = \frac{v+c}{2}t$; $p = \frac{v-c}{t}$, (3) wenn v und c bezw. die Geschwindigkeiten in B und O sind.

Aus (3) folgt ferner: $s = \frac{v^2 - c^2}{2p}$; $s = ct + \frac{pt^2}{2}$; $s = vt - \frac{pt^2}{2}$.

β. Zusammensetzung mehrerer geradlinigen Bewegungen.

Führt ein Punkt innerhalb der Zeit t gleichzeitig nach verschiedenen Richtungen hin geradlinige Bewegungen aus, so nennt man die durch Zusammenwirkung der verschiedenen Seiten-Bewegungen in der Zeit t entstehende wirkliche Bewegung desselben die **resultirende**. Bewegt sich z. B. ein geometrischer Punkt A, Fig. 277, innerhalb der Zeit t in der Ebene F von A nach B, während gleichzeitig die Ebene F nach F_1 um die Wegelänge AD fortschreitet, so wird der Punkt A nach Ablauf der Zeit t nach C gekommen sein.

Fig. 277.



Der Punkt A unterliegt also 2 Seiten-Bewegungen, welche in ihrer Zusammenwirkung die resultirende Bewegung von A nach C hervor bringen.

Aus beliebig vielen gleichf. Bewegungen resultirt wieder eine gleichf. und geradlinige Bewegung; desgl. aus beliebig vielen gleichf. beschleunigten Bewegungen — welche alle gleichzeitig mit der Geschw. = o anfangen — eine gleichf. beschleunigte und geradlinige Bewegung.

Alle andern Zusammensetzungen von geradlinigen Bewegungen ergeben, sofern sie einen Winkel mit einander bilden, als resultirende eine krumme Bahnlinie.

Das Zusammensetzen der einzelnen Bewegungen zu der resultirenden, gleichartigen, geradlinigen Bewegung kann ganz nach Analogie der Zusammensetzung von Kräften (vergl. S. 502 ff.) geschehen. Trägt man nämlich die verschiedenen Geschw. oder Beschleunigungen ihrer Richtung und Grösse nach wie Kräfte in einem Punkte A zusammen, so kann man die aufgetragenen Strecken wie Kräfte behandeln und in bekannter Weise für die Ebene das Parallellogramm, Fig. 278, für den Raum das Parallellepiped, Fig. 279 u. 280, konstruiren. Die Diagonale des Parallellogramms bezw. Parallellepipeds stellt die resultirende geradlinige Bahnlinie, bezw. auch die Grösse und Richtung der Geschw. oder Beschleunigung der resultirenden Bewegung dar.

Fig. 278.

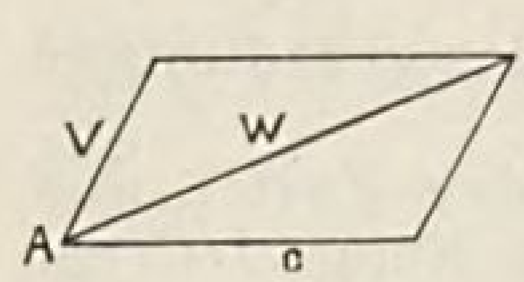


Fig. 279.

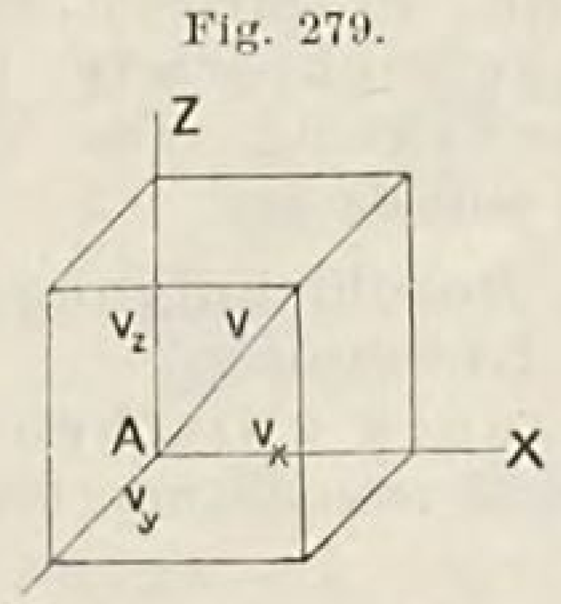
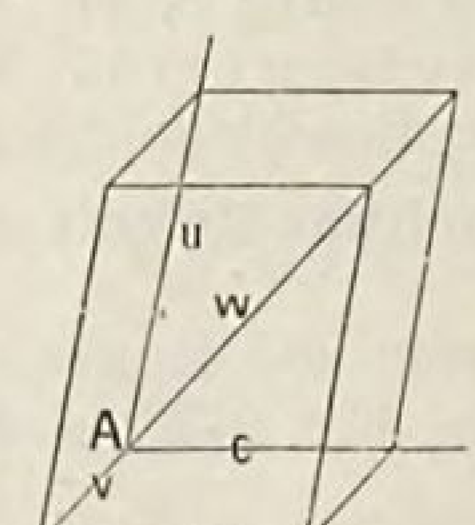


Fig. 280.



Sind die zusammen zu setzenden Seiten-Bewegungen nicht alle gleichf. oder gleichf. beschleunigte, in welchem Falle die resultirende Bahn eine **krumme Linie** ist — so giebt die nach Vorstehendem konstruirte Diagonale nur in ihren **Endpunkt** den wirklichen Ort des Punktes nach der Zeit t an. Will man die krummlinige Bahn genau zeichnen, so muss man für eine genügend grosse Anzahl von Zeitabschnitten jedesmal die Konstruktion der Diagonale ausführen. Man erhält dann einen Diagonalen-Polygonzug, welcher der wirklichen, ebenen oder räumlichen Kurve umschrieben ist.

γ. Geschwindigk. u Beschleunigung der krummlinigen Bewegung.

Man kann die Bewegung eines Punktes im Raume so auffassen, als ob derselbe gleichzeitig **drei** geradlinige Seiten-Bewegungen in den Richtungen der 3 Koordin.-Axen ausführte. Diese Seiten-Bewegungen sind für jedes Bahnelement ds bezw. identisch mit den Projektionen desselben auf die 3 Axen. Ferner ist die Geschw. oder Beschleunigung der Projektion bezw. = der Projektion der Geschw. oder Beschleunigung.

Fig. 281.

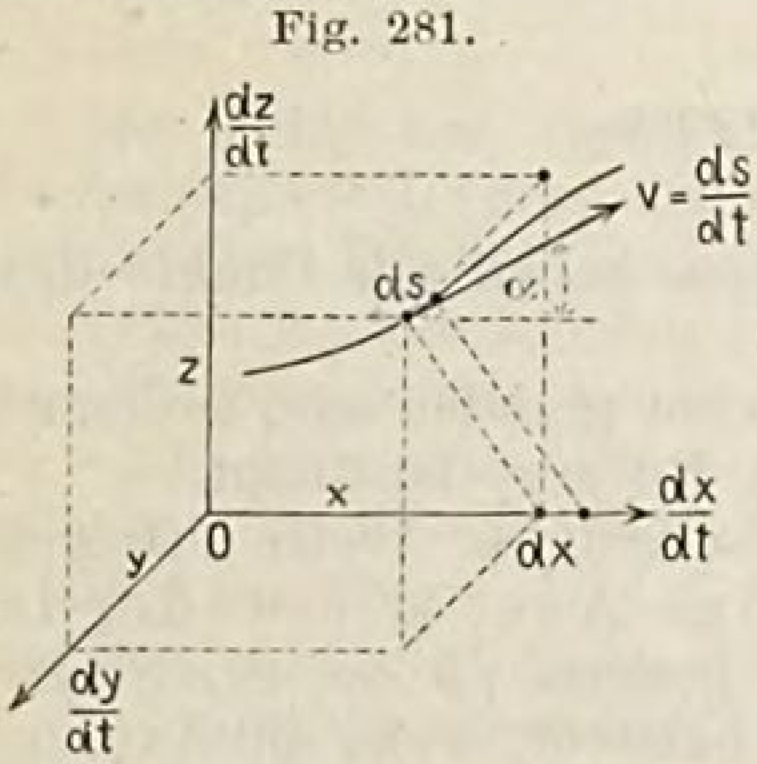
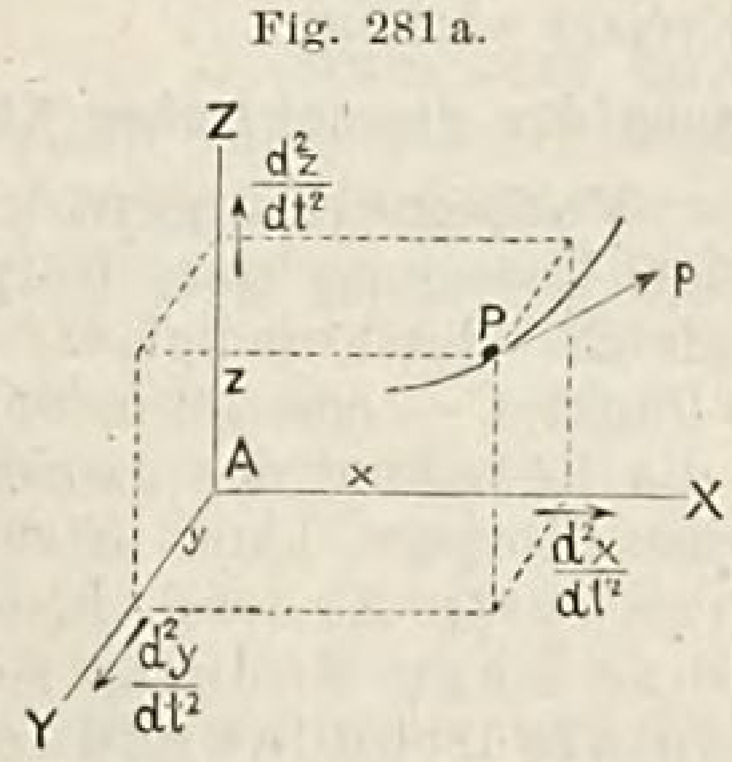


Fig. 281 a.



Dieser Satz in Form von Gleichgn. ausgedrückt, giebt mit Bezug auf Fig. 281 und 281 a.:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{ds}{dt}\cos\alpha;$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{ds}{dt}\cos\beta;$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{ds}{dt}\cos\gamma;$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2s}{dt^2}\cos\alpha; \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{ds}{dt^2}\cos\beta; \quad \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2s}{dt^2}\cos\gamma;$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}; \quad p = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)^2}.$$

δ. Tangential- und Normal-Beschleunigung.

Man kann die krummlinige Bewegung im Raume im allgemeinen in jedem Augenblicke auch als die Resultirende zweier ungleichartigen, geradlinigen Bewegungen auffassen. Hat der Punkt in A die Geschw. v und in B nach Verlauf der Zeit $\triangle t$ die Geschw. $v + dv$, so ist $v + dv$ die Resultirende von $v = OP$ und PQ, Fig. 282, mithin der augenbl. Geschwindigkeits-Zuwachs $= \lim\left(\frac{PQ}{dt}\right)$. Zerlegt man PQ in PN und NQ, so ist der augenbl. Geschwindigk.-Zuwachs in der Richtung von $v: \lim\left(\frac{PN}{dt}\right) = \frac{dv}{dt}$ in der Richtung normal zu $v: \lim\left(\frac{QN}{dt}\right) = v\frac{d\alpha}{dt}$.

Fig. 282.

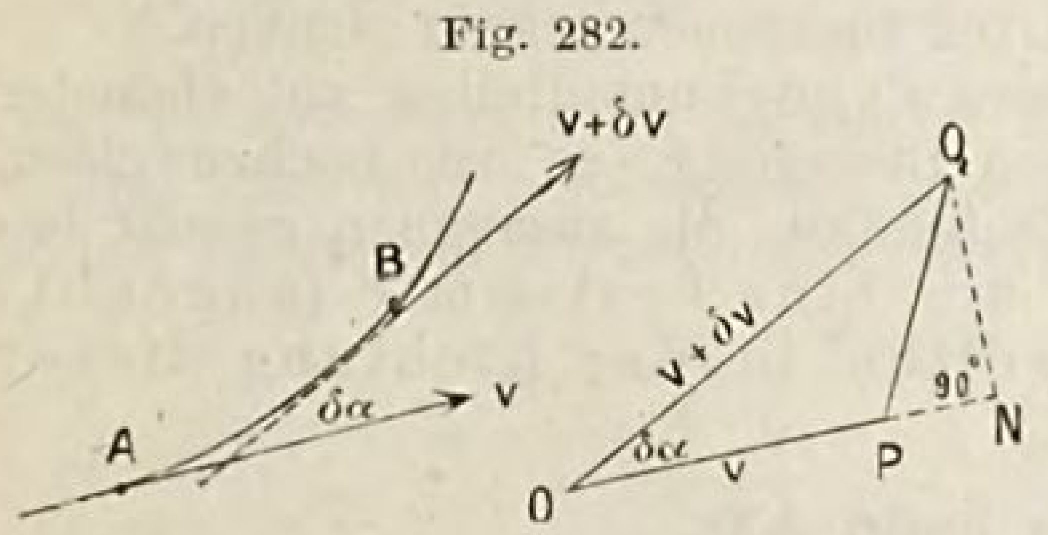
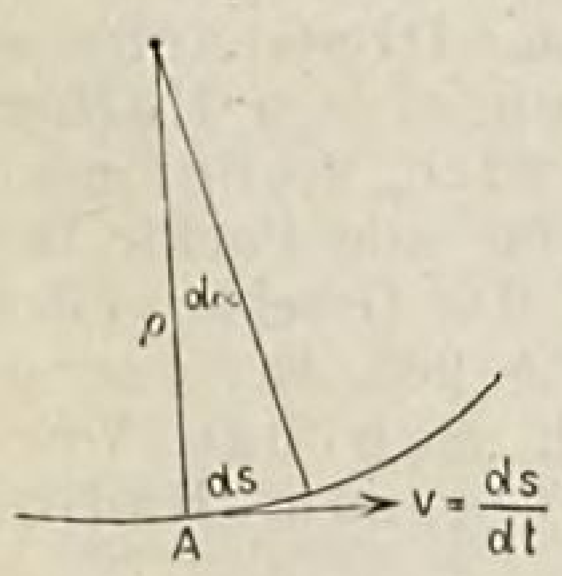


Fig. 283.



Ist ρ der Krümmungs-Halbm. im Punkte A, Fig. 283, so ist: $\frac{ds}{dt} = \frac{\rho\, d\alpha}{dt} = v$; also $v\frac{d\alpha}{dt} = \frac{v^2}{\rho}$.

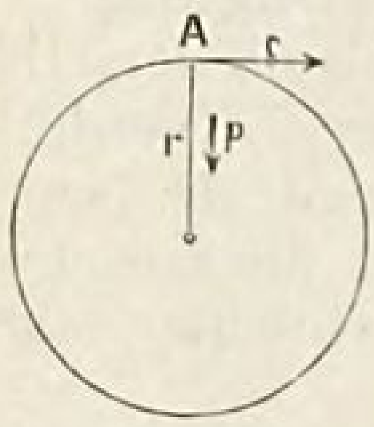
$\frac{dv}{dt}$ heisst die **Tangential-Beschleunigung**; $\frac{v^2}{\rho}$ die **Normal-Beschleunigung** (**Zentripetal-Beschleunigung**), deren **Grösse durch die** Geschw. und den **Krümmungs-Halbmesser der Bahn bestimmt ist.**

Die **wirkliche oder totale Beschleunigung** p ist die **Resultirende** aus der Tangential-Beschleunigung und der Normal-Beschleunigung: $p = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2}$

Sie wird = der Tangential-Beschleunigung, wenn die Richtung von v stets dieselbe bleibt, d. h. bei der geradlinigen Bewegung; sie wird = der Normal-Beschleunigung, wenn die Grösse von v stets dieselbe bleibt, d. h. bei gleichf. Bewegung in krummliniger Bahn.

Es stellt daher die Tangential-Beschleunigung den Beitrag dar, den die Grössen-Aenderung von v zu der Gesammt-Beschleunigung liefert, und die Normal-Beschleunigung den Beitrag, der die Richtungs-Aenderung von v liefert.

Fig. 284.



Nach Vorstehendem ist z. B. die gleichf. Bewegung eines Punktes in einer ebenen Kreisbahn, Fig. 284, aufzufassen als die Resultirende aus einer gleichf. geradlinigen Bewegung der Geschw. c und einer gleichf. beschleunigten Bewegung der Zentripetal-Beschleunigung $p = \frac{v^2}{r}$, welche beide in jedem Augenblicke sich dergestalt ändern, dass stets die Richtungen von p und c normal zu einander bleiben und die Richtung von v durch das Zentrum des Kreises verläuft.

b. Bewegung des geometrischen Körpers.

α. Vorbemerkungen.

Bei der fortschreitenden Bewegung eines Körpers haben alle Punkte desselben in jedem Augenblicke gleiche Geschwindigkeit.

Durch die Bewegung eines Punktes — einerlei in welcher geraden oder krummen Bahn sie erfolgt — ist daher die Bewegung des ganzen Körpers bestimmt.

Die Drehbewegung eines Körpers kann in verschiedener Weise erfolgen.

Erfolgt sie um eine einzige feste Axe, d. h. eine Axe, die weder im Körper noch im Raume ihre Lage ändert, so nennen wir sie eine einfache. Eine zusammen gesetzte Drehbewegung entsteht, wenn die Axe, um die der Körper dreht, ihre Lage im Raume dadurch ändert, dass sie selbst wieder eine Drehung um eine Axe oder um mehrere Axen ausführt.

Eine Axe, die in jedem Augenblicke, sowohl im Körper als auch im Raume ihre Lage ändert, nennen wir eine augenblickliche Drehaxe.

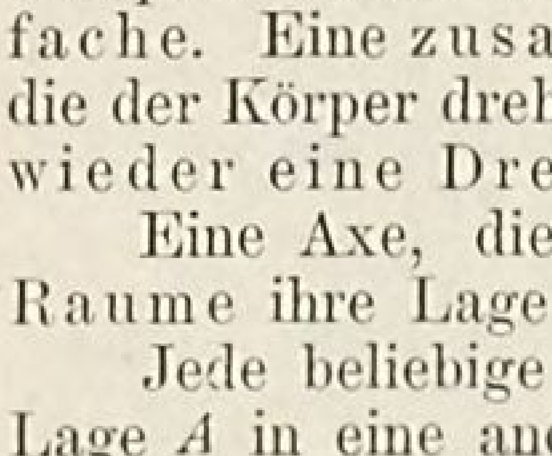
Jede beliebige vollkommen freie Bewegung eines Körpers von einer Lage A in eine andere Lage B kann man sich zusammen gesetzt denken aus einer fortschreitenden Bewegung — überein stimmend mit der wirklichen Bewegung eines beliebig auszuwählenden Punktes an der Oberfläche oder im Innern des Körpers von der Lage A aus in eine Lage B — und einer gleichzeitig stattfindenden Drehung des Körpers um diesen Punkt. Man kann sich also die Bewegung eines Körpers in dieser Weise auf unendlich viele Arten zusammen gesetzt denken.

Denkt man sich die beiden Lagen des Körpers als zwei unmittelbar auf einander folgende (unendlich nahe) Lagen der wirklichen Bewegung, so ist nachzuweisen, dass die Bewegung des Körpers in jedem Zeitpunkte als zusammen gesetzt betrachtet werden kann aus einer Drehung um eine bestimmte (augenbl.) Drehaxe und einem gleichzeitigen Fortschreiten in der Richtung dieser Axe, d. h. als eine Schrauben-Bewegung.

β. Drehung um eine feste Axe.

Die Geschw. von 2 verschiedenen Punkten A und B verhalten sich wie die zugehörigen Halbm. r und r_1 ihrer Bahnlinien. Die Geschw. ω eines Punktes, dessen Bahnlinie von einem Halbm. = der Längeneinheit beschrieben wird, nennt man die Winkel-Geschwindigk. Sie ist für alle Punkte des Körpers im nämlichen Augenblicke dieselbe. Die Geschw. v eines beliebigen Punktes A mit dem Radius r, Fig. 285, ist: $v = r\omega$.

Fig. 285.

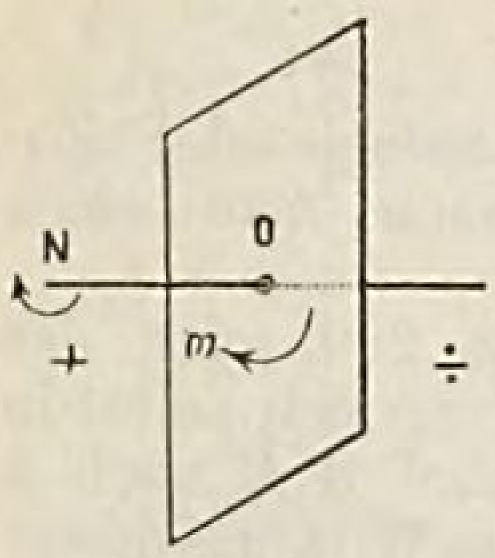


Die Winkel-Geschw. kann demnach auch das Verhältniss der Geschw. eines Punktes zum Radius seiner Bahnlinie genannt werden. $\omega = \frac{v}{r} = \frac{\left(\frac{ds}{dt}\right)}{r} = \frac{d\alpha}{dt}$, wenn α den Drehwinkel bezeichnet, der in der Zeit t zurück gelegt wird; $\alpha = f(t)$.

Die Winkel-Beschleunigung φ ergiebt sich: $\varphi = \frac{d\omega}{dt} = \frac{\left(\frac{d^2 s}{dt^2}\right)}{r} = \frac{d^2 \alpha}{dt^2}$

Kennt man die Zahl der Umdrehungen U, welche der Körper bei gleichf. Bewegung in der Zeit t macht, so erhält man: $\omega = \frac{2\pi U}{t}$; $v = \frac{2 r \pi U}{t}$.

Fig. 286.



Man kann die Grösse der Winkel-Geschw. ω, Fig. 286, durch ein bestimmtes Stück ON der Drehaxe darstellen und dabei gleichzeitig den Sinn der Drehung ausdrücken, indem man das Stück immer so aufträgt, dass, vom Endpunkte N desselben aus gesehen, die Drehung gleichgerichtet mit der Zeigerbewegung einer Uhr erscheint.

Das in dieser Weise aufgetragene Stück ON belegen wir (nach Analogie der Momenten-Axe) mit dem Namen Geschwindigkeits-Axe.

γ. Drehung um bewegliche Axen.

Mit Hilfe der Geschw.-Axen kann man beliebig viele gleichzeitige Winkel-Geschw. eines Körpers nach Analogie der Zusammensetzung von Kräften zu einer resultirenden Winkel-Geschw. vereinigen. Man konstruirt dabei zunächst aus den wie Kräfte zu behandelnden Axen eine imaginäre resultirende Axe. Dann erhält man die resultirende Winkel-Geschw. des Körpers in einem beliebigen Augenblicke — seine augenbl. Winkel-Geschwindigkeit — dadurch, dass man seine Bewegung in diesem Augenblicke so auffasst, als ob sie um die imaginäre resultirende Axe erfolge. Die Grösse und der Sinn der resultirenden Winkel-Geschw. entsprechen der Grösse und Lage der resultirenden Axe.

1. Beliebig viele Drehungen um eine und dieselbe Axe. Die resultirende Winkel-Geschw. ω_0 ist — nach Analogie der Zusammensetzung von Kräften, die alle in eine Gerade fallen — gleich der algebraischen Summe der einzelnen Winkel-Geschwindigkeiten.

2. Drehung um Parallel-Axen. Die resultirende Drehung des betrachteten Körpers ist in jedem Augenblicke — d. h. bei einer beliebigen, aber bestimmten räumlichen Lage der Drehaxen — so aufzufassen, als ob sie mit der Winkel-Geschw. $\omega_0 = \Sigma\,(\omega)$ um eine resultirende Axe erfolge, deren Lage (nach Analogie der Zusammensetzung von Parallelkräften (S. 503) aus den Gleich.: $x_0 = \frac{\Sigma\,(\omega x)}{\Sigma\,(\omega)}$; $y_0 = \frac{\Sigma\,(\omega y)}{\Sigma\,(\omega)}$ zu finden ist. x und y bezeichnen allgem. die Abstände einer der Axen von zwei beliebigen parallelen Koordin.-Ebenen.

Die Lage der resultirenden Axe entspricht also der Lage der Mittelkraft aus den wie Kräfte zu behandelnden Geschw.-Axen.

Fig. 287.

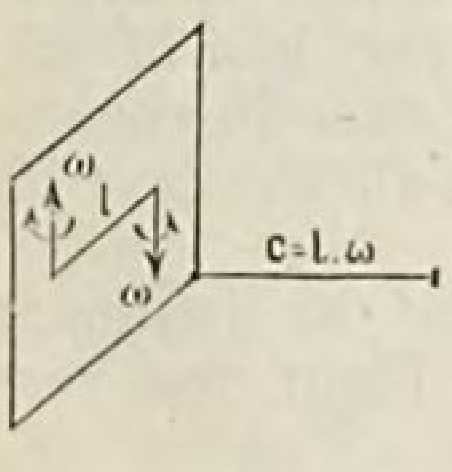
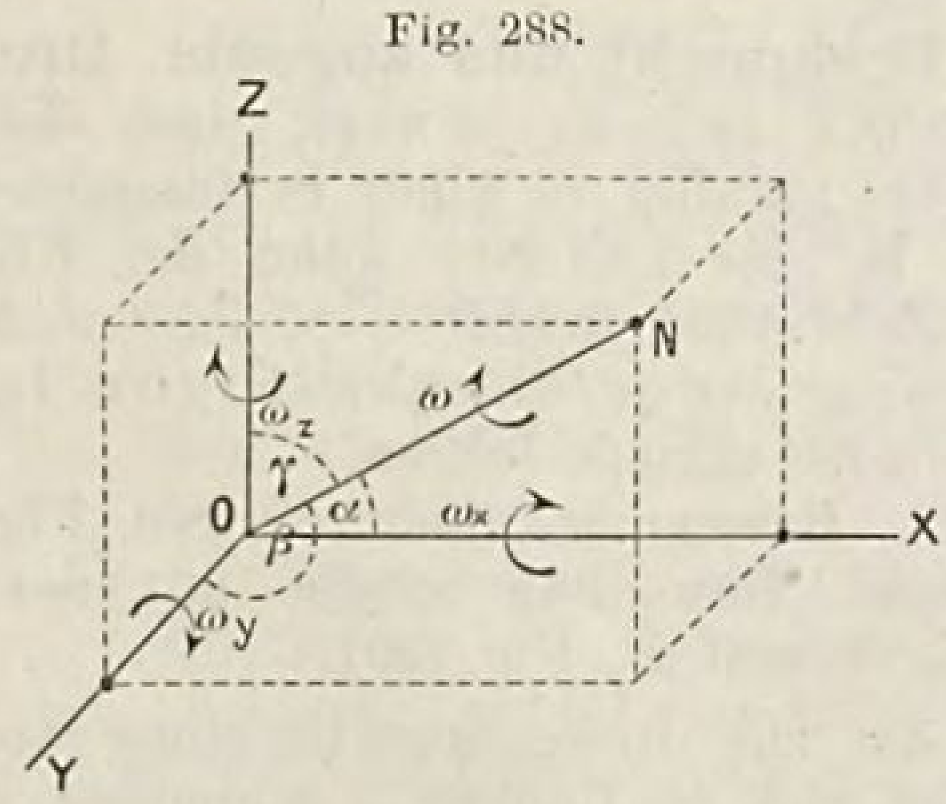


Fig. 288.



3. Drehung um zwei Parallel-Axen in verschiedenem Sinne, Fig. 287. Sind die Winkel-Geschw. gleich, aber entgegen gesetzt gerichtet, so ist: $\Sigma\,(\omega) = o$; $x_0 = \infty$. D. h. die resultirende Axe liegt in der Unendlichkeit und die Geschw. c der resultirenden Bewegung erscheint als diejenige einer fortschreitenden, deren Richtung normal zur Ebene der Drehaxe steht.

Die Grösse der resultirenden fortschreitenden Geschw. ist: $c = l\,\omega$, wenn l den Abstand der beiden Drehaxen bedeutet. Die Analogie hierzu bietet ein Kräftepaar ω mit dem Arm l dessen Moment (Axe) $= l\,\omega$ ist.

4. Alle Drehaxen schneiden sich in einem Punkte. Man findet die Richtung und die Grösse der resultirenden Axe in jeder Lage der Bewegung aus

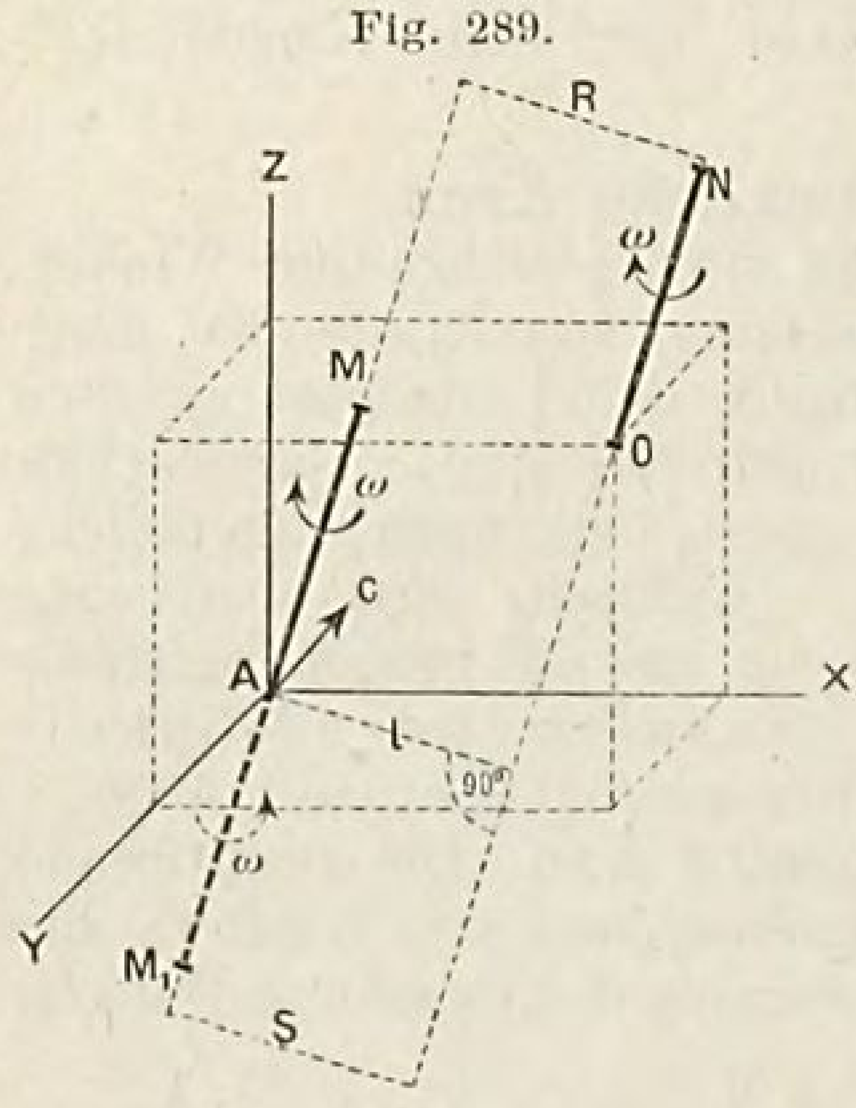
der Diagonalen ON, Fig. 288, des mit den betr. Geschw.-Axen ω_x, ω_y und ω_z der Koordin-Axen konstruirten Parallelepipeds. Die Grösse von ON entspricht der Grösse der Winkel-Geschw. ω der resultirenden Bewegung, welche so aufgefasst werden kann, als ob sie in einer Ebene senkrecht zu ON und in einem Sinne erfolge, der sich aus der Lage des Endpunktes N zu dieser Ebene ergiebt. Es ist ferner nach Analogie zu S. 502:

$$\omega_x = \Sigma\,(\omega \cos\alpha); \quad \omega_y = \Sigma\,(\omega \cos\beta); \quad \omega_z = \Sigma\,(\omega \cos\gamma); \quad \omega = \sqrt{\omega x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2};$$

$$\cos\alpha = \frac{\omega_x}{\omega}; \quad \cos\beta = \frac{\omega_y}{\omega}; \quad \cos\gamma = \frac{\omega_z}{\omega}.$$

5. Beliebige Anzahl und Lage der Drehaxe. Nach Analogie der Zusammensetzung beliebig vieler Kräfte im Raume (S. 505) kann man einen beliebigen Punkt A als Koordin.-Ursprung wählen.

Fig. 289.

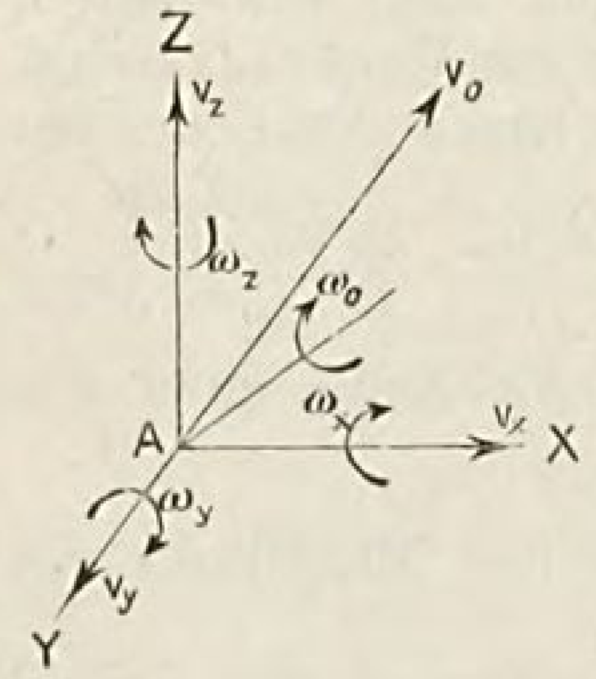


Es sei dann z. B. ON, Fig. 289, eine der Geschw.-Axen. Wird ON parallel zu sich selbst in die um den Abstand l entfernte Lage AM nach A verschoben und wird ferner, um die Wirkung dieser Verschiebung wieder aufzuheben, in A eine der AM gleich und entgegen gesetzt gerichtete Geschw.-Axe AM_1 abgetragen, so resultirt eine Winkel-Geschw. ω um die Axe AM und ein Drehungspaar ON und AM_1. Letzteres erzeugt (nach 3 oben) eine Fortschritts-Geschw. $c = l\,\omega$ senkrecht zur Ebene AM_1 ON, welche ihrer Richtung und Grösse entsprechend in A abgetragen werden kann.

Die weitere Zerlegung und Zusammensetzung nach bekannter Weise fortgeführt, Fig. 290, ergiebt:

a. eine resultirende Winkel-Geschw. ω_0 um die durch A gehende resultirende Axe $\omega_0 = \sqrt{\omega^2_x + \omega^2_y + \omega^2_z}$; und

Fig. 290.



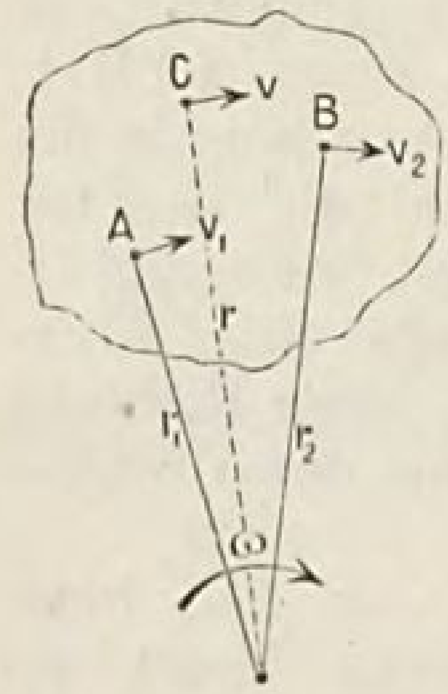
b. eine resultirende Fortschritts-Geschw. v_0, deren Richtung im allgemeinen mit der resultirenden Axe einen Winkel bildet, $v_0 = \sqrt{v^2_x + v^2_y + v^2_z}$.

Man kann jedoch, weil sich bei der Verschiebung von A nicht die Grösse und Richtung der resultirenden Axe, sondern nur die Grösse und Richtung von v_0 ändert, den Ursprung A so wählen, dass die Richtung von v_0 der resultirenden Axe parallel läuft.

Die resultirende Bewegung kann daher in jedem Augenblicke als eine Schrauben-Bewegung aufgefasst werden.

δ. Augenblicklicher Drehpunkt und augenbl. Drehaxe.

Fig. 291.



Wenn ein geometrischer Körper sich so bewegt, dass die Bahnlinie jedes seiner Punkte stets parallel zu einer bestimmten festen Ebene E bleibt — was z. B. der Fall ist, wenn der Körper gleichzeitig um mehrere parallele Axen dreht — so lässt sich seine Bewegung auf die Bewegung einer ebenen Figur in ihrer (zur E parallelen) Ebene zurück führen.

Die augenbl. Bewegung einer ebenen Figur ist bestimmt durch die augenbl. Bewegung zweier mit der Figur fest verbundener Punkte A und B, Fig. 291.

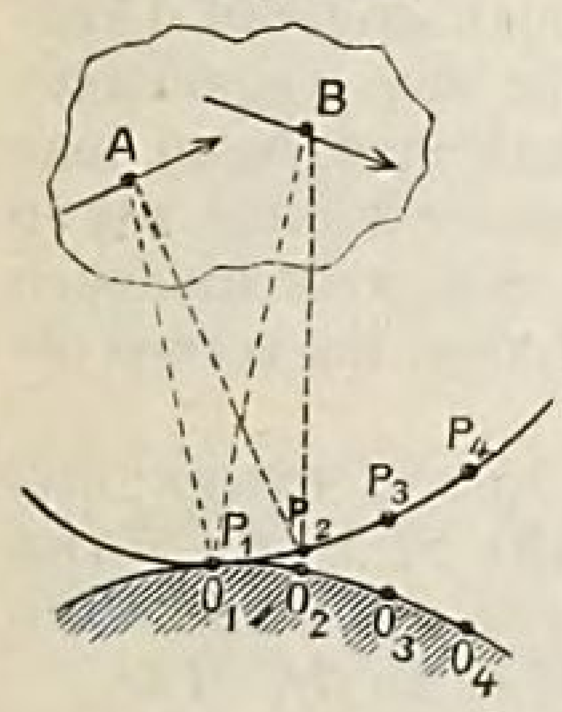
Wenn nun die zur Bewegungs-Richtung von A und B gezogenen Normalen sich im Punkte O schneiden, so kann man die augenbl. Bewegung der Figur als eine augenbl. Drehung um O auffassen. O ist der augenbl. Drehpunkt für die Figur und die durch O, senkrecht zur Ebene der Figur, gehende Axe ist die augenbl. Drehaxe für den Körper.

Sind v_1 und v_2 die Geschw. von A und B, ferner r_1 und r_2 die Längen der

Normalen AO und BO, so ist die augenbl. Winkel-Geschw.: $\omega = \frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2}$, nach welcher die Geschw. v eines beliebigen dritten Punktes c aus: $v = r\,\omega$ zu berechnen ist.

Bei der Bewegung der ebenen Figur in ihrer Ebene wird sich im allgem. die Lage des augenbl. Drehpunktes stetig ändern; der geometrische Ort aller dieser Punkte ist eine krumme Linie, z. B. eine Kurve, $O_1\,O_2\,O_3\,O_4$, Fig. 292.

Fig. 292.



Eine 2. Kurve $P_1\,P_2\,P_3\,P_4$ erhält man, wenn man die Figur in ihrer Anfangsstellung als in Ruhe befindlich annimmt und zu den verschiedenen Bewegungs-Richtungen der spätern Lagen von A und B im voraus die augenbl. Drehpunkte sucht. Die Bewegung der Figur kann dann aufgefasst werden als das Rollen einer mit ihr fest verbundenen Kurve $P_1\,P_2\,P_3\,P_4$ auf einer festen Kurve $O_1\,O_2\,O_3\,O_4$, wobei nach einander die Punkte $P_2\,P_3$ und P_4 — und zwar in dem Augenblicke, wo ihre Geschw. = 0 ist — bezw. in den Punkten $O_2\,O_3$ und O_4 zusammen fallen. —

ε. Anwendung der Lehre vom augenbl. Drehpunkt.

1. Aus der gegebenen Geschw. c der Kurbelwarze A, Fig. 293, ergiebt sich die Geschw. des Punktes B der Lenkstange AB, weil $\frac{u}{a} = \frac{c}{l} = \omega$.

Fig. 293.

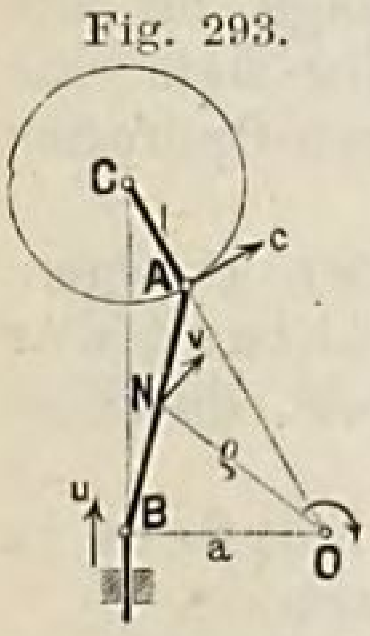
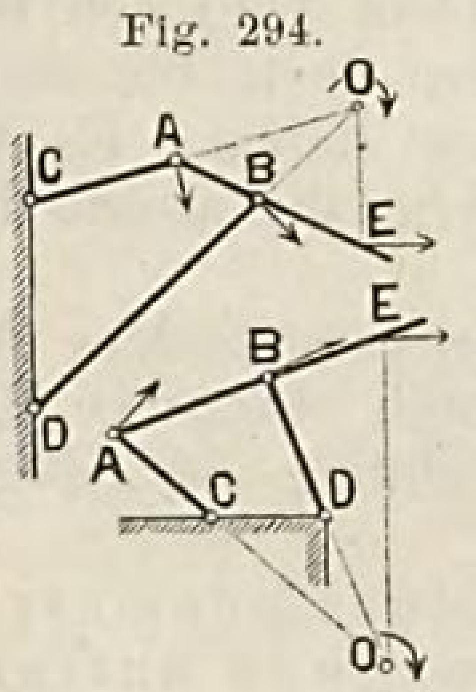


Fig. 294.

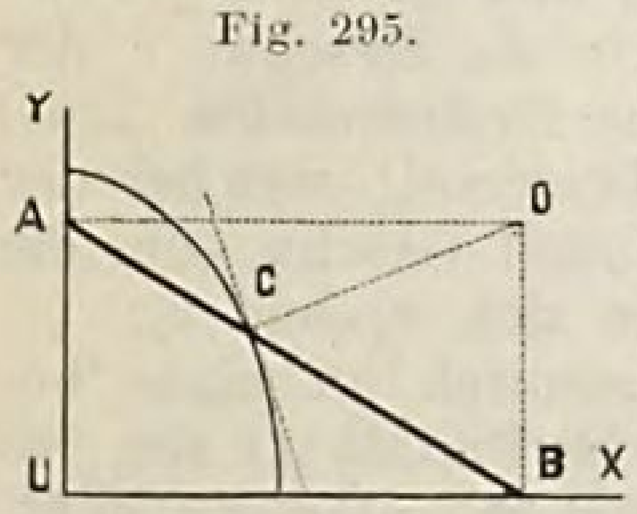


l und a sind bezw. die zu den Beweg.-Richtungen von A und B gefällten Normalen; O ist augenblickl. Drehp. Die Beweg.-Richtung eines belieb. Punktes N der Lenkstange steht normal zu $ON = \rho$ und die Grösse der Geschw. v des Punktes N ist: $v = \rho\,\omega$.

2. Der augenbl. Drehpunkt für die starren Stabsysteme der Fig. 294, in denen C und D fest gelagerte und A und B verschiebbare Gelenkpunkte sind, liegt im Schnitt der Verlängerungen von AC und BD. Der Punkt E, welcher sich in der gezeichneten Lage der Systeme im nächsten Augenblicke horizontal bewegen wird, liegt im Schnitt der Vertikalen OE und der Stabrichtung AE.*)

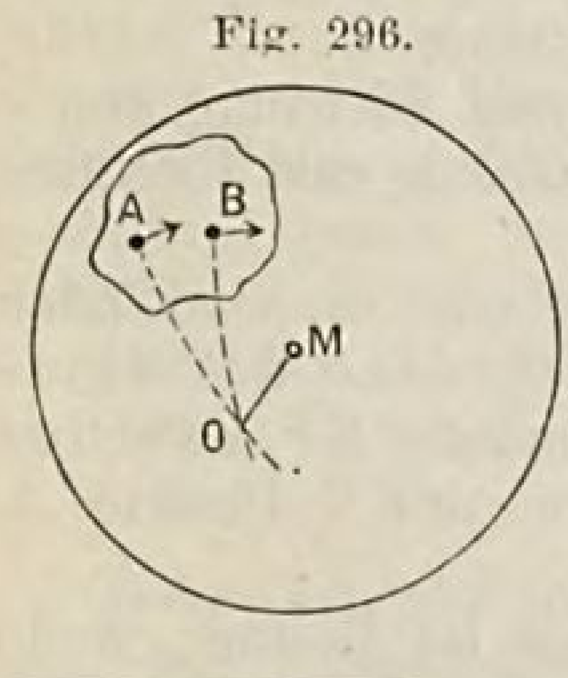
3. Wenn die Endpunkte A und B einer Geraden, Fig. 295, gezwungen werden, sich bezw. in der Vertikalen UY und der Horizontalen UX zu bewegen, so beschreibt jeder Punkt der Geraden und ihrer Verlängerung im allgem. eine Ellipse; der Halbirungspunkt der Geraden beschreibt einen Kreis. Die von einem belieb. Punkt. C beschriebene Ellipse kann man mit Hilfe des augenbl. Drehpunkts konstruiren, welcher für jede Lage der Geraden im Schnitt der Horizontalen durch A und der Vertikalen durch B liegt Die in C zur OC errichtete Normale ist Tangente an die Ellipse im Punkte C. —

Fig. 295.



ζ. Drehung des Körpers um einen festen Punkt.

Fig. 296.



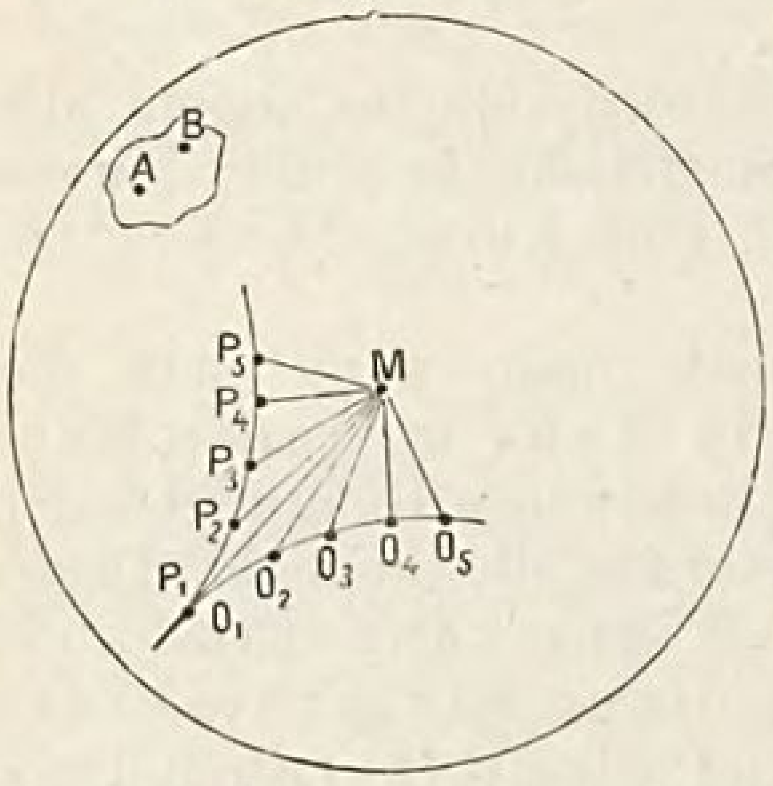
Bei der Drehung werden alle vom festen Drehpunkte gleich weit abstehenden Punkte des Körpers sich in einer Kugelfläche bewegen.

Die Drehung eines Körpers um einen festen Punkt kann daher auf die Bewegung einer sphärischen Figur in ihrer Kugelfläche zurück geführt, bezw. aus der gegebenen augenblickl. Bewegung von 2 Punkten A und B der sphärischen Figur, Fig. 296, bestimmt werden. Legt man durch A und B, normal zu der Bewegungs-Richtung jedes dieser Punkte, je

*) Ein in E aufgehängtes Gewicht wird keine Bewegung des Systems herbei führen, da hierzu eine Kraft erforderlich ist, die in der Richtung von E wirkt. E ist also derjenige Punkt, in welchem das Gewicht hängen muss, damit das System im Gleichgewicht sei.

einen grössten Kugelkreis, und verbindet den Schnittpunkt O der Kreise mit dem Kugel-Mittelpunkt M, so ist die augenbl. Bewegung von AB und ebenso die augenbl. Bewegung eines mit der sphärischen Figur fest verbundenen, beliebig gestalteten geometr. Körpers als eine Drehung um die augenbl. Axe OM zu betrachten. Der geometr. Ort aller Punkte O der Kugelfläche ist eine Kurve, z. B. die O_1 $O_2 \dots O_5$, Fig. 297, und die von den auf einander folgenden augenbl. Drehaxen OM gebildete Fläche O_1 M O_5 ist eine Kegelfläche.

Fig. 297.



Eine 2. Kegelfläche O_1 M P_5 erhält man, wenn man die sphärische Figur in ihrer Anfangs-Stellung als in Ruhe befindlich annimmt und zu den verschiedenen Bewegungs-Richtungen der spätern Lagen im voraus die augenbl. Drehaxen aufsucht.

Die Bewegung von A u. B, bezw. eines mit A u. B fest verbundenen Körpers um den festen Punkt M kann dann aufgefasst werden als das Rollen einer mit A u. B fest verbundenen Kegelfläche P_1 M P_5 auf einer fest liegenden Kegelfläche O_1 M O_5.

η. Freie Bewegung des geometr. Körpers.

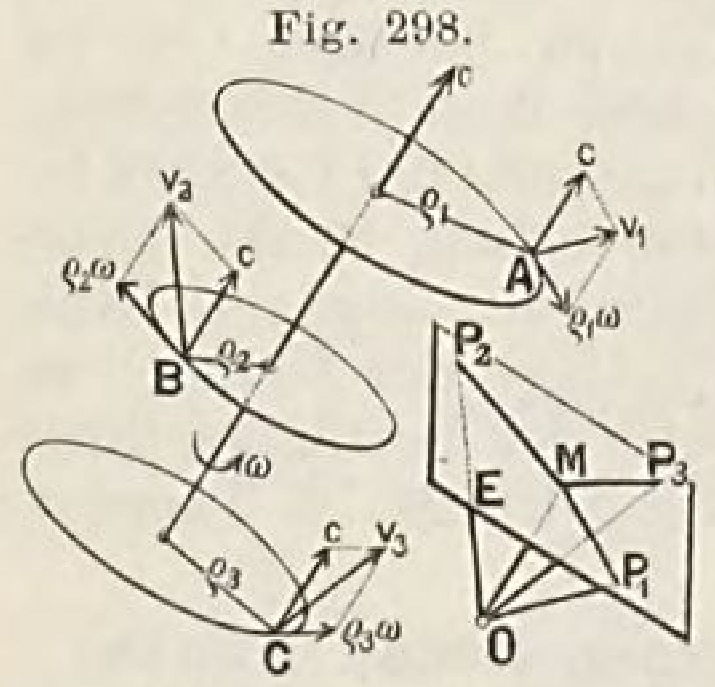
Man kann den Körper stets durch zwei Operationen aus irgend einer augenbl. Lage in die nächst folgende überführen. Zuerst lässt man ihn eine fortschreitende Bewegung machen, durch welche ein beliebiger Punkt A an der Oberfläche oder im Innern in seine neue Lage B einrückt. Dann dreht man den Körper um den Punkt B, der nunmehr seine Lage nicht mehr ändern darf, für so lange, bis alle andern Punkte die gegebene Stellung eingenommen haben. Es wird stets eine einzige durch B verlaufende Axe geben, um welche die zweite Dreh-Operation erfolgen kann.

Die erste Operation kann auf unendlich viele verschiedene Arten erfolgen. Doch wird es möglich sein, den Punkt A so zu wählen, dass die Richtung der fortschreitenden Bewegung AB mit der Richtung der augenbl. durch B verlaufenden Drehaxe zusammen fällt.

Man kann daher die freie Bewegung eines geometr. Körpers in jedem Augenblicke als eine Schrauben-Bewegung auffassen.

Die freie Bewegung ist in jedem Augenblicke bestimmt, wenn Grösse und Richtung der Geschw. von drei Punkten des Körpers gegeben sind.

Fig. 298.



A, B und C, Fig. 298, seien die 3 Punkte des Körpers mit den zugehörigen Geschw. v_1, v_2 und v_3.

Die Geschw. v_1 zerlegt sich in die Geschw. c der fortschreitenden Bewegung und eine Dreh-Geschw. $\rho_1 \, \omega$. ρ_1 Abstand von der augenbl. Drehaxe, welche der Richtung von c parallel ist; ω Winkel-Geschw. um die augenbl. Drehaxe. Analog zerlegen sich v_2 und v_3.

Führt man diese Zerlegung grafisch an einer beliebigen Stelle des Raumes, z. B. im Punkte O aus, so fallen die Dreh-Geschw. $\rho_1 \, \omega_1 = M \, P_1$, $\rho_2 \, \omega_2 = M \, P_2$, $\rho_3 \, \omega_3 = M \, P_3$ in eine und dieselbe Ebene E.

Das zur Ebene E gefällte Loth OM stellt die Grösse und Richtung von c dar und die Geraden $O \, P_1$, $O \, P_2$, $O \, P_3$ entsprechen bezw. der Grösse und Richtung von v_1, v_2 und v_3.

Da nun die Lage einer Ebene durch 3 Punkte fest gelegt ist, so sind auch die Richtung der Schraubenaxe (parallel zur OM), die Grösse der fortschreitenden Geschw. c in Richtung dieser Axe ($= OM$) und die Grösse der Winkel-Geschw. ω um die Schraubenaxe durch die Geschw. der 3 Punkte A, B und C bestimmt.

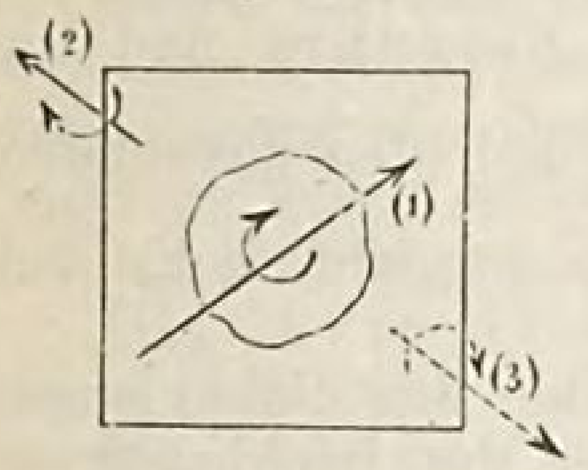
Endlich findet man die Lage der augenbl. Drehaxe im Raume, wenn man die 3 Punkte A, B und C auf die Ebene E projizirt und für das in der Ebene E sich bewegende Projektions-Dreieck den augenbl. Drehpunkt sucht. Durch letztern muss die augenbl. Drehaxe verlaufen. —

c. Relative Bewegung des geometr. Körpers.

α. Bewegung in Bezug auf den bewegten Raum.

Wenn der Körper innerhalb eines Raumes, Fig. 299, eine beliebige Bewegung (1) und der Raum selbst eine Bewegung (2) ausführt, so nennt man (1) die relative Bewegung des Körpers in Bezug auf den Raum. Die wirkliche Bewegung des Körpers ist die Resultirende aus (1) und (2). Die relative Bewegung ist die Resultirende aus der wirklichen Bewegung und der im entgegengesetzten Sinne hinzu gefügten Bewegung des Raumes (3).

Fig. 299.



Die Ermittelung der augenbl. relativen Bewegung eines Körpers reduzirt sich auf die Bestimmung der relativen Bewegung eines Punktes des Körpers in Bezug auf einen andern Punkt, d. h. auf den Schnittpunkt der Axen eines mit dem Raume sich bewegenden Koordin.-Systems. Man muss aber in dem Falle, wo auch der Raum eine beliebige Bewegung ausführt, diese in bestimmter Weise zerlegen, indem man nämlich als fortschreitende Bewegung die Bewegung desjenigen Raumpunktes auswählt, mit welchem der betrachtete Körperpunkt gerade koinzidirt. Die Drehung des Raumes um jenen Punkt hat auf die relative Geschw. keinen Einfluss.

β. Bewegung eines Körpers in Bezug auf einen andern bewegt. Körper.

Sind die augenbl. Bewegungen von 2 Körpern A und B, Fig. 300, gegeben, so ist die relative Bewegung von B in Bezug auf A die Resultirende aus den wirklichen Bewegungen von B und den in entgegen gesetztem Sinne hinzu gefügten wirklichen Bewegungen von A.

Fig. 300.

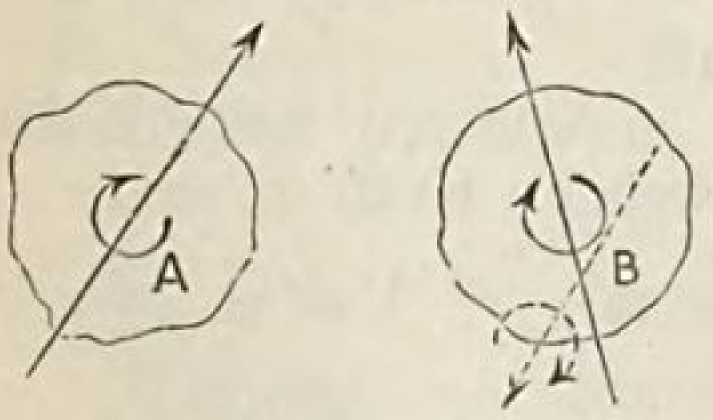
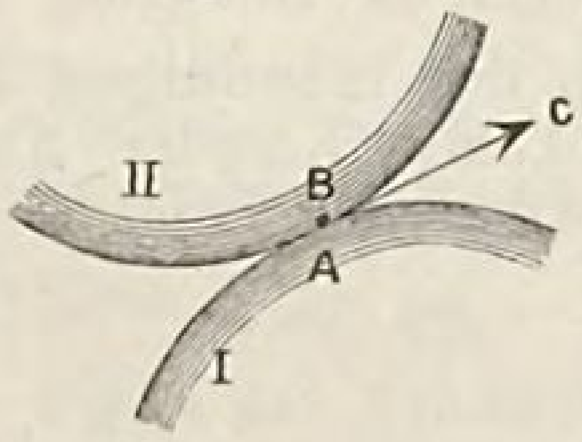


Fig. 302.



Wenn 2 sich berührende Kreise, Fig. 301 (Theilkreise von Zahnrädern), bezw. um die parallelen Axen A und B im verschiedenen Sinne mit den Winkelgeschw. ω bezw. ω_1 rotiren, so erfolgt darnach die relative Bewegung des um A rotirenden Kreises in Bezug auf B mit einer Winkelgeschw. $\omega + \omega_1$ um die augenbl. Drehaxe C, deren Lage stets der Gleichg. $r\omega = r_1 \omega_1$ genügt.

Fig. 301.

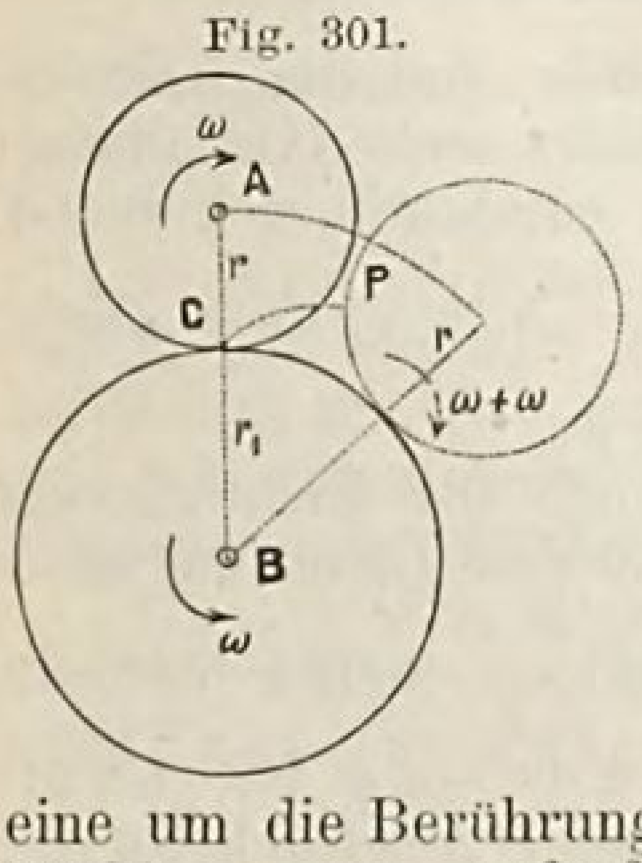
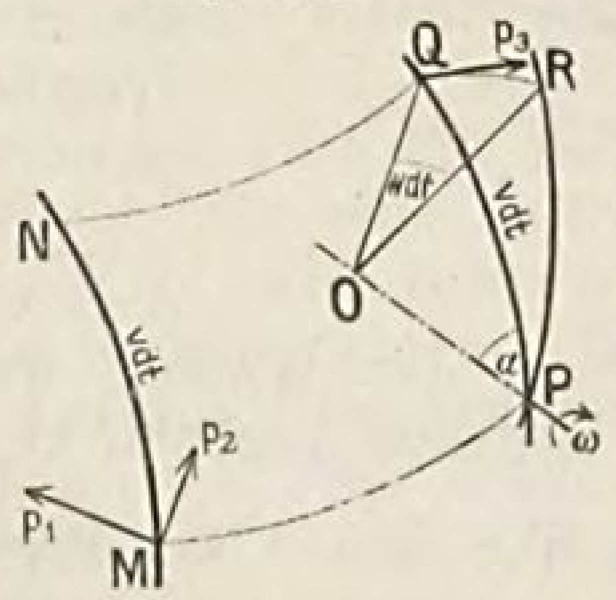


Fig. 303.



Die relative Bewegung eines in der nämlichen Weise rotirenden Zylinders A in Bezug auf einen Zylinder B besteht in einem Rollen längs der Peripherie des letztern, welches in jedem Augenblicke als eine um die Berührungslinie als Drehaxe mit der Winkelgeschw. $\omega + \omega_1$ erfolgende Drehbewegung aufgefasst werden kann. Die relative Bahnlinie irgend eines Punktes P in der Peripherie des rollenden Kreises ist eine Epycikloide.

Bewegt sich die Kurve oder der Zylinder II, Fig. 302, gegen eine Kurve oder einen Zylinder I derart, dass eine stete Berührung beider stattfindet, jedoch der Berührungspunkt auf der einen Kurve einen grössern Weg zurück legt, als in derselben Zeit auf der andern, so findet in der Richtung der augenbl. gemeinschaftl. Tangente ein Gleiten statt, dessen augenbl. Geschw. c die absolute Geschw. des Gleitens der beiden Kurven im gegebenen Augenblicke genannt wird.

γ Beschleunigung.

Wenn Körper und Raum je für sich beliebige Bewegungen ausführen, so muss man, wie bereits oben bemerkt wurde, die Zerlegung der Bewegung des Raumes in eine fortschreitende und eine Drehbewegung in demjenigen Raumpunkte ausführen, welcher mit dem zu betrachtenden Körperpunkte im gegebenen Augenblicke koinzidirt.

MN in Fig. 303, sei das relative Bahnelement des Körperpunktes, v die relative

Geschw., p_1 die Beschleunigung im relativen Bahnelement. Durch die fortschreitende Bewegung des Raumes mit der Beschleunigung p_2 gelange MN in die Lage PQ; gleichzeitig führe aber der Raum eine augenbl. Drehbewegung mit der Winkel-Geschw. ω um eine durch P gehende Axe OP aus, durch welche Q nach R gelangt.

Dann ist die wirkliche Beschleunigung p des Körperpunktes die Resultirende aus den Beschleunigungen $p_1\, p_2$ und einer Beschleunigung p_3, welche von der augenbl. Drehbewegung herrührt und aus der Gleich.: $QR = p_3 \frac{dt^2}{2}$ zu berechnen ist. Ist α der Winkel, den das relative Bahnelement PQ mit der augenbl. Drehaxe einschliesst, so ergiebt sich, weil $QR = v\,dt \sin\alpha\; \omega\, dt$ ist: $p_3 = 2\, v\, \omega \sin \alpha$.

Die Richtung von p_3 steht rechtwinklig zur Ebene, welche das Bahnelement und die augenbl. Drehaxe enthält, und entspricht dem Sinne der Drehbewegung des Raumes.

Die relative Beschleunigung p_1 eines Körperpunktes in Bezug auf den Raum ist in jedem Augenbl. die Resultirende aus der wirklichen Beschleunigung p und den im entgegen gesetzten Sinne hinzu gefügten Beschleunigungen p_2 und p_3.

p_2 und p_3 werden die scheinbaren Beschleunigungen genannt. p_3 wird $= 0$, sobald der Raum nur eine fortschreitende Bewegung ausführt.

d. Bewegung des materiellen Punktes.

Die Begriffe Kraft, Masse, materieller Punkt und Arbeit, sowie die drei Grundgesetze der Mechanik sind bereits S. 488 ff. erörtert.

Da die Bewegungsbahn des materiellen Punktes als eine Linie anzusehen ist, so gelten für dieselbe alle Sätze über die Bewegung des geometr. Punktes.

α. Prinzip der lebendigen Kraft.

Die parallel zu 3 rechtwinkligen Koordin.-Axen gerichteten Seitenkräfte X, Y, Z, Fig. 304, der auf den materiellen Punkt m wirkenden Kraft K sind:

Fig. 304.

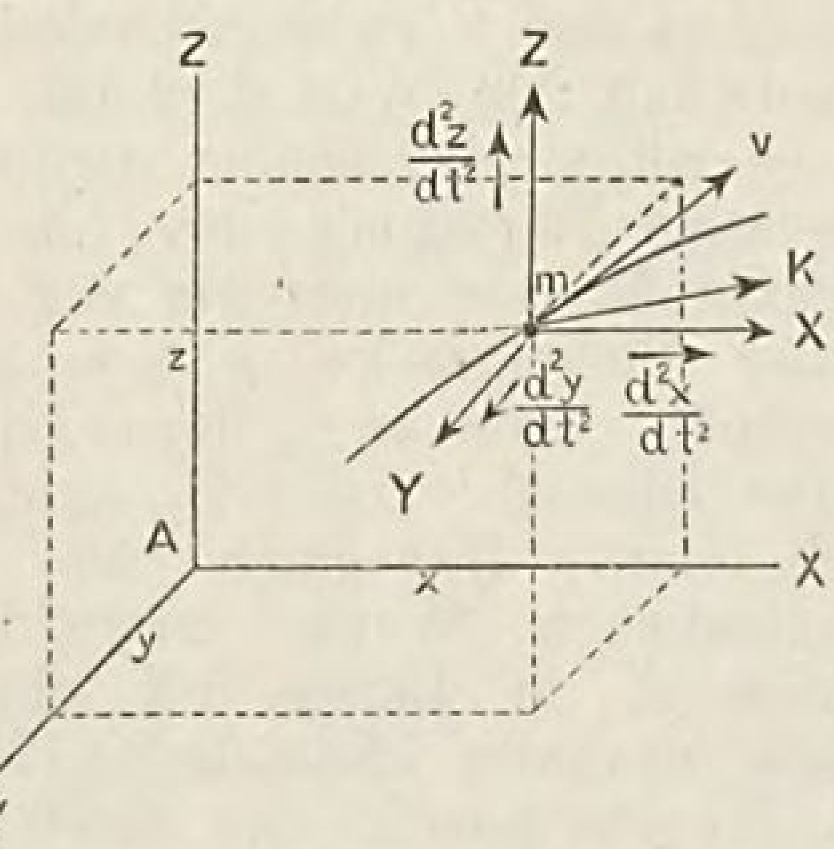
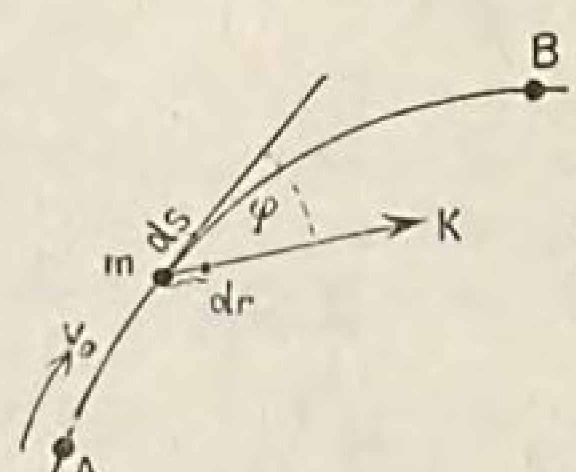


Fig. 305.



$$X = m\frac{d^2x}{dt^2};\quad Y = m\frac{d^2y}{dt^2};\quad Z = m\frac{d^2z}{dt^2}.$$

x, y und z sind die Koordin. des Punktes m. Aus diesen Werthen entwickelt sich die Gl.

$$d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = X dx + Y dy + Z dz = K ds \cos\varphi. \qquad (1)$$

φ ist der Winkel, welchen die Richtung der Kraft in jedem Augenblicke mit dem Bahnelement ds bildet, Fig. 305. Das Produkt $\frac{mv^2}{2}$ nennt man die lebendige Kraft des materiellen Punktes. Der Ausdruck $K ds \cos\varphi$ ist: Kraft mal Weg in der Richtung der Kraft, also der allgemeine Ausdruck für die elementare mechanische Arbeit (vergl. S. 489). Die Gleich. (1) besagt gleichzeitig, dass die von der Mittelkraft K in dem Zeitelement dt verrichtete mechanische Arbeit = ist der Summe der von ihren Seitenkräften X, Y und Z während derselben Zeit verrichteten mechanischen Arbeiten.

Durch Integration ergiebt sich:
$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \int K ds \cos\varphi. \qquad (2)$$

v_0 Anfangsgeschw. des materiellen Punktes, v Geschw. in einem beliebigen Augenblicke.

Die Gleich. (2) enthält die allgemeine Form des „Prinzips der lebendigen Kraft“. In Worten: Die Zunahme der lebendigen Kraft innerhalb eines bestimmten Zeitraums ist = der Summe der während derselben Zeit von den einzelnen auf den materiellen Punkt wirkenden Kräften — oder von der Resultirenden derselben — verrichteten mechan. Arbeiten.

β. Bewegung auf vorgeschriebener Bahn.

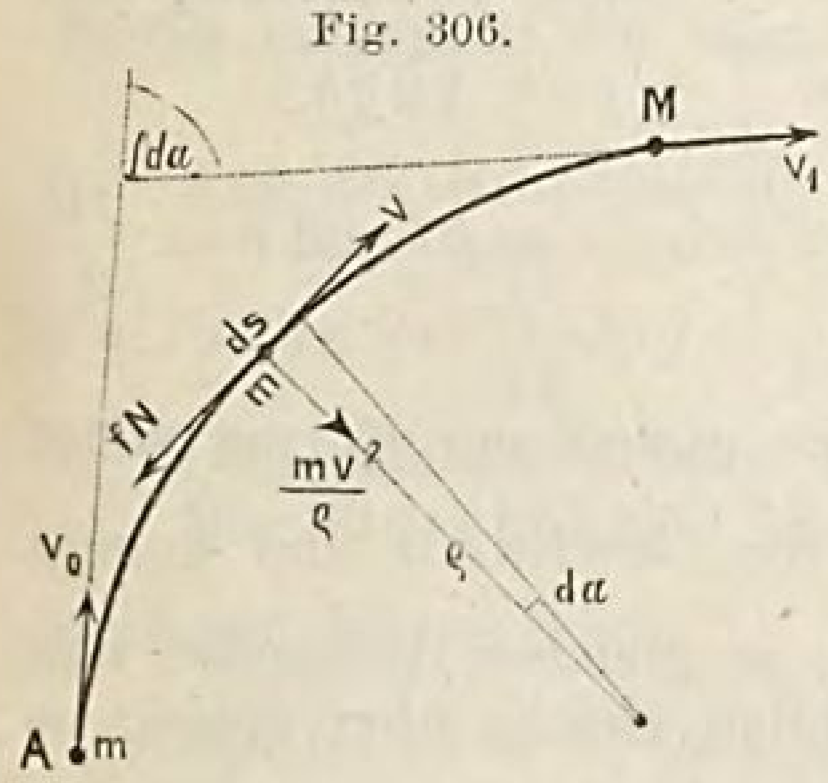
Für die Bewegung eines materiellen Punktes auf vorgeschriebener Bahn gelten dieselben Gesetze, wie für die freie Bewegung im Raume, sobald man zu den auf den Punkt wirkenden Kräften den Widerstand der Bahnlinie als äussere Kräfte hinzu fügt.

Diesen Widerstand kann man sich immer in zwei Seitenkräfte zerlegt denken, von denen die eine tangential, die andere normal zur Bahnlinie gerichtet ist. Die tangential gerichtete Seitenkraft — der Reibungs-Widerstand — wirkt erfahrungsmässig stets derjenigen Richtung entgegen, in welcher der materielle Punkt entweder wirklich sich bewegt, oder in der er ohne das Auftreten der Reibung sich bewegen würde.

Das Verhältniss des Normaldrucks N zum Reibungs-Widerstand fN wird der Reibungs-Koeffiz. (f) genannt.

Die Grösse des Normaldrucks bestimmt sich aus der Gleichg. der Bahnlinie.

Fig. 306.



γ. Bewegung in einer Kurve.

Ist die vorgeschriebene Bahn eine Kurve, so hat auf die Grösse des Normaldrucks N, Fig. 306, in irgend einem Augenblicke, ausser den auf den materiellen Punkt m wirkenden äussern Kräften auch noch die der Zentripetal-Beschleunigung $\frac{v^2}{\rho}$ (vergl. S. 525) entsprechende Zentripetalkraft $\frac{m\,v^2}{\rho}$ Einfluss.

Die von der Zentripetalkraft erzeugten Widerstände — von gleicher Grösse und entgegen gesetzter Richtung — nennen wir die Zentrifugalkraft und es ist, Fig. 306, $N = \frac{m\,v^2}{\rho}$ und ferner $\frac{dv}{dt} = \frac{f\,N}{m}$.

Während der materielle Punkt das Bahnelement $ds = \rho\,d\alpha$ durchläuft, ändert sich die Richtung seiner Bewegung um den Winkel $d\alpha$. Dann resultirt für die Endgeschw. v_1 der Bewegung: $v_1 = v_0 e^{-f\int d\alpha}$. $\int d\alpha$ ist die Summe aller unendlich kleinen Aenderungen, welche die Geschw.-Richtung des materiellen Punktes während des Weges von A bis M nach und nach erleidet. Für eine ebene Kurve bezeichnet also $\int d\alpha$ den Winkel, welchen die Richtungen von v_0 und v_1 mit einander bilden. Für eine doppelt gekrümmte Raumkurve ist der Werth von $\int d\alpha$ aus der Kegelfläche zu bestimmen, welche man erhält, wenn man von einem beliebigen Raumpunkte aus die auf einander folgenden Lagen aller Tangenten des Stückes AM der Raumkurve abgetragen denkt.

Damit die Bewegung eines materiellen Punktes in einer horizontalen Kurve möglich sei, muss der Normaldruck der Bahn die Mittelkraft aus der Zentrifugalkraft und der Schwerkraft sein.

δ. Relative Bewegung.

Nach dem Satze über die Beschleunigung (S. 531) hat man die Kraft mp_1, unter deren alleiniger Einwirkung ein materieller Punkt der Masse m im ruhenden Raume eine mit der relativen Bewegung überein stimmende Bewegung ausführt, als Resultirende von 3 Kräften mp, mp_2 und mp_3 zu betrachten.

Die Kraft mp ist die gegebene Mittelkraft aller auf den Punkt wirkenden Kräfte.

Die Kraft mp_2 entspricht ihrer Grösse nach der Beschleunigung desjenigen Raumpunktes, welcher mit dem materiellen Punkte im zu betrachtenden Augenblicke gerade koinzidirt; ihre Richtung ist jener Beschleunigung entgegen gesetzt. Die Kraft mp_3 steht senkrecht zur Ebene, welche das relative Bahnelement und die augenbl. Drehaxe der Raumbewegung enthält und ihr Sinn ist der letztern Bewegung entgegen gesetzt.

Ihre Grösse entspricht der Beschleunigung p_3; $mp_3 = 2\,m\,\omega v \sin\alpha$, worin v relative Geschw., α Winkel des relativen Bahnelements mit der augenbl. Drehaxe,

um welche der Raum mit der Winkelgeschw. ω dreht. mp_2 und mp_3 nennt man die scheinbaren Kräfte der relativen Bewegung.

Die relative Bewegung eines materiellen Punktes m in Bezug auf den Raum findet man danach, wenn man zu den wirklichen Kräften, die auf m wirken, die beiden scheinbaren Kräfte hinzu fügt und nun, ohne auf die Bewegung des Raumes Rücksicht zu nehmen, die resultirende Bewegung bestimmt.

Bei der Bestimmung der relativen Bewegung eines materiellen Punktes in Bezug auf einen andern materiellen Punkt ist $\omega = 0$, daher auch $p_3 = 0$. Man kann sich in diesem Falle den 2. Punkt als Schnittpunkt von 3 in fortschreitender Bewegung begriffenen Koordin.-Axen denken. (Vergl. S. 531.)

e. Beispiele zur Bewegungslehre des materiellen Punktes.

α. Freier Fall im luftleeren Raume.

Anfangs-Geschw. 0; End-Geschw. v; Fallhöhe h. — Nach dem Prinzip der lebendigen Kraft ist: $\frac{mv^2}{2} - 0 = mgh$. Daraus: $h = \frac{v^2}{2g}$; $v = \sqrt{2gh}$.

h wird auch Geschw.-Höhe genannt. Ferner ergiebt sich: $v = gt$ und $h = \frac{gt^2}{2}$, wenn t die Zeitdauer des Falls (in Sek.) ist.

Ein vertikal mit der Anfangs-Geschw. v in die Höhe geworfener Körper steigt im luftleeren Raume bis zur Höhe $h = \frac{v^2}{2g}$, hat dort die Geschw. 0 und kommt mit derselben Geschw. v wieder am Ausgangspunkte an; in gleichen Abständen vom Kulminations-Punkte hat er beim Aufsteigen und Herabfallen gleiche aber entgegengesetzt gerichtete Geschwindigkeiten.

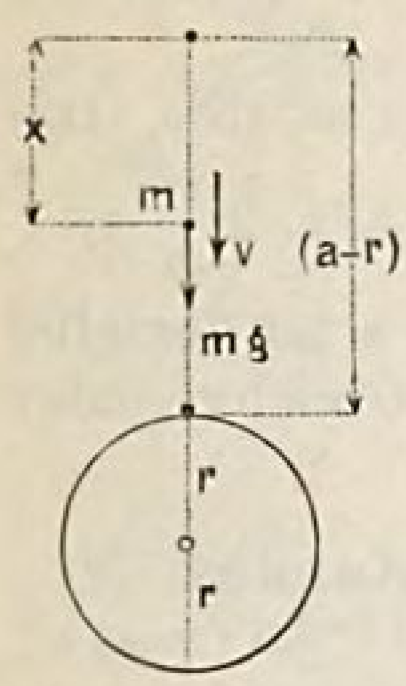
$$g = 9{,}81^{\,m} = 31{,}25' \text{ preuss.} = 32{,}18' \text{ engl.}$$
$$\frac{1}{g} = 0{,}102^{\,m} = 0{,}032' \;\;\text{„}\;\; = 0{,}031' \;\;\text{„}$$
$$\sqrt{2g} = 4{,}429^{\,m} = 7{,}906' \;\;\text{„}\;\; = 8{,}022' \;\;\text{„}$$

Tabelle der Fallhöhen für Endgeschw. von 0 bis 30 m ($g = 9{,}81$ m).

$v = \sqrt{2gh}$	$h = \frac{v^2}{2g}$	$v = \sqrt{2gh}$	$h = \frac{v^2}{2g}$	$v = \sqrt{2gh}$	$h = \frac{v^2}{2g}$	$v = \sqrt{2gh}$	$h = \frac{v^2}{2g}$
0,00	0,000000	1,45	0,10716	3,3	0,55504	11,0	6,1672
0,05	0,000127	1,50	0,11468	3,4	0,58919	11,5	6,7406
0,10	0,000510	1,55	0,12245	3,5	0,62436	12,0	7,3394
0,15	0,001147	1,60	0,13048	3,6	0,66055	12,5	7,9638
0,20	0,002039	1,65	0,13876	3,7	0,69776	13,0	8,6137
0,25	0,003186	1,70	0,14730	3,8	0,73598	13,5	9,2890
0,30	0,004587	1,75	0,15609	3,9	0,77523	14,0	9,9898
0,35	0,006244	1,80	0,16514	4,0	0,81549	14,5	10,7161
0,40	0,008155	1,85	0,17444	4,1	0,85678	15,0	11,4679
0,45	0,010321	1,90	0,18400	4,2	0,89908	15,5	12,2452
0,50	0,012742	1,95	0,19381	4,3	0,94241	16,0	13,0479
0,55	0,015418	2,00	0,20387	4,4	0,98675	16,5	13,8761
0,60	0,018349	2,05	0,21419	4,5	1,0321	17,0	14,7299
0,65	0,021534	2,10	0,22477	4,6	1,0785	17,5	15,6091
0,70	0,024975	2,15	0,23560	4,7	1,1259	18,0	16,5138
0,75	0,028670	2,20	0,24669	4,8	1,1743	18,5	17,4439
0,80	0,032620	2,25	0,25803	4,9	1,2238	19,0	18,3996
0,85	0,036825	2,30	0,26962	5,0	1,2742	19,5	19,3807
0,90	0,041284	2,35	0,28147	5,5	1,5418	20	20,3874
0,95	0,045999	2,40	0,29358	6,0	1,8349	21	22,4771
1,00	0,050968	2,45	0,30594	6,5	2,1534	22	24,6687
1,05	0,056193	2,5	0,31855	7,0	2,4975	23	26,9623
1,10	0,061672	2,6	0,34455	7,5	2,8670	24	29,3578
1,15	0,067406	2,7	0,37156	8,0	3,2620	25	31,8552
1,20	0,073394	2,8	0,39959	8,5	3,6825	26	34,4546
1,25	0,079638	2,9	0,42864	9,0	4,1284	27	37,1560
1,30	0,086137	3,0	0,15872	9,5	4,5999	28	39,9592
1,35	0,092890	3,1	0,48981	10,0	5,0968	29	42,8644
1,40	0,099898	3,2	0,52192	10,5	5,6193	30	45,8716

Für die Geschw. des freien Falls aus grossen Höhen, Fig. 307, erhält man unter Berücksichtigung des Newton'schen Gravitations-Gesetzes:

Fig. 307.



$v = \sqrt{\frac{2\,g\,r^2\,x}{a\,(a-x)}}$; r Erdhalbmesser; a Entfernung des Körpers oder materiellen Punktes vom Erdmittelpunkte am Anfang der mit der Geschw. $= 0$ beginnenden Bewegung. v Geschw. im Augenblicke, wo die Wegestrecke x zurück gelegt ist.

Die Endgeschw. v_1 an der Erdoberfläche ist: $v_1 = \sqrt{\frac{2\,g\,r\,(a-r)}{a}}$

β Freier Fall mit Berücksichtigung des Luftwiderstandes.

Der Luftwiderstand W kann proportional dem Quadrat der Geschw. des fallenden Körpers angenommen werden. $W = A\,v^2$.

Die durch die Erfahrung fest zu stellende Geschw. k, mit welcher ein Körper der Masse m sich bewegen müsste, damit W = dem Körper-Gewicht werde, entspricht der Gleichg.: $m\,g = A\,k^2$. Daraus: $W = m\,g\,\frac{v^2}{k^2}$

Aus der Grundgleichg.: $\frac{dv}{dt} = \frac{m\,g - W}{m} = g\left(1 - \frac{v^2}{k^2}\right)$ ergiebt sich dann:

Fallhöhe $h = \frac{k^2}{2\,g}\,log\,n\left(\frac{k^2}{k^2 - v_1{}^2}\right)$; Endgeschwindigkeit $v_1 = k\sqrt{1 - e^{-\frac{2\,g\,h}{k^2}}}$

Die Anfangs-Geschw. ist hierbei $= 0$ angenommen.

Die Steighöhe h eines mit der Anfangs-Geschw. c vertikal nach oben geworfenen Körpers ist: $h = \frac{k^2}{2\,g}\,log\,n\left(1 + \frac{c^2}{k^2}\right)$.

Die Geschw. u, mit der ein mit der Anfangs-Geschw. c vertikal nach oben geworfener Körper unten am Anfangspunkte seiner Bewegung wieder ankommt, ist: $u = \frac{c}{\sqrt{1 + \frac{c^2}{k^2}}}$. Die der Fallhöhe h entsprechende Falldauer ist:

$$t = \frac{k}{g}\,log\,n\left\{e^{\frac{g\,h}{k^2}} + \sqrt{e^{\frac{2\,g\,h}{k^2}} - 1}\right\}$$

Die der Steighöhe h entsprechende Steigdauer: $t = \frac{k}{g}\,\text{arc tang}\,\frac{c}{k}$.

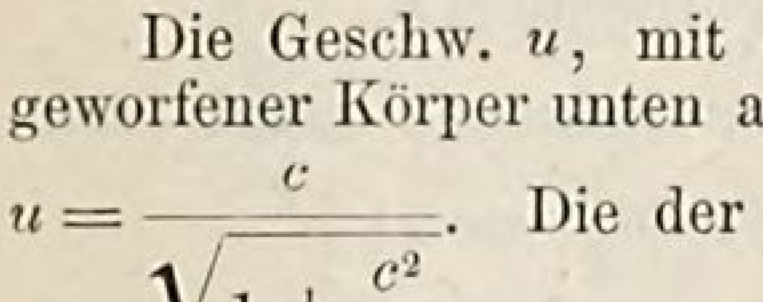
Die Geschw. k kann man annähernd aus der Erfahrungs-Formel für die Grösse des Luftwiderstandes $W = \xi\,\gamma\,\frac{F\,v^2}{2\,g}$ berechnen, wenn man v mit k und W mit Q, dem Gewicht des fallenden Körpers, vertauscht.

F die rechtwinklig zur Bewegungsrichtung genommene grösste Querschnitts-Fläche des Körpers; γ das Gewicht der Kubikeinheit Luft. Der Koeffiz. ξ ist für kugelförmige Körper etwa 0,5.

γ. Wurfbewegung im luftleeren Raume.

Ein von A aus, Fig. 308, unter dem Winkel α gegen den Horizont mit der Anfangs-Geschw. u aufwärts geworfener materieller Punkt m beschreibt eine Parabel, deren Axe senkrecht steht.

Fig. 308.



Die Geschw. v im Punkte D, wohin der materielle Punkt von A aus nach t Sekunden gelangt sei, erhält man aus: $v_x = u\cos\alpha$; $v_y = u\sin\alpha - g\,t$;

$$v = \sqrt{v^2_x + v^2_y} = \sqrt{u^2 - 2\,g\,y}.$$

Die Koordin. von D sind: $x = u\cos\alpha\,t$; $y = u\sin\alpha\,t - \frac{g\,t^2}{2}$.

Für den Kulminations-Punkt C ist:

$$v_x = c = u\cos\alpha;\; v_y = 0;\text{ also } t_c = \frac{u\sin\alpha}{g}.$$

Hieraus folgt die Steighöhe $h = \frac{u^2 \sin^2\alpha}{2g}$; die halbe Wurfweite $AE = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{2g}$, also die ganze Wurfweite $AB = L = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$.

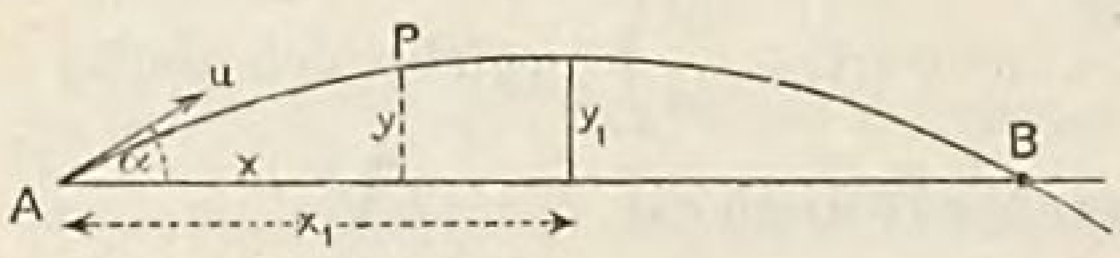
Dieselbe wird bei gleichen Anfangs-Geschw. u ein Maximum für $\alpha = 45^0$. Die Scheitelgleichung der parabolischen Bahn ist: $x_1 = 2\frac{u^2 \cos^2\alpha}{g} \cdot y_1 = 2\frac{c^2}{g} y_1$.

Erreicht der materielle Punkt entweder den Punkt B nicht, oder setzt derselbe seine Bewegung über B hinaus fort, so lässt sich mit Hilfe letzterer Gleichg. jeder beliebige Punkt der Flugbahn leicht bestimmen.

δ. Wurfbewegung mit Berücksichtigung des Luftwiderstandes.

Behält man die Bezeichnungen unter (β) bei und setzt: $W = A v^2 = (m a) v^2$, so ist $a = \frac{g}{k^2}$. Dann ergiebt sich für einen sehr kleinen Winkel α, welcher gestattet, dass man für den Bogen AP, Fig. 309, seine Horizontal-Projektion in Anrechnung bringen kann: $t = \frac{e^{ax} - 1}{au \cos\alpha}$ *);

Fig. 309.



$$x = \frac{1}{a} \operatorname{logn} (1 + au \cos \alpha t)$$

$$y = x \left\{ \operatorname{tang} \alpha + \frac{g}{2au^2 \cos^2\alpha} \right\} + \frac{g}{4a^2u^2 \cos^2\alpha} \left(1 - e^{2ax}\right)$$

$$\sin 2\alpha = \frac{g}{2a^2u^2} \left\{ \frac{e^{2aL} - 2aL - 1}{L} \right\}; \; L = \text{Wurfweite } AB.$$

Für die Lage des Kulminations-Punktes der Bahnlinie erhält man, wenn $\frac{k^2}{2g} = H$, also $H = \frac{1}{2a}$ gesetzt wird: $x_1 = H \operatorname{logn} \left\{ 1 + \frac{u^2}{k^2} \sin 2\alpha \right\}$

$$y_1 = x_1 \left\{ \operatorname{tang} \alpha + \frac{g}{2au^2 \cos^2\alpha} \right\} + \frac{g}{4a^2u^2 \cos^2\alpha} \left(1 - e^{2ax_1}\right)$$

x_1 ist stets grösser als $\frac{L}{2}$.

Die ganze Dauer T des Wurfs von A nach B ist: $T = \frac{k^2}{g} \left(\frac{e^{\frac{gL}{k^2}} - 1}{u \cos\alpha} \right)$.

ε. Bewegung auf schiefer Ebene.

Bewegt sich ein Körper vom Gewichte mg, Fig. 310, unter alleiniger Wirkung der Schwerkraft auf einer gegen den Horizont um den Winkel α geneigten Ebene abwärts, so führt er eine gleichf. beschleunigte Bewegung aus, wenn vorausgesetzt wird, dass der Reibungswiderstand von der Geschw. unabhängig ist.

Fig. 310.

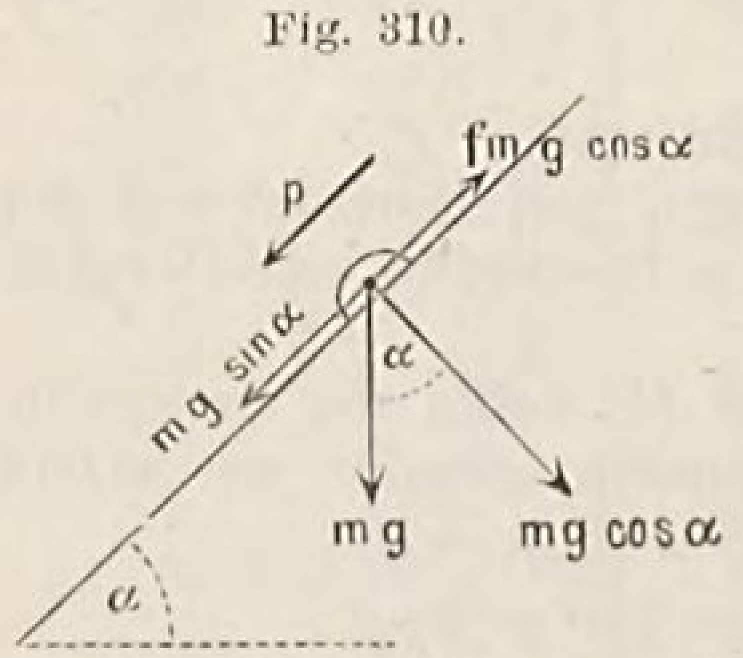
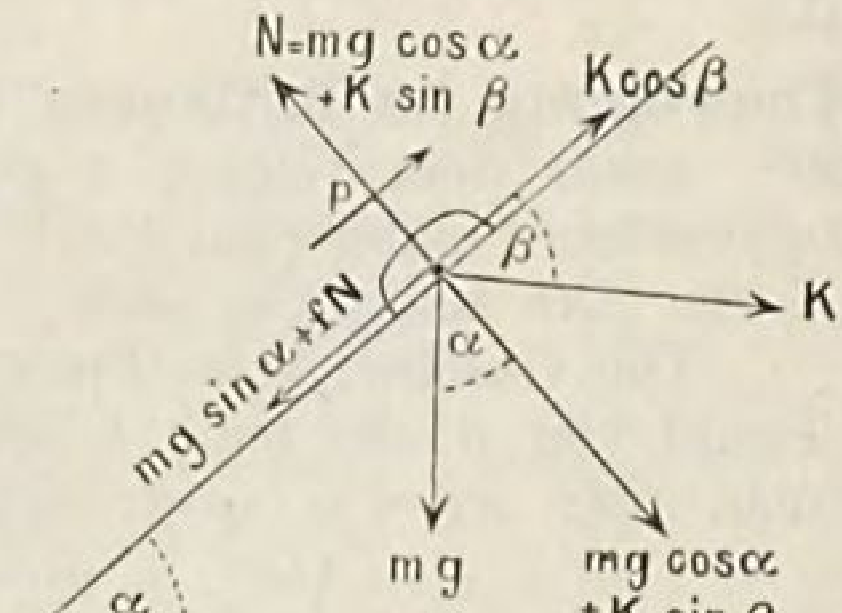


Fig. 311.



Die Beschleunigung dieser Bewegung ist:

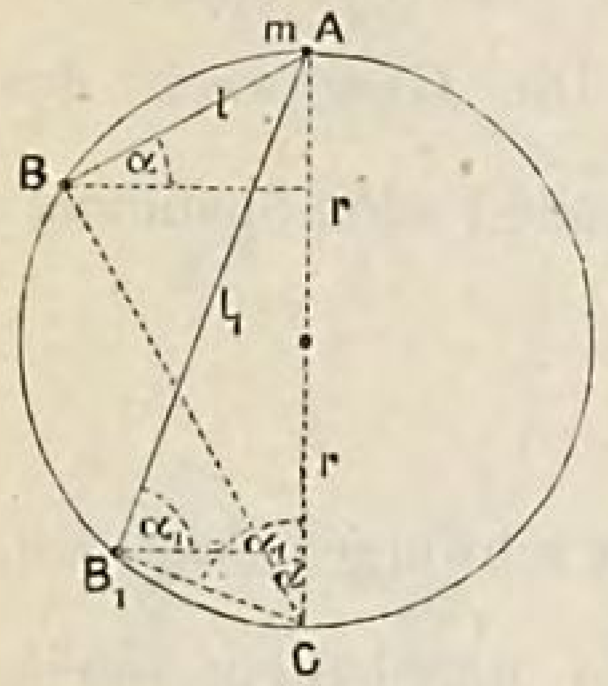
$$p = g (\sin\alpha - f \cos\alpha)$$

Bewegt sich derselbe Körper vom Gew. mg, Fig. 311, unter der Einwirkung der Kraft K auf der geneigten Ebene bergan, so ist die Beschleunigung der Bewegung: $p = \frac{K}{m} (\cos\beta - f \sin\beta) - g (\sin\alpha + f \cos\alpha)$.

*) $e = 2{,}7182818$.

Die Zeit t, welche der materielle Punkt m, Fig. 312 gebraucht, um unter alleiniger Wirkung der Schwerkraft die gegen den Horizont um den Winkel α geneigte Gerade $AB = l$ zu durchlaufen, ist:

Fig. 312.



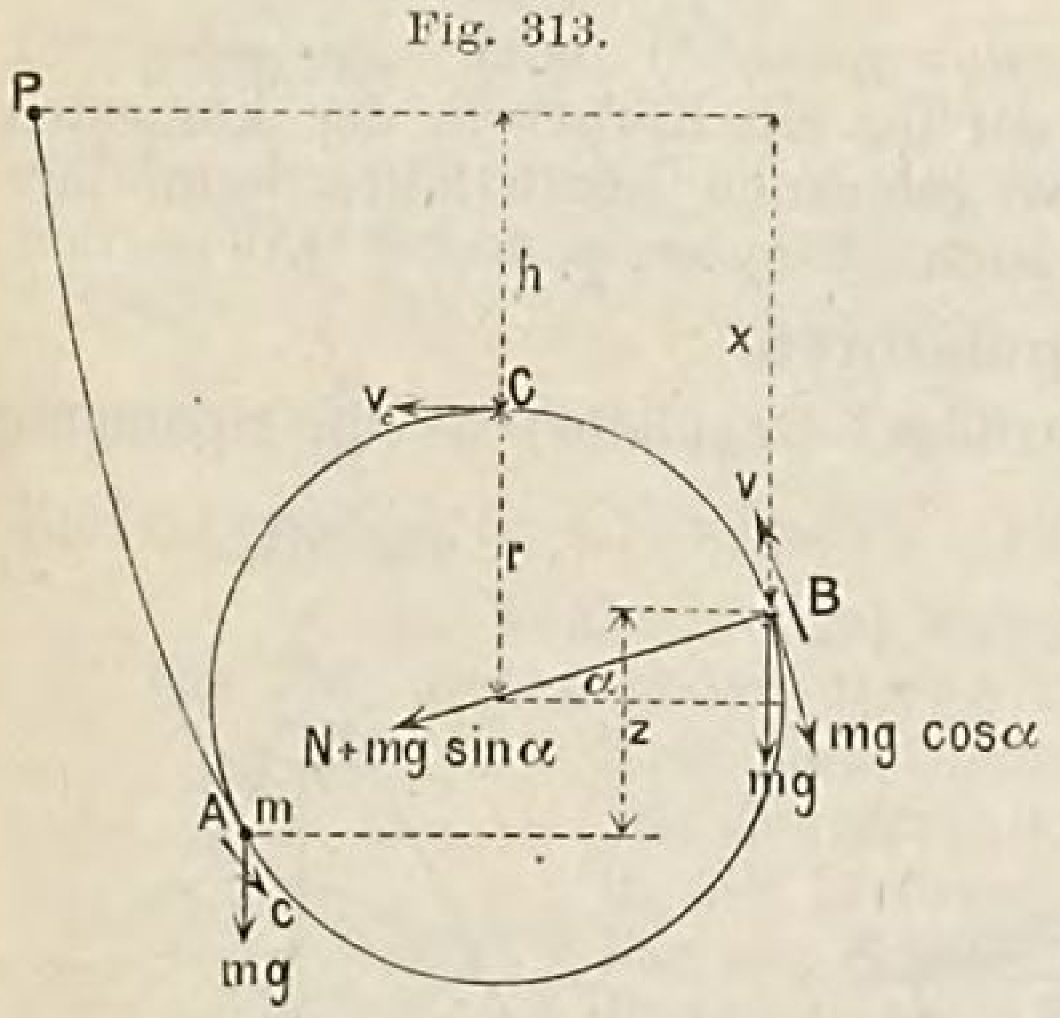
$$t = \sqrt{\frac{2}{g}\frac{l}{\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{4r}{g}}.$$

Ebenso ergiebt sich für die Bewegungs-Dauer des Punktes m auf AB_1:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2}{g}\frac{l_1}{\sin\alpha_1}} = \sqrt{\frac{4r}{g}}.$$

Es wird also jede, von A (oder C) aus in dem Kreise ABC gezogene Sehne von einem materiellen Punkte m, dessen Anfangsgeschw. 0 war, in derselben Zeit (t) durchlaufen.

Fig. 313.



ζ. Prinzip der Zentrifugalbahn.

Bewegt sich ein mater. Punkt m, Fig. 313, ohne Reibung, nur unter Wirkung der Schwere, in einer Kreislinie, die in vertikaler Ebene liegt, von A nach B, so folgt aus:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mc^2}{2} = mgz \text{ seine Geschw. in } B:$$

$$v = \sqrt{c^2 - 2gz}.$$

Wird die Geschw. c im Punkte A dadurch hervor gerufen, dass m, von P herab laufend, bei A in die Kreisbahn hinein geleitet wird, so ist auch: $v = \sqrt{2gx}$ oder:

$$v^2 = 2gx = 2g[h + r(1 - \sin\alpha)].$$

Der Normaldruck N der Bahn im Punkte B ist:

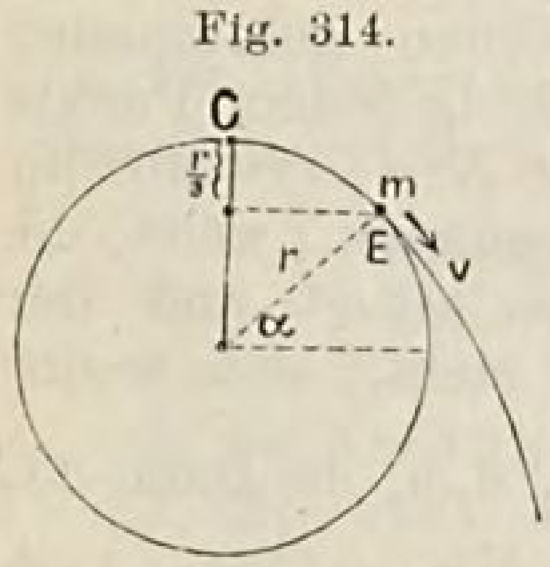
$$N = \frac{mv^2}{r} - mg\sin\alpha = 2mg\left(\frac{h}{r} + 1 - \frac{3}{2}\sin\alpha\right).$$

Für $\alpha = 90^0$ erhält man den Normaldruck der Bahn in deren Kulminationspunkte C: $N_c = 2mg\left(\frac{h}{r} - \frac{1}{2}\right)$.

Für $\frac{h}{r} = \frac{1}{2}$ wird $N_c = 0$ und für $\frac{h}{r} < \frac{1}{2}$ negativ, d. h.: Soll der materielle Punkt m im Stande sein, den Kulminationspunkt C der Kreisbahn auch ohne innere Führung zu durchlaufen, so muss $h > \frac{r}{2}$ sein. Die Geschw. v an dieser Stelle ist: $v_c = \sqrt{2gh}$.

Aus $N = 2mg\left(\frac{h}{r} + 1 - \frac{3}{2}\sin\alpha\right)$ erhält man für $N = 0$:

Fig. 314.



$\sin\alpha = \frac{2}{3}\left(1 + \frac{h}{r}\right)$ und für $h = o$: $\sin\alpha = \frac{2}{3}$; D. h.: lässt man den materiellen Punkt m, Fig. 314, vom Kulminationspunkt C einer Kreisbahn an der äussern Seite desselben herab laufen, so wird er im Punkte E, welcher um $\frac{r}{3}$ unter C liegt, diese mit der Geschw. $v = \sqrt{2g\left(\frac{r}{3}\right)}$ verlassen und sich in parabolischer Bahnlinie weiter bewegen.

η. Mathematisches Kreispendel.

Der materielle Punkt schwinge an einem gewichtlosen Faden von der Länge l im Kreise, Fig. 315. Die Zeitdauer T einer Schwingung von A nach B ist:

$$T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left\{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{h}{2l}\right) + \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2\left(\frac{h}{2l}\right)^2 + \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2\left(\frac{h}{2l}\right)^3 + \ldots\right\}.$$

Für einen sehr kleinen Winkel α ist annähernd genau: $T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. D. h. die Dauer einer Schwingung ist vom Ausschlagwinkel $2\,\alpha$ unabhängig. Hieraus folgt die Länge eines Sekunden-Pendels: $l = \frac{g}{\pi^2} = 0{,}994\ m$. Die Geschw. v des Pendels im Punkte C ist: $v = \sqrt{2\,g\,h}$, folglich die dort stattfindende Faden-Spannung: $N = mg + \frac{mv^2}{l} = mg\left(1 + \frac{2\,h}{l}\right)$.

ϑ. Cykloiden-Pendel.

Wird der materielle Punkt gezwungen, in einer Cykloide zu schwingen, Fig. 316, so ist die Schwingungs-Dauer: $T = \pi\sqrt{\frac{L}{g}}$; $(L = 4\,r)$, also unabhängig von h. Aus diesem Grunde heisst die Cykloide „ταυτοχρόνη“*) oder „ἰσοχρόνη“**). Die Cycloide hat ferner die Eigenschaft, dass auf ihr ein Körper in der kürzesten Zeit von einem ihrer Punkte zu einem tiefer gelegenen herab fällt, wenn ihre Grundlinie horizontal liegt, und heisst deshalb auch „βραχυστοχρόνη“***).

ι. Zentrifugal-Regulatoren.

Beim konischen Pendel, Fig. 317, (Zentrifugal-Regulator) ist die Spannung im Pendelarm als der Bahndruck anzusehen.

Fig. 315.

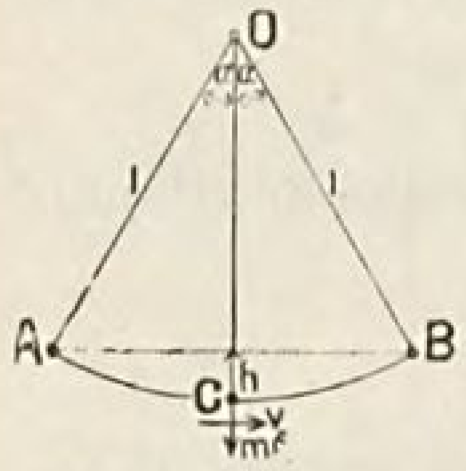


Fig. 316.

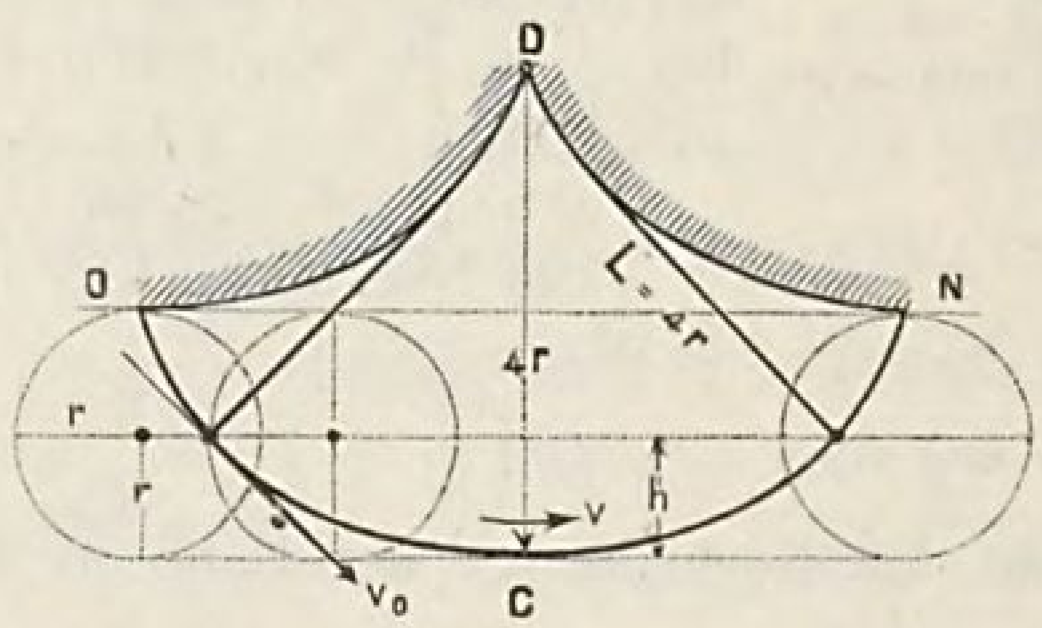
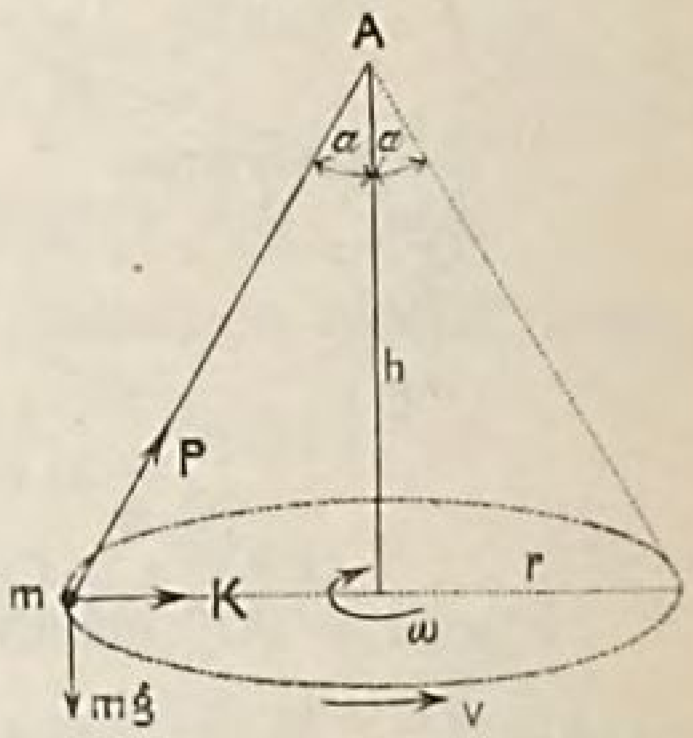
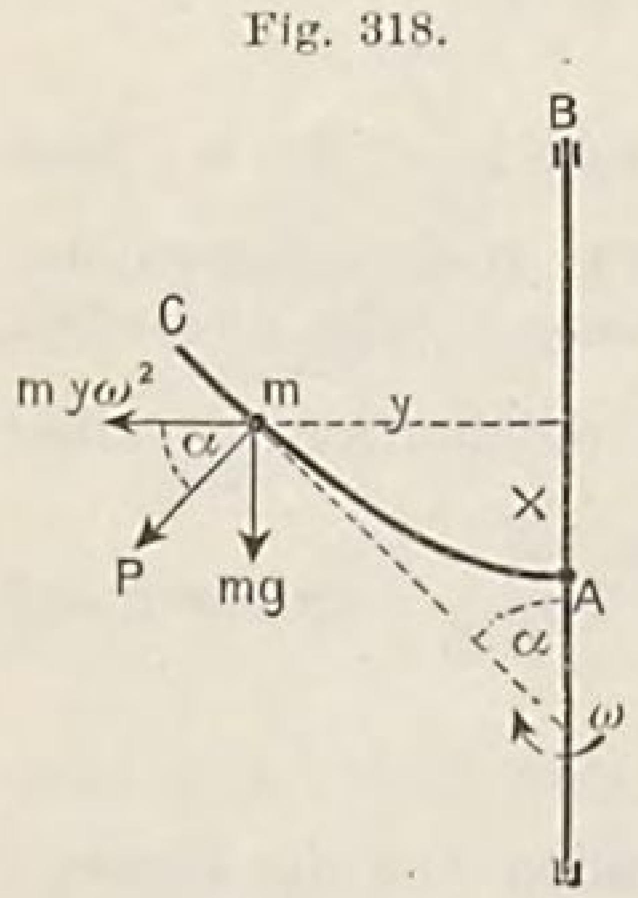


Fig. 317.



Bewegt sich das Gewicht m eines konischen Pendels mit gleichf. Geschw. $v = r\,\omega$ in der Peripherie eines horizontalen Kreises, so ist die Zentrifugalkraft $K = \frac{m\,v^2}{r} = m\,r\,\omega^2$; $\frac{K}{m\,g} = \frac{v^2}{r\,g} = \operatorname{tang}\alpha = \frac{r}{h}$; also $v = r\sqrt{\frac{g}{h}}$ und $\omega = \sqrt{\frac{g}{h}}$. Die Zeitdauer eines Umlaufs (in Sek.) ist: $t = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}}$. D. h. die Umlaufszeit ist, ebenso wie die Winkel-Geschw. ω, nur abhängig von der Höhe h des konischen Pendels.

Fig. 318.



Ist der materielle Punkt m, Fig. 318, auf einer mit der vertikalen Axe $A\,B$ fest verbundenen gekrümmten Bahn $A\,C$ verschiebbar, so wird er sich in jedem Punkte der Bahn $A\,C$, bei gleichf. Drehung der Axe $A\,B$ mit der Winkel-Geschw. ω, im Gleichgewicht befinden, wenn die Mittelkraft P aus der Zentrifugalkraft $m\,y\,\omega^2$ und der Schwerkraft $m\,g$ normal zur Bahnlinie steht, also wenn: $\operatorname{tang}\alpha = \frac{d\,y}{d\,x} = \frac{g}{y\,\omega^2}$, oder: $y^2 = 2\frac{g}{\omega^2}\,x$, d. h. die Bahn $A\,C$ eine Parabel bildet, deren Parameter $\frac{g}{\omega^2}$, deren Scheitel A und deren Axe die Rotations-Axe $A\,B$ ist (parabolischer Zentrifugal-Regulator).

*) Tautochrone. — **) Isochrone. — ***) Brachystochrone.

$\varkappa$. Schienen-Ueberhöhung in Eisenbahn-Kurven.

Bei Feststellung der Ueberhöhung h der äussern Schiene eines nach dem Halbmesser r gekrümmten Eisenbahngleises, Fig. 319, wird von der Bedingung ausgegangen, dass für eine bestimmte Fahr-Geschw. v die Resultirende der im Schwerpunkt S des Fahrzeugs angreifenden Zentrifugalkraft $\frac{Mv^2}{r}$ und der Schwerkraft Mg normal auf der durch die Schienenköpfe gelegten Ebene stehe. Ist s die Entfernung von Mitte zu Mitte der beiden Schienen, so muss sein:

Fig. 319.

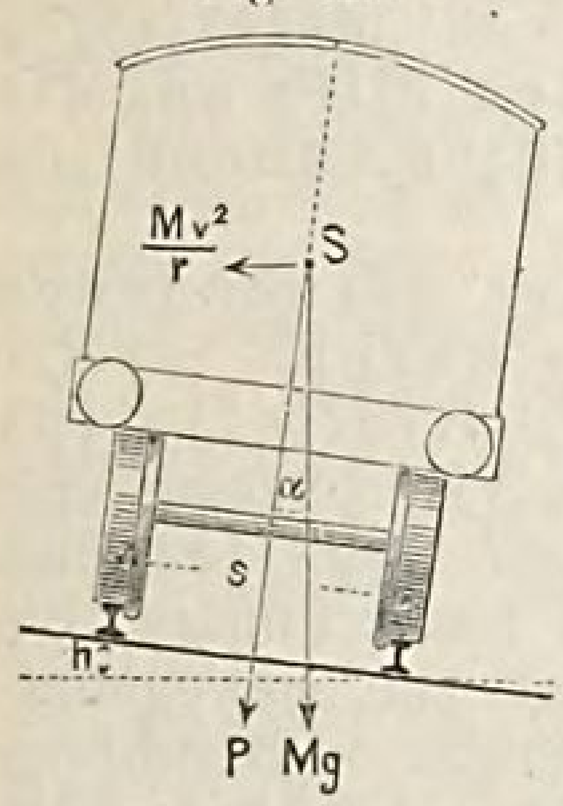
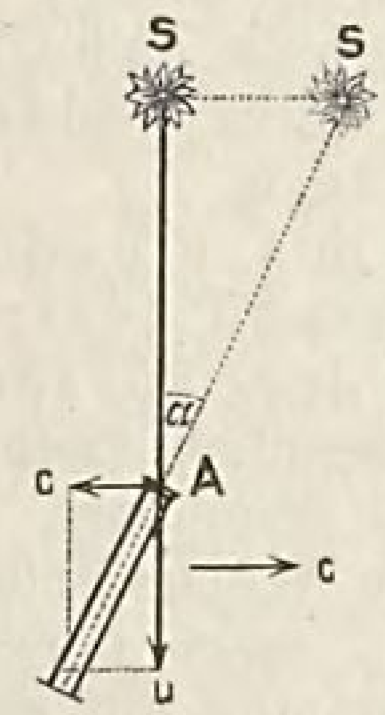


Fig. 320.



$$\text{tang}\,\alpha = \frac{h}{s} = \frac{v^2}{gr}, \text{ oder } h = \frac{v^2}{gr}s.$$

λ. Aberration des Lichts.

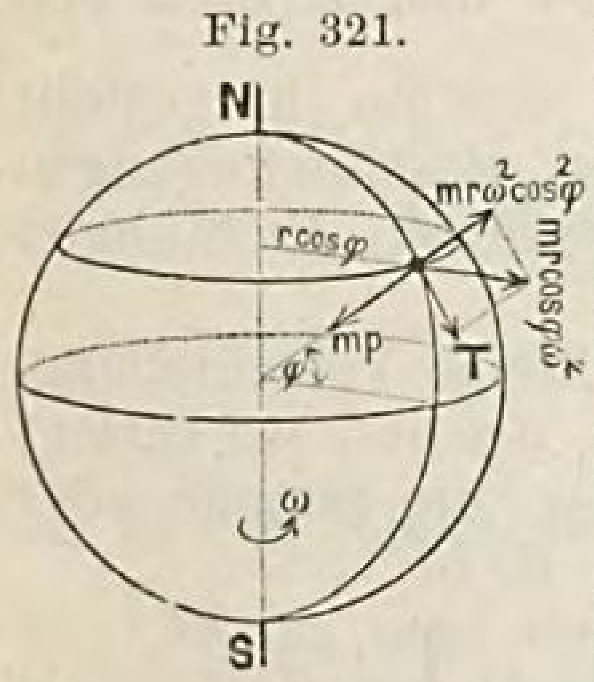
Mit Rücksicht auf die Gesetze der relativen Bewegung kann man die Richtung bestimmen, welche dem Fernrohr eines an der fortschreitenden Bewegung der Erde theilnehmenden Beobachters gegeben werden muss, damit dasselbe den von einem Fixstern S, Fig. 320, ausgehenden Lichtstrahl SA auffange. Es muss sein:

$\text{tang}\,\alpha = \frac{c}{u} = 0{,}0001$. u Geschw. des Lichts $= 41900$ Meilen per Sek.; v Erd-Umfangsgeschw. $= 4{,}113$ Meilen. Daraus der Aberrations-Winkel $\alpha = 20$ Sek.

μ. Wahres und scheinbares Gewicht der Körper.

Ein Ort, dessen geogr. Breite $= \varphi$ ist, durchläuft während der Drehung der Erde den Umfang eines Kreises vom Radius $r \cos \varphi$, Fig. 321. Die Zentrifugalkraft einer daselbst befindlichen Masse m wirkt in der Richtung des Drehungs-Halbmessers nach aussen und hat die Grösse $mr \cos \varphi\, \omega^2$, wenn ω die Winkel-Geschw. der Erdumdrehung ist. Das scheinbare Gewicht mg, oder diejenige Kraft, welche gewöhnlich das Gewicht des Körpers genannt wird, ist die Mittelkraft aus jener Zentrifugalkraft und dem wahren Gewichte mp.

Fig. 321.



Da die Grösse des scheinbaren Gewichts von der tangentialen Seitenkraft $T = mr\,\omega^2 \cos\varphi \sin\varphi$ unerheblich beeinflusst wird, so folgt:

$mg = mp - mr\,\omega^2 \cos^2 \varphi = mp - mr\omega^2 (1 - \sin^2 \varphi)$; oder: $g = g_0 + r\,\omega^2 \sin^2 \varphi$.

Hierbei bedeutet g_0 denjenigen Werth, welchen g annimmt, wenn $\varphi = 0$ gesetzt wird, also die Beschleunigung des freien Falls am Aequator, für welche durch direkte Beobachtungen (mittels des Pendels) $9{,}7806^{\text{m}}$ gefunden worden ist.

Betrachtet man die Erde als Kugel vom Halbmesser $r = 6370$ ($^{\text{km}}$), und setzt für ω seinen Werth $= \frac{2\pi}{86164{,}1 \text{ Sek.}} = 0{,}00007292$ *), so folgt:

$$g = 9{,}7806 + 0{,}03387 \sin^2 \varphi.$$

Die Erfahrung lehrt, dass mit Rücksicht auf die Sphäroid-Gestalt der Erde diese Gleichg. der Korrektion bedarf. In Wirklichkeit ist: $g = 9{,}7806 + 0{,}0506 \sin^2 \varphi$.

f. Gleichgewicht und Bewegung eines Systems materieller Punkte.

Bei der Untersuchung ist im allgemeinen zu beachten:

1. die fortschreitende Bewegung des Systems,
2. die Drehbewegung desselben und
3. die etwa gleichzeitig stattfindende Verschiebung der einzelnen materiellen Punkte gegen einander.

Bei der Betrachtung der Bewegung fester Körper braucht auf den Punkt 3 nicht Rücksicht genommen zu werden.

Sobald der feste Körper nur eine fortschreitende Bewegung inne hat, kann man ihn als einen einfachen materiellen Punkt behandeln.

*) Die Zeit einer Erd-Umdrehung ist $23^{\text{h}}\ 56'\ 4{,}1'' = 86164{,}1$ Sek.

α. Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten.

Ein System von materiellen Punkten befindet sich im Gleichgewicht, wenn an jedem einzelnen Punkte die Mittelkraft aller auf ihn wirkenden Kräfte = 0 ist. Daraus folgt unmittelbar der Satz:

Für den Gleichgew.-Zustand eines Systems von materiellen Punkten muss die Summe der mechanischen Arbeiten aller auf die einzelnen Punkte wirkenden Kräfte bei einer gedachten, unendlich kleinen Verschiebung des Systems = 0 sein.

Für das System von unveränderlich mit einander verbundenen Punkten, bezw. für den Gleichgew.-Zustand fester Körper ist die Arbeits-Summe der innern Kräfte und der äussern Kräfte je für sich = 0, voraus gesetzt, dass die gedachte unendlich kleine Verschiebung eine mögliche, d. h. mit den Bedingungen des Systems vereinbare, war. Dabei brauchen die Arbeiten derjenigen äussern Kräfte (wie die Widerstände fester Punkte, die Gegendrücke einer Bahnfläche, sobald dieselben stets normal zur Bewegungs-Richtung stehen und die Gegendrücke zweier beständig mit einander in Berührung stehenden Flächen) nicht mit in Rechnung gezogen zu werden, welche bei der gedachten Verschiebung des Systems entweder die Geschw. = 0 in der Richtung der Kraft besitzen, oder die, wie Druck und Gegendruck, paarweise auftreten, so dass die Summe ihrer Arbeit stets = 0 ist.

β. d'Alembert's Prinzip und Gesetz der Bewegung des Schwerpunkts.

Befindet sich ein System materieller Punkte unter Einwirkung irgend welcher Kräfte in beliebiger Bewegung und sind in irgend einem Augenblicke die Beschleunigungen eines Punktes m des Systems nach den 3 Koordin.-Axen-Richtungen $\frac{d^2x}{dt^2}$; $\frac{d^2y}{dt^2}$; $\frac{d^2z}{dt^2}$, während auf diesen Punkt die Kräfte X, Y und Z nach den 3 genannten Richtungen wirken, so wird Gleichgewicht im System hergestellt werden, wenn man überall zu den vorhandenen Kräften die den betr. Beschleunigungen entsprechenden Kräfte in den den Beschleunigungen entgegen gesetzten Richtungen hinzu fügt.

Ertheilt man alsdann dem ganzen System eine unendlich kleine Verschiebung, die auf Punkt m bezogen nach den 3 Koordin.-Axen in dx, dy und dz zerlegt werden kann, so wird nach dem Prinzip der virtuellen Geschw. die Summe aller nunmehr verrichteten mechanischen Arbeiten = 0 sein müssen; d. h.:

$$\Sigma\left[\left(X - m\frac{d^2x}{dt^2}\right)dx + \left(Y - m\frac{d^2y}{dt^2}\right)dy + \left(Z - m\frac{d^2z}{dt^2}\right)dz\right] = 0. \qquad (1)$$

Setzt man hierin der Reihe nach dy und $dz = 0$; dx und $dz = 0$ und dy und $dz = 0$, so dass jedesmal der Körper eine Verschiebung nur in der Richtung einer der Koordin.-Axen erfährt, so wird:

$$\Sigma(X) = \Sigma\left(m\frac{d^2x}{dt^2}\right); \Sigma(Y) = \Sigma\left(m\frac{d^2y}{dt^2}\right) \text{ und } \Sigma(Z) = \Sigma\left(m\frac{d^2z}{dt^2}\right). \qquad (2)$$

Sind x_0, y_0 und z_0 die Schwerpunkts-Koordin. des Körpers in dem betrachteten Augenblicke, so ist, wenn $\Sigma(m) = M$:

$$Mx_0 = \Sigma(mx);\ My_0 = \Sigma(my);\ Mz_0 = \Sigma(mz). \qquad (3)$$

Durch zweimalige Differentiation nach der Zeit und Umformung mit Hilfe der Gleichg. (2) entsteht: $\frac{d^2x_0}{dt^2} = \frac{\Sigma(X)}{M}$; $\frac{d^2y_0}{dt^2} = \frac{\Sigma(Y)}{M}$; $\frac{d^2z_0}{dt^2} = \frac{\Sigma(z)}{M}$

D. h. die Bewegung des Schwerpunkts eines Körpers findet so statt, als ob derselbe ein materieller Punkt der Masse $M = \Sigma(m)$ des Körpers wäre und sämmtliche auf den Körper wirkende Kräfte in ihm ihren Angriffspunkt hätten.

Erfolgt die Bewegung des Systems ausschliesslich unter der Wwirkung von innern Kräften, so ist $\Sigma(X) = 0$; $\Sigma(Y) = 0$; $\Sigma(Z) = 0$, und daraus folgt:

$$\frac{dx_0}{dt} = \text{Konst.};\ \frac{dy_0}{dt} = \text{Konst.};\ \frac{dz_0}{dt} = \text{Konst.}$$

D. h. der Schwerpunkt bewegt sich gleichförmig.

Hieraus wieder folgt z. B., dass beim Stosse zweier oder mehrerer Körper gegen einander die Bewegung ihres gemeinschaftlichen Schwerpunkts nicht verändert wird, weil die Drücke, welche die Körper an den Berührungsstellen auf einander gegenseitig übertragen, in Bezug auf das ganze, aus diesen Körpern gebildete System, als innere Kräfte zu betrachten sind.

Der Schwerpunkt einer Bombe, z. B. die an irgend einer Stelle ihrer parabolischen Flugbahn explodirt, wird seine parabolische Bewegung ungeändert fortsetzen, so lange, bis ein Stück der Bombe auf ein Hinderniss stösst, d. h. bis wieder eine äussere Kraft auf das System zur Wirkung kommt.

Die totale lebendige Kraft des Systems setzt sich im allgem. zusammen aus der lebendigen Kraft, welche der Schwerp.-Bewegung entspricht, und der lebendigen Kraft, welche der relativen Bewegung der einzelnen materiellen Punkte in Bezug auf den Schwerp. entspricht. Bei einem System von unveränderlich mit einander verbundenen Punkten ist die relative Bewegung der einzelnen Punkte in Bezug auf den Schwerpunkt = 0.

γ. Drehung des Systems um eine feste Axe.

Geht die Winkel-Geschw. ω_1 eines um die Axe O rotirenden Körpers, Fig. 322, nach Verlauf der Zeit t in die Winkel-Geschw. ω_2 über, so wird dabei von den auf den Körper wirkenden Kräften eine mechanische Arbeit:

$$A = \Sigma\left(\frac{m v_2^2}{2}\right) - \Sigma\left(\frac{m v_1^2}{2}\right) = \frac{\omega_2^2}{2}\,\Sigma(m\rho^2) - \frac{\omega_1^2}{2}\,\Sigma(m\rho^2) = J\left(\frac{\omega_2^2}{2} - \frac{\omega_1^2}{2}\right)$$

Fig. 322.

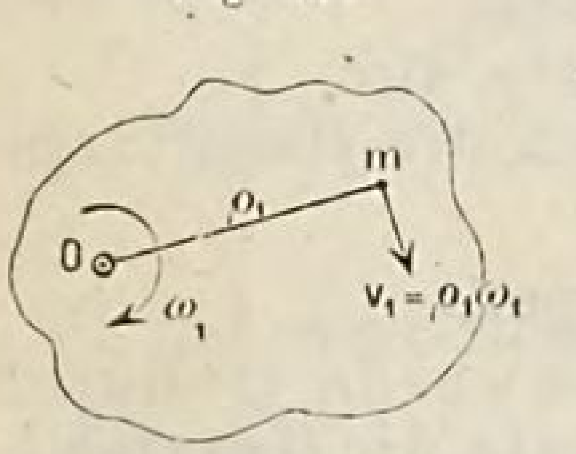
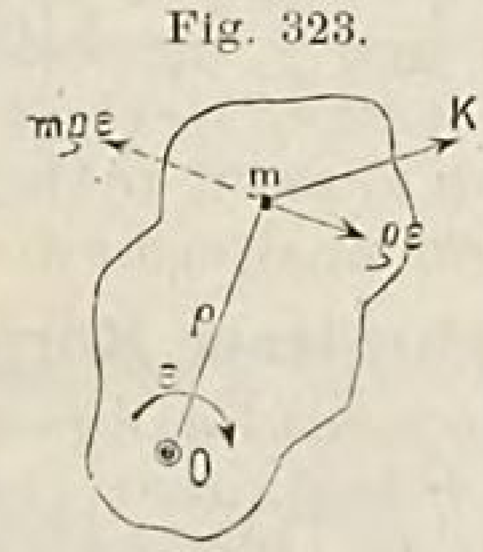


Fig. 323.



verrichtet. $J = \Sigma(m\rho^2)$ ist das Trägheitsmoment des Körpers in Bezug auf die Drehaxe.

Ist ferner ε die augenbl. Winkel-Beschleunigung des um O rotirenden Körpers, Fig. 323, und $\mathfrak{M}$ das stat. Moment der auf einen belieb. Punkt m des Körpers wirkenden Mittelkraft K, so ist:

$$\Sigma(\mathfrak{M}) = \varepsilon\Sigma(m\rho^2),$$

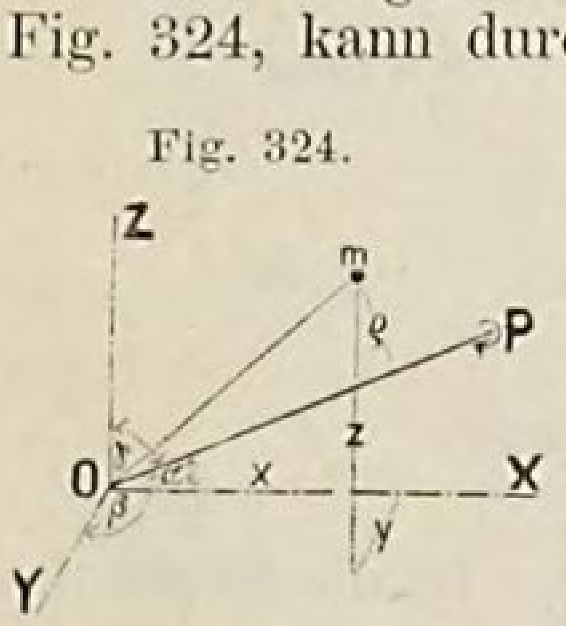
d. h. die Winkel-Beschleunigung: $\varepsilon = \dfrac{\mathfrak{M}}{J} = \dfrac{\text{Kraftmoment}}{\text{Trägheitsmoment}}.$

Wenn man den Werth für das Trägheitsmoment $J = Mr^2$ setzt, so nennt man M die auf den Radius r reduzirte Masse. Derjenige Werth von r, für welchen die reduzirte Masse gleiche Grösse mit der wirklichen Masse des Körpers hat, wird der Trägheits-Radius genannt.

δ. Allgemeine Eigenschaften der Trägheitsmomente.

Das Trägheitsmom. J eines beliebigen Körpers bezogen auf die Axe OX, Fig. 324, kann durch die Gleichg.:

Fig. 324.



$$J = A\cos^2\alpha + B\cos^2\beta + C\cos^2\gamma - 2D\cos\alpha\cos\beta - 2E\cos\alpha\cos\varphi - 2F\cos\beta\cos\gamma$$

ausgedrückt werden. Darin bedeuten:

α, β, γ bezw. die Winkel der OP mit den 3 Koordin.-Axen;

$A = \Sigma[m(y^2 + z^2)]$ = Trägheitsmom. in Bezug auf die X-Axe.

$B = \Sigma[m(x^2 + z^2)]$ = " " " " " Y "

$C = \Sigma[m(x^2 + y^2)]$ = " " " " " Z "

$D = \Sigma(mxy)$; $E = \Sigma(mxz)$; $F = \Sigma(myz)$.

Um das Gesetz zu finden, nach welchem sich J mit der Aenderung der Lage von OP ändert, trage man auf jede Lage der OP die Grösse $L = \dfrac{1}{\sqrt{J}}$ ab; dann liegen sämmtliche Endpunkte P in der Fläche eines Ellipsoids, welches das Ellipsoid der Trägheitsmomente genannt wird.

Sind X, Y, Z die Koordin. des Punktes P, so ist die Gleich. dieses Ellipsoids: $AX^2 + BY^2 + CZ^2 - 2DXY - 2EXY - 2FYZ = 1$. Wählt man die 3 Axen des Ellipsoids als Koordin.-Axen, so geht die letzte Gleich. über in:

$$AX^2 + BY^2 + CZ^2 = 1.$$

Diese Axen nennt man die 3 Hauptaxen für den Punkt O und die Grössen A, B, C die drei Haupt-Trägheitsmomente.

Es giebt demnach für jeden beliebigen Punkt O drei einander rechtwinklig in diesem Punkte schneidende Axen, für welche als Koordin.-Axen die Grössen D, E und F je für sich $= 0$ sind.

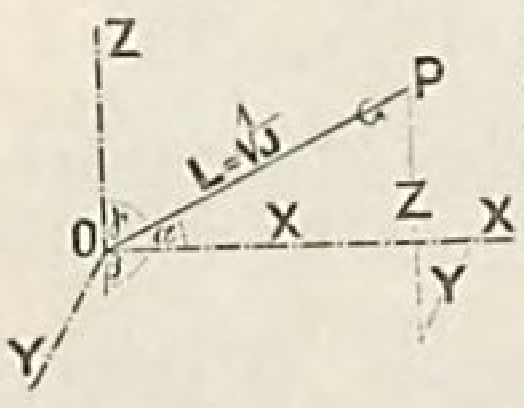
Kennt man die Lage der 3 Hauptaxen und berechnet für sie die Grössen der 3 Haupt-Trägheitsmom. A, B und C, so folgt: $J = A \cos^2\alpha + B \cos^2\beta + C \cos^2\gamma$ Wählt man für den Punkt O den Schwerpunkt des Körpers, so nennt man das entstehende Ellipsoid der Trägheitsmom. das Zentral-Ellipsoid.

Ist J_s das Trägheitsmom. in Bezug auf eine der Schwerpunkts-Axen eines Körpers von der Masse M und J_0 das Trägheitsmom. desselben Körpers in Bezug auf eine zu dieser Schwerpunkts-Axe parallele Axe, ferner l der senkrechte Abstand beider Axen, so folgt: $J_0 = J_s + Ml^2$.

Nach dieser Gleich. kann man, sobald das Zentral-Ellipsoid gegeben ist, für jede beliebige Axe im Raume das Trägheitsmom. bestimmen, weil das Trägheitsmom. für jede Schwerp.-Axe durch den in diese Axenrichtung fallenden Radiusvektor der Zentral-Ellipsoid-Fläche gegeben ist.

Der grössten Hauptaxe entspricht das kleinste der drei Haupt-Trägheitsmom., welches zugleich das kleinste von allen möglichen Trägheitsmom. ist.

Fig. 325.



Um für irgend einen Körper die 3 Hauptaxen zu finden, nimmt man zunächst eine belieb. Lage der OP, Fig. 325 an und ermittelt dann [s. Gl. (1)] aus den Gleich.: $2D \cos\alpha \cos\beta = 0$; $2E \cos\alpha \cos\gamma = 0$; $2F \cos\beta \cos\gamma = 0$ diejenigen Werthe von α, β und γ, für welche:

$$J = A \cos^2\alpha + B \cos^2\beta + C \cos^2\gamma \text{ wird.}$$

Bei symmetrischen Körpern fallen die Hauptaxen mit den Symmetrie-Axen zusammen.

ε. Trägheitsmomente verschiedener Körper.

Die Axe, auf welche das Trägheitsmoment bezogen wurde, ist durch den Index am Fuss des J angedeutet. M bedeutet stets die Gesammtmasse des betrachteten Körpers. Ist γ die Dichtigkeit eines vollkommen homogenen Körpers, so ist allgemein: $J = \Sigma(m\rho^2) = \gamma \int dx\, dy\, dz\, \rho^2$.

1. **Materielle Kreislinie**, Fig. 326; $J_0 = Mr^2$.

Fig. 326.

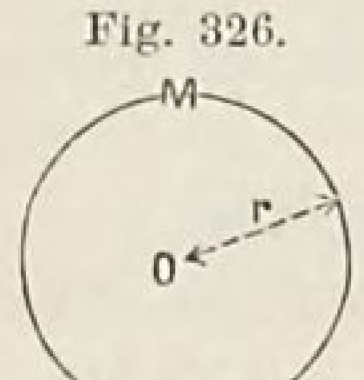


Fig. 327.

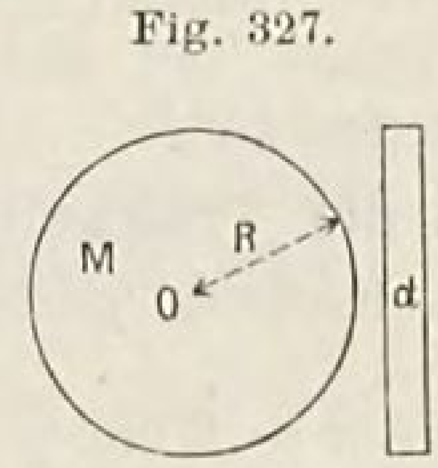


Fig. 328.

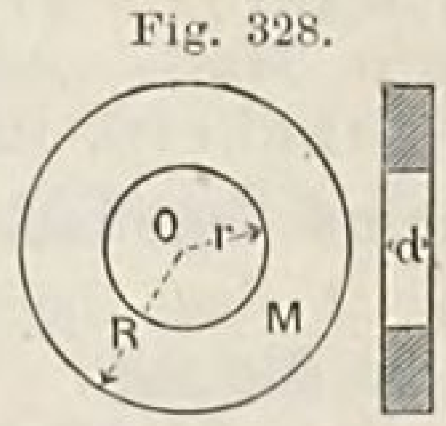
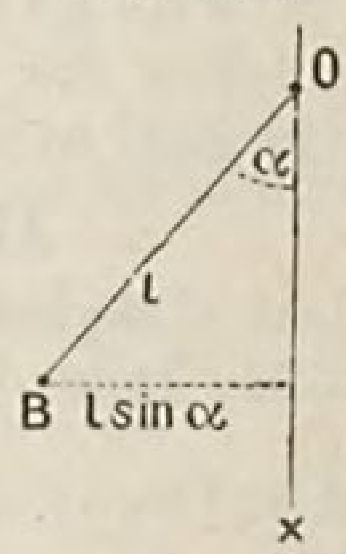


Fig. 329.



2. **Kreisscheibe**, Fig. 327, $J_0 = \gamma d \frac{\pi}{2} R^4 = \frac{M}{2} R^2$.

$\frac{M}{2}$ ist die auf den Umfang der Scheibe reduzirte Masse.

3. **Ring**, Fig. 328, $J_0 = \gamma d \frac{\pi}{2}(R^4 - r^4) = M\left[\frac{R^2 + r^2}{2}\right]$. Ist die Breite des Ringes $(R - r)$ im Vergleich zu R sehr klein (z. B. bei Schwungrädern), so ist annähernd $J_0 = M\left(\frac{R + r}{2}\right)^2$.

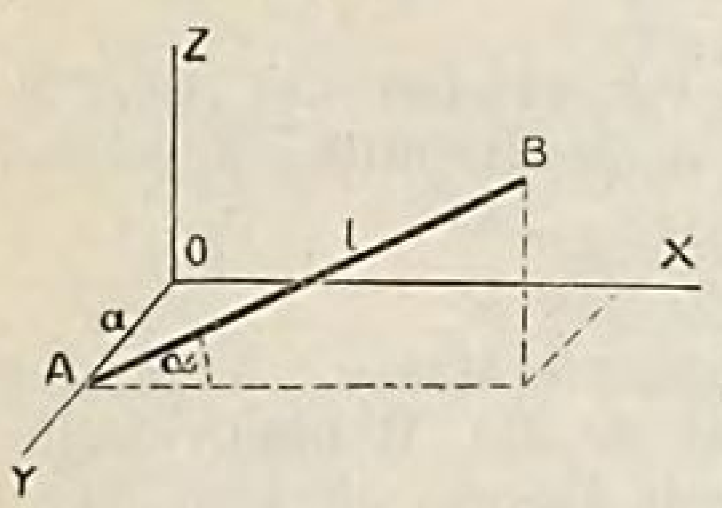
4. **Materielle gerade Linie**, die mit der Drehaxe OX den Winkel α einschliesst, Fig. 329; γ Masse pro Längeneinheit. $J_{0x} = \frac{1}{3}\gamma l^3 \sin^2\alpha = \frac{1}{3} M(l \sin\alpha)^2$.

Für $\alpha = 0$ wird: $J_0 = \frac{1}{3}\gamma l^3 = \frac{1}{3} Ml^2$. Die auf den Endpunkt B reduzirte

Masse ist in beiden Fällen $= \frac{M}{3}$. Schliesst die Linie mit der XY-Ebene den Winkel α ein, rotirt dabei um die Axe OX und ist der XZ-Ebene parallel, Fig. 330, so ist:

$$J_{0x} = M\left(a^2 + \frac{1}{3}\, l^2 \sin^2 \alpha\right).$$

Fig, 330.



5. **Zwei um 90° gegen einander geneigte Linien** von gleicher Länge und gleicher Masse M, Fig. 331:

$$J_x = \frac{1}{3}\, M\, l^2.$$

6. **Kreuz mit 4 gleich langen Armen**, von denen jeder die Masse M hat, bei beliebiger Lage gegen die Drehaxe XX, Fig. 332: $J_x = \frac{2}{3}\, M l^2$.

7. **Rechteckige Platte von sehr geringer Dicke**, Fig. 333: $J_x = \frac{1}{3}\, M h^2$.

Fig. 331.

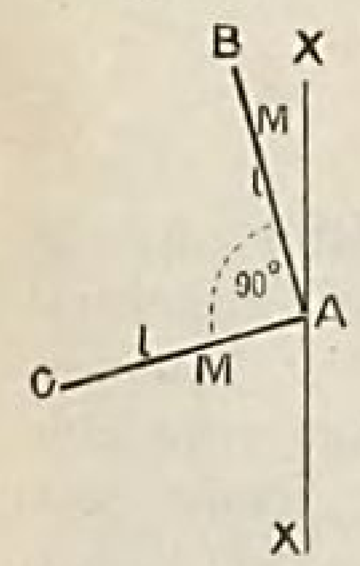


Fig. 332.

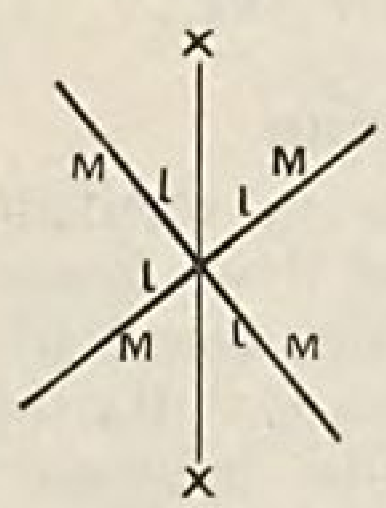


Fig. 333.

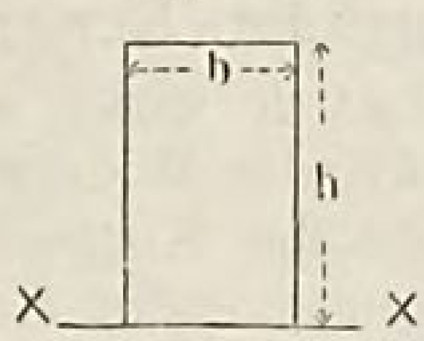


Fig. 334.

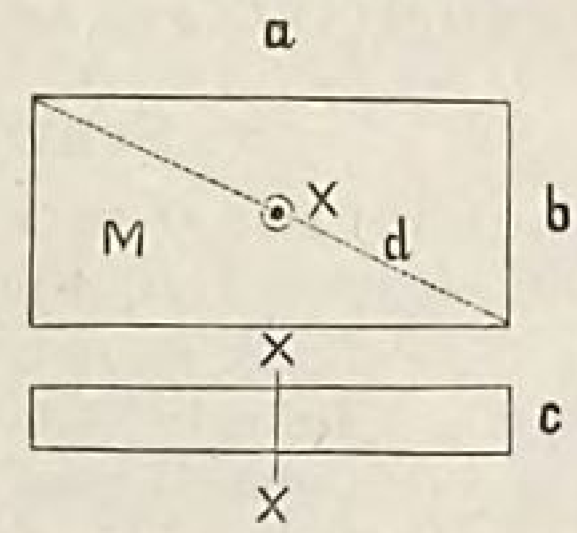
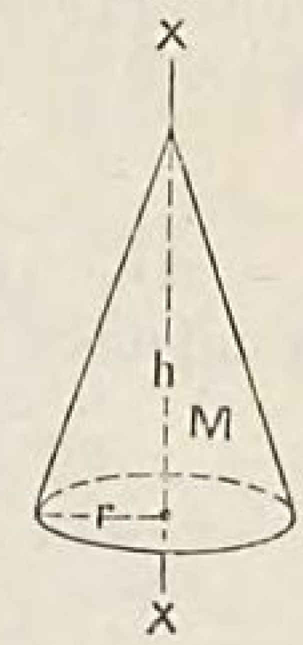


Fig. 335.



Desgl. mit Seitenlängen a und b und Dicke c, Fig. 334: $J_x = \frac{1}{12}\, M(a^2 + b^2)$.

8. **Gerader Kegel**, Fig. 335: $J_x = \frac{3}{10}\, M r^2$.

9. **Rotations-Paraboloid**, Fig. 336: $J_x = \frac{1}{3}\, M r^2$.

10. **Ellipsoid**, Fig. 337:

$$J_z = \frac{1}{5}\, M(a^2 + b^2);\quad J_y = \frac{1}{5}\, M(a^2 + c^2);\quad J_x = \frac{1}{5}\, M(b^2 + c^2).$$

Fig. 336.

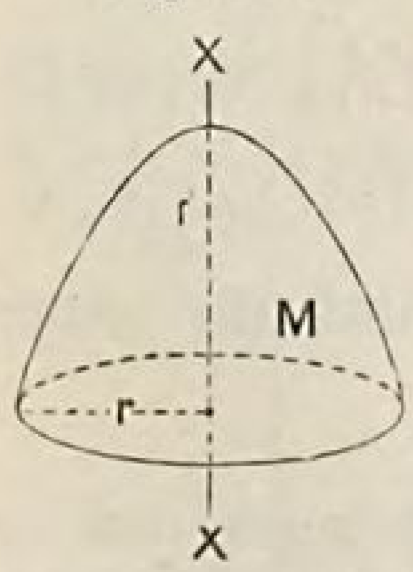


Fig. 337.

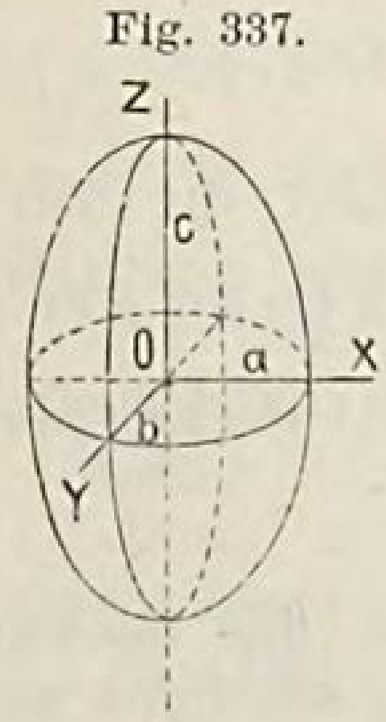


Fig. 338.

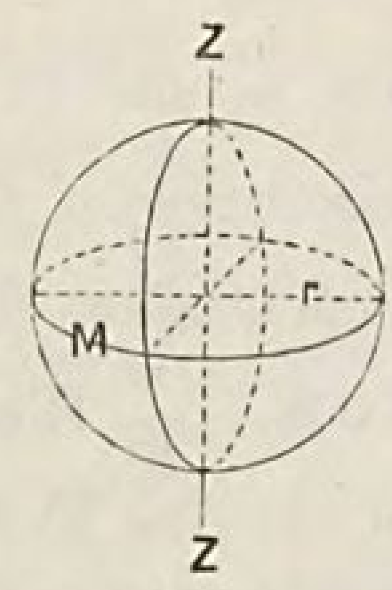


Fig. 339.

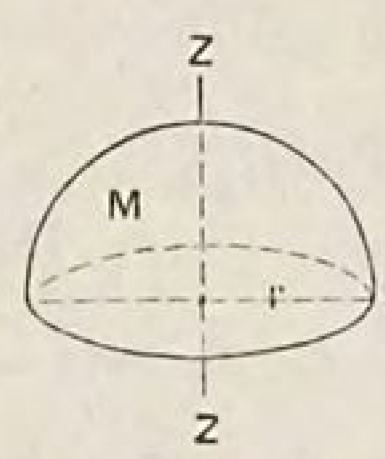


Fig. 340.

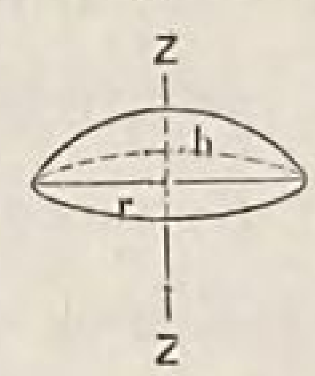
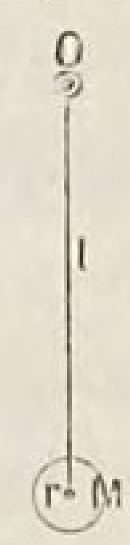


Fig. 341.



11. **Kugel und Halbkugel**, Fig. 338 u. 339: $J_z = \frac{2}{5}\, M r^2$.

12. **Kugelabschnitt**, Fig. 340: $J_z = \gamma\pi \left\{ \frac{2}{3}\, r^2 h^3 - \frac{1}{2}\, r\, h^4 + \frac{1}{10}\, h^5 \right\}$.

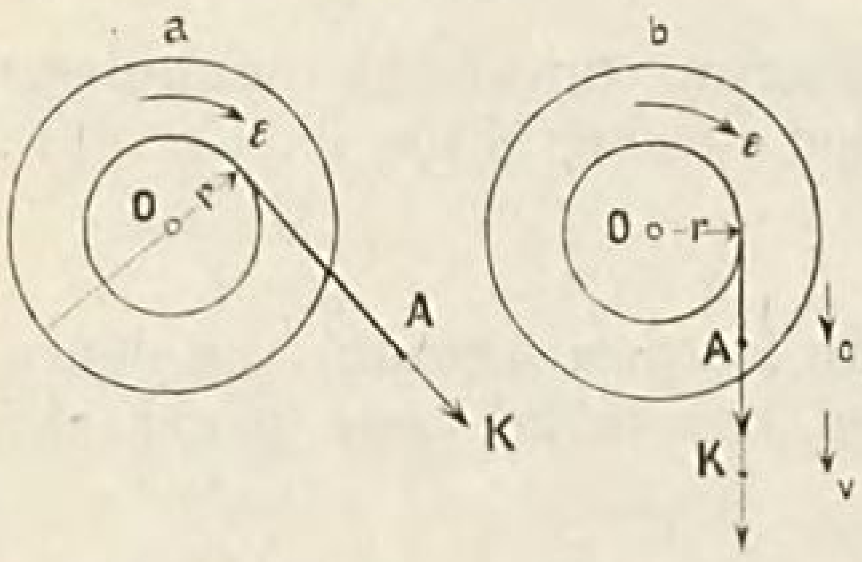
13. **Kugel, deren Mittelpunkt um l von der Drehaxe entfernt ist**, Fig. 341: $J_0 = \frac{2}{5}\, M r^2 + M l^2 = M l^2 \left\{ 1 + \frac{2}{5} \left(\frac{r}{l}\right)^2 \right\}$. Ist $\frac{r}{l}$ sehr klein, so: $J_0 = M\, l^2$.

g. Beispiele zur Bewegungslehre des Systems materieller Punkte.

α. Beschleunigte Drehung einer Radwelle.

Die tangential am Umfange der Welle wirkende Kraft K, Fig. 342a., ertheilt der ganzen um die Axe O rotirenden Masse eine Winkel-Beschleunigung $\varepsilon = \frac{Kr}{J_o}$.

Fig. 342.



Die Beschleunigung p, mit welcher der Angriffspunkt A der Kraft K sich in der Richtung derselben bewegt, ist: $p = r\varepsilon = \frac{Kr^2}{J_o} = \frac{K}{\mu}$ (1)

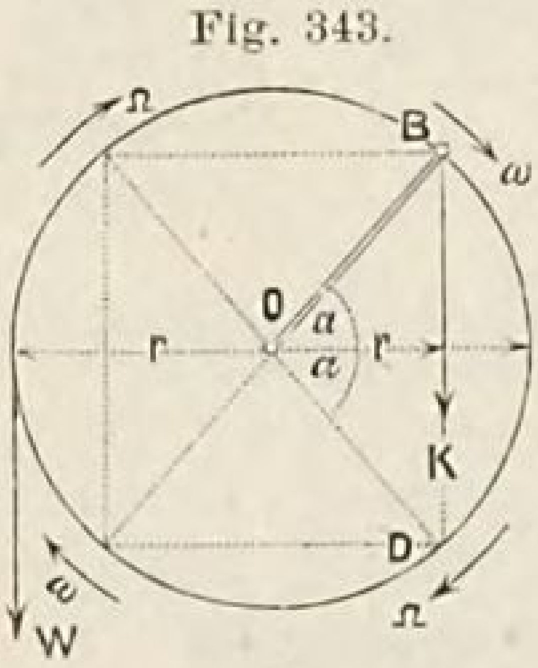
μ ist die auf den Radius r reduzirte Masse. Verändert sich unter Einwirkung von K die Winkel-Geschw. ω in ω_1, so erhält man, mit Bezug auf Fig. 342b, für die von K während dieser Zeit verrichtete mechanische Arbeit: $\mathfrak{A} = \frac{\mu v^2}{2} - \frac{\mu c^2}{2}$. (2)

Die Gleichg. (1) und (2) zeigen, dass der Punkt A sich stets wie ein materieller Punkt bewegt, dessen Masse μ = der auf den Umfang der Welle reduzirten ganzen rotirenden Masse ist.

β. Schwungräder-Berechnung.

Die treibende konstante Kraft K wirke stets in vertikaler Richtung am Endpunkt B der Kurbel OB, Fig. 343, der Widerstand W als konstante Tangentialkraft im Umfange des Kurbelkreises vom Radius r. Das veränderliche Gesammtmoment $Kr \cos \alpha - Wr$ bedingt veränderliche Winkel-Geschw Soll dieselbe jedesmal am Ende einer halben Umdrehung wieder ebenso gross sein, wie zu Anfang derselben, so muss sein: $K 2r = Wr\pi$ oder $K = \frac{\pi}{2} W$ (1)

Fig. 343.



Diejenige Kurbelstellung OB, bei welcher die Winkel-Beschleunigung = 0 ist, findet sich aus: $Kr \cos \alpha - Wr = K \frac{2r}{\pi}$.

Das giebt: $\cos \alpha = \frac{2}{\pi} = 0{,}6366$. (2)

In D erreicht die Winkel-Beschleunigung ihren höchsten Werth. Nach dem Prinzip der lebendigen Kraft ist demnach, wenn die Winkel-Geschw. in B und D bezw. mit ω und Ω bezeichnet werden:

$$J \left\{ \frac{\Omega^2}{2} - \frac{\omega^2}{2} \right\} = K 2r \sin \alpha - W 2r\alpha. \qquad (3)$$

Setzt man das arithm. Mittel zwischen ω und Ω (oder die mittlere Winkel-Geschw. $= \theta$, ferner $\frac{\theta}{\Omega - \omega} = n$, so bezeichnet n den Grad der Gleichförmigkeit der Bewegung. Unter Berücksichtigung der Gleichg. (1) und (2) nimmt Gleichg. (3) dann die Form an: $J = 0{,}661 \frac{n}{\theta^2} Wr$.

Ist M die Masse, Q das Gewicht, R der Radius des Schwungringes und ist ferner das Trägheitsmom. der Welle selbst (sowie der sonstigen mit der Welle umlaufenden Masse), klein genug, um vernachlässigt werden zu können, so ergiebt sich endlich: $Q = 0{,}661 \frac{ng}{R^2\theta^2} Wr$. Soll z. B. die Veränderlichkeit der Winkel-Geschw. $\frac{1}{30}$ der mittlern Winkel-Geschw. betragen, und macht die Welle 60 Umdrehungen in der Min., so ist $n = 30$ und $\theta = 2\pi$ zu setzen.

γ. Physikalisches Pendel, Fig. 344.

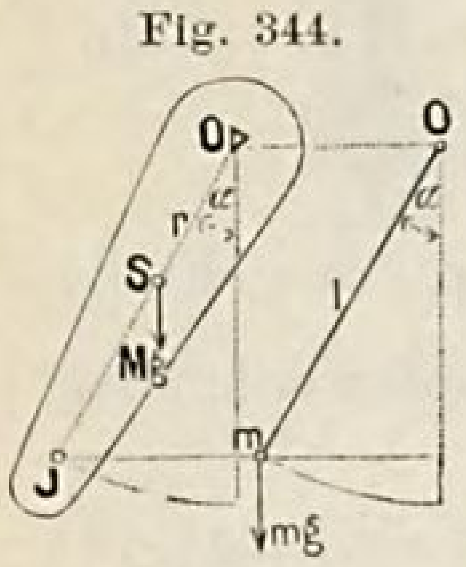
Die Länge l desjenigen mathem. Pendels, welches bei gleichem Ausschlag-Winkel α gleiche Schwingungsdauer mit einem gegebenen physikal. Pendel der

Masse M hat, dessen Schwerpunkt S um r von der horizontalen Axe O absteht, findet sich aus der Gleichsetzung der betr. Winkel-Beschleunigungen:

$$\frac{Mgr \sin\alpha}{J_0} = \frac{mgl \sin\alpha}{ml^2} \text{ oder: } l = \frac{J_0}{Mr}.$$

Ist $OJ = l$, so heisst J der Schwingungspunkt des physikal. Pendels.

Fig. 344.



Macht man den Schwingungspunkt J zum Aufhängepunkt, so wird O zum Schwingungspunkt. Auf letztere Eigenschaft stützt sich der Gebrauch des Reversions-Pendels, mit dessen Hülfe man auf experimentellem Wege die Länge l des mathemat. Pendels und auch das Trägheitsmom. eines Körpers bestimmen kann.

Um das Trägheitsmom. zu bestimmen, benutzt man die Gleich.: $J_0 = Mrl$ und $J_s = Mr(l - r)$. l und r müssen durch Experim. gefunden werden. J_s ist das Trägheitsmom. in Bezug auf die zur Drehaxe parallele Schwingungsaxe.

δ. Rollende Bewegung auf horizontaler und schiefer Ebene.

Die Bedingung des Rollens auf horizontaler Ebene ist: $\omega = \frac{v}{r}$,

Fig. 345.

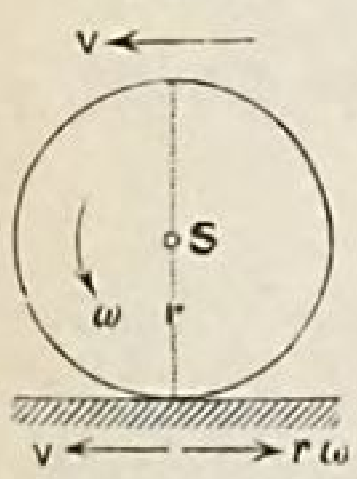
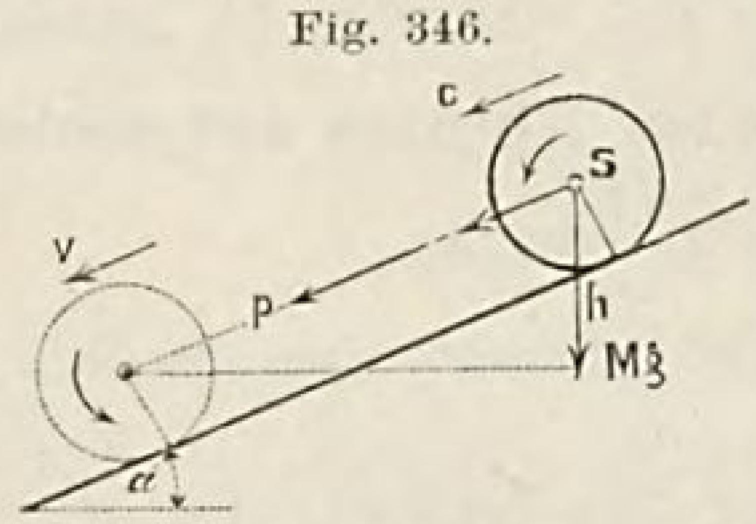


Fig. 346.



die ganze lebendige Kraft L, Fig. 345:

$$L = \frac{Mv^2}{2} + \frac{J}{2}\left(\frac{v}{r}\right)^2 = \frac{v^2}{2}(M + \mu).$$

M die Masse und μ die auf den Umfang des Rollkreises reduzirte Masse.

Rollt derselbe Körper unter alleiniger Einwirkung der Schwerkraft auf schiefer Ebene, Fig. 346, so ist allgemein:

$$\frac{(M+\mu)\,v^2}{2} - \frac{(M+\mu)\,c^2}{2} = Mgh.$$

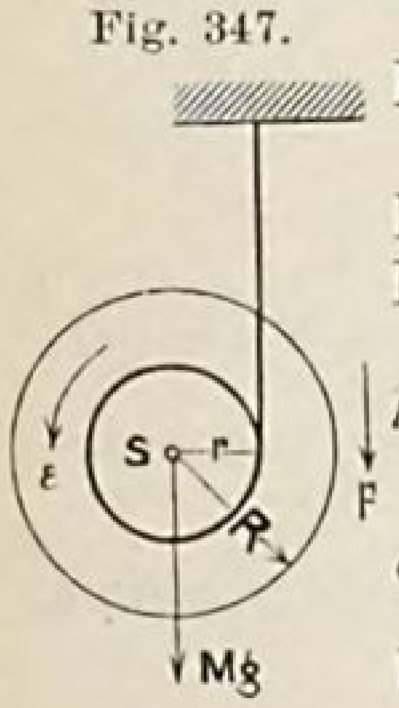
Daraus ergiebt sich für $c = o$ die Endgeschw.: $v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{\mu}{M}}}$.

Für einen Zylinder ist $\mu = \frac{M}{2}$ und $v = \sqrt{\frac{4}{3} gh}$.

Für eine Kugel ist $\mu = \frac{2}{5} M$ und $v = \sqrt{\frac{10}{7} gh}$.

Die Neigung der schiefen Ebene gegen den Horizont darf den Werth: $\tan \alpha = \left(1 + \frac{M}{\mu}\right) f$ nicht überschreiten, wenn ein vollkommenes Rollen des Körpers (ohne Gleiten) stattfinden soll. f ist der Koeffiz. der gleitenden Reibung.

Fig. 347.



Für einen Zylinder darf $\tan \alpha$ nicht grösser als $3f$, für eine Kugel nicht grösser als $3{,}5f$ sein.

Unter Berücksichtigung des Widerstandes der rollenden Reibung, ergiebt sich die Beschleunigung p der Bewegung des Körpers längs der schiefen Ebene im Falle des vollkommenen Rollens:

$$p = \frac{Mg\ (\sin\alpha - \varphi)}{M + \mu}.$$ φ ist der Koeffiz. der rollenden Reibung.

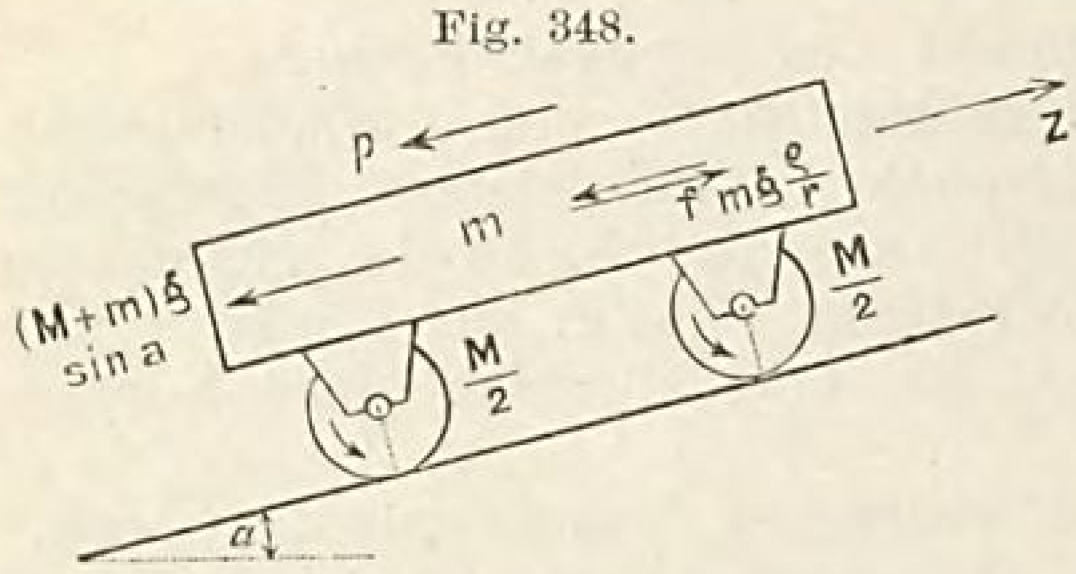
Ein Körper der durch Umwickelung mit einem Faden zu einer vertikalen rollenden Bewegung gezwungen wird, Fig. 347, bewegt sich mit der Beschleunigung $p = \frac{Mg}{M + \mu}$.

Ist dieser Körper ein Zylinder vom Halbmesser R und hat der Rollkreis den Halbmesser r, so ist $p = \frac{g}{1 + \frac{1}{2}\frac{R^2}{r^2}}$.

ε. Fuhrwerke. Zugkraft. Widerstands-Koeffizienten.

Wenn an der Drehaxe des rollenden Körpers, wie bei Fuhrwerken, noch eine Masse M aufgehängt ist, Fig. 348, welche nur an der fortschreitenden Bewegung desselben Theil nimmt, so ergiebt sich:

Fig. 348.



$$p = \frac{(M+m)\,g\left(\sin\alpha - \frac{\psi}{r}\right) - f'\,m\,g\,\frac{\rho}{r}}{M+\mu+m}.$$

Das Glied $f'\,m\,g\,\frac{\rho}{r}$ zeigt den Einfluss der Zapfenreibung. ρ Zapfenhalbmesser; f' Zapfenreibungs-Koeffiz.

Die Zugkraft Z, welche erforderlich ist, um einen Wagen gleichförmig bergan zu ziehen, ist: $Z = (M+m)\,g\left(\sin\alpha + \frac{\psi}{r}\right) + f'\,m\,g\,\frac{\rho}{r}$.

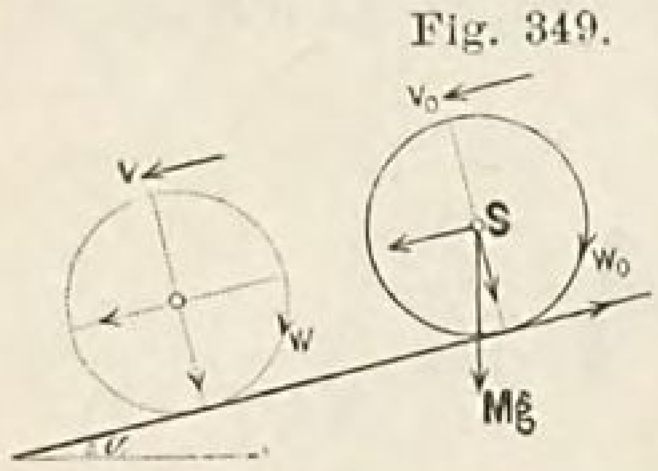
Erfahrungs-Resultate über die Grösse der Zugkraft des Menschen und thierischer Motoren, sowie über Widerstands-Koeffizienten für Fuhrwerke auf geneigter Bahn finden sich weiterhin im „Anhang“.

ζ. Gleitende Bewegung eines rotirenden Körpers auf schiefer Ebene.

Gleiten findet statt, wenn $\operatorname{tang}\alpha > \left(1 + \frac{M}{\mu}\right) f$ ist.

Die gleitende Bewegung geht in eine rollende über, sobald die Geschw. der Berührungsstelle $= 0$ geworden ist.

Fig. 349.



Für die Endgeschw. des gleitenden und die Anfangsgeschw. der rollenden Bewegung erhält man, Fig. 349:

$$v = \frac{v_0 - \frac{\mu}{M}\left(1 + \frac{\operatorname{tang}\alpha}{f}\right)\omega_0}{1 + \frac{\mu}{M}\left(1 - \frac{\operatorname{tang}\alpha}{f}\right)}. \qquad (1)$$

ω_0 ist die anfängliche Umfangs-Geschw. der rotirenden Bewegung. Die Gleichg. (1) gilt ganz allgemein für positive und negative Werthe, sowohl der Anfangs-Geschw. ω_0 und v_0 als auch des Neigungswinkels α. Letzterer ist als positiv oder negativ einzuführen, je nachdem die Anfangs-Geschw. bergab oder bergan gerichtet ist.

Setzt man in Gleich. (1) $\operatorname{tang}\alpha = \left(1 + \frac{M}{\mu}\right) f$, so wird $v = \infty$, d. h. die Bewegung geht nie in eine rollende über.

Setzt man $\operatorname{tang}\alpha = f$, so wird $v = v_0$, d. h. der Körper bewegt sich gleichförmig bergab oder bergan, je nachdem v_0 positiv oder negativ ist.

η. Schrauben-Bewegung.

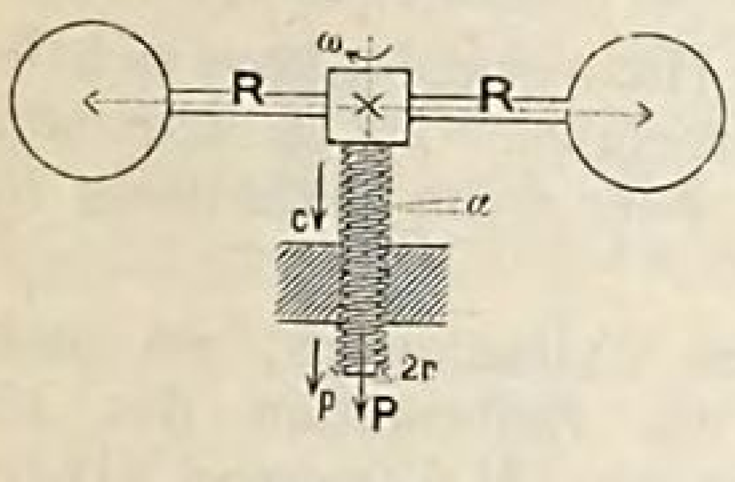
Ist c die Geschw. der Schraubenspindel in der Axenrichtung, $r\omega$ die der Drehbewegung entsprechende Anfangs-Geschw., so ist das Steigungs-Verhältniss $\operatorname{tang}\alpha = \frac{c}{r\omega}$. Daraus ergiebt sich die lebendige Kraft L der Bewegung:

$L = \left(M + \frac{\mu}{\operatorname{tang}^2\alpha}\right)\frac{c^2}{2}$, worin M und μ die bekannten Werthe der an der Drehung Theil nehmenden Massen vorstellen; $\mu = \frac{J}{r^2}$.

Die Beschleunigung p der Bewegung ist: $p = \dfrac{P}{M + \dfrac{\mu}{\operatorname{tang}\alpha\,\operatorname{tang}(\alpha-\varphi)}}$,

worin P die in der Axenrichtung wirkende Kraft und φ den Reibungswinkel bedeutet. Für den in Fig. 350 angedeuteten Fall, dass die Masse der Schraubenspindel gegen die in der Entfernung R von der Axe angebrachten Schwungmassen vernachlässigt werden kann, und für $P = Mg$ erhält man annähernd:

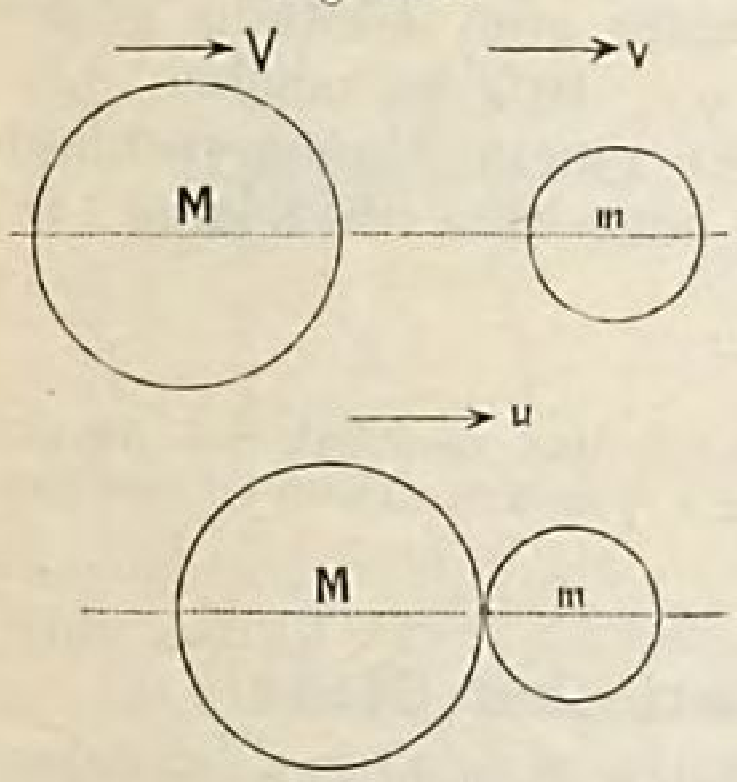
Fig. 350.



$$p = \frac{g}{1 + \frac{R^2}{r^2 \operatorname{tang} \alpha \operatorname{tang} (\alpha \mp \varphi)}}.$$

Das Zeichen + gilt für die sinkende, das Zeichen — für die steigende Bewegung.

Fig. 351.



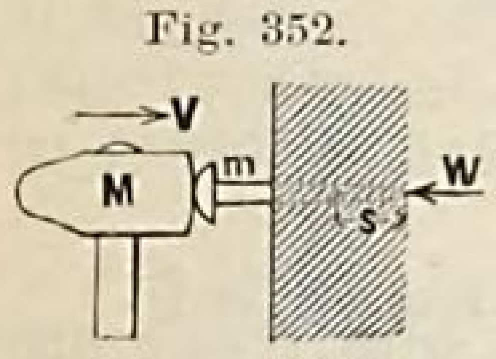
h. Der Stoss.

Der Stoss heisst zentral, wenn die Senkrechte auf der Berührungsebene beider Körper im Berührungspunkte errichtet, durch die Schwerpunkte beider Körper geht, und gerade, wenn die Richtungen der Geschw. beider Körper in diese Normale fallen, Fig. 351. Den Gegensatz zum zentralen bildet der exzentrische, den Gegensatz zum geraden der schiefe Stoss.

α. Gerader, zentraler und vollkommen unelastischer Stoss, Fig. 351.

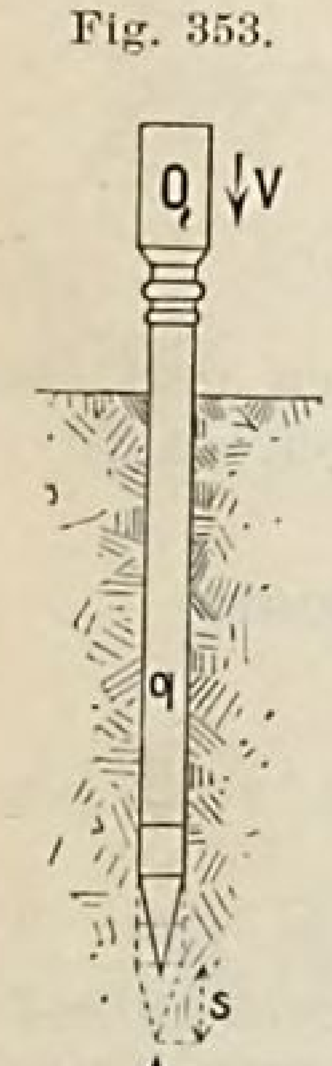
Haben zwei Massen M und m vor dem Stosse die Geschw. V und v, so werden sie sich nach erfolgtem

Fig. 352.



Zusammenstoss mit der gemeinschaftl. Geschw. $u = \frac{MV \pm mv}{M + m}$ in derselben Richtung weiter bewegen. Das Zeichen + gilt für gleich gerichtete, das Zeichen — für entgegen gesetzt gerichtete Geschw.

Fig. 353.



Der durch den Stoss herbei geführte Verlust an lebendiger Kraft ist: $\mathfrak{B} = \frac{Mm}{M+m}\left(\frac{V^2 \mp v^2}{2}\right)$. Hat die Masse m vor dem Stosse die Geschw. $v = 0$, so wird: $\mathfrak{B} = \frac{MV^2}{2}\left(\frac{1}{1 + \frac{M}{m}}\right)$.

Der von der ursprüngl. vorhandenen lebend. Kraft $\frac{MV^2}{2}$ verbleibende Rest ist: $\mathfrak{R} = \frac{MV^2}{2}\left(\frac{1}{1 + \frac{m}{M}}\right)$. Sind Q bezw. q die Gewichte der Massen M und m und setzt man $\frac{V^2}{2g} = H$ (Geschw.-Höhe), so wird: $\mathfrak{B} = QH\frac{q}{Q+q}$ und $\mathfrak{R} = QH\frac{Q}{Q+q}$.

β. Beispiele zum unelastischen Stoss.

1. **Eintreiben eines Nagels** (nach Ritter). Die Hammer-Masse M, vom Gewicht $Q = 1{,}5$ kg, Fig. 352, treffe den Nagel der Masse m, vom Gewichte $q = 0{,}1$ kg im Augenblick des Zusammenstosses mit der Geschw. $V = 5{,}6$ m. Dann ist $\frac{MV^2}{2} = QH = 1{,}5\frac{5{,}6^2}{2 \cdot 9{,}8} = 2{,}4$ mkg; $\mathfrak{R} = 2{,}4\frac{1{,}5}{1{,}5 + 0{,}1} = 2{,}25$ mkg. Beobachtet man, dass der Nagel unter dem Schlage um die Strecke $s = 0{,}005$ m eindringt, so ist der dem Eintreiben sich entgegen setzende Widerstand W zu berechnen aus $Ws = 2{,}25$ mkg; $W = 450$ kg.

2. **Einrammen von Pfählen**, Fig. 353. Unter der Annahme, dass beim Aufschlagen des aus der Höhe $H = \frac{V^2}{2g}$ auf den Kopf des Pfahls herab fallenden

Rammbärs ein vollkommen unelastischer Stoss stattfindet und dass der Widerstand W, welcher beim Eindringen des Pfahles längs der Strecke s überwunden werden muss, konstant sei, ist: $QH\frac{Q}{Q+q} + (Q+q)\,s = Ws$. Aus der Grösse von s, die sich für den letzten Schlag des Rammbärs in der letzten Hitze ergiebt, lässt sich W und hieraus die zulässige Tragfähigkeit des Pfahls berechnen. Da $\mathfrak{B}$ nur auf Deformation des Pfahlkopfes wirkt, so muss man $\mathfrak{R}$ — oder Q im Verhältniss zu q — möglichst gross zu machen suchen.

3. **Wirkung der Fallhämmer.** Beim Stoss eines Fallhammers, wo man möglichst die ganze lebendige Kraft desselben für die Deformation des zu schmiedenden Stückes ausnutzen will, ist $\mathfrak{B}$ möglichst gross, $\mathfrak{R}$ dagegen klein zu machen; d. h. das Hammergewicht Q ist im Verhältniss zum Gewicht q des Ambos möglichst klein zu wählen. Zweckmässig ist es, $q \geq 10Q$ zu machen.

Aus der Grösse s, um welche das Eisenstück bei einem Hammerschlage zusammen gedrückt worden ist, ergiebt sich die ausgeübte Wirkung W.

$$QH\frac{q}{Q+q} = Ws.$$

Beispiel. Das Hammergewicht ist $= 10^t$, die Fallhöhe $= 2{,}4^m$, das Gewicht des Ambos einschliesslich des Schmiedestücks $= 50^t$, die Tiefe des Eindringens $s = 0{,}02^m$. Dann ist der ausgeübte Druck: $W = \frac{10\,.\,2{,}4\,.\,50}{(10+50)\,0{,}02} = 1000^t$.

γ. Gerader, zentraler und vollkommen elastischer Stoss.

Haben die Massen M und m vor dem Stoss die gleich gerichteten Geschw. V und v und nach dem Stoss die Geschw. C und c, so ist:

$$C = V - \frac{2(V-v)}{1+\frac{M}{m}} \text{ und } c = v + \frac{2(V-v)}{1+\frac{m}{M}}.$$

Der Verlust an lebendiger Kraft ist hierbei $= 0$. Ist $M = m$, so wird $C = v$ und $c = V$; d. h. die beiden Massen haben ihre Geschw. ausgetauscht.

Setzt man $v = 0$ und das Verhältniss $\frac{M}{m} = n$, so wird:

$$C = \frac{n-1}{n+1}\,V \text{ und } c = \frac{2n}{n+1}\,V.$$

Ist $v = 0$ und m gegen M sehr gross, so dass $n = 0$ gesetzt werden darf, so wird $C = -V$. Sind die Geschw. V und v entgegen gesetzt gerichtet, so ist v überall negativ zu setzen.

δ. Gerader, zentraler und unvollkommen elastischer Stoss.

Hier ist: $V - C = \frac{(1+\delta)\,V - v}{1+\frac{M}{m}}$ und $c - v = \frac{(1+\delta)\,V - v}{1+\frac{m}{M}}$.

δ ist der Koeffizient der Stoss-Elastizität: $\delta = \frac{u-C}{V-u} = \frac{c-u}{u-v}$, wenn mit u die Geschw. bezeichnet wird, mit welcher der Schwerpunkt der Gesammt-Massen vor dem Stosse sich bewegte.

Unter gewöhnlichen Umständen variirt der Werth von δ zwischen 0 und 1. Er nähert sich dem Grenzwerth 0 um so mehr, je grösser die Differenz $V - v$ und je geringer die Elastizität der Körper ist, dem Grenzwerthe 1 dagegen um so mehr, je kleiner die Differenz $V - v$ und je grösser die Elastizität der Körper ist. Auch bei sehr elastischen Körpern kann δ nahezu 0 werden, wenn $V - v$ sehr gross war u. s. w.

Ist $V - v$ klein, so darf für Elfenbein $\delta = \frac{8}{9}$, für Stahl und Kork $\delta = \frac{5}{9}$ gesetzt werden.

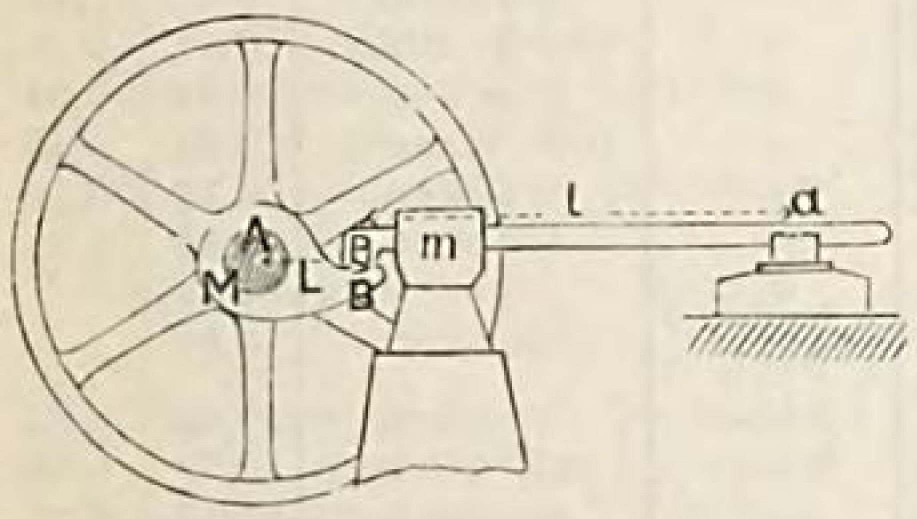
Der Verlust an lebendiger Kraft ist: $\mathfrak{B} = (1-\delta^2)\,\frac{Mm}{M+m}\,\frac{(V-v)^2}{2}$.

ε. Stoss rotirender Körper; exzentrischer Stoss.

Für den Stoss zweier um feste, einander parallele Axen sich drehender Körper gelten die vorstehenden Betrachtungen ebenfalls, wenn statt der Geschw. V, v und C, c der Schwerpunkte die den Drehbewegungen entsprechenden Umfangs-Geschw. der Stosspunkte und statt der wirklichen Massen M, m bezw. die auf die Stosspunkt-Kreise reduzirten Massen $\mathfrak{M}, \mathfrak{m}$ eingesetzt werden.

Es seien z. B., Fig. 354, M und m bezw. die Massen der um A rotirenden Daumenwelle und des um a schwingenden Hammers, L und l bezw. die Abstände der Stosspunkte BB von den Drehpunkten A und a, V und v die Umfangs-Geschw. der Punkte BB vor dem Stosse, $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{m}$ die auf die letztern Punkte reduzirten Massen M und m, so ist bei Voraussetzung eines vollkommen unelastischen Stosses der Verlust an mechanischer Arbeit, weil $v = 0$ ist: $\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{M} v^2}{2} \frac{1}{1 + \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{m}}}$. Dieser Verlust wird um so kleiner, je grösser $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{m}}$ ist und da in vorliegendem Falle m und l, also meistens $\mathfrak{m}$ gegeben ist, so wird $\mathfrak{M}$ durch Anbringung eines schweren Schwungrades möglichst gross zu machen sein.

Fig. 354.

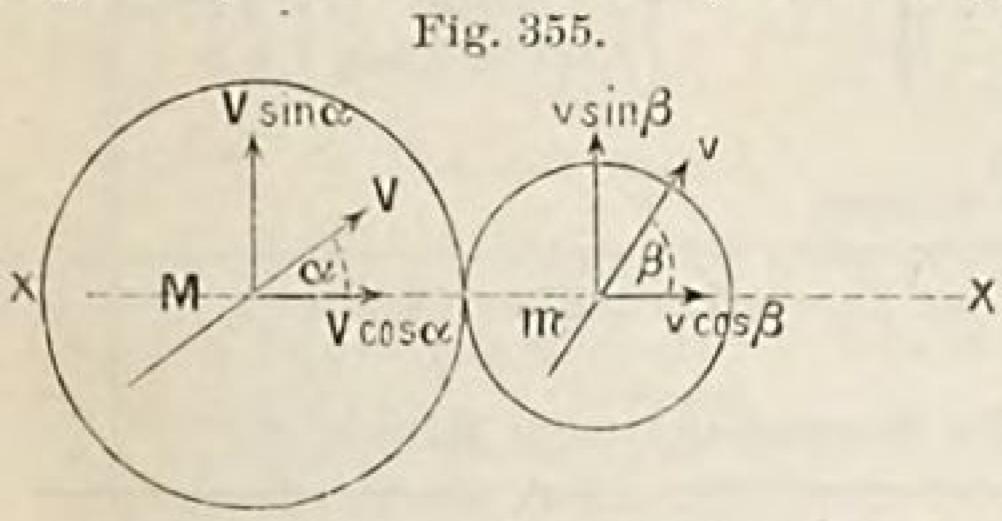


Die Stosswirkung in Fig. 354 ist eine exzentrische. Soll die Wirkung davon sich nicht auf die Lagerung des Zapfens bei a übertragen, so muss der Stosspunkt B in Bezug auf die Drehaxe a ein sogen. Mittelpunkt des Stosses sein. Dies ist der Fall, wenn B in Bezug auf a der Schwingungspunkt der Masse m ist (vergl. S. 545). Eine Stosswirkung in a findet dann nicht statt.

ζ. Zentraler, schiefer Stoss.

Sind V und v die Geschw. der beiden Massen M und m, vor dem Stoss, Fig. 355, und die Winkel, welche jene mit der Verbindungslinie der beiden Schwerpunkte bilden, α und β, so bleiben während und nach dem Stoss die Seiten-Geschw. $V \sin \alpha$ und $v \sin \beta$ unverändert, sobald eine Reibung zwischen den zusammen stossenden Körpern als nicht vorhandenen angenommen wird.

Fig. 355.



Setzt man $V \cos \alpha = V_x$ und $V \cos \beta = v_x$, so sind die Geschw. von M und m nach dem Stosse in der Richtung XX:

$$V_x - C_x = (1 + \delta) \frac{V_x - v_x}{1 + \frac{M}{m}}; \quad c_x - v_x = (1 + \delta) \frac{V_x - v_x}{1 + \frac{m}{M}}$$

und die wirklichen Geschw. von M und m:

$$C = \sqrt{C_x^2 + V^2 \sin^2 \alpha} \text{ und } c = \sqrt{c_x^2 + v^2 \sin^2 \beta}.$$

Für den vollkommen unelastischen Stoss ist $\delta = 0$ und für den vollkommen elastischen Stoss ist $\delta = 1$. —

III. Anhang: Arbeitsleistungen und Widerstände beim Bewegen von Lasten durch Menschen und Thiere.

a. Koeffizienten der gleitenden Reibung für Ruhe und Bewegung; nach Morin u. A. (Vergl. S. 516 ff).

Material-Gattung		Reibende Körper	Lage der Fasern	Zustand der Oberflächen	Koeffiz. der gleitenden Reibung für Ruhe	Koeffiz. der gleitenden Reibung für Bewegung
Metall auf Metall	1.	Gusseisen auf Gusseisen oder Bronze .		wenig fettig	0,16	0,15
				mit Wasser	—	0,31
	2.	Schmiedeisen auf Gusseisen od. Bronze		trocken	0,19	0,18
	3.	Schmiedeisen auf Schmiedeisen		trocken	—	0,44
				wenig fettig	0,13	—
	4.	Bronze auf Gusseisen		trocken	—	0,21
	5.	Bronze auf Schmiedeisen		etw. fettig	—	0,16
	6.	Bronze auf Bronze		trocken	—	0,20

Material-Gattung		Reibende Körper	Lage der Fasern	Zustand der Oberflächen	Koeffiz. der gleitenden Reibung für Ruhe	Koeffiz. der gleitenden Reibung für Bewegung
Metall auf Holz	7.	Gusseisen auf Eiche	=	trocken	—	0,49
			=	mit Wasser	0,65	0,22
			=	trock. Seife	—	0,19
	8.	Schmiedeisen auf Eiche	=	mit Wasser	0,65	0,26
			=	mit Talg	0,11	0,08
	9.	Messing auf Eiche	=	trocken	0,62	—
Holz auf Holz	10.	Eiche auf Eiche	=	trocken	0,62	0,48
			=	trock. Seife	0,44	0,16
			ǂ	trocken	0,54	0,34
			ǂ	mit Wasser	0,71	0,25
			⊥	trocken	0,43	0,19
	11.	Holz auf Eiche, im Mittel	=	trocken	0,55	0,38
Leder etc. auf Holz oder Eisen	12.	Rindsleder auf Eiche	Leder flach	trocken	0,61	—
			hohe Kante	trocken	0,43	0,33
				mit Wasser	0,79	0,29
	13.	Lederriemen auf Eichentrommel	=	trocken	0,47	0,27
	14.	Lederriemen auf Gusseisen	flach	trocken	0,28	0,56
			flach	mit Wasser	0,38	0,36
	15.	Rindsleder als Kolbenliderung	flach	mit Wasser	0,62	—
			flach	Oel, Seife	0,12	—
	16.	Hanfseil auf Eiche	=	trocken	0,80	0,52
Stein auf verschiedenen Materialien	17.	Steine oder Ziegel auf denselben, grösster Werth . .	glatt bearb.	trocken	0,73	—
		Steine oder Ziegel auf denselben, kleinster „ . .		trocken	0,53	—
	18.	Steine oder Ziegel auf einander, grösster Werth . .	mitfrisch. Mörtel	—	0,70	—
		Steine oder Ziegel auf einander, kleinster „ . .		—	0,50	—
	19.	Steine auf Schmiedeisen		trocken	0,45	—
	20.	Steine auf Hirnholz		trocken	0,64	—
	21.	Steine auf Holz, mittel		trocken	0,60	—
	22.	Mauerwerk auf Beton		trocken	0,76	—
	23.	Mauerwerk auf gewachsenem Boden .		trock. u. hart	0,65	—
				mittel	0,45	—
				nass u. lettig	0,3	—

Bedeutung der Zeichen in vorstehender Tabelle:

= Bewegung in Richtung der Fasern beider Körper.

ǂ Bewegung normal gegen die Fasern des gleitenden Körpers.

⊥ Bewegung von Hirnholz auf Langholz in der Faserrichtung des letztern.

b. Koeffizienten der gleitenden Reibung für die Bewegung; nach Rennie.*)

Druck der reibenden Körper gegen einander in kg pro qcm	Reibende Körper. Schmiedeisen auf Schmiedeisen.	Gusseisen auf Schmiedeisen.	Stahl auf Gusseisen	Messing auf Gusseisen.	Bemerkungen.
8,8	0,140	0,174	0,166	0,157	Die Oberflächen wurden geschmiert und dann abgewischt, so dass keine dazwischen befindliche Lage Schmiere die innige Berührung hindern konnte.
13,1	0,250	0,275	0,300	0,225	
15,7	0,271	0,292	0,333	0,219	
18,3	0,285	0,321	0,340	0,214	
21,0	0,297	0,329	0,344	0,211	
23,6	0,312	0,333	0,347	0,215	
26,2	0,350	0,351	0,351	0,206	
27,4	0,376	0,363	0,353	0,205	
31,5	0,395	0,365	0,354	0,208	
34,1	0,403	0,366	0,356	0,221	
36,8	0,409	0,366	0,357	0,223	
39,4	—	0,367	0,358	0,233	
42,2	—	0,367	0,359	0,234	
44,6	—	0,367	0,367	0,235	
47,2	—	0,376	0,403	0,233	
50,0	—	0,434	—	0,234	
55,1	—	—	—	0,232	
57,6	—	—	—	0,273	

*) *Artizan* 1860, S. 63. Zeitschr. d. Hannov. Archit.- u. Ingen.-Vereins 1861, S. 346.

c. Koeffizienten der rollenden Reibung (für Centimeter-Maasse).

Pockholz auf Pockholz 0,047
Ulmenholz auf Pockholz 0,081
Gusseisen auf Gusseisen 0,046
„ „ Eisenbahnschienen 0,052.

Ueber Widerstände der Seil- und Kettenreibung, s. Seite 518.

d. Zapfenreibungs-Koeffizienten.

Material der reibenden Körper: Zapfen	Lager	Zustand der Oberflächen	Reibungskoeffiz. Die Schmiere wird erneuert: auf gewöhnliche Art	ununterbrochen
Gusseisen	Gusseisen	geschmiert	0,07 — 0,08	0,054
		fettig	0,14	—
Gusseisen	Bronze	geschmiert	0,07 — 0,08	0,054
		fettig	0,16	—
		wenig fettig	0,19	—
Schmiedeisen	Gusseisen	geschmiert	0,07 — 0,08	0,054
Schmiedeisen	Bronze	geschmiert	0,07 — 0,08	0,054
		fettig	0,19	—
		wenig fettig	0.25	—
Gusseisen	Pockholz	geschmiert	0,07	0,09
		fettig	0,19	
Schmiedeisen	Pockholz	geschmiert	0,11	
		fettig	0,19	
Pockholz	Pockholz	geschmiert	—	0,07
Bronze	Bronze	trocken	0,10	—

e. Arbeitsleistungen von Menschen und Thieren.

Bei Innehaltung gewisser mittlerer Werthe für die Geschw. v, die Zeit t und die Kraft K wird ein Mensch oder ein Thier die grösste Arbeitsleistung $\mathfrak{A}_{max.} = Kvt$ erzielen. Erfolgt die Arbeit nicht mit der mittlern Geschw. v, sondern mit der Geschw. v_1, so muss die zur Erzielung einer (relativen) Maximal-Leistung erforderliche Kraft $K_1 = \left(3 - 2\frac{v_1}{v}\right) K$ sein.

Grösste Arbeitsleistungen, bei mittlerem K, v und t.

	Motor und Art der Arbeit	K kg	v pro Sekunde m	Arbeit in der Sekunde mkg	Tägliche Arbeits-Zeit Stunden	Tägliche Arbeitsleistung. mkg (abgerundet)
	I. Bei Maschinen.					
1.	Ein Pferd am Göpel im Schritt	45	0,90	40,50	8	1166 000
2.	„ Ochs desgl.	65	0,60	39,0	8	1123 000
3.	„ Pferd am Göpel im Trab .	30	2,00	60,0	4,5	972 000
4.	„ Maulesel am Göpel im Schritt	30	0,90	27,0	8	778 000
5.	„ Esel am Göpel im Schritt .	14	0,80	11,60	8	334 000
6.	„ Mensch am Steigrad	64	0,15	9,60	8	278 000
7.	„ Mensch an einem Tret- oder Laufrad im Niveau der Achse	60	0,15	9,00	8	259 000
8.	„ Mensch desgl. im untern Theil des Rades unter 24°	12	0,70	8,40	8	251 000
9.	„ Mensch an der Kurbel . . .	10,12	0,79	7,94	8	229 000
10.	„ Mensch am Göpel	12,75	0,6	7,65	8	219 000
11.	„ Mensch am Hebel	5,35	1,1	5,88	8	169 000
	II. Horizontale Zugkräfte.					
12.	Pferd	60	1,25	75	8	2160 000
13.	Maulesel	50	1,1	55	8	1584 000
14.	Ochs	60	0,79	47,4	8	1350 000
15.	Esel	40	0,79	31,6	8	900 000
16.	Mensch	15	0,79	11,8	8	339 000

Die Arbeitsleistung des einzelnen Zugthiers nimmt mit der Zunahme der Kopfzahl der Bespannung ab. Wird die am einspännigen Fuhrwerk erzielte Leistung eines einzigen Thieres = 1 gesetzt, so ist die Leistung pro Thier im Zweigespann = 0,95

pro Thier im Drei-Gespann = 0,85 pro Thier im Fünfer-Gespann = 0,73
„ „ „ Vierer-Gespann = 0,80 „ „ „ Sechser-Gespann = 0,64

Die normale Zugkraft eines Thieres soll $^1/_4$ bis $^1/_5$ seines Eigengewichts betragen; die maximale Zugkraft, d. i. diejenige, die ein Thier momentan ganz kurze Zeit ausüben kann, soll bis zur vollen Höhe des Eigengewichts steigen können.

f. Widerstands-Koeffiz. beim Fortbewegen von Lasten auf horizontalen und geneigten Wegen.

α. Zugkraft auf horizontalen Wegen.

Beim Fortbewegen von Lasten mittels Wagen auf horizontalen Strassen sind nur die Bewegungs-Widerstände: die Zapfenreibungen der Räder, die gleitende, bezw. rollende Reibung derselben auf der Strasse und die durch Stösse und Klemmungen eintretenden Widerstände zu überwinden. Alle diese Widerstände sind in einen Widerstandskoeffiz. zusammen gefasst, der durch Versuche folgendermaassen bestimmt ist.

β. Widerstandskoeffizient k für verschiedene Strassenarten.

1. Chaussirte Strasse, mit Theer und Pech gedichtet	0,010	8. Chauss. Strasse mit Staub etc. gedeckt	0,028
2. Asphaltstrasse	0,013	9. Geringes Steinpflaster	0,033
3. Vorzügliches Steinpflaster	0,013	10. Chaussirte Strasse mit Schlamm, Gleisen bedeckt, (auch neue)	0,035
4. Chaussirte Strasse; gewöhnl. Schotter, in vorzügl. Zustande	0,015	11. Erdwege, vorzüglich gut	0,045
5. Gutes Holzpflaster	0,018	12. Chaussirte Strasse von sehr geringer Beschaffenheit	0,050
6. „ Steinpflaster	0,020	13. Erdwege gut	0,080
7. Chaussirte Strasse in gutem Zustande	0,023	14. „ schlecht	0,160

Ist die fortzubewegende Last einschl. Wagen $= Q$, so ist die erforderliche Zugkraft auf horizontaler Bahn $Z = k\,Q$.

γ. Für die Bewegung eines Schlittens mit hölzernen Kufen auf einer glatten Holz- oder Steinbahn ist der Widerstandskoeffizient k:

in ungeschmiertem Zustande	0,38	für Holzkufen auf Schnee und Eis	0,035
geschmiert mit trockener Seife	0,15	für beschlagene Kufen auf Schnee und Eis	0,02
geschmiert mit Talg	0,07		

δ. Zugkraft auf ansteigender Strasse.

Ist der Neigungswinkel der Strasse $= \alpha$, ihre Steigung $\operatorname{tang} \alpha = s$, das Gewicht des Wagens mit Ladung $= Q$, das Gewicht des Zugthiers $= G$, der Widerstands-Koeffiz. der Strasse $= k$, die Zugkraft $= Z$, so ist sehr angenähert: $Z = k\,Q + (G + Q)\,s$; $Q = \frac{Z - G\,s}{k + s}$; $s = \frac{Z - k\,Q}{G + Q}$.

g. Widerstandskoeffiz. für Seilrollen, Kettenrollen und Flaschenzüge.

α. Tabelle der Widerstands-Koeffiz. (μ) für Seilrollen bei halber Umfangsspannung ($\alpha = \pi$).

$a = 4\,\delta$; Zapfenreibungs-Koeffiz. $f' = 0{,}08$, Zapfendurchmesser $= \varrho = 0{,}4\,\delta$.

No.	Seil- oder Kettendurchmesserr δ	16	20	23	26	29	33	36	39	46	52
1	$\mu = \frac{K}{Q}$ für Seile	1,088	1,106	1,120	1,133	1,147	1,165	1,178	1,192	1,223	1.250
2	Wirkungsgrad für feste Rollen $\eta = \frac{1}{\mu}$ und $\alpha = \pi$ für Seile	0,919	0,904	0,893	0,882	0,872	0,859	0,849	0,839	0,818	0,800
3	Desgl. für $\alpha = \frac{\pi}{2}$	0,923	0,908	0,897	0,886	0,876	0,862	0,852	0,843	0,821	0,803

β. Widerstandskoeffiz. (μ) für Kettenrollen bei halber Umfangsspannung ($\alpha = \pi$)

$a = 10\,\delta$; Zapfenreibungs-Koeffiz. $f' = 0{,}08$; Zapfen-Durchmesser $\varrho = 1{,}5\,\delta$.

$\mu = \frac{K}{Q}$ für Ketten von beliebiger Stärke $= 1{,}044$. Wirkungsgrad $\eta = \frac{1}{\mu}$ für feste Rollen:

wenn $\alpha = \pi$ 0,958, wenn $\alpha = \pi/2$. . . 0,964.

γ. Tabelle über Wirkungsgrade der Flaschenzüge.

(Anmerk.: Bei ungerader Rollenzahl enthält die obere Flasche eine Rolle mehr als die untere.)

			Rollenzahl.						
			$n = 2$	3	4	5	6	7	8
für Seile	$\delta = 16$	$\eta =$	0,882	0,847	0,814	0,782	0,752	0,724	0,697
„	„ $= 20$	„ $=$	0,861	0,820	0,782	0,747	0,713	0,681	0,653
„	„ $= 23$	„ $=$	0,846	0,801	0,760	0,722	0,686	0,653	0,622
„	„ $= 26$	„ $=$	0,831	0,783	0,739	0,698	0,661	0,626	0,594
„	„ $= 29$	„ $=$	0,817	0,765	0,719	0,676	0,637	0,601	0,567
„	„ $= 33$	„ $=$	0,788	0,734	0,686	0,641	0,601	0,565	0,531
„	„ $= 39$	„ $=$	0,772	0,712	0,658	0,609	0,566	0,527	0,492
„	„ $= 46$	„ $=$	0,743	0,678	0,620	0,569	0,524	0,484	0,449
„	„ $= 52$	„ $=$	0,720	0,651	0,590	0,540	0,492	0,452	0,416
für Ketten		„ $=$	0,937	0,918	0,899	0,880	0,862	0,845	0,828

Der Wirkungsgrad der Ketten-Rollenzüge ist wie der der einzelnen Rollen unabhängig von den Kettenstärken, sobald man, wie vorstehend voraus gesetzt, die Rollen-Abmessungen in konstanten Verhältnissen zur zugehörigen Kettenstärke wählt. —

B. Baumechanik.*)

In der Baumechanik finden die Lehren der allgemeinen Mechanik, insbesondere die der Statik, bei Untersuchung der Stabilität und Tragfähigkeit der Bau-Konstruktionen, im speziellen bei Ermittelung der innern Kräfte derselben aus den äussern Kräften, Anwendung.

Bei diesen Untersuchungen betrachtet man den Gesammtkörper jeder Baukonstruktion im allgemeinen als ein System von Elementar-Körpern und die Querschnitte als geometrische Figuren. Die vorherrschende Form der Elementar-Körper ist die Stabform; doch unterscheidet man auch flächenförmige, plattenförmige Elementar-Körper oder solche, die nach den 3 Dimensionen des Raumes nahezu gleich ausgedehnt sind. Dächer und Brücken oder dergl. Konstruktionen in Eisen oder Holz betrachtet man z. B. als Stabsysteme, Balken, Säulen, Mauern und Gewölbe können als einfache gerade, bezw. krumme Stäbe, event. als anders gestaltete Körpertypen angesehen werden.

Für die nachfolgende Bearbeitung ist die Baumechanik in 2 Theile: I. Elastizitäts-Lehre (auch Festigkeits-Lehre oder Lehre von der Elastizität und Festigkeit) und II. Statik der Baukonstruktionen eingetheilt.

In der Elastizitäts-Lehre handelt es sich um elementare Körpertypen; in der Statik der Baukonstruktionen wird die Untersuchung über die hauptsächlichsten der bekannten Baukonstruktionen ausgedehnt, unter Benutzung der Resultate der allgemeinen Gleichgew.- und Elastizitäts-Lehre. —

I. Elastizitäts-Lehre.**)

Litteratur:

1. Werke allgemeinen Inhalts.

1. Lamé. *Leçons sur la théorie mathematique de l'élasticité des corps solides;* Paris 1852. — 2. Morin. *Leçons de mécanique pratique. Résistance des materiaux;* Paris 1853. — 3. De Saint-Venant. *Mémoire sur la torsion des prismes, avec des considérations sur leur flexion ainsi que sur l'equilibre interieur des solides élastiques en général etc.;* Paris 1853. — 4. Rebhann Theorie der Holz- und Eisenkonstruktionen; Wien 1856. — 5. Clebsch. Theorie der Elastizität fester Körper; Leipzig 1862. — 6. Navier. *Résumé des leçons données à l'école des ponts et chaussées sur l'application de la mécanique. I. Sect. De la résistance des corps solides. Avec des notes et des appendices par M. de Saint-Venant;* Paris 1864. — 7. Winkler. Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit; Prag 1867. — 8. Stoney. *The theory of strains in girders and similar structures;* London 1873. — 9. Müller. Elementares Handbuch der Festigkeitslehre; Berlin 1875. — 10. Baker. *On the strength of beams, columns and arches;* London 1876. — 11. Dr. Kurz. Taschenbuch der Festigkeitslehre. Ein Anhang zu Lehrbüchern der reinen Mechanik; Berlin 1877. — 12. Klein. Theorie der Elastizität, Akustik und Optik; Leipzig 1877. — 13. Grashof. Theorie der Elastizität und Festigkeit (2. Auflage der Festigkeitslehre von 1866); Berlin 1878. — 14. Pochhammer. Untersuchungen über das Gleichgewicht des elastischen Stabes Kiel 1879. — 15. Weyrauch. Theorie elastischer Körper; Leipzig 1884.

2. Spezielle Zweige.

16. Weyrauch. Festigkeit und Dimensionen-Berechnung der Eisen- und Stahlkonstruktionen mit Rücksicht auf die neueren Versuche; Leipzig 1876. — 17. Winkler. Wahl der zulässigen Inanspruchnahme der Eisenkonstruktionen; Wien 1877. — 18. Ritter, W. Die elastische Linie und ihre Anwendung auf den kontinuirlichen Balken; 2. Auflage; Zürich 1883.

a. Grundbegriffe und Aufgabe der Elastizitäts-Lehre.

α. Elastizität.

Unter Einwirkung äusserer — d. h. von andern Körpern herrührender — Kräfte erleidet ein fester Körper eine Formänderung (Deformation), d. i. im allgem. eine Aenderung des Volumens und der Gestalt, oder eine gegenseitige Verschiebung aller seiner Punkte. Sobald aber die Einwirkung der äussern Kräfte aufhört, nimmt der Körper die ursprüngliche Gestalt mehr oder weniger wieder an. Diese Eigenschaft der festen Körper nennt man ihre Elastizität. Vollkommen elastische Körper, welche ihre ursprüngliche Form ganz wieder annehmen und vollkommen unelastische Körper, welche die Formänderung ganz beibehalten, giebt es nicht.

Jede Formänderung setzt sich daher aus einer elastischen (d. h. einer solchen, die nach Aufhören der äussern Einwirkung ganz wieder verschwindet) und

*) Auch „Ingenieur-Mechanik", „Mechanik der Baukonstruktionen" genannt. **) Festigkeitslehre oder Lehre von der Elastizität und Festigkeit.

einer bleibenden zusammen. Letztere ist — bis zu einer gewissen Grenze der Beanspruchung des Körpers durch äussere Kräfte — so verschwindend klein, dass sie für die Untersuchung der Baumechanik als nicht vorhanden betrachtet werden kann. Die Grenze, bezw. diejenige Grösse der äussern Kräfte, welche noch keine bleibende Formänderung hervor bringt, heisst Elastizitäts-Grenze oder auch Grenz-Koeffizient.

β. Festigkeit.

1. Bei fortgesetzter Steigerung des Deformations-Zustandes materieller Punkte des Körpers findet endlich eine Trennung der Körpertheile an der betr. Stelle statt: es tritt ein Bruch des Körpers ein. Diejenige Grösse der äussern Kräfte, welche gerade genügt, um einen Bruch des Körpers herbei zu führen, nennt man seine Festigkeit. Die Festigkeit pro Flächeneinheit eines Querschnitts nennt man wohl den Festigkeits-Koeffizienten oder ebenfalls kurzweg die Festigkeit.

In der Praxis beansprucht man die Konstruktionen nur mit einem nach Erfahrung als zulässig anerkannten bestimmten Theile des Festigkeits-Koeffizienten, welchen man die zulässige Inanspruchnahme nennt; die Theilzahl heisst der Sicherheitsgrad.

2. Bei allen Untersuchungen der Elastizitäts-Lehre wird bisher, der Einfachheit wegen, angenommen, dass die Grösse der Festigkeit — d. i. nach obigem die Bruchbelastung — unabhängig ist von der Zeitdauer der Belastung, oder Beanspruchung des Körpers durch die äussern Kräfte. Sowohl die sogen. elastische Nachwirkung — worunter man diejenige Formänderung versteht, welche noch eintritt, wenn der Körper unter der Wirkung der äussern Kräfte bereits zur Ruhe gekommen ist — als auch der Einfluss wiederholter Belastungen, insbesondere wenn sie abwechselnd in verschiedenem Sinne erfolgen, haben Einfluss auf die Grösse der Festigkeit. Erfahrungsmässig nimmt nämlich die Grösse der Festigkeit mit wachsender Zeitdauer der Belastung und auch mit wachsender Zahl der Wiederholungen ab. Die Kenntniss dieser Erscheinungen ist aber bisher noch zu mangelhaft, als dass es schon möglich wäre, eine mathematische Theorie des Einflusses der elastischen Nachwirkung und der wiederholten Belastungen aufzustellen.

Man begnügt sich vorläufig damit, den fraglichen Einfluss durch die Beobachtung praktischer Regeln bei der Dimensionirung der Konstruktionstheile so viel wie möglich in Rechnung zu ziehen. Dies geschieht dadurch, dass man die zulässige Inanspruchnahme nicht mehr als einen Theil des Festigkeits-Koeffiz. in Rechnung zieht, vielmehr sie durch eine besondere Methode fest setzt, welche in der „Statik der Baukonstruktionen" näher dargelegt wird.

γ. Aufgabe der Elastizitäts-Lehre.

Dieselbe umfasst die Ermittelung: 1. der Beziehungen zwischen den äusseren Kräften und der Formänderung; 2. der Bedingungen, unter welchen die Körper gegen bleibende Formänderung oder gegen Bruch eine für die Praxis hinreichende Sicherheit bieten.

Um die Aufgabe zu lösen, ist es nothwendig, verschiedene Deformations-Zustände einer hinreichenden Anzahl von Körpertypen mathematisch zu untersuchen und dabei innere Kräfte (Spannungen) als Hilfsgrössen einzuführen.

δ. Innere Kräfte oder Spannungen.

Die durch die Formänderung hervor gerufenen innern Kräfte, mit denen die — unendlich kleinen — Körperelemente an ihren Berührungsflächen gegenseitig auf einander wirken, nennt man auch Spannungen. Unter der Spannung p im beliebigen Punkt P eines Körpers verstehen wir die auf das Flächenelement df einer durch P gehenden beliebigen ebenen Fläche F bezogene innere Kraft, mit welcher die an die Fläche F beiderseits angrenzenden Körpertheile bei P gegenseitig auf einander wirken. Man nimmt an, dass die Spannung p sich über das Flächenelement df gleichmässig vertheilt und nennt die „Spannung pro Einheit" der Fläche df auch wohl die „spezifische Spannung". Die Richtung der Spannung bildet im allgem. einen Winkel mit der Fläche df. Die senkrecht zur Fläche stehende Komponente der Spannung wird Normalspannung genannt.

Diese Komponente kann entweder ein Zug oder ein Druck sein, je nachdem sie die auf beiden Seiten der Fläche df befindlichen Körperelemente von einander zu entfernen, oder sie zu nähern strebt. Ein Zug wird als positive, ein Druck als negative Spannung in die Rechnung eingeführt. Die in die Fläche df fallende Komponente der Spannung sucht die auf beiden Seiten der Fläche liegenden Körperelemente gegen einander zu verschieben (abzuscheren). Man nennt sie daher Schubspannung oder Scherspannung.

ε. Spannungs-Ellipsoid und Haupt-Spannungen.

1. Der Spannungs-Zustand in einem Körperpunkte P, dessen Koordin. in Bezug auf 3 in ihm sich rechtwinklig schneidende Ebenen x, y und z sind — d. h. die Grösse und Richtung der Spannung p — ist durch folgende 6 Seitenkräfte von p:

σ_x, σ_y, σ_z die Normalspannungen nach den Richtungen der 3 Koordin.-Axen und:

τ_x, τ_y, τ_z, die Schubspannungen, welche bezw. die Ebenen XY und XZ, YZ und YX, ZX und ZY affiziren,

bestimmt.

Der Gleichgew.-Zustand des materiellen Körperpunktes wird durch folgende Beziehungen der 6 Grössen unter einander bedingt:

$$\frac{d\sigma_x}{dx} + \frac{d\tau_z}{dy} + \frac{d\tau_y}{dz} + X = 0; \quad \frac{d\tau_y}{dx} + \frac{d\sigma_y}{dy} + \frac{d\tau_x}{dz} + Y = 0;$$
$$\frac{d\tau_y}{dx} + \frac{d\tau_x}{dy} + \frac{d\sigma_z}{dz} = Z = 0.$$

X, Y, Z sind die Komponenten der auf den materiellen Punkt selbst etwa nach den 3 Axenrichtungen noch wirkenden äussern Kräfte.

Die Winkel, welche die Spannung p und eine Normale PN zur belieb. Ebene in P mit den Koordin.-Axen einschliessen, seien λ, μ, ν bezw. α, β, γ. Dann ergiebt sich:

$$p \cos\lambda = \sigma_x \cos\alpha + \tau_z \cos\beta + \tau_y \cos\gamma;$$
$$p \cos\mu = \tau_z \cos\alpha + \sigma_y \cos\beta + \tau_x \cos\gamma;$$
$$p \cos\nu = \tau_y \cos\alpha + \tau_x \cos\beta + \sigma_z \cos\gamma.$$

Das Gesetz, nach welchem sich die Grösse der Spannung p mit ihrer Richtung ändert, lautet:

Wenn für alle durch P gehenden Ebenen die Grösse der Spannung p auf ihrer Richtungslinie von P aus als Strecke abgetragen wird, so liegen die Endpunkte aller Strecken in der Fläche eines Ellipsoids und 3 konjugirte Halbmesser desselben stellen nach Grösse und Richtung die Spannungen für 3 im Punkte P sich rechtwinklig schneidende Flächen dar. Dies Ellipsoid nennt man das Spannungs-Ellipsoid.

2. In jedem Punkte P des Körpers giebt es 3 zu einander senkrechte Ebenen, in denen die Schubspannungen für diesen Punkt $= 0$ und zu denen also die betr. Spannungen p senkrecht sind. Diese Spannungen heissen die Hauptspannungen (besser Haupt-Normalspannungen). Ihre Richtung und Grösse fällt mit den Hauptaxen des Spannungs-Ellipsoids zusammen. Daraus folgt, dass — absolut genommen — eine der Hauptspannungen die grösste, eine andere die kleinste aller Normal-Spannungen ist, die im Punkte P für beliebige durch ihn gelegte Ebenen erhalten werden.

Die Schubspannung wird ein Maximum für 6 Ebenen, von denen je 2 durch eine Hauptaxe gehen und gleichzeitig die Winkel der beiden andern Hauptaxen halbiren. Diese grössten Schubspannungen werden Haupt-Schubspannungen genannt; sie stehen also bezw. senkrecht zu den Haupt-Normal-Spannungen.

ζ. Deformations-Ellipsoid.

Im Innern eines von äussern Kräften beanspruchten Körpers erleidet ein unendlich kleines Parallelepiped, das in einer Ecke den Punkt P enthält, eine

Formänderung, die im wesentlichen aus Längen-Aenderungen (Dehnungen) der Kanten und Verschiebungen (Schiebungen oder Gleitungen) der Seitenflächen gegen einander besteht. Ist nach der Richtung einer Spannung die Dehnung der Längeneinheit $= \varepsilon$, so ist die Dehnung pro Längeneinheit nach jeder hierzu senkrechten Richtung $= -\frac{\varepsilon}{m}$. Hier ist m eine Konstante, deren Grösse von der Beschaffenheit des Materials abhängt.

Durch die Grösse der Dehnungen und Gleitungen wird der Deformations-Zustand im Punkte P in analoger Weise bestimmt, wie der Spannungs-Zustand daselbst durch die Spannungen p aller durch den Punkt P verlaufenden Ebenen.

Am anschaulichsten kann der Deformations-Zustand im Punkte P durch die Deformation eines Massenelements dargestellt werden, das im ursprünglichen Zustande des Körpers — d. h. vor seiner Deformation in Folge der Einwirkung äusserer Kräfte — von einer um P als Mittelpunkt mit einem unendlich kleinen Halbmesser ds beschriebenen Kugelfläche begrenzt wird. Das unendlich kleine kugelförmige Körperelement geht durch die Deformation in ein Ellipsoid über, dessen je 3 konjugirte Durchmesser ursprünglich zu einander senkrecht waren. Dies Ellipsoid wird Deformations-Ellipsoid genannt. Bei isotropen — d. h. nach allen Richtungen gleiche Elastizität besitzenden — Körpern fallen die Axen des Deformations-Ellipsoids mit den Axen des Spannungs-Ellipsoids zusammen.

Ist eine der Hauptspannungen $= 0$, so gehen das Spannungs- bezw. Deformations-Ellipsoid in eine Spannungs- bezw. Deformations-Ellipse über.

η. Formen der zu untersuchenden Körper-Typen.

Es genügt, 3 Klassen zu unterscheiden:

1. stabförmige Körper oder Stäbe (vorwiegend nach einer Dimension ausgedehnt),
2. plattenförmige Körper oder Platten (geringe Dicke im Vergleich zur Länge, Breite und Ausdehnung),
3. Körper, welche nach allen 3 Dimensionen nahezu gleich ausgedehnt sind.

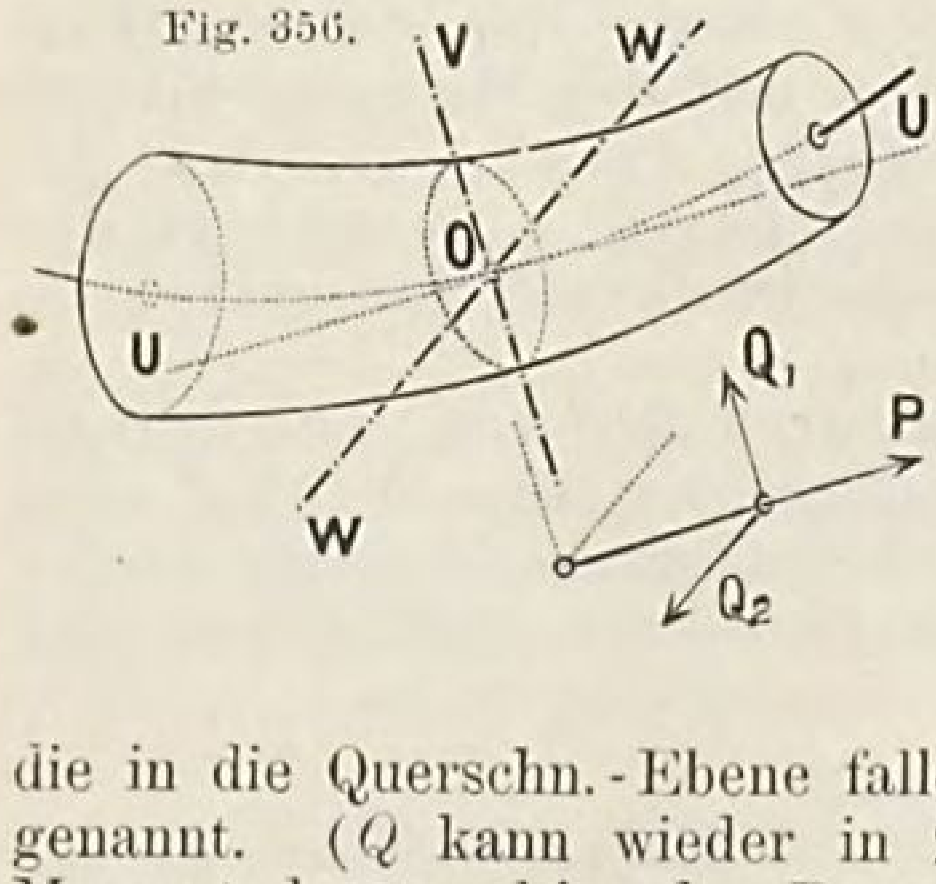
Stäbe mit sehr kleinem Querschnitt können als materielle Linien, Platten in sehr geringer Stärke als materielle Flächen aufgefasst werden.

Die nachstehenden Untersuchungen beschäftigen sich vorzugsweise mit der Stabform. Man denkt sich diese dadurch entstanden, dass eine ebene Fläche (der Querschnitt), die ihre Figur stetig ändern kann, in ihrem Schwerpunkt senkrecht auf einer Leitkurve (der Axe) fortgleitet. Eine beliebige, parallel zur Axe gelegene materielle Linie nennen wir eine Faser. Zwei sehr nahe aneinander belegene Querschnitte (Nachbarquerschnitte) begrenzen eine Scheibe. Ferner unterscheiden wir, je nach der Form der Axe: gerade, einfach gekrümmte und doppelt gekrümmte Stäbe.

ϑ. Formänderung eines Stabes unter Einwirkung äusserer Kräfte.

1. Um die Wirkungen zu untersuchen, die in einem Querschnittt O eines stabförmigen Körpers, Fig. 356, durch dessen Belastung hervor gerufen werden, ist es gleichgültig, ob man den links oder rechts von O liegenden Stabtheil betrachtet, weil im Falle des Gleichgewichts auf beide Theile die nämlichen Resultanten, nur in entgegen gesetztem Sinne gerichtet, wirken.

Fig. 356.



Alle äussern Kräfte, welche auf einen belieb. durch den Querschn. O getrennten Theil des Stabes wirken, lassen sich durch eine im Schwerp. des Querschn. angreifende Einzelkraft und ein resultirendes Kräftepaar ersetzen. Die eine Tangente an die Stabaxe (Leitkurve) bildende Seitenkraft P der Einzelkraft wird Axialkraft, die in die Querschn.-Ebene fallende Seitenkraft Q derselben Transversalkraft genannt. (Q kann wieder in 2 Seitenkräfte Q_1 und Q_2 zerlegt werden.) Das Moment des resultirenden Paares zerlegt sich in ein Biegungsmoment, dessen

Paar in einer senkrecht zum Querschn. stehenden Ebene liegt, und ein Torsionsmoment, dessen Paar in einer zur Querschn.-Fläche parallelen Ebene wirkt. Ist der Stab ein gerader, so fällt die Richtung der Axialkraft für eden Querschn. mit der Stabaxe zusammen.

2. Unter Einwirkung der äussern Kräfte können im betrachteten Stabtheile folgende Arten von Aenderungen in der Lage des Querschn. O, seinem Nachbarquerschn. gegenüber, eintreten:

a. Die beiden Querschn. entfernen sich von einander oder nähern sich einander, ohne dass ihre gegenseitige Lage sich sonst dabei ändert. Dieser Fall, bei dem es sich nur um einen Zug oder einen Druck, also um Normal-Elastizität handelt, tritt ein, wenn nur die Axialkraft (P) wirkt, das Moment des resultirenden Paares und die Transversalkraft aber, je für sich $= 0$ sind.

b. Die beiden Querschn. verschieben sich gegenseitig, ohne dabei ihren Abstand zu ändern und ohne sich zu drehen. Dieser Fall — reine Schub-Elastizität — tritt ein, sobald nur die Transversalkraft vorhanden, also Axialkraft und Moment, je für sich, $= 0$ sind.

c. Der eine Querschn. dreht sich gegen den andern um eine in seiner Ebene liegende und durch seinen Schwerp. gehende Axe. Dieser Fall — reine Biegungs-Elastizität — tritt ein, wenn nur ein Paar resultirt, welches in einer zur Querschn.-Fläche senkrechten Ebene wirkt. Axialkraft und Transversalkraft sind dann $= 0$.

d. Der eine Querschn. dreht sich gegen den andern in seiner Ebene um seinen Schwerp. Dieser Fail — reine Torsions-Elastizität — tritt ein, wenn nur ein Paar resultirt, welches in einer zur Querschn.-Fläche parallelen Ebene wirkt. Axialkraft und Transversalkraft sind, je für sich, $= 0$.

3. Die 4 eben berührten Fälle der Formänderung sind: „einfache Fälle der Elastizität“. Man fasst sie auch wohl unter der kurzen Bezeichnung: „Einfache Elastizität“ zusammen. Kombinationen der einfachen Fälle unter einander nennt man „zusammen gesetzte“ Fälle der Elastizität oder kurzweg „zusammen gesetzte Elastizität.“ Die reine oder einfache Biegungs-Elastizität kommt in der Praxis fast gar nicht vor. Aus diesem Grunde ist auch die Biegungs-Elastizität weiterhin als ein zusammen gesetzter Fall, speziell als eine Kombination von Normal-, Schub- und Biegungs-Elastizität behandelt. Zur zusammen gesetzten Elastizität gehören auch die Fälle, wo ein Stab exzentrisch oder auf Knickung beansprucht wird. —

Die Bezeichnungen Elastizität und Festigkeit werden häufig mit einander vertauscht. Daher findet man auch die Benennungen: einfache, zusammengesetzte, Zug-, Druck-, Schub-, Biegungs- und Torsions-Festigkeit in Fällen angewendet, wo eigentlich nur die betreff. Elastizität in Frage steht. Die Festigk. im besondern bedeutet immer nur die Grösse der zum Bruche führenden Belastung.

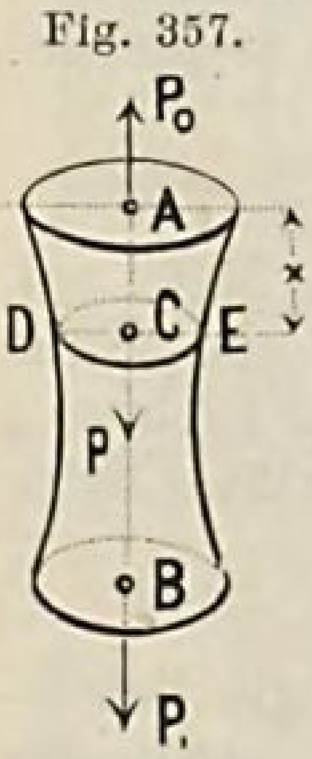
Wo nicht ausdrücklich die Stabform anders bezeichnet wird, ist im Nachfolgenden stets von geraden Stäben, die Rede.

b. Einfache Elastizität und Festigkeit.

α. Normalspannung.

Normal-Elastizität liegt für den belieb. Querschn. DE, Fig. 357, eines geraden Stabes vor, wenn daselbst nur eine Axialkraft P wirkt, deren Richtung mit der Stabaxe zusammen fällt. Es sei: P_0 die im Endquerschn. A, P_1 die im Endquerschn. B wirkende Kraft, ferner γ das Gewicht der Kubikeinh. des Stabes, l die Länge der Stabaxe, x die Entfernung des belieb. Querschn. von A, F der veränderliche Flächeninhalt des belieb. Querschn. Dann ist, im Falle des Gleichgew. der äussern Kräfte, die in C wirkende Kraft:

Fig. 357.



$$P = P_0 \pm \gamma \int_0^x F\,dx. \qquad (1)$$

Das obere oder untere Vorzeichen gilt, je nachdem die Endfläche A, in welcher P_0 wirkt, die obere oder untere Endfläche des Stabes ist. Wenn der Stab prismatisch ist und die an seinen Endflächen wirkenden Kräfte sich gleichmässig über die Flächen vertheilen, so üben die Fasern

eines Querschn. keinen Druck gegen einander aus und ändern ihre gegenseitige Lage nicht. Die Querschn. bleiben also eben und die Normalspannungen sind für alle Punkte eines Querschn. konstant. Unter dieser Voraussetzung, und wenn N die spezif. Normalspannung im belieb. Querschn. bezeichnet, folgt aus (1):

$$N = \frac{P}{F} = \frac{P_0}{F} \pm \frac{\gamma}{F} \int_0^x F dx. \tag{2}$$

β. Axiale Längenänderung.

Die Erfahrung lehrt, dass die elastische Längenänderung ($\triangle l$) der spezif. Normalspannung (N) in axialer Richtung nahezu proportional ist. Dies Gesetz — das Elastizitäts-Gesetz — gilt nur innerhalb der Elastizitätsgrenze und lautet für konstanten Querschn.: $\frac{\triangle l}{l} = \frac{N}{E} = \frac{P}{EF}$ (3)

und für veränderlichen Querschn.: $\triangle l = \frac{1}{E} \int_0^l \frac{P}{F} dx.$

Dabei gilt die Voraussetzung, dass die Axialkraft sich gleichmässig über die Querschn. — welche eben bleiben — vertheilt. Die Grösse E, eine Erfahrungsgrösse, wird Elastizitäts-Koeffizient oder Elastizitäts-Modul genannt.

Für $N = E$ wird in (3): $\triangle l = l$. Darnach kann man den Elastiz.-Koeffiz. auch als diejenige Spannung pro Flächeneinheit definiren, welche nach dem Elastiz.-Gesetz eine der Stablänge gleiche Längenänderung hervor bringt.

Für einen spezif. Druck $= E$ würde der Stab auf eine Länge $= 0$ reduzirt werden. Daraus folgt die Unzulänglichkeit des Gesetzes*), welches jedoch für alle in Baukonstruktionen vorkommende Materialien hinreichend genaue Resultate liefert.

Beispiel. Ein 10 cm langer schmiedeiserner Stab von 1 cm Seite des quadrat. Querschn. erleidet einen Zug von 1 t und zeigt dabei eine elastische Längenänderung von $^1/_{20}$ mm. Danach ist: $E = \frac{1 . 10}{1 . ^1/_{200}} = 2000$ t,

γ. Transversale Längenänderung.

Erfahrungsmässig erleiden Stabquerschn. in Folge der axialen Längenänderung $\triangle l$, deren Grösse das Elastiz.-Gesetz bestimmt, eine Veränderung ihrer Figur, die bei Druck-Beanspruchung sich in einer Verlängerung, bei Zug-Beanspruchung in einer Verkürzung der Querschn.-Fasern äussert, Fig. 358. Diese Längenänderung kann man im Gegensatz zu der axialen „transversale“ nennen. Durch Versuche hat sich ergeben, dass die transversale relative Längenänderung $\left(\frac{\triangle a}{a}\right)$ der axialen Längenänderung $\left(\frac{\triangle l}{l}\right)$ nahezu proportional ist. Es ist demnach: $\frac{\triangle a}{a} = \frac{1}{m} \frac{\triangle l}{l}$.

Fig. 358.

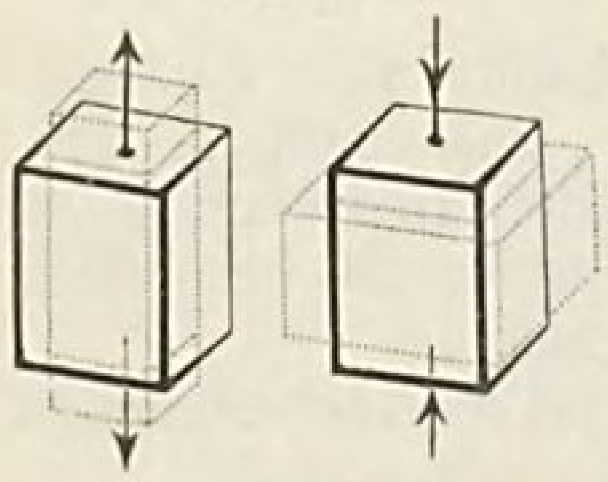
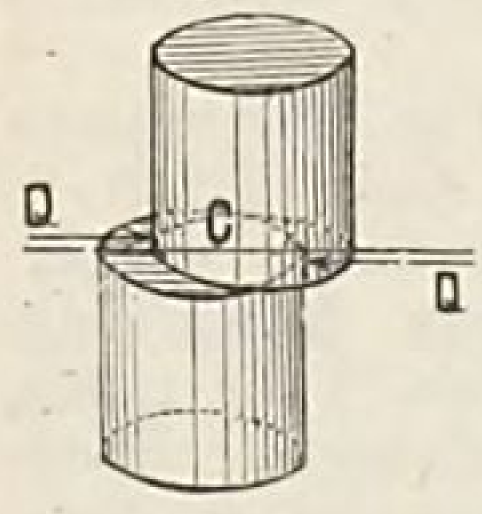


Fig. 359.



Die Konstante m ändert sich mit der Beschaffenheit des Stabmaterials. Meist ist sie < 4, welch letztern Werth die Molekular-Theorie liefert. Für isotrope, d. h. nach allen Richtungen gleiche Elastizität besitzende Körper (zu denen Gusseisen, Messing, auch Schmiedeisen, Stahl und viele Steine gerechnet werden) kann man $m = 3$ bis 4 setzen.

δ. Schubspannung.

1. Schubspannung tritt im Querschn. C, Fig. 359, auf, wenn nur die Axialkraft Q vorhanden ist. Q wirkt im Falle des Gleichgew. auf den obern und untern Stabtheil nach entgegen gesetzter Richtung. Unter der Annahme, dass sich die Schubspannung über die ganze Querschn.-Fläche gleichmässig vertheilt, ist die spezif. Schubspannung $T = \frac{Q}{F}$. (4)

2. Durch die Wirkung der Transversalkraft Q wird nicht allein die Schubspannung T im Querschn. erzeugt, sondern es werden in Ebenen, die gegen die

*) Vergl. Köpcke. D. Bauztg. 1882 S. 164 u. 460.

Querschn.-Fläche geneigt liegen, noch andere Spannungen hervor gerufen. Auf das unendlich kleine Prisma, Fig. 360, dessen Kanten senkrecht zur Richtung von Q stehen, während die Grundfläche $A\,B\,B_1\,A_1$ in der Querschn.-Fläche liegt, wirken folgende Kräfte: Auf die um den Winkel α gegen die Ebene $A\,B\,B_1\,A_1$ geneigte Ebene $B\,C\,C_1\,B_1$ die spezif. Spannung R, welche sich in die Normalspannung N und die Schubspannung S zerlegt; auf die Ebene $A\,B\,B_1\,A_1$ die spezif. Schubspannung T und auf die Ebene $A\,C\,C_1\,A_1$ eine spezif. Schubspannung T_1, welche vorhanden sein muss, um das Gleichgew. des Prismas gegen Drehung zu erhalten. Aus den Gleichgew.-Bedingungen folgt dann: $T = T_1$; $N = T \sin 2\alpha$; $S = -T \cos 2\alpha$; $R = \sqrt{N^2 + S^2} = T\sqrt{\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha} = T$.

Fig. 360.

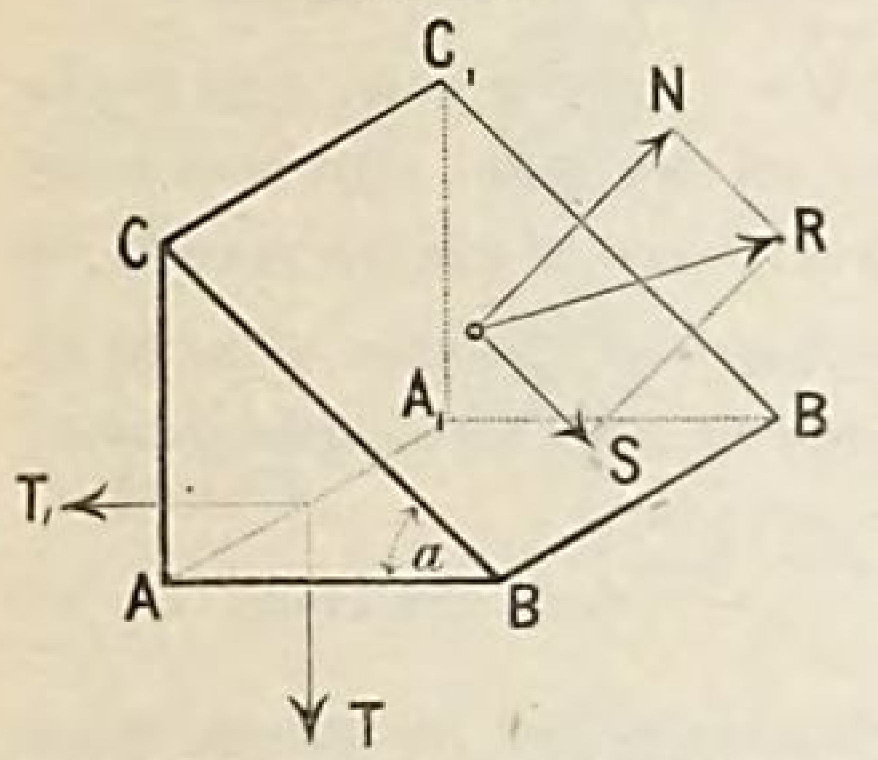
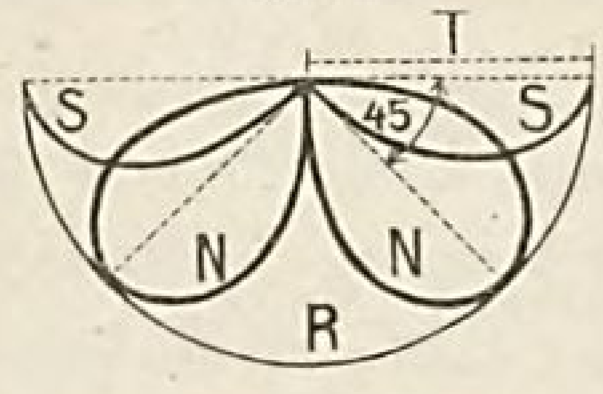
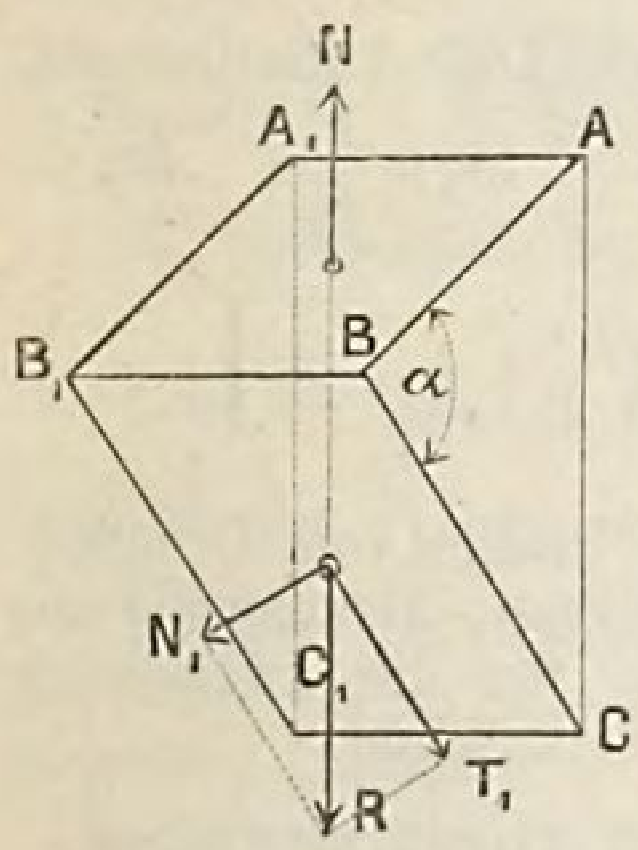


Fig. 361.



Diese Resultate sind in Fig. 361 grafisch dargestellt. $N_{max.} = \pm T$ findet für $\alpha = 45°$ und $\alpha = 135°$ statt; für diese Lage der Ebene ist $S = 0$. $S_{max.} = \pm T$ tritt für $\alpha = 0°$ und $\alpha = 180°$ ein. **Die Schubspannung T im Querschn. erzeugt also in Ebenen, welche gegen den Querschn. um 45° geneigt sind, eine ihr an Grösse gleiche Zug- oder Druckspannung.**

Fig. 362.

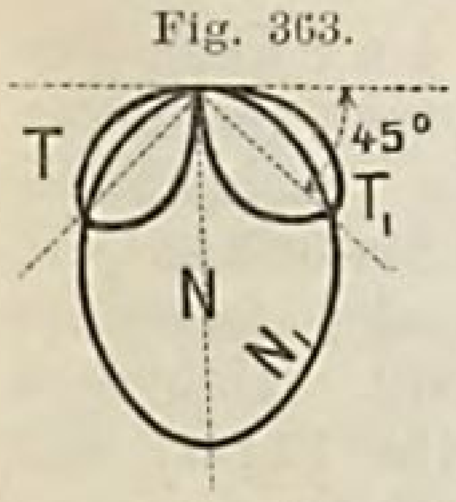


3. **Durch eine Axialkraft kann eine Schubspannung nur in Ebenen erzeugt werden, die nicht Querschn. sind.** Die Kanten $A\,C$ und $A_1\,C_1$ des unendlich kleinen Prismas in Fig. 362 seien parallel zur Stabaxe; die Ebene $A\,B\,B_1\,A_1$, in welcher die spezif. Normalspannung N wirkt, liege im Querschn. In der um den Winkel α gegen die Ebene $A\,B\,B_1\,A_1$ geneigten Ebene $B\,C\,C_1\,B_1$ wirken die durch eine Axialkraft hervor gerufene spezif. Normalspannung N_1 und die spezif. Schubspannung T_1. Die Gleichgew.-Bedingungen ergeben:

$$N_1 = N \cos^2\alpha; \quad T_1 = \frac{1}{2} N \sin 2\alpha.$$

Die Resultate sind in Fig. 363 grafisch dargestellt.

Fig. 363.

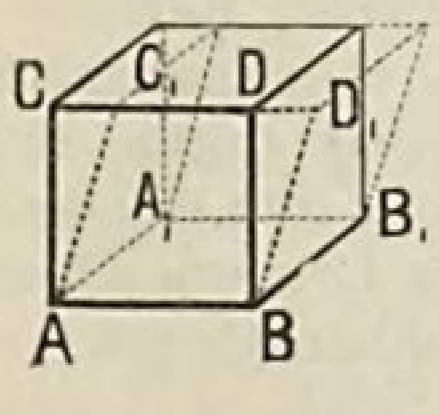


$N_{1\,max.} = N$ tritt für $\alpha = 0$ ein; $T_{1\,max.} = \pm \frac{1}{2} N$ findet für $\alpha = 45°$ und $\alpha = 135°$ statt.

ε. Gleitung und Gleitungs-Koeffizient.

Ein unendlich kleiner Würfel, Fig. 364 geht unter der Einwirkung der Schubspannung T, welche die im Querschn. liegende Grundebene $A\,B\,B_1\,A_1$ affizirt, in ein schiefwinkliges Parallelepiped über und dabei deformirt sich das Quadrat $A\,B\,D\,C$ in ein Parallellogramm $A\,B\,D_1\,C_1$; dann nennt man den Winkel $D\,B\,D_1 = \angle\, C\,A\,C_1 = \gamma$ **die Gleitung des Querschnitts.**

Fig. 364.



Geometrische Betrachtungen ergeben, dass die eintretende Verlängerung $\triangle d$ bezw. die Verkürzung $\triangle d_1$ der Diagonalen $A\,D = d$ und $B\,C = d$ nahezu gleich gross sind; u. z. näherungsw.:

$$\frac{\triangle d}{d} = \frac{\triangle d_1}{d} = \frac{1}{2}\gamma.$$

Da in der Richtung dieser Diagonalen (nach Obigem) die spezif. Normalspannungen $+T$ und $-T$ wirken, so ergeben sich unter Berücksichtigung der axialen und transversalen Längenänderungen auch folgende Werthe:

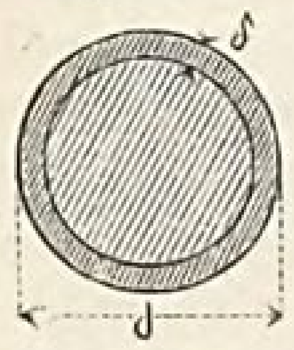
$$\frac{\triangle d}{d} = \frac{T}{E} + \frac{1}{m}\frac{T}{\varepsilon}; \quad \frac{\triangle d_1}{d} = -\frac{T}{E} - \frac{1}{m}\frac{T}{E} \text{ woraus folgt: } \gamma = \frac{2(m+1)}{m}\,\frac{T}{E} = \frac{T}{G};$$

$$G = \frac{m}{2(m+1)} E \ldots. (5).$$ G ist der sogen. **Gleitungs-Koeffiz.**

Für $m = 3$ wird $G = {}^3/_8\,E$; für $m = 4$ wird $G = {}^2/_5\,E$.

Beispiel. Zugfestigkeit gezogener Drähte. Gezogener Draht ist nicht als ein homogener stabförmiger Körper, sondern als aus einem Kerne und einer härtern Kruste bestehend, anzusehen. Sind F, F', F'' bezw. die Inhalte des Gesammt-Querschn., des härtern Ringes der Stärke δ und des Kerns, Fig. 365, bezeichnen ferner E', E'' und N', N'' die betr. Elastiz.-Koeffiz. und bezw. Normalspannungen, so ist die Axialkraft:

Fig. 365.



$$P = N'F' + N''F''.$$

Aus der Bedingung, dass die Längenänderungen = sein müssen, folgt ferner: $\frac{N'}{E'} = \frac{N''}{E''}$. Da die Kruste weniger dehnbar ist, als der Kern, wird jene zuerst reissen und sodann der Kern. Die Kruste zerreisst, wenn N' den Grenzwerth des Zugfestigk.-Koeffiz. Z erreicht: $N = Z$.

Ist Z_1 der durchschnittl. Zugfestigk.-Koeffiz. für den ganzen Querschn. (Durchm. d), so ist die den Draht zerreissende Kraft: $P = Z_1 F = Z_1 \frac{d^2 \pi}{4}$. Durch Verbindung der entwickelten Gleichg. resultirt endlich, wenn ausserdem ein Glied mit δ^2 vernachlässigt wird:

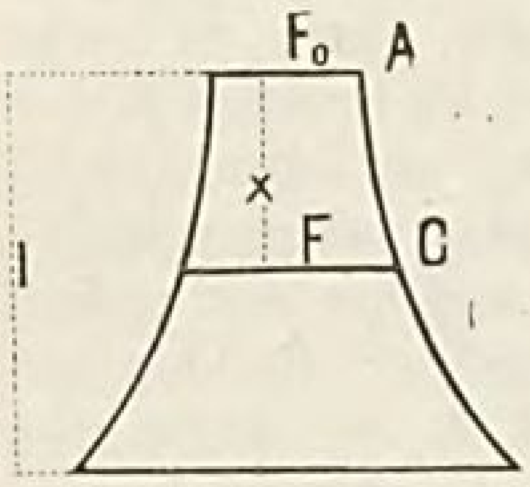
$Z_1 = Z + \frac{C}{d}$; $P = \frac{\pi}{4} d (Zd + C)$ worin die Konstante $C = 2Z \frac{E'' - E'}{E'}$ nach Erfahrung zu bestimmen bleibt.

Wenn auch die vorstehende Entwickelung ungenau ist, namentlich weil das Elastiz.-Gesetz nicht bis zum Bruche gültig bleibt, so bestätigt doch die Erfahrung, dass die den Draht zerreissende Kraft: $P = A d^2 + B d$ ist, worin unter A und B Erfahrungs-Werthe verstanden sind, die durch das Ausglühen der Drähte verringert werden und zwar B im höhern Grade als A.

ζ. Stäbe von konstanter Normalfestigkeit, Fig. 366.

Unter Beibehaltung der S. 557 eingeführten Bezeichnungen ergiebt sich für die Bedingung, dass in jedem Querschn. des Stabes gleiche Festigkeit herrsche aus (1):

Fig. 366.



$$P = P_0 \pm \gamma \int_0^x F dx = ZF,$$

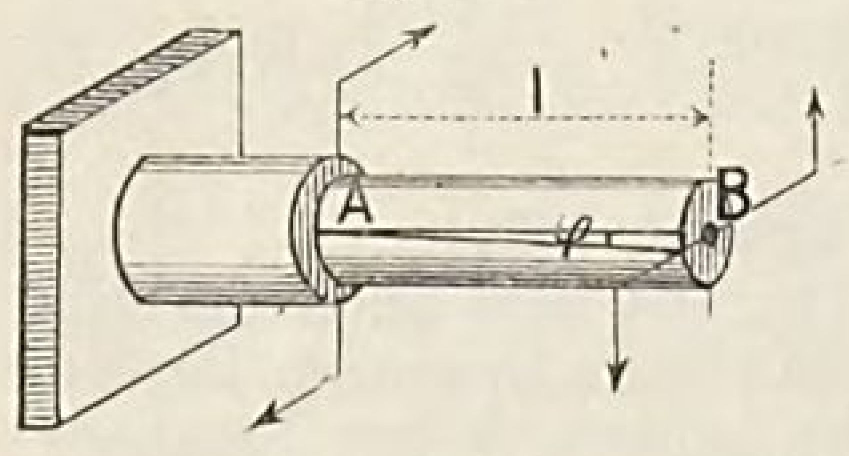
worin Z Zugfestigk.-Koeffiz. ist. Durch Differentiation und nachherige Integration folgt daraus: $x = \frac{Z}{\gamma} \log n \frac{F}{F_0}$; (6)

$$F = F_0 e^{\frac{\gamma x}{z}} = F_0 \left[1 + \frac{\gamma x}{z} + \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma x}{z} \right)^2 + \ldots \right];$$

F_0 ist Fläche des Endquerschn. A.

Bei Benutzung letzterer Gleichg. zur Konstruktion des Profils von Brückenpfeilern, Schachtgestängen u. s. w. ist — der thatsächlichen Beanspruchung entsprechend — der Zugfestigk.-Koeffiz. Z mit dem Koeffiz. für die zulässige Inanspruchnahme pro Flächeneinheit des Materials zu vertauschen.

Fig. 367.

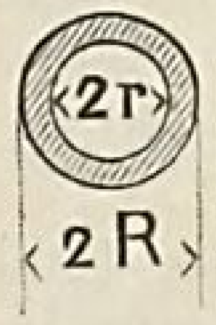
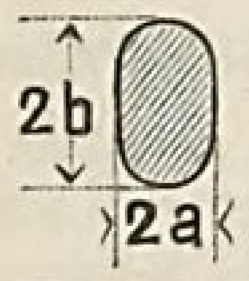
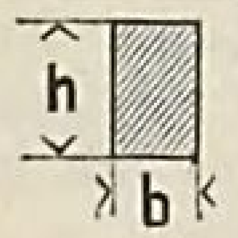


η. Torsionsspannung und Torsionswinkel.

1. Vollkommene Torsion tritt ein, wenn der gerade Stab von Kräftepaaren in Anspruch genommen wird, deren Ebenen die Stabaxe rechtwinklig schneiden. Für jeden Querschn. des Stabstücks AB, Fig. 367, zwischen zwei auf einander folgenden Kräftepaaren ist das Moment konstant. Daher ist für das Stabstück AB die prismatische Form, weil dabei die Querschn. von gleicher Torsionsfähigkeit sind, die vortheilhafteste.

Die Wirkung des Moments äussert sich in einer Verdrehung zweier Nachbar-Querschn. gegen einander, wobei in den betr. Querschn.-Flächen Schubspannungen erzeugt werden. Die Grösse der erzeugten Formänderung drückt man durch den spezif. Torsions- oder Drehungswinkel ϑ aus, d. i. des Winkels, um welchen zwei Querschn. gegen einander verdreht werden, deren Abstand = der Längeneinheit ist. Er wird durch Division des Verdrehungswinkels von 2 Nachbar-Querschn. durch ihren Abstand gefunden. Der Torsionswinkel φ für das Stück AB der Länge l ist also $= \vartheta l$.

2. Für prismat. Stäbe mit zwei sich rechtwinklig kreuzenden Symmetrie-Axen bleibt die Stabaxe während der Torsion in unveränderter Lage. Die für solche Stäbe aus den Bedingungen des Gleichgew. der innern und äussern Kräfte und der Bedingung, dass die Schubspannung T am Umfange des Querschn. tangential zu denselben gerichtet sein muss, sich ergebenden Werthe der Maximal-Schubspannung S des Querschn. und des spezif. Torsionswinkels sind für verschiedene Querschn.-Formen nachstehend zusammen gestellt.

Querschnittsformen		Maximal-Schubspannung S	Spezif. Torsionswinkel ϑ (theoret. Werth)
Kreis; Fig. 368.		$\frac{M r}{J_0} = \frac{2 M}{\pi r^3}$	$\frac{M}{G J_0} = \frac{2 M}{\pi G r^4}$
Kreisring; Fig. 369.		$\frac{M r}{J_0} = \frac{2 M R}{\pi (R^4 - r^4)}$	$\frac{M}{G J_0} = \frac{2 M}{\pi G (R^4 - r^4)}$
Ellipse; Fig 370.		$\frac{2 M}{\pi a^2 b}$ (für $y = \pm b$ und $x = 0$.)	$\frac{M (a^2 + b^2)}{\pi G a^3 b^3}$
Rechteck; Fig. 371.		$\frac{9}{2} \frac{M}{b^2 h} \left(\text{für } y = \pm \frac{h}{2} \text{ und } x = 0.\right)$	$\frac{9 M (b^2 + h^2)}{32 G b^3 h^3}$
Quadrat; Fig. 372.		$\frac{9}{2} \frac{M}{a^3}$	$\frac{9 M}{G a^4}$

J_0 bezeichnet das polare Trägheitmom., welches bestimmt ist durch:

$$J_0 = \int \rho^2 \, df = \int x^2 \, df + \int y^2 \, df.$$

Um den spezif. Drehungswinkel in Graden zu erhalten, ist die Bogenlänge ϑ mit $\frac{180}{\pi}$ zu multipliziren*).

3. Der praktisch vortheilhafteste Querschn. ist der kreisförmige, weil ihm bei gegebenem Moment und Flächeninhalt die kleinste Maximal-Schub-Spannung zukommt.

Beispiel. Der Durchmesser d einer Transmissionswelle berechnet sich nach Vorigem zu: $d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi S}} M$.

Ist $\mathfrak{N}$ die Zahl der Pferdekr., welche durch das betr. Wellenstück bei n Umdrehungen in der Min. zu übertragen sind, so wird $\mathfrak{N} = \frac{M 2 \pi n}{60 \,.\, 7500} = \frac{M n}{71620}$ und $d = 71{,}5 \sqrt[3]{\frac{\mathfrak{N}}{S n}}$ (cm).

Eine schmiedeiserne Welle für die $n = 100$ und welche dabei 50 Pfdkr. zu übertragen hat muss, wenn S nicht über 500 kg p. qcm betragen soll, den Durchm.: $d = 71{,}5 \sqrt{\frac{50}{500 \,.\, 100}} = 7{,}15$ cm erhalten.

Ueber Torsions-Arbeit und dynamische Beanspruchung, vergl. weiterhin unter „Formänderungs-Arbeit".

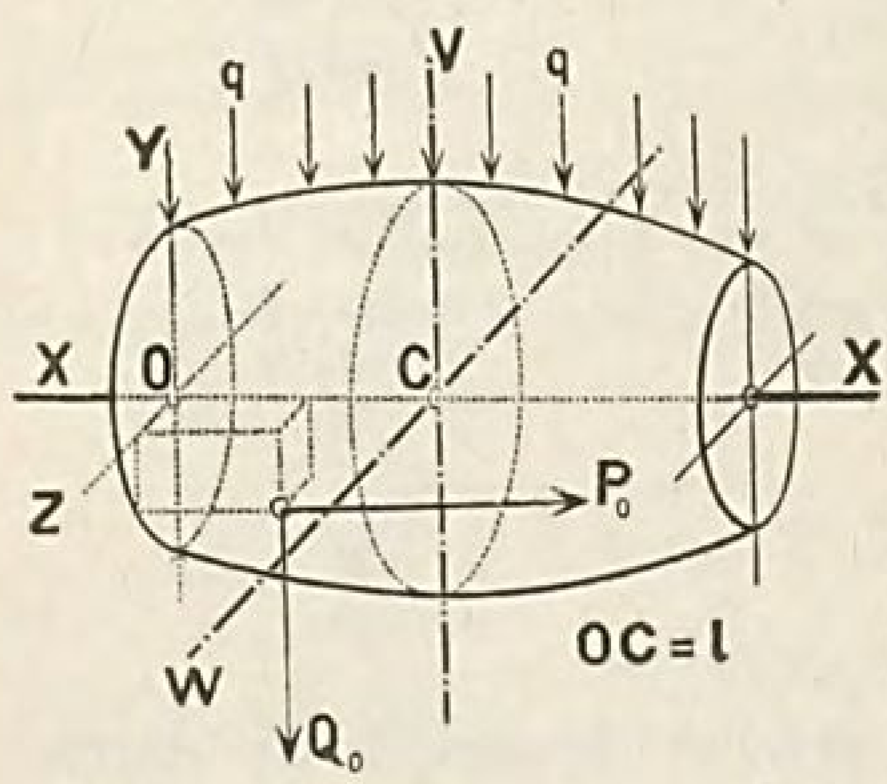
4. Bei gegebenen Werthen von M und S wird ein möglichst grosser Torsionswinkel — wie er z. B. bei Anstellung von Versuchen etc. wünschenswerth ist — erhalten, wenn entweder die Ellipse als Kreis, bezw. das Rechteck als Quadrat, oder die Figur der Ellipse bezw. des Rechtecks nach dem Verhältniss $\frac{b}{a}$ bezw. $\frac{b}{h} > 7{,}6$ genommen wird.

Beim quadrat. Querschn. ergiebt sich die Verdrehung in dem Verhältniss 1,042 : 1 grösser als beim kreisförmigen; doch stimmt der auf theoret. Wege entwickelte Werth von ϑ für den quadrat. Querschn. mit den aus angestellten Versuchen erlangten am wenigsten überein. Durch Messung des Torsionswinkels prismat. Stäbe aus

*) Eine beachtenswerthe Arbeit über Torsions-Spannung u. s. w. ist: E. Herrmann, Mittheilung in der Zeitschr. d. Oesterreich. Ingen.- u. Archit.-Vereins 1881, S. 169 ff.

nahezu isotropem Material fand nämlich Wertheim, dass für $G = 0{,}38\,E\,(m = 3{,}18)$ die theoret. Formel für den Torsionswinkel nur bei kreisförm., kreisringförm. und ellipt. Querschn. mit den Versuchs-Resultaten überein stimmte, für den rechteckigen Querschn. dagegen im allgem. zu grosse Werthe lieferte. Er fand allgemein: $\vartheta = \frac{n}{4}\frac{M}{G}\left(\frac{1}{\mathfrak{J}} + \frac{1}{\mathfrak{J}'}\right)$; $\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{J}'$ Haupt-Trägheitsmom., $n = 1$ für kreisförmige u. elliptische, $n = 1{,}2$ für quadratische, $n = 1{,}2 - 1{,}5$ für mehr und mehr längliche rechteckige Querschn. Dabei konstatirte Wertheim ferner, dass das Verhältniss $\frac{G}{E}$ für verschiedene Materialien ungleich, und der Koeffiz. n nicht allein von der Querschn-Form, sondern in etwas auch von M und von der Länge l des Stabes abhängig ist, und zwar so, dass n mit M wächst und mit l abnimmt.

Fig. 373.



c. Biegungs-Elastizität gerader Stäbe.

α. Aeussere Kräfte.

Auf den in Fig. 373 dargestellten Stab, dessen Axe mit der Axe OX und dessen Endfläche mit der YZ-Ebene eines rechtwinkl. Koordin.-Systems zusammen fällt, mögen äussere Kräfte derart wirken, dass die Resultanten derselben alle in der durch die OX-Axe gehenden XY-Ebene — der Kraftebene — liegen. Die äussern Kräfte mögen bestehen: aus einer gleichmässig vertheilten Last pro Längeneinheit $= q$; aus beliebig. vielen Einzelkräften R_0, welche im belieb. Punkte der Koordin. x_0 und y_0 angreifen und deren Komponenten P_0 und Q_0 bezw. parallel zur X-Axe und Y-Axe genommen sind.

Ist C der Ort eines belieb. Querschn. in der Entfernung a von O, so lassen sich für den links oder rechts von C liegenden Stabtheil die äussern Kräfte zu einer Axialkraft P, einer Transversalkraft Q und einem Moment M zusammen setzen. Für den links liegenden Stabtheil ist:

$$\left.\begin{aligned} P &= \Sigma\,(P_0); \quad Q = \Sigma\,(Q_0) + \int_0^a q\,dx. \\ M &= \sum_0^a \left[Q_0\,(a - x_0)\right] + \sum_0^a (P_0 y_0) + \int_0^a q\,dx\,(a - x). \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

P, Q und M gelten als positiv, wenn auf den linken Stabtheil P nach links, Q nach oben und M rechts drehend, oder wenn auf den rechten Stabtheil P nach rechts, Q nach unten und M links drehend wirkt.

Im Falle des Gleichgew. gelten die Werthe von P, Q und M für den rechts liegenden Theil, sobald die Vorzeichen umgekehrt werden. Streng genommen gelten die Gleichg. (7) nur bis zum Eintritt der Formänderung. Da aber voraus gesetzt wird, dass diese nur eine geringe sei, so kann man die Werthe für P, Q und M auch noch während der Formänderung als unveränderte gelten lassen und ein eventl. eintretendes Torsionsmoment als verschwindend klein vernachlässigen.

Aus den Gleichg. (7) ergeben sich folgende wichtigen Beziehungen:

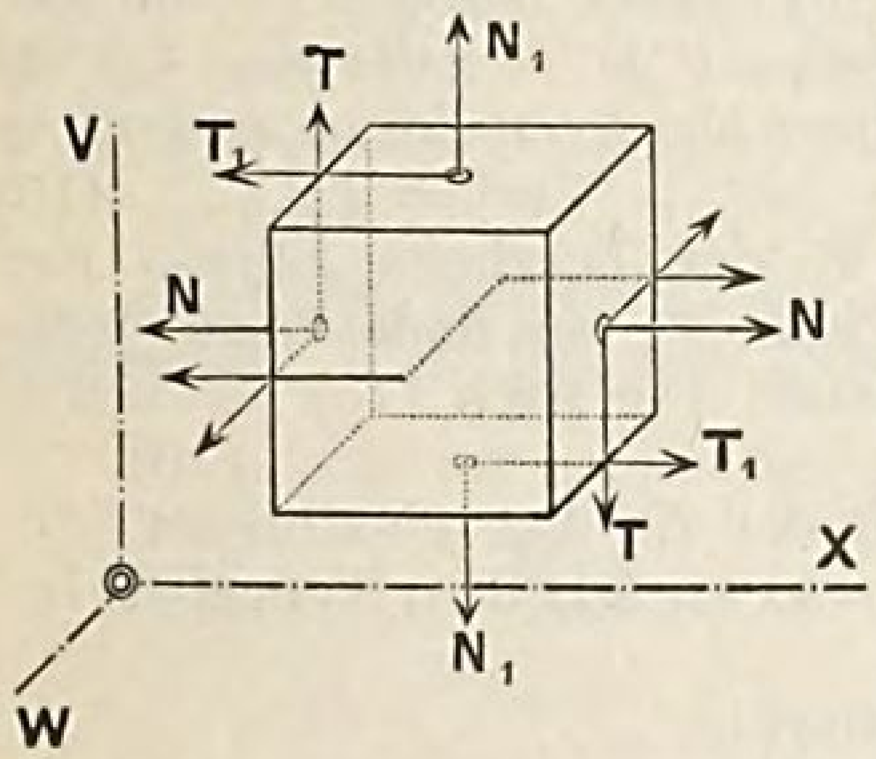
$$\frac{dQ}{dx} = -q; \quad \frac{dM}{dx} = Q; \quad \frac{d^2M}{dx^2} = -q; \quad (8)$$

In Worten ausgedrückt und weiter interpretirt: 1. Der Different.-Quotient der Transversalkraft ist = der negativen Last pro Längeneinheit; 2. Der Different.-Quotient des Biegungsmom. ist = der Transversalkraft; daher wird M für denjen. Querschn. zum analyt. Maximum, für welchen $Q = 0$ wird. 3. Wirken nur Einzelkräfte, — d. h. ist $q = 0$ — so ist auf der Länge zwischen 2 benachbarten Einzelkräften die Transversalkraft konstant und das Moment daselbst in Bezug auf x linear. Grafisch wird daher in diesem Falle Q durch eine Staffellinie und M durch ein Polygon dargestellt.

β. Innere Kräfte.

Von den im Innern eines Körpers auf die Flächen eines unendlich kleinen Parallelepipeds, Fig. 374, wirkenden Spannungen betrachten wir nur die Normalspannung N (Faserspannung), die in Folge der durch die Biegung hervor gerufenen Längenänderung der Fasern entsteht, und die Schubspannung T, welche in Folge Einwirkung der Transversalkräfte auftritt. Die Schubspannung T_1, Fig. 374, ist $= T_1$ weil im Fall des Gleichgew. je 2 eine und dieselbe Kante des Prismas schneidende Schubspannungen einander gleich sind. Die in den übrigen Flächen entstehenden Normal- und Schubspannungen sind bei ihrer geringen Grösse zu vernachlässigen.

Fig. 374.



1. Das Gleichgew. der innern und äussern Kräfte für den Stabtheil OC, Fig. 373, wird durch folgende Gleichg. ausgedrückt:

$$\int N df = P; \quad \int T df = Q; \quad (9) \qquad \int N v df = M; \quad \int N w df = 0; \quad (10)$$

v und w sind die Koordin. eines belieb. Querschn.-Punktes. Die Axe der v liegt in der Kraftebene. df bedeutet das Flächen-Differential $(du\, dv)$ des Querschnitts C. Die Integration hat sich über den ganzen Querschn. zu erstrecken.

2. Unter der Voraussetzung, dass die relative Aenderung $\frac{\triangle dx}{dx}$ des ursprünglichen Abstandes dx, den 2 Nachbar-Querschn. haben, in einem belieb. Punkte derselben in Beziehung auf die Koordin. v und w dieses Punktes vom 1. Grade ist — wobei die Querschn. nicht eben zu sein brauchen — ergiebt sich für die Faserspannung N ein Ausdruck von der Form: $N = a + bv + cw$, (11) worin a, b und c Konstante sind. Durch die Verbindung der in (9) und (10) enthaltenen 3 Bedingungen für N erhält man die 3 unbekannten Konstanten und aus (11) folgt endlich der allgemeinste Ausdruck für die Faserspannung N:

$$N = \frac{P}{F} + \frac{M\,(J'v + Hw)}{JJ' - H^2} \qquad (12)$$

Darin sind ausser den schon bekannten Grössen: $J = \int v^2 df$ und $J' = \int w^2 df$; Trägheitsmom. der Querschn.-Fläche F bezw. für die Axen der w und v und ist $H = \int vw df$.

Ein allgemeiner Ausdruck für die Schubspannung T lässt sich aus (9) und (10) nicht entwickeln. Die Ermittelung auf anderm Wege folgt weiterhin.

γ. Allgemeine Eigenschaften der Trägheitsmomente.

1. Die S. 541 ff. entwickelten allgem. Sätze über das Ellipsoid der Trägheitsmom., die Hauptaxen, die Haupt-Trägheitsmom. und das Zentral-Ellipsoid, auf welche verwiesen wird, gelten auch hier; nur mit dem Unterschiede, dass an Stelle des Körpers die Querschn.-Fläche F und an Stelle der Masse m das Flächenelement $df = du\, dv$ tritt; dass ferner die Z-Axe und die Winkel β und γ verschwinden und an Stelle der X- und Y-Axe die in der Querschn.-Ebene liegenden Axen der w und v treten. Wir haben es demnach bei der Biegungs-Elastizität mit einer Trägheits-Ellipse und einer Zentral-Ellipse des Querschn. zu thun, deren Axen Hauptaxen sind.

Der kleinsten 1. Hauptaxe entspricht das grösste der beiden Haupt-Trägheitsmom., welches zugleich auch das grösste von allen möglichen Trägheitsmom. ist. Umgekehrt entspricht der grössten 2. Hauptaxe das kleinste Haupt-Trägheitsmoment.

2. Unter Bezugnahme auf die S. 541 entwickelten Gleich. erhält man für ein, auf die in der Querschn.-Ebene beliebig belegene, mit der Axe der w den Winkel α einschliessende W_1-Axe bezogenes Trägheitmom. J_1, Fig. 375:

$$J_1 = J\cos^2\alpha + J'\sin^2\alpha - H\sin 2\alpha \ \ldots\ldots \qquad (13)$$

Trägt man auf alle möglichen Lagen der W_1-Axe, welche bei Drehung derselben um den belieb. Punkt O des Querschn. entstehen, die entsprechende

Grösse $\frac{1}{\sqrt{J_1}}$ von O aus als Strecke ab, so liegen die Endpunkte der erhaltenen Strecken in einer Ellipse, der Trägheits-Ellipse. — Ist O der Schwerp. des Querschn., so entsteht die Zentral-Ellipse.

3. Sind ferner v und w die Koordin. eines Ellipsen-Punktes, bezogen auf die Axe der w und v, so ist die Gleich. der Trägheits-Ellipse: $Jv^2 + J'w^2 - 2\,Hvw = 1$. (14)

Wählt man die Hauptaxen $\mathfrak{W}$ und $\mathfrak{V}$ der Ellipse als Axen der w und v, so wird $H = 0$ und die Ellipsen-Gleich. geht über in: $\mathfrak{J}\mathfrak{v}^2 + \mathfrak{J}'\mathfrak{w}^2 = 1$ (15)

Kennt man die Lage der Hauptaxen $\mathfrak{W}$ und $\mathfrak{V}$ der Trägheits-Ellipse und berechnet für sie die Haupt-Trägheitsmom. $\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{J}'$, so findet man jedes belieb. Trägheitsmom. für eine andere durch O gehende Axe nach (13) — weil H in diesem Falle $= 0$ ist — aus: $J_1 = \mathfrak{J}\cos^2\alpha + \mathfrak{J}'\sin^2\alpha$ (16)
worin α den Winkel bedeutet, den die neue Axe mit der $\mathfrak{W}$-Axe einschliesst.

Bei symmetr. Querschn. müssen die Hauptaxen mit den Symmetrie-Axen zusammen fallen.

Ueber Konstruktion der Trägheits-Ellipse s. weiterhin.

δ. Faserspannung (N) des Querschnitts.

Sobald eine Hauptaxe in die Kraftebene fällt, geht der allgemeinste Ausdruck für N in (12) über in: $N = \frac{P}{F} + \frac{Mv}{J}$. (17)

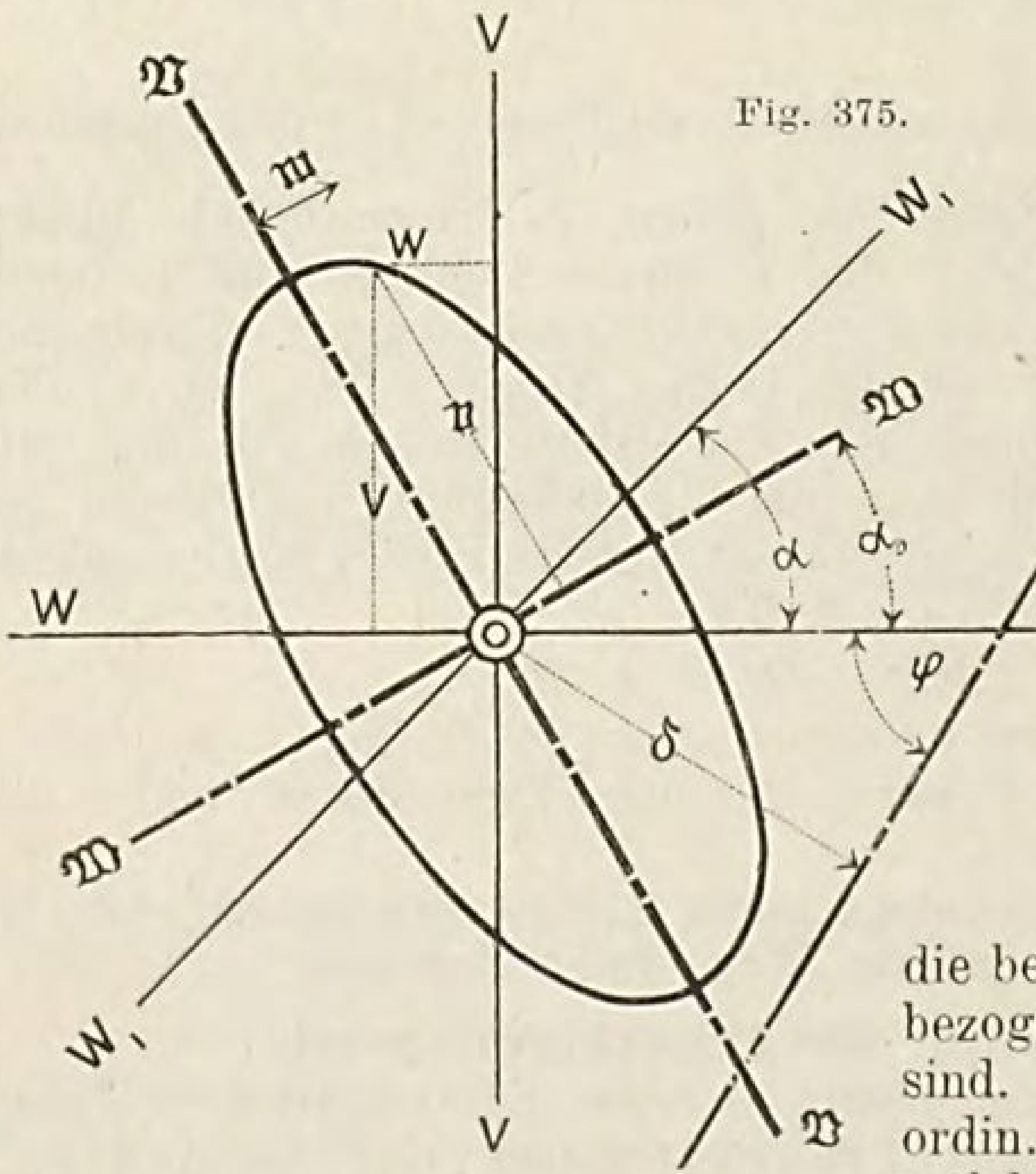


Fig. 375.

M und J beziehen sich auf diejenige Hauptaxe, welche senkrecht zur Kraftebene steht. v ist positiv event. negativ zu nehmen. Resultirt ausserdem keine Axialkraft, so ist: $N = \frac{Mv}{J} = \frac{M}{W}$. (18)

$W = \frac{J}{v}$ wird das Widerstandsmoment des Querschn. genannt.

Liegt keine der Hauptaxen in der Kraftebene, so ist, bei vorhandener Axialkraft:

$$N = \frac{P}{F} + \frac{\mathfrak{M}v}{J} + \frac{\mathfrak{M}'w}{J'} \qquad (19)$$

worin $\mathfrak{M} = M\cos\alpha_0$, $\mathfrak{M}' = M\sin\alpha_0$, die bezw. auf die grosse und kleine Hauptaxe bezogenen Seiten-Mom. des Biegungs-Mom. M sind. v und w bedeuten, wie immer, die Koordin. eines belieb. Querschn.-Punktes, für welchen N berechnet werden soll. α_0 ist der Winkel, den die Ebene des Mom. M mit der kleinen (1.) Hauptaxe einschliesst.

ε. Neutrale Axe.

Diejenige Faser, in welcher die Spannung $N = 0$ herrscht, wird die neutrale Axe oder Nullaxe genannt. Ihre Lage ergiebt sich aus: $\frac{P}{F} + \frac{\mathfrak{M}v}{J} + \frac{\mathfrak{M}'w}{J'} = 0$. (20)

Auf der einen Seite der neutralen Axe finden positive, auf der andern Seite negative Spannungen statt, welche sich proportional ihrem Abstande von der neutralen Faser ändern. Die Maximal-Faserspannung findet also in einem Querschn.-Punkte statt, der am weitesten von der neutralen Axe entfernt ist.

Bezeichnet φ den Winkel, den die neutrale Axe mit der Axe der w — welche, wie vor, stets senkrecht zur Kraftebene angenommen wird — einschliesst, und δ ihren senkr. Abstand vom Schwerp., Fig. 375, so wird die Gleich. der neutralen Axe durch die Beziehung: $\delta = v\cos\varphi - w\sin\varphi$ ausgedrückt.

Daraus folgt durch Verb. mit: (20) $\operatorname{tang}\varphi = \frac{\mathfrak{M}'\mathfrak{J}}{\mathfrak{M}\mathfrak{J}'}$; $\frac{1}{\delta} = \frac{F}{P}\sqrt{\left(\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{J}}\right)^2 + \left(\frac{\mathfrak{M}'}{\mathfrak{J}'}\right)^2}$. (21)

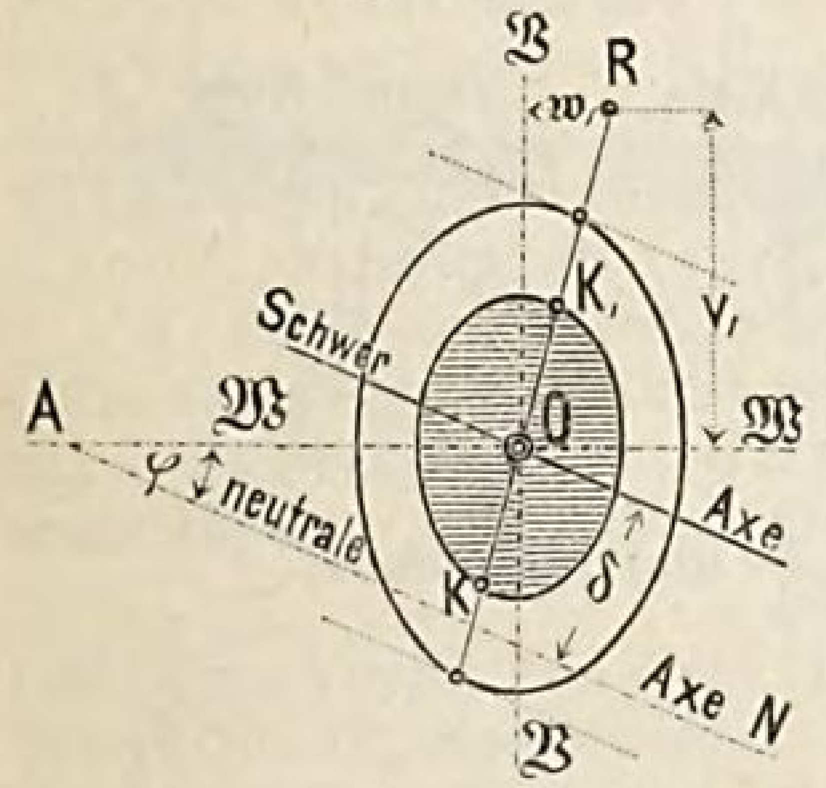
Fallen die Hauptaxen mit den Axen der v und w zusammen, d. h. liegt eine der Hauptaxen in der Kraftebene, so ist $\alpha_0 = 0$, also $\mathfrak{M} = M$ und $\mathfrak{M}' = 0$. Dann ist aber auch, nach (21): $\varphi = 0$.

Die neutrale Axe steht also in diesem Falle senkr. zur Kraftebene und es ist: $\delta = \frac{P}{F} \frac{J}{M}$. (22) Ist ausserdem keine Axialkraft vorhanden, so ist auch $\delta = 0$; d. h. die zur Kraftebene senkr. neutrale Axe geht durch den Schwerp. des Querschnitts.

ζ. Kern des Querschnitts.

Es werde voraus gesetzt, dass sich alle äussern Kräfte auf einer Seite des Querschn., d. i. für den linken oder rechten Stabtheil — zu einer Resultante zusammen setzen lassen, welche den Querschn. in einem Punkte R, Fig. 376, schneidet.

Fig. 376.



Die Koordin. des Punktes R, bezogen auf die Hauptaxen der Zentral-Ellipse seien v, und $w_{,}$. Dann ist $\mathfrak{M} = Pv_{,}$ und $\mathfrak{M}' = Pw_{,}$. Mit der Lagen-Aenderung des Punktes R wird sich darnach auch die Lage der neutralen Axe ändern.

Konstruirt man nun für alle möglichen, die Querschn.-Figur tangirenden Lagen der neutralen Axe die zugehörigen Punkte R, so beschreibt dabei der Punkt R eine Linie, welche man die Kernlinie und deren Punkte man die Kernpunkte nennt. Die von der Kernlinie eingeschlossene Fläche nennt man den Kern (Zentral-Kern) des Querschn. So lange in einem bestimmten Belastungsfalle der Angriffspunkt R der Resultante innerhalb des Kerns bleibt, so lange liegt auch die neutrale Axe ausserhalb des Querschn.; d. h., es tritt im Querschn. nur einerlei Art von Spannung (Zug oder Druck) auf. Fällt der Angriffspunkt R in die Kernlinie, so tangirt die neutrale Axe den Querschn., und die untere Grenze des Druckes oder die obere Grenze des Zuges daselbst ist $= 0$. Fällt aber der Angriffspunkt R ausserhalb des Kerns, so liegt die neutrale Axe im Querschn. und auf beiden Seiten derselben findet verschiedene Spannung statt, auf der einen Druck, auf der andern Zug. Es lässt sich ferner nachweisen, dass die der neutralen Axe parallele Schweraxe und die Durchschn.-Linie RO der Kraftebene konjugirte Durchm. der Zentral-Ellipse sind. In Fig. 376 ist AN die zum Punkte R gehörige neutrale Axe. K und K_1 sind die in der RO liegenden Kernpunkte, d. h. diejenigen Orte von R, welche sich ergeben, wenn die neutrale Axe parallel zur AN den Querschn. tangirt.

η. Schubspannung (T) bei konstantem Querschnitt.

1. Unter der Annahme, dass die in einem zur Stabaxe parallelen Längsschnitte wirkende Schubspannung in der ganzen Breite der Sehne BB_1, Fig. 377, in welcher der Längsschnitt den Querschn. schneidet, konstant bleibt, und bei wenig veränderlichem oder konstantem Querschn. ergiebt sich aus dem Gleichgew.-Zustande des abgeschnittenen schraffirten Scheibentheils die

Fig. 377.



spezif. Schubspannung: $T = \frac{QS}{Jb}$ (23)

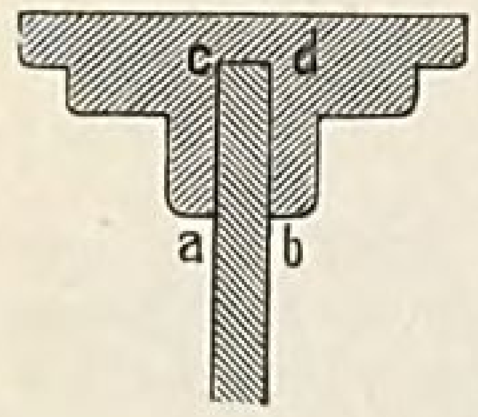
Darin bedeuten: Q die Transversalkraft für den Querschn.; $S = \int v df$ das stat. Mom. des durch den Längsschnitt abgetrennten Querschn. Theils bezogen auf eine zur neutralen Axe parallele Schweraxe; J das Trägheitsmom. des Querschn., bezogen auf die genannte Axe; b die Länge der Schnittlinie BB_1. Die Schubspannung pro Längeneinheit des Stabes ist: $Tb = \frac{QS}{J}$. (24)

Dieser Ausdruck gilt für jede belieb. Lage der Schnittlinie, so dass der Querschn. vom Längsschnitte auch in einer krummen oder gebrochenen Linie geschnitten

werden kann. Z. B. wirkt der Schub Tb nach (24) auch in der Fläche $abdc$ der Fig. 378.

2. Die Voraussetzung, dass T in allen Punkten von BB_1 konstant sei, wird nur in solchen Fällen als erfüllt angesehen werden können, wo die Breite b den übrigen Querschn.-Dimensionen gegenüber klein ist und sich mit der Aenderung des Abstandes vom Schwerp. nur wenig ändert. Man legt dann den Schnitt so, dass er die Querschn.-Figur in B u. B_1 möglichst unter gleichen Winkeln trifft, wie das z. B. in Fig. 379 geschehen ist, wo T für die gezeichneten Schnitte als konstant angenommen werden kann.

Fig. 378.



T erreicht für einen vertikal belasteten Balken das Maximum am Auflager in der neutralen Axe, das Minimum an jeder Stelle des Balkens in der äussern Faser.

Fig. 379.

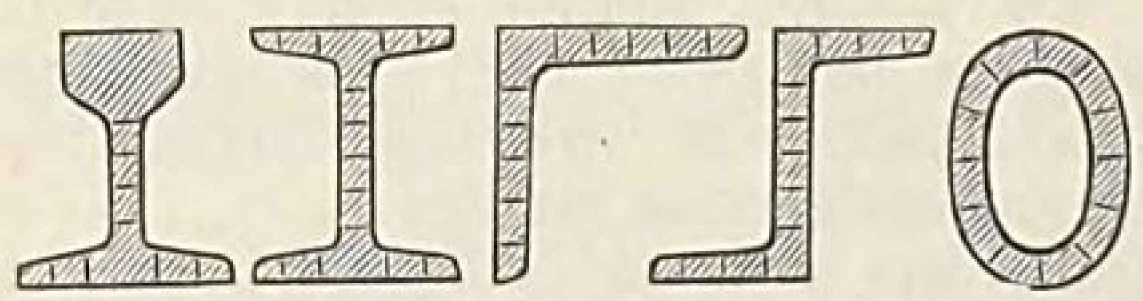
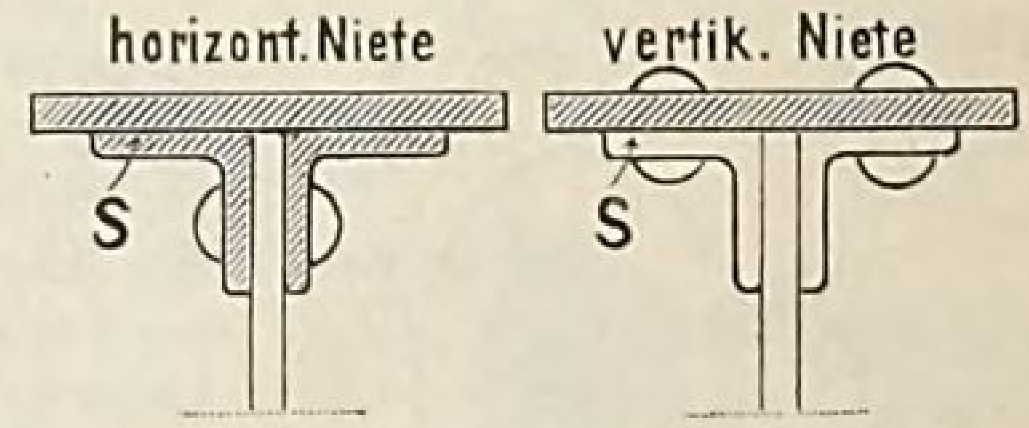


Fig. 380.



Für den rechteckigen Querschn. wird $T_{\text{max.}} = \frac{3\,Q}{2\,b\,h}$ und allgemein:

$$T = \frac{3}{2}\,\frac{Q}{bh}\left(1 - 4\,\frac{v^2}{h^2}\right) \tag{25}$$

Beispiel. Die Niet-Enfernung e in den Gurten eines Blechträgers, Fig. 380, berechnet sich aus (24) und aus der Bedingung: $Tb\,e = \frac{2\,d^2\,\pi}{4}\,k_1$ zu $e = \frac{k_1\,\pi\,d^2\,J}{2\,Q\,S}$. (26)

d Niet-Durchmesser; k_1 zulässige Inanspruchnahme des Nietenmaterials auf Schub; J Trägheitsmom. des ganzen Querschn. ohne Nietabzug; S stat. Mom. des zu befestigenden Theils (in der Fig. schraffirt). Also ist bei der Berechnung der Entfernung der vertik. Niete das stat. Moment S für die Lamellenfläche eines Gurtes und bei der Berechnung der Entfernung der horizontalen Niete für die Lamellenfläche eines Gurtes + der Fläche beider ∟ Eisen zu bestimmen.

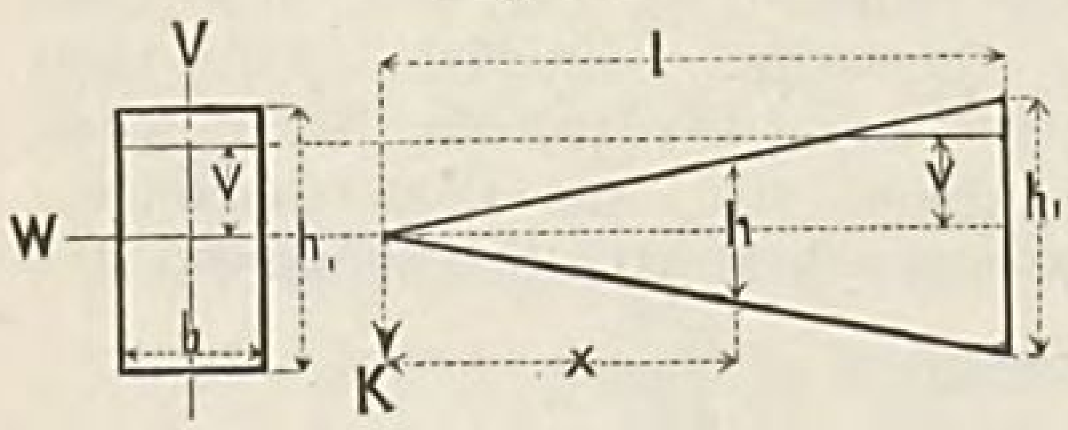
ϑ. Schubspannung (T) bei veränderlichem Querschnitt.

Unter der Annahme eines mit x veränderl. Querschn. ergiebt sich:

$$Tb = \frac{QS}{J} + \frac{Pd\frac{f}{F}}{dx} + M\,\frac{d\frac{S}{J}}{dx} \tag{27}$$

f ist der durch den Längsschnitt abgetrennte Theil der Querschn.-Fläche F. Die übrigen Grössen sind bekannt. Der Einfluss der Veränderlichkeit des Querschn. ist oft sehr bedeutend.

Fig. 381.



Beispiel. Auf den Keil mit konstanter Breite b Fig. 381 wirke am Schneiden-Ende senkr. zur Symmetr.-Ebene WW, die Kraft K, so dass $Q = K$ und $M = Kx$.

Für einen beliebigen Querschnitt in der Entfernung x wird: $J = \frac{1}{12}\,b\,h^3$; $S = \frac{1}{8}\,b\,(h^2 - 4\,v^2)$. Ist h_1 die Höhe der Endfläche des Keils in B, l seine Länge, so geht (27), wenn beachtet wird, dass $\frac{dh}{dx} = \frac{h_1}{l}$ und $lh = x_1\,h_1$ ist, nach entsprechender Umformung über in: $Tb = \frac{12\,K\,v^2}{h^3}$.

Bei konstantem Querschn. hätte man $Tb = \frac{3\,K}{2\,h}\left(1 - \frac{4\,v^2}{h^2}\right)$ erhalten.

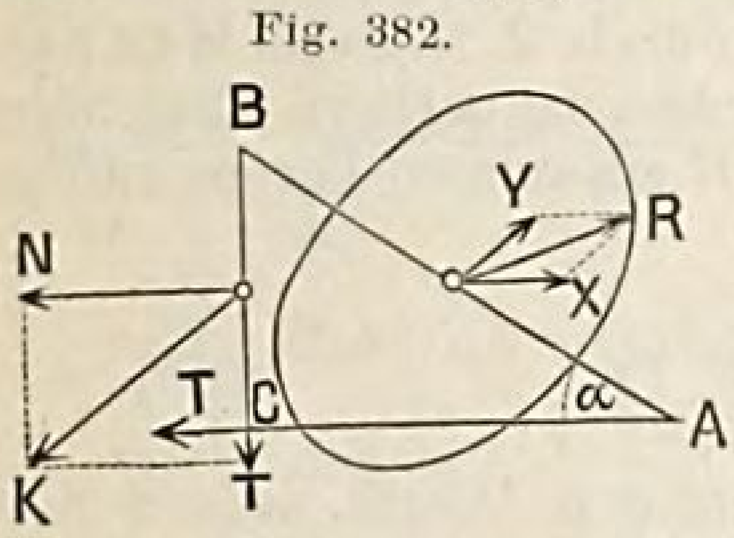
Bei konstantem rechteck. Querschn. wird also T für $v = 0$ (in der neutralen Axe) zum Maximum und für $v = \frac{1}{2}\,h$ (in der äussersten Faser) $= 0$. Dagegen erreicht T bei dem veränderl. rechteck. Querschn. in Fig. 381 sein Maximum für $v = \frac{1}{2}\,h$ (in der äussersten Faser) und wird für $v = 0$ (in der neutralen Axe) $= 0$.

Der Einfluss der Querschn.-Veränderlichkeit zeigt sich in diesem Beispiel als ein ganz wesentlicher.

ι. Spannungs-Ellipse und Hauptspannungen.

1. Die Seite BC des unendlich kleinen 3seitigen Prismas ABC Fig. 382 liege in der Querschn.-Fläche, die Seite AC stehe senkrecht zu BC; $\sphericalangle BAC = \alpha$. Auf die belieb. gegen die Querschn.-Fläche geneigte Fläche AB des Prismas wirke eine Spannung R. — Wird R in 2 Seitenspannungen X und Y zerlegt, welche bezw. der in der AC wirkenden Schubspannung T und der in der BC wirkenden Spannung K (der Resultante aus N und T daselbst) parallel sind, so geben die Gleichgew.-Bedingungen die Beziehung: $\frac{X^2}{T^2} + \frac{Y^2}{K^2} = 1$. Hieraus folgt der Satz: Wenn man die auf ein belieb. Flächenelement AB wirkende spezif. Spannung nach Grösse und Richtung durch eine vom fraglichen Punkte ausgehende Gerade darstellt, so liegt der Endpunkt dieser Geraden auf einer Ellipse, von welcher 2 konjugirte Durchmesser die Richtung von T und K haben. Man nennt diese Ellipse die Spannungs-Ellipse und die durch ihre Halbaxen dargestellten Spannungen die Hauptspannungen (Vergl. S. 555).

Fig. 382.



2. Dasjenige Flächenelement, welches von einer Hauptspannung affizirt wird, muss senkrecht zur Richtung desselben stehen. Die Hauptspannungen sind also zugleich Normalspannungen. Bezeichnet H allgemein eine Hauptspannung, so ergiebt sich aus den Gleichgew.-Bedingungen:

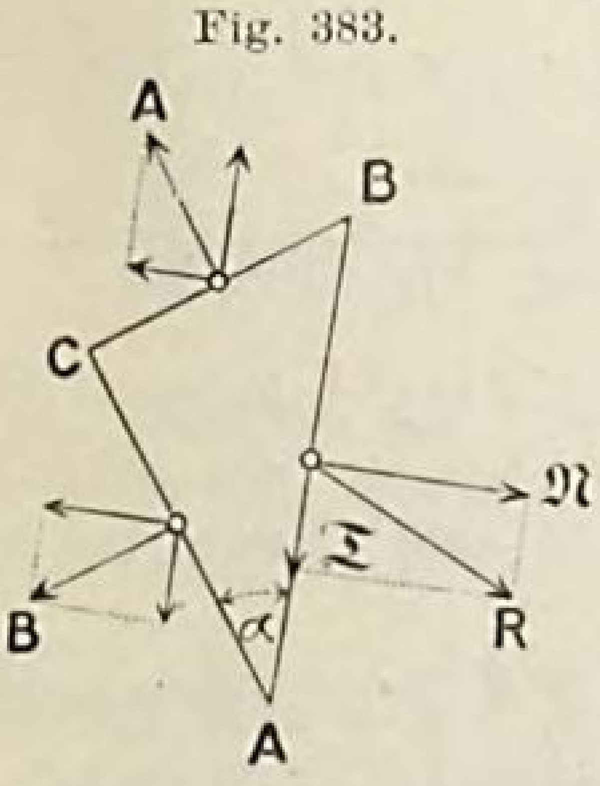
$$H = \tfrac{1}{2} N \pm \sqrt{\tfrac{1}{4} N^2 + T^2}. \qquad (28)$$

Das obere Vorzeichen giebt stets einen positiven, das untere stets einen negativen Werth für H, einerlei ob N positiv oder negativ ist. Die eine Hauptspannung ist also der Maximal-Zug, die andere der Maximal-Druck, welcher überhaupt das Flächenelement affiziren kann. Die Summe beider ist gleich der Normalspannung N des Querschn.

Die Lage der Spannungs-Ellipse und damit auch die Lage der Fläche, in welche der Maximal-Druck und der Maximal-Zug wirken, ist bestimmt durch die Gleichg.: $\tan \alpha_0 = \frac{H}{T}$ oder: $\tan 2\alpha_0 = -2\frac{H}{N}$.

3. Ein weiterer Zusammenhang zwischen Normal-, Schub- und Hauptspannungen ergiebt sich aus der Betrachtung des Gleichgew.-Zustandes der Kräfte, die an den Flächen des unendlich kleinen Prismas ABC, Fig. 383, wirken.

Fig. 383.



Sind BC und AC die von den Hauptspannungen A und B (Maximalzug und Maximaldruck) affizirten Flächen, so folgt für eine unter dem belieb. Winkel α geneigte Fläche AB:

Normalspannung: $\mathfrak{N} = A \sin^2\alpha + B \cos^2\alpha$;

Schubspannung: $\mathfrak{T} = \tfrac{1}{2}(A - B) \sin 2\alpha$.

$\mathfrak{N}$ wird zum Maximum für $\alpha = 0$ oder $\alpha = 90^0$; $\mathfrak{T}$ für $\alpha = 45^0$ oder $\alpha = 135^0$.

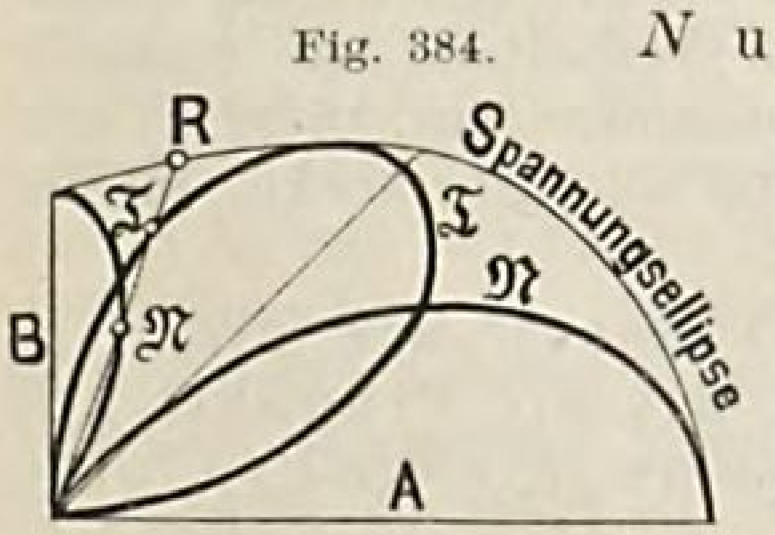
Die Flächen, in welchen die Schubspannung zum Maximum wird, halbiren also die Winkel zwischen den Hauptspannungen.

$$\mathfrak{T}_{\text{max.}} = \sqrt{\tfrac{1}{4} N^2 + T^2}; \quad \mathfrak{N}_{\text{max.}} = \tfrac{1}{2} N \pm \sqrt{\tfrac{1}{4} N^2 + T^2} \qquad (29)$$

N und T beziehen sich stets auf die Querschn.-Fläche. Ist letztere verhältnissmässig gross, so wird T klein und kann vernachlässigt werden. Für diesen Fall ist:

$$\mathfrak{T}_{\text{max.}} = \tfrac{1}{2} N; \quad \mathfrak{N}_{\text{max.}} = N.$$

Fig. 384.



In Fig. 384 ist der Zusammenhang zwischen A, B, $\mathfrak{N}$ und $\mathfrak{T}$ und der Resultante R aus $\mathfrak{N}$ und $\mathfrak{T}$ grafisch dargestellt.

κ. Deformations-Ellipse und ideale Hauptspannungen.

Eine unendlich kleine materielle Fläche im Innern eines Stabes geht durch die Formänderung in eine Ellipse, die Deformations-Ellipse, über, in deren

Axen das Maximum der Längenänderungen stattfindet. Für isotrope Körper fallen die Axen der Deformat.-Ellipse mit den Axen der Spannungs-Ellipse zusammen. Die Wirkung der beiden Hauptspannungen A und B, von denen jede in ihrer Richtung eine axiale und in der Richtung der andern Hauptspannung eine transversale Längenänderung hervor bringt, lässt sich ersetzt denken durch 2 ideale Hauptspannungen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$, von denen jede in ihrer Richtung allein diejenige Deformation bewirkt, welche die Hauptspannungen A und B zusammen hervor rufen.

Die ideale Hauptspannung $\mathfrak{H}$ ist allgemein:

$$\mathfrak{H} = \frac{m-1}{2m} N \pm \frac{m+1}{m} \sqrt{\frac{1}{4} N^2 + T^2}. \qquad (30)$$

Das obere Vorzeichen gilt für $\mathfrak{A}$, das untere für $\mathfrak{B}$. Für den Werth $m = 3$ des Koeffiz. der transvervalen Längenänderung, wird: $\mathfrak{H} = \frac{1}{3} N \pm \frac{4}{3} \sqrt{\frac{1}{4} N^2 + T^2}$.

Ueber das Spannungs-Ellipsoid und das Deformat.-Ellipsoid vergl. S. 555.

d. Allgemeine Behandlung der Querschnitte.

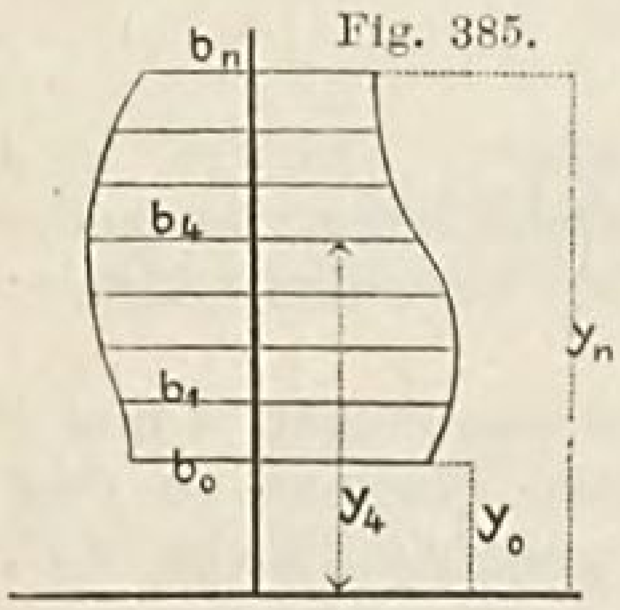
Es handelt sich hier um die allgemeine Bestimmung der Querschn.-Grössen (Fläche, Schwerp., stat. Mom., Trägheitsmom. und der Hilfs-Figuren des Querschn. (Trägheits- und Zentral-Ellipse, neutrale Axe u. Kern), welche auf analytischem oder grafischem Wege oder auch unter gleichzeitiger Benutzung beider genannten Methoden erfolgt. Die Querschn.-Grössen werden häufig auch mit Hilfe von besondern Instrumenten (Planimeter, Momenten-Planimeter) ermittelt.

α. Analytische Bestimmung der Querschn.-Grössen.

1. Wenn aus der Querschn.-Form für die Grössen: $F = \int df$, $S = \int v\,df$, $J = \int v^2 df$ sich nicht einfachere Ausdrücke herleiten lassen, so wendet man zweckmässig Simpson's Regel an.

Für die horizontale Lamellentheilung, Fig. 385, ist:

Fig. 385.



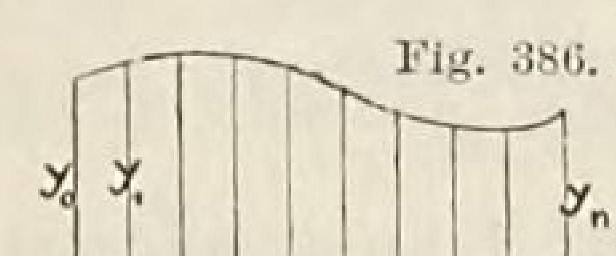
$$F = \frac{e}{3} [(b_0 + b_n) + 4 (b_1 + b_3 \ldots) + 2 (b_2 + b_4 + \ldots)]$$

$$S = \frac{e}{3} [(b_0 y_0 + b_n y_n) + 4 (b_1 y_1 + b_3 y_3 + \ldots) + 2 (b_2 y_2 + b_4 y_4 + \ldots)]$$

$$J = \frac{e}{3} [(b_0 y_0^2 + b_n y_n^2) + 4 (b_1 y_1^2 + b_3 y_3^2 + \ldots) + 2 (b_2 y_2^2 + b_4 y_4^2 + \ldots)]$$

Für die vertikale Lamellentheilung, Fig. 386, ist:

Fig. 386.



$$F = \frac{e}{3} [(y_0 + y_n) + 4 (y_1 + y_3 + \ldots) + 2 (y_2 + y_4 + \ldots)]$$

$$S = \frac{e}{6} [(y_0^2 + y_n^2) + 4 (y_1^2 + y_3^2 + \ldots) + 2 (y_2^2 + y_4^2 + \ldots)]$$

$$J = \frac{e}{9} [(y_0^3 + y_n^3) + 4 (y_1^3 + y_3^3 + \ldots) + 2 (y_2^3 + y_4^3 + \ldots)]$$

2. Affine Querschnitte sind solche, bei denen die Abszissen und Ordin. entsprechender Punkte der Umriss-Figur in nämlichen Verhältniss zu einander stehen, wobei jedoch das Verhältniss der Abszissen zu einander ein anderes sein kann, als dasjenige der Ordin. zu einander. Z. B. sind alle Rechtecke, gleichschenkl. Dreiecke, Ellipsen u. s. w. affine Querschn.

Bei affinen Querschn. verhalten sich die Flächen wie die Produkte aus Breite und Höhe, die Trägheitsmom. wie die Produkte aus Breite und Kubus der Höhe und die Widerstandsmom. wie die Produkte aus Breite und Quadrat der Höhe. Es ist also:

$$\frac{F_1}{F} = \frac{b_1 h_1}{b h}; \quad \frac{J_1}{J} = \frac{b_1 h_1^3}{b h^3}; \quad \frac{W_1}{W} = \frac{b_1 h_1^2}{b h^2}.$$

Unter Breite (b) und Höhe (h) werden die Querschn.-Dimensionen nach Richtung der v- und w-Axe verstanden.

Sind 2 Querschn. affin verwandt, so sind es auch alle Konstruktions-Linien, welche zur Bestimmung der Zentral-Ellipse dienen.

Ein spezieller Fall der Affinität, die Aehnlichkeit, tritt ein, wenn $\frac{b}{b_1} = \frac{h}{h_1}$ ist.

Für ähnliche Querschn. erhält man demnach:

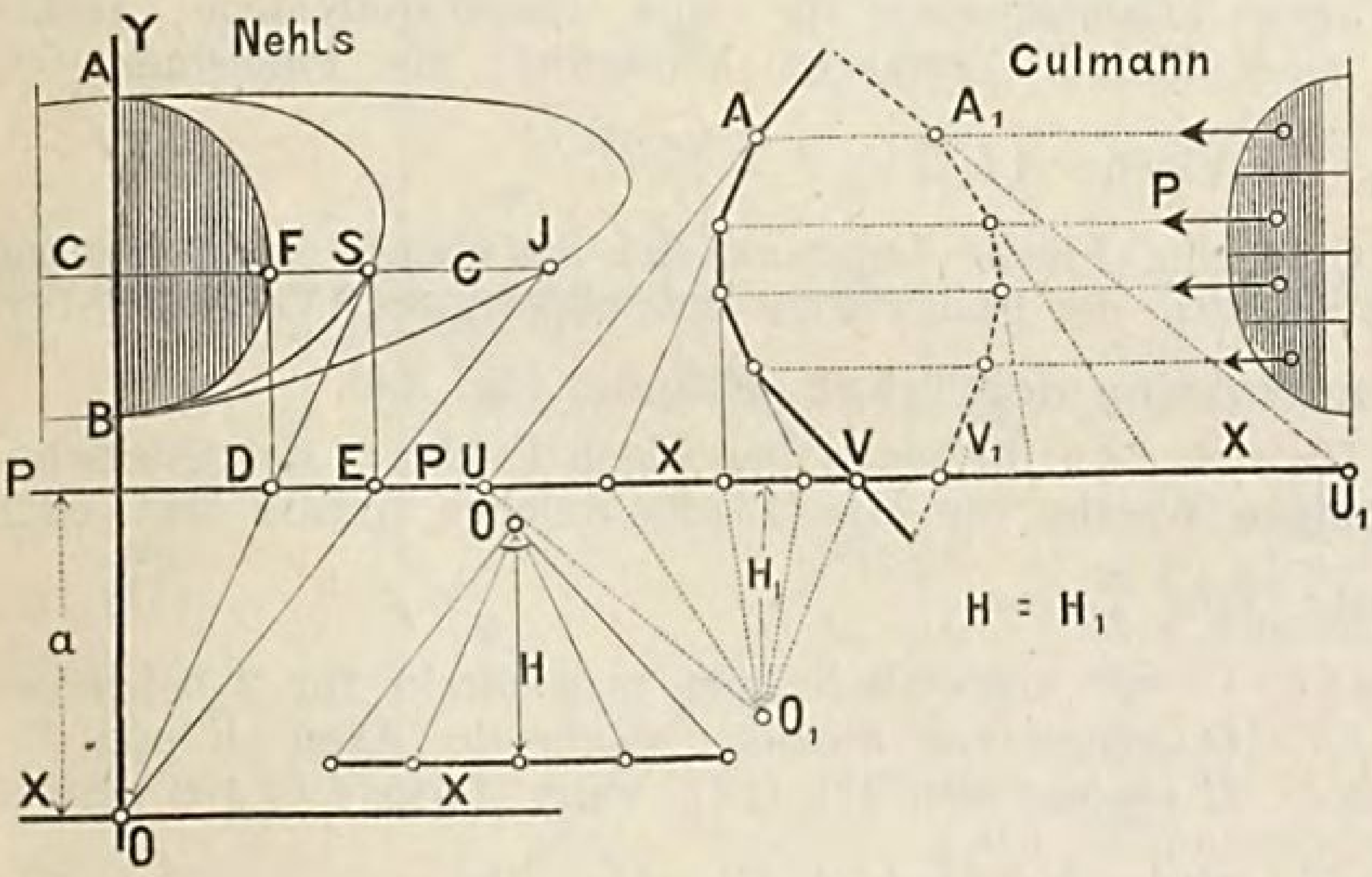
$$\frac{F_1}{F} = \left(\frac{b_1}{b}\right)^2 = \left(\frac{h_1}{h}\right)^2; \quad \frac{J_1}{J} = \left(\frac{b_1}{b}\right)^4 = \left(\frac{h_1}{h}\right)^4; \quad \frac{W_1}{W} = \left(\frac{b_1}{b}\right)^3 = \left(\frac{h_1}{h}\right)^3.$$

β. Grafische Bestimmung der Querschn.-Grössen.

Bei Anwendung eines Instruments erfolgt die Bestimmung am zweckmässigsten mit Hülfe des Polarplanimeters von Amsler, der so eingerichtet ist, dass beim Umfahren der Umriss-Figur eine Rolle die Fläche, eine zweite das stat. Moment und eine dritte das Trägheitsmom. der Figur für eine belieb. Axe, auf welche das Instrument eingestellt wird, angiebt.

1. Das grafische Verfahren von Nehls, Fig. 387, stellt das für eine belieb. Axe XX zu bestimmende stat. Mom. oder Trägheitsmom. durch eine Fläche dar.

Fig. 387. Fig. 388.



Ziehe 2 Parallelen zu XX, die PP im beliebigen Abstande a und die CC durch den beliebigen Punkt F der schraffirten Umriss-Figur. Mache $FD \perp PP$, ziehe durch den beliebigen Punkt O der Axe und durch D einen Strahl, der die CC in S schneidet. Mache $SE \perp PP$, ziehe einen Strahl durch O und E, welcher die CC in J schneidet.

Sind so die Punkte S und J für eine genügende Anzahl von Punkten der Umriss-Fig. konstruirt und bezeichnet man die dann erhaltenen Flächen ASB und AJB mit F_s und F_i, so ist:

$$S = F_s a; \quad J = F_i a.$$

Wählt man $a = 1$, so wird: $S = F_s$; $J = F_i$.

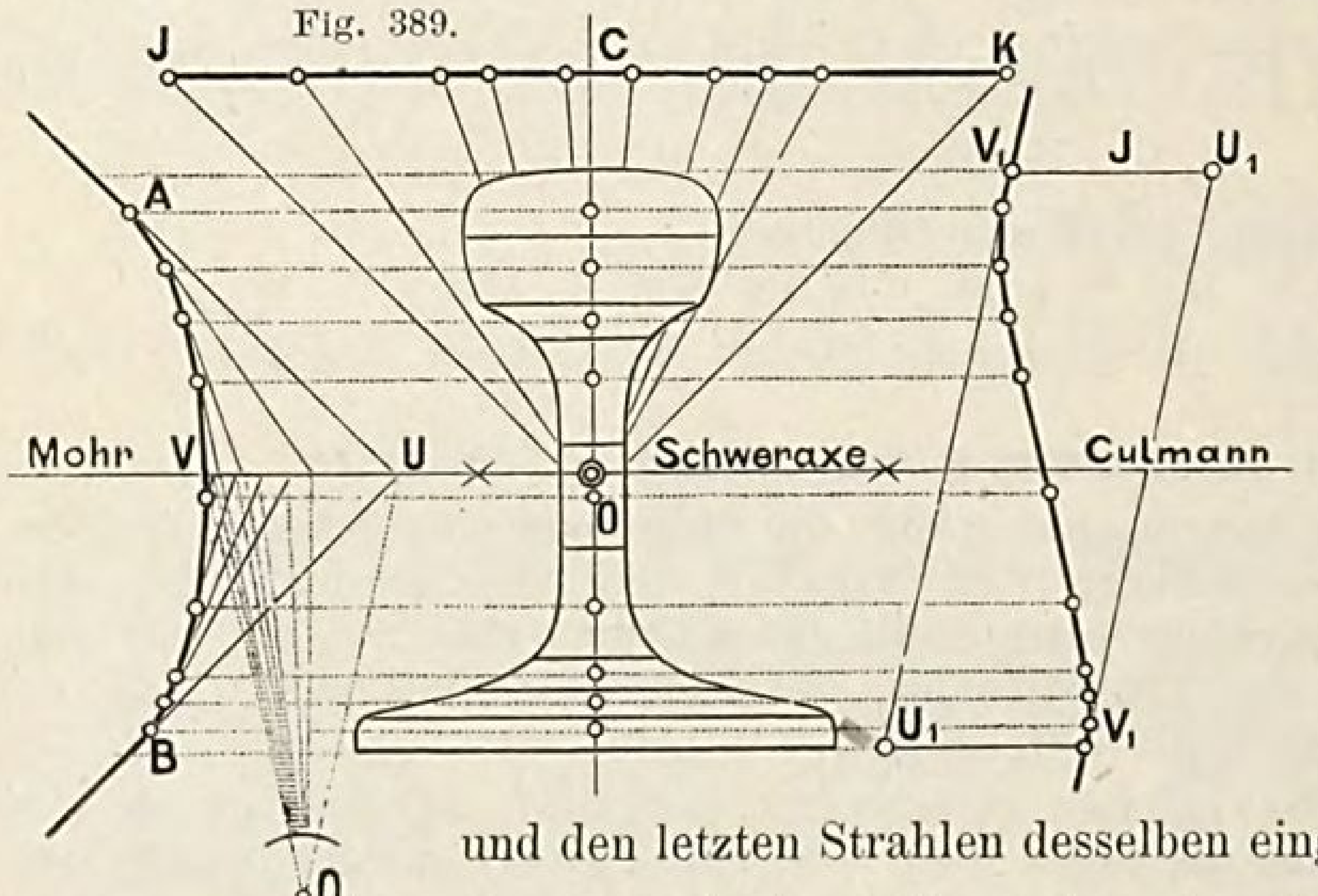
Der rein geometrische Beweis ist leicht zu führen.

2. Das grafische Verfahren von Culmann, Fig. 388, stellt die Werthe von S und J durch eine Linie dar, vermeidet also die Flächen-Berechnung, erfordert aber eine umständlichere und genauere Konstruktion. Parallel zur Axe XX, auf welche die Querschn.-Grössen bezogen werden sollen, theilt man die Querschn.-Figur in eine genügende Anzahl von Streifen oder Lamellen. Der Inhalt jeder einzelnen Lamelle wird berechnet und als horizontale Kraft P im Schwerp. derselben angreifend gedacht. Konstruirt man ferner zu diesen Kräften P das Seilpolygon, so stellt die von diesem und dem letzten Strahl AU desselben auf der Axe abgeschnittene Strecke VU die Summe der stat. Momente der Kräfte P in Bezug auf die Axe dar (vergl. S. 507). Demnach ist:

$\overline{VU} . H = S$ und wenn die Poldistanz $H = 1$ gewählt wird: $S = \overline{VU}$.

Um J zu finden, betrachtet man die stat. Momente der einzelnen Lamellen in Bezug auf die Axe als Kräfte und konstruirt mit der Poldistanz H_1 ein 2. Seilpolygon. Dieses und der letzte Strahl $A_1 U_1$ desselben schneiden auf der Axe eine Strecke $\overline{V_1 U_1} \cdot H \cdot H_1 = J$ ab; VU und $V_1 U_1$ sind nach dem Längen-Maassstabe, H ist nach dem Flächen-Maassstabe abzumessen. Macht man $H = H_1 = 1$, so wird: $J = \overline{V_1 U_1}$.

Fig. 389.



3. Das grafische Verfahren von Mohr, Fig. 389, unterscheidet sich von dem Culmann-schen dadurch, dass dabei nur das 1. Seilpolygon ganz wie vor konstruirt, dann aber zur Bestimmung von J die Fläche f berechnet wird, welche von diesem Seilpolygon und den letzten Strahlen desselben eingeschlossen wird. Es ist:

$J = 2H \cdot f$; für $2H = 1$ ist: $J = f$ und für $H = \frac{F}{2} : J = Ff$.

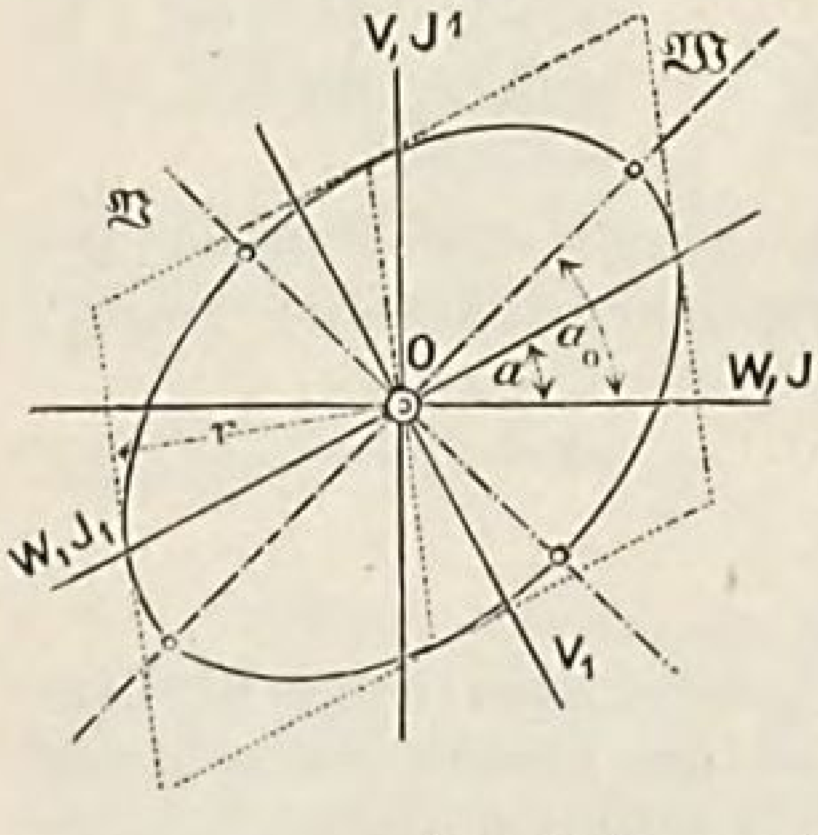
In der Figur ist das Trägheitsmom. für eine Eisenbahnschiene, rechts nach Culmann's, links nach Mohr's Verfahren konstruirt; die Poldistanz OC ist $= \frac{F}{2} = \frac{\overline{JK}}{2}$ gemacht; $f =$ Fläche $AUBV$; $J = \overline{V_1 U_1}$.

Der Schwerp. der Querschn.-Fläche bestimmt sich bei dem Verfahren unter 2 oder 3 direkt aus dem Schnittp. der Endstrahlen des Seilpolygons. (Vergl. S. 512).

γ. Konstruktion der Trägh.-Ellipse, Fig. 390.

1. Die Lage der Hauptaxen für einen beliebigen Punkt O des Querschn. bestimmt sich aus demjenigen Werthe von α in (13) für welchen J_1 zum Max. oder Min. wird. $\frac{dJ_1}{d\alpha} = 0$ giebt: $\tan 2\alpha_0 = \frac{2H}{J' - J}$ (31)

Fig. 390.



J' und J berechnet man direkt für 2 belieb. in O senkr. auf einander stehende Axen V und W. H ergiebt sich aus (13), wenn darin $\alpha = 45^0$ gesetzt wird: $H = \frac{1}{2}(J + J') - J_1$.

J_1 muss ebenfalls direkt und zwar für einen um 45^0 gegen die Axe der W geneigte W_1-Axe berechnet werden. Sobald danach α_0 aus (31) gefunden ist, ergeben sich auch die Haupt-Trägheitsmom. $\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{J}'$.

Setzt man nämlich α_0 für α in (13) so folgt, weil H in diesem Falle $= 0$ ist:

$J' = \mathfrak{J} \cos^2\alpha_0 + \mathfrak{J}' \sin^2\alpha$. Ferner $90 + \alpha_0$ für α eingesetzt:

$$J = \mathfrak{J} \sin^2\alpha_0 + \mathfrak{J}' \cos^2\alpha_0.$$

Daraus: $\mathfrak{J} + \mathfrak{J}' = J + J'$; $\mathfrak{J} - \mathfrak{J}' = \frac{J - J'}{\cos 2\alpha_0}$. (32)

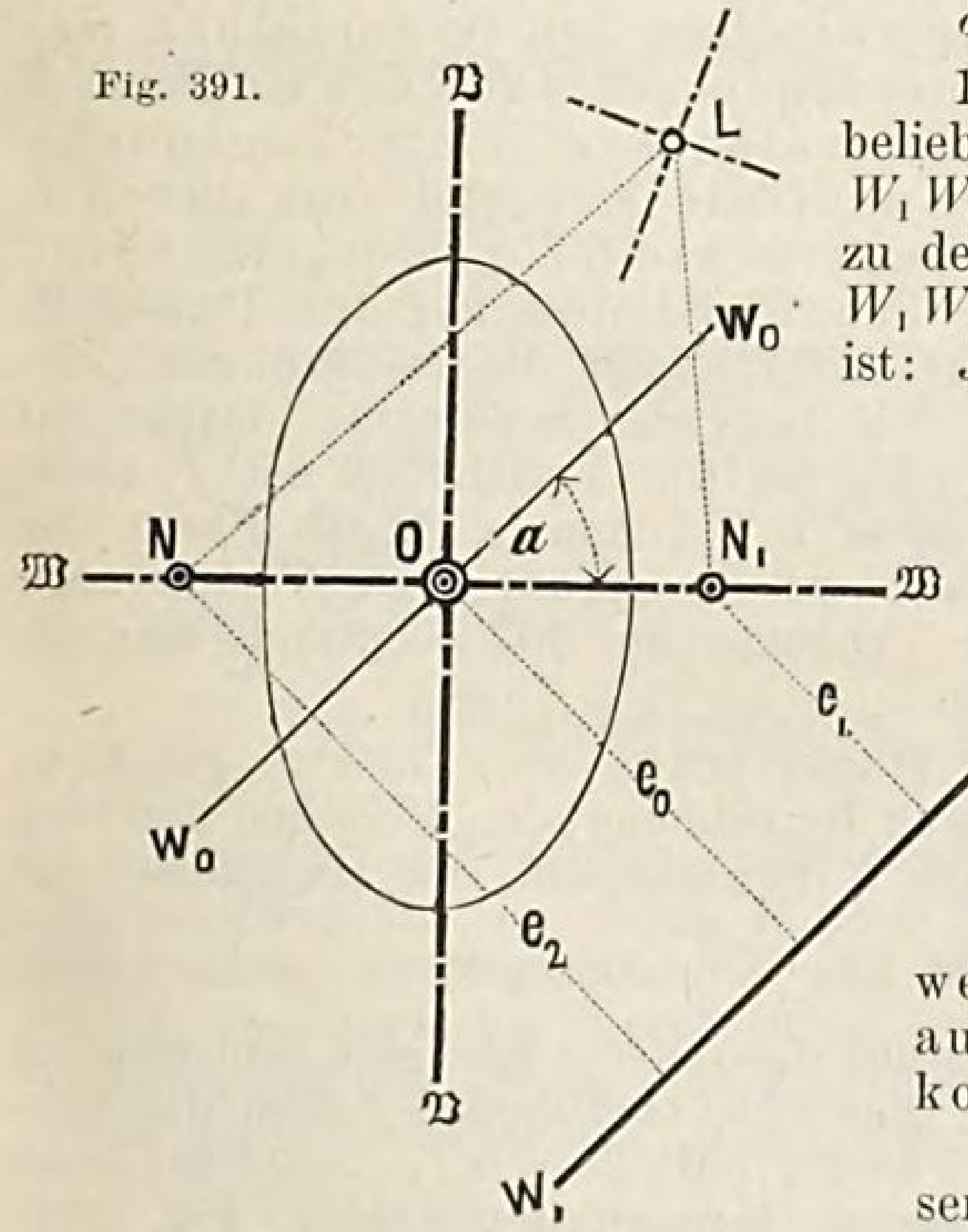
Aus (32) folgt der allgem. Satz: Die Summe der Trägheitsmom. für 2 belieb. durch O gehende auf einander senkr. stehende Axen ist konstant.

Durch $\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{J}'$ und die Lage der Hauptaxen ist die Trägh.-Ellipse gegeben.

2. Anstatt die Länge der Halbaxen a und b der Ellipse $= \frac{1}{\sqrt{\mathfrak{J}}}$ bezw. $\frac{1}{\sqrt{\mathfrak{J}'}}$ oder allgem. die Länge eines jeden Fahrstrahls $s = \frac{1}{\sqrt{J_1}}$ zu machen, wie es S. 564 angenommen wurde, kann man dieselben auch nach einem bestimmten konstanten Verhältniss grösser zeichnen. Zweckmässig führt man dabei den sogen. Trägheits-Radius $r = \sqrt{\frac{J_1}{F}}$ ein. Macht man nämlich die Halbaxen a und b = dem Trägh.-Radius, also $= \sqrt{\frac{\mathfrak{J}}{F}}$ bezw. $\sqrt{\frac{\mathfrak{J}'}{F}}$, so wird der senkrechte Abstand r einer belieb. Tangente an die Ellipse von dem zur Tangente parallelen Durchm. = dem auf letzteren bezogenen Trägh.-Radius sein, Fig. 390. Aus der Beziehung $J_1 = Fr^2$ ergiebt sich dann für jeden belieb. Durchm. der Ellipse das zugehörige Trägheitsmom. J_1.

In den spätern Beispielen ist die Trägh.-Ellipse stets mit Hülfe des Trägh.-Radius gezeichnet worden.

Fig. 391.



δ. Fixpunkte der Zentral-Ellipse.

1. Ein Trägheitsmom. J_1, bezogen auf eine belieb. in der Querschn.-Fläche F belegene Axe $W_1 W_1$, Fig. 391, steht in einfacher Beziehung zu dem Trägheitsmom. $\mathfrak{J}_1$, bezogen auf eine zu $W_1 W_1$ parallele Schwerp.-Axe $W_0 W_0$. Es ist: $J_1 = \mathfrak{J}_1 + Fe_0^2$ (33)

e_0 ist der senkrechte Abstand beider in Frage kommenden Axen.

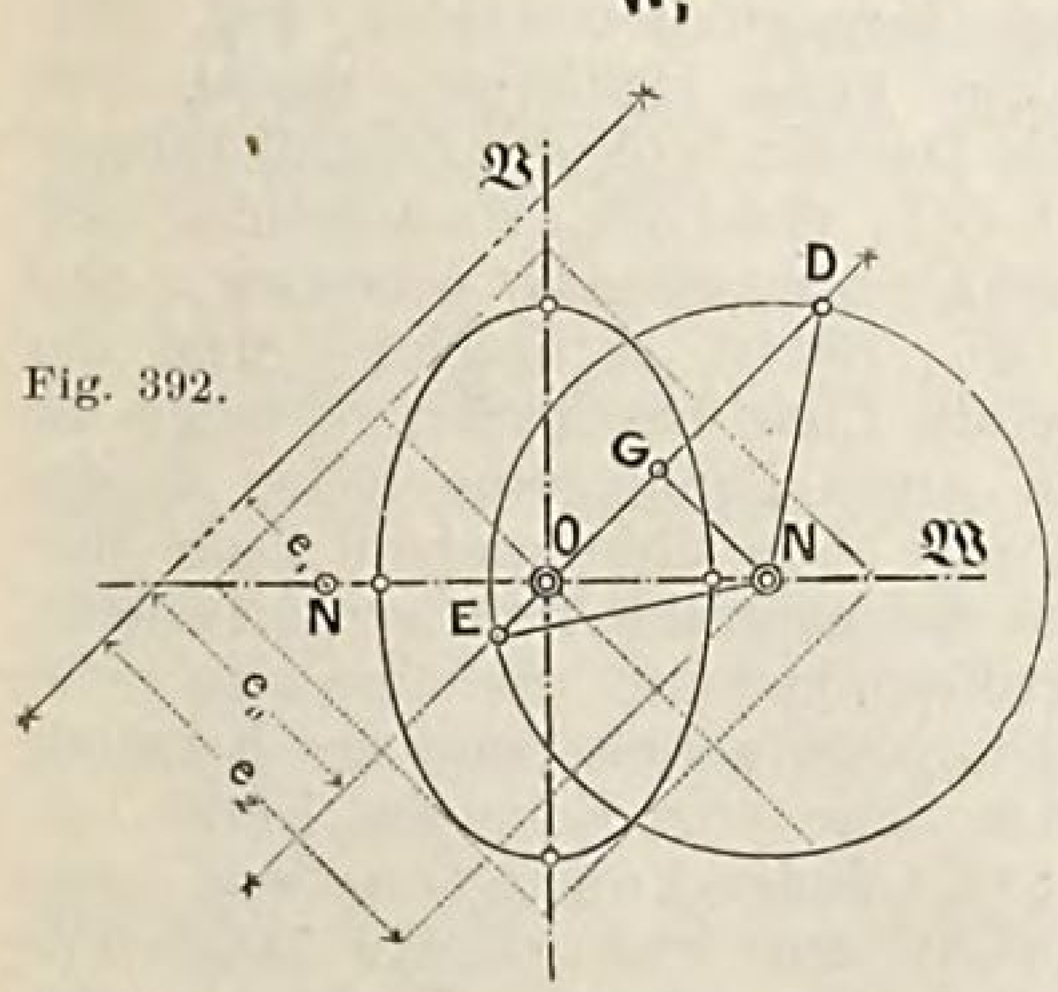
2. Bezeichnen a und b bezw. die grosse und kleine Hauptaxe der Zentral-Ellipse, so giebt es für jeden Querschn. in der kleinen Hauptaxe im Abstande $\sqrt{a^2 - b^2}$ vom Schwerp. 2 Punkte N und N_1, Fig. 391 — die sogen. Fixpunkte — für welche das Trägheitsmom., bezogen auf eine belieb. durch N gehende Axe, konstant wird.

Mit Benutzung der Fixpunkte, deren senkr. Abstände von der zur Schweraxe parallelen W_1-Axe bezw. e_1 und e_2 seien, lässt sich (33) in andere Form bringen:

$$J_1 = F(a^2 + e_1 e_2) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (34)$$

Mit Hilfe der Fixpunkte kann man demnach für jede belieb. im Querschn. belegene Axe das Trägheitsmom. leicht bestimmen.

Fig. 392.



Die Fixpunkte haben noch eine andere Eigenschaft: Die Axen der Trägheits-Ellipse für einen belieb. Punkt L des Querschn. halbiren d. Winkel zwischen den Geraden LN und LN_1. —

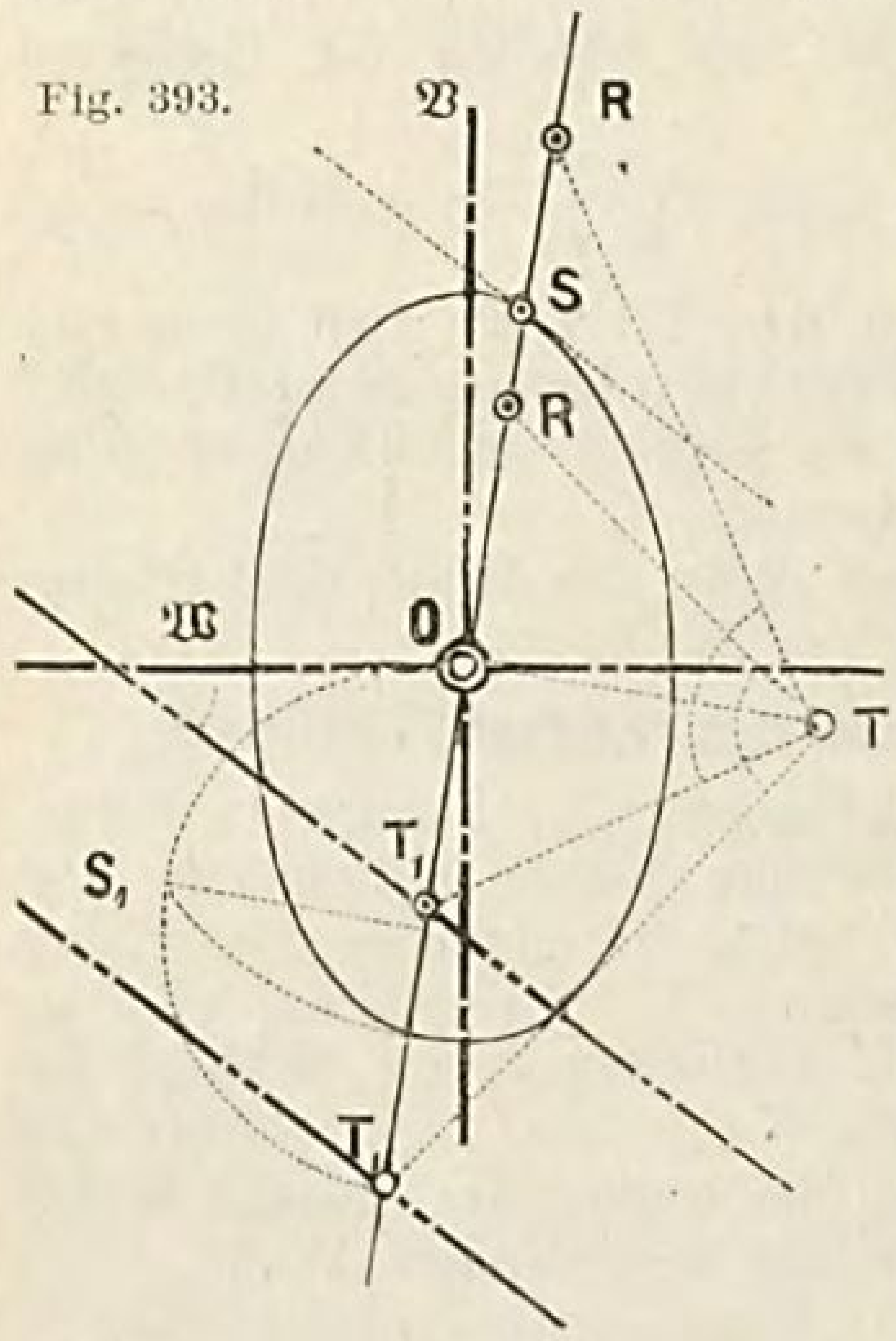
3. Die Konstruktion der Zentral-Ellipse mit Hilfe der Fixpunkte geschieht wie folgt: Um einen der Fixpunkte als Zentrum, Fig. 392, schlage mit dem Radius $= a$ einen Kreis, der eine belieb. gelegte Axe in D und E schneidet. Mache $NG \perp DE$; dann ist für die Axe EOD: $\mathfrak{J}_1 = F \, . \, \overline{DG}^2$. DG ist also der Trägh.-Radius r. Im Abstande DG

von der belieb. Axe erhält man demnach eine zur Axe parallele Tangente an die Zentral-Ellipse.

ε. **Konstruktion der neutralen Axe und des Kerns,** Fig. 393.

1. Bezeichnet R den Punkt, in welchem der Querschn. von der Resultante aller auf einer Seite desselben liegenden Kräfte getroffen wird (vergl. S. 565), e den senkr. Abstand des Punktes R von der zur neutralen Axe parallelen Schweraxe, dann ist aus Vorstehendem nachzuweisen:

Fig. 393.



𝔞. Die der neutralen Axe parallele Schweraxe und die Durchschnittslinie RO der Kraftebene sind konjugirte Durchmesser der Zentral-Ellipse.

𝔟. Der Trägheits-Radius für eine zur neutralen Axe parallele Schweraxe ist die mittlere Proportionale zwischen δ und e, $\left(\delta = \frac{r^2}{e}\right)$ oder auch: Der in der Durchschn.-Linie gemessene halbe Durchm. OS der Zentral-Ellipse ist die mittlere Proportionale zwischen den in derselben Geraden gemessenen Abstände des Punktes R und der neutralen Axe vom Schwerpunkt.

𝔠. Die neutrale Axe und eine durch R gehende Senkrechte RU zu derselben sind Axen der Trägh.-Ellipse für den Punkt U.

Aus (𝔞) und (𝔟) folgt die Konstruktion: Errichte zur OR in O eine Senkrechte; mache auf der letztern $OT = OS$. Verbinde R mit T, ziehe TT_1 senkr. zu RT; dann ist T_1 ein Punkt der neutralen Axe, welche parallel zu OT und auch parallel zur Tangente an die Zentral-Ellipse im Punkte S ist.

Fig. 394.

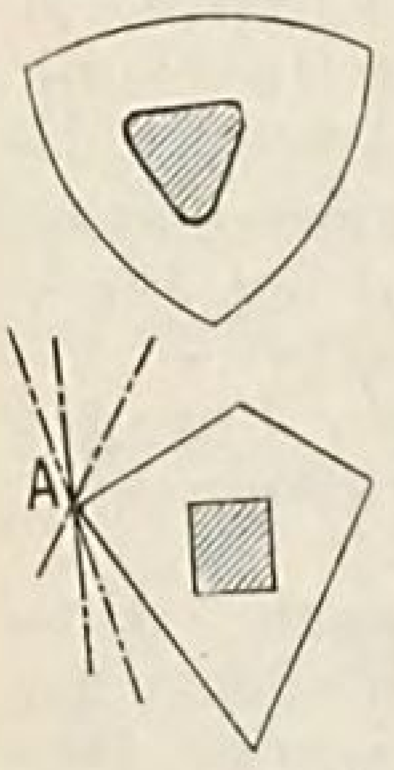
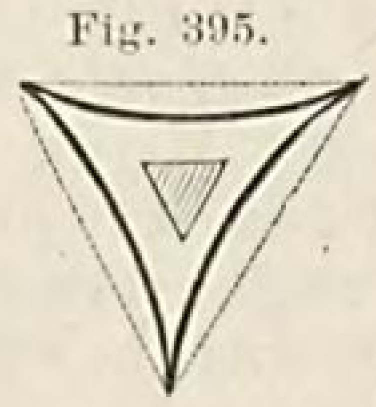
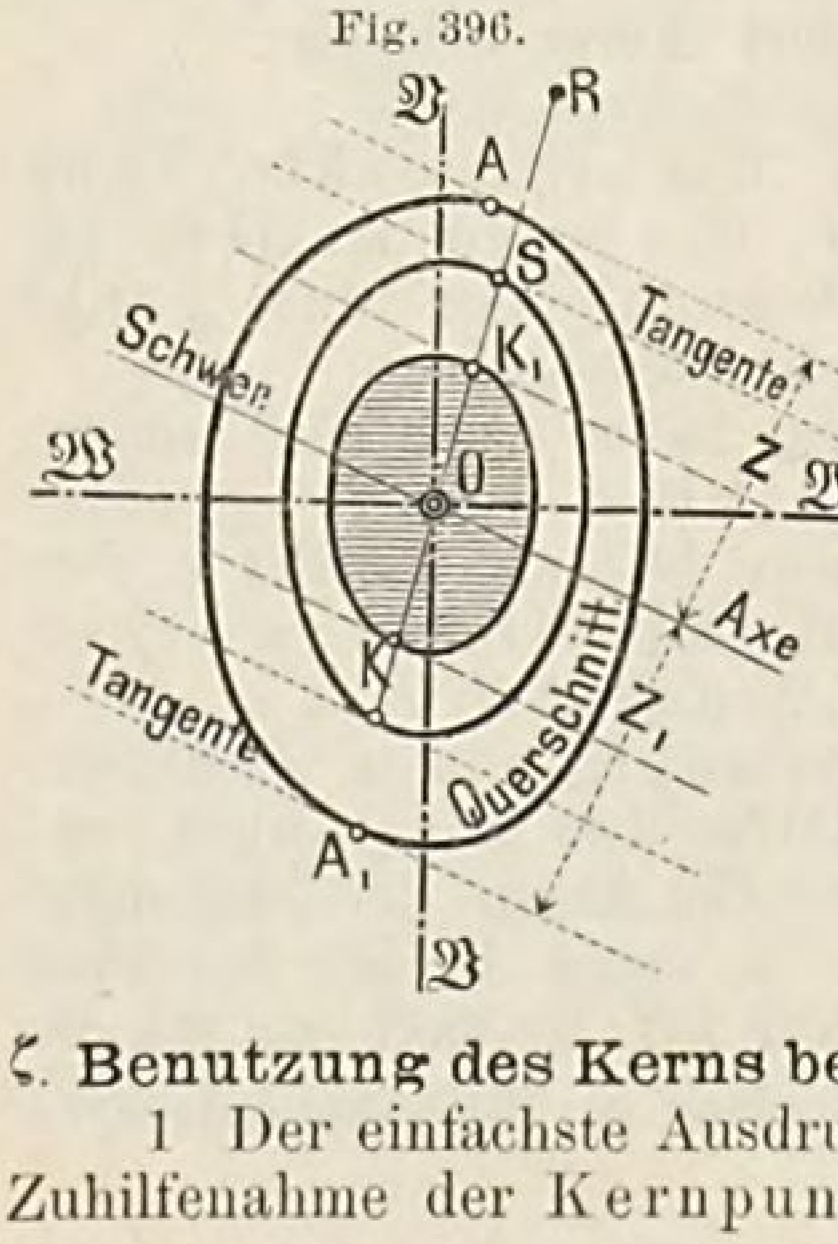


Fig. 395.



2. Die Darstellung des Kerns geschieht entweder durch Berechnung der Koordin. und des Angriffspunkts R bezogen auf die Hauptaxen der Zentral-Ellipse: $\mathfrak{v}_1 = \frac{a^2}{\delta} \cos\varphi$; $\mathfrak{w}_1 = \frac{b^2}{\delta} \cos\varphi$ oder durch Umkehrung der unter 𝔞 gezeigten Konstruktion für alle den Querschn. tangirenden Lagen der neutralen Axe. Für den Fall, dass $OT_1 > OS$ ist, kann man auch folgende Konstruktion wählen, Fig. 393: Ueber OT_1 schlage einen Halbkreis; mache OS_1 von O aus = dem Durchm. OS der Zentral-Ellipse. Fälle von S_1 auf OT_1 ein Loth, so schneidet dasselbe auf der OT_1, von O aus gemessen, eine Strecke = OR ab. Es ist zu beachten, dass der Punkt R eine gerade Linie beschreibt, so lange die neutrale Axe um einen Punkt (eine Ecke A) des Querschn. dreht und dass diese gerade Linie diejenige ist, welche zur neutralen Axe werden würde, wenn A der Angriffspunkt wäre. Es muss also jeder Ecke des Querschn. eine gerade Seite der Kernlinie und jeder geraden Seite eine Ecke des Kerns entsprechen, Fig. 394. Jeder konkaven Seite eines Querschn. entspricht nur eine einzige tangirende neutrale Axe, weil die geometr. Tangenten den Querschn. schneiden würden, Fig. 395.

Fig. 396.



ζ. **Benutzung des Kerns bei Bestimm. der Maximal-Faserspannung,** Fig. 396.

1 Der einfachste Ausdruck für die Maximal-Faserspannung N ergiebt sich unter Zuhilfenahme der Kernpunkte K_1 und K, welche in der durch O und R gelegten

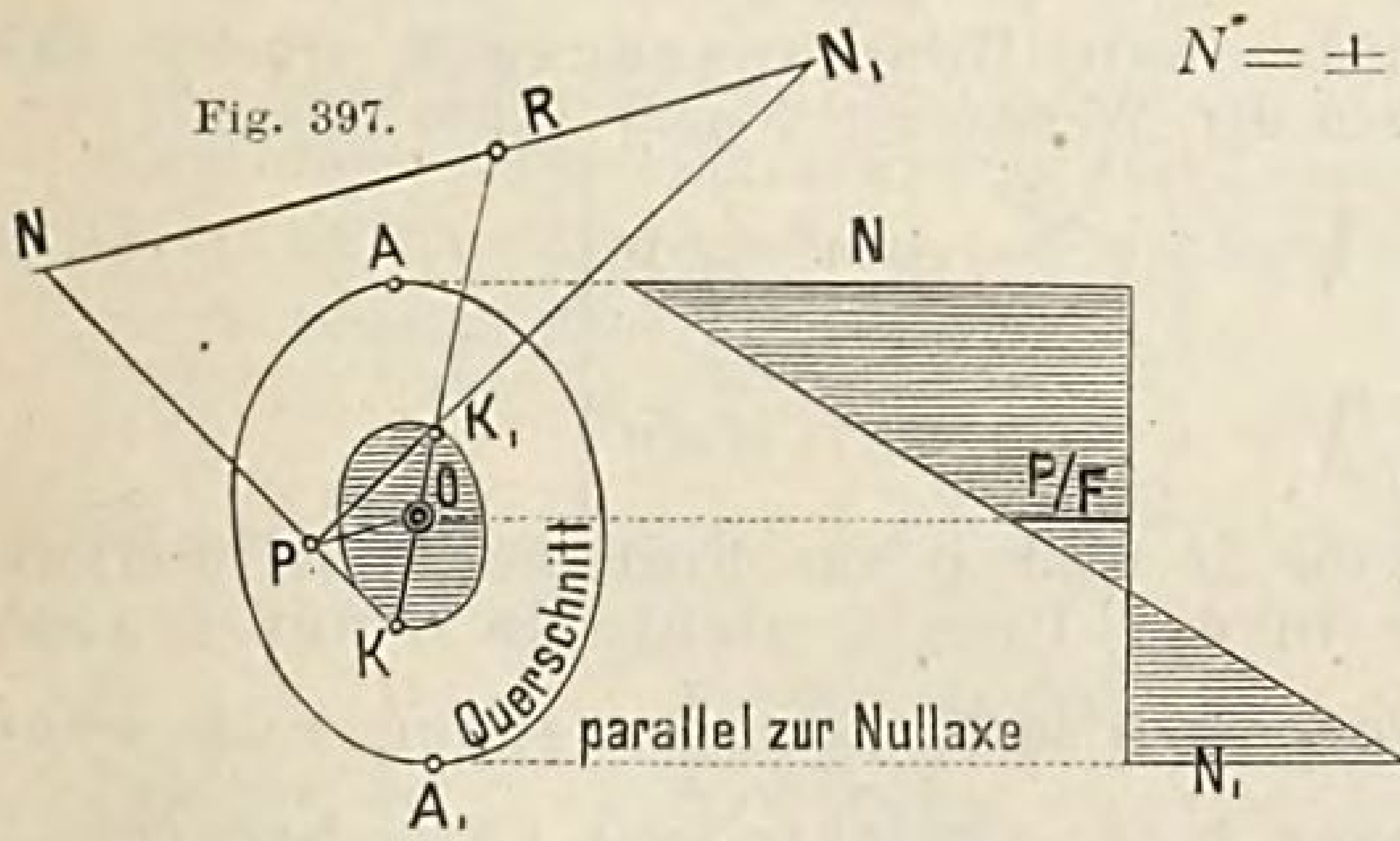
Geraden liegen. Es ist unter Berücksichtigung des vorstehenden nachzuweisen, dass allgemein: $N = \pm \frac{Mz}{J} = \pm \frac{M}{W} = \pm \frac{\text{Moment}}{\text{Widerstandsmom}}$ (35)
wird, wenn man unter M das Moment der äussern Kräfte in Beziehung auf die durch einen Kernpunkt zur neutr. Axe gelegte Parallele versteht und wenn ferner z den grössten senkr. Abstand einer Zug- oder Druckfaser von der zur neutr. Axe parallelen Schweraxe, auf welche auch J bezogen werden muss, bezeichnet. $W = \frac{J}{z}$ ist das Widerstandsmom.

Liegt der Punkt A des Querschn., für welchen N bestimmt werden soll, oberhalb der Schweraxe, so ist die Momentenaxe durch den unterhalb derselben liegenden Kernpunkt K zu legen und umgekehrt. Sobald — was in praktischen Fällen gewöhnlich stattfindet — eine Hauptaxe des Querschn. in der Kraftebene liegt, reduzirt sich die Momentenaxe auf die in dieser Axe liegenden Kernpunkte K und K_1.

2. Eine allgem. grafische Darstellung von N ergiebt sich aus der Beziehung $r^2 = \frac{J}{F} = z\mathfrak{k}$. $\mathfrak{k}$ sei der normale Abstand eines Kernpunktes von der zur neutralen Axe parallelen Schweraxe; Gleichg. (17) geht danach über in:

$$N = \pm \frac{M}{F\mathfrak{k}} = \pm \frac{P(e + \mathfrak{k})}{F\mathfrak{k}} \quad (36)$$

Fig. 397.



Weil man für die senkr. Abstände e und $\mathfrak{k}$ auch die betr. Abstände OR und OK, in der Durchschnittlinie der Kraftebene gemessen, setzen kann, die zu einander im nämlichen Verhältniss stehen, so mache man auf einer belieb. durch O gelegten Geraden, Fig. 397, $OP = \frac{P}{F}$, d. i. = der im Schwerp. O auftretenden spezif. Normalspannung und ziehe durch K, K_1 und P zwei Gerade, die eine durch R zu OP gelegte Parallele in N und N_1 schneiden. Dann stellen die Strecken RN und RN_1 bezw. die in den äussersten Fasern A und A_1 des Querschn. herrschenden spezif. Normalspannungen dar. Diese Konstruktion gilt nur, wenn eine Axialkraft P vorhanden ist, weil für den Fall, wo $P = 0$ wird, der Angriffsp. R der Resultante in die Entfernung $= \infty$ rückt.

e. Spezielle Behandlung der Querschnitte.

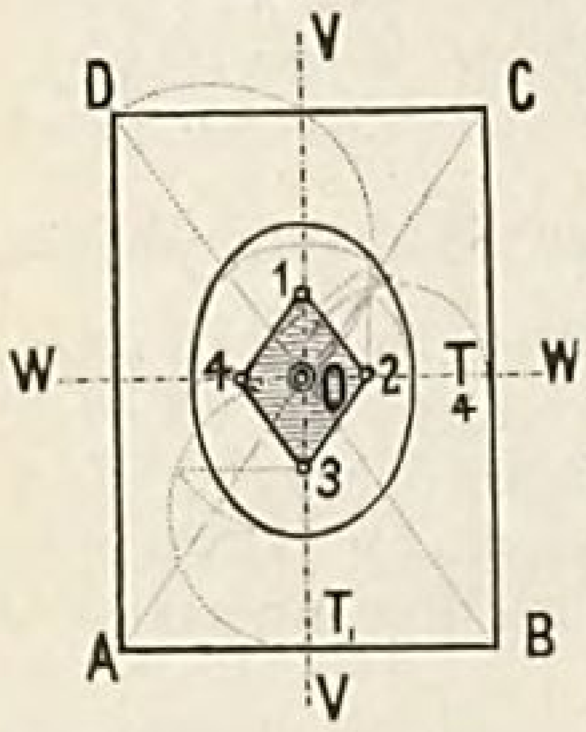
S und J sind stets, wenn nicht eine andere Axe besonders genannt wird, auf die Schweraxe bezogen.

α. Rechteckige Querschnitte (Höhe h, Breite b).

1. Man erhält: $S = \frac{1}{8} b(h^2 - 4v^2)$; $J = \frac{1}{12} bh^3$. Die beiden Haupt-Trägh.-Radien r und r_1 (das sind nach S. 571 die Längen der Hauptaxen der Zentral-Ellipse) berechnen sich aus: $\mathfrak{J} = Fr^2$ und $\mathfrak{J}' = Fr_1^2$ mit $r = \frac{h}{6}\sqrt{3} = 0{,}289\, h$ $r_1 = \frac{b}{6}\sqrt{3} = 0{,}289\, b$. Die Koordin. der Punkte 1, 2, 3, 4 des Kerns, Fig. 398, bestimmen sich nach (S. 572) für (1) u. (3), da $\varphi = 0$ und $\delta = \pm \frac{h}{2}$: $\mathfrak{v}_1 = \pm \frac{1}{6} h$ und $\mathfrak{w}_1 = 0$; für (2) und (4), da $\varphi = 90^0$ und $\delta = \pm \frac{b}{2}$: $\mathfrak{w}_1 = \pm \frac{1}{6} b$ und $\mathfrak{v}_1 = 0$. Die Kernpunkte liegen also in den Hauptaxen, um $^1/_3$ der Querschnitts-Höhe vom Rande entfernt.

Grafisch ermittelt man die Kernpunkte wie folgt: Zuerst sei AB die neutrale Axe. Ueber OT_1 wird ein Halbkreis geschlagen; von O aus wird der zugehörige halbe Durchm. der Zentral-Ellipse — d. i. also h — als Sehne abgetragen, und vom Endpunkt der Sehne ein Loth auf die OT_1 gefällt. Dies Loth schneidet auf der OT_1 die Strecke $e = O1$ ab. Während die neutrale Axe nun um A sich dreht, bis sie in die Lage AD gelangt, beschreibt der Punkt R die gerade Linie 1 — 2. In der Fig. 398 sind in analoger Weise durch die Halbkreise über OD und OT_1 noch zwei andere entsprechende Kernpunkte gefunden worden.

Fig. 398.



2. Die Spannungen des rechteck. Querschn. ergeben sich für den Fall, wo keine Axialkraft vorhanden ist:

$$N = \frac{12Mv}{bh^3}; \quad T = \frac{3(h^2 - 4v^2)\,Q}{2bh^3}.$$ N wird stets zum Maximum für $v = \pm h$; T für $v = 0$: $N_{\text{max.}} = \frac{6M}{bh^2}$; $T_{\text{max.}} = \frac{3Q}{2bh}$.

Beispiel. Für einen an den Enden auf Stützen ruhenden und pro Längeneinheit mit q gleichmässig belasteten Stab erhält man für einen Punkt der im Abstande x von einem Ende liegt:

$$N = \frac{6qvx(l-x)}{bh^3}; \quad T = \frac{3q(h^2 - 4v^2)(l - 2x)}{4bh^3}.$$

Die Hauptspannung H und ideale Hauptspannung $\mathfrak{H}$ ergeben sich nach (28) und (30) durch Einsetzen der Werthe für N und T (für $m = 3$):

$$H = \frac{6M}{bh^3}\left[v \pm \sqrt{v^2 + \frac{Q^2}{16M^2}(h^2 - 4v^2)^2}\right];$$

$$\mathfrak{H} = \frac{4M}{bh^3}\left[v \pm \sqrt{v^2 + \frac{Q^2}{16M^2}(h^2 - 4v^2)^2}\right].$$

Das analyt. Maximum von H und $\mathfrak{H}$ ist hiernach bestimmbar. Man braucht dasselbe aber in der Praxis nicht, da H und $\mathfrak{H}$ auch zum wirklichen Maximum für $v = 0$ oder $v = \pm\frac{h}{2}$ werden und wenn man das analyt. Maximum von $\mathfrak{H}$ für verschiedene Fälle berechnet, sich heraus stellt, dass dasselbe für alle Werthe $Qh < 2{,}883\ M$ stets kleiner ist, als das wirkliche Maximum von $\mathfrak{H}$, welches für $v = \pm\frac{h}{2}$ eintritt und dass es ferner für alle Werthe $Qh > 2{,}883\ M$ von dem wirklichen Maximum von $\mathfrak{H}$, das für $v = 0$ eintritt, nur sehr wenig abweicht. Man kann daher für die Praxis annehmen, dass $\mathfrak{H}$ zum Maximum wird:

wenn $Qh > 2{,}88\ M$ ist, für $v = 0$. Dann ist $\mathfrak{H} = \pm\frac{2Q}{bh}$;

wenn $Qh < 2{,}88\ M$ ist, für $v = \pm\frac{h}{2}$. Dann ist $\mathfrak{H} = \pm\frac{6M}{bh^2}$.

3. Die Dimensionirung des rechteck. Querschn. hat, wenn die Hauptspannungen dabei überhaupt beachtet werden sollen, derart zu geschehen, dass der kleinste Werth der zulässigen Inanspruchnahme für die beiden verschiedenen Grenzen von $Qh = \mathfrak{H}$ zu setzen ist.

Beim hölzernen Stabe wird z. B. ein Bruch entweder durch Zerreissen in demjen. Querschn., für welchen M zum Maximum wird, oder ein Abscheren für $v = 0$ in demjen. Querschn., für welchen Q zum Maximum wird, eintreten. Für den gleichmässig belasteten Stab auf 2 Stützen ist $M_{\text{max.}} = \frac{1}{8}ql^2$ und $Q_{\text{max.}} = \frac{1}{2}ql$.

Daher lauten die Festigkeits-Bedingungen für denselben:

$$k_1 = \frac{6M_{\text{max.}}}{bh^2} = \frac{3ql^2}{4bh^2}; \quad k_2 = \frac{3Q_{\text{max.}}}{2bh} = \frac{3ql}{4bh}.$$

k_1 und k_2 bezw. zulässige Inanspruchnahme für Druck und Schub.

Das Abscheren wird also eher eintreten als das Zerdrücken, wenn:

$\frac{h}{l} = \frac{k_2}{k_1}$ ist. Das Verhältniss $\frac{k_2}{k_1}$ ist für Nadelholz ungefähr $= \frac{1}{14}$, für Eichenholz $= \frac{1}{9}$.

β. Rechteckige Querschn. von konstanter Biegungs-Festigkeit.

Für einen Stab von konstanter Biegungsfestigkeit sind nach Vorigem folgende Bedingungen zu erfüllen:

$$1\quad bh = \frac{2\,Q}{k},\ \text{wenn } Qh > 2{,}883\,M \text{ ist},$$

$$2.\quad bh^2 = \frac{6\,M}{k},\ \text{wenn } Qh < 2{,}883\,M \text{ ist}.$$

Dabei bezeichnet k den kleinsten Werth der zulässigen Inanspruchnahme.

Der Stab wird sonach im allgem. aus 2 verschieden geformten Theilen bestehen, deren Querschn. bezw. der Bedingung unter (1) und (2) entsprechen. Die Länge des Stabes wird in den folgenden speziellen Fällen mit l und die Dimensionen eines End-Querschn. werden mit b_1 und h_1 bezeichnet.

1. An einem Ende eingespannter Stab, der am freien Ende mit G belastet ist. Im Abstande x vom freien Ende ist: $Q = G$; $M = Gx$. Das giebt:

für konstante Höhe, Fig. 399: $b = \frac{b_1 h_1}{3\,l}$; $b = \frac{b_1 x}{l}$;

für konstante Breite, Fig. 400: $h = \frac{h_1{}^2}{3\,l}$; $h = h_1 \sqrt{\frac{x}{l}}$.

2. An einem Ende eingespannter Stab, gleichmässig mit q pro Längeneinh. belastet. Im Abstande x vom freien Ende ist: $Q = qx$; $M = \frac{1}{2}\,qx^2$. Das giebt:

für konstante Höhe, Fig. 401: $b = \frac{2\,b_1 h_1 x}{3\,l^2}$; $b = \frac{b_1 x^2}{l^2}$;

für konstante Breite, Fig. 402: $h = \frac{2\,h_1{}^2 x}{3\,l^2}$; $h = h_1 \frac{x}{l}$;

für ähnliche Querschn., Fig. 403: $h = h_1 \sqrt[3]{\frac{2\,h_1 x}{3\,l^2}}$; $h = h_1 \sqrt[3]{\frac{x^2}{l^2}}$.

Fig. 399, 400.

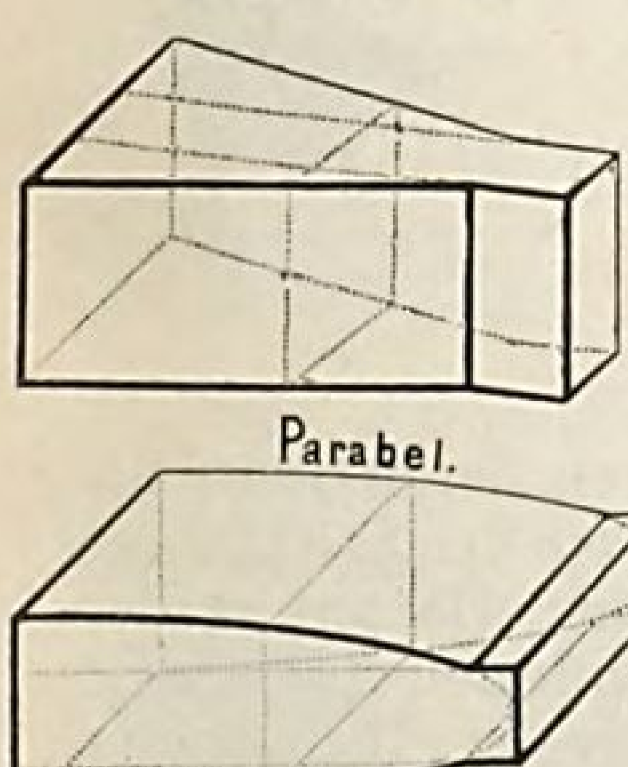


Fig. 401, 402, 403.

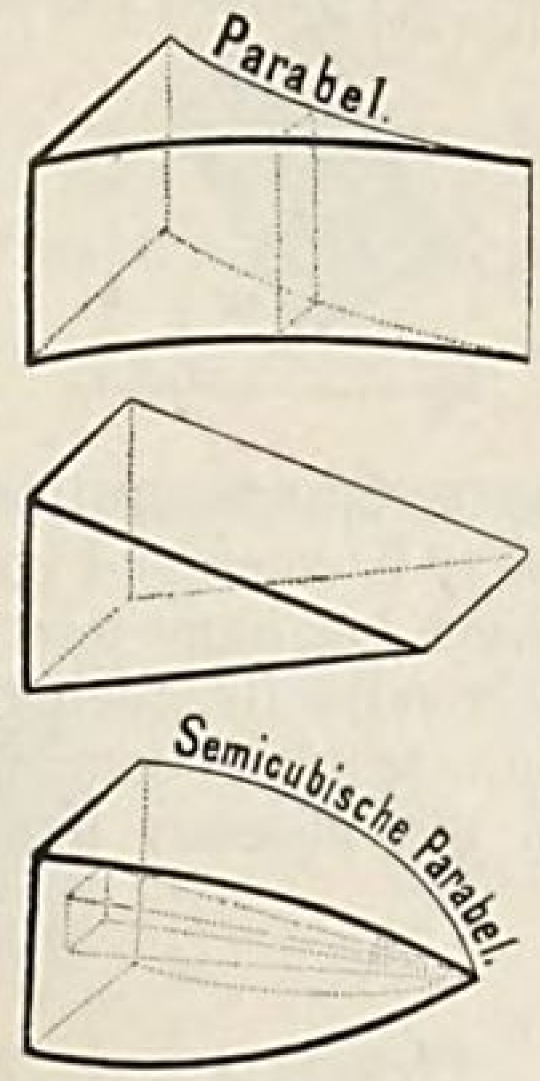


Fig. 404, 405.

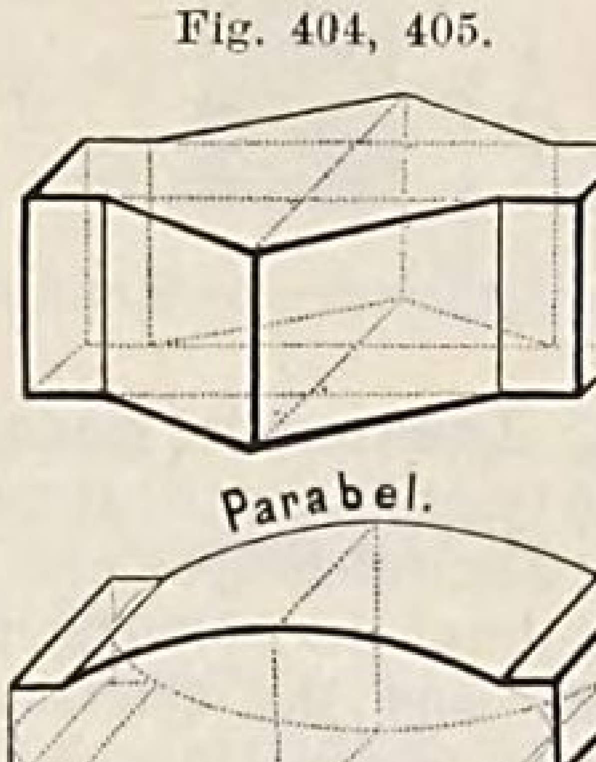
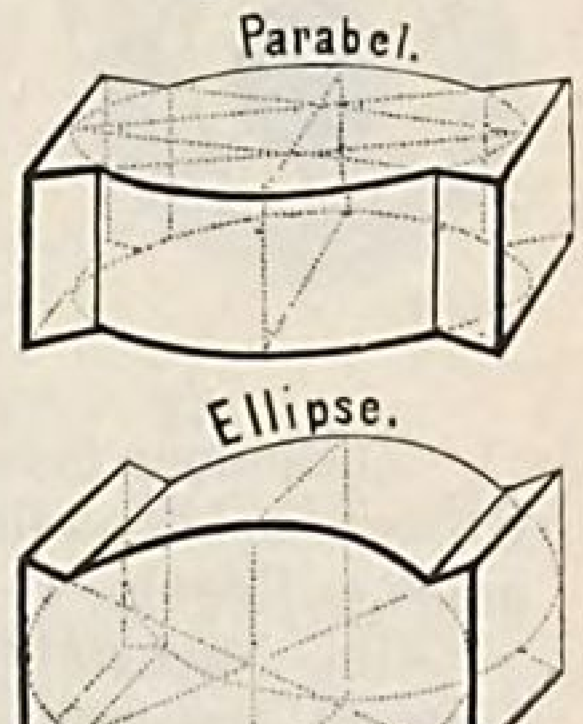


Fig. 406, 407.



3. An beiden Enden unterstützter Stab, in der Mitte mit $2\,G$ belastet. Der Stab besteht hier aus 2 symmetr. Hälften, deren Querschn. nach (1) zu bestimmen sind, Fig. 404 u. 405.

4. An beiden Enden unterstützter Stab, gleichmässig mit q pro Längeneinh. belastet. Im Abstande x von einer Stütze ist: $Q = \frac{1}{2}\,ql\,(l - 2x)$; $M = \frac{1}{2}\,qx\,(l - x)$. Das giebt:

für konstante Höhe, Fig. 406: $b = \frac{4\,b_1 h_1\,(l - x)}{3\,l^2}$; $b = \frac{4\,b_1 x\,(l - x)}{l^2}$;

für konstante Breite, Fig. 407: $h = \frac{4\,h_1{}^2\,(l - 2x)}{3\,l^2}$; $h = \frac{2\,h_1 \sqrt{x\,(l - x)}}{l}$.

γ. Elliptische Querschnitte.

1. Der Kreisquerschnitt, Fig. 408, $S = \frac{2}{3}\,r^3 \cos{}^3\varphi$; $J = \frac{\pi}{4}\,r^4$. Die Zentral-Ellipse und die Kernlinie gehen in Kreislinien über. Der Halbm. ρ des

Zentral-Kreises ist $= \frac{r}{2}$ und der Halbm. ρ_1 der Kernlinie $= \frac{r}{4}$. (Ueber Spannungen in einem Stabe von kreisförmigem Querschn. s. weiterhin.)

2. Der Kreisring-Querschnitt, Fig. 409, $J = \frac{\pi}{4}(r^4 - r_1^4)$. Ist $r - r_1 = \delta$ sehr klein: $J = \pi r^3 \delta$.

Das stat. Moment eines Ringstücks, welches zwischen 2 Halbm. liegt, die einen Winkel $+\alpha$ und $-\alpha$ mit der VV einschliessen, ist: $S = \frac{2}{3}(r^3 - r_1^3)\sin\alpha$.

Ist δ sehr klein, so ist $S = 2r^3\delta\sin\alpha$.

Der Halbm. ρ des Zentral-Kreises ist: $\rho = \frac{1}{2}\sqrt{r + r_1^2}$.

Der Halbm. ρ_1 der Kernlinie ist die mittlere Proportionale zwischen r und ρ. Daraus: $\rho_1 = \frac{r^2 + r_1^2}{4r}$. Danach ist die grafische Ermittelung von ρ und ρ_1 in der Fig. 410 ausgeführt. Für sehr geringe Stärke δ des Ringes wird:

$$\rho = \frac{r}{\sqrt{2}} = 0{,}707\,r;\quad \rho_1 = \frac{r}{2}.$$

Fig. 408.

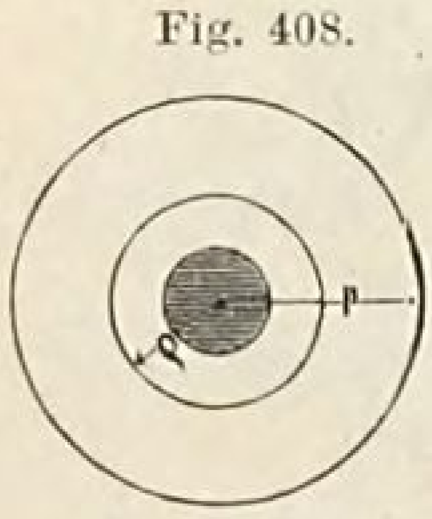
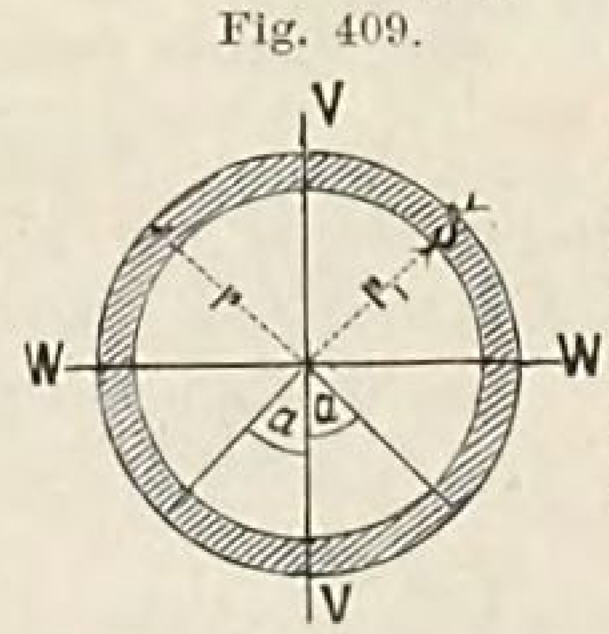


Fig. 409.



3. Elliptischer Querschn. $J = \frac{\pi}{4}a^3 b$. Die Halbaxen der Zentral-Ellipse sind halb so gross als diejenigen des ellipt. Querschn. Die Kernlinie ist ebenfalls eine Ellipse, deren Halbaxen halb so gross sind, als diejen. der Zentral-Ellipse. Für den ellipt. Ring mit sehr kleiner Stärke δ ist:

$$J = \frac{\pi}{4}a^3(a + 3b)\delta.$$

Fig. 410.

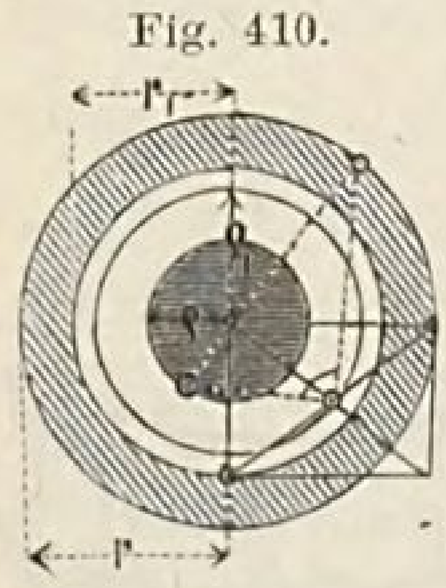


Fig. 411.

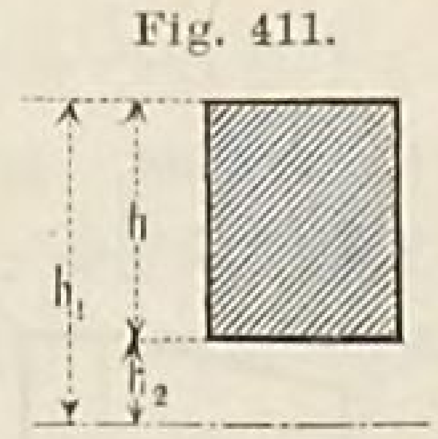


Fig. 412.

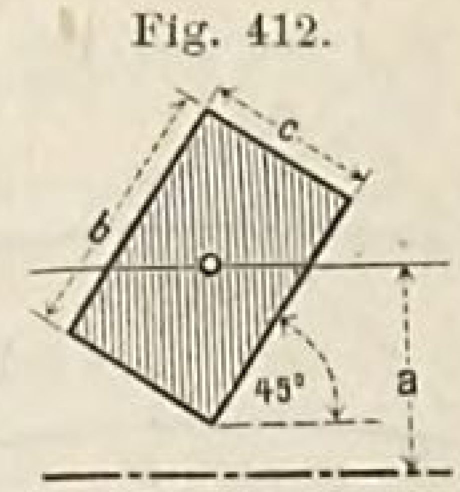
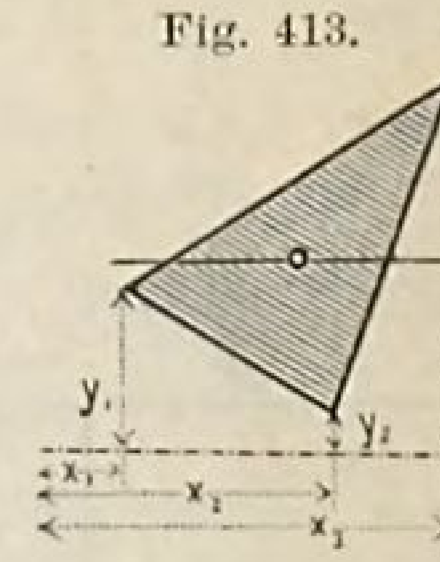


Fig. 413.



δ. Zusammen gesetzte Querschnitte.

Zusammen gesetzte Querschn. zerlegt man in Elementar-Figuren, deren Querschn.-Grössen bekannt sind. Zentral-Ellipse und Kern bestimmt man nach den S. 571 ff. gegebenen Regeln, welche durch die weiterhin folgenden Beispiele näher erläutert werden.

Im Nachstehenden sind die Querschn.-Grössen der wichtigsten Elementar-Figuren angegeben, mit deren Hilfe man die meisten der in der Technik vorkommenden Querschn. behandeln kann.

1. Rechteck, Fig. 411. $F = bh$;

$$S = \frac{1}{2}b(h_1^2 - h_2^2) = \frac{1}{2}F(h_1 + h_2);$$

$$J = \frac{1}{3}b(h_1^3 - h_2^3) = \frac{1}{3}F(h_1 + h_1)\,h_2 + h_2^2).$$

Für eine Rechteckseite als Axe ($h_2 = 0$; $h_1 - h$) ist: $S = \frac{1}{2}bh^2$; $J = \frac{1}{3}bh^3$.

Für ein unter 45° geneigt gestelltes Rechteck, Fig. 412, ergiebt sich:

$$S = abc;\; J = bc\left(a^2 + \frac{b^2 + c^2}{24}\right).$$

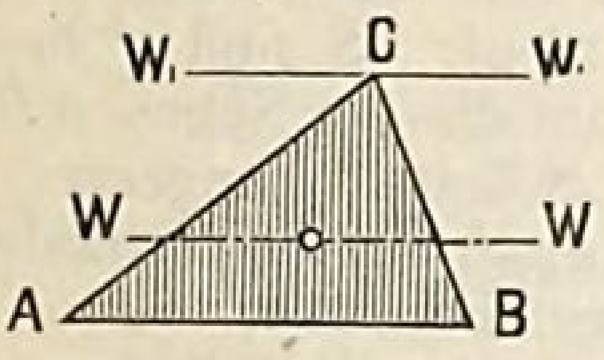
2. Dreieck, Fig. 413. $F = \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$;

$$S = \frac{1}{3}F(y_1 + y_2 + y_3);\quad J = \frac{1}{6}F(y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_2 y_3 + y_3 y_1 + y_1 y_2).$$

Für eine parallele Schweraxe ist: $J = \frac{1}{18} F (y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_2 y_3 + y_3 y_1 + y_1 y_2)$, wenn sich y_1, y_2, y_3 auf die belieb. Schweraxe beziehen

Für parallele Axen, Fig. 414, wird, Axe AB: $S = \frac{1}{6} b h^2$; $J = \frac{1}{12} b h^3$.

Fig. 414.



Axe WW: $S = 0$; $J = \frac{1}{36} b h^3$;

Axe $W_1 W_1$: $S = \frac{1}{3} b h^2$; $J = \frac{1}{4} b h^3$.

3. Trapez. Für eine der nicht parallelen Seiten, z. B. AB als Axe, Fig. 415, ist: $F = \frac{1}{2} b (h_1 + h_2)$;

$$S = \frac{1}{6} b (h_1^2 + h_2^2 + h_1 h_2);\quad J = \frac{1}{12} b (h_1 + h_2)(h_1^2 + h_2^2) = \frac{1}{6} F (h_1^2 + h_2^2).$$

Für eine zu den parallelen Seiten parallele Axe, Fig. 416, ist:

$$F = \frac{1}{2} (b_1 + b_2)(h_1 - h_2);\quad S = {}^1/_6\, h\, [b_1 (2 h_1 + h_2) + b_2 (h_1 + 2 h_2)];$$

$$J = \frac{1}{12} h\, [(b_1 + b_2)(h_1 + h_2)^2 + 2 b_1 h_1^2 + 2 b_2 h_2^2].$$

Fig. 415.

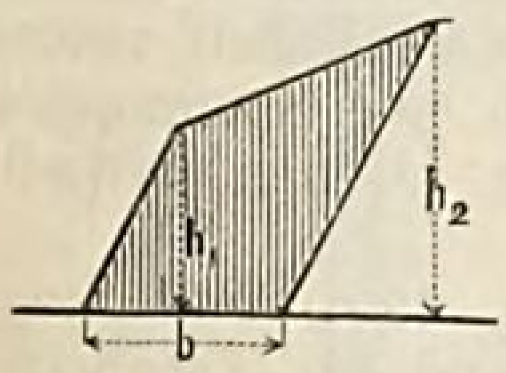


Fig. 416.

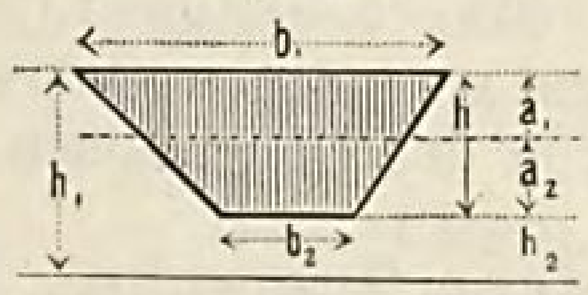


Fig. 417.

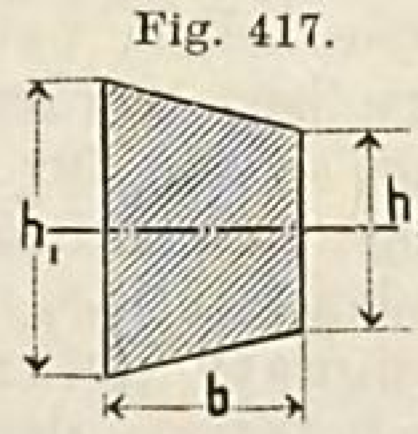
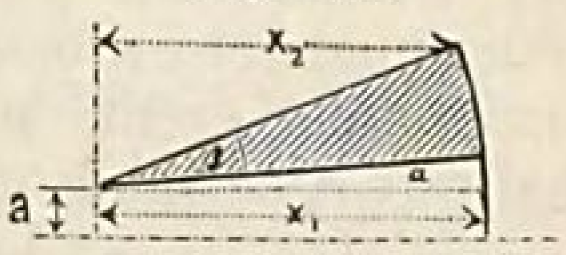


Fig. 418.



Für die den parallelen Seiten parallele Schweraxe, Fig. 416, ist:

$$a_1 = \frac{2 b_1 + b_2}{3 (b_1 + b_2)} h_1;\quad a_2 = \frac{b_1 + 2 b_2}{3 (b_1 + b_2)} h;\quad J = \frac{1}{36} \cdot \frac{b_1^2 + 4 b_1 b_2 + b_2^2}{b_1 + b_2}.$$

Bei symmetr. Lage gegen die Axe, Fig. 417, ist: $J = \frac{1}{48} b (h_1 + h_2)(h_1^2 + h_2^2)$.

4. Kreisausschnitt. Statt arc α und arc β ist α und β gesetzt; dann ist, Fig. 418: $F = \frac{1}{2} r (\beta - \alpha)$; $S = \frac{1}{6} r^2 [3 a (\beta - \alpha) + 2 (x_1 - x_2)]$;

$$J = \frac{1}{48} r^2 [6 (4 a^2 + r^2)(\beta - \alpha) + 38 a (x_1 - x_2) - 3 r^2 (\sin 2\beta - \sin 2\alpha)].$$

Fig. 419, 420.

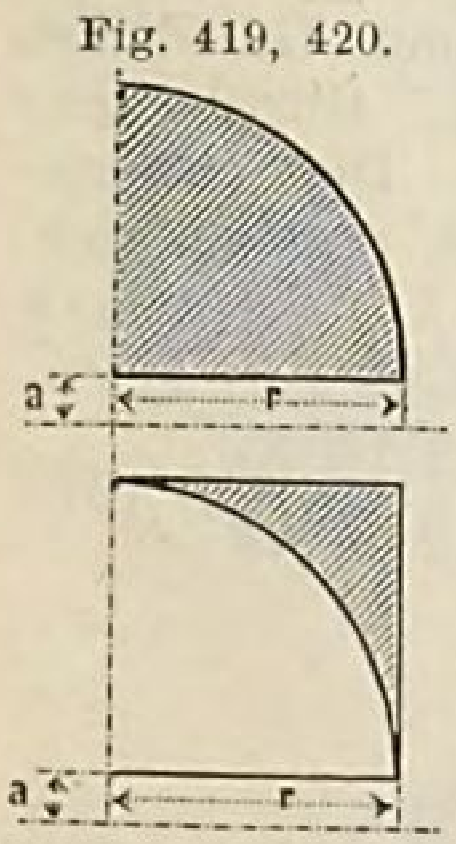
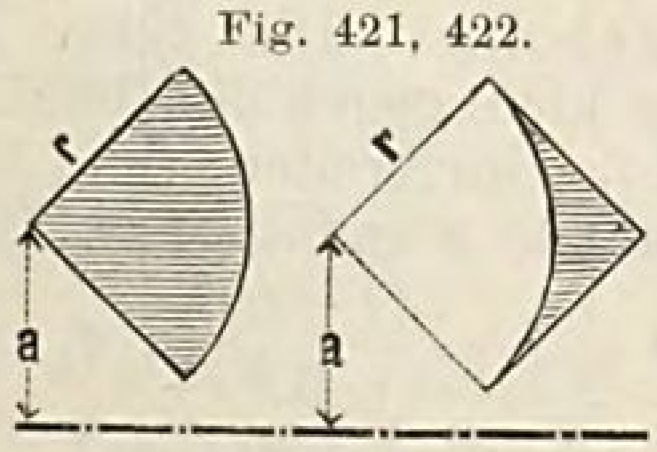


Fig. 421, 422.



Für den Viertelkreis, Fig. 419, wird hiernach:

$F = 0{,}785\, r^2$; $S = r^2 (0{,}785\, a \pm 0{,}333\, r)$;

$J = r^2 (0{,}785\, a^2 \pm 0{,}667\, a r + 0{,}196\, r^2)$.

Für die Ergänzung des Viertelkreises zum Quadrat, Fig. 420, wird:

$F = 0{,}215\, r^2$; $S = r^2 (0{,}215\, a \pm 0{,}167\, r)$;

$J = r^2 (0{,}215\, a^2 \pm 0{,}333\, a r + 0{,}137\, r^2)$.

Je nachdem die Fläche oberhalb oder unterhalb des Radius r liegt, ist das obere oder untere Vorzeichen zu wählen. Ist die Symmetrieaxe der Momentenaxe parallel, Fig. 421, so wird für den Viertelkreis: $J = r^2 (0{,}0714\, r^2 + 0{,}785\, a^2)$, und für die Ergänzung des Viertelkreises zum Quadrat: $J = r^2 (0{,}0119\, r^2 + 0{,}215\, a^2)$.

5. Kreisabschnitt. S und J beziehen sich auf die der Sehne AB parallele Axe, Fig. 423; J_1 desgl. auf die vertikale Symmetrieaxe.

$$S = \frac{1}{3} r^2 [3 a (\alpha - \sin\alpha \cos\alpha) \pm 2 r \sin^3\alpha];$$

$$J = \frac{1}{24} r^2 [3(4a^2 + r^2)(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha) \pm 2r\sin\alpha(8a\sin^2\alpha \pm 35\cos^2\alpha)];$$

$$J_1 = \frac{1}{24} r^4 (6\alpha - 3\sin 2\alpha - 4\sin^3\alpha\cos\alpha).$$

Fig. 423.

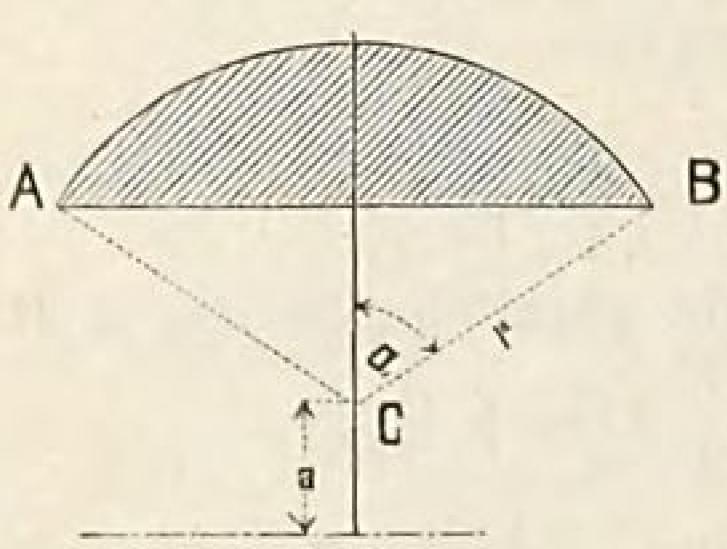
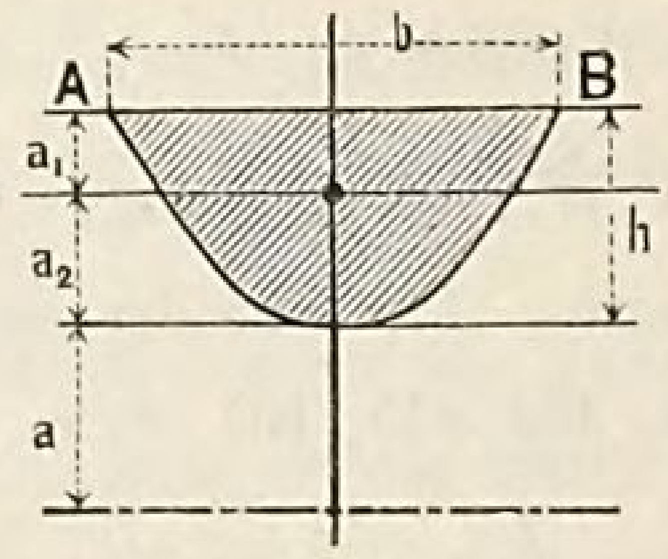


Fig. 424.



Je nachdem die Fläche oberhalb oder unterhalb von C liegt, gilt oberes oder unteres Vorzeichen.

6. Parabel. S und J beziehen sich auf die der Sehne AB und der Scheitel-Tangente parallele Axe; J_1 auf die vertikale Symmetrieaxe, Fig. 424,

$$F = \tfrac{1}{3} bh;\; S = \frac{2}{15} bh(5a + 3h);$$

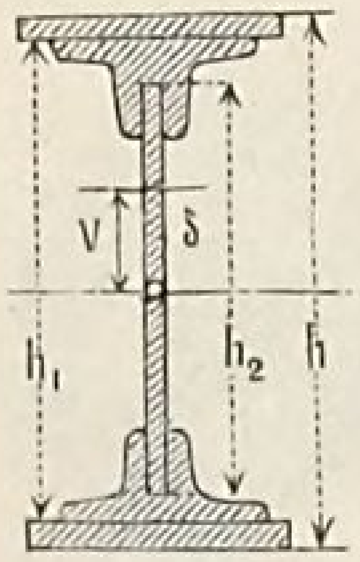
$$J = \frac{2}{105} bh(35a^2 + 42ab + 15h^2);\; J_1 = \frac{1}{30} b^3 h.$$

Für die parallele Schweraxe wird: $a_2 = \frac{2}{5}h;\; a_1 = \frac{3}{5}h;\; J = \frac{8}{175} bh^3.$

ε. Näherungs-Regeln für I, ⊥ und ⊔ förmigen Querschnitt.

Näherungsregeln wendet man zweckmässig an, wenn zusammen gesetzte Querschn. mit Rücksichtnahme auf möglichste Material-Ersparniss für eine gegebene Belastung konstruirt werden sollen, weil die Ausdrücke für die direkte Ermittelung der Dimensionen zu komplizirt werden. Man berechnet die Dimensionen zuerst näherungsweise, bestimmt sodann für den gefundenen Querschn. die Spannungen und nimmt event. so lange Aenderungen in den Dimensionen vor, bis der vortheilhafteste Querschn. gefunden ist.

Fig. 425.



1. Symmetr. I förmiger Querschn., Fig. 425. Die Stegdicke δ sei konstant; der Inhalt eines Gurtes $= f$ und das Trägheitsmoment desselben in Beziehung auf die Schweraxe $= i$. Dann ist,

$$F = 2f + h_2\delta;\; J = \frac{1}{2} f h_1^2 + \frac{1}{12}\delta h_2^3 + 2i.$$

Das stat. Moment S eines bis zum Abstande v von der Schweraxe gerechneten Querschn.-Theils ist: $S = \frac{1}{2} f h_1 + \frac{1}{8}\delta(h_2^2 - 4v^2)$. Die spezif. Normalspannung N in einem belieb. Punkte und die spezif. Schubspannung T in einem belieb. Punkte des Stegs sind (nach (18) u. (23): $N = \frac{Mv}{J}$; $T = \frac{QS}{J\delta} = \frac{Q}{J}\left[\frac{1}{2}\frac{fh_1}{\delta} + \frac{1}{8}(h_2^2 - 4v^2)\right]$.

Fig. 426.

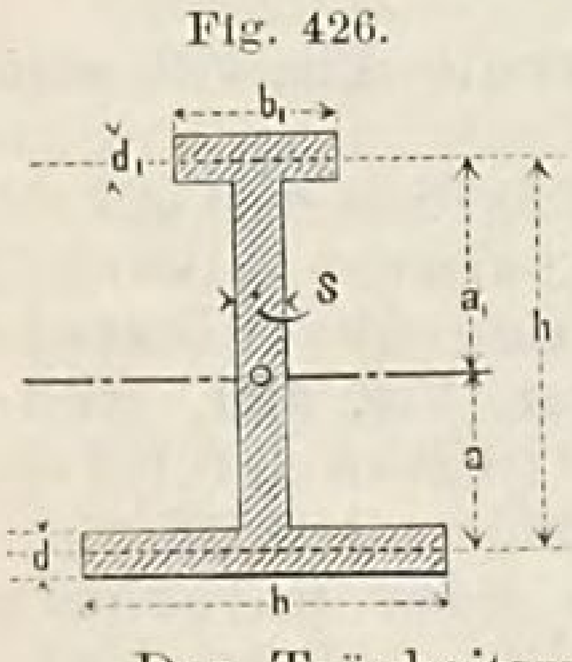
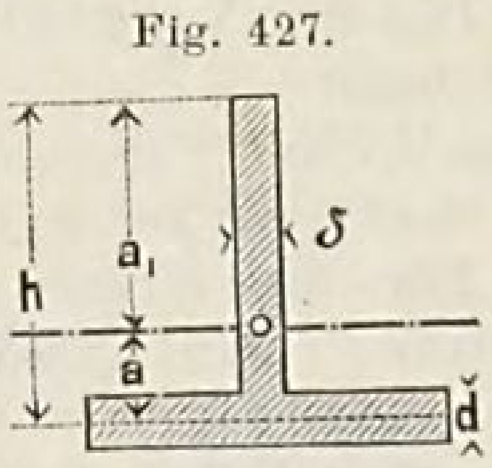


Fig. 427.



2. Unsymmetr. I, ⊥, ⊔ förmige Querschn. Die Steg- und Gurtdicken seien klein gegen die Höhe h. Gurtflächen f und f_1, Gurtbreiten b und b_1. Die Schwerp.-Abstände a und a_1, Fig. 426, ergeben sich:

$$a = \frac{1}{2}h - \frac{(f - f_1)h}{2F};\; a_1 = \frac{1}{2}h + \frac{(f - f_1)h}{2F}.$$

$$\text{Ferner: } \frac{a}{a_1} = \frac{F + f_1 - f}{F - f_1 + f} = \frac{2f_1 + h\delta}{2f + h\delta}. \quad (37)$$

Das Trägheitsmom. J für die Schweraxe:

$$J = \frac{1}{12}h^3\delta + \frac{1}{4}(f + f_1)h^2 - \frac{(f - f_1)^2 h^2}{4F}.$$

$$\text{oder: } = \frac{1}{4}Fh^2 - \frac{1}{6}h^3\delta - \frac{(f - f_1)h^2}{4F};\; \text{oder: } = Faa_1 - \frac{1}{6}h^3\delta. \quad (38)$$

Für den ⊥ förmigen Querschn., Fig. 427, wird:

$$a = \frac{1}{2}h - \frac{fh}{2F};\; a_1 = \frac{1}{2}h + \frac{fh}{2F};\; J = \frac{1}{12}h^3\delta + \frac{1}{4}fh^2 - \frac{f^2h^2}{4F}$$

$$= \frac{1}{4}Fh^2 - \frac{1}{6}h^3\delta - \frac{f^2h^2}{4F} = \frac{1}{12}h^3\delta\,\frac{4f + h\delta}{f + h\delta}.$$

ζ. Minimum der Querschn.-Fläche bei gegebener Inanspruchnahme.

1. Ist die zulässige Inanspruchnahme für Unter- und Obergurt k und k_1, so sind die zu erfüllenden Festigk.-Bedingungen: $k\,J = M a$ und $k_1\,J = M a_1$ oder: $\frac{a}{a} = \frac{k}{k_1}$.

Für den Querschn., Fig. 427, erhält man hieraus durch Verbindung mit (37) und (38): $f = \frac{M}{k h} + \frac{k_1 - 2k}{6k} h\delta$; $f_1 = \frac{M}{k_1 h} - \frac{2k_1 - k}{6k_1} h\delta$;

$$F = \frac{k + k_1}{k k_1}\left[\frac{M}{h} + \frac{1}{6}(k + k_1) h\delta\right]. \qquad (39)$$

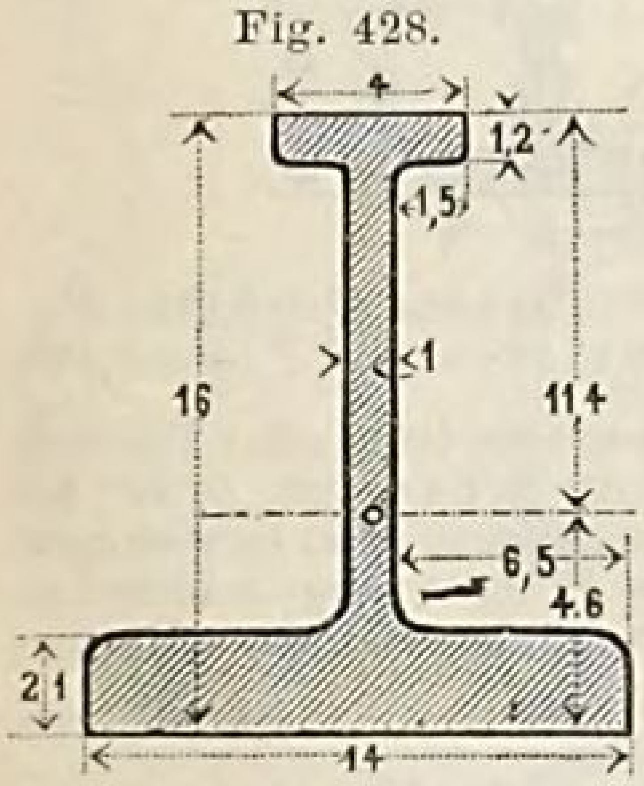
F wird demnach ein Minimum für: $h = \sqrt{\frac{6\,M}{(k + k_1)\,\delta}}$.

Unter der Annahme einer gleichmässigen Belastung pro Längeneinheit des Stabes, bei konstantem Querschn. und voraus gesetzt, dass die Stegdicke δ der Höhe h proportional, also $h = m\delta$ sei, erhält man aus der Bedingung für das Minimum von F folgende Ausdrücke:

$$f = \frac{k_1}{2k} h\delta;\quad f_1 = \frac{k}{2k_1} h\delta;\quad F = \frac{(k + k_1)^2}{2k\,k_1} h\delta \text{ also } f : f_1 = k_1^2 : k^2.$$

2. Für Schmiedeisen ist die Zug- und Druckfestigkeit nahezu gleich. Für Gusseisen ist, wenn k sich auf Zug und k_1 auf Druck bezieht, das Verhältniss: $\frac{k_1}{k} = 2{,}1$ bis $2{,}9$, im Mittel $= 2{,}5$. Für Gusseisen gehen demnach die Gleichg. (39) über in:

Fig. 428.

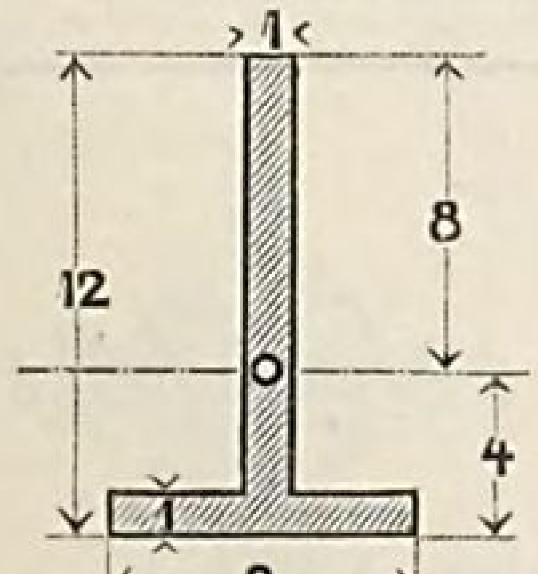


$$f = 1{,}25\,h\delta;\quad f_1 = 0{,}20\,h\delta;\quad F = 2{,}45\,h\delta;\quad \frac{f}{f_1} = 6{,}25.$$

Nach diesen Verhältnissen ist z. B. der Querschn. Fig. 428, konstruirt. Die Stegdicke ist $= 1$ gesetzt. Für die eingeschriebenen Verhältnisse wird: $J = 1289\,\delta$; $\delta = 0{,}207\sqrt[3]{\frac{M}{k_1}} = 0{,}153\sqrt[3]{\frac{M}{k}}$.

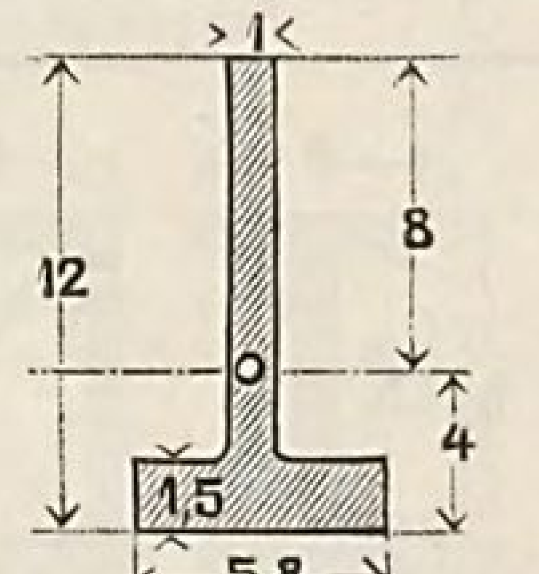
3. Für Gusseisen und das Verhältniss $\frac{k_1}{k} = 2$ hat Klose folgende Normal-Querschn. konstruirt. Die Gesammthöhe ist h. Die Stärke δ ist $= 1$ gesetzt.

Fig. 429.



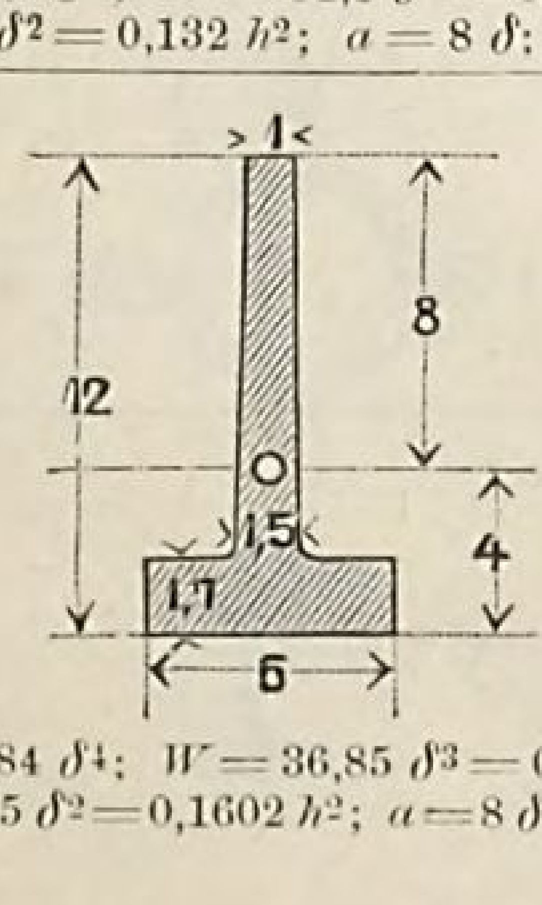
$J = 278{,}3\,\delta^4$; $W = 34{,}8\,\delta^3 = 0{,}0201\,h^3$;
$F = 19\,\delta^2 = 0{,}132\,h^2$; $a = 8\,\delta$; $\varphi = 1{,}0$.

Fig. 430.



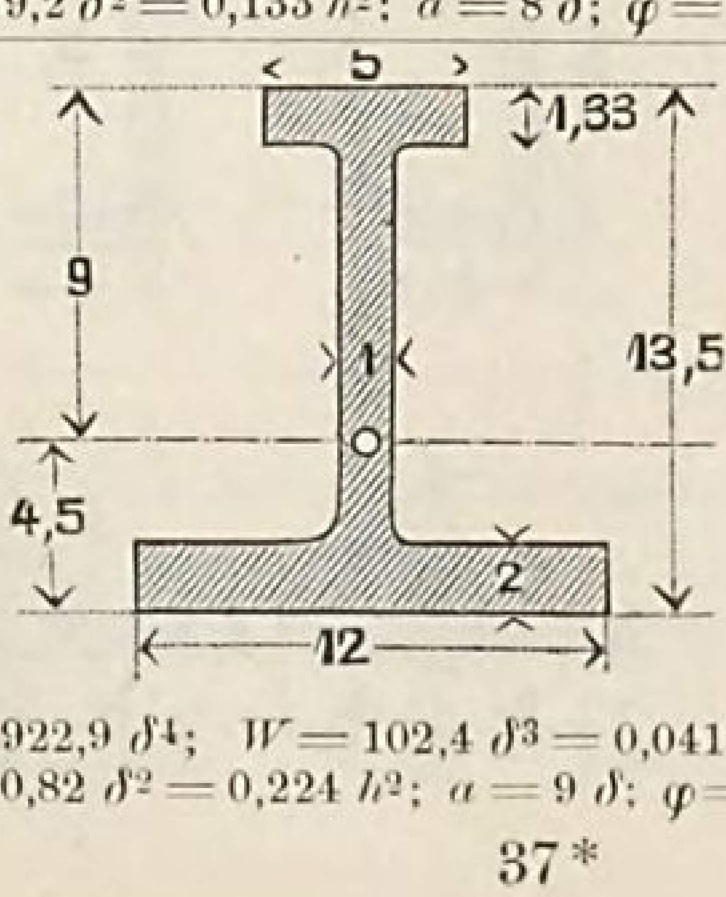
$J = 269{,}4\,\delta^4$; $W = 33{,}675\,\delta^3 = 0{,}0195\,h^3$;
$F = 19{,}2\,\delta^2 = 0{,}133\,h^2$; $a = 8\,\delta$; $\varphi = 1{,}028$.

431.

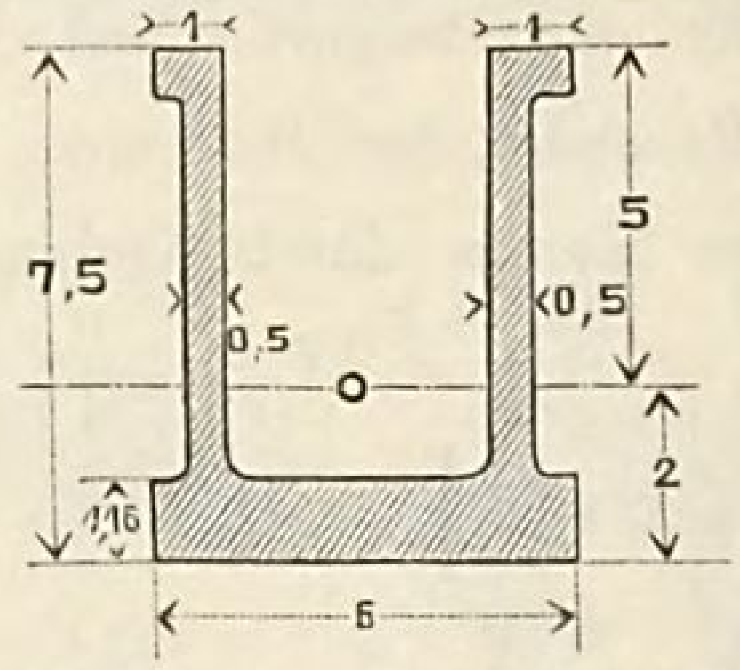
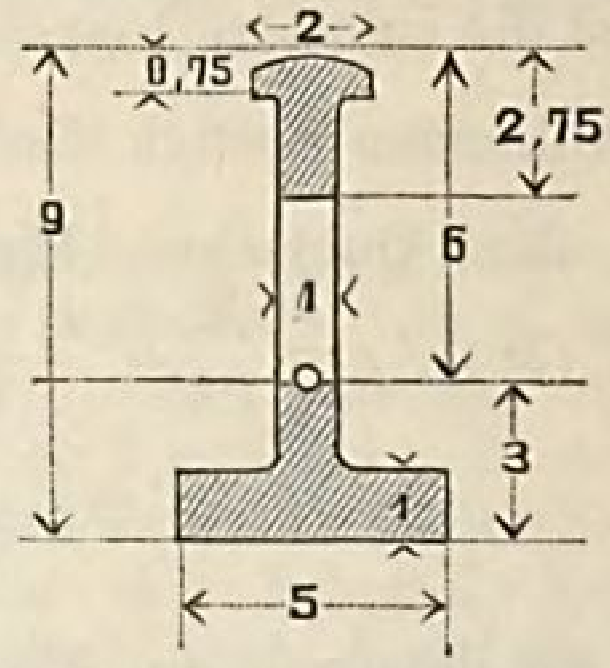
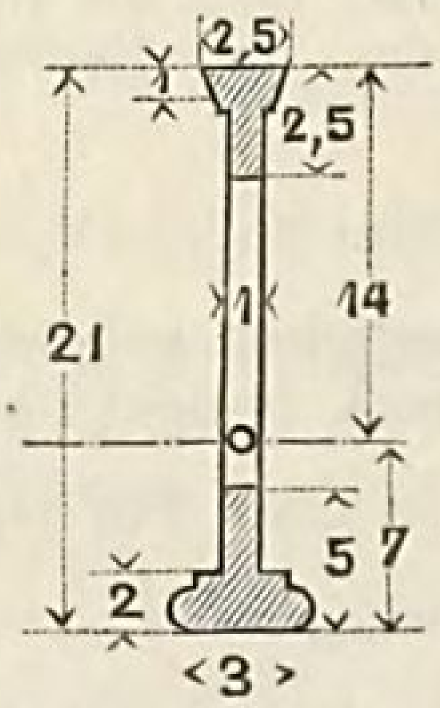
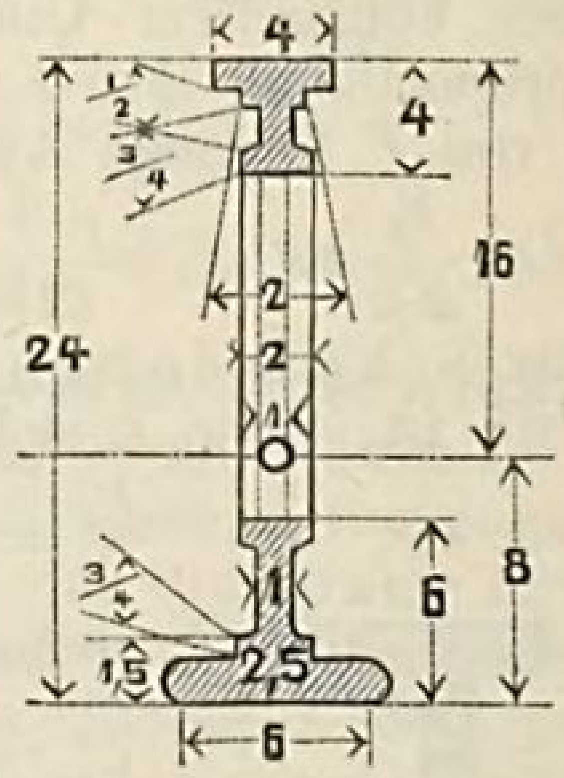


$J = 294{,}84\,\delta^4$; $W = 36{,}85\,\delta^3 = 0{,}0213\,h^3$;
$F = 23{,}075\,\delta^2 = 0{,}1602\,h^2$; $a = 8\,\delta$; $\varphi = 1{,}19$.

432.



$J = 922{,}9\,\delta^4$; $W = 102{,}4\,\delta^3 = 0{,}0417\,h^3$;
$F = 40{,}82\,\delta^2 = 0{,}224\,h^2$; $a = 9\,\delta$; $\varphi = 1{,}04$.

Fig.		Fig.	
433.	 $J = 80{,}288\ \delta^4$; $W = 16{,}075\ \delta^3 = 0{,}03806\ h^3$; $F = 13{,}3\ \delta^2 = 0{,}24\ h^2$; $a = 5\ \delta$; $\varphi = 0{,}91$.	434.	 $J = 118{,}656\ \delta^4$; $W = 19{,}776\ \delta^3 = 0{,}271\ h^3$; $F = 10{,}5\ \delta^2 = 13\ h^2$; $a = 6\ \delta$; $\varphi = 0{,}67$.
435.	 $J = 1202{,}08\ \delta^4$; $W = 85{,}863\ \delta^3 = 0{,}0093\ h^3$; $F = 16{,}9\ \delta^2 = 0{,}0383\ h^2$; $a = 14\ \delta$; $\varphi = 0{,}483$.	436.	 $J = 2318{,}15\ \delta^4$; $W = 144{,}884\ \delta^3 = 0{,}0105\ h^3$; $F = 23{,}891\ \delta^2 = 0{,}0415\ h^2$; $a = 16\ \delta$; $\varphi = 0{,}483$.

In den Figuren sind die Verhältnisszahlen auf $\delta = 1$ bezogen. Der breitere Gurt oder Flansch muss stets auf Zug beansprucht werden. J und W beziehen sich auf die Schweraxe. a ist die Entfernung letzterer von der äussersten Druckfaser. φ drückt das Verhältniss aus, in welchem die Flächeninhalte der verschiedenen Querschn. zum Inhalt des als Einheit angenommenen Querschn. Fig. 429 stehen, wenn sämmtliche Querschn. gleiche Inanspruchnahme erfahren sollen. —

η. Tabellen.

Tabelle 1. Trägheitsmomente für zusammen gesetzte Querschnitte.

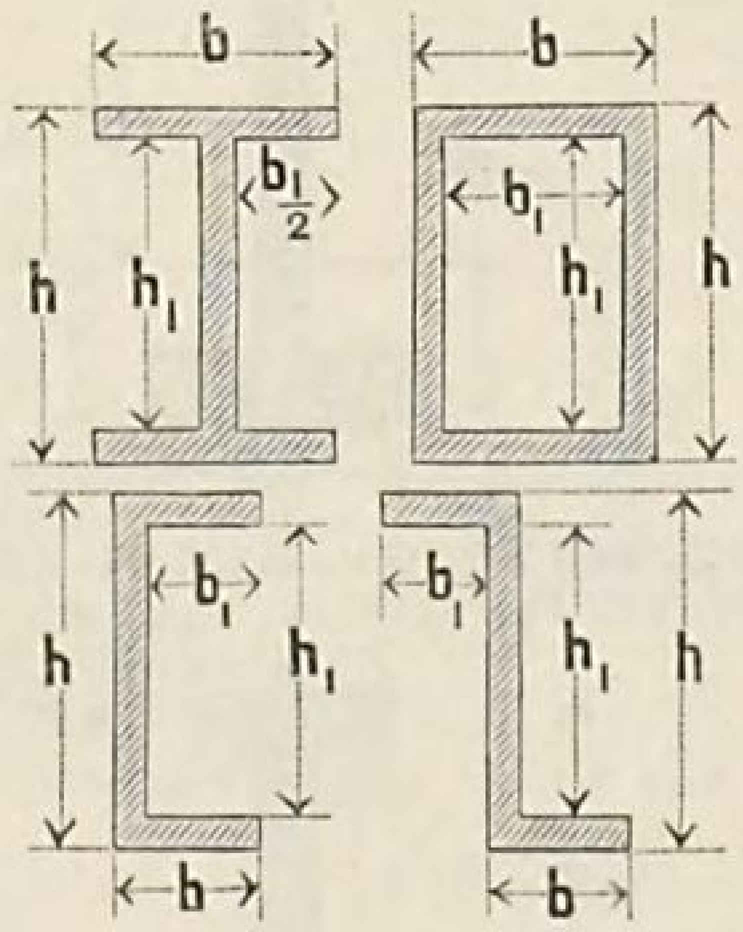
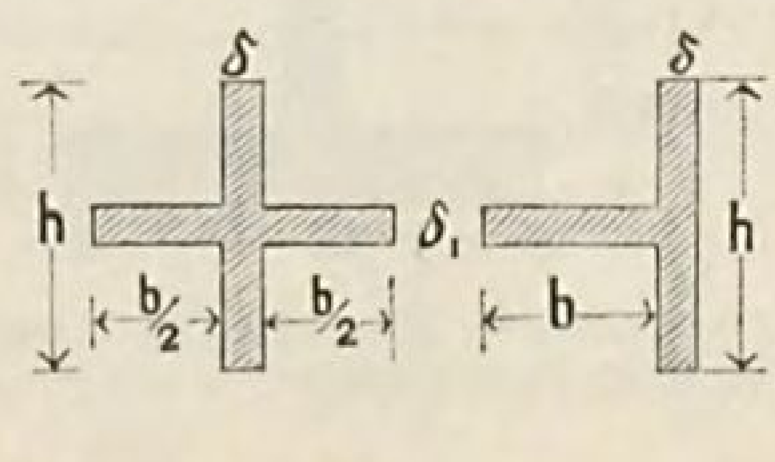
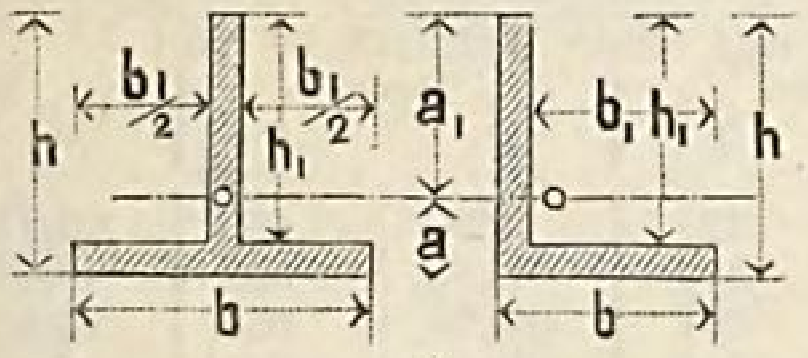
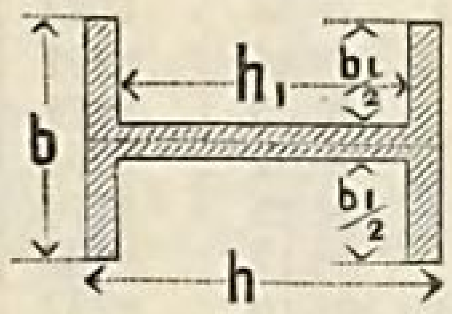
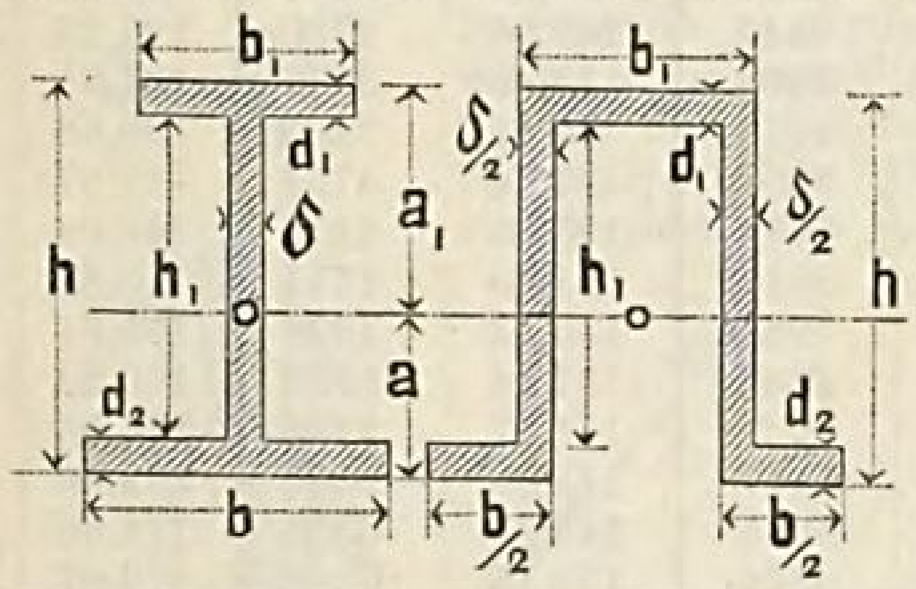
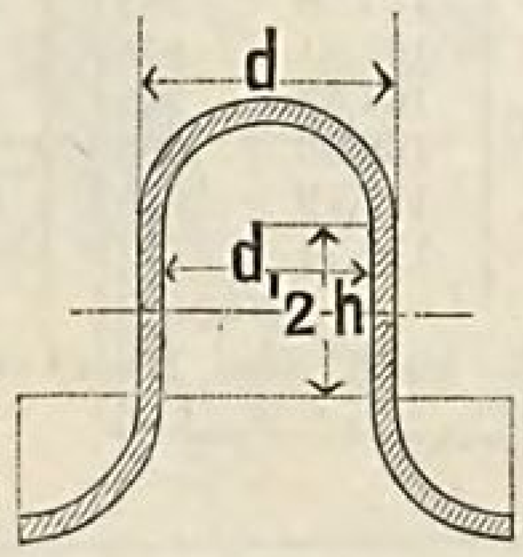
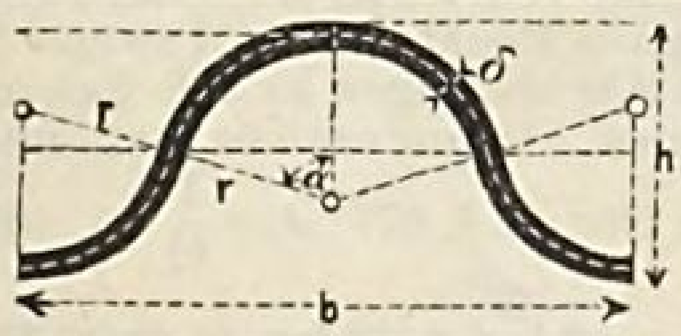
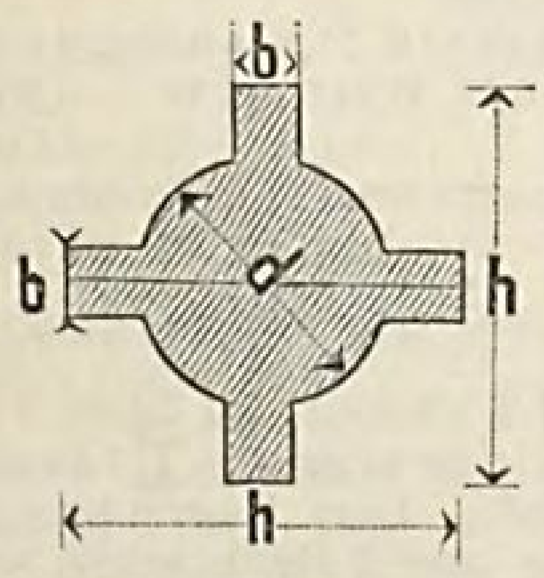
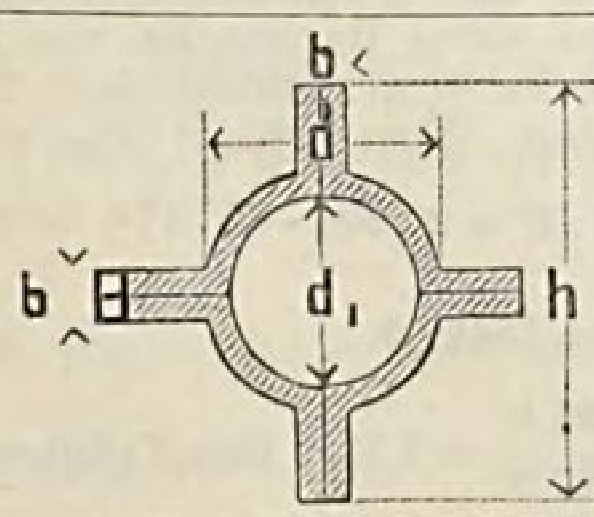
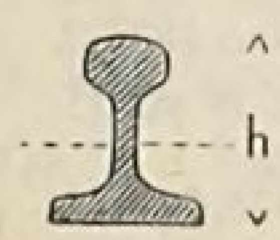
Fig.	Querschn.-Form	Trägheitsmom. J auf die Schweraxe bezogen	Grösster Abstand l der äusserst. Faser
437.		$\frac{1}{12}(b h^3 - b_1 h_1^3)$	$\frac{h}{2}$
438.		$\frac{1}{12}(\delta h^3 + b \delta_1^3)$	$\frac{h}{2}$

Fig.			
439.		$\frac{1}{3}\left\{(b-b_1)\,a_1^3+ba^3-b_1\,[a-(h-h_1)]^3\right\}$	$\frac{b\,h^2-b_1\,h_1^2}{2\,(b\,h-b_1\,h_1}$
440.		$\frac{1}{12}\,[(h-h_1)\,b^3+h_1\,(b-b_1)^3]$	$\frac{b}{2}$
441.		$\frac{1}{3}\,[b_1\,a_1^3-(b_1-\delta)\,(n-d_1)^3+b\,a^3$ $-(b-\delta)\,(a-d_2)^3]$	—
442.		$\frac{\pi}{64}\,(d^4-d_1^4)+\frac{h^2\,\pi}{4}\,(d^2-d_1^2)$ $+\frac{h}{3}\,(d^3-d_1^3)+\frac{2}{3}\,(d-d_1)\,h^3$	$h+\frac{d}{2}$
443.		$J=2\,r^3\,\text{arc}\,\alpha\left[1+2\left(1-\frac{h}{2r}\right)^2\right]\delta-$ $-\frac{3}{2}\,r^2\,b\left(1-\frac{h}{2r}\right)\delta$ Näherungswerth: $J=(0{,}11\,b+0{,}16\,h)\,h^2\,\delta$	$\frac{h}{2}$
444.		$\frac{1}{12}\left[\frac{3\,\pi}{16}\,d^4+b\,(h^3-d^3)+b^3\,(h-d)\right]$	$\frac{h}{2}$
445.		$\frac{1}{12}\left[\frac{3\,\pi}{16}\,(d^4-d_1^4)+b\,(h^3-d^3)+b^3(h-d)\right]$	$\frac{h}{2}$
446.		Eisenbahnschienen von durchschn. 9,15 cm Basis und 5,5 cm Kopfbreite.	

Höhe	Gewicht pro 1 m	J für cm	$\frac{J}{a}$ für cm
13,0 cm	36 kg	919	130
11,8	34	690	117
10,5	32	472	95

Tabelle 2. Trägheitsmomente J und Querschn.-Fläche F runder Säulen.

d	Vollsäulen		Hohlsäulen mit einer Wandstärke von 15 mm		20 mm		25 mm		30 mm	
	F	J	F	J	F	J	F	J	F	J
10	78,54	491	40,06	373	50,27	427	58,90	460	65,97	478
10,5	86,59	597	42,41	441	53,41	509	62,83	552	70,69	577
11	95,03	719	44,77	518	56,55	601	66,76	655	75,40	688
11,5	103,87	859	47,12	602	59,69	703	70,69	771	80,11	814
12	113,10	1018	49,48	696	62,83	817	74,61	900	84,82	954
12,5	122,72	1198	51,84	799	65,97	942	78,54	1043	89,54	1111
13	132,73	1402	54,19	911	69,12	1080	82,47	1201	94,25	1284
13,5	143,14	1630	56,55	1034	72,26	1231	86,39	1374	98,96	1475
14	153,94	1886	58,90	1167	75,40	1395	90,32	1564	103,67	1685
14,5	165,13	2170	61,26	1311	78,54	1573	94,25	1770	108,38	1914
15	176,71	2485	63,62	1467	81,68	1766	98,17	1994	113,10	2163
15,5	188,69	2833	65,97	1635	84,82	1975	102,10	2237	117,81	2433
16	201,06	3217	68,33	1815	87,96	2199	106,03	2498	122,52	2726
16.5	213,82	3638	70,69	2008	91,11	2440	109,96	2780	127,23	3042
17	226,98	4100	73,04	2214	94,25	2698	113,88	3082	131,95	3381
17,5	240,53	4604	75,40	2434	97,39	2973	117,81	3405	136,66	3745
18	254,47	5153	77,75	2668	100,53	3267	121,74	3751	141,37	4135
18,5	268,80	5750	80,11	2917	103,67	3580	125,66	4119	146,08	4551
19	283,53	6397	82,47	3180	106,81	3912	129,59	4511	150,80	4995
19,5	298,65	7098	84,82	3459	109,96	4264	133,52	4928	155,51	5467
20	314,16	7854	87,18	3754	113,10	4637	137,44	5369	160,22	5968
20.5	330,06	8669	89,54	4065	116,24	5031	141,37	5836	164,93	6499
21	346,36	9547	91,89	4394	119,38	5447	145,30	6330	169,65	7062
21,5	363,05	10489	94,25	4739	122,52	5885	149,23	6850	174,36	7655
22	380,13	11499	96,60	5102	125,66	6346	153,15	7399	179,07	8282
22,5	397,61	12581	98,96	5483	128.81	6831	157,08	7977	183,78	8942
23	415,48	13737	101,32	5883	131,95	7340	161,01	8584	188,50	9637
23,5	433,74	14971	103,67	6301	135,09	7873	164,93	9221	193,21	10367
24	452,39	16286	106,03	6739	138,23	8432	168,86	9889	197,92	11133
24,5	471,44	17686	108,38	7197	141,37	9017	172,79	10589	202,63	11936
25	490,87	19175	110,74	7676	144,51	9628	176,71	11321	207,35	12778

Ueber die Querschn.-Grössen von Profileisen vergl. auch das Deutsche Normalprofil-Buch.

ϑ. Beispiele.

1. Symmetr. ⌶ Eisen, Fig. 447. Bei der Berechnung von J für die zum Steg senkrechte Schweraxe betrachtet man die Hauptfigur als Differenz eines Rechtecks und zweier Trapeze und die Abrundungen in den Ecken als Viertelkreise. Dann ergiebt sich mit Benutzung der Gleich. S. 577:

Fig. 447.

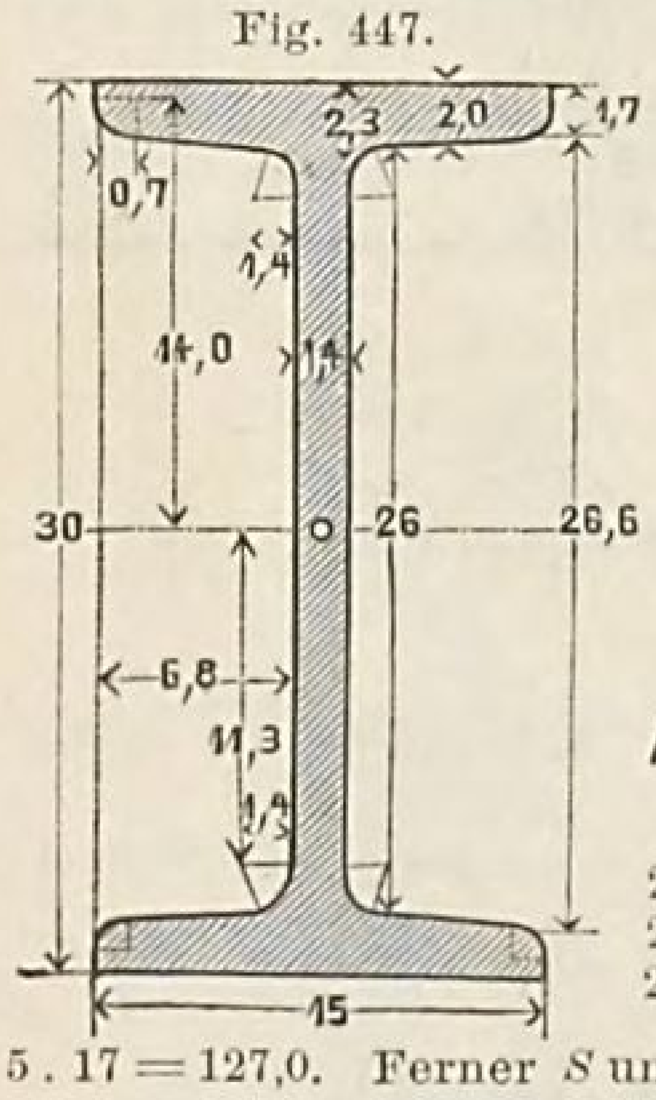
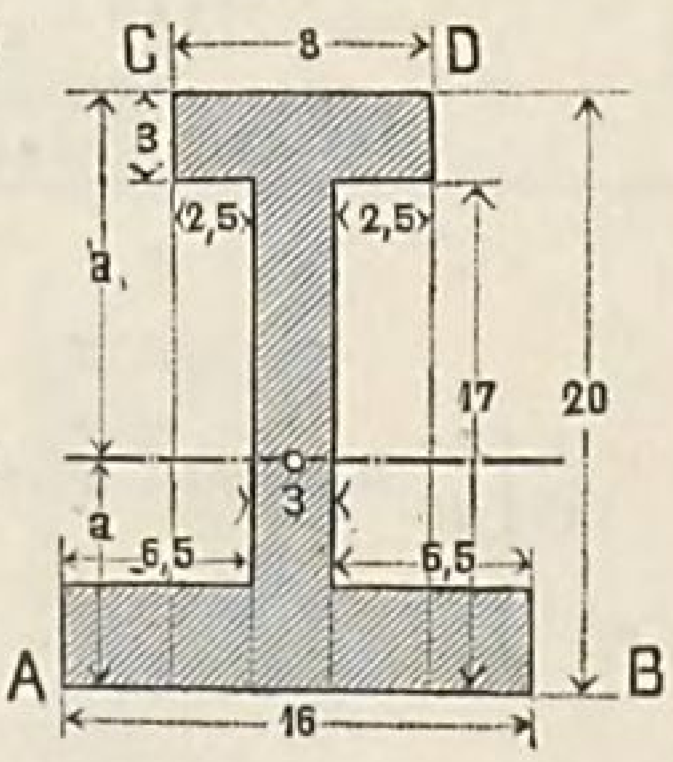


Fig. 448.



$$J = \frac{1}{12}\,15\,.\,30^3$$
$$-\,2\,\frac{1}{48}\,6{,}8\,(25{,}4 + 26{,}6)\,(25{,}4^2 + 26{,}6^2)$$
$$+\,4\,.\,1{,}4^2(0{,}215\,.\,11{,}3^2 + 0{,}333\,.\,11{,}3\,.\,1{,}4 + 0{,}137\,.\,1{,}4^2)$$
$$-\,4\,.\,0{,}7^2\,(0{,}215\,.\,14{,}0^2 - 0{,}333\,.\,14{,}0\,.\,0{,}7 +$$
$$+\,0{,}137\,.\,0{,}7^2) = 14003.$$

Nimmt man eine Zusammenstellung nur aus Rechtecken an, so würde man:

$$J = \frac{1}{12}\,(15\,.\,30^3 - 2\,.\,6{,}8\,.\,26^3) = 13831$$

d. h. 1,2 Prozent zu klein erhalten haben.

2. Unsymmetr. ⌶ förm. Querschn., Fig. 448. Der Querschn. kann als die Summe aus 2 Rechtecken von zusammen $2\,.\,6{,}5 = 13$ Breite und 4 Höhe und eines Rechtecks von 8 Breite und 20 Höhe, vermindert um 2 Rechtecke von zusammen $2\,.\,2{,}5 = 5$ Breite $20 - 3 = 17$ Höhe betrachtet werden. Man erhält: $F = 13\,.\,4 + 8\,.\,20 - 5\,.\,17 = 127{,}0$. Ferner S und J_1 für die Axe AB: $S = \frac{1}{2}\,(13\,.\,4^2 + 8\,.\,20^2 - 5\,.\,17^2) = 981{,}5$;

$$J_1 = \frac{1}{3}\,(13\,.\,4^3 + 8\,.\,20^3 - 5\,.\,17^3) = 13422{,}3.$$

Der Abstand a des Schwerp. von AB wird: $a = \frac{S}{F} = \frac{981{,}5}{127{,}0} = 7{,}73$. Das Trägheitsmom. J für die zur AB parallele Schweraxe ist:

$$J = J_1 - Fa^2 = J_1 - Sa = 13422{,}3 - 981{,}5\,.\,7{,}73 = 5835{,}3.$$

Die Widerstandsmom. W_1 und W_2 für die Kanten AB und CD sind:

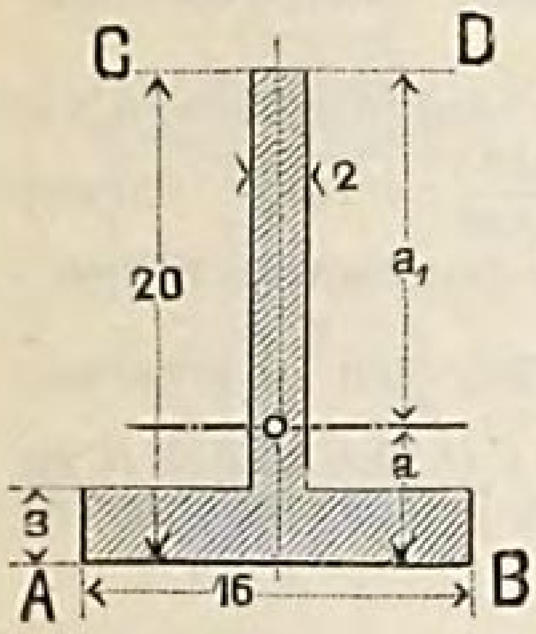
$$W_1 = \frac{5835{,}3}{7{,}73} = 754{,}9.\quad W_2 = \frac{5835{,}3}{20 - 7{,}73} = 475{,}6.$$

3. **T** förm. Querschn., Fig. 449. Derselbe wird in ein Rechteck von 2 Breite und 20 Höhe und 2 Rechtecke von je 7 Breite, 3 Höhe, welche sich auch zu einem Rechteck von 14 Breite und 3 Höhe vereinigen lassen, zerlegt. Zunächst ist: $F = 2 \,.\, 20 + 14 \,.\, 3 = 82$; S für die Axe AB wird: $S = 2 \,.\, 20 \frac{20}{2} + 14 \,.\, 3 \frac{3}{2} = 463$. Daher ist der Abstand a des Schwerp. von AB: $a = \frac{S}{F} = \frac{463}{82} = 5{,}65$. Das Trägheitsmom. J_1 für die Axe AB:

$$J_1 = \frac{1}{3}(2 \,.\, 20^3 + 14 \,.\, 3^3) = 5459{,}3.$$

Daher das Trägheitsmom. J für die parallele Schweraxe: $J = J_1 - Fa^2 = J_1 - Sa = 5459{,}3 - 463 \,.\, 5{,}65 = 2843{,}4$.

Fig. 449.



Die Widerstandsmom. W_1 und W_2 für die Kanten AB und CD ergeben sich danach; $W_1 = \frac{2843{,}4}{5{,}65} = 503{,}2$; $W_2 = \frac{2843{,}4}{20 - 5{,}65} = 198{,}2$.

4. Für ein Rechteck der Höhe h und Breite b soll das Trägheitsmom. J_1 in Bezug auf eine unter 45^0 gegen die Hauptaxen geneigte Schweraxe gesucht werden. Nach (16) ist:

$$J_1 = \mathfrak{J} \cos^2 45^0 + \mathfrak{J}' \sin^2 45^0 = \frac{1}{12}\left(\frac{bh^3}{2} + \frac{b^3h}{2}\right) = \frac{1}{24} F (b^2 + h^2).$$

Denselben Ausdruck erhält man direkt aus der betr. Gleichg. S. 576, wenn darin $a = 0$ gesetzt wird.

5. Für das ungleichschenkl. **L** Eisen, Fig. 449 (Deutsch. Norm.-Prof. No. 5/10; Schenkell. 10 bezw. 5 cm; Stärke 1 cm; Abrundungen mit Radien von 0,45 bezw. 0,90 cm), soll die Lage der Hauptaxen berechnet werden. Der Flächeninhalt des Profils ist: $F = 1 \,.\, 9 + 5 \,.\, 1 + 0{,}215 \,.\, 0{,}9^2 - 2 \,.\, 0{,}215 \,.\, 0{,}45^2 = 14{,}09$ qcm. Aus den Gleichg. S. 577 ergiebt sich für das auf die Kante AB bezogene stat. Moment S_x und das Trägheitsmom. J_x:

$$S_x = \frac{1}{2}(10^2 - 1^2) + \frac{5}{2} 1^2 + 0{,}9^2 (0{,}215 \,.\, 1 - 0{,}167 \,.\, 0{,}9)$$
$$- 0{,}45^2 [0{,}215 (10 - 0{,}45) + 0{,}167 \,.\, 0{,}45]$$
$$- 0{,}45^2 (0{,}215 \,.\, 0{,}55 + 0{,}167 \,.\, 0{,}45 = 51{,}59.$$

$$J_x = \frac{1}{3}(1.10^3 + 5.1^3) + 0{,}9^2 (0{,}215.1^2 - 0{,}333.0{,}9 + 0{,}137.0{,}9^2)$$
$$- 0{,}45^2 [0{,}215 (10 - 0{,}45)^2 + 0{,}333 (10 - 0{,}45) 0{,}45 + 0{,}137.0{,}45^2]$$
$$- 0{,}45^2 [0{,}215.0{,}55^2 + 0{,}333.0{,}55.0{,}45 + 0{,}137.0{,}45^2] = 330{,}72.$$

Ferner f. d. Kante AC: $S_y = \frac{1}{2}(5^2 - 1^2) + \frac{10}{2} 1^2$

$$+ 0{,}9^2 (0{,}215 \,.\, 1 - 0{,}167 \,.\, 0{,}9)$$
$$- 0{,}45^2 [0{,}215 (5 - 0{,}45) + 0{,}167.0{,}45]$$
$$- 0{,}45^2 (0{,}215 \,.\, 0{,}55 + 0{,}167 \,.\, 0{,}45)$$
$$= 16{,}80.$$

$$J_y = \frac{1}{3}(1 \,.\, 5^3 + 10 \,.\, 1^3)$$
$$+ 0{,}9^2 (0{,}215 \,.\, 1^2 - 0{,}333 \,.\, 0{,}9 + 0{,}137 \,.\, 0{,}9^2)$$
$$- 0{,}45^2 [0{,}215 (5 - 0{,}45)^2$$
$$+ 0{,}333 (5 - 0{,}45) 0{,}45 + 0{,}137 \,.\, 0{,}45^2]$$
$$- 0{,}45^2 [0{,}215 \,.\, 0{,}55^2 + 0{,}333 \,.\, 0{,}55 \,.\, 0{,}45$$
$$+ 0{,}137 \,.\, 0{,}45^2] = 43{,}95.$$

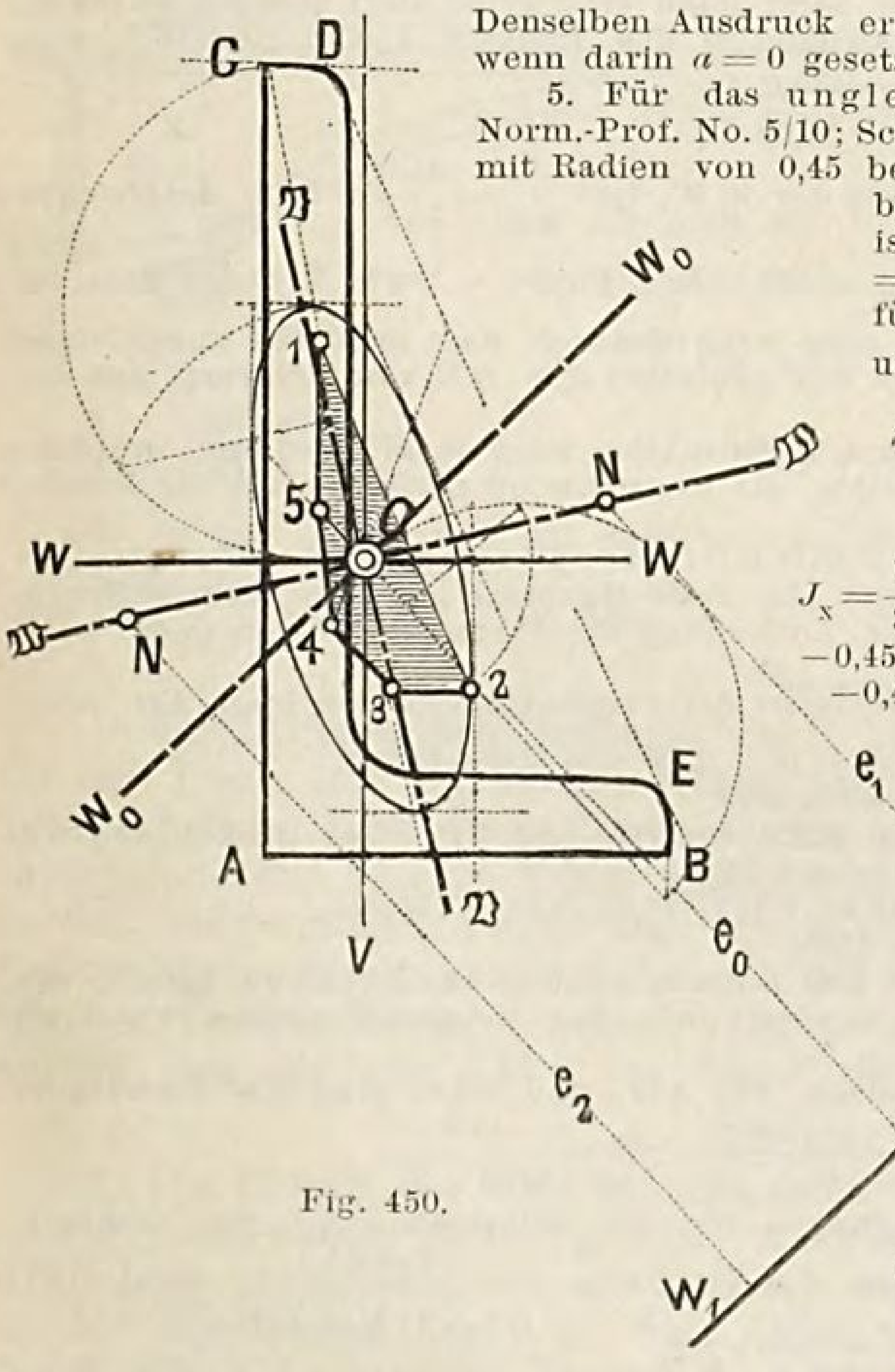


Fig. 450.

Daraus folgen die Schwerp.-Abstände bezw. von der Kante AB und AC:

$$x_0 = \frac{S_x}{F} = 3{,}66; \quad y_0 = \frac{S_y}{F} = 1{,}19.$$

Ferner die Trägheitsmom. J und J', bezogen auf die zur AB und AC parallelen Schwerp.-Axen: $J = J_x - F^2{}_{x_0} = 142{,}0$; $J' = J_y - F^2{}_{y_0} = 24{,}0$.

Um aus J und J' die Lage der Hauptaxen berechnen zu können, fehlt noch ein Trägheitsmoment J_1, bezogen auf eine zu der Kante AB um 45^0 geneigte Schwerp.-Axe $W_0 W_0$. Da $\sin 45^0 = 0{,}707$ und $\sin^2 45^0 = 0{,}5$ ist, so erhält man zuerst für das stat. Moment S_z und das Trägheitsmom. J_z, bezogen auf eine durch A gehende, unter 45^0 gegen die AB geneigte Axe:

$$S_z = \frac{1}{6 \,.\, 0{,}707}\left(10^2 \frac{1}{2} + 9^2 \frac{1}{2} + 9 \,.\, 10 \frac{1}{2}\right) + 0{,}215.0{,}45^2.9.707 - \frac{1}{6 \,.\, 0{,}707}\left(5^2 \frac{1}{2} + 4^2 \frac{1}{2} + 5 \,.\, 4 \frac{1}{2}\right)$$
$$+ 0{,}215 \,.\, 0{,}45^2 \,.\, 4 \,.\, 0{,}707 = 24{,}60.$$

Der Werth von S_z kann dazu dienen, um die Richtigkeit der bereits gefundenen Schwerp.-Abstände x_0 und y_0 zu kontroliren. $z_0 = \frac{S_z}{F} = 1{,}75$.

Denselben Werth erhält man aus: $z_0 = (x_0 - y_0) \sin 45^0 = 1{,}75$. Nun ist:

$$J_z = \frac{1}{12 \,.\, 0{,}707}[(10 \,.\, 0{,}707 + 9 \,.\, 0{,}707)(10^2 \,.\, 0{,}5 + 9^2 \,.\, 0{,}5) + (5 \,.\, 0{,}707 + 4 \,.\, 0{,}707)(5^2 \,.\, 0{,}5^2 + 4^2 \,.\, 0{,}5)]$$
$$- 0{,}45^2 (0{,}0119 \,.\, 0{,}45^2 + 0{,}215 \,.\, 9^2 \,.\, 0{,}5) - 0{,}45^2 (0{,}0119 \,.\, 0{,}45^2 + 0{,}215 \,.\, 4^2 \,.\, 0{,}5)$$
$$+ 0{,}9^2 (0{,}0119 \,.\, 0{,}9^2) = 156{,}60.$$

Das gesuchte Trägheitsmom. J_1 ist demnach: $J_1 = J_z - F^2{}_{z_0} = 113{,}45$. Nach S. 570 ist ferner: $H = \frac{1}{2}(J + J') - J_1 = 30{,}45$. Also nach (31) $\operatorname{tang} 2\alpha_0 = \frac{2H}{J' - J} = 0{,}516$; $2\alpha_0 = 27^0 18'$; $\alpha_0 = 13^0 39'$.

Ohne Berücksichtigung der Schenkel-Abrundungen ergiebt sich (Deutsch. Normalprofil-Buch): $\alpha_0 = 13^0 1'$.

6. Für dasselbe ungleichschenkl. ∟ Eisen ist die Zentral-Ellipse und der Kern zu zeichnen. Aus (32) folgt: $\mathfrak{J} + \mathfrak{J}' = J + J' = 166{,}0$. $\mathfrak{J} - \mathfrak{J}' = \frac{J - J'}{\cos 2\alpha_0} = \frac{118}{0{,}888} = 132{,}9$; daraus die Haupt-Trägheitsmom.: $\mathfrak{J} = 149{,}45$ und $\mathfrak{J}' = 16{,}55$ und die Axen a und b der Zentral-Ellipse: $a = \sqrt{\frac{\mathfrak{J}}{F}} = 3{,}25$; $b = \sqrt{\frac{\mathfrak{J}'}{F}} = 1{,}08$. Um die Kernpunkte 1, 2, 3, 4 und 5, Fig. 450 zu erhalten, hat man der neutralen Axe nach einander die korrespond. Lagen AB, AC, CD, DE und EB zu heben, für diese Lagen die zugehörigen Tangenten an die Zentral-Ellipse zu legen, und dazu die Trägh.-Radien $r = \sqrt{\frac{J}{F}}$ zu bestimmen.

Die Bestimmung der Lage der Kernpunkte kann dann rechnerich oder grafisch erfolgen. Rechnerisch ergiebt sich z. B. der senkr. Abstand $\mathfrak{k}_1$ des Punktes 1 von der VV aus:

$$\mathfrak{k}_1 = \frac{r_1^2}{x_0} = \frac{J}{S_x} = \frac{142{,}0}{51{,}59} = 2{,}75.$$

Ferner der senkr. Abstand $\mathfrak{k}_2$ des Punktes 2 von der WW: $\mathfrak{k}_2 = \frac{J'}{S_y} = \frac{24{,}0}{16{,}8} = 1{,}43$; desgleichen $\mathfrak{k}_3 = \frac{142{,}0}{14{,}09\,(10 - 3{,}66)} = 1{,}59$; $\mathfrak{k}_5 = \frac{24{,}0}{14{,}09\,(5 - 1{,}19)} = 0{,}95$. Den Punkt 4 bezw. $\mathfrak{k}_4$ findet man am besten durch direkte Konstruktion nach S. 572 oder auch dadurch, dass man den zugehörigen Trägheitsradius r_4 und die Grösse des Abstandes der neutralen Axe DE vom Schwerp. aus der Figur entnimmt und dann wie oben rechnet.

In Fig. 450 sind sämmtliche Kernpunkte durch Konstruktion nach S. 572 bestimmt worden; doch ist, um die Figur nicht undeutlich zu erhalten, die Konstruktion darin nur für die Punkte 3 und 5 angegeben.

7. Für dasselbe ungleichschenkl. ∟ Eisen soll mit Hilfe der Fixpunkte das Trägheitsmom. J für eine unter dem Winkel von 30^0 gegen die erste Hauptaxe geneigte, vom Schwerp. 10 cm weit entfernte, Axe bestimmt werden. Die Entfernung der Fixpunkte N von O ist nach S. 571: $\sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{\frac{\mathfrak{J} - \mathfrak{J}'}{F}} = 3{,}07$. Die Entfernungen der Fixpunkte von der fragl. Axe sind:

$$e_1 = 10 - 3{,}07 \,.\, \sin 30^0 = 8{,}465; \quad e_2 = 10 + 3{,}07 \,.\, \sin 30^0 = 11{,}535.$$

Daraus: $J = F(a^2 + e_1 e_2) = 14{,}09\,(3{,}25^2 + 97{,}64) = 1525$.

8. Dieselbe Aufgabe löst sich auch mit Hilfe von (16) und (33): Der Winkel, den die fragl. Axe mit der W-Axe einschliesst, ist 30^0, also (nach 16):

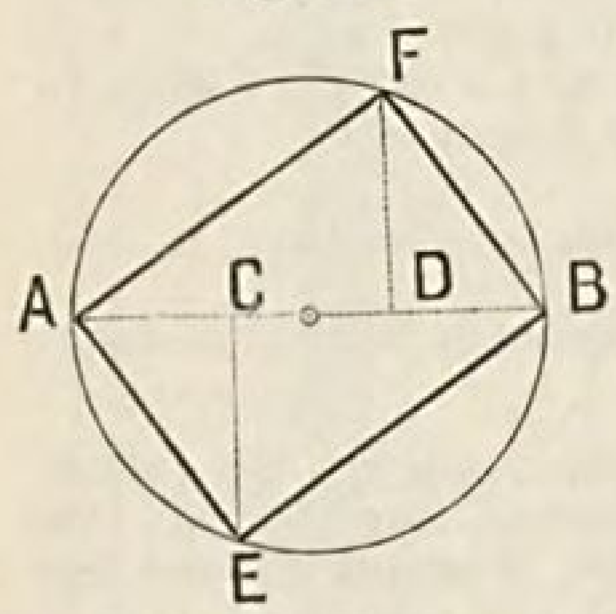
$$J_1 = \mathfrak{J} \cos^2 30^0 + \mathfrak{J}' \sin^2 30^0 = 149{,}45 \,.\, 0{,}75 + 16{,}55 \,.\, 0{,}25 = 116{,}225.$$

Ferner nach (33): $J = 116{,}225 + 14{,}09 \,.\, 10^2 = 1525$.

9. Welches Verhältniss müssen die Seiten b und h eines rechteck. Balkens haben, der aus einem kreisrunden Stamme geschnitten werden und eine möglichst grosse Tragkraft besitzen soll?

Ist d der Durchm. des umschriebenen Kreises, Fig. 451, und setzt man das Verhältniss

Fig. 451.



$b : h = n$, so folgt: $h = \frac{d}{\sqrt{n^2 + 1}}$; $b = \frac{nd}{\sqrt{n^2 + 1}}$.

Nach den Bedingungen für die Dimensionirung des rechteck. Querschn. (S. 574) muss $6M = k_1 b h^2 = \frac{k_1 n d^3}{(n^2 + 1)\sqrt{n^2 + 1}}$ sein.

Daraus: $d = \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt[3]{n}} \sqrt[3]{\frac{6M}{k_1}}$.

d wird bei gegebenem M und k_1 ein Minimum für $2n^2 = 1$ oder: $n = \frac{b}{h} = \frac{1}{2}\sqrt{2} = 0{,}707$, so dass das günstigste Verhältniss nahezu $b : h = 7 : 10$ ist.

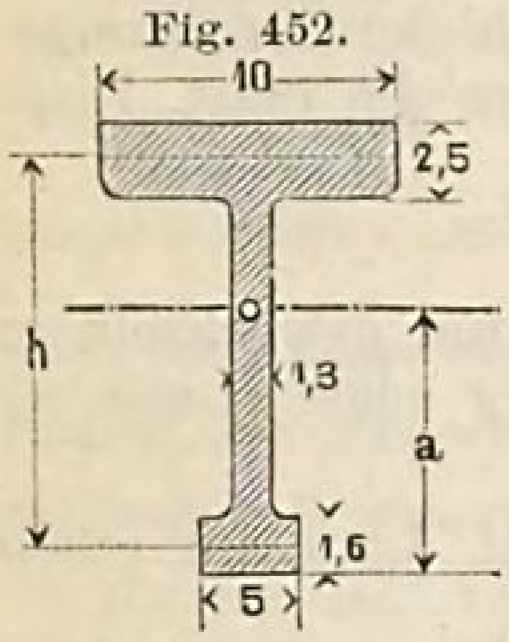
Dies Verhältniss ist in Fig. 451 konstruirt. AB ist in 3 gleiche Theile zu theilen: dann geben die Schnittp. der in den Theilp. C und D errichteten Senkrechten mit dem Kreisumfang die gesuchten Eckpunkte E und F des Querschnitts.

Wenn man aus dem Stamm 2 Balken schneidet, so ergiebt sich $n = \frac{1}{4}\sqrt{2} = 0{,}354$ (Halbholz).

10. Ein 1,5 m breiter Fussweg soll bei einer Belastung von 0,45 t. pro qm (incl. Eigengewicht) durch gusseiserne Konsolen, welche einen Abstand von 2,5 m haben, unterstützt werden. Es sind die Querschn.-Dimensionen der Konsolen zu bestimmen. Eine Konsole hat die Last $1{,}5 \,.\, 2{,}5 \,.\, 0{,}45 = 1{,}688$ t zu tragen. Das Moment für die Wurzel der Konsole ist daher: $\frac{1{,}688 \,.\, 1{,}5}{2} = 1{,}266$ Tonnen-Meter = 126 Tonnen-Centim. Setzt man bei 10facher Bruchsicherheit $k = 0{,}20$, $k_1 = 0{,}50$ t pro qcm, so wird für (nach S. 579) das Profil, Fig. 452: $\delta = 0{,}207 \sqrt[3]{\frac{126{,}6}{0{,}50}} = 1{,}30$ cm.

Nimmt man nun nach den Verhältnissen der Fig. 428 für den Untergurt und den Obergurt vorläufig die in Fig 452 angegebenen Dimensionen an, so ist zuerst die noch unbestimmte Höhe h zu ermitteln. Alsdann ist: $f = 25{,}0$; $f_1 = 8{,}0$; daher wird nach (39): $25\,h = \frac{M}{0{,}20} + 0{,}108\,h^2$;

Fig. 452.



$8\,h = \frac{M}{0{,}50} - 0{,}347\,h^2$, oder $h^2 - 231\,h + 46{,}3\,M = 0$: $h^2 + 23{,}1\,h - 5{,}76\,M = 0$.

Im Abstande x vom freien Ende ist: $M = 126{,}6\,x^2$. Dies eingesetzt und auf h reduzirt, giebt:

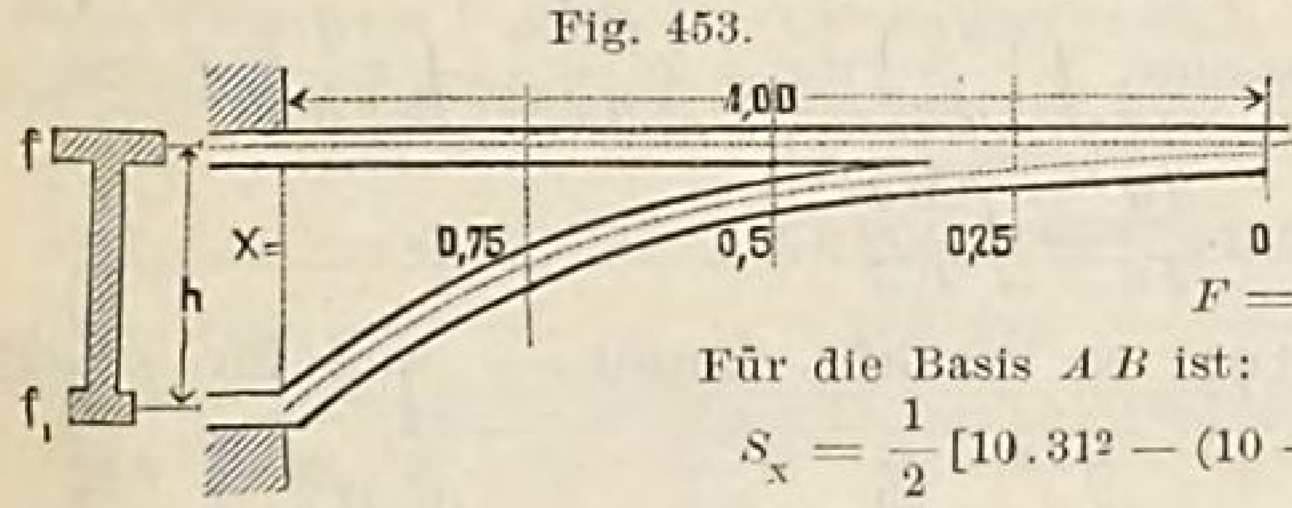
$$h = +\,115{,}5 - \sqrt{13340 - 5862\,x^2}$$

$$h = -\;11{,}5 + \sqrt{133{,}4 + 729{,}2\,x^2}$$

Für	$x = 0$	0,25	0,5	0,75	1,0
ergiebt sich nach der 1. Formel:	$h = 0$	1,6	6,5	15,3	29,1
„ „ „ „ 2. „	$h = 0$	1,87	6,27	11,8	17,9
so dass:	$h = 0$	1,87	6,5	15,3	29,1

zu setzen wäre. Die entsprechende Form zeigt Fig. 453. Aus praktischen Gründen wird man jedoch von derselben abweichen.

Fig. 453.



Nimmt man die Gesammthöhe h an der Wurzel der Konsole hiernach zu:

$29{,}1 + \frac{1}{2}\,2{,}5 + \frac{1}{2}\,1{,}6 =$ rot. 31^{cm} so wird:

$$F = 10\,.\,31 - (10 - 1{,}3)\,28{,}5 + (5 - 1{,}3)\,1{,}6 = 67{,}97;$$

Für die Basis $A\,B$ ist:

$$S_x = \frac{1}{2}\,[10\,.\,31^2 - (10 - 1{,}3)\,28{,}5^2 + (5 - 1{,}3)\,1{,}6^2] = 1276{,}45;$$

$$J_x = \frac{1}{3}\,[10\,.\,31^3 - (10 - 1{,}3)\,28{,}5^3 + (5 - 1{,}3)\,1{,}6^3] = 32175{,}9;$$

$a = \frac{S}{F} = \frac{1276{,}45}{67{,}97} = 18{,}8$; $a_1 = h - a = 12{,}2$; $J = J_1 - S\,a = 32175{,}9 - 1276{,}45\,.\,18{,}8 = 8178{,}6$.

Der grösste Zug N und der grösste Druck N_1 werden hiernach: $N = \frac{126{,}6\,.\,12{,}2}{8178{,}6} = 0{,}19$; $N_1 = \frac{126{,}6\,.\,18{,}8}{8178{,}6} = 0{,}291$. Eine Höhe von 30^{cm} würde ausreichen.

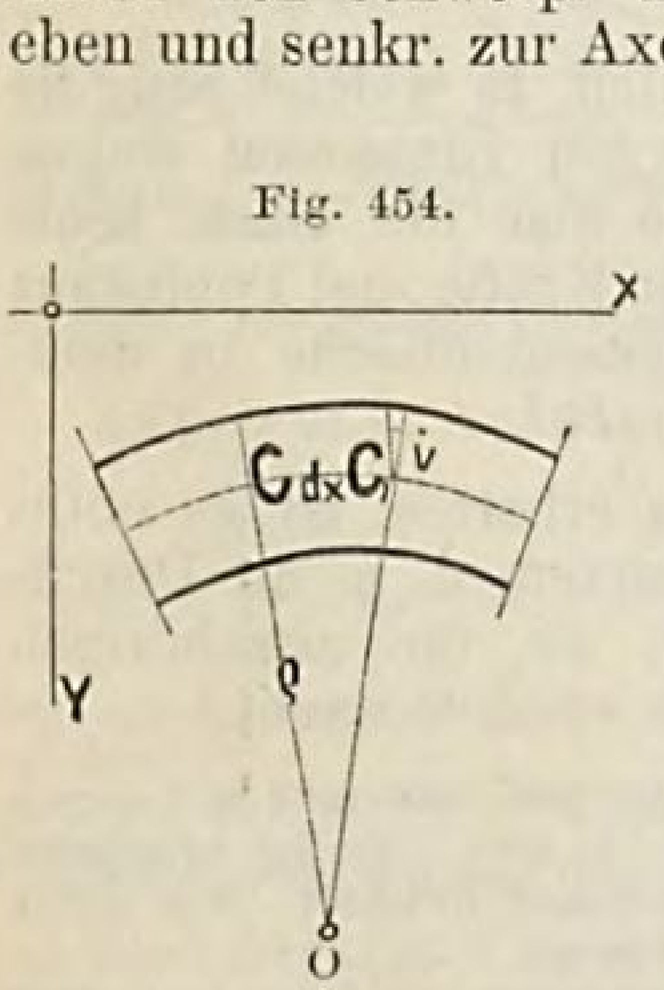
f. Formänderung.

In der „Allgemeinen Mechanik“ ist S. 513 bereits auf den Unterschied zwischen den mit Bezug auf die äussern Kräfte statisch bestimmten und statisch unbestimmten Fällen hingewiesen worden. Sobald die Gleichgew.-Bedingungen zur Ermittelung der äussern Kräfte ausreichen, ist der betrachtete Fall stat. bestimmt. In stat. unbestimmten Fällen sind ausser den Gleichgew.-Bedingungen noch andere Bedingungen erforderlich, welche sich aus dem Zusammenhange der äussern Kräfte mit der Formänderung ergeben. Dieser Zusammenhang muss daher untersucht werden, um für alle Fälle der Statik die äussern Kräfte ermitteln zu können.

α. Elastische Linie.

1. Die Gestalt der Stabaxe nach erfolgter Formänderung heisst die elastische Linie. Es werde voraus gesetzt, dass 1) alle Punkte der elast. Linie in der Kraftebene verbleiben, was der Fall sein wird, wenn eine Hauptaxe jedes Querschn. in der Kraftebene liegt; 2) eine Axialkraft nicht wirkt, die neutrale Axe also durch den Schwerp. des Querschn. geht; 3) bei der Deformation die Querschn. eben und senkr. zur Axe bleiben, in welchem Falle der Einfluss der Schubspannungen vernachlässigt werden kann. Ist ferner, mit Bezug auf Fig. 454, $O\,C = \rho$ der Krümmungs-Halbm. der deformirten Stabaxe im belieb. Punkte C; ε die Längenänderung einer belieb. Längsfaser des Stabes im Abstande v von der neutralen Axe zwischen den Nachbar-Querschn. C und C_1 in der neutralen Axe gemessen, so findet die Relation statt:

Fig. 454.



$$\frac{dx}{\rho} = \frac{\varepsilon}{v} \text{ und daraus } \frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon}{v\,dx} = \frac{N}{E v} = \frac{M}{E J}.$$

$$\rho = \pm\,\frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{d^2 y}{dx_2}} \text{ kann annähernd } = \pm\,\frac{1}{\frac{d^2 y}{dx^2}}$$

gesetzt werden.

Das giebt:

$$\pm\,E J\,\frac{d^2 y}{dx^2} = M \;.\;.\;.\;.\;. \qquad (40)$$

Aus dieser Fundamental-Gleichg. der Elastizit.-Lehre wird durch zweimalige Integration die Gleichg. der elast. Linie abgeleitet. Darüber, ob das obere oder untere Vorzeichen zu nehmen ist, entscheidet die Lage der elast. Linie gegen die X-Axe. Wenn mit wachsendem X die Tangente des Neigungswinkels der Berührungs-Geraden im Punkte x, y mit der X-Axe zunimmt; d. h. also wenn die elast. Linie gegen die X-Axe konvex liegt, so ist $\frac{d^2y}{dx^2}$ positiv und umgekehrt.

In einem Punkte, für welchen $M = 0$ ist, wird $\rho = \infty$. M und ρ wechseln in diesem Punkte — einem Wende- oder Inflexions-Punkte der elast. Linie — das Vorzeichen.

2. Darnach entwickelt sich allgemein die Gleichg. der elast. Linie für einen auf beiden Enden horizontal und frei gestützten Stab wie folgt:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EJ}; \quad \frac{dy}{dx} = \frac{1}{E}\int\frac{M}{J}dx. \quad \text{Da nun: } \int\left(\frac{dy}{dx}\right)dx = x\frac{dy}{dx} - \int x\frac{d^2y}{dx^2}dx \text{ ist,}$$

so folgt:

$$y = x\frac{dy}{dx} - \int\frac{Mx}{EJ}dx.$$

Ist der Stab symmetr. belastet, so resultirt daraus — weil für $x = 0$ auch $\frac{dy}{dx} = 0$ — die grösste Durchbiegung δ in der Mitte.

$$\delta = \int_0^{\frac{l}{2}}\frac{Mx}{EJ}dx. \qquad (41)$$

β. Grafische Darstellung der elastischen Linie.

Aus der Gleichg.: $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EJ}$ ergiebt sich eine Uebereinstimmung zwischen der elast. Linie und der Seilkurve, deren Gleichg. für vertikale Belastung $\left(\text{wegen } \frac{dy}{dx} = \frac{qx}{H}\right)$ lautet: $\frac{dy}{dx} = \frac{q}{H}$. (Vergl. weiterhin unter „Normal-Elastizität".) q Last pro Längeneinh. und H konstante Horizontalspannung.

Ein Vergleich beider Gleich. zeigt, dass die elast. Linie diejenige Seilkurve ist, welche man erhält, wenn man die Grösse $\frac{M}{J}$ als Last pro Längeneinh. und den konstanten Elastiz.-Koeffiz. E als Horizontalspannung einführt. Ist der Stabquerschn., also auch J konstant, so kann man auch EJ als Horizontalspannung und M als Last pro Einheit auffassen.

Um also die elast. Linie zu erhalten, konstruirt man zunächst die Momentenfläche, welche (nach S. 507) direkt durch das 1. Seilpolygon gegeben ist. Dann betrachtet man jene als Belastungsfläche und konstruirt hierfür ein 2. Seilpolygon. Letzteres ist die elast. Linie.

Selbstverständlich müssen die Flächeninhalte der Lamellen, in welche man die Momentenfläche eintheilt, um sie als Kräfte im Kraftpolygon zusammen tragen zu können, auf eine einheitl. Basis reduzirt werden. Wollte man die elast. Linie in natürl. Gestalt erhalten, so müsste man die Maassstäbe für Kräfte und Poldistanz so wählen, dass erstere zu dem zugehörigen Theile der Momentenfläche in demselben Verhältniss stehen, wie letztere zu den Werthen von EJ.

Um ein klares Bild von der Gestalt der elast. Linie zu erhalten, ist es nothwendig, die Gestalt derselben in vertikaler Richtung zu verzerren, d. h. die Durchbiegungen in bestimmten Verhältniss grösser zu zeichnen, als die zugehörigen Abszissen. Die Behandlung eines Spezialfalles erläutert das eben Gesagte.

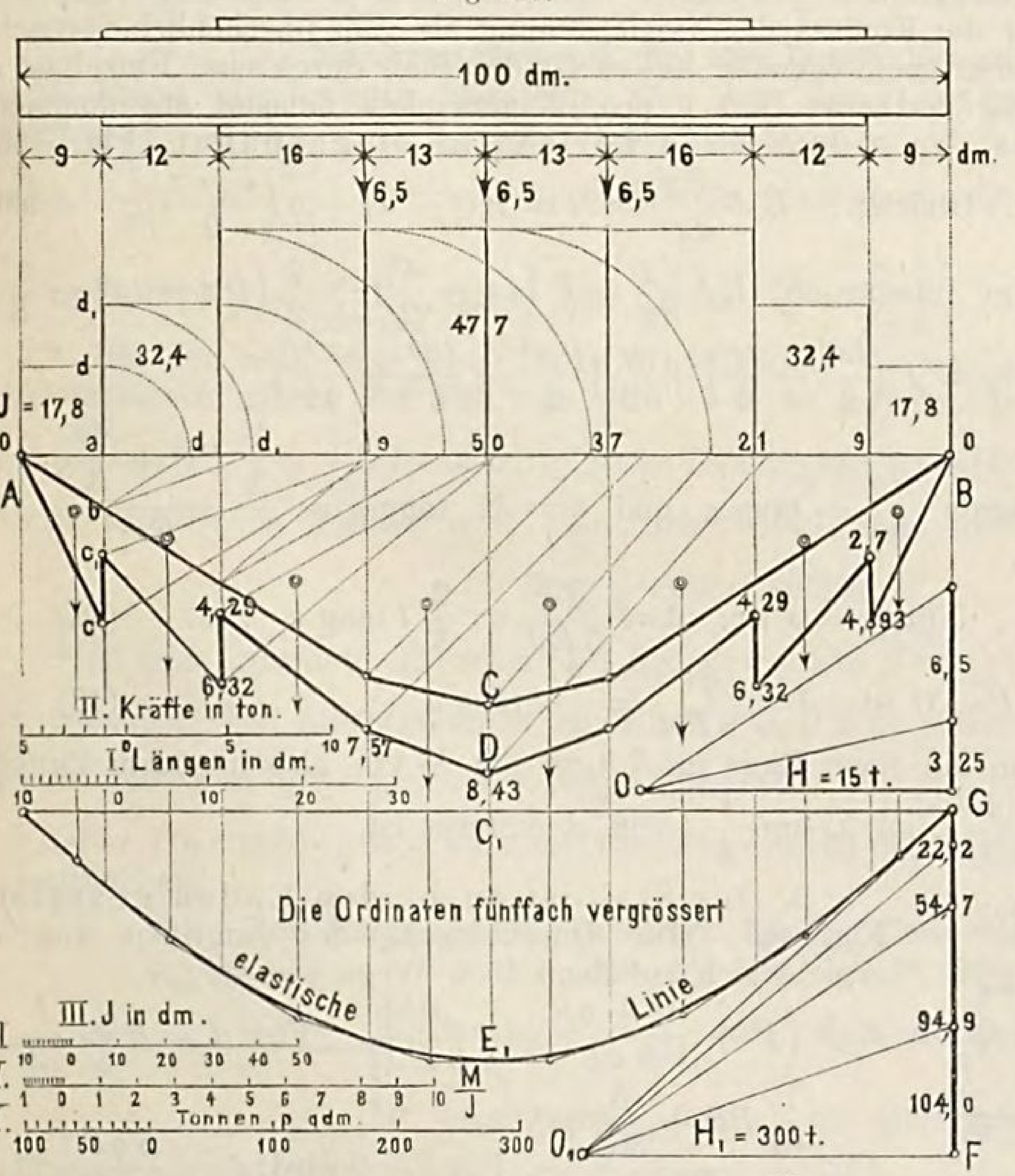
Beispiel (nach Winkler): Ein Blechträger von 10^m Spannw., Fig. 455, hat in den Längen 9, 12, 58, 12, 9^{dm} bezw. die Trägheitsmom.: $J = 17{,}8$; 32,4; 47,7; 32,4; $17{,}8^{dm}$. Er ist symmetr. durch eine Lokomotive mit 3 Achsen von $6{,}5^t$ Raddruck und 13^{dm} Radstand belastet. Wie gross ist die Durchbiegung in der Mitte und welche Gestalt hat die elast. Linie?

Der Längenmassstab I ist $1:133\frac{1}{3}$ der natürlichen Grösse. Das Seilpolygon ACB ist zwischen den Kraftrichtungen (nach S. 503) mit $H = 15^t$ Poldistanz konstruirt. Die Einheit des Kräfte-

maassstabes II ist zu $1^{cm} = 6^t$ gewählt worden. Die Linie ADB giebt die Werthe von $\frac{M}{J}$ an, welche aus den Ordinaten des Seilpolygons ACB auf folgende Weise grafisch erhalten werden: Im Querschn. in der Entfernung 9^{dm} von A — und in analoger Weise in allen andern Querschn. — ist $ad = J = 17{,}8$ und ae = einer belieb. Konstanten m gemacht. Dann ist ec parallel zu db gezogen, wodurch $ac = \frac{Mm}{JH}$ abgeschnitten wird; denn es ist (nach S. 507) bekanntlich $ab = \frac{M}{H}$. Damit nun die Ordin. $ac = \frac{M}{J}$ in einem bestimmten Maassst. IV abgegriffen werden könne, muss die Einheit desselben $= \frac{m}{H}$ Einh. des Längenmaassst. I gewählt werden. $ae = m$ ist $= 60$ Einheit. des Maassstabs III für die Trägheitsmom. und $H = 15^t$ gemacht worden. Demnach ist die Einh. des Maassst. IV. für die Werthe von $\frac{M}{J} = \frac{60}{15} = 4$.

Die einzelnen Lamellen der Momenten-Fläche ABD sind nun durch Reduktion auf eine gemeinschaftl. Basis b gebracht worden. Da die Einh. des Maassst. V für ^{t} pro $^{qdm} = \frac{1}{30}$ der Einh des Maassst. IV gewählt ist, so muss $b = 30$ Einh. des Längenmaassst. I gemacht werden.

Fig. 455.



Die in den Schwerp. der Lamellen angreifenden Flächenkräfte sind nach dem Maassstabe V im 2. Kräftepolyg. OFG in ^{t} pro ^{qdm} eingetragen. Da E für Schmiedeisen $= 2000^t$ pro ^{qcm} oder $200\,000^t$ pro ^{qdm} ist, so müsste die Poldistanz O_1F im 2. Kraftpolygon $= 200\,000$ nach dem Maasstabe V gemacht werden, wenn man die Längen in natürl. Grösse aufgetragen hätte. Der Längenmaassst. I ist aber $1 : 133^1/_3$; deshalb wäre $O_1F = 1500$ zu machen, wenn die Durchbiegungen der elast. Linie in natürl. Grösse erscheinen sollten. In Fig. 455 ist aber O_1F nur $= 300$ angenommen, so dass also die Durchbiegungen 5 fach vergrössert erscheinen. Das mit Hülfe des 2. Kraftpolyg. gezeichnete 2. Seilpolygon umhüllt die elast. Linie. Die Höhe C_1E_1 in der Mitte ergiebt sich auf dem natürl. Maassstabe gemessen zu 21^{cm}; die grösste Durchbiegung daselbst beträgt also $\frac{21}{5} = 4{,}2^{mm}$. —

Auf rechnerischem Wege geht man bei dem vorigen Beispiele von der Gleich. (41) $\delta = \frac{1}{E}\int_0^{\frac{l}{2}} \frac{Mx}{J}\,dx$ aus, welche im vorliegenden Falle durch 2malige Integration aus der Gleich. der elast. Linie erhalten worden ist. Trägt man die Werthe von $\frac{M}{J}$ als Ordin. auf, so bedeutet $\int \frac{Mx}{J}\,dx$ das stat. Moment eines Theils der Momenten-Fläche in Bezug auf diejen. Auflager-Vertikale, von welcher aus die Abszissen x gerechnet werden.

Die berechneten Werthe von $\frac{M}{J}$ sind der Fig. 455 eingeschrieben. Danach ergiebt sich; wenn die Gleich. für das stat. Moment des Trapezes (S. 577) verwendet wird:

$$\int_0^{\frac{l}{2}} \frac{Mx}{J} dx = \frac{1}{6} \Big[9 \,.\, 4{,}93 \,.\, 2 \,.\, 9 + 12 \left\{ 2{,}71 \,(2 \,.\, 9 + 21) + 6{,}32 \,(2 \,.\, 21 + 9) \right\}$$

$$+ 16 \left\{ 4{,}29 \,(2 \,.\, 21 + 37) + 7{,}57 \,(2 \,.\, 37 + 21) \right\} + 13 \left\{ 7{,}57 \,(2 \,.\, 37 + 50) + 8{,}45 \,(2 \,.\, 50 + 37) \right\} \Big] = 8353 \text{ dm}$$

$$\text{und: } \delta = \frac{8353}{E} = \frac{8353}{200000} = 0{,}042 \text{ dm} = 4{,}2 \text{ mm}.$$

γ. Durchbiegung vertikal belasteter Stäbe mit konstantem Querschnitt.

Der zu betrachtende Stab sei in seinen Endpunkten entweder gestützt oder eingespannt (eingeklemmt). Auf den Stützen liege der Stab ohne Reibung frei auf und auch an der Einspannungsstelle möge er sich reibungslos verschieben können. Eine Erschwerung dieses Gleitens durch Reibung oder seine Verhinderung durch unwandelbare Befestigung würde eine Axialspannung im Stabe verursachen. Dass eine solche Spannung unter Umständen nicht vernachlässigt werden darf, zeigt das weiterhin vorgeführte Beispiel eines Telegraphendrahtes, dessen Biegungsspannung mit der Axialspannung verglichen sogar verschwindend klein ist. Bei den in der Praxis bei Baukonstruktionen gewöhnlich vorkommenden Fällen mit vertikaler Belastung kann aber der Einfluss der Axialspannung als ganz unerheblich vernachlässigt werden. In den nachfolgenden Fällen ist der Stab durch eine Einzellast P und eine gleichmässig vertheilte Last q pro Längeneinheit belastet angenommen.

1. Der Stab ist an einem Ende horizontal eingespannt, Fig. 456. Aus der Different.-Gleichg.: $EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = M = P(l-x) + q\left(\frac{l-x}{2}\right)^2$ erhält man durch zweimalige Integration: $EJ \frac{dy}{dx} = P\left(lx - \frac{x^2}{2}\right) + \frac{q}{2}\left(l^2 x - l x^2 + \frac{x^3}{3}\right)$

$$EJy = P\left(\frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right) + \frac{q}{2}\left(\frac{l^2 x^2}{2} - \frac{l x^3}{3} + \frac{x^4}{12}\right).$$

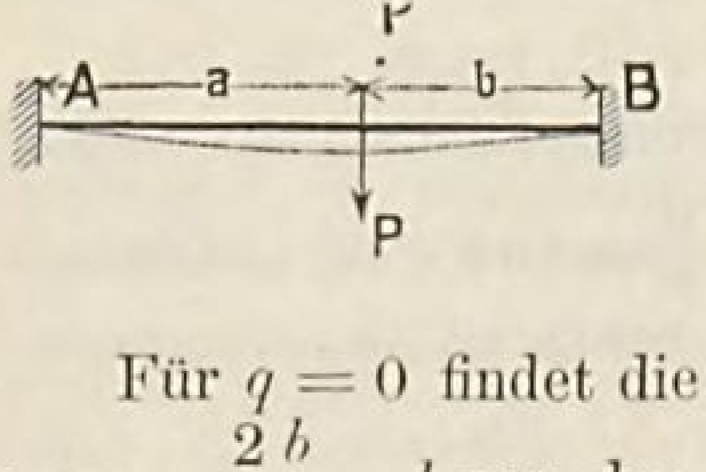
Für $x = l$ werde $\frac{dy}{dx} = \operatorname{tang} \alpha$ und $y = \delta$: $\operatorname{tang} \alpha = \frac{\frac{1}{2} P l^2 + \frac{1}{6} q l^3}{EJ}$;

$$\delta = \frac{\frac{1}{3} P l^3 + \frac{1}{8} q l^4}{EJ}. \text{ Für } q = 0 \text{ ist: } \delta = \frac{P l^3}{3 EJ} = \frac{2}{3} l \operatorname{tang} \alpha \quad \ldots \ldots \quad (42)$$

$$\text{Für } P = 0 \text{ ist: } \delta = \frac{q l^4}{8 EJ} = \frac{3}{4} l \operatorname{tang} \alpha \quad \ldots \ldots \ldots \quad (43)$$

Die Tangente an die elast. Linie in B trifft die X-Axe also in einem Punkte der im 1. Falle um $\frac{1}{3}\, l$, im 2. um $\frac{1}{4}\, l$ von A entfernt ist.

Fig. 456, 457, 458, 459.



2. Der Stab ist an beiden Enden gestützt, Fig. 457. Die Durchbiegung des Angriffsp. von P ergiebt sich auf demselben Wege wie vor:

$$\delta = \left(P + \frac{l^2 + ab}{8ab}\, q l\right) \frac{a^2 b^2}{3 EJl}. \text{ Für } a = b = \frac{l}{2}:$$

$$\delta = \frac{\frac{1}{48} P l^3 + \frac{5}{384} q l^4}{EJ}. \text{ Für } P = 0 \text{ wird: } \delta = \frac{5 q l^4}{384 EJ}. \quad (44)$$

$$\text{Für } q = 0 \text{ wird: } \delta = \frac{P l^3}{48 EJ}. \quad (45)$$

3. Der Stab ist an beiden Enden horizontal eingespannt, Fig. 459. Die Durchbiegung δ_1 im Angriffspunkte von P ist: $\delta_1 = \frac{1}{EJ}\left(P \frac{a^3 b^3}{3 l^3} + q \frac{a^2 b^2}{24}\right)$.

Für $q = 0$ findet die grösste Durchbiegung $\delta = \frac{P}{EJ} \frac{2 a^2 b^3}{3(a + 3b)^2}$ im Abstande $x_1 = \frac{2b}{a + 3b}\, l$ von der rechten Stütze statt, während in diesem Falle die Durchbiegung im Angriffsp. von P nur: $\delta_1 = \frac{P}{EJ} \frac{a^3 b^3}{3 l^3}$ beträgt.

Für $a = b = \frac{l}{2}$ wird: $\delta = \frac{Pl^3 + \frac{1}{2} q l^4}{192\, EJ}$ in der Stabmitte ein Maximum.

Ist in diesem Falle $q = 0$, so ist: $\delta = \frac{Pl^3}{192\, EJ}$. 46)

„ „ „ „ $P = 0$, so ist: $\delta = \frac{q l^4}{384\, EJ}$. (47)

4. Der Stab ist in A horizontal eingespannt und bei B gestützt, Fig. 458. Die Durchbiegung im Angriffsp. von P ergiebt sich aus der Gleichg. der elast. Linie: $EJ\delta = P \frac{a^3 b^3 (3a + 4b)}{12\, l^3} + q \frac{a^2 b\, (a + 3b)}{48}$. Für $a = b = \frac{l}{2}$ und $q = 0$ ist: $\delta = 0{,}00932 \frac{Pl^3}{EJ}$ im Abstande $0{,}447\, l$ von der Stütze; desgl. für $P = 0$: $\delta = 0{,}00542 \frac{q l^4}{EJ}$ im Abstande $0{,}422\, l$.

δ. Näherungsregeln für die Durchbiegung.

1. Einen gleichmässig belasteten Stab von konstantem Querschn. und konstanter Höhe — z. B. einen Walzeisenträger — berechnet man nach der Gleich.: $\frac{1}{8} q l^2 = \frac{kJ}{\frac{1}{2} h}$, wenn k die zulässige Inanspruchnahme bedeutet. Weil nun nach (47) $\delta = \frac{5}{384} \frac{q l^4}{EJ}$ ist, so folgt daraus: $\frac{\delta}{l} = \frac{5}{24} \frac{kl}{Eh}$. (48)

2. Hat der Stab eine konstante Festigkeit — was bei gut konstruirten Brückenträgern nahezu der Fall sein wird — so ist in jedem Querschn. desselben: $kJ = \frac{Mh}{2}$ oder: $\frac{M}{J} = \frac{2k}{h}$. Demnach folgt aus der Integration von (41): $\frac{\delta}{l} = \frac{1}{4} \frac{kl}{Eh}$. (49)

In praktischen Fällen wird man daher nach den Gleich. (48) und (49)

$$\frac{\delta}{l} = A \frac{k}{E} \frac{l}{h} \text{ setzen können.}$$

A ist eine Konstante, die nach (48) für gewalzte Träger zu $\frac{5}{24} = 0{,}21$ anzunehmen ist. Für Blechträger ist im Mittel $A = 0{,}2$ zu setzen. Für $E = 2000^{\,t}$ pro ^{qcm} und $K = 0{,}16^{\,t}$ pro ^{qcm} resultirt danach: $\frac{\delta}{l} = \frac{1}{16\,700} \frac{l}{h}$. (50)

Ueber Durchbiegung von Gitterträgern ist der nächstfolgende Abschn. zu vergleichen.

ε. Der Kreisbogen als elast. Linie; Federwerke.

Fig. 460.

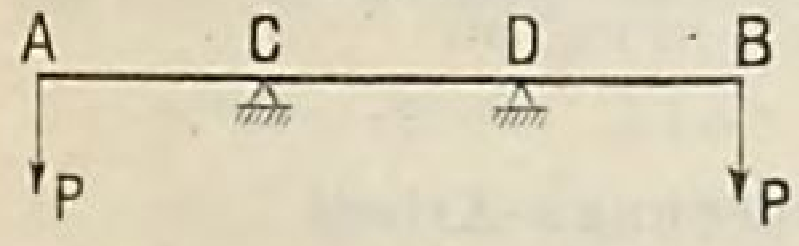
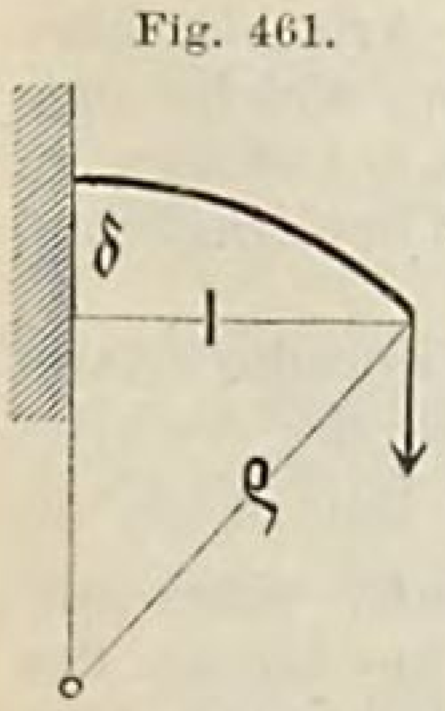


Fig. 461.



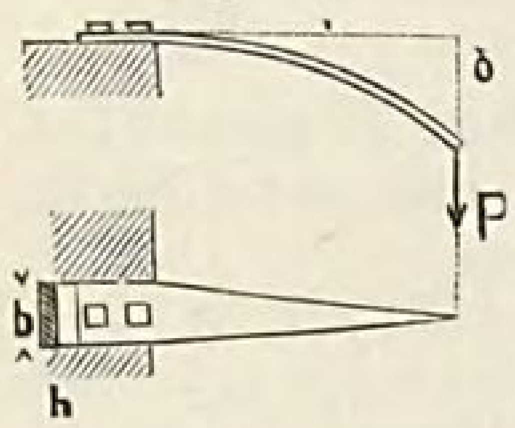
1. Aus der Gleich. für den Krümmungshalbmesser $\rho = \frac{EJ}{M}$ folgt, dass die elast. Linie ein Kreisbogen wird, wenn $\frac{J}{M}$ für alle Stabquerschn. konstant ist. Die Bedingung $\frac{J}{M}$ = Konst. tritt für einen prismat. Stab von konstantem Querschn. nur dann ein, wenn M konstant ist, wie dies z. B. für die Strecke CD des in Fig. 460 dargestellten belasteten Stabes zutrifft.

Bei konst. Höhe und veränderl. Querschn. muss der Stab, um der Bedingung $\frac{J}{M}$ = Konst. zu genügen, in jedem Querschn. von gleicher Biegungsfestigkeit (oder von gleichem Widerstande) sein. Die Durchbiegung δ, Fig. 461, kann in diesem Falle nach der Kreisgleichung aus: $l^2 = 2\rho\delta - \delta^2$ berechnet werden. Hiernach wird δ annähernd, wenn man δ^2 vernachlässigt: $\delta = \frac{l^2}{2\rho} = \frac{l^2}{h} \frac{N}{E}$.

h ist die konstante Höhe, N und E stellen bezw. die Normalspannung und den Elastizit.-Koeffiz. vor. Die Durchbiegung ergiebt sich danach 1,5 Mal so gross, als sie unter sonst gleichen Umständen bei einem Stabe von konstanter Breite sein würde.

2. Eine Dreiecksfeder, Fig. 462, ist — abgesehen von den Schubspannungen — ein Stab von gleicher Biegungsfestigk. (vergl. S. 575). Die Durchbiegung δ derselben ist daher: $\delta = \frac{l^2}{h}\frac{N}{E}$ oder: $h = \frac{l^2}{\delta}\frac{N}{E}$. Die Breite b der Feder berechnet sich aus: $\mathfrak{M} = Pl$ und:

Fig. 462.

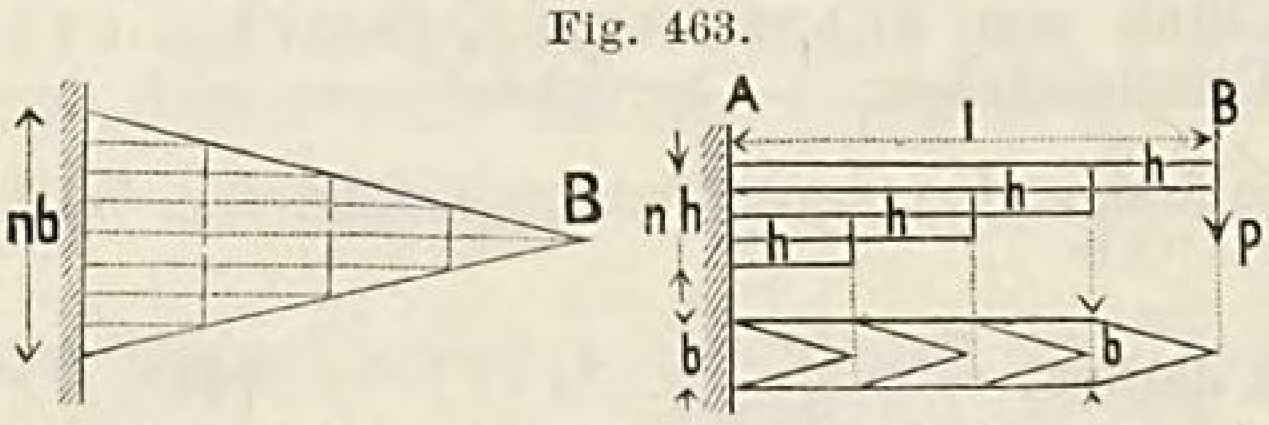


$$\mathfrak{M} = N\,W = \frac{1}{6}\,N b h^2;\quad b = \frac{6Pl}{Nh^2}.$$

Beispiel. Berechnung der Dimensionen b und h einer stählernen Feder von 50^{cm} Länge, welche sich unter Wirkung einer Kraft $P = 15^{kg}$ und bei einer Maximal-Inanspruchnahme von 1500^{kg} pro ^{qcm} um 3^{cm} durchbiegen soll, wenn der Elastizit.-Koeffiz. E für Stahl zu $2\,500\,000^{kg}$ (pro ^{qcm}) angenommen wird: $h = \frac{50^2}{3}\,\frac{1500}{2\,500\,000} = 0{,}5^{cm}$; $b = \frac{6\,.\,15}{1500}\,\frac{50}{0{,}5^2} = 12^{cm}$.

3. Wird die einfache Dreiecksfeder durch Parallelstreifen von gleicher Breite, wie in Fig. 463, punktirt angedeutet ist, zerlegt und aus den einzelnen Streifen eine sogen. Schichtfeder zusammen gesetzt, so biegen sich alle einzelnen Blätter derselben nach einem und demselben Kreisbogen, weil der Gegendruck eines untern Federblatts auf das über ihm liegende Blatt am freien Ende desselben $= P$ ist und daher für jedes einzelne Blatt das Moment auf der Strecke von C bis zum Stützpunkte für das unterliegende Blatt, nach Fig. 460, konstant ist. — Die Schichtfeder kann also bezüglich ihrer Anstrengung und Durchbiegung ebenso berechnet werden, wie eine einfache Dreiecksfeder. Für die Breite b ist nur nb zu setzen, wenn n die Anzahl der Blätter bezeichnet, $n = \frac{6\,Pl}{b\,N h^2}$.

Fig. 463.



Beispiel. Unter Beibehaltung der Dimensionen des vorigen Beispiels würde man für $P = 90^{kg}$ und bei Anwendung einer einfachen Dreiecksfeder: $b = 72^{cm}$ erhalten. Man kann dafür eine Schichtfeder ausführen, welche entweder aus 4 Blättern von je 18^{cm} Breite, oder aus 6 Blättern von je 12^{cm} Breite oder aus 8 Blättern von je 9^{cm} Breite besteht.

Fig. 464.

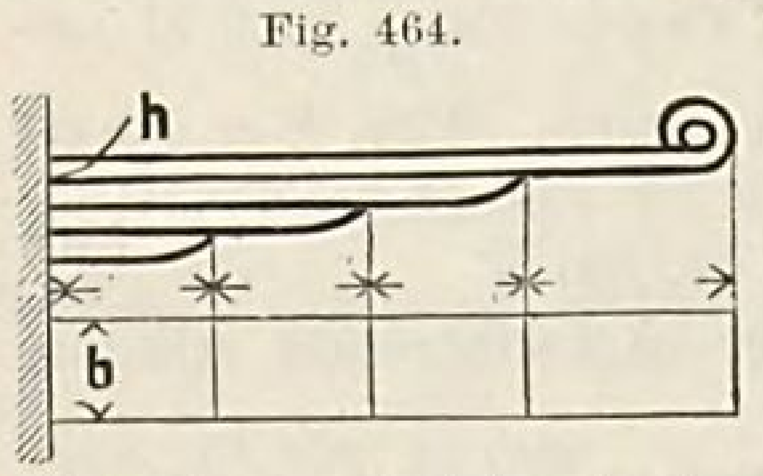
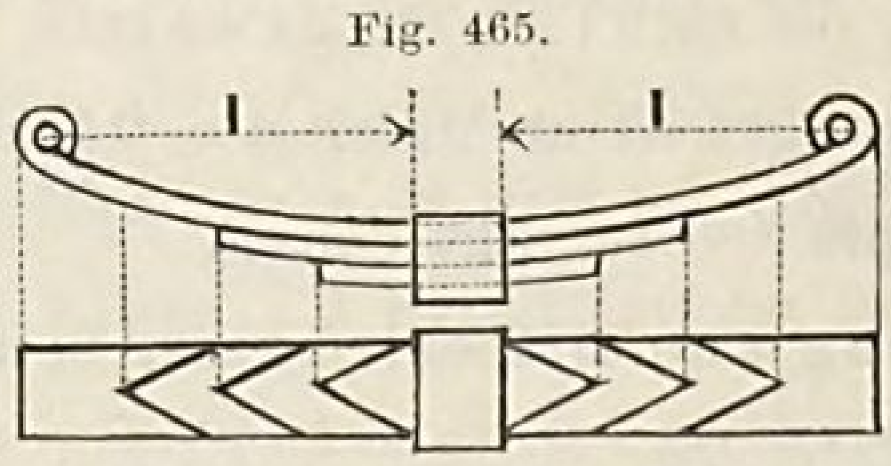


Fig. 465.



Anstatt das Ende jedes einzelnen Blattes bei konstanter Dicke dreieckig zuzuspitzen, kann man annähernd auch bei konstanter Breite denselben Zweck durch eine entsprechende parabolische Abschrägung der Enden erreichen, Fig. 464.

In der Regel sind 2 Federwerke mit einander verbunden und sie erhalten eine geringe Krümmung, die bei der Rechnung ausser Acht gelassen werden darf, Fig. 465.

g. Formänderungs-Arbeit.

α. Allgemeiner Ausdruck für die Formänderungs-Arbeit.

Die Formänderungs-Arbeit $\mathfrak{A}$ ist die Summe der Formänder.-Arb. da aller unendlich kleinen Körperelemente, d. h. die Summe der Arbeiten, welche ihre allmählig von 0 aus stetig anwachsenden Spannungen, beim Uebergange des Körpers aus seinem ursprünglichen, nicht belasteten Zustande in den fraglichen Formänder.-Zustand verrichten.

Die Formänder.-Zustd. (vergl. S. 556) des auf rechtwinklige Koordin.-Axen bezogenen Körpers sind durch die Dehnungen ε_x, ε_y und ε_z und die Schiebungen oder Gleitungen γ_x, γ_y und γ_z nach den Richtungen der Axen in jedem Punkte x, y, z gegeben. Damit sind auch die auf die Flächen eines unendlich kleinen Parallelepipeds vom Volumen dx, dy, $dz = dV$ im Innern des Körpers wirkenden spezif. Normalspannungen σ_x, σ_y, σ_z und spezif. Schubspannungen τ_x, τ_y und τ_z gegeben. Die Elementar-Arbeit einer jeden Spannung ist = dem

halben Produkt aus der Spannung in die von ihr hervor gebrachte Dehnung bezw. Gleitung. Die Summe dieser Element.-Arb. ergiebt, wenn beachtet wird, dass unter der Voraussetzung isotroper Elastizität folgende Relationen stattfinden:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left(\sigma_x - \frac{\sigma_y + \sigma_z}{m}\right);\ \varepsilon_y = \frac{1}{E}\left(\sigma_y - \frac{\sigma_z + \sigma_x}{m}\right);\ \varepsilon_z = \frac{1}{E}\left(\sigma_x - \frac{\sigma_z + \sigma_y}{m}\right).$$

$$\gamma_x = \frac{\tau_x}{G};\ \gamma_y = \frac{\tau_y}{G};\ \gamma_z = \frac{\tau_z}{G}.$$ Für $\mathfrak{A}$ den Werth:

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{2E}\int\left[(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{2}{m}(\sigma_y\,\sigma_z + \sigma_z\,\sigma_x + \sigma_x\,\sigma_y)\right]dV$$
$$+ \frac{1}{2G}\int(\tau_x^2 + \tau_y^2 + \tau_z^2)\,dV. \qquad (51)$$

Dieser allgem. in speziellen Fällen sehr zu vereinfachende Ausdruck kann benutzt werden, um die Inanspruchnahme und Formänderung eines Körpers unter dem Einflusse statischer oder dynamischer Kraftwirkungen zu ermitteln.

Für alle praktischen Fälle der Normal-Biegungs- und Torsions- oder Drehungs-Elastiz. wird es genügen, nur die spezif. Normalspannung N und die spezif. Schubspannung T des Querschn. in Rechnung zu ziehen, so dass für diese Fälle der Ausdruck für $\mathfrak{A}$ übergeht in: $\mathfrak{A} = \frac{1}{2}\int\left(\frac{N^2}{E} + \frac{T^2}{G}\right)dV\ .\ .\ .\ .$ (52)

In Fällen der Zug- und der Druck-Elastiz. ist darin $T = 0$ und in den Fällen der Torsions-Elastiz. $N = 0$ zu setzen.

Ueber die durch Temperatur-Einflüsse hervor gebrachten Spannungen und deren Arbeit vergl. den folgenden Abschn. „Statik der Baukonstruktionen".

β. Die Abgeleitete des Ausdrucks der Formänder.-Arbeit.

1. Wenn auf einem Körper belieb. viele Kräfte wirken, deren Grösse, während sich ihr Angriffsp. um die Strecke $= r$ verschiebt, von 0 auf R anwächst, so ist ihre Gesammt-Arbeit: $\mathfrak{A} = \frac{1}{2}\,\Sigma\,(R\,r)$.

Diese Arbeit der äussern Kräfte muss der Arbeit der innern Kräfte = sein. — Wenn jede Kraft R um dR wächst, so nimmt, während der dadurch herbei geführten Formänder. auch die Verschiebung ihres Angriffspunktes um dr zu, so dass der Zuwachs der Formänder.-Arb. $d\mathfrak{A} = \Sigma\,(R\,dr)$ ist.

Da aber der Zuwachs dA auch $= \Sigma\left(\frac{\partial\mathfrak{A}}{\partial r}\right)dr$ sein muss, so folgt: $R = \frac{\partial\mathfrak{A}}{\partial r}$ (53)

D. h.: Eine äussere Kraft ist die Abgeleitete der Formänder.-Arbeit, genommen nach der Verschiebung des Angriffsp. dieser Kraft in ihrer Richtung. Dabei ist voraus gesetzt, dass die endlichen, aber sehr kleinen in der Praxis während der Formänder. vorkommenden elast. Verschiebungen als unendlich kleine Grössen behandelt werden können.

2. Aus $\mathfrak{A} = \frac{1}{2}\,\Sigma\,(Rr)$ folgt: $d\mathfrak{A} = \frac{1}{2}\,\Sigma\,(R\,dr) + \frac{1}{2}\,\Sigma\,(r\,dR)$.

Weil auch $d\mathfrak{A} = \Sigma\,(R\,dr)$ ist, so folgt ferner: $d\mathfrak{A} = \Sigma\,(r\,dR)$.

dA muss aber auch $= \Sigma\left(\frac{\partial\mathfrak{A}}{\partial R}\right)dR$ sein, oder: $r = \frac{\partial\mathfrak{A}}{\partial R}\ .\ .\ .\ .$ (54)

D. h.: Die Verschiebung des Angriffsp. einer äussern Kraft in ihrer Richtung ist = der Abgeleiteten der Formänder.-Arb. genommen nach dieser Kraft.

3. Dreht sich der Angriffsp. C der Kraft R um eine senkr. zur Richtung von R stehende Axe, ist ferner ρ der Abstand des Punktes C von der Axe und φ der Drehungswinkel, so ist: $r = \rho\varphi$; $\partial M = \rho\,\partial R$, also: $\varphi = \frac{\partial\mathfrak{A}}{\partial M}\ .\ .\ .\ .$ (55)

D. h.: Die Drehung des Angriffsp. einer äussern Kraft um ihre Axe ist die Abgeleitete der Formänder.-Arb. genommen nach dem Moment dieser Kraft.

γ. **Formänder.-Arbeit in Fällen der Normal- und Biegungs-Elastizität.**

Hier ist der Ausdruck (52): $\mathfrak{A} = \frac{1}{2}\int\left(\frac{N^2}{E} + \frac{T^2}{G}\right) dV$ in Betracht zu ziehen.

1. Normal-Elastizität. Es ist $T=0$ und wenn der Querschn. konstant auch N konstant. Demnach folgt: $\mathfrak{A} = \frac{1}{2}\frac{N^2}{E}V.$ (56)

Ist der Querschn. F variabel, F_0 der Inhalt und N_0 die spezif. Spannung des kleineren Endquerschn., so ergiebt sich: $\mathfrak{A} = \frac{N_0^2 F_0^2}{2E}\int\frac{dx}{F}$, wobei sich die Integration über die ganze Länge l des Stabes zu erstrecken hat. Für pyramidenförmige Stäbe ergiebt sich daraus im besondern: $\mathfrak{A} = \frac{N_0^2}{2E}F_0 l\sqrt{\frac{F_0}{F_1}}$ (57)

worin F_0 und F_1 die Endflächen bedeuten.

2. Biegungs-Elastizität. Setzt man für N und T ihre Werthe aus (17) und (23): $N = \frac{P}{F} + \frac{Mv}{J}$ und $T = \frac{QS}{Jb}$, so erhält man nach einigen Umformungen die elementare Formänder.-Arb. für eine zwischen 2 Nachbarquerschn. liegende Scheibe: $d\mathfrak{A} = \frac{1}{2E}\left(\frac{P^2}{F} + \frac{M^2}{J}\right) + \frac{C}{2G}\frac{Q^2}{F}.$ (58)

worin $C = \frac{F}{J^2}\int\frac{S^2 df}{b^2}$ eine nur von der Querschn.-Form abhängige Konstante ist.

Für den rechteck. Querschn. berechnet sich C zu $\frac{6}{5} = 1{,}20$. Für den Kreisquerschnitt ist $C = \frac{4}{3} = 1{,}33.$

Für die gewöhnl. Fälle der Praxis bei vertik. Belastung ist $P = 0$ und kann die Schubspannung vernachlässigt werden. Die Formänder.-Arbeit erhält man dann in der einfachsten Form: $\mathfrak{A} = \frac{1}{2}E\int\frac{M^2}{J}dx.$ (59)

Die Integration hat sich über die ganze Stablänge l zu erstrecken. Für einen an einem Ende mit P belasteten, am andern Ende eingespannten Stab von konstantem Querschn. ergiebt sich darnach: $\mathfrak{A} = \frac{1}{2EJ}\int_0^l (Px)^2 dx = \frac{P^2 l^3}{6EJ}.$

Ist der Querschn. ein Rechteck, so wird: $\mathfrak{A} = \frac{1}{18}\frac{N^2}{E}V$. Für einen Kreisquerschnitt wird: $\mathfrak{A} = \frac{1}{24}\frac{N^2}{E}V$, wenn N die Maximal-Faserspannung und V das Volumen des Stabes bedeutet.

Für einen an beiden Enden frei gestützten, in der Mitte mit P belasteten Stab, desgl.: $\mathfrak{A} = \frac{1}{2EJ}\int\left(\frac{P}{2}x\right)^2 dx = \frac{P^2 l^3}{96EJ}.$ (60)

Für den rechteck. und kreisförm. Querschn. ergeben sich hier bezw. dieselben Ausdrücke, wie bei den an einem Ende eingespannten Stab.

δ. **Formänder.-Arb. in Fällen der Torsions- oder Drehungs-Elastizität.**

1 Da hier die Biegungsspannung $= 0$ ist, so wird die Formänder.-Arb. aus der Gleich.: $\mathfrak{A} = \frac{1}{2G}\int T^2 dV$ berechnet.

Im besondern wird für einen Kreisquerschn. des Stabes die zwischen 2 Nachbarquerschn. aufgewendete Formänder.-Arb.: $d\mathfrak{A} = \frac{1}{2G}\int T^2 df$, wenn df das Flächenelement bedeutet.

Bezeichnet S die Maximal-Schubspannung am Umfange, so ist: $T = \frac{S\rho}{r}$;

$d\mathfrak{A} = \frac{S^2}{2Gr^2}\int \rho^2\,df = \frac{S^2 J_0}{2Gr^2}$. $J_0 = \int \rho^2\,df$ ist das **polare** Trägheitsmom. und

darnach: $\mathfrak{A} = \frac{S^2 J_0}{2Gr^2}\int_0^l dx = \frac{S^2 J_0 l}{2Gr^2} = \frac{1}{4}\frac{S^2}{G}V.$ (61)

Weil $S = \frac{Mr}{J_0}$ ist, folgt auch: $\mathfrak{A} = \frac{M^2 l}{2GJ_0}$. Der Gleitungs-Koeffiz. G liegt (nach S. 559) für isotrope Körper zwischen den Werthen $\frac{3}{8}E$ und $\frac{2}{5}E$.

Der **Torsionswinkel** φ ergiebt sich hieraus, weil nach (55) $\varphi = \frac{\partial\mathfrak{A}}{\partial M}$

ist: $\varphi = \frac{Ml}{GJ_0}$. (62)

Den **spezif. Torsionswinkel** findet man hieraus durch Division mit l.

2. Wenn man nach vorstehend erläutertem Verfahren die Torsionsarbeit auch für andere Querschn.-Formen entwickelt, so resultirt:

für eine **Ellipse** mit den Halbaxen a und b, $(a < b)$: $\mathfrak{A} = \frac{S^2}{2G}\,\frac{a^2+b^2}{4b^2}\,V$,

für ein **Rechteck** mit den Seiten b und h, $(b < h)$: $\mathfrak{A} = \frac{S^2}{9G}\,\frac{b^2+h^2}{h^2}\,V$,

oder besser mit Bezug auf die prakt. Versuche (S. 562): $\mathfrak{A} = \frac{S^2}{10G}\,\frac{b^2+h^2}{h^2}\,V$,

für ein **Quadrat**: $\mathfrak{A} = \frac{2}{9}\frac{S^2}{G}V$.

Ferner ergiebt sich, wenn für **isotropes** Material $G = \frac{m}{2(m+1)}E$ gesetzt wird und für $m = \frac{10}{3}$ die **zulässige Torsionsarb.** eines Stabes von kreisförm. Querschn.: $\mathfrak{A} = \frac{10}{13}\frac{k^2}{2E}V$; desgl.

eines Stabes von konstanter Biegungsfestigk. (nach S. 575): $\mathfrak{A} = \frac{1}{3}\frac{k^2}{2E}V$.

Also kann bei gleichem Volumen (V) und gleicher Inanspruchnahme (k) ein zylindr. Stab durch seine Verdrehung eine 2,3 Mal so grosse Arbeit in sich aufnehmen, als ein Stab vom rechteck. Querschn. im günstigsten Falle durch seine Biegung.*) Noch grösser ist unter sonst gleichen Umständen die Torsionsarb. eines Ring-Querschnitts.

ε. Virtuelle Arbeit.

Die Differentiation von (52) nach R giebt:

$$\frac{d\mathfrak{A}}{dR} = \int\left(\frac{N}{E}\frac{\partial N}{\partial R} + \frac{T}{E}\frac{\partial T}{\partial R}\right)\partial V \qquad (63)$$

$\frac{\partial N}{\partial R}$ und $\frac{\partial T}{\partial R}$ sind aber diejen. spezif. Spannungen, welche, wenn im Angriffsp. der Kraft R in der Richtung derselben die Kraft 1 wirkt, durch diese Kraft 1 hervor gerufen werden. Werden diese spezif. Spannungen, **welche die Kraft 1 erzeugt**, mit n und t bezeichnet, so resultirt aus (54) und (63): $r = \int\left(\frac{Nn}{E} + \frac{Tt}{G}\right)dV$ (64)

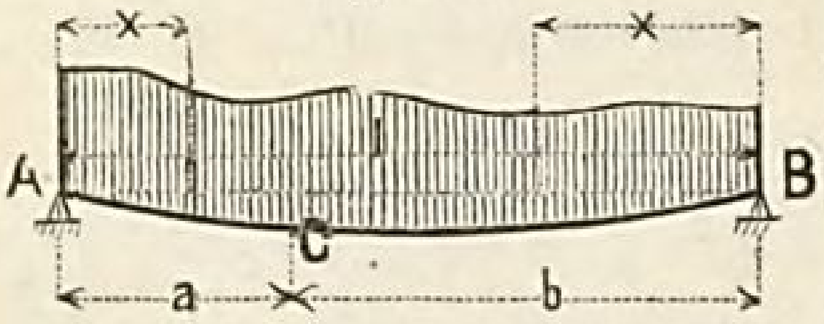
d. h. **die Verschiebung eines Körperp. in einer belieb. Richtung ist = der virtuellen Formänder.-Arb., die eine im betr. Punkte und in der betr. Richtung wirkende Kraft 1 im Körper hervor bringt.**

*) Dies ist der Grund für die Vorzüge der Wendt'schen Torsions-Wagenfedern gegenüber den üblichen Schichtfedern. (Vergl. Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ingen. 1875, S. 156.)

Beispiel. Die Durchbiegung eines auf 2 Stützen ruhenden, vertikal belieb. belasteten geraden Stabes im belieb. Punkt C, Fig. 466, zu bestimmen. Der Ausdruck für $\mathfrak{A}$ geht bei Vernachlässigung des unerheblichen Einflusses der Schubspannungen und weil hier $P = 0$ ist (nach Gleichg. 59) über in; $\mathfrak{A} = \frac{1}{2E}\int \frac{M^2}{J} dx$, also: $\frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial R} = \frac{1}{E}\int \frac{M}{J}\frac{dM}{dR} dx$.

$\frac{dM}{dR}$ ist das Moment m, welches eine im Angriffsp. der Kraft R in Richtung von R wirkende Kraft 1 erzeugt. Demnach ist auch: $y = \frac{1}{E}\int \frac{Mm}{J} dx$, wenn M das durch die Belastung und m das durch eine in C gedachte Vertikalkraft 1 in einem belieb. Querschn. hervor gerufene Moment darstellt. Die durch die Kraft 1 erzeugten Stützendrücke A und B ergeben sich mit Bezug auf die Fig.:

Fig. 466.



$$A = \frac{b}{l} \text{ und } B = \frac{a}{l}.$$

Das Moment m für einen Querschn. links und rechts von C ist darnach bezw.:

$m = \frac{b}{l} x$ und $\frac{a}{l} x_1$, also:

$$y = \frac{1}{E}\left[\frac{b}{l}\int_0^a \frac{Mx}{J} dx + \frac{a}{l}\int_0^b \frac{Mx_1}{J} dx_1\right].$$

Für $a = b = \frac{l}{2}$ und bei symmetr. Belastung folgt die grösste Durchbiegung δ in der Mitte:

$\delta = \frac{1}{E}\int_0^{\frac{1}{2}l} \frac{Mx}{J} dx$, welche, S. 586, auf anderm Wege abgeleitet wurde.

ζ. Prinzip der kleinsten Formänder.-Arbeit.

Aus der für die Ermittelung der äussern Kräfte in stat. unbest. Konstruktionen hoch wichtigen Fundamental-Gleichg. $r = \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial R}$ ergiebt sich direkt, dass für jede belieb. gerichtete unbekannte äussere Kraft Y, welche eine Verschiebung ihres Angriffsp. nicht herbei führt, $\frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial Y} = 0$, d. h. $\mathfrak{A}$ ein Minimum sein muss.

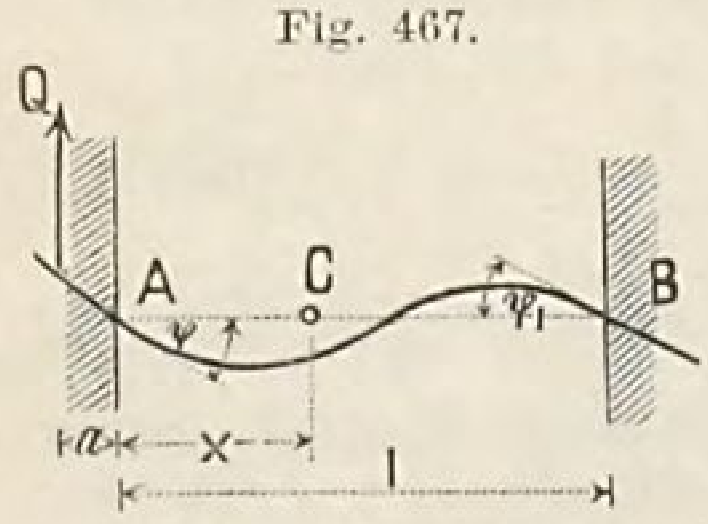
Ebenso gelten für diejenigen äussern Kräfte, welche bei der Formänderg. eines Stabes einen Querschn. desselben in unwandelbarer Lage erhalten — z. B. eine Kraft X und ein Moment M — die Bedingungen: $\frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial X} = 0$ und $\frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial M} = 0$ oder: $\mathfrak{A}$ = Minimum. Der Satz vom Minimum der Formänder.-Arbeit lautet demnach:

In allen Fällen, wo äussere Kräfte durch die Formänderg. selbst bedingt sind, muss ihre Grösse der Bedingung, dass die Formänderg.-Arb. ein Minimum sei, Genüge leisten.

Dieser Satz lässt sich ebenso für die innern Kräfte und auch ganz allgemein für belieb. gestaltete und unterstützte Körper als gültig nachweisen.

Beispiel. Die Momente für einen an beiden Enden eingespannten Stab zu bestimmen, Fig. 467.

Fig. 467.



In Folge der festen Einspannung entstehen bei der Formänderg. in A und B bezw. die Momente M_1 und M_2. Ferner entsteht in einem belieb. Punkte C durch die Belastung allein ein Moment $\mathfrak{M}$, welches so zu bestimmen ist, als ob der Stab in A und B frei auflöge. Ist nun die Transversalkraft, welche allein in Folge der Formänderung erzeugt wird, für das linke Stabende $= Q_1$ und a ihr Abstand von A, so ist: $M_1 = Q_1 a$.

Das in Folge der Formänderg. und der Belastung im belieb. Punkte C entstehende Moment folgt daraus: $M = M_1 + Q_1 x + \mathfrak{M}$;

Ferner: $M_2 = M_1 + Q_1 l$; oder: $M = M_1 + \frac{M_2 - M_1}{l} x + \mathfrak{M}$.

Werden die Schubspannungen ausser Acht gelassen und wird konstanter Querschn. voraus gesetzt, so folgt die Arbeit $\mathfrak{A}$ nach (58), wenn der Ausdruck für M^2 entwickelt wird:

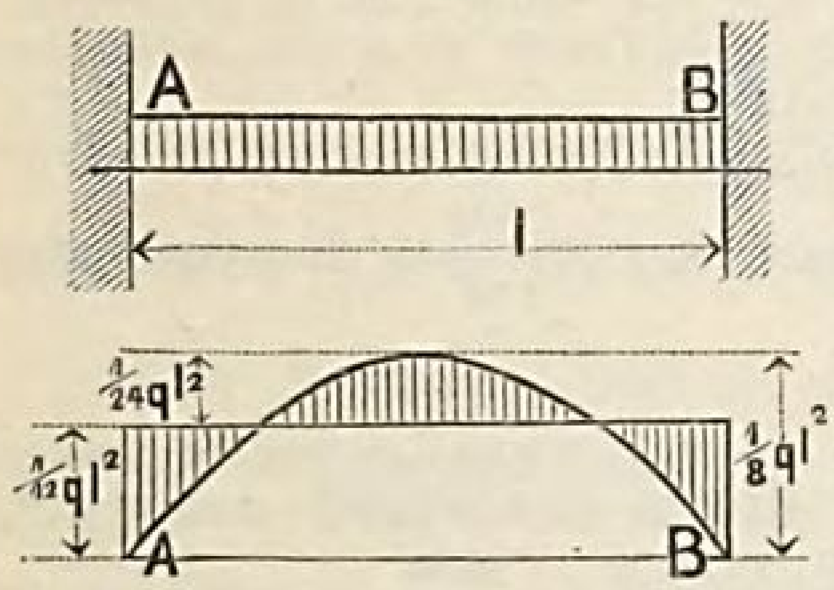
$$\mathfrak{A} = \frac{1}{2EJ}\left[\frac{1}{l^2}\int_0^l \left\{ M_1^2 (l-x)^2 + 2 M_1 M_2 x (l-x) + M_2^2 x^2 \right\} dx \right.$$
$$\left. + \frac{2}{l}\int_0^l \left\{ M_1 (l-x) + M_2 x \right\} \mathfrak{M}\, dx + \int_0^l \mathfrak{M}^2 dx \right].$$

Setzt man die Ausdrücke: $\int_0^l \mathfrak{M} x\,dx = \mathfrak{N}_1 l^2$; $\int_0^l \mathfrak{M}(l-x)\,dx = \mathfrak{N}_2 l^2$ und $\int_0^l \mathfrak{M}^2 dx = \mathfrak{N}_3^2 l$ so erhält man nach erfolgter Integration:

$$\mathfrak{A} = \frac{l}{EJ}\left[\frac{1}{6}(M_1^2 + M_1 M_2 + M_2^2) + M_1 \mathfrak{N}_2 + M_2 \mathfrak{N}_1) + \frac{1}{2}\mathfrak{N}_3^2\right].$$

Bezeichnen φ_1 und φ_2 die Winkel, welche Tangenten an die elast. Linie bezw. in A und B mit der ursprüngl. Axe AB einschliessen, so ist nach (55): $\varphi_1 = \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial M_1}$ und $\varphi_2 = \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial M_2}$. Erfolgt die Einspannung horizontal, so wird $\varphi_1 = 0$ und $\varphi_2 = 0$. Daraus ergeben sich die Bed.-Gl.:

Fig. 468.



$$\varphi_1 = +\frac{l}{6EJ}(2M_1 + M_2 + 6\mathfrak{N}_2) = 0;\ \varphi_2 = -\frac{l}{6EJ}(M_1 + 2M_2 + 6\mathfrak{N}_1) = 0$$

und endlich die gesuchten unbek. Momente M_1 und M_2:

$M_1 = -2\,(2\mathfrak{N}_2 - \mathfrak{N}_1)$; $M_2 = -2\,(2\mathfrak{N}_1 - \mathfrak{N}_2)$. War der Stab z. B. mit q pro Längeneinh. belastet, Fig. 468, so folgt:

$$\mathfrak{N}_1 = \mathfrak{N}_2 = \frac{1}{l^2}\int_0^l \left(\frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2}\right) x\,dx = \frac{1}{24} q l^2;\ M_1 = M_2 = -\frac{1}{12} q l^2.$$

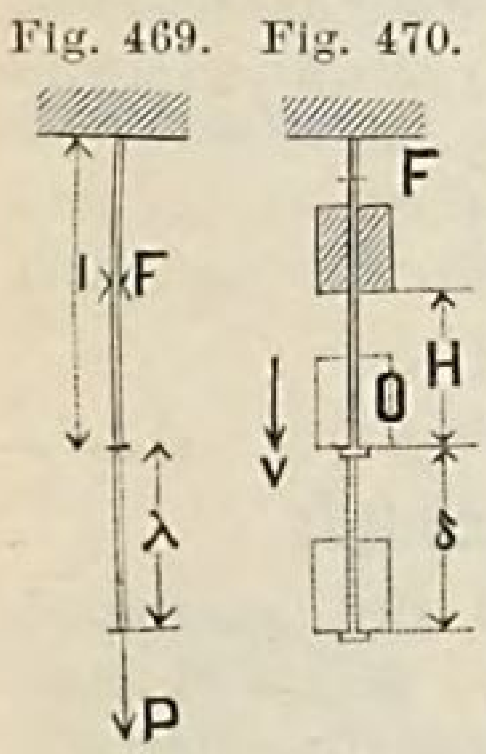
Die einfache Mom.-Fläche ist durch eine Parabel begrenzt mit der Höhe $\frac{1}{8} ql^2$ und der Fläche $= \frac{1}{12} q l^3$. Das Mom. in der Mitte wird: $= +\frac{1}{24} q l^2$.

η. Dynamische Formänderung.

Die im Vorigen behandelte Formänderg. war eine rein statische, bei welcher die äussern Kräfte die Geschw. $= 0$ hatten. Die Grösse derjenigen Formänderung, welche in Folge der dynamischen Einwirkung einer Kraft erzeugt wird, bestimmt sich aus der Bedingung, dass die negative Formänderungs-Arbeit $=$ der positiven Arbeit der äussern Kräfte oder die Summe beider für den Ruhezustand $= 0$ sein muss.

1. Normal-Elastizität. Die Formänder.-Arbeit, welche die Kraft P, deren Grösse allmählig von 0 bis auf P anwächst, verrichtet, ist (nach S. 592): $\mathfrak{A} = \frac{1}{2}\frac{N^2}{E}V$. Wenn auf das freie Stabende plötzlich ein Gew. Q zu wirken beginnt, welches den Stab um die Strecke δ verlängert, so ist die Arbeit des Gew. während der Verlängerung $=$ der Formänderungs-Arbeit zu setzen: $Q\delta = \frac{1}{2}\frac{N^2}{E}V = \frac{1}{2}P\lambda$, wenn λ die durch P erzeugte stat. Verlängerung bezeichnet, Fig. 469, und das Volumen v des Stabes $= Fl$ eingesetzt wird. λ wird $= \delta$ unter der Bedingung: $Q = \frac{1}{2}P$.

Fig. 469. Fig. 470.



Die dynam. Formänderung ist demnach doppelt so gross als die statische.

Wird die Verlängerung δ des Stabes durch ein aus der Höhe H herab fallendes Gewicht Q erzeugt, Fig. 470, so folgt, wenn die Arbeit der Masse des Stabes vernachlässigt wird: $Q\,(H + \delta) = \frac{1}{2}\frac{N^2}{E}V = FE\frac{\delta^2}{2l}$, weil $N = \frac{E\delta}{l}$ ist; daraus:

$$\delta = \frac{Ql}{FE} \pm \sqrt{\left(\frac{Ql}{FE}\right)^2 + \frac{2Ql}{FE}H}.$$ Die Geschw. v, mit der das Gewicht Q am Stabende ankommt, ist: $v = \sqrt{2gH}$. Ist H gegenüber δ sehr gross, so wird annähernd: $QH = \frac{1}{2}\frac{N^2}{E}V$ und $V = \frac{QH}{\left(\frac{1}{2}\frac{N^2}{E}\right)}$.

Hierdurch ist der kub. Inhalt eines Stabes bestimmt, welcher bei der Maximal-Faserspannung N und dem Elastizit.-Koeffiz. E im Stande ist, die Arbeit QH aufzunehmen.

2. Biegungs-Elastizität. Die Durchbiegung eines Stabes unter dynam. Einwirkung bestimmt sich nach dem nämlichen Prinzip.

Beispiel 1. Ein quadrat. Stahlstab von $a = 10$ cm Seite liege auf $l = 200$ cm horizontal und an den Enden frei gestützt. 1. Aus welcher Höhe h muss ein Gewicht $Q = 10$ t auf die Stab-

mitte herab fallen, um eine Inanspruchnahme ($\mathfrak{S}$) bis zur Elastizit.-Grenze herbei zu führen und 2. wie gross ist die dabei entsteheude Durchbiegung in der Mitte?

Wenn P dasjenige stat. wirkende Gewicht bezeichnet, welches dieselbe Durchbiegung, wie das herab fallende Gewicht Q hervor bringt, so ergiebt sich die Formändergs.-Arbeit (nach S. 592): $\mathfrak{A} = \frac{P^2 l^3}{96\,EJ}$. Die Normalspannung $\mathfrak{S}$ an der Elastizit.-Grenze ist: $\mathfrak{S} = \frac{\left(\frac{P}{2}\,\frac{l}{2}\right)\frac{a}{2}}{J}$ oder:

$$P = \mathfrak{S}\,\frac{8\,J}{a\,l} = \frac{8\,\frac{1}{12}\,10^4}{10\,.\,200}\,\mathfrak{S} = \frac{10}{3}\,\mathfrak{S}.\quad \text{Also:}\ \mathfrak{A} = Q\,H = 10\,H = \frac{100\,\mathfrak{S}^2 l^3}{9\,.\,96\,EJ}.$$

Nimmt man für die Koeffiz. $\mathfrak{S}$ und E die Werthe: $\mathfrak{S} = 3{,}5^{\,t}$ und $E = 2500^{\,t}$ pro ^{qcm}, so folgt endlich: $H = \frac{100\,.\,3{,}5^2\,.\,200^3\,.\,12}{9\,.\,96\,.\,2500\,.\,10^4} = 544^{\,cm}$.

Die grösste Durchbringung in der Mitte ist: $\delta = \frac{P\,l^3}{48\,EJ} = \frac{14}{15}{}^{\,cm}$. —

Beispiel 2. Für eine Dreiecksfeder, Fig. 461, ist (nach S. 589): $\frac{M}{J} =$ konstant, also (nach S, 592): $\mathfrak{A} = \frac{P^2 l^3}{4\,EJ} = \frac{1}{6}\,\frac{N^2}{E}\,V$.

Eine Dreiecksfeder, gegen deren Endpunkt eine mit der Geschw. $v = 2{,}0^{\,m}$ ankommendes Gewicht $Q = 100^{\,kg}$ stösst, wird dadurch nur bis zur Elastizit.-Grenze in Anspruch genommen, wenn: $Q = \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{6}\,V\,\frac{\mathfrak{S}^2}{E}$ oder: $V = \frac{6\,Q\,E}{\mathfrak{S}^2}\left(\frac{v^2}{2g}\right) = \frac{6\,.\,100\,.\,2500000}{3500^2}\,\frac{200^2}{2\,.\,981} = 2496^{\,ccm}$.

Die Arbeit der Masse der Feder ist als verschwindend klein unberücksichtigt geblieben. —

3. Torsions-Elastizität. Wenn die Drehbewegung einer Welle plötzlich zum Stillstand gebracht wird, so verwandelt sich die lebendige Kraft des Schwungrades — im Vergleich zu welcher die lebendige Kraft der Welle als verschwindend klein vernachlässigt werden kann — in mechanische Arbeit und bringt dadurch eine Torsion in der Welle hervor. Ist μ die auf den Umfang reduzirte Masse und v die anfängliche Umfangs-Geschw. des Schwungrades, so ist die anfängliche lebendige Kraft $= \frac{\mu v^2}{2}$. Hierfür kann auch QH gesetzt werden, wenn Q das Gew. μg der Masse und $\frac{v^2}{2\,g}$ die Fallhöhe vorstellt. Danach lassen sich aus: $QH = \frac{1}{4}\,\frac{S^2}{G}\,V$ die Dimensionen der Welle unter der Voraussetzung einer gewissen Maximal-Inanspruchnahme S auf Abscherung berechnen.

Beispiel. Die Umfangs-Geschw. v ist $= 2{,}8^{\,m}$, daher $H = \frac{2{,}8^2}{2\,.\,g} = 0{,}4^{\,m}$. Wiegt der Schwungring $0{,}5^{\,t}$, so ist $Q = 0{,}5$. Für eine schmiedeiserne (isotrope) Welle kann $G = \frac{2}{5}\,E$ gesetzt werden. Soll nun die grösste Scherspannung $0{,}5^{\,t}$ pro ^{qcm} nicht überschreiten, so folgt:

$$V = \frac{8\,QHE}{5\,S^2} = \frac{8\,.\,0{,}5\,.\,40\,.\,2000}{5\,.\,(0{,}5)^2} = 256\,000^{\,ccm}.$$

h. Zusammen gesetzte Elastizität und Festigkeit.

α. Kombination von Biegungs- und Normal-Elastizität.

1. Die Biegungs-Elastizit. ist S. 562 ff. bereits als ein Fall der zusammen gesetzten Elastizit., speziell als Kombination von Normal-, Schub- und Biegungs-Elastizit. behandelt worden; denn es wurde bei der Entwickelung ihrer Grundformeln die Wirkung einer Transversalkraft und einer Axialkraft berücksichtigt. Die Grundformel (17) der Biegungs-Elastizit.: $N = \frac{P}{F} + \frac{Mv}{J}$ lässt sich daher auf alle Fälle einer Kombination von Biegungs- und Normal-Elastizit. anwenden. Praktisches Interesse bieten besonders diejenigen Fälle, in denen schon unter den gegebenen äussern Kräften sich solche befinden, die eine Seitenkraft in der Richtung der Stabaxe haben. Von diesen Fällen werden hier nur die wichtigsten behandelt, u. zw.:

a. Die exzentr. Zug- oder Druckbelastung, wo alle äussern Kräfte parallel zur Stabaxe laufen; und b. die zentr. Druckbelastung, wo die Kräfte in der Stabaxe wirken und der Stab auf sogen. Knickung beansprucht wird.

Streng genommen dürfte schon bei der S. 588 ff. unter „Formänderung" stets voraus gesetzten Belastung durch transversale (die Stabaxe rechtwinklig schneidende Kräfte), die Axialkraft, welche event. in Folge der Reibung auf den Stützen oder durch die feste Einspannung der Stabenden erzeugt wird, nicht ausser Acht gelassen werden. Doch ist leicht nachzuweisen, dass der begangene Fehler für alle praktischen Fälle ganz ohne Belang ist.

Beispiel. Ein vertikal belasteter, prismatischer Stab liegt horizontal an beiden Enden gestützt; er wird in Folge der Biegung, je nachdem er sehr dünn oder dick ist, auf den Stützen nach einwärts oder auswärts gleiten können. In beiden Fällen wird durch die Reibung zwischen Stab und Stützfläche eine Axialspannung im Stabe erzeugt. Ist die Stützweite $2l$, die Belastung in der Mitte $2Q$, die Entfernung der äussersten, mit k gespannten Faser von der neutralen Axe e, so findet man, dass weder ein Gleiten nach aussen, noch nach innen eintreten wird, wenn $\frac{e}{a} = \sqrt{\frac{2k}{15E}}$ ist. Für Schmiedeisen, wenn $\frac{k}{E} = \frac{1}{2000}$ gesetzt wird, gäbe dies: $\frac{e}{a} = \frac{1}{122}$. Für Holz und für $\frac{k}{E} = \frac{1}{1000}$: $\frac{e}{a} = \frac{1}{87}$.

In der Regel ist $\frac{e}{a}$ viel grösser, so dass ein Gleiten nach aussen und dadurch eine Druckwirkung auf den Stab nach innen eintritt. Das Verhältniss der durch den Druck erzeugten Maximalspannung k_1 zur grössten durch die Biegung hervor gerufenen Maximal-Faserspannung k wird: $\frac{k_1}{k} = \mu \frac{J}{Fae}$ und speziell für den rechteck. Querschn. von der Breite b und der Höhe $2e$: $\frac{k_1}{k} = \frac{\mu}{3} \frac{e}{a}$. — μ bezeichnet den Reibungskoeffiz. für Stab und Stützfläche.

$\frac{k_1}{k}$ ist meistens ein sehr kleiner Bruch, so dass k_1 gegen k vernachlässigt werden kann.

2. Durch eine ähnliche Untersuchung, wie vorstehende, ergiebt sich, dass auch die in Folge der festen Einspannung der Enden im Stabe entstehende Axialspannung k_1 gegenüber der Biegungsspannung k vernachlässigt werden kann, es sei denn dass die Länge des Stabes im Verhältniss zu seiner Dicke ungewöhnlich gross ist.

Wenn man den an beiden Enden fest eingespannten, vertikal belasteten Stab so berechnet, wie es S. 588 ff. und S 594 ff. geschehen ist, nämlich unter der Annahme, er sei an den Enden ohne Reibung nur eingeklemmt, so findet man dadurch die Maximal-Faserspannung um höchstens 1 % zu klein, wenn die Stablänge kleiner als das 40fache der Stabdicke ist.

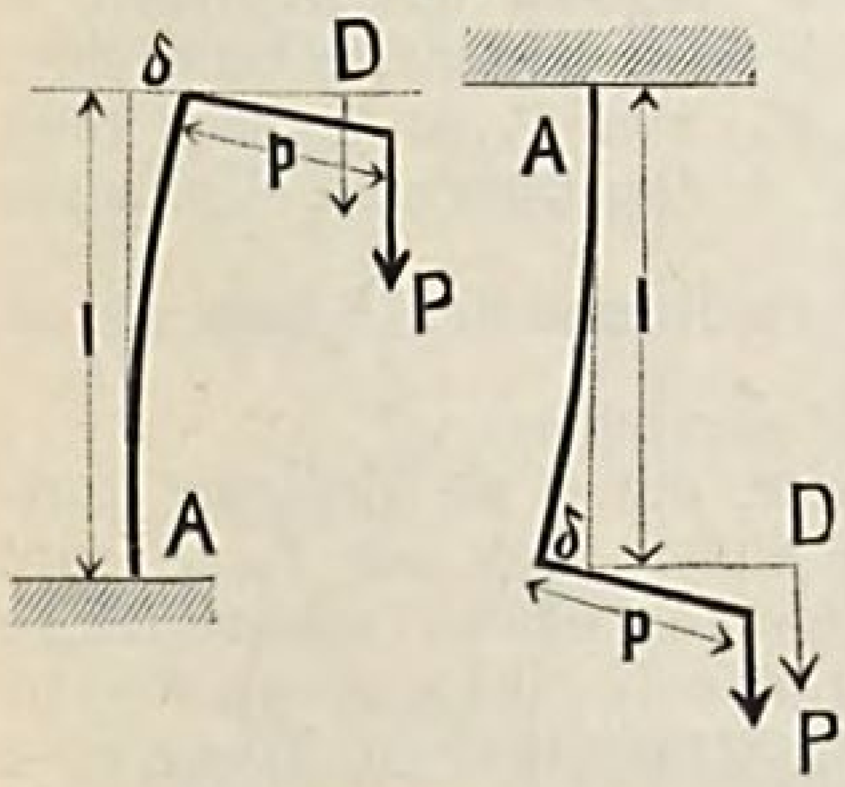
Die Berechnung eines an den Enden fest, aber in Gelenken drehbar gelagerten Stabes kann danach, falls seine Länge im Verhältniss zur Dicke nicht ungewöhnlich gross ist, ohne erheblichen Fehler so erfolgen, als ob der Stab an den Enden frei gestützt wäre und somit nur auf Biegung in Anspruch genommen würde.

Die eventl. durch Temperatur-Einflüsse entstehende Längenänderung der Stabaxe (s. weiterhin) ist erheblich grösser als der Einfluss, den in dieser Beziehung nach obigem die Belastung äussern kann.

β. Exzentrische Druck- oder Zug-Beanspruchung.

1. Die Entfernung p des Angriffsp. D der Kraft P von der Stabaxe, Fig. 471, heisst die Exzentrizität der Kraft P. Die grösste Ausbiegung sei $= \delta$.

Fig. 471.



Setzt man $\frac{P}{EJ} = a^2$, so erhält man aus der Differential-Gleichg.: $EJ\frac{d^2y}{dx^2} = P(p + \delta - y)$ nach erfolgter Integration die Gleichg. der elast. Linie: $y - p - \delta = A \sin ax + B \cos ax$, welche nach dem Einsetzen der Konstanten $A = 0$ und $B = -p - \delta$ in die Form:

$$\frac{y}{p+\delta} = 1 - \cos ax \qquad (65)$$

übergeht. Daraus für $x = l$ und $y = \delta$:

$$\frac{\delta}{p+\delta} = 1 - \cos al \qquad (66)$$

und endlich:

$$\frac{y}{p} = \frac{1 - \cos ax}{\cos al}.$$

2. Die grössten Zug- und Druckspannungen, k und k_1 ergeben sich aus dem grössten Moment $M = P\,(p + \delta)$ und den entsprechenden Abständen e und e_1 der äussern Faser von der neutralen Axe:

$$k = P\left(\frac{pe}{J\cos al} - \frac{1}{F}\right);\quad k_1 = P\left(\frac{pe_1}{J\cos al} + \frac{1}{F}\right).$$

Diese Formeln sind mit dem Mangel behaftet, dass P oder eine Querschn.-Dimension sich daraus nur durch Probiren finden lassen.

Bei kurzen Stäben, oder wenn die Exzentrizität p gegenüber den Querschn.-Dimensionen gross genug ist, so dass man das Moment für alle Querschn. konstant $= Pp$ setzen kann, erhält man für k und k_1 direkt nach (17):

$$k = P\left(\frac{pe}{J} \pm \frac{1}{F}\right);\quad k_1 = P\left(\frac{pe_1}{J} \mp \frac{1}{F}\right). \qquad (67)$$

Die obern Zeichen gelten für Zugbelastung, die untern für Druckbelastung.

Beispiel. Für den rechteckigen Querschn. mit deu Seiten b nnd h wird, wenn die Belastung und die eventl. Ausbiegung in der Richtung von h erfolgt — nach (67) $k = \frac{P}{F}\left(\frac{6p}{h} - 1\right)$; $k_1 = \frac{P}{F}\left(\frac{6p}{h} + 1\right)$. Ist $\frac{h}{2}$ die Exzentrizität, so ergiebt sich: $P = \frac{1}{2}\,kF$ oder $\frac{1}{4}\,k_1 F$; d. h. die Tragkraft ist nur bezw. $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{4}$ von der Zug- oder Druckfestigkeit.

Für den kreisförmigen Querschn. vom Durchmesser d folgt: $k = \frac{P}{F}\left(\frac{8p}{d} - 1\right)$; $k_1 = \frac{P}{F}\left(\frac{8p}{d} + 1\right)$. Für $p = \frac{d}{2}$ wird: $P = \frac{1}{3}\,kF$ oder $\frac{1}{5}\,k_1 F$. Die Exzentrizität übt also einen bedeutenden Einfluss auf die Tragkraft aus.

3. Für den in Fig. 472 dargestellten Fall, wo der unter dem Winkel α gegen die Vertikale eingespannte Stab durch die vertikal gerichtete Kraft P auf Zug beansprucht wird, erhält man:

Fig. 472.

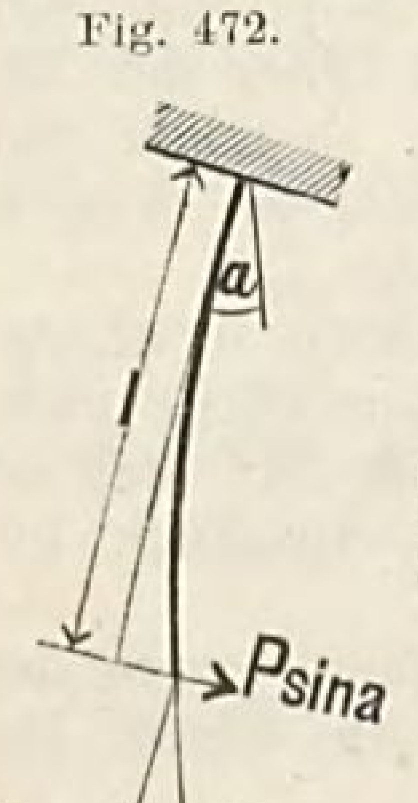
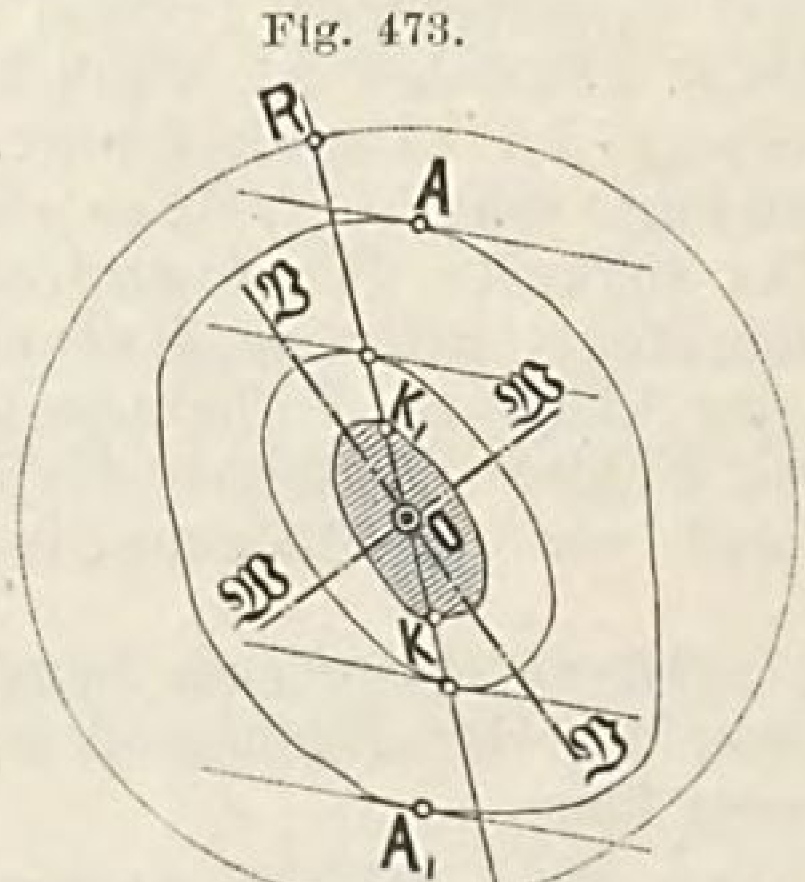


Fig. 473.



$$k = P\left(\frac{el\sin\alpha}{J} + \frac{\cos\alpha}{F}\right);$$

$$k_1 = P\left(\frac{e_1 l\sin\alpha}{J} - \frac{1}{F}\right).$$

γ Gefährlichste Lage der Kraftebene bei exzentrischer Belastung.

1. Die elast. Linie bleibt bei der Formänderung in der Kraftebene, welche durch die Stabaxe geht. Es giebt nur eine Lage der Kraftebene, für welche die Maximal-Faserspannung im Querschn. ein absolutes Maximum wird.

Stellt OR, Fig. 473, die Durchschn.-Linie der Kraftebene mit dem belieb. Querschn. des Inhalts F dar; bezeichnet ferner e den Abstand des Angriffsp. R der Kraft P vom Schwerp. O; $\mathfrak{k}$ die sogen. Kernweite, d. h. den Abstand eines in der Geraden OR liegenden Kernpunktes K (bezw. K_1) von O, so ist nach (36), S. 573 die Maximal-Faserspannung im belieb. Punkt A des Querschn.-Umfanges allgemein: $N = \pm\frac{M}{F\mathfrak{k}} = \pm\frac{P}{F}\left(1 + \frac{e}{\mathfrak{k}}\right)$. — A und die Kernweiten $\mathfrak{k}$ liegen stets auf verschiedenen Seiten des Querschn., also einander gegenüber.

Denkt mann sich den Angriffsp. R in einem Kreise, mit O als Zentrum, fortrücken, so ändern sich dabei weder M noch F; es ändert sich nur $\mathfrak{k}$. N wird demnach zum Maximum, wenn $\mathfrak{k}$ ein Minimum ist; d h. die gefährlichste Lage der Kraftebene, bezw. von OR, fällt mit der Lage der kleinsten Kernweite zusammen. Umgekehrt entspricht der günstigsten Lage von OR die Lage der grössten Kernweite.

Um den zu einer belieb. Kernweite $\mathfrak{k}$ gehörigen Punkt A, für welchen (36) gilt, zu finden, hat man (nach S. 572) im Durchschn.-Punkt der OR mit der Zentral-Ellipse an letztere eine Tangente und parallel dazu an den Umfang des

Querschn. eine 2. Tangente zu legen. Die 2. Tangente b rührt den Umfang im Punkt A.

2. **Die kleinste Kernweite** $\mathfrak{k}_0$ ist in jedem Falle leicht zu bestimmen. Man erhält z. B.: 1. Für das **Quadrat**: $\mathfrak{k}_0 = \frac{b}{6\sqrt{2}} = 0{,}118\,b$; Richtung diagonal. — 2. Für das **Rechteck** mit den Seiten b und h: $\mathfrak{k}_0 = \frac{6h}{6\sqrt{b^2+h^2}}$; Richtung senkrecht zur Diagonale. — 3. Für den **Kreis** vom Durchmesser d: $\mathfrak{k}_0 = \frac{d}{8}$; konstant. — 4. Für den **Kreisring** mit den Durchmessern d und d_1: $\mathfrak{k}_0 = \frac{d}{8}\left[1 + \left(\frac{d_1}{d}\right)^2\right]$ oder angenähert: $\mathfrak{k}_0 = \frac{d_1}{4}$; ebenfalls konstant. — 5. Für das **Dreieck**: $\mathfrak{k}_0 = \frac{h_{min.}}{12}$; Richtung parallel $h_{min.}$ — 6. Für das **I Profil**: $\mathfrak{k}_0 = \frac{\mathfrak{k}_1\,\mathfrak{k}_2}{\sqrt{\mathfrak{k}_1^2 + \mathfrak{k}_2^2}}$, wenn $\mathfrak{k}_1$ und $\mathfrak{k}_2$ die Kernweiten in den Hauptaxen gemessen sind. — 7. Für die **Kreuzform** (nach **Asimont**): $\mathfrak{k}_0 = \frac{b}{11}$ bis $\frac{b}{12}$, wenn das Verhältniss der Breite b zur Wandstärke zwischen 10 und ∞ liegt.

Ueber die grafische Darstellung der Maximal-Faserspannung vergl. S. 573 über Konstruktion der Zug- und Druckspannungen in Mauern, Pfeilern und Gewölben bei exzentrischer Belastung, den Abschn. „Statik der Baukonstruktionen.“

δ **Knickfestigkeit. (Zentrische Druckbelastung)** Vergl. Note zu S. 601.

Ein aus homogenem Material bestehender Stab mit gerader und vertikaler Axe, würde bei genau zentrischer Belastung nach keiner Seite hin eine Ausbiegung erfahren und nur auf Druck in Anspruch genommen werden. Ein derartiger idealer Belastungsfall ist praktisch unmöglich herzustellen: 1. Kein Stab ist ganz homogen; daher erzeugt der zentrische Druck, wenn er selbst gleichmässig über die Endfläche des Stabes vertheilt wäre, ungleichmässige Spannungen. 2. Die Stabaxe ist selten vollkommen gerade und die Belastung erfolgt meistens mit einer geringen Exzentrizität.

Aus diesen Unvollkommenheiten, bezw. Fehlern ergiebt sich eine seitliche Ausbiegung des Stabes, welche ein **Einknicken** desselben zur Folge haben kann. **Die hierbei zum Zerbrechen erforderliche Kraft heisst die Knickfestigkeit des Stabes.** Nach Analogie der (S. 597) für exzentr. Druckbelastung gefundenen Gleich. ergiebt sich — die Exzentrizität $p = 0$ gesetzt — für den vorliegenden Fall als allgemeine Gleichg. der elast. Linie: $y - \delta = A \sin ax + B \cos ax$, d. h. eine **Wellenlinie, weil jedesmal, wenn** x **um** $\frac{2\pi}{a}$ **wächst, dieselbe Figur der elastischen Linie sich wiederholt.**

Wird der Stab in einzelnen Punkten, welche gleich weit von einander abstehen, festgehalten, so dass er daselbst nicht ausbiegen kann, so ist die Wellenlänge gegeben.

Fig. 474.

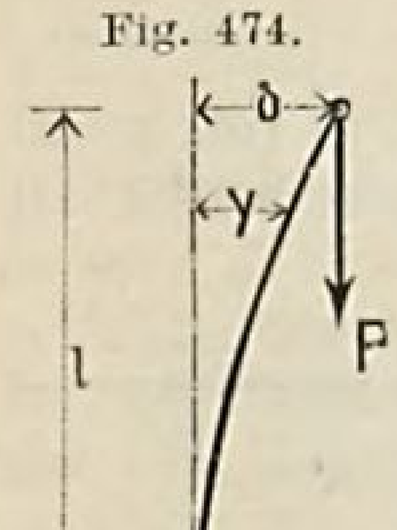
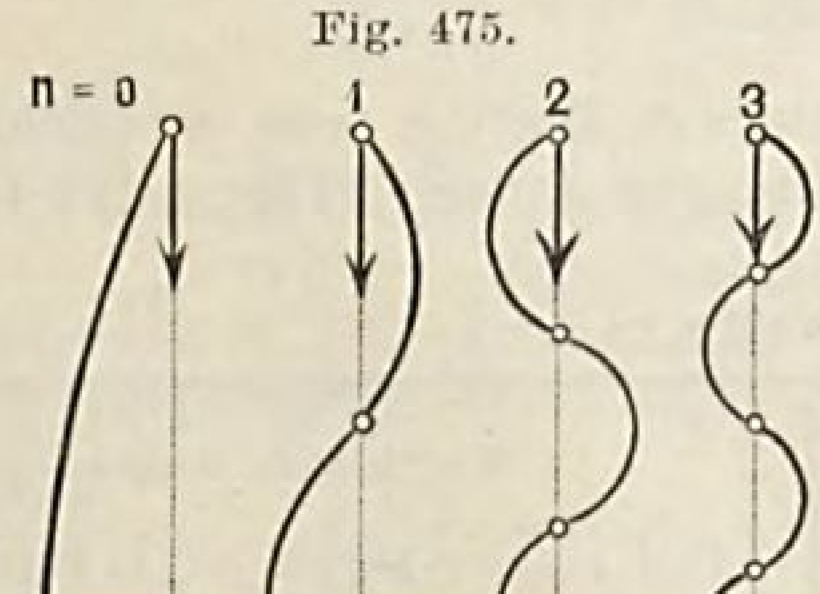


Fig. 475.



1. **Für den Fundamental-Fall des an einem Ende eingespannten, am andern Ende freien Stabes**, Fig. 474, erhält man ferner aus (66) für $p = 0$: $\cos al = 0$; hiernach muss al ein **ungerades** Vielfaches von $\frac{1}{2}\pi$, also allgemein: $al = \frac{2n+1}{2}\pi$ sein, wenn n eine belieb. ganze Zahl bedeutet. Ist λ die Wellenlänge, so ist $\lambda = \frac{2\pi}{a}$; daraus: $\lambda = \frac{4l}{2n+1}$ In Fig. 475 sind 4 Spezialfälle für $n = 0,\ 1,\ 2,\ 3$ dargestellt.

Wird kein Punkt des Stabes festgehalten, so tritt der Fall $n = 0$ ein, wofür $\lambda = 4\,l$ ist und $\left(\text{weil } a^2 = \dfrac{P}{EJ}\right)$: $P = \dfrac{\pi^2 EJ}{4\,l^2} = 2{,}467\,\dfrac{EJ}{l^2}$. (68)

2. Beide Enden des Stabes sind frei und werden dabei in der Axe geführt, Fig. 476. Hier wird $y = A \sin ax$; $\sin al = 0$; $al = n\pi$; $\lambda = \dfrac{2\,l}{n}$.

Fig. 476.

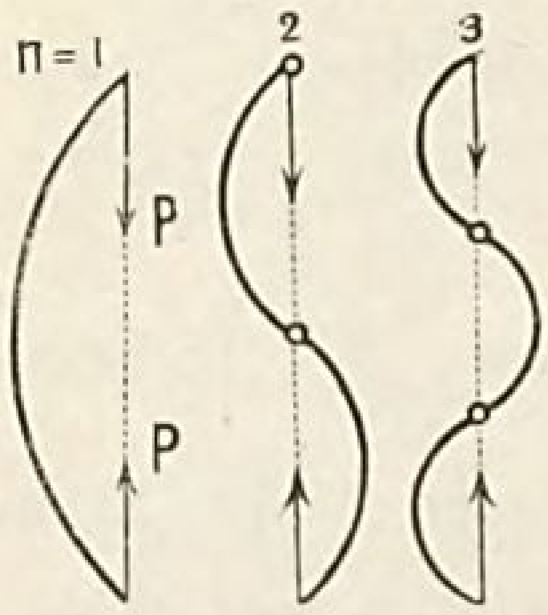


Fig. 477.

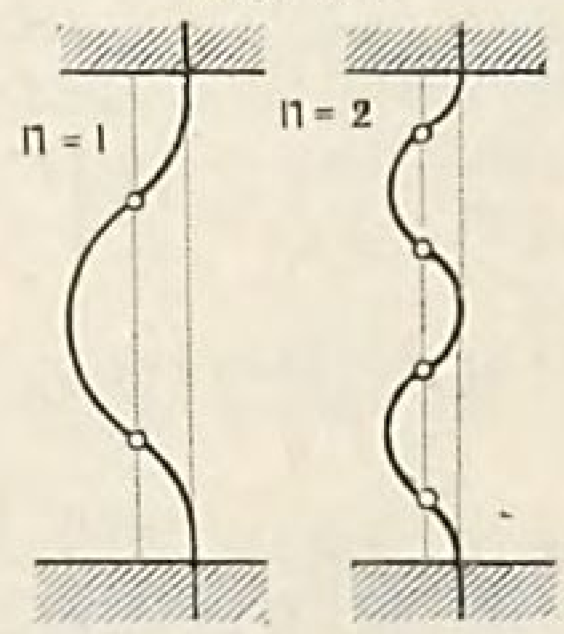


Fig. 476 stellt 3 Fälle für $n = 1$, 2 und 3 dar. Wird kein Punkt des Stabes festgehalten ($n = 1$) so folgt:

$$P = \frac{\pi^2 EJ}{l^2} = 9{,}870\,\frac{EJ}{l^2} \qquad (69)$$

3. Beide Enden des Stabes sind fest eingespannt, Fig. 477. Hier ist:

$$y = \frac{M_0}{P} + A \sin ax + B \cos ax.$$

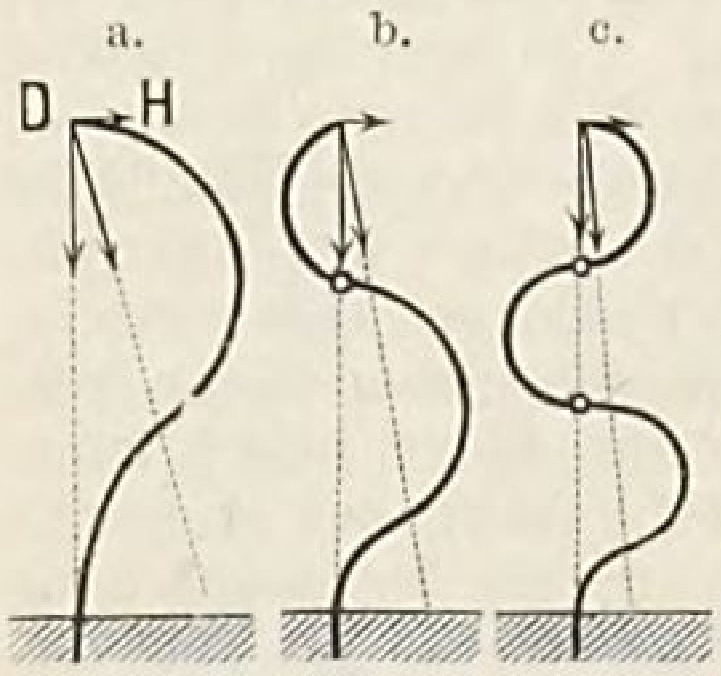
M_0 bezeichnet das Moment am Stabende, von welchem die x-Werthe gerechnet werden. Ferner: $\cos al = 1$; $\sin al = 0$; $al = 2n\pi$; $\lambda = \dfrac{l}{n}$.

Fig. 478 stellt 2 Fälle für $n = 1$ und 2 dar. Daraus für den Fall $n = 1$:

$$P = \frac{4\pi^2 EJ}{l^2} = 39{,}478\,\frac{EJ}{l^2}. \qquad (70)$$

4. Der Stab ist an einem Ende eingespannt und wird am andern in der Axe geführt, Fig. 478. Bei D entsteht eine horizontale Reaktion H.

Fig. 478.



Es wird: $y = A \sin ax$; $al = \operatorname{tang} al$.

Hieraus folgen für al die Werthe:

$al = 0$
$al = 4{,}493$ oder $257^0\,27'\,12''$; (Fall a.)
$al = 7{,}725$ „ $442^0\,37'\,28''$; („ b.)
$al = 10{,}904$ „ $624^0\,45'\,37''$; („ c.)

und für den Fall a: $P = 20{,}19\,\dfrac{EJ}{l^2}$. (71)

5. Eine Vergleichung der Tragkraft der 4 Fälle (unter 1 bis 4) ergiebt bezw. die Vergleichszahlen: 1 : 4 : 16 : 8,18, so dass man (wenn für 8,18 genau genug 8 gesetzt wird) allgem. für alle 4 Fälle die zulässige Belastung durch: $P = n\,\dfrac{\pi^2 EJ}{s\,l^2}$ (72)

ausdrücken kann. n ist darin bezw.: $\dfrac{1}{4}$, 1, 4 oder 2,

und ferner ist: l die Stablänge, J kleinstes Trägh.-Mom. des Querschn. in Bezug auf die entsprechende Schweraxe, s Sicherheitsgrad.

Aus (72) folgt auch: $J = m\,l^2 P$, worin $m = \dfrac{s}{n\,\pi^2 E}$.

Die nachfolgende Tabelle 1 enthält die Werthe von m (wenn π^2 rot. $= 10$ gesetzt wird), dient daher zur Berechnung von J nach (72); l ist in m und P in t einzusetzen.

Tabelle 1.

Material des Stabes	Tonnen pro qcm D	Tonnen pro qcm E	Sicherheits-Koeffizient s	Werth von $m = \frac{s}{n\pi^2 E}$ im Fall 1 $n = 1/4$	Fall 2 $n = 1$	Fall 3 $n = 4$	Fall 4 $n = 2$
Holz	0,400	100	10	400	100	25	50
Gusseisen . .	6,000	1000	8	32	8	2	4
Schmiedeisen	3,500	2000	6	12	3	0,75	1,5
			5	10	2,5	0,625	1,25

Beim Gebrauch dieser Tabelle ist zu beachten, dass der Querschn. des Stabes nicht zu stark auf Druck beansprucht, sondern dass $P < \frac{DF}{s}$ sei. In vielen Fällen wird es möglich sein, F so gross zu wählen, dass die zulässige Inanspruchnahme pro Flächeneinheit $k = \frac{D}{s}$ gerade erreicht wird; dann konstruirt man mit einem Minimum von Material.

ε. Erfahrungs-Regel von Rankine zur Bestimmung der Knickfestigkeit.

1. Die vorstehend auf theoretischem Wege gefundenen Ausdrücke für P geben nicht immer mit den praktischen Versuchen überein stimmende Resultate. Die zur Zeit am meisten gebrauchte empirische Formel (von Rankine) lautet:

$$P = \frac{DF}{1 + \alpha \left(\frac{l}{r}\right)^2} \tag{73}$$

und es bedeuten darin: D die Druckfestigk., r den kleinsten Trägh.-Radius des Querschn. F, $(J = Fr^2)$ und α ein Erfahr.-Koeffiz., der für einige der wichtigsten Querschn.-Formen aus Tabelle 2 entnommen werden kann.

Tabelle 2. **Versuchs-Resultate über Knickfestigkeit.**

	Material und Form der untersuchten Stäbe		Versuche angestellt von	Beide Enden hab. ebene Flächen D (t)	Beide Enden hab. ebene Flächen α	Bemerkungen
1.	Nadelholz Eichenhlz.	Kreisförmiger und rechteckiger Querschnitt.	Hodgkinson, Lamendé u. Rondelet	0,410 0,487	0,000150 0,000135	
2.	Schmiedeisen	Stäbe von 8eckig. Querschn.: 0,2—3,0 m Länge 13—38 cm Dicke 25—150 cm Breite	Hodgkinson (1846—47).	3,34	0,000044	ad 1. Für scharnierartige Enden (Fall 2) ist $\alpha = 0,00030$. Ist das untere Ende eingesp., das obere vertikal geführt (Fall 4), dann ist, wenn das obere Ende ebene Flächen hat: $\alpha = 0,00015$, wenn das obere Ende scharnierartig: $\alpha = 0,00008$.
3.	desgl.	Röhren von kreisf. Querschn.: Durchm: 6—16 cm Stärke: 0,4—0.25 cm Länge: 3—114 cm	Derselbe.	2,79	0,000038	
4.	desgl.	L, T, I, U und + Eisen: 4,4—7,6 cm Schenkellängen 0,79—0,95 cm Stärke	Davies, Crumlin-Viadukt 1853.	3,13	0,000084	
5.	desgl.	Phönix- und Keystone-Säule u. andere amerik. Brückensäulen-Querschnitte	Lovett 1875.	2,75 — 3,46	0,000044	ad 4. Für Scharnier-Enden ist $\alpha = 0,000060$; am günstigsten die Phonix-Säule mit $D = 3,46$; Mittelwerth von $D = 2,80$.
6.	Stahl { milder Stahl { fester	—	Baker aus: „Strength of beams"	4,74 8,06	0,000039 0,000060	
7.	Gusseisen	Voll- und Hohlsäulen $\frac{l}{r} = 7 - 175$.	Hodgkinson (1840—46)	5,81	0,000151 0,000164	

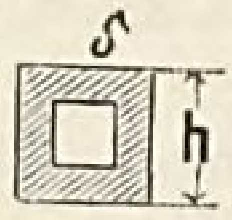
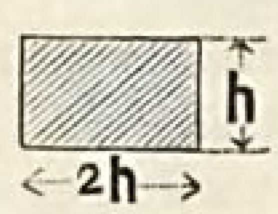
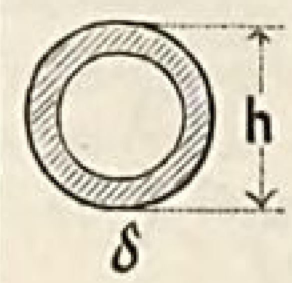
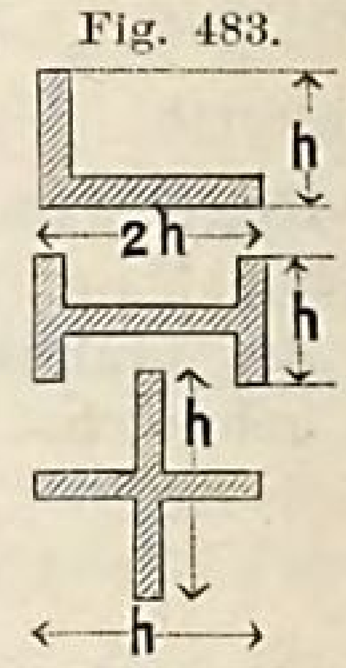
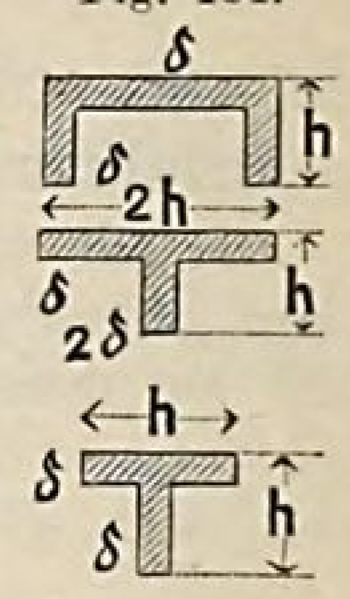
2. Setzt man danach für Schmiedeisen durchschnittlich: $\alpha = 0,00008$, für Gusseisen $\alpha = 0,00016$, so ergeben sich Werthe, die zur leichtern Berechnung von P in folgender Tabelle 3 für eine Anzahl gebräuchlicher Querschn.-Formen und für verschiedene Verhältnisse der Länge l zur kleinsten Querschn.-Breite h zusammen gestellt sind.

Das „Problem der Knickfestigkeit" hat seit Euler Techniker und Gelehrte lebhaft beschäftigt, ohne aber dass eine endgültige Lösung desselben gefunden wäre.

Einige neuere Spezial-Litteratur dazu ist: Winkler im Centr.-Bl. d. Bauverwaltg., 1881, S. 10, 52 u. 92: Ueber die Knickfestigkeit von Stäben mit veränderlichem Querschnitt. — Zimmermann, ebenda, 1883, S. 458: Ueber die Knickfestigkeit d. Bauhölzer. — Ferner: Centr.-Bl. d. Bauverwaltung, 1884, S. 21, 415, 545 u. 550 und Deutsche Bauzeitg., 1874, S. 138, 395 u. 1883, S. 386.

Tabelle 3.

Werthe für: $\beta = 1 + 0{,}00008 \left(\frac{l}{r}\right)^2$; $\beta_1 = 1 + 0{,}00016 \left(\frac{l}{r}\right)^2$; die Wandstärke δ ist $= \frac{1}{10} h$ angenommen.

$\frac{l}{h}$	Fig. 479.		Fig. 480.		Fig. 481.		Fig 482.		Fig. 483.		Fig. 484.	
												
	β	β_1	β	β_1	β	β_1	β	β_1	β	β_1	β	β_1
5	1,03	1,06	1,02	1,04	1,02	1.04	1,01	1,02	1,04	1,08	1.02	1,04
6	1,05	1,10	1,04	1,08	1,04	1,08	1,02	1,04	1,08	1,16	1,04	1,08
8	1,08	1,16	1,06	1,12	1.07	1,14	1,04	1,08	1,13	1,26	1,06	1,12
10	1,13	1,26	1,08	1,16	1,10	1,20	1,06	1,12	1,18	1,36	1,09	1,18
12	1,18	1,36	1,11	1,22	1,14	1,28	1,08	1,16	1,26	1,52	1,13	1,26
14	1,25	1,50	1,15	1,30	1,19	1,38	1,11	1,22	1,35	1,70	1,18	1.36
16	1,33	1,66	1,20	1,40	1,25	1,50	1,15	1,30	1.45	1,90	1,24	1,48
18	1,42	1,84	1,25	1,50	1,31	1,62	1,19	1,38	1,57	2.14	1,31	1,62
20	1,51	2,02	1,31	1,62	1,38	1,76	1.23	1,46	1,71	2,42	1,38	1,76
22	1,61	2,22	1,38	1,76	1,46	1,92	1,28	1,56	1,86	2,72	1,46	1,92
24	1,73	2,46	1,45	1,90	1,55	2,10	1,34	1,68	2,02	3,04	1,54	2,08
26	1,86	2,72	1,53	2,06	1,65	2,30	1,40	1,80	2,20	3,40	1,64	2,28
28	2.00	3,00	1,61	2,22	1,75	2,50	1,46	1,92	2,39	3,78	1,74	2,48
30	2,15	3,30	1,70	2,40	1,86	2,72	1,53	2,06	2,60	4,20	1,85	2,70
32	2,31	3,62	1,80	2,60	1,98	2,96	1,60	2,20	2,82	4,64	1,97	2,94
34	2,48	3,96	1,90	2,80	2.11	3.22	1,68	2,36	3,05	5,10	2,10	3,20
36	2,66	4,32	2,01	3,02	2,25	3,50	1,76	2,52	3,30	5,60	2,23	3,46
38	2,85	4,70	2,13	3,26	2,38	3,76	1,84	2,68	3,56	6,12	2,37	3,74
40	3,05	5,10	2,25	3,50	2,53	4,06	1,94	2,88	3,84	6,68	2,52	4,04
42	3,26	5,52	2,38	3,76	2,69	4,38	2,03	3,06	4,13	7,26	2.67	4,34
44	3,48	5,96	2,51	4,02	2,86	4,72	2,13	3,26	4,44	7,88	2,84	4,68
46	3,71	6.42	2,65	4,30	3,02	5,04	2,24	3,48	4,76	8,52	3,01	5,02
48	3,95	6,90	2,80	4,60	3,21	5,42	2,35	3,70	5,09	9,18	3,19	5,38
50	4,20	7,40	2,95	4,90	3,40	5,80	2,46	3,92	5,44	9,88	3,37	5,74
55	4,87	8,74	3,36	5,72	3,90	6,80	2,77	4,54	6,37	11,74	3,87	6,74
60	5,61	10,22	3,81	6,62	4.46	7,92	3,11	5,22	7,39	13,78	4,42	7,84
65	6,41	11,82	4,30	7,60	5,06	9,12	3,47	5 94	8,50	16,00	5,01	9,02
70	7,27	13,54	4,83	8,66	5,70	10,40	3,87	6,74	9,70	18,40	5,65	10,30
75	8,20	15,40	5,39	9,78	6,40	11,80	4,29	7,58	11,0	21,0	6,34	11,68
80	9,16	17,32	5,99	10,98	7,14	13,28	4,75	8,50	12,4	23,8	7,07	13,14
90	11,40	21,80	7,32	13,64	8,76	16,52	5,74	10,48	15,4	29,8	8,69	16,38
100	13,80	26,80	8,80	16,60	10,60	20,20	6,85	12,70	18,7	36,4	10,49	19,98

Zur Berechnung der Tragfähigkeit runder, voller und hohler Säulen dient auch die Tab. 2, S. 582, welche die Werthe von J und F für Säulen von 10 — 25 cm Durchmesser enthält.

3. Vereinfachung der Rankine'schen Formel nach Asimont. Asimont*) setzt: $P = F_1 D$, wo F_1 die bei gleichem P der reinen Druckfestigkeit D entsprechende Quersch.-Fläche ist.

Setzt man den Nenner in (73) $= \beta$, so folgt: $\beta = \frac{F}{F_1}$.

Sind die Profile F und F_1 einander ähnlich, so verhalten sich die Flächen wie die Quadrate der zugehörigen Trägheits-Radien: $\frac{F}{F_1} = \frac{r^2}{r_1^2}$. Man setze ferner $r_1^2 = C F_1$, wo C eine für alle ähnlichen Profile konstante Zahl ist. Es ist dann: $C F_1 = \frac{J_1}{F_1}$, also $C = \frac{J_1}{F_1^2}$.

*) Zeitschr. des bayer. Archit.- u. Ingen.-Vereins 1876 — 77, S. 120.

Für β folgt durch Einsetzen obiger Werthe: $\beta = 0{,}5 + \sqrt{\frac{a\,l^2}{C F_1} + 0{,}25}$. (74)

Die Werthe von C für verschiedene Querschn.-Formen sind aus der folgenden Tabelle 4 zu entnehmen:

Tabelle 4.

	Quadrat	Kreis	Ringförm. Querschn. d Breite, δ Wanddicke				Kreuzförm. Querschn. h Höhe, δ Stärke der Rippen			
			$\delta=\frac{d}{10}$	$\delta=\frac{d}{20}$	$\delta=\frac{d}{30}$	$\delta=\frac{d}{40}$	$\delta=\frac{h}{5}$	$\delta=\frac{h}{10}$	$\delta=\frac{h}{15}$	$\delta=\frac{h}{20}$
$C=$	0,083	0,080	0,363	0,758	1,156	1,552	0,133	0,233	0,336	0,440

ζ. Neuere Formeln für die Knickfestigkeit.

Die theoretische entwickelte Formel (72) giebt keinen Aufschluss über die Spannungen im Stabe; man erhält dafür unbestimmte Werthe. Daraus ist zu schliessen, dass, wenn bei den gegebenen Verhältnissen Gleichgew. überhaupt möglich ist, dasselbe bei jedem Werthe der Ausbiegung (δ) stattfinden kann. Man hat also keine Sicherheit dagegen, dass die Biegung und die zugehörigen Spannungen anwachsen, so weit, dass sie den Bruch des Stabes durch Zerknicken herbei führen.

Die praktische Formel von Rankine ist bis jetzt die gebräuchlichste. Aber auch sie hat Mängel. Die Querschn.-Form, von welcher die Grösse des Koeffiz. α, wie die Versuche ergeben, wesentlich mit abhängt, ist zu wenig berücksichtigt, die Einführung des kleinsten Trägh.-Radius zu unmotivirt und der Koeffiz. α zu ungenau, weil er aus Versuchen hergenommen ist, welche bis zum Bruche fortgesetzt wurden, obgleich das Elastizit.-Gesetz, auf welches sich die Herleitung der Formel stützt, über die Elastizit.-Grenze hinaus keine Gültigkeit hat

Aus der allgem. Gleichg. für die Maximal-Faserspannung: $N = \frac{M}{F\mathfrak{k}} = \frac{P}{F}\left(1 + \frac{e}{\mathfrak{k}}\right)$ folgt direkt, wenn man auch bei zentrischer Belastung stets eine gewisse unvermeidliche Exzentrizität p voraus setzt: $N = \frac{P}{F}\left(1 + \frac{\delta + p}{\mathfrak{k}}\right)$.*)

Der Abstand e der Resultante von dem Schwerp. des fraglichen Querschn. wird hier $= \delta + p$, d. h. = Durchbiegung + Exzentrizität; $\mathfrak{k}$ ist die Kernweite. N wird ein absolutes Maximum für denjen. Querschn., dessen Schwerp. am meisten von der Belastungs-Vertikalen abweicht und für den kleinsten Werth $\mathfrak{k}_0$ der Kernweite, deren Lage (nach S. 598) der gefährlichsten Lage der Kraftebene für den Querschn. entspricht. $N_{max.} = \frac{P}{F}\left(1 + \frac{\delta + p_0}{\mathfrak{k}_0}\right)$. Hier ist p_0 die in der ungünstigsten Lage der Kraftebene gemessene Exzentrizität.

Als günstigste Querschn.-Form für Knickfestigkeit ergiebt sich danach diejen., bei welcher das Verhältniss $\frac{F}{\mathfrak{k}_0}$ möglichst gross ist.

Lang**) giebt vorstehende Gleichg. für N in der Form:

$$N_{max.} = \frac{P}{F}\left[1 + \lambda \frac{P}{F}\left(\frac{l}{\mathfrak{k}_0}\right)^2\right] \tag{75}$$

um dieselbe direkt für die Bestimmung der Knickfestigkeit verwerthen zu können. Erfahrungskoeffiz. $\lambda = \frac{\alpha}{E}$; E Elastizit.-Koeffiz.

Es folgt demnach: $\delta + p_0 = \frac{\alpha}{E}\frac{P}{F}\left(\frac{l}{\mathfrak{k}_0}\right)^2$. Der Koeffiz. α bleibt aus Elastizit.-Versuchen, bei denen es auf die Ermittelung der Durchbiegung δ ankommt, zu bestimmen. p_0 ist unfreiwillig und unmessbar, kann aber ohne merklichen Fehler vernachlässigt werden. Aus verschiedenen Versuchen hat Lang folgende durchschnittl. Werthe von λ berechnet.

*) Diese Gleich. wurde in ähnlicher Form schon 1876 vom Professor W. Ritter (Civ.-Ingen. Bd. 22. S. 309) aufgestellt und dann von Asimont (Zeitschr. f. Bauk. 1880. S. 30) entwickelt.
**) Rigaer Industrie Zeitg. 1883 No. 23 u. 1884 No. 22.

Tabelle 5.

	Werthe von $\lambda = \frac{10000000\,\alpha}{E}$ für Stäbe mit		
	flachen Enden	runden Enden	einem runden und einem flachen Ende
Gusseisen	0,25	0,50	0,375
Schmiedeisen . . .	0,10	0,20	0,15
Stahl	0,05	0,10	0,07
Holz	1,00	2,00	1,50

P und N sind in ^{t}, F und $\mathfrak{f}_0$ in ^{cm}, l in ^{m} einzusetzen.

Die Werthe von $\mathfrak{f}_0$ sind nach den S. 599 gegebenen Regeln leicht aus der Kernfigur zu ermitteln.

η. Grenze zwischen Druck- und Knickfestigkeit.

Die zulässige Belastung eines Stabes von konstantem Querschn., der an beiden Enden frei geführt wird, auf reinen Druck ist = der zulässigen Belastung auf Knicken, wenn: $kF = \frac{\pi^2 E J}{s\,l^2}$ ist, oder $l = r\pi \sqrt{\frac{E}{D}}$ (76)

k zulässige Inanspruchnahme auf Druck; s Sicherheitsgrad gegen Knicken, $D = sk$ die Druckfestigk. des Stabmaterials, wenn für reinen Druck und Knicken der gleiche Sicherheitsgrad gerechnet wird, $r = \sqrt{\frac{J}{F}}$. Bei grössern Längen kommt nur die Knickfestigk., bei kleinern Längen dagegen nur die Druckfestigk. in Frage.

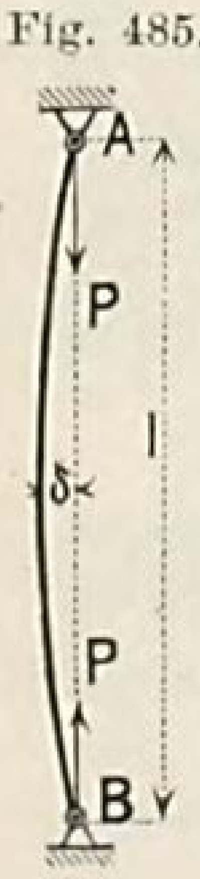
Tabelle 6.

Stabmaterial	E ^{t} pro ^{qcm}	D ^{t} pro ^{qcm}	$\left(\frac{l}{r}\right)$
Holz	100	0,45	47
Schmiedeisen	2000	3,00	81
Stahl	2500	6,00	64
Gusseisen	1000	5,00	44
Feste Steine	400	0,80	70
Mittelfeste Steine . .	250	0,40	71
Feste Ziegel	150	0,20	96

ϑ. Knicken eines Stabes in Folge Temperatur-Erhöhung.*)

Beispiel. Fig. 485. Ein Stab erleide einen Axialdruck P und seine Enden A und B seien in festen Gelenken drehbar, so dass die Axe bei der Biegung in A und B belieb. kleine Winkel mit der Geraden AB einschliessen kann, die Entfernung AB aber unveränderlich bleibt. — Bei einer gewissen Temperat. ist der Stab spannungslos, bei allmähliger Erwärmung über diese Temperat. hinaus erleidet er einen gleichförmigen Druck $= E\alpha t$ pro Flächeneinh. des Querschn. F, unter E den Elastizit.-Koeffiz., unter α den linearen Ausdehnungs-Koeffiz. und unter t die Temperat.-Zunahme verstanden. Wächst t über eine gewisse Grenze hinaus, so tritt eine Biegung δ des Stabes ein, welche aus (65) der allgem. Gleichg. der elast. Linie (für $p = 0$); $y = \delta\,(1 - \cos a x)$ zu bestimmen ist

Fig. 485.



Aus $\frac{dy}{dx} = a\delta \sin a x$ und $ds = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ folgt annähernd: $ds = 1 + \frac{1}{2}\,a^2\,\delta^2 \sin^2 a x$.

Die zu einer Wellenlänge gehörige Abszisse x ist allgemein $= \frac{2\pi}{a}$. Daher ist die Bogenlänge s einer Welle: $s = \frac{2\pi}{a} + \frac{1}{2}\,a\delta^2 \int_{ax=0}^{ax=2\pi} \sin^2 a x\, d\,a x = \frac{2\pi}{a}\left(1 + \frac{a^2\,\delta^2}{4}\right)$.

Die Verlängerung der Mittellinie durch die Biegung hat daher für jedes Wellenstück der Länge $x = \frac{2\pi}{a}$ die Grösse $\frac{2\pi}{a}\left(\frac{a^2\,\delta^2}{4}\right)$. Also ist die relative Längenänderung $= \frac{a^2\,\delta^2}{4}$. Dieselbe wird durch den Ueberschuss der durch Erwärmung verursachten Ausdehnung über die durch den Druck P bewirkte Zusammendrückung hervor gerufen; es ist also nach dem Elastizit.-Gesetz: $\frac{1}{4}\,a^2\,\delta^2 = \alpha t - \frac{P}{EF}$. Daraus folgt: $\delta = \frac{2}{a}\sqrt{\alpha t - a^2\,r^2}$. — $r^2 = \frac{J}{F}$.

Im speziellen Falle wird (nach S. 600) die Wellenlänge $\lambda = 2l$ und $l = \frac{\pi}{a}$. Demnach ist die grösste Durchbiegung in der Mitte: $\delta = \frac{2\pi}{l}\sqrt{\alpha t - \left(\frac{\pi r}{l}\right)^2}$. Die grösste Biegungs-

*) Nach Grashof.

spannung k also: $k = P\delta \frac{e}{J} + \frac{P}{F}$. Diejenige Temperat.-Erhöhung t_1, bei welcher die Biegung beginnt, folgt aus $\delta = 0$: $t_1 = \frac{\pi^2 r^2}{\alpha l^2}$. Ist k_1 die grösste Druckspannung bei beginnender Biegung des Stabes, so ist: $k_1 = E\alpha t_1$. Endlich ergiebt sich aus Vorstehendem: $\frac{k - k_1}{k_1} = 2 \frac{l}{r} \sqrt{\frac{t - t_1}{t_1}}$.

Für $k = m k_1$ erhält man die erforderliche Temperat.-Erhöhung: $t - t_1 = \left(\frac{(m-1) r}{2l}\right)^2 t_1$.

Ein runder schmiedeiserner Stab, vom Halbm. ϱ, mit $l = 100\,\varrho$, anfangs spannungslos, beginnt sich zu biegen, wenn er um: $t_1 = \frac{\pi^2 \left(\frac{\varrho}{2}\right)^2}{0{,}0000118\, l^2} = \frac{\pi^2}{4 \,.\, 0{,}0000118 \,.\, 100^2} = 20{,}9^0$ erwärmt wird. $\alpha = 0{,}0000118$; $\varrho = e$. Seine grösste Druckspannung k_1 ist $= E\alpha t_1 = 0{,}493^{\,t}$ pro ^{qcm} für $E = 2000^{\,t}$. Zu einer Verdoppelung dieser Spannung bedarf es also nur einer Temperat.-Erhöhung

$$t - t_1 = \left(\frac{\left(\frac{\varrho}{2}\right)^2}{2\varrho}\right) t_1 = \frac{20{,}9}{16} = 1{,}3^0.$$

ι. Weitere Beispiele zur Knickfestigkeit.

1. Eine gusseiserne 4 m hohe, am untern Ende fest mit dem Fundament verbundene Hohlsäule, am obern Ende frei — aber in der Axe geführt — soll bei 5facher Sicherheit gegen Knicken eine Last von 50 t tragen und dabei die Beanspruchung auf Druck 0,5 t pro qcm nicht überschritten werden. Welche Dimensionen muss sie erhalten? Nach Tab. 1 S. 600 ist für $s = 5$ und $n = 2$ erforderlich: $J = 4 \,.\, 4^2 \,.\, 50 = 3200$; $F_{\text{min.}} = \frac{50}{0{,}5} = 100$ qcm.

Nach Tab. 2, S. 582 wäre demnach zu wählen eine Säule von 18 cm Durchm. und 20 mm Wandstärke mit $J = 3267$ und $F = 100{,}53$.

2. Dasselbe Beispiel nach der prakt. Formel von Rankine behandelt. Nimmt man vorläufig die Wandstärke $\delta = \frac{1}{10}$ des Durchm. d an, so ergiebt sich: $F = 0{,}2827\, d^2$; $J = 0{,}02898\, d^4$; $r^2 = \frac{J}{F} = 0{,}1025\, d^2$. Also nach (73): $50 = \frac{0{,}5 \,.\, 0{,}2827\, d^2}{1 + 0{,}00016 \frac{400^2}{0{,}1025\, d^2}}$, wonach: $d^4 - 354 d^2 = 88276$ und $d = 22{,}8$ cm.

3. Dasselbe Beispiel nach dem Verfahren von Asimont behandelt. $F_1 = \frac{50}{0{,}5} = 100$ qcm und nach Tab. 4 (S. 603): $C = 0{,}363$.

Also nach (74): $\beta = 0{,}5 + \sqrt{\frac{0{,}00016 \,.\, 400 \,.\, 400}{0{,}363 \,.\, 100} + 0{,}25} = 1{,}475$; demnach: $F = 1{,}475 \,.\, 100 = 147{,}5$ qcm.

Daraus folgt: $d = \sqrt{\frac{147{,}5}{0{,}2827}} = 22{,}8$ cm.

4. Dasselbe Beispiel nach der Formel (75) von Lang behandelt, ergiebt für $d = 20$ cm und $\delta = 2$ cm (nach S. 599): $\mathfrak{k}_0 = \frac{10^2 + 8^2}{4 \,.\, 10} = 4$ cm. Ferner: $F = 0{,}2827\, d^2 = 113$ qcm.

$$\text{Also: } N_{\text{max.}} = \frac{50}{113}\left(1 + 0{,}25 \frac{50}{113} \frac{4^2}{4^2}\right) = 0{,}582^{\,t} = 582^{\,kg} \text{ p. } ^{qcm}.$$

5. Ein 3 m langer schmiedeiserner Stab von kreuzförm. Querschn., an beiden Enden frei und in der Axe geführt, soll einen Druck von 30 t aufnehmen. Welche Dimensionen muss er erhalten, wenn die Inanspruchnahme 1 t pro qcm nicht überschreiten soll und die Rippenstärke $\delta = \frac{1}{10}$ der Rippenhöhe h gewählt wird? Man findet: $F = 0{,}19\, h^2$; $J = 0{,}0084\, h^4$; $r^2 = 0{,}0442\, h^2$, und für $\alpha = 0{,}0008$ nach Asimont: $F_1 = \frac{30}{1} = 30$ qcm, nach Tab. 4 (S. 603): $C = 0{,}233$, also nach (74): $\beta = 0{,}5 + \sqrt{\frac{0{,}00008 \,.\, 300 \,.\, 300}{0{,}233 \,.\, 30} + 0{,}25} = 1{,}28$; demnach: $F = 1{,}28 \,.\, 30 = 38{,}4$ qcm und $h = \sqrt{\frac{38{,}4}{0{,}19}} = 14{,}2$ cm.

6. Dasselbe Beispiel nach Lang behandelt. Da für die Kreuzform (nach S. 599) hier: $\mathfrak{k}_0 = \frac{h}{11} = \frac{14{,}2}{11} = 1{,}3$ cm gesetzt werden kann, so folgt nach (75):

$$N_{\text{max.}} = \frac{30}{38{,}4}\left(1 + 0{,}10 \frac{30}{38{,}4} \frac{3^2}{1{,}3^2}\right) = 1{,}106^{\,t} \text{ oder } 1106^{\,kg} \text{ pro } ^{qcm}.$$

Nach der Lang'schen Formel müsste demnach ein etwas grösserer Querschn. gewählt werden.

ϰ. Gleichzeitiges Vorkommen von Normal- und Torsions-Elastizität.

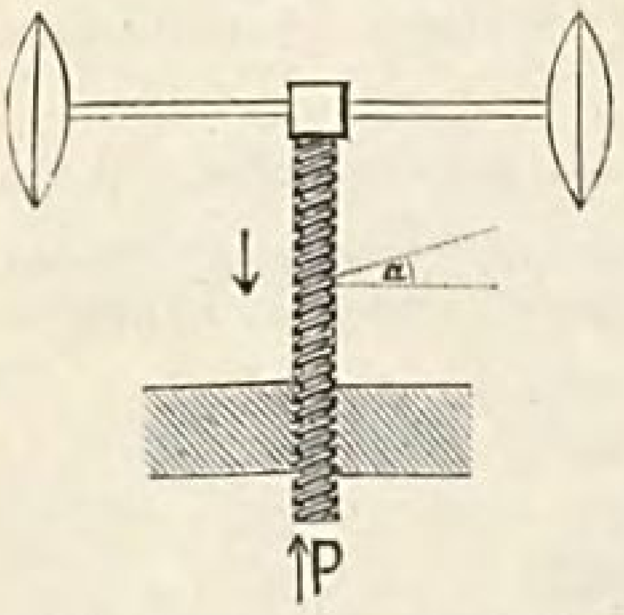
Ist P die Axialkraft, S die Maximal-Schubspannung in Folge der Torsion, so ist z. B. für den Kreisquerschn. vom Halbm. r: $N = \frac{P}{r^2 \pi}$ und $S = \frac{2M}{r^3 \pi}$ (nach S. 561).

Die ideale Hauptspannung $\mathfrak{H}$ darf die zulässige Inanspruchnahme k nicht überschreiten. Demnach folgt aus Gleichg. (30), S. 568:

$$k = \frac{P}{r^2 \pi} \left[\frac{m-1}{2m} \pm \frac{m+1}{2m} \sqrt{1 + \left(\frac{4M}{Pr} \right)^2} \right] \qquad (77)$$

Beispiel. Berechnung der Inanspruchnahme einer Pressschraube, Fig. 486, welche einen Druck P ausüben soll und zu dem Zwecke am obern Ende durch ein Moment M gedreht wird.

Fig. 486.



Bezeichnen r_1, r und r_2 bezw. den äussern, mittlern und innern Schraubenhalbm., und nimmt man $m = \frac{10}{3}$, so geht (77), weil für r jetzt r_2 zu setzen ist über in:

$$k = \frac{P}{r_2^2 \pi} \left[0{,}35 + 0{,}65 \sqrt{1 + 16 \left(\frac{r}{r_2} \right)^2 \left(\frac{M}{Pr} \right)^2} \right].$$

Zieht man die Reibung zwischen der Schraube und der Pressplatte u. s. w. mit in Rechnung und reduzirt sie auf den Halbm. r_2, so erhält man für flachgängiges Gewinde (nach S. 522) als Gleichgew.-Bedingung: $M = Pr \tang (\alpha + \varphi) + \frac{2}{3} \mu P r_2$.

α Steigungs-, φ Reibungs-Winkel für Schraube und Mutter ($\tang \varphi = f$); μ Reibungs-Koeffiz. für Schraube und Platte. Für $f = \mu = 0{,}1$ und $r_2 : r : r_1 = 6 : 7 : 8$ folgt: $\frac{M}{Pr} = 0{,}250$; $k = 1{,}35 \frac{P}{r_2^2 \pi}$ und für den äussern Durchm. d_1 der Schraube: $d = 1{,}75 \sqrt{\frac{P}{k}}$.

λ. Gleichzeitiges Vorkommen von Biegungs- u. Torsions-Elastizität.

Dieser Fall tritt ein, wenn die transversalen Kräfte (oder einige davon) windschief gegen die Stabaxe gerichtet sind. Es entsteht dann für einen belieb. Querschnitt ein Biegungsmoment M_1, welches eine Maximal-Faserspannung N und zugleich ein Torsionsmoment M_2, welches eine Maximal-Schubspannung S erzeugt.

Für kreisförm. Querschn., bei denen die betr. Maximal-Spannungen in der Peripherie stattfinden, ergiebt sich darnach aus: $N = \frac{4 M_1}{r^3 \pi}$ und $S = \frac{2 M_2}{r^3 \pi}$ nach (30) die ideale Hauptspannung $\mathfrak{H}$:

$$\mathfrak{H} = \frac{4}{r^3 \pi} \left[\frac{m-1}{2m} M_1 + \frac{m+1}{2m} \sqrt{M_1^2 + M_2^2} \right].$$

Wenn z. B. bei grösserer Länge einer Transmissions-Welle die Umfangskräfte von Schwungrädern u. s. w. nicht so klein sind, oder nicht so nahe den Lagern angreifen, dass ihre biegende Wirkung gegen die verdrehende vernachlässigt werden darf, würde vorstehende Gleichg. für $\mathfrak{H}$ zur Anwendung kommen, um daraus den Wellendurchmesser zu berechnen. —

i. Normal- und Biegungs-Elastizität einfach gekrümmter Stäbe.

Eine Inanspruchnahme auf reine Normal-Elastizit. tritt nur dann ein, wenn die Resultanten der auf die einzelnen Stabscheiben wirkenden äussern Kräfte auf dem Querschn. senkrecht stehen und dabei die Stabaxe überall tangiren. Dies wird nur der Fall sein, wenn zwischen der Form der Stabaxe und der Grösse und Lage der äussern Kräfte eine gewisse Beziehung existirt.

Schlaffe fadenförmige Stäbe, wie Seile oder Ketten nehmen die erforderliche Form — die Seilkurve oder Kettenlinie — von selber an. Diese Form ist eine Stützlinie (S. 557), welche also bei allen nur auf Normal-Elastizit. beanspruchten Stäben mit der Mittellinie derselben (oder der Stabaxe) zusammen fällt.

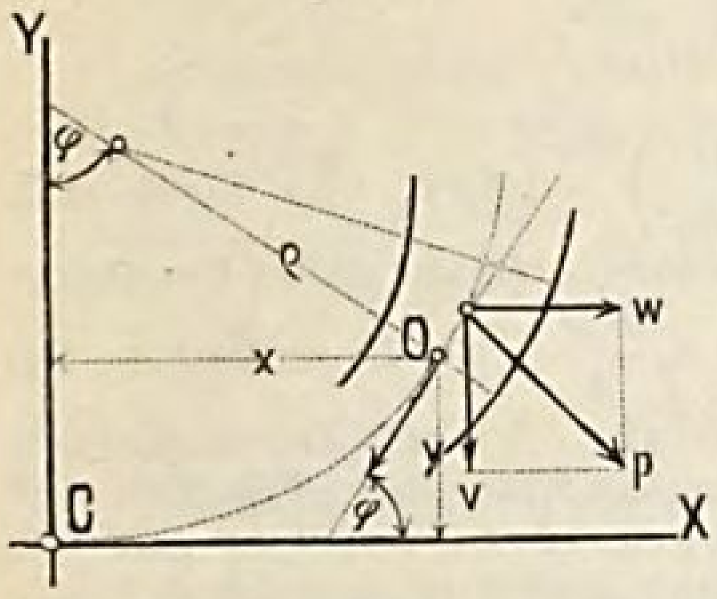
Genau genommen müsste dazu der Stab nur eine materielle Linie sein; denn sobald die auf ihn wirkenden Kräfte nicht genau in den Schwerp. der Querschn. angreifen, entstehen Schubspannungen. Praktisch kann man jedoch die Schubspannungen des Querschn. ohne merklichen Fehler vernachlässigen, um so eher, je kleiner die Querschn.-Dimensionen im Vergleich zur Länge des Stabes sind. Dies gilt auch für die meisten Fälle der Biegungs-Elastizit., welche nach Vorstehendem eintritt, sobald die Stützlinie nicht mit der Stabaxe zusammen fällt.

α. Normal-Elastizität.

Wie man zu einer gegebenen belieb. stetigen Belastung die Seilkurve konstruirt, ist S. 508 gezeigt worden. Hier handelt es sich um die analyt. Beziehungen zwischen der Form der Stabaxe und der Belastungart.

1. Voraus gesetzt wird, dass die Kraftebene — in welcher die Resultanten der auf die einzelnen Scheiben wirkende Kräfte liegen — mit der Krümmungs-Ebene, d. i. der Ebene des einfach gekrümmten Stabes (XY-Ebene, Fig. 487) zusammen fällt.

Fig. 487.



x, y seien die Koordin. eines belieb. Punktes O der Stabaxe. ρ der Krümmungs-Halbm. der Stabaxe in O; φ der Winkel, den dieser Halbmesser mit der Y-Axe oder die Tangente in O mit der X-Axe einschliesst. Auf das belieb. Stabstück CO, dessen Axe in C die X-Axe berührt, wirke eine stetig vertheilte Last p pro Längeneinh. der Stabaxe und zwar unter einem belieb. Winkel geneigt. p zerlegt sich in die Lasten v und w pro Längeneinheit bezw. der X-Axe und Y-Axe.

Wenn dadurch in den Querschn. O und C bezw. die Axialkräfte P und H hervor gerufen werden, so ergeben die Bedingungen für das Gleichgew. des Stabstückes:

$$P\cos\varphi = H - \int_0^y w\,dy; \quad P\sin\varphi = \int_0^x v\,dx = V; \quad \text{daraus: } \frac{dx}{dy} = \operatorname{tang}\varphi = \frac{V}{H - W}$$

wenn V und W bezw. die gesammte auf CO wirkende Vertikal- und Horizontalkraft bezeichnen.

2. Besteht die Belastung nur aus Vertikalkräften, so folgt: $P\cos\varphi = H$ (78), d. h. die Horizontalspannung ist konstant. Ferner: $H\frac{d^2y}{dx^2} = q$ (79), wenn q die vertik. Belastung pro Längeneinh. der X-Axe ist.

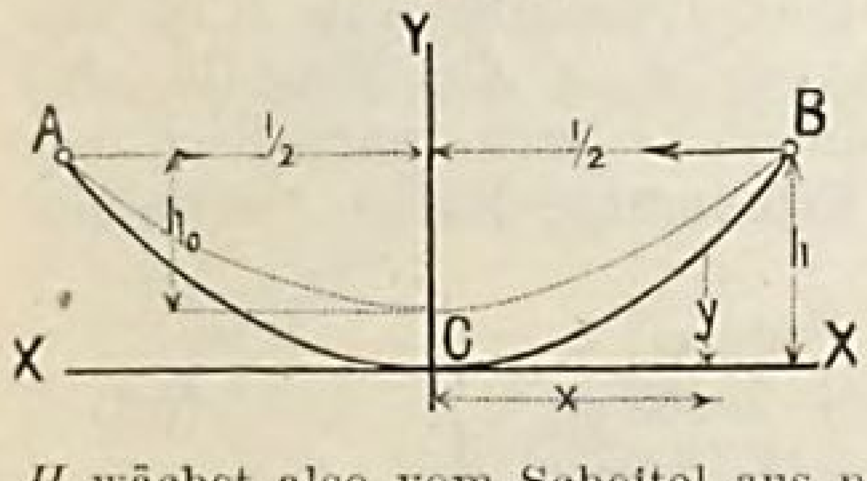
Setzt man angenähert: $\frac{1}{\rho} = \pm\frac{d^2y}{dx^2}$, so folgt für den Scheitel: $H = q_0\rho_0$ (80), wenn q_0 und ρ_0 bezw. Belastung und Krümmungs-Halbm. im Scheitel sind. Ferner: $P = q\rho\cos\varphi$.

Die Axialkraft P ist ein Zug oder ein Druck, je nachdem die Stabaxe nach oben zu **konkav** (◡) oder **konvex** (◠) gekrümmt ist, so dass ρ im 1. Falle positiv, im letztern Falle negativ einzuführen ist. Endlich ist: $\operatorname{tang}\varphi = \frac{dy}{dx} = \frac{V}{H}$.

3. Wenn die stetig vertheilte Last senkrecht auf die Stabaxe wirkt, so ist $a = \varphi$. Ferner $P = q\rho =$ konstant. Das Produkt aus der Last pro Längeneinh. der Stabaxe in den Krümmungshalbm. ist = der konstanten Axialkraft.

Beispiel 1; Fig. 488. Welche Form muss der Stab AB erhalten, wenn er bei gleichförm. über die Horizontal-Projektion vertheilter Belastung — also bei konstantem q — nur auf Normalfestigk. in Anspruch genommen werden soll? Die zweimalige Integration von $H\frac{d^2y}{dx^2} = q$ giebt die Gleichg. einer Parabel: $y = \frac{qx^2}{2H}$. Ist l die Bogensehne AB der Parabel, Fig. 488, und h der Pfeil (Stichhöhe) so folgt:

Fig. 488.



$$H = \frac{ql^2}{8h}; \quad P = H\sqrt{1 + \left(\frac{hx}{l^2}\right)^2} \tag{81}$$

H wächst also vom Scheitel aus nach den Auflagerpunkten A und B.

Beispiel 2. Mit welchem Pfeil h muss bei einer gewissen Temperat. ein Telegraphendraht an den Stangen A und B aufgehängt werden, damit die Axialspannung desselben bei der stärksten möglichen Verminderung der Temperatur das zulässige Maass nicht überschreitet?*)

Weil der Durchhang nur flach ist, kann man das Gewicht des Stückes CO, Fig. 487, ohne in Betracht kommenden Fehler dem Gewicht eines seiner Horizontal-Projektion x an Länge gleich kommenden Stückes gleich setzen und daher den Bogen als Parabel annehmen. Die zur Pfeilhöhe h gehörige halbe Bogenlänge der Parabel ist annähernd: $s = l\left(1 + \frac{8}{3}\frac{h^2}{l^2}\right)$. Diese Bogenlänge wird bei Anlage der Leitung und bei einer Temperatur hergestellt, die um t^0 höher, als die niedrigste zu erwartende Winter-Temperatur ist.

Ist nun H_0 die höchste zulässige Scheitelspannung, entsprechend der Pfeilhöhe $h_0 = \frac{ql^2}{8H_0}$

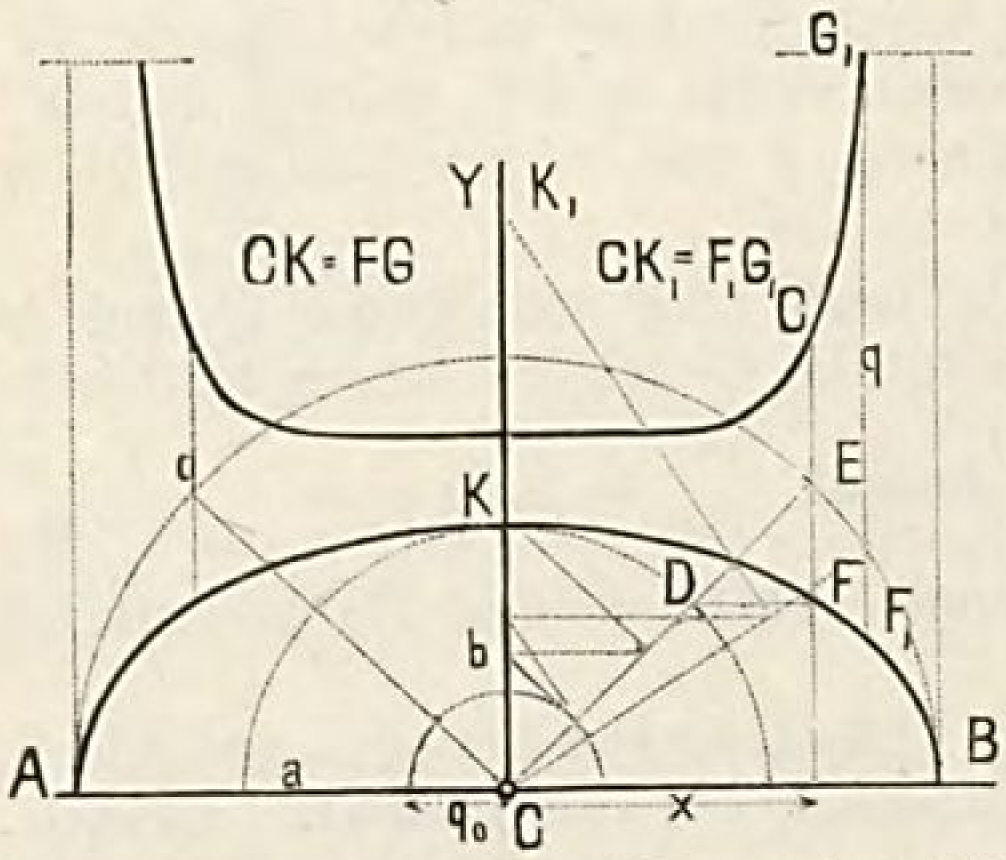
*) Nach Grashof.

und der Maximalspannung $S = \sqrt{H_0^2 + \left(\frac{q l}{2}\right)^2}$ bei A und B, die nur wenig grösser ist als H_0; ist ferner α der Längenausdehnungs-Koeffiz. des Drahtes, t die Temperat.-Abnahme in Graden, welche erforderlich ist, um die Pfeilhöhe h auf h_0 zu reduziren, so folgt:

$$l\left(1 + \frac{8}{3}\frac{h^2}{l^2}\right) = l\left(1 + \frac{8}{3}\frac{h_0{}^2}{l^2}\right)(1 + \alpha t).$$

Daraus ergiebt sich angenähert: $h = \sqrt{h_0^2 + \frac{3 \alpha t l^2}{8}} = \frac{l}{2}\sqrt{\left(\frac{q l}{8 H_0}\right)^2 + 1{,}5\, \alpha t}$. Es lässt sich hiernach eine Tabelle zusammen gehöriger Werthe von t und h berechnen. H_0 ist dabei bestimmt durch die Gleichg.: $H_0 = k \frac{\delta^2 \pi}{4}$; — k zulässige Inanspruchnahme für den Draht, δ Draht-Durchmesser.

Fig. 489.



Beispiel 3. Wie muss ein Stab AB, Fig. 489, mit elliptischer Axe belastet werden, damit er nur auf Normalfestigkeit in Anspruch genommen wird.

Schlägt man von C aus mit den Halbaxen a und b der Ellipse Kreise, zieht einen belieb. Halbm., welcher die Kreise in D und E schneidet, so liegt der Punkt F der Ellipse im Schnitt der Parallelen zu den Halbaxen durch D und E. Ist $\angle\, DCY = \varphi$, so folgt: $x = a \sin \varphi$; $y = b \cos \varphi$. Diese Werthe von x und y in (79) eingesetzt, geben: $q = \frac{H b}{a^2 \cos^2 \varphi}$.

Ist die Stabaxe ein Kreis vom Radius r, so wird: $q = \frac{H}{r \cos^3 \varphi}$. Weil $H = r q_0$ folgt: $q = q_0 \sec^3 \varphi$.

Hiernach ist die Belastungskurve für q zu konstruiren, wie in Fig. 489 angedeutet ist.

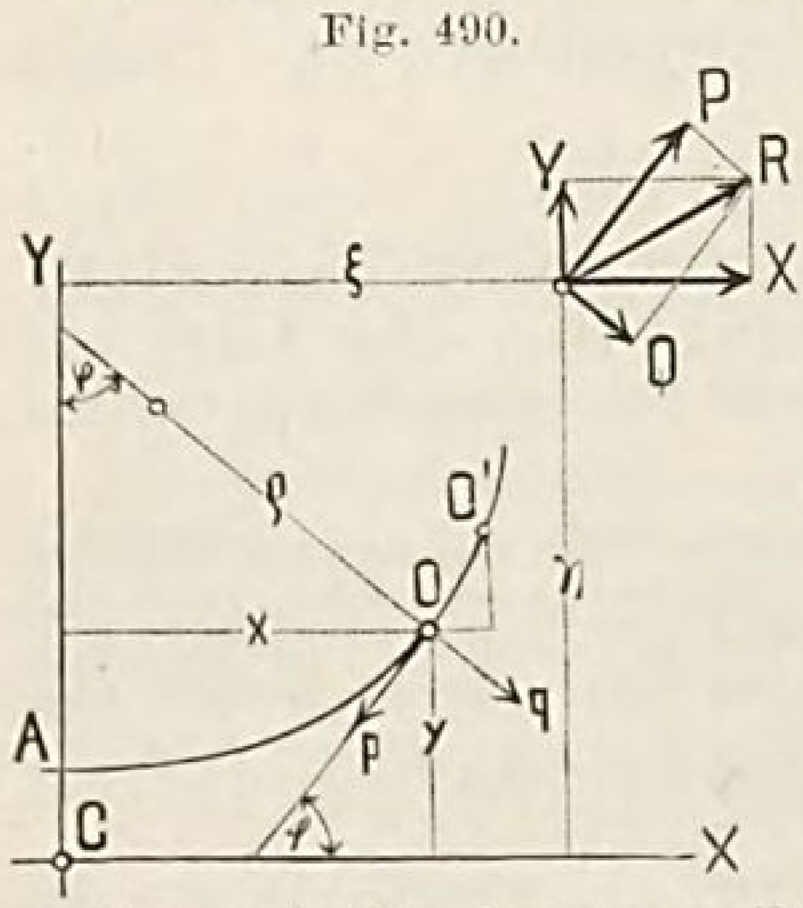
Die Axialkraft ist für die Ellipse: $P = \frac{H \sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}{a \cos \varphi}$; für den Kreis $P = H \sec \varphi$.

3. Ueber Anwendung der Seilkurven und Kettenlinien vergl. den Abschn. „Statik der Baukonstruktionen".

β. Biegungs-Elastizität im allgemeinen.

1. Bezeichnungen und Voraussetzungen bleiben dieselben, wie unter α. Weiter werde angenommen, dass die Krümmungsebene eine Symmetrie-Ebene des Stabes sei.

Fig. 490.



Es bezeichne ferner, Fig. 490, s die Länge der Stabaxe von irgend einem Punkte derselben an gerechnet; R die Resultante der äussern Kräfte, welche auf das durch O abgetrennte Stabstück OC wirken: P, Q die bezw. in der Richtung der Tangente und des Krümmungs-Halbm. in O wirkenden Seitenkräfte von R (Axialkraft u. Transversalkraft); M das stat. Moment von R (Biegungsmom.) in Bezug auf die durch O gehende Biegungsaxe (d. i. die Normale zur Kraftebene); X, Y die Seitenkräfte von R in der Richtung der Koordin.-Axen; ξ, η die Koordin. des Angriffsp. von R; p, q die in O bezw. nach Richtung der Tangente und des Krümmungs-Halbm. wirkende stetig vertheilte Last pro Längeneinh. der Stabaxe.

Das Gleichgew. des Stabstückes OC bedingt das Bestehen der Gleichgn.:

$$\left.\begin{aligned} P &= X \cos \varphi + Y \sin \varphi; \\ Q &= -X \sin \varphi + Y \cos \varphi; \\ M &= X(\eta - y) - Y(\xi - x). \end{aligned}\right\} \qquad (82)$$

Verschiebt man O nach O_1 ($OO_1 = ds$), so ist hiernach die Aenderung von P, Q und M gegeben. Die Verbindung der gefundenen Ausdrücke von dP, dQ und dM mit (82) giebt:

$$\frac{dP}{ds} = \frac{Q}{r} - p; \quad \frac{dQ}{ds} = -\frac{P}{r} - q; \quad \frac{dM}{ds} = Q. \qquad (83)$$

Ausserdem gelten hier die für gerade Stäbe entwickelten Gleichgn. (9) und (10):

$$P = \int N\, df; \quad Q = \int T\, df; \quad M = \int N v\, df. \qquad (84)$$

γ. Faserspannung (N).

1. Es sei: ds_v die Länge einer belieb. Faser im Abstande v von der Stabaxe zwischen zwei Nachbarquerschn. vor der Formänderung und $\triangle ds_v$ die Längenänderung der Faser.

Dann erhält man, unter der für gerade Stäbe S. 563 gemachten Voraussetzung bezüglich der Aenderung des Abstandes zweier Nachbarquerschn. für die Länge $ds_v + \triangle ds_v$ der belieb. Faser nach der Formänderung:

$$ds_v + \triangle ds_v = ds + \triangle ds + v\,(d\varphi + \triangle d\varphi).$$

Darin ist die geringe Aenderung von v vernachlässigt. Die relative Längenänderung der Faser ist:

$$\frac{\triangle ds_v}{ds_v} = \left(\frac{\triangle ds}{ds} + v\,\frac{\triangle d\varphi}{ds}\right)\frac{\rho}{\rho + v} \quad (85), \text{ weil } \frac{d\varphi}{ds} = \frac{1}{\rho}. \text{ Daraus:}$$

$$N = E\left(\frac{\triangle ds}{ds} + v\,\frac{\triangle d\varphi}{ds}\right)\frac{\rho}{\rho + v}. \qquad (86)$$

Bringt man diesen Werth für N in Verbindung mit den Gleichgn (82) bis (84) und führt dabei folgende Abkürzungen ein: $P_0 = P + \frac{M}{\rho}$; $J_0 = \rho \int \frac{v^2\,df}{\rho + v}$, so resultirt:

$$\frac{\triangle ds}{ds} = \frac{P_0}{EF}; \ (87) \ \frac{\triangle d\varphi}{d\varphi} = \frac{1}{E}\left(\frac{P_0}{F} + \frac{M\rho}{J_0}\right); \ (88) \ N = \frac{P_0}{F} + \frac{M\rho}{J_0}\left(\frac{v}{\rho + v}\right) \ (89)$$

2. Genau genommen ist N hier nicht mehr in Beziehung auf v linear.

N wird $= 0$ für: $v = -\dfrac{P_0}{P_0 + \dfrac{MF\rho}{J_0}}$.

Ist $P = 0$, dann wird $N = 0$ für: $v = -\dfrac{J\rho}{J_0 + F\rho^2}$.

Die neutrale Axe (Nullaxe) geht also in diesem Falle nicht durch den Schwerp. J_0 kann in praktischen Fällen, wenn ρ im Vergleich zu v sehr gross ist, z. B. bei Bogenbrücken, $= \int v^2 df$ gesetzt werden. Dann erhält man für N denselben Ausdruck, der für die Faserspannung gerader Stäbe in (17) gefunden wurde.

Für Bogenbrücken kann man also genau genug nach den Formeln:

$$\frac{\triangle ds}{ds} = \frac{P}{EF}; \quad \frac{\triangle d\varphi}{d\varphi} = \frac{M\rho}{EJ}; \quad N = \frac{P}{F} + \frac{Mv}{J} \text{ rechnen.}$$

3. Setzt man (nach Grashof): $J_0 = F\rho^2\alpha$, so erhält man durch Reihen-Entwicklung für einen rechteckigen Querschn. der Höhe $2e$:

$$\alpha = \frac{e^2}{3\rho^2} + \frac{e^4}{5\rho^4} + \frac{e^6}{7\rho^6} + \qquad (90)$$

Für einen Kreisquerschn. mit dem Halbm. r:

$$\alpha = \frac{r^2}{4\rho^2} + \frac{r^4}{8\rho^4} + \frac{5r^6}{64\rho^6} + \qquad (91)$$

δ. Schubspannung (T).

Die Ausdrücke (4) und (23), welche für gerade Stäbe entwickelt wurden, können auch hier zur Anwendung kommen, wenn ρ im Vergleich zu den Querschn.-Abmessungen gross ist.

Fig. 491.

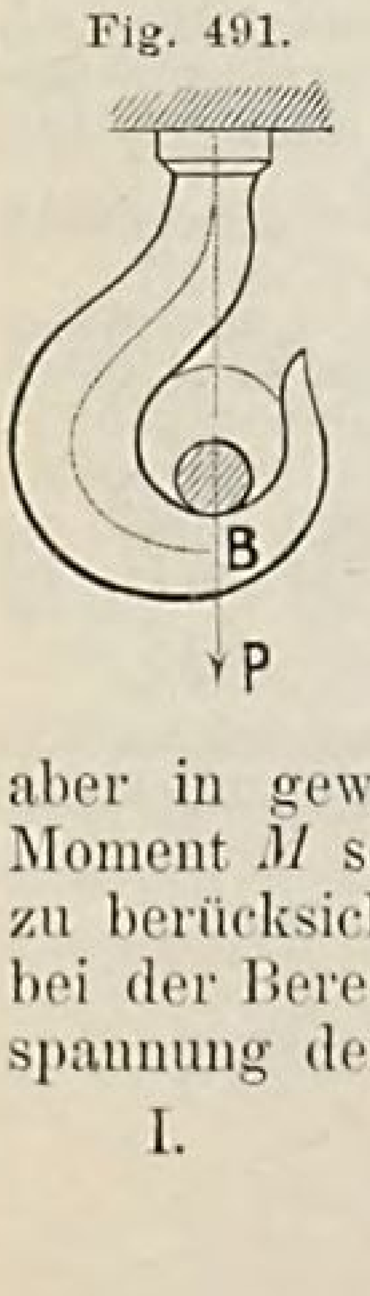
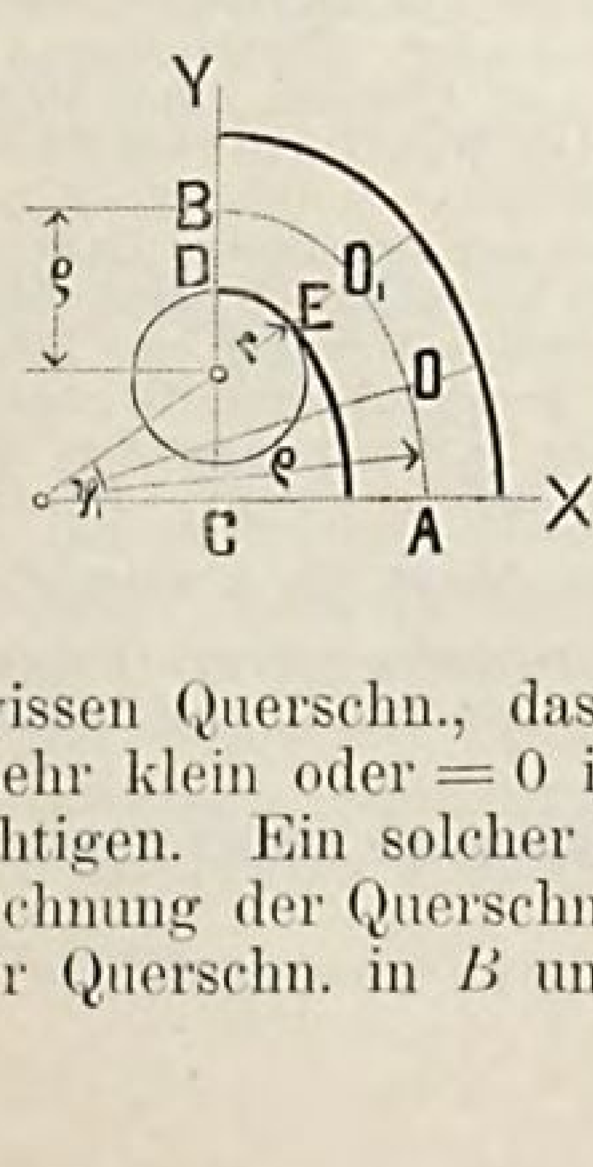


Fig. 492.



Bei Bogenträgern und andern Konstruktionen kann man T ganz ausser Acht lassen, sofern nicht etwa die Breite, d. i. die zur Krümmungs-Ebene senkrechte Querschn.-Abmessung, gegen die Biegungsaxe hin beträchtlich abnimmt.

Selbst bei krummen Stäben mit verhältnissmässig kleiner Länge der Mittellinie, wie z. B. bei Kettengliedern, wird die grösste Schubspannung viel kleiner, als die grösste Normalspannung, besonders wenn zugleich der Querschn. in der Biegungsaxe am breitesten ist. Wenn aber in gewissen Querschn., das die Normalspannungen vorzugsweise bedingende Moment M sehr klein oder $= 0$ ist, kann es nothwendig sein, die Schubspannungen zu berücksichtigen. Ein solcher Fall liegt beim Kettenhaken, Fig. 491, vor, wo bei der Berechnung der Querschn. als solche vom gleichen Widerstande die Schubspannung der Querschn. in B und dessen Nähe nicht vernachlässigt werden darf.

Beispiel 1. Festigkeit eines Kettengliedes*). 1. Von dem symmetr. Kettengliede braucht nur ein Ring-Quadrant in Betracht gezogen zu werden.

Die Axe des ovalen Kettengliedes, Fig. 492, ist aus zwei Kreisbögen mit den Halbm. ϱ und ϱ_1 zusammen gesetzt. Der konstante Querschn. des Gliedes ist ein Kreis vom Halbm. r. — $CA = a$ und $CB = b$ sind die Halbaxen der Ringfigur der Axe.

$\varrho_1 = 2r$ ist gewählt, damit je 2 auf einander folgende Kettenglieder sich in zwei sich rechtwinklig kreuzenden Kreisbögen berühren, wie Fig. 492 zeigt, wo DE einen solchen Kreisbogen vorstellt. Dadurch wird die Deformation der Stabaxe von B bis O_1 fast ganz verhindert, so dass das Eintreten einer Biegung nur in der Strecke AO_1 angenommen zu werden braucht. — Ist ferner das Verhältniss $\frac{\varrho}{r} = \beta$ gegeben, so folgt für den Bogen $= \varphi_1$, welcher zum Ringstück AO_1 gehört:

$$\varphi_1 = \text{arc tang}\left(\frac{b - \varrho_1}{\varrho - a}\right) = \text{arc tang}\left(\frac{\left(\frac{b}{r}\right) - 2}{\beta - \left(\frac{a}{r}\right)}\right) \quad (92)$$

Die Verhältnisse $\frac{b}{r}$ und $\frac{a}{r}$ sind in bestimmten Fällen gegeben, also auch φ_1.

2. Wird das Kettenglied in der Hauptaxe durch eine Kraft $= 2Q$ in Anspruch genommen, so kann man das Gleichgew. des Ring-Quadranten dadurch herstellen, dass man ihn bei B fest eingespannt und bei A die zum Querschn. senkrechte Axialkraft Q und ein Moment M_0 wirkend denkt.

Im belieb. Querschn. bei O wirken dann: $P = Q\cos\varphi$; $M = M_0 + Q\varrho\,(1 - \cos\varphi)$;

$$\text{daraus: } P + \frac{M}{\varrho} = \frac{M_0}{r} + Q = P_0.$$

Setzt man: $J_0 = F\varrho^2\alpha$, so folgt mit Bezug auf (89): $N = \frac{P_0}{F} + \frac{1}{\alpha F}(P_0 + Q\cos\varphi)\frac{v}{\varrho + v}$.

Die Unbekannte P_0 findet sich aus der Bedingung, dass der Querschn. O_1 seine Lage unverändert behält, d. h. dass: $\int\limits_0^{\varphi_1}\left(\frac{\triangle d\varphi}{d\varphi}\right)d\varphi = \frac{1}{EF}\int\limits_0^{\varphi_1}\left(P_0 + \frac{M}{\varrho\alpha}\right)d\varphi = 0$ sein muss.

$$\text{Das giebt: } P_0 = \frac{Q\sin\varphi_1}{(1+\alpha)\varphi_1} \text{ und: } N = \frac{Q}{F}\,\frac{\sin\varphi_1}{(1+\alpha)\varphi_1} + \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\sin\varphi_1}{(1+\alpha)\varphi_1} - \cos\varphi_1\right)\frac{v}{\varrho + v}.$$

3. Der grösste Werth von N findet für $v = r$ oder $v = -r$ in den Querschn. bei A oder bei O_1 für $\varphi = 0$ und $\varphi = \varphi_1$ statt. Z. B. berechnet sich für die gewöhnl. Verhältnisse $\frac{a}{r} = 2{,}5$; $\frac{b}{r} = 3{,}6$; $\frac{\varrho_1}{r} = 2$ und $\frac{\varrho}{r} = 4{,}8$ nach (90): $\alpha = 0{,}0111$ und nach (92): $\varphi_1 = 34^0\,50'$.

$$\text{Für } \varphi = 0 \text{ und } v = +r \text{ wird } N = -0{,}171\,\frac{Q}{F}.$$

$$\text{Für } \varphi = 0 \text{ und } v = -r \text{ wird } N = 2{,}608\,\frac{Q}{F}.$$

$$\text{Für } \varphi = 34^0\,50' \text{ und } v = +r \text{ wird } N = 2{,}615\,\frac{Q}{F}.$$

$$\text{Für } \varphi = 34^0\,50' \text{ und } v = -r \text{ wird } N = -1{,}643\,\frac{Q}{F}.$$

Also: $N_{\max.} = 2{,}615\,\frac{Q}{F}$. —

4. Die Tragkraft einer Kette kann durch Aussteifung der Kettenglieder Fig. 493, wesentlich vergrössert werden. Mit Rücksicht auf die Dicke des eingefügten Stegs ist dabei das Verhältniss $\frac{b}{r}$ grösser zu wählen, als ohne Aussteifung. Die theoret. Behandlung der vorliegenden Aufgabe kann man sich in der Praxis ersparen, weil, wie Versuche beweisen, bei den üblichen Verhältnissen die Tragkraft eines Kettengliedes nur wenig kleiner ist, als diejenige eines geraden Stabes vom Querschn. $= 2F$. (Vergl. die Angaben über Festigkeit von Ketten weiterhin).

Fig. 493.

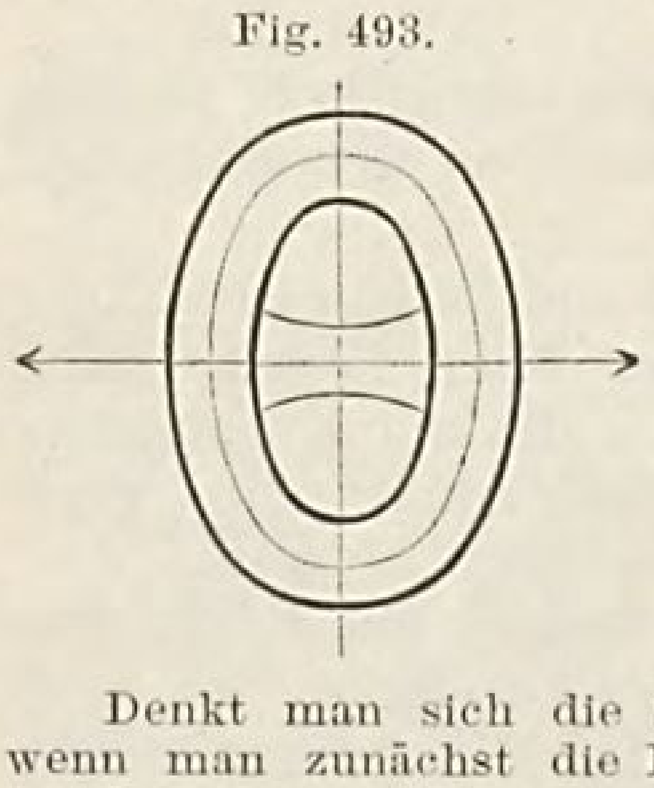
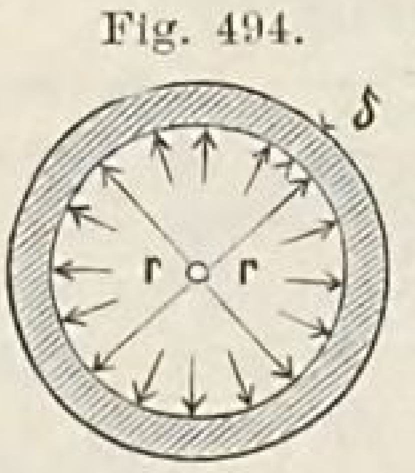


Fig. 494.



Beispiel 2. Bestimmung der Wandstärke zylindr. Röhren.

1. Eine Röhre der Länge l, mit dem innern Halbm. r, der Wandstärke, δ, Fig. 494, erleide einen innern gleichmässig über die Zylinderfläche vertheilten radial gerichteten Druck p pro Flächeneinheit. Denkt man sich die Röhre aus Ringen zusammen gesetzt, deren Breite $= 1$, so ist — wenn man zunächst die Formänderung der Röhre ausser Betracht lässt — nach S. 607, die Axialspannung P in einem solchen Ringe konstant und zwar: $P = pr$. Ist k die zuläss. Inanspruchnahme pro Flächeneinh., so ergiebt sich hieraus direkt die Wandstärke: $\delta = \frac{pr}{k}$.

2. Berücksichtigt man die Erweiterung der Röhre in Folge des innern Druckes, indem man annimmt, dass r sich auf r_1 erweitere, δ aber dabei sich nicht ändere, so erhält man durch eine besondere Untersuchung: $\delta = r\left(e^{\frac{p}{k}} - 1\right)$ (93). e die Basis der natürl. Logarithmen.

*) Nach Grashof.

Diese von Brix aufgestellte Formel ergiebt, wenn man die Reihen-Entwickelung anwendet, nahezu: $\delta = \frac{p\,r}{k}\left(1 + \frac{p}{2k}\right)$. . . (94) oder etwas weniger angenähert: $\delta = \frac{p\,r}{k}$. . . (95), das vorhin direkt erhaltene Resultat. —

3. Bei der praktischen Anwendung dieser Formeln muss noch die sogen. additionelle Wandstärke δ_1 hinzu gefügt werden, d. i. diejenige Wandstärke, welche aus prakt. Rücksichten selbst bei ganz geringem Drucke mindestens nothwendig ist.

Bezeichnet n die Atmosphären-Zahl des innern Druckes (also $p = n\,.\,1{,}0336$ kg pro qcm), d den Rohrdurchmesser, k, wie vor, die zulässige Inanspruchnahme, so nimmt (95) die praktische Form: $\delta = 0{,}5168\,\frac{n\,d}{k} + \delta_1$ (96) an. n pflegt in der Praxis zu 8 — 10 und höher angenommen zu werden, k und δ_1 sind nur nach der Erfahrung zu bestimmen.

Morin fand die in der folgenden Tabelle angegebenen Werthe:

Material	Zulässige Spannung auf 1 qcm in kg	Formeln für die Röhrenstärke in cm	Material	Zulässige Spannung auf 1 qcm in kg	Formeln für die Röhrenstärke in cm
Schmiedeisen	600	$\delta = 0{,}00086\,n\,d + 0{,}3$	Kupferblech . . .	350	$\delta = 0{,}00147\,n\,d + 0{,}4$
Gewöhnl. Gusseisen, (horizont. gegossen.)	217	$\delta = 0{,}00238\,n\,d + 0{,}85$	Blei	21,3	$\delta = 0{,}0242\ n\,d + 0{,}5$
Feinkörn. Gusseisen, (vertikal gegossen)	300	$\delta = 0{,}0016\ n\,d + 0{,}8$	Zink	83,3	$\delta = 0{,}0062\ n\,d + 0{,}4$
			Holz	16	$\delta = 0{,}0323\ n\,d + 2{,}7$

Anstatt, dass die Röhre der Länge nach sich in 2 Zylinder-Hälften theilt, könnte sie, an beiden Enden geschlossen, auch in Folge des auf die Bodenflächen ausgeübten Druckes abgerissen werden. Diese Trennung der Quere nach erfordert aber unter sonst gleichen Umständen grössern Kraftaufwand als die oben voraus gesetzte Trennung der Länge nach.

Im übrigen ist nochmals zu wiederholen, dass die obigen Formeln nur eine Beanspruchung der Röhren durch innern Druck berücksichtigen, dagegen eine Beanspruchung auf relative Festigkeit, wie sie stattfindet, wenn eine Röhre auf zwei Stützpunkten gelagert durch ihr Eigengewicht belastet wird, oder auch eine Beanspruchung durch äussern Druck, welcher z. B. stattfindet, wenn eine Röhre in die Erde eingebettet wird, ausser Betracht lässt. Letztere Beanspruchung ist in der Formel von Lamé in Betracht gezogen, welche lautet:

$$\delta = \frac{d}{2}\left(\sqrt{\frac{\frac{k}{s} + p}{\frac{k}{s} - p + 2p_1}} - 1\right)$$

Hierin sind die Bezeichnungen wie vor. p_1 bezeichnet aber den äussern Druck, k die Bruchfestigkeit des Materials und s den Sicherheitskoeffiz.; alle Maasse sind in cm u. kg gedacht. Die Lamé'sche Formel giebt für kleine Werthe sowohl von d als von p kleinere Wandstärken als bei gewissen Materialien praktisch herstellbar sind: für derartige Fälle muss also der nach der Formel berechneten Wandstärke wie oben ein additioneller Theil hinzugefügt werden.

(Vergl. über Wandstärke von Röhren: Wertheim. Das Röhrennetz der Wiener Hochquellen-Leitung.)

k. Festigkeits-Koeffizienten und Festigkeit von Seilen und Ketten.*)

α. Elastizit.-Koeffizient (E) und Grenzkoeffizient (𝔊).

1. Mit Steinen sind noch sehr wenige Elastizit.-Versuche angestellt worden; doch steht fest, dass die Längenänderungen für Zug durchaus nicht der Spannung proportinal sind, während dies für Druck sogar bis zur Elastizitätsgrenze der Fall ist. Der Grenzkoeffiz. (die Elastizit.-Grenze) lässt sich nicht genau angeben, da schon bei kleinen Spannungen bleibende Längenänderungen eintreten. Für die bei Baukonstruktionen vorkommenden Spannungs-Grenzen darf man jedoch das Elastizit.-Gesetz als gültig annehmen und dasselbe auch auf Konstruktionen anwenden, bei denen Biegungsfestigkeit des Steins in Frage kommt (Gewölbe u. s. w.).

Beim Holz ist der Elastizitäts-Koeffizient für Zug und Druck gleich; Wassergehalt des Holzes übt nur einen geringen Einfluss auf die Elastizität aus. Die Elastizit.-Grenze lässt sich nicht scharf bestimmen; wesentliche Unterschiede derselben bei den verschiedenen Holzarten sind nicht erkennbar. Wassergehalt hat auf den Grenzkoeffiz. keinen Einfluss. Bei zunehmender Feuchtigkeit nimmt 𝔊 ab, bei gedörrtem Holze nähert 𝔊 sich stark der Bruchgrenze.

Beim Eisen schwankt der Elastizitätskoeffiz. bei den Stücken einer Eisenkonstruktion nicht mehr als 5—8 %, so dass die Annahme eines konstanten Elastizitätskoeffiz. selbst bei stat. unbestimmten Konstruktionen, deren Berechnung sich auf das Elastizit.-Gesetz stützt, gerechtfertigt erscheint. Die Elastizit.-Grenze kann durch Ueberschreiten (bei wiederholten Durchbiegungen, Hämmern und Walzen

*) Weitere, bezw. umfassendere Angaben insbesondere bei den betr. Abschnitten in Bd. II.

in kaltem Zustande) erhöht, der so erhöhte Koeffiz. aber durch Ausglühen wieder verkleinert werden. Auch vergrössert sich der Grenzkoeffiz. mit der Zunahme des Kohlenstoff- und Phosphorgehalts im Material.

2. Die in nachfolgender Tabelle zusammen gestellten Werthe von E und $\mathfrak{S}$ sind durch Versuche gefunden. Für Steine sind die Biegungsversuche von Tredgold und die Druck- und Zugversuche von Bauschinger und Koepke; für Holz die Versuche von Rankine, Hagen, Rebhann, Morin, Leslie u. A. maassgebend.

Für Eisen liegt eine zahlreiche Reihe bedeutender Versuche vor, z. B. von Lagerhjelm (1826), Brix (1837), Malberg (1843), Kirkaldy (1855), Styffe (1865), Bauschinger & Jenny (1877) u. s. w.

	t pro qcm E	t pro qcm $\mathfrak{S}$		t pro qcm E
Schmiedeisen	2000	1,500	Dolomit	400—600
Stahl	2500	3,500	Mittelkörniger Granit	250—500
Gusseisen	1000	0,750	Feinkörniger „	100—300
Holz	100	0,250	Sandstein	50—400

β. Koeffizient (m) der Transversal-Elastizität.

Der durch die Molekular-Theorie für isotrope Körper erhaltene Werth $m = 4$ ist durch angestellte Versuche nicht ganz bestätigt worden. Die Abweichungen rühren theils von den unvermeidlichen Beobachtungs-Fehlern und Nebenumständen der Versuche, theils auch davon her, dass die Versuchskörper nicht wirklich isotrop waren oder blieben.

Es fanden im Mittel:

Für Glas Wertheim $m = 3$, Cornu $m = 4$;
„ Messing ders. $m = 3{,}17$, Kirchhoff $m = 2{,}58$;
„ glasharten Stahl Kirchhoff $m = 3{,}40$;
„ verschiedene Stahlarten Okatow $m = 3{,}05 - 3{,}64$;
„ weichen bezw. federharten Stahl: Schneebeli $m = 3{,}30$ bezw. 3,38.

Im Mittel also für Eisen $m = 3$ für Stahl $m = 3{,}5$. —

Das Verhältniss der Fläche des deformirten Querschn. zur Fläche des ursprünglichen Querschn. nennt man auch wohl die Zähigkeit des Materials.

γ. Festigkeit im allgemeinen.

1. **Steine.** Das Zerdrücken der Steine geschieht durch die Schubkraft, deren Maximum (nach S. 559) in einer zur Druckrichtung um 45° geneigten Ebene auftritt und durch Einwirkung der transversalen Längenänderung. Das Abscheren erfolgt nicht immer genau unter dem Winkel = 45°, weil die bei der Verschiebung auftretende Reibung noch mitspielt. Bis etwa zur 1½ fachen Würfelhöhe erfolgt die Zerstörung durch Abtrennung von pyramidenförm. Stücken, bei grösserer Höhe des Steins durch Abtrennung von keilförm. Stücken. Bei etwa der 5 fachen Würfelhöhe äussert schon die Biegung ihren Einfluss.

Die Druckfestigkeit, welche im allgem. mit dem spezif. Gewichte zunimmt, ist bei ähnlichen Körpern pro Flächeneinheit konstant und nimmt mit ab- und zunehmender Höhe des Steins bezw. zu und ab. Dieselbe variirt aber bei denselben Gesteinsarten oft so ausserordentlich, dass Mittelwerthe schwer anzugeben sind; in speziellen Fällen sind daher Versuche anzurathen. — Sandsteine können durch Aufnahme von Wasser bis zu 30% ihrer Festigkeit verlieren.

2 **Holz.** Die Festigkeit nimmt im allgem. mit abnehmendem Wassergehalt zu; am sichersten ist dieselbe durch Biegungs-Versuche zu bestimmen.

3. **Eisen.** Die Zugfestigkeit ist durch Versuche am sorgfältigsten festgestellt. Die Festigkeit wird erhöht durch kalte Bearbeitung, wiederholte Bearbeitung in warmem Zustande, durch Ablöschen des glühend gemachten Eisens und bei Gusseisen durch Umschmelzen.

Die Festigkeit vermindert sich: durch Ausglühen und langsames Abkühlen, durch Schweissen (Schweissstellen nach Kirkaldy 3—4% geminderte Festigkeit), bei Erhitzung (über 200° C. bis zur Rothglühhitze nach Bauschinger 71—82%). Schweisseisen (Puddeleisen, Puddelstahl) ist im allgem. weniger fest, aber zäher als Flusseisen (Bessemer- und Martin-Siemens-Eisen bezw. Stahl*).

*) Vergl. des Verfassers Arbeit über Flusseisen, Schweisseisen u. s. w. in der Deutsch. Bauzeitg. 1882 und den Abschnitt: Eisen als Konstruktions-Material im Bd. II.

Geschmiedetes Eisen derselben Sorte ist fester als gewalztes. Beim Walzen wirkt die Form ein; Stabeisen ist fester als Blech (letzteres in der Walzrichtung um ca. 8% fester, als in der Richtung quer zur Walzrichtung). Façoneisen ist um so weniger fest, je ungleicher die Geschw. waren, mit der die einzelnen Theile des Profils die Walzen passirten. Am ungünstigsten sind **T**- und **I**-Profile, besonders solche mit breiten Flanschen. **L**-Eisen hat ca. 4% geringere Festigkeit als Flacheisen und letzteres ca. 4% geringere als Rund- und Quadrateisen. — Mit der Menge des chemisch gebundenen Kohlenstoffs erhöht sich im allgem. die Festigkeit, besonders beim Gusseisen und Gussstahl. Die Druckfestigkeit ist für Schmiedeisen und Stahl noch nicht näher fest gestellt.

Ueber Gusseisen dessen Druckfestigkeit die des Schmiedeisens übersteigt und sich derjenigen des Stahls stark nähert, liegen zahlreiche Versuche vor, welche darthun, dass dasselbe sich ähnlich verhält wie Steinmaterial. Danach ergab sich die Druckfestigkeit nahezu konstant pro Flächeneinh., wenn die Höhe der Stücke = der 3 — 6 fachen* Breite war. Bei grösserer Höhe trat Zerstörung theils durch Zerknicken ein.

δ. Festigkeits-Koeffizienten.

Die Koeffiz. für Zug, Druck, Schub und Biegung seien mit Z, D, S und B bezeichnet. Es werden hier nur die wichtigsten Koeffiz. mitgetheilt, welche für die in der Elastizit.-Lehre und in der Statik der Baukonstruktionen angeführten Beispiele nothwendig sind. Speziellere Angaben enthält insbes. Bd. II. des Werks.

1. Bei der Beanspruchung eines isotropen Stabes auf Zug könnte in einer gegen die Richtung des Zuges um 45° geneigten Ebene (nach S. 559) ein Abscheren eintreten, wenn $S < \frac{1}{2} Z$ wäre. Beim Eisen tritt ein solches Abscheren nicht ein, und daher ist bei diesem $S \geqq \frac{1}{2} Z$.

Bei Druckversuchen mit Gusseisen und Stein hat sich zuweilen ein solches Abscheren unter 45° gezeigt.

Bei Beanspruchung eines isotropen Stabes auf Schub könnte (nach S. 559) in einer gegen die Richtung der Transversalkraft unter 45° geneigten Ebene ein Bruch durch Zerreissen eintreten, falls $\frac{\triangle d}{d} = \frac{Z}{E}$ wäre, oder — weil (nach S. 559) $\frac{\triangle d}{d} = \frac{m+1}{m} \frac{S}{E}$ ist — falls $S = \frac{m}{m+1} Z = {}^3/_4\, Z$ bis ${}^2/_5\, Z$ wäre.

Diese Erscheinung ist beim Eisen durch Versuche nahezu bestätigt worden, beim Stein indessen nicht. Vollkommene Uebereinstimmung der auf theoretischem Wege gewonnene Resultate mit den Versuchen steht aber auch nicht zu erwarten, aus dem Grunde dass die Basis der Theorie — das Elastiz.-Gesetz — nicht bis zum Bruche gültig ist.

2. Für Steine ist, nach Bauschinger, im Mittel $Z = \frac{1}{26} D$; $S = 0{,}075\, D = 2\, Z$; $B = 0{,}16\, D$.

Für Zementmörtel: $S = 0{,}17\, D = 1{,}8\, Z$.

Für Kalkmörtel ist nach Rondelet: $Z = \frac{1}{8} D$.

Bei Bauschingers Versuchen mit Mörtelfugen erfolgte meist eine Trennung im Mörtel, seltener zwischen Mörtel und Stein.

Für Mörtel 1 : 3 aus langsam bindendem Portland-Zement und Sand wird in den „Normen für die Prüfung etc.“ $Z = 0{,}010^t$ pro ^{qcm} Minimalfestigkeit nach 28 tägiger Erhärtung verlangt; die Zemente der meisten deutschen Fabriken geben neuerdings aber mindestens das $1^1/_2$ fache dieser Zahl.

Für Holz ist im Mittel: $D = \frac{1}{2} Z$; $B = \frac{3}{4} Z$.

Beim Eichenholz ist S parallel zu den Fasern und S senkrecht zu den Fasern nahezu $= \frac{1}{6} D$ bezw. $\frac{1}{8} B$.

Beim **Nadelholz** ist S **parallel** nur $\frac{6}{10}$ von S **senkrecht** zu den Fasern.

Für **Schmiedeisen** und **Stahl** ist annähernd: $Z = B$; $S = \frac{4}{5} Z$.

3. Tabelle der Werthe von Z und D für die wichtigsten Baumaterialien.

Material	Zug kg pro qcm	Druck kg pro qcm	Material	Druck kg pro qcm
A. Metalle.			D. Natürliche Steine.	
Stabeisen (gewalzt)	3800	3500	Granit	600—1800
Eisenblech (Walzrichtg.)	3600	3500	Syenit	1000—1200
Stahl (mittel)	5500	7000	Basalt	1200—1800
Gussstahl	6500	8000	Rüdersdorfer Kalkstein	230
Gusseisen	1300	6000	Marmor	200—1500
Eisendraht	7000	—	Serpentin	800—1200
Stahldraht	13000	—	Oolith	660
Kupfer	2500	5000	Sandstein, rothl. Nebr.	160
Kupferdraht	4500	—	„ hell. Nebr.	360
Messing	1200	750	„ Seebrg. weiss	360
Messingdraht	3600	—	„ Rackwitzer	200
Blei (gewalzt)	350	500	„ Heilbronner	270
Zinn	280	—	„ v. Trier	550
Zink	500	—	Verschied. Sandsteine aus den Vogesen	150—950
B. Hölzer.*)				
Eichenholz	950	500	Brohler Tuffstein	125
Fichte und Tanne	800	400	Trachyt	550—900
Kiefer, Lärche und Esche	1000	500	Basaltlava v. Niedermendig	550—600
Buche	900	550		
C. Portland-Zement-Mörtel.**)			E. Ziegelsteine.	
1 Th. Zement 1 Th. Sand	14	210	Porös und leicht gebrannt	25—50
„ 2 „	14	160	Hart gebrannte	70—200
„ 3 „	13	120	Gewöhnliche	60—100

4. Bei der nach den Vorschlägen einer Kommission des Vereins deutscher Eisenb.-Verwaltungen und des Verb. deutsch. Archit.- u. Ingen.-Vereine vorgenommenen **Klassifikation der Baumaterialien** ist für **Steine** eine **Minimal-Druckfestigk.**, für **Holz** eine **Minimal-Biegungsfestigk.** und für **Eisen** ausser einer **Minimal-Zugfestigk.** auch noch eine **Minimal-Zähigkeit** (Kontraktion oder Zusammenziehung des ursprüngl. Querschn. in Proz.) fest gestellt worden.

Die Streitfrage, ob die Zähigkeit besser durch die Kontraktion — Reduktion des ursprüngl. Querschn. — oder durch die Dehnung — Längenänderung beim Bruche — ausgedrückt wird, ist zur Zeit noch nicht entschieden. Die Eisenb.-Verwaltungen legen als Qualit.-Koeffiz. gewöhnlich die **Summe** aus Festigkeit in kg pro qmm und Kontraktion in % zu Grunde. Neuerdings wird vielfach vorgeschlagen an Stelle dessen das **Produkt** der Qualitätszahlen: Festigkeit in kg pro qmm und Dehnung in % zu setzen.***)

ε. Arbeitsfähigkeit des Materials.

Nach (56) S. 592 ist die Arbeit, welche 1 cbm des betr. Materials bei reiner Normalfestigkeit aufnehmen kann, wenn dabei seine Inanspruchnahme die Elastizit.-Grenze ($\mathfrak{G}$) erreicht: $\mathfrak{A} = \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{G}^2}{E}$.

Hieraus erhält man für:

		Verhältniss-Zahlen
Schmiedeisen	$\mathfrak{A} = \frac{1}{2} \frac{1{,}50^2}{2000} = 0{,}00056$ tcm	1
Stahl	$\mathfrak{A} = \frac{1}{2} \frac{3{,}50^2}{2500} = 0{,}00245$ „	4,4
Gusseisen	$\mathfrak{A} = \frac{1}{2} \frac{0{,}75^2}{1000} = 0{,}00028$ „	0,5
Holz	$\mathfrak{A} = \frac{1}{2} \frac{0{,}25^2}{100} = 0{,}00031$ „	0,55

*) Mittelwerthe sind schwierig anzugeben; vgl. Winkler. Hölzerne Brücken, Hft. I. S. 12, wo alle bedeutenden Versuchsresultate angegeben sind.

**) Nach 28tägiger Erhärtungs-Dauer.

***) Vergl. des Verf. Arbeit „Notizen über die Fabrikation des Eisens und der eisernen Brücken“.

ζ. Festigkeit von Seilen*).

1. Seile werden entweder aus **Hanf** oder **Draht** hergestellt. Für die Rollenzüge finden fast nur Hanfseile Verwendung, da Drahtseile unbequem grosse Rollendurchmesser verlangen. Die auf S. 31 ad 8 mitgetheilte Tabelle enthält eine Zusammenstellung der verschiedenen Hanfseil-Stärken, ihrer Gewichte pro 1 m und der zulässigen Belastungen (nach den Angaben der Firma Felten & Guilleaume in Köln).

Aus der Tabelle ergiebt sich, dass bei 8facher Sicherheit 1 qmm Seilquerschnitt durchschn. mit $Q = 1$ kg (die leichtern Kaliber stärker, die schwerern leichter) belastet ist. Unter dieser Annahme folgt für ein Seil vom Durchm. δ die zulässige Belastung: $Q = \frac{\delta^2 \pi}{4}$ und mithin für den Seildurchmesser: $\delta = 1{,}13 \sqrt{Q}$.

2. Drahtseile finden meistens nur bei Hub-Multiplikatoren hydraulischer Aufzüge Verwendung. Man unterscheidet, abgesehen von den flachen Drahtseilen, welche fast ausschliesslich für Bergwerks-Förderungen angefertigt werden, lang geschlagene und kurz geschlagene runde Drahtseile; letztere werden speziell als **Kabelseile** bezeichnet und sind — bei allerdings geringerer Festigkeit — wesentlich biegsamer als die lang geschlagenen, gestatten also die Anwendung kleinerer Rollen-Durchmesser.

Der Rollen-Durchm. für kurz geschlagene Drahtseile soll mindestens 75 bis 100 Mal grösser als der Seildurchmesser gewählt werden, während für Kabelseile der Rollen-Durchm. auf das 25 fache der Seilstärke beschränkt werden kann, ja in der Praxis bisweilen auf das 20 fache beschränkt wird. Die Tabellen, betr. die Fabrikate der oben genannten Firma sind ebenfalls auf S. 31 mitgetheilt.

Die zulässige Belastung ist unter Berücksichtigung des Eigengewichts des Drahtseils, worüber die Tabellen den erforderlichen Aufschluss geben, = $^1/_5$ bis $^1/_{10}$ der vorstehend angegebenen Bruch-Belastungen zu wählen, je nachdem die Seile mit geringer oder mit grosser Geschw. arbeiten und je nachdem der Sicherheit des Seils gewöhnliche Lasten oder Personen anvertraut werden.

η. Festigkeit von Ketten.

1. Alle Lastketten bestehen aus Gliedern, die entweder aus Rundeisen gebildet oder in ovaler Form durch Schweissung geschlossen sind, oder durch eine Verbindung von Blechlaschen mit Gelenkbolzen hergestellt werden. Ketten der erstern Art werden kurzweg **Gliederketten** genannt, während man die Ketten mit Laschengliedern als **Laschenketten** oder, nach ihrem Erfinder, als **Galle'sche Gelenkketten** bezeichnet.

In den nachstehehenden Tabellen sind die Angaben der Duisburger Maschinenbau-Aktiengesellschaft und der Fabrik von Schlieper u. Sohn in Grüne bei Iserlohn über Ketten zusammen gestellt.**)

Tab. I. **Kurzgliedrige Krahnketten der Duisburger Maschinenbau-Aktiengesellschaft.**

Ketten-eisen-Stärke mm	Zulässige Belastung kg	Ungefähr. Gew. pro 1 m Länge kg	Ketten-eisen-Stärke mm	Zulässige Belastung kg	Ungefähr. Gew. pro 1 m Länge kg	Ketten-eisen-Stärke mm	Zulässige Belastung kg	Ungefähr. Gew. pro 1 m Länge kg
5	250	0,58	14	1960	4,41	30	9 000	20,22
6	360	0,81	15	2250	5,06	33	10 890	24,46
7	490	1,10	16	2560	5,75	36	12 960	29,11
8	640	1,44	18	3240	7,28	39	15 210	34,16
9	810	1,82	20	4000	8,98	43	18 490	41,53
10	1000	2,25	22	4840	10,87	46	21 160	47,53
11	1210	2,72	24	5760	12,94	49	24 010	53,82
12	1440	3,24	26	6760	15,18	52	27 040	60,73
13	1690	3,80	28	7840	17,61			

Die Ketten werden in der Fabrik auf das 2,25 fache der zulässigen Belastung probirt und sollen eine etwa 5 fache Sicherheit gegen Bruch bieten.

Mit Rücksicht auf plötzliche, ruckweise Beanspruchung der Kettenglieder durch etwaige Kettenschläge pflegt man in der Praxis statt der der ruhenden Belastung entsprechenden Kettenstärke, meist die nächstfolgende höhere zu wählen, also

*) Nach: Ernst. Die Hebezeuge: Theorie und Kritik ausgeführter Konstruktionen. 1883.

**) Vergl. auch S. 31 wo die Tab. I. etwas weniger vollständig und in einzelnen Zahlen geringe Abweichungen zeigend mitgetheilt ist.

beispielsw. für 9000 kg Last statt einer Kette von 30 mm Eisenstärke, eine solche von 33 mm Eisenstärke, deren zulässige Belastung in der Tabelle mit 10 890 kg angegeben ist. Derselben Regel zu folgen empfiehlt sich auch bei Benutzung der Angaben in Tabelle II.

Tabelle II. **Kurzgliedrige Ketten aus der Fabrik von H. Schlieper & Sohn in Grüne bei Iserlohn.**

Ketteneisen-Stärke rh. Zoll	Ketteneisen-Stärke m	Gewicht pr. 100 m Ketten kg	Garant. Tragfähigkeit kg	Geprüfte Tragfähigkeit kg	Aeuss. Zugkraft kg	Ketteneisen-Stärke rh. Zoll	Ketteneisen-Stärke m	Gewicht pr. 100 m Ketten kg	Garant. Tragfähigkeit kg	Geprüfte Tragfähigkeit kg	Aeuss. Zugkraft kg
$^3/_{16}$	6,5	80	500	1000	2000	$^{11}/_{16}$	18	763	3 500	7 000	14 000
$^4/_{16}$	7	108	750	1500	3000	$^{12}/_{16}$	20	913	4 375	8 750	17 500
$^5/_{16}$	9	160	925	1850	3700	$^{13}/_{16}$	21	1040	5 175	10 350	20 700
$^6/_{16}$	10	223	975	1950	3900	$^{14}/_{16}$	23	1200	5 725	11 450	22 900
$^7/_{16}$	11	320	1250	2500	5000	$^{15}/_{16}$	25	1390	6 575	13 150	26 300
$^8/_{16}$	13	413	1950	3900	7800	1	26	1600	7 375	14 750	29 500
$^9/_{16}$	15	540	2250	4500	9000	$1^1/_4$	33	2400	11 250	22 500	45 000
$^{10}/_{16}$	16	640	2925	5850	11700	$1^1/_2$	40	5320	15 000	30 000	60 000

Aus den vorstehenden Tabellen ergiebt sich für die zulässige Belastung Q im Mittel als Ketteneisen-Stärke einer offenen Gliederkette: $\delta = 0{,}31 \sqrt{Q}$ und $Q = 10\,\delta^2$. Die Tragfähigkeit einer Stegkette kann, gleiche Eisenstärken voraus gesetzt, zu $^4/_3$ der Tragfähigkeit einer offenen Kette und demnach für die Stegkette: $\delta = 0{,}28 \sqrt{Q}$ und $Q = 13\,\delta^2$ angenommen werden.

Bei Dampfwinden und schnell hebenden Dampfkrahnen empfiehlt es sich grössere Sicherheiten für die Ketten zu wählen, d. h. diese nur etwa halb so stark zu belasten, als die Angaben der vorstehenden Tabellen und die aus ihnen entwickelten Formeln unter gewöhnlichen Verhältnissen zulassen würden.

2. Die Galle'sche Kette wird aus Eisenblech-Laschen gebildet, die durch zwischengenietete gussstählerne Gelenkbolzen mit einander verbunden werden. Für stärkere Belastungen wird die Kette in allen einzelnen Theilen kräftiger ausgeführt, gleichzeitig aber auch die Zahl der Blechlaschen, welche in jedem einzelnen Gliede auf einem gemeinsamen Bolzen neben einander angeordnet sind, vermehrt, so dass die Glieder der schwächsten Ketten aus je 2 Laschen, die der stärksten aus je 8 Laschen zusammen gesetzt sind. Die Gelenkkette verlangt eine ausserordentlich sorgfältige Herstellung, da die geringste Differenz in den Laschen-Längen eine Ungleichmässigkeit in der Kraftvertheilung hervor ruft, die unter Umständen die Tragfähigkeit der ganzen Kette in Frage stellt.

Der Vortheil der sauberen Ausführung der Gelenkbolzen - Zapfen wird mehr oder minder durch die Reibung der Laschen aneinander aufgehoben und gerade dieser Umstand scheint bisher von Denjenigen wenig beachtet zu sein, welche den Laschenketten vor den gewöhnlichen kalibrirten Gliederketten den Vorzug geben. Die Laschenkette hat ferner den Mangel, dass sie nur in der Drehrichtung um ihre Gelenkbolzen beweglich ist und daher nur Verwendung finden kann, wenn sich ihre Führung in einer und derselben Ebene, oder doch wenigstens sehr annähernd in einer Ebene bewirken lässt. Sie fällt ausserdem naturgemäss wesentlich theurer aus, als die kalibrirte Gliederkette, und erhält bei gleicher Tragfähigkeit ein grösseres Eisengewicht.

Tabelle III. **Ueber Laschenketten (Galle'sche Gelenkketten) aus der Fabrik von Zobel, Neubert & Co. in Schmalkalden.**

Garantirte Belastung kg	Theilung od. Baulänge mm	Länge des mittleren Bolzens mm	Stärke des mittleren Bolzens mm	Zapfen-Stärke mm	Platten- Zahl	Platten- Dicke mm	Platten- Breit mm	Gewicht pro Meter in kg	Garantirte Belastung kg	Theilung od. Baulänge mm	Länge des mittleren Bolzens mm	Stärke des mittleren Bolzens mm	Zapfen-Stärke mm	Platten- Zahl	Platten- Dicke mm	Platten- Breit. mm	Gewicht pro Meter in kg
100	15	12	5	4	2	1,5	12	0,70	3000	50	35	22	17,5	6	3	38	11,11
250	20	15	7,5	6	2	2	15	1,00	4000	55	40	24	21	6	4	40	16,50
500	25	18	10	8	2	3	18	2,00	5000	60	45	26	23	6	4	46	19,00
750	30	20	11	9	4	2	20	2,70	7500	70	50	32	28	8	4,5	52	31,50
1000	35	22	12	10	4	2	26	3,77	10000	80	60	36	32	8	4,5	60	34,00
1500	40	25	14	12	4	2,5	30	5,00	15000	90	70	40	37	8	4,5	70	45,40
2000	45	30	17	14	4	3	35	7,10									

Der wesentlichste Vorzug der Galle'schen Kette liegt in der grössern Sicherheit gegen Bruch, weil die Kette frei von Schweissstellen ist; aber auch dieser Vortheil wird nur bei vorzüglich sorgfältiger Ausführung und Bohrung der Laschen auf Spezialmaschinen gewährleistet.

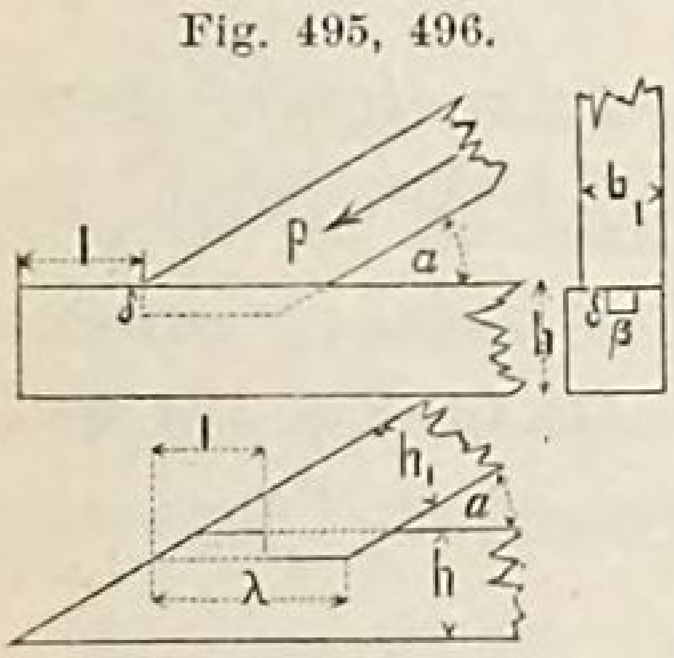
In der vorstehenden Tabelle sind die Abmessungen, Gewichte und Tragfähigkeiten der üblichen Ausführungen der Gelenkkette zusammen gestellt. Die Tabelle zeigt kleine Abweichungen von den frühern Ausführungen derselben Fabrik. Diese Aenderungen sind auf Grund neuerer Zerreissungs-Versuche eingeführt. Die Sicherheit der Ketten beträgt etwas mehr als das Vierfache der garantirten Belastung. —

I. Berechnung einfacher Holz- und Eisen-Verbindungen (Beispiele zur Elastizit.-Lehre).

α. Holzverbindung durch Verzapfung mit und ohne Versatzung.

Beispiel 1. Eine Strebe, Fig. 495, in welcher der Axialdruck P herrscht, setze sich unter dem (spitzen) Winkel α und mit einem Zapfen der Breite β und der Höhe δ auf einen horizontalen Balken. Dann erleidet der Zapfen den horizontalen Druck $P\cos\alpha$ und den vertikalen $P\sin\alpha$.

Fig. 495, 496.



Um eine horizontale Verschiebung der eingezapften Strebe zu verhindern, muss die Festigk. in den Trennungsflächen des vor dem Zapfen stehenden Balkenstücks der Länge l, zusammen mit der Reibung des Zapfens auf seiner Grundfläche der abscherenden Wirkung der Kraft $P\cos\alpha$ Widerstand leisten. Bezeichnet k_2 die zulässige Inanspruchnahme des Holzes gegen Abscheren in der Richtung der Fasern, f den Reibungskoeffiz. zwischen Hirnholz und Langholz, so muss: $k_2 l(\beta + 2\delta) + f P\sin\alpha \geqq P\cos\alpha$ sein. Daraus $l \geqq \frac{P(\cos\alpha - f\sin\alpha)}{k_2(\beta + 2\delta)}$. Nach praktischen Regeln des Zimmermanns ist zu nehmen: $\beta = \frac{b_1}{3}$; $\delta = \frac{h}{3}$. — b_1 Breite der Strebe, h Höhe des Balkens. Also:

$$l \geqq \frac{3P(\cos\alpha - f\sin\alpha)}{k_2(b_1 + 2h)}. \qquad (1)$$

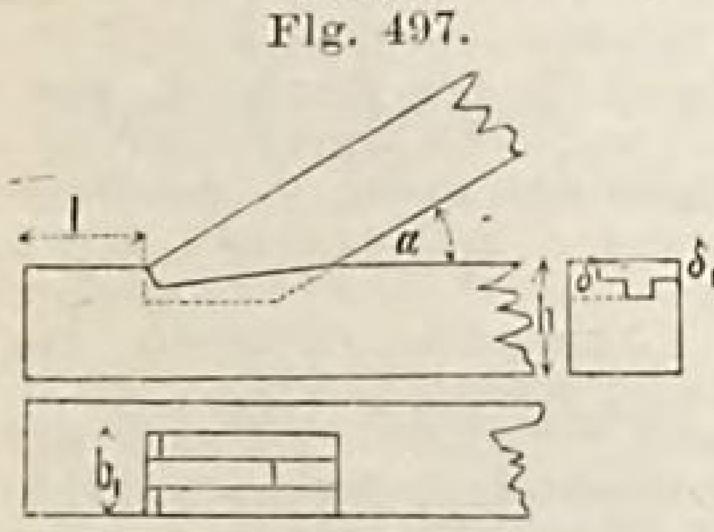
Wenn $P = 2^{t}$, $\alpha = 34^0$, also $\sin\alpha = 0{,}559$ und $\cos\alpha = 0{,}829$, ferner $b_1 = 15^{cm}$, $h = 25^{cm}$, $k_2 = 8^{kg}$ pro ^{qcm} Nadelholz und $f = 0{,}3$, so wird: $l = \geqq \frac{3 \,.\, 2000\,(0{,}829 - 0{,}3 \,.\, 0{,}559)}{8\,(15 + 2 \,.\, 25)} = 8^{cm}$. Lässt man, wie es meist geboten sein wird, die Reibung ausser Betracht so ist:

$$l \geqq \frac{3 \,.\, 2000 \,.\, 0{,}829}{8\,(15 + 2 \,.\, 25)} = 10^{cm}.$$

Eine Untersuchung darüber, ob etwa auch eine Abscherung des Zapfens erfolgen könnte, ist, weil diese in schiefer Richtung gegen die Fasern erfolgen müsste, in der Regel unnöthig.

Beispiel 2. Schneidet man das Ende des horizontalen Balkens nach Richtung der Neigung der Strebe ab, Fig. 496, so macht man, um den Zapfen nicht zu sehr zu schwächen, in der Regel: $l < \frac{3h_1}{5\sin\alpha}$, wenn h_1 die Höhe der Strebe bezeichnet.

Fig. 497.



Ergiebt sich die erforderl. Länge l (nach der Rechnung zu 1) grösser, so ist das schiefe Abschneiden des Balkens unzulässig.

Für den Fall im Beisp. 1, wenn $h_1 = 20^{cm}$, wäre das Abschneiden zulässig, weil: $\frac{3h_1}{5\sin\alpha} = \frac{60}{5 \,.\, 0{,}559} = 20^{cm}$.

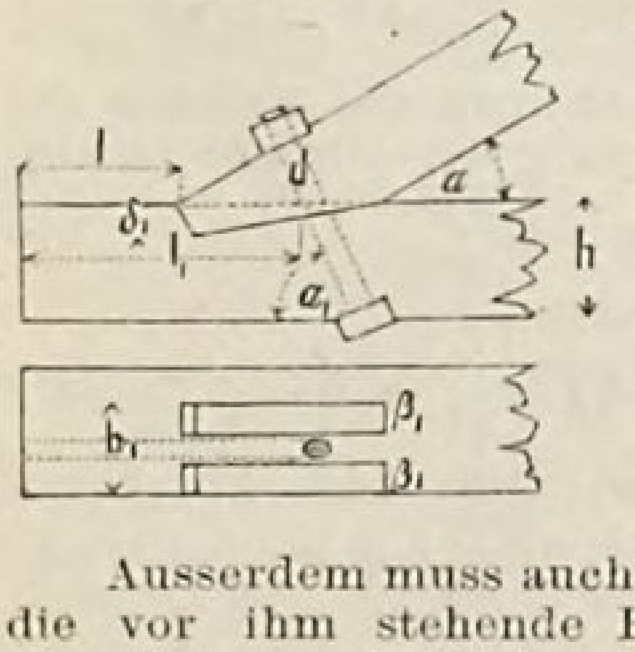
Beispiel 3. Bei der Verzapfung mit Versatzung, Fig. 497, ergiebt sich unter der (zulässigen) Annahme, dass der Zapfen und die Versatzung das ganze vor ihnen befindliche Balkenstück abzutrennen haben, annähernd: $l \geqq \frac{P(\cos\alpha - f\sin\alpha)}{k_2(b_1 + 2\delta + \delta_1)}$

Die Versatzungstiefe δ_1 wird in der Regel $= \frac{\delta}{2} = \frac{h}{6}$ gemacht. Daher: $l \geqq \frac{2P(\cos\alpha - f\sin\alpha)}{k_2(2b_1 + h)}$

β. Holzverbindung durch Bolzen mit Versatzung; Fig. 498.

Die Strebe wird sich nach Ueberwindung der in ihrer Grundfläche auftretenden Reibung erst fortschieben können, wenn der Schraubenbolzen und dass vor der ($2\beta_1$ breiten) Versatzung stehende Balkenstück abgeschert sind. Die Abscherungsfläche des Bolzens vom Durchm. d ist eine Ellipse des Flächeninhalts $\frac{d^2\pi}{4\sin\alpha_1}$, wenn α_1 den Winkel der Schraubenbolzen-Axe mit der Horizontalen bezeichnet. Die Summe der abzuscherenden Trennungsflächen ergiebt sich annähernd zu $l(3\delta_1 + 2\beta_1)$. Setzt man die zulässige Inanspruchnahme auf Abscheren für den schmiedeisernen Bolzen $= s_2$, so folgt (ohne Berücksichtigung der Reibung):

Fig. 498.



$$\frac{s_2 d^2\pi}{4\sin\alpha_1} + k_2 l(3\delta_1 + 2\beta_1) = P\cos\alpha \quad \text{oder:}$$

$$d^2 = \frac{4\sin\alpha_1}{s_2\pi}\left\{P\cos\alpha - k_2 l(3\delta_1 + 2\beta_1)\right\}.$$

Ausserdem muss auch Sicherheit dagegen vorhanden sein, dass der Bolzen, ohne abzuscheren, die vor ihm stehende Holzmasse nicht heraus dränge. Es muss demnach mit Bezug auf Fig. 498 sein: $k_2[2l_1 h + l(3\delta_1 + 2\beta_1)] \geqq P\cos\alpha$.

In der Regel wird $\delta_1 = \frac{h}{6}$ und $\beta_1 = \frac{b_1}{3}$ genommen. Es sei $P = 5^t$; $\alpha = 24^0$; $\alpha_1 = 78^0$; $b_1 = 21^{cm}$; $h_1 = 25^{cm}$; $b = 25^{cm}$; $h = 30^{cm}$; $\delta_1 = \frac{30}{6} = 5^{cm}$; $\beta_1 = \frac{21}{3} = 7^{cm}$; $l = 12^{cm}$; $l_1 = 40^{cm}$. Ferner $k_2 = 8^{kg}$ und $s_2 = 500^{kg}$ (pro qcm). Dann ist: $P \cos \alpha = 5000 \,.\, 0{,}913 = 4565^{kg}$.

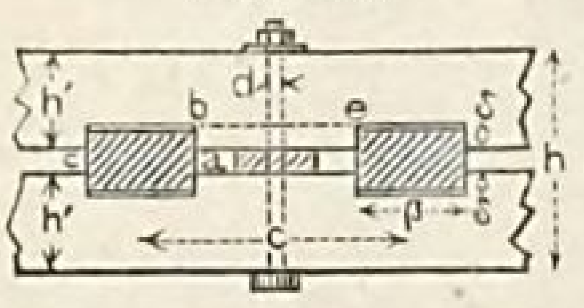
$$k_2 [2 l_1 h + l (3 \delta_1 + 2 \beta_1)] = 8 [2 . 40 . 30 + 12 (15 + 14)] = 21984^{kg}.$$

Ferner: $d^2 = \frac{4 \,.\, 0{,}978}{500 \,.\, 3{,}14} \left\{ 4565 - 8 \,.\, 12 (15 + 14) \right\} = 4{,}52^{qcm}$, also der Durchmesser $d = 2{,}15^{cm}$.

γ. Holzverbindung durch Verdübelung.

Die Entfernung c von Mitte zu Mitte, die Einschnittstiefe δ und die Breite β der Dübel eines aus 2 Balken (der Höhe h' und Breite b) bestehenden verstärkten Trägers, Fig. 499 sind zu bestimmen

Fig. 499.



Es seien: d und m bezw. Stärke und Anzahl der auf einen Dübel kommenden Schraubenbolzen; f der Reibungskoeff. für Holz und Eisen; k, k_1, k_2, k_3 die zulässigen Inanspruchnahmen bezw. auf Zug für die schmiedeisernen Bolzen, auf Druck für den Balken, auf Abscheren nach der Querfaser der Dübel, auf Abscheren nach der Längsfaser des Balkens.

1. Verhältniss von $\frac{\delta}{c}$. Der Druck $k_1 b \delta$ in der vertik. Dübelfläche darf nicht grösser werden als die Summe der in der horizontalen Trennungsfläche beider Balken wirkenden Schubkräfte, vermindert um die durch das Anspannen der Schrauben hervor gerufenene Reibung.

Die grösste Schubkraft T pro Flächeneinh. ist nach S. 574 für den rechteckig. Querschn. $= \frac{3 Q}{2 b h}$ (h Gesammthöhe des Trägers). Die Reibung beträgt, unter der Annahme, dass durch das Anspannen die Schrauben auf ihre volle Festigkeit beansprucht werden: $m f \frac{d^2 \pi}{4} k$.

Also:
$$k_1 b \delta = \frac{3 Q}{2 h} c - m f \frac{d^2 \pi}{4} k. \qquad (2)$$

Hieraus ist c oder d zu berechnen, je nachdem man d oder c nach praktischen Regeln annimmt.

2. Die Anzahl und Stärke der Dübel muss nach der Grösse der zwischen den einzelnen zu verdübelnden Balken auftretenden Schubkraft T pro Längeneinheit berechnet werden.

Werden 2 Balken verdübelt, so ist: $T = \frac{3 Q}{2 h}$,

„ 3 „ „ „ „ $T = \frac{4 Q}{3 h}$.

Ist die Höhe der einzelnen Balken h', so erhält man:

$$c = \alpha \left(0{,}77 \frac{\delta}{h'} + 7{,}54\, m f \frac{d^2}{b^2} \right) \frac{M}{Q}; \qquad (3)$$

$$\delta = \left(\alpha_1 \frac{Q}{M} c - 9{,}80\, m f \frac{d^2}{b^2} \right) h'.$$

Darin ist zu setzen:		h'	α	α_1
für 2 Balken	Dübel .	0,476 h	2,14	0,608
	Zähne .	0,556 h	2,47	0,526
für 3 Balken	Dübel .	0,313 h	1,68	0,776
	Zähne .	0,385 h	2,06	0,631

Darin kann gesetzt werden: $f = 0{,}5$ für provis. und $f = 0{,}25$ für definit. Konstruktionen: $m = \frac{1}{2}$ und $d = 0{,}16$ für Strassenbrücken; für Eisenbahnbr. in der Nähe der Auflager m und d grösser, etwa $m = 1$ und d bis $0{,}12 b$.

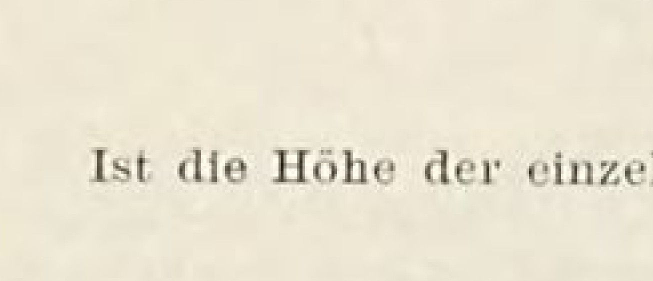
M ist das konstante Moment, für welches h berechnet wurde; Q ist variabel.

Nimmt man δ als konstant an (etwa $0{,}10 - 0{,}13 h'$), so ergiebt sich c variabel und zwar mit Q nach den Auflagern hin zunehmend. Häufig nimmt man δ und c konstant, oder auch beide Werthe variabel. Im letzteren Falle ist δ zweckmässig an den Enden $0{,}13 - 0{,}16 h'$, in der Mitte $0{,}03 - 0{,}06 h'$ zu nehmen. —

Ueber die Gesammthöhe h und die Anzahl der erforderlichen Träger für Brückenbauten ist der folgende Abschnitt „Statik der Baukonstruktionen“ zu vergleichen.

3. Die Breite β bestimmt sich, wenn Zwischenlagen zur Anwendung kommen, welche verhindern, dass die Balken durch die Schrauben fest an die Dübel gepresst werden (weil in diesem Falle die Reibung nur in den Zwischenlagen erzeugt wird), aus der Gleichg. für das Abscheren in der Fläche ac, Fig. 500: $k_1 b \delta = k_2 b \beta$. Dies giebt für: $\frac{k_1}{k_2} = \frac{100}{20} = 5 : \beta = 5 d$.

Fig. 500.



Sind keine Zwischenlagen vorhanden, so wird die Reibung auf dem Dübel selbst erzeugt; bei einer Abscherung des letztern ist also eine Reibung nicht zu überwinden; dann ist: $\frac{3 Q}{2 h} c = k_2 b \beta$. Die Breite β der Dübel ist danach etwa zu wählen:

bei Anwendung von Zwischenlagen: $\beta = 5 \delta$;
ohne „ „ „ $\beta = 5{,}7 - 6{,}3 \delta$.

4. Die kleinste zulässige Entfernung der Dübel, genügend, dass kein Abscheren in der Fläche be erfolge, ergiebt sich bei normal gestellten Dübeln aus: $k_1 b \delta < k_3 b (c - \beta)$, bei geneigten Dübeln, Fig. 500, aus: $k_1 b \delta < k_3 b c$.

Daraus folgen für $\frac{k_1}{k_3} = \frac{100}{9} = 11$ die folgenden Werthe:

Für die kleinste zulässige Entfernung der Dübel:

für normal stehende: $e \geqq \beta + 11\delta$

„ geneigt gestellte: $e \geqq 11\delta$.

Die Gleichg. (2) und (3) gelten auch für verzahnte Träger, wenn für e die Länge und für d die Höhe der Zähne eingesetzt wird. —

δ. Auf Abscheren beanspruchte Bolzenverbindung.

1. Bei der einschnittigen Verbindung, Fig. 501, tritt nur ein Querschn. $= \frac{d^2\pi}{4}$ des Bolzens der auf Abscherung wirkenden Axialkraft P entgegen. Setzt man die Scherfestigkeit $= \frac{4}{5}$ der Zugfestigkeit ($k_2 = \frac{4}{5}k$) und bezeichnet F_1 den vollen Querschn. eines der zu verbindenden rechteckigen Stäbe, so muss:

Fig. 501.



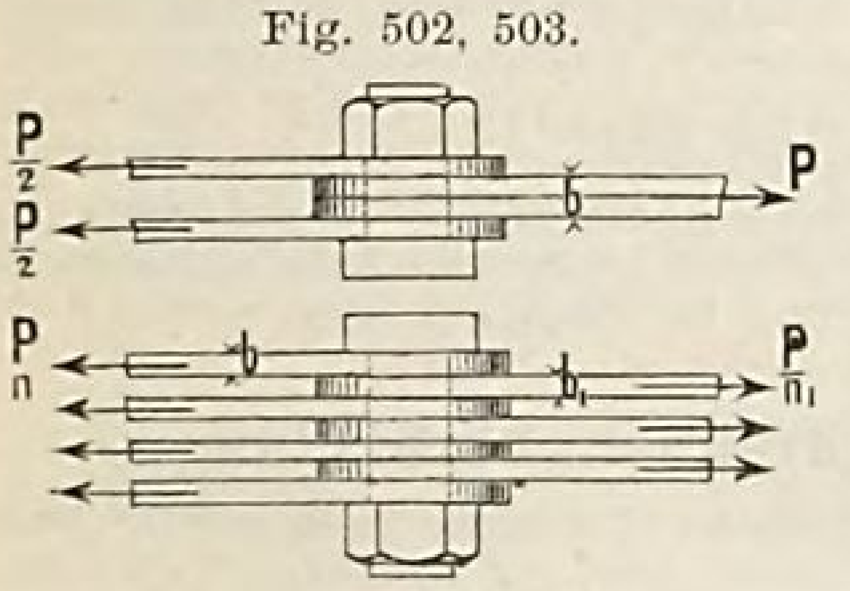
$$bh = F = \frac{P}{k}; \quad \frac{d^2\pi}{4} = \frac{5}{4}F \text{ sein, oder } d = 1{,}261\sqrt{F}\,.$$

Der nutzbare Querschn. im Bolzenauge, senkr. zur Richtung des Zuges P, muss mindestens $= F$, wegen geringerer Festigkeit des Auges und der Abnutzung im Bolzenloche besser $\frac{4}{3}F$ gemacht werden; daher $\delta = \frac{2}{3}d$.

Ferner muss Sicherheit gegen Ausreissen oder Abscheren des Bolzenauges in der Richtung des Zuges P vorhanden sein. Daher: $2b\delta_1 k_2 = Fk$ oder: $\delta_1 = \frac{5}{8}h$.

δ_1 ist aus den gleichen Gründen wie die für δ geltenden um etwa $\frac{1}{3}$ stärker zu nehmen, demnach $\delta_1 = 0{,}8\,h$.

Fig. 502, 503.



2. Bei zweischnittiger Verbindung, Fig. 502, ist: $d = 1{,}261\sqrt{\frac{F}{2}} = 0{,}89\sqrt{F}$.

Bei mehrschnittiger Verbindung, Fig. 503, wo sich auf einer Seite des Bolzens eine gerade Zahl (n) und auf der andern Seite eine ungerade Zahl ($n-1$) Stäbe befinden, wird nicht jeder Stab mit gleicher Kraft gezogen. In jedem der n Stäbe herrscht die Spannung $\frac{P}{n}$ und in jedem der $n-1$ Stäbe die Spannung $\frac{P}{n-1}$. Deshalb soll, wenn alle Stäbe gleich hoch sind, die Stärke jedes der $n-1$ Stäbe: $b_1 = \frac{n}{n-1}b$ sein.

Der Bolzendurchm. d muss für einen Zug $\frac{P}{n}$ und auf einschnittige Abscherung berechnet werden, weil gegen den Zug eines aussen liegenden Stabes nur ein Bolzenquerschn. Widerstand leistet: $k_2\frac{d^2\pi}{4} = \frac{P}{n} = \frac{kF}{n}$; $d = 1{,}261\sqrt{\frac{F}{n}}$.

ε. Auf Abscheren und Biegung beanspruchte Bolzenverbindung.

Hier kommt es darauf an, aus der grössten Biegungsspannung N und der grössten Transversalkraft Q eines Bolzen-Querschn. (nach S. 568) die ideale Hauptspannung zu berechnen.

Fig. 504.

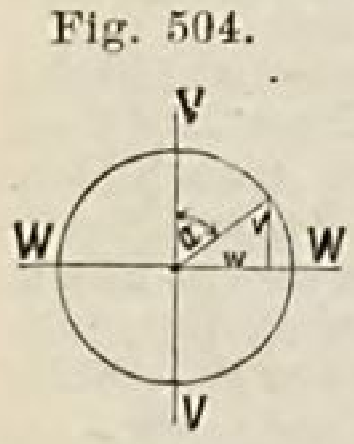
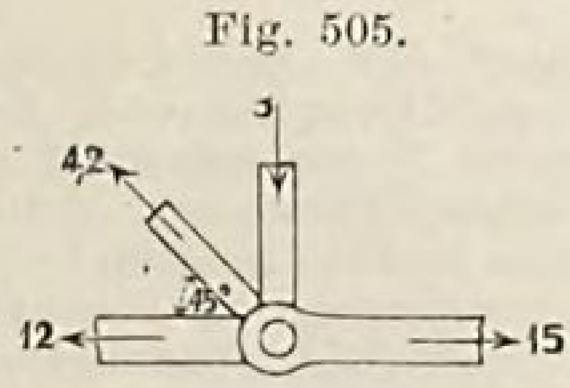


Fig. 505.



Für einen belieb. Punkt P des Umfangs, Fig. 504, dessen Koordin. v und w sind, ist nach S. 564

$$N = \frac{M_1 v + M_2 w}{W};$$

wenn M_1 das Moment der horizontalen Seitenkraft, M_2 das Moment der vertikalen Seitenkraft der äussern Kräfte und W das Widerstandsmoment des betr. Querschn. bezeichnet.

Schliesst der Radius $CP = \frac{d}{2}$ mit der Y-Axe den Winkel α ein, so folgt: $N = \frac{(M_1 \sin\alpha + M_2 \cos\alpha)\,d}{2\,W}$.

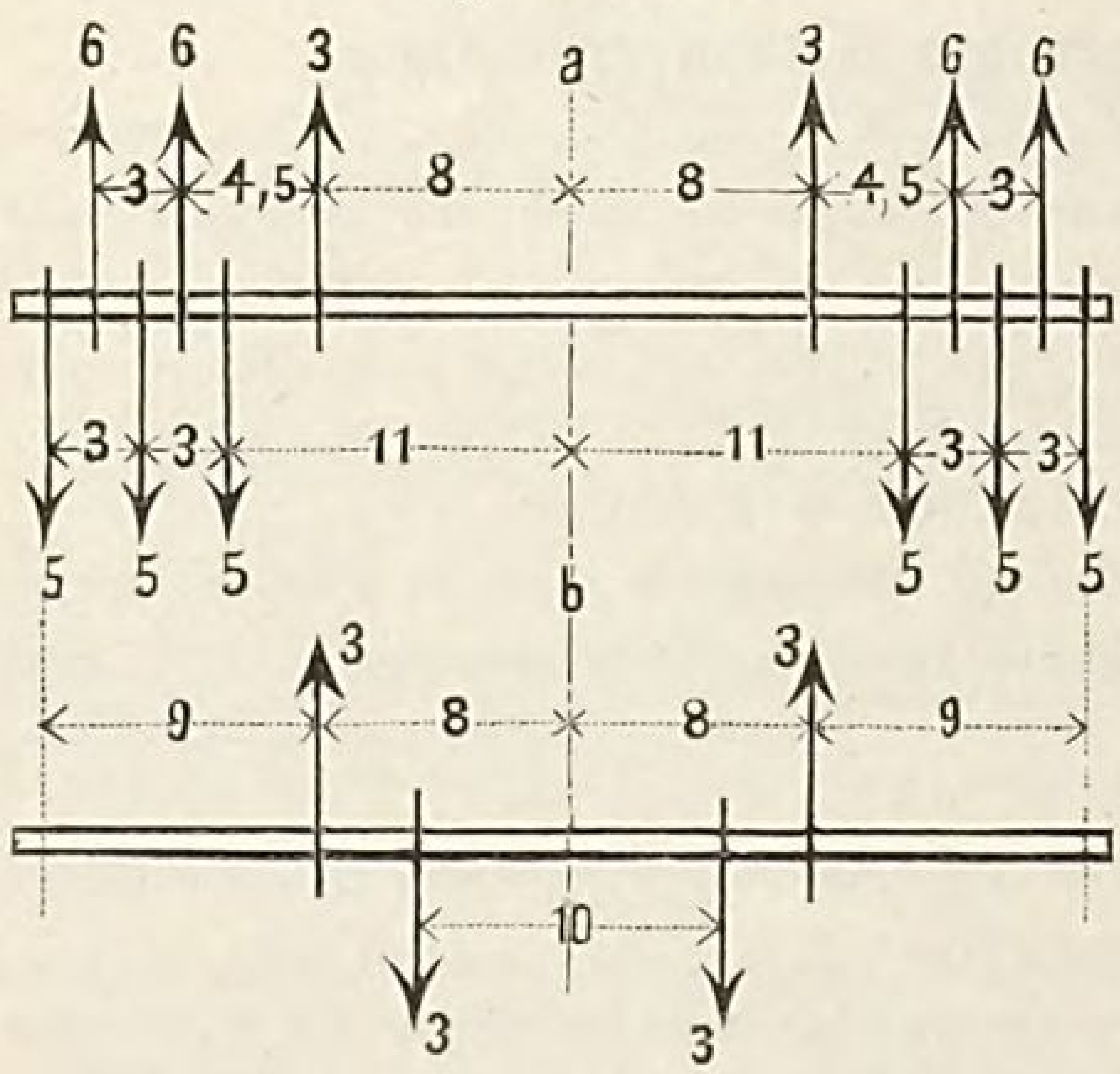
N wird demnach ein Maximum für $\tan\alpha = \frac{M_1}{M_2}$ und $N_{\text{max.}} = \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{M_1^2 + M_2^2}$. Die in horizontaler und vertikaler Richtung im Querschn. auftretenden Schubspannungen sind bezw. $T_1 = \frac{4\,Q_1}{\pi d^2}$; $T_2 = \frac{4\,Q_2}{\pi d^2}$. Die ideale Hauptspannung $\mathfrak{H}$ wird (für $m = 4$) nach S. 568.

$$\mathfrak{H} = \frac{3}{8}N + \frac{5}{4}\sqrt{\frac{1}{4}N^2 + T_1^2 + T_2^2} = \frac{1}{\pi d^3}\left\{12\sqrt{M_1^2 + M_2^2} + 5\sqrt{16(M_1^2 + M_2^2) + (Q_1^2 + Q_2^2)d^2}\right\}$$

Setzt man $\mathfrak{H}$ = der zulässigen Inanspruchnahme k für Zug, ferner zur Abkürzung $M_1^2 + M_2^2 = \mathfrak{M}^2$; $Q_1^2 + Q_2^2 = \mathfrak{Q}^2$, so ergiebt sich die Gleichg.: $k \pi d^3 = 12\,\mathfrak{M} + 5\sqrt{16\,\mathfrak{M}^2 + \mathfrak{Q}^2 d^2}$, aus welcher man d am besten durch fortgesetzte Näherung bestimmt, indem man

$$d = \sqrt[3]{\frac{1}{\pi k}\left\{12\,\frac{\mathfrak{M}}{d} + 5\sqrt{16\,\frac{\mathfrak{M}^2}{d^2} + \mathfrak{Q}^2};\right\}} \text{ oder: } d = \sqrt[3]{\frac{1}{\pi k}\left\{12\,\mathfrak{M} + 5\sqrt{16\,\mathfrak{M}^2 + \mathfrak{Q}^2 d^2}\right\}} \text{ setzt.}$$

Fig. 506 u. 507.



Beispiel 4. Im Knotenpunkte eines Kettengurtes greifen die in Fig. 505 verzeichneten Kräfte an. Fig. 506 zeigt die in der Horizontal-Ebene, Fig. 507 die in der Vertikal-Ebene wirkenden Kräfte. Die in der Diagonale wirkende Kraft 4,2 ist dabei in eine horizontale und eine vertikale Kraft 3 zerlegt.

Die Momente M_1 und M_2 und die Transversalkräfte Q_1 und Q_2 lassen sich jetzt für alle Querschn. berechnen oder konstruiren.

Am Bolzenende, wo M_1 und M_2 also auch $\mathfrak{M} = 0$ und $\mathfrak{Q} = \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2} = \sqrt{5^2 + 0}$ ist, ergiebt sich $d = \sqrt{\frac{5\,\mathfrak{Q}}{\pi k}} = \sqrt{\frac{5 \,.\, 5}{3{,}14 \,.\, 0{,}75}} = 3{,}26^{\text{cm}}$. $k = 0{,}75^{\text{t}}$ pro $^{\text{qcm}}$ angenommen. In der Bolzenmitte ist Q_1 und Q_2 also auch $\mathfrak{Q} = 0$.

Ferner: $M_1 = (15 - 12)\ 14 - 3 \,.\, 8 = 18^{\text{t}}$

$M_2 = 3\ (8 - 5) = 9^{\text{t}}$; $\mathfrak{M} = \sqrt{18^2 + 9^2} = 20^{\text{t}}$.

Demnach $d = \sqrt[3]{\frac{32\,\mathfrak{M}}{\pi k}} = \sqrt[3]{\frac{32 \,.\, 20}{3{,}14 \,.\, 0{,}75}} = 6{,}50^{\text{cm}}$.

Nimmt man für den Querschn. unmittelbar neben der Stelle, wo $\mathfrak{M} = 20$, $Q_1 = 3$, $Q_2 = 0$ also $\mathfrak{Q} = 3$ ist, d vorläufig zu 7^{cm} an, so erhält man:

$$d = \sqrt[3]{\frac{1}{3{,}14 \,.\, 0{,}75}\left\{12 \,.\, 20 + 5\sqrt{16 \,.\, 20^2 + 3^2 \,.\, 7^2}\right\}} = 6{,}52^{\text{cm}}.$$

Diese Rechnungen zeigen, dass die für die Bolzenmitte berechnete Stärke von $6{,}5^{\text{cm}}$ auch für den gefährlichsten Querschnitt wohl ausreichend sein wird. Durch grafische oder rechnerische Ermittelung der idealen Hauptspannung $\mathfrak{H}$ für alle Querschn. ist übrigens der gefährliche Querschn. direkt noch genauer zu finden.

ζ. Auf Zug und Torsion beanspruchte Schrauben-Verbindung.

Ist d der äussere Durchm. der Schraube und d_1 der kleinste Durchm. imGewinde, dann kann man $k\left(\frac{d + d_1}{2}\right)^2 \frac{\pi}{4} = P$ setzen. Nach der Whitworth'schen Skala ist: $\frac{d + d_1}{2} = d - 0{,}64\,s$ und die Steigung $s = 0{,}08\,d + 1^{\text{mm}}$. Daraus folgt der mittlere Schrauben-Durchmesser:

$$\frac{d + d_1}{2} = 0{,}95\,d - 0{,}64 \text{ und: } d = 2{,}1\sqrt{\frac{P}{k\pi}} + 0{,}64 \text{ in }^{\text{mm}}.$$

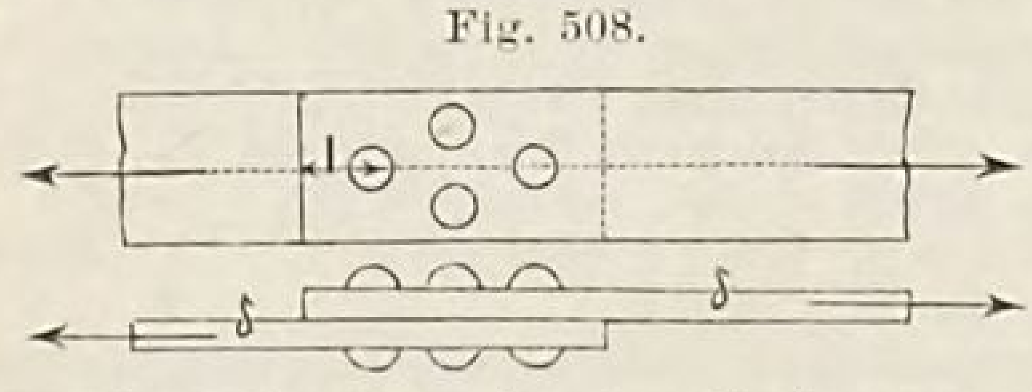
Wegen der im Schraubenbolzen gleichzeitig auftretenden Torsion nimmt man die zulässige Inanspruchnahme k nur klein, nach Morin nur $2{,}8^{\text{kg}}$ auf das $^{\text{qmm}}$. Dann folgt:

$$d = 0{,}71\sqrt{P} + 0{,}64\ (^{\text{mm}}). \quad \text{Morin setzt: } d_1 = 0{,}67\sqrt{P}.$$

η. Nietverbindungen; Fig. 508.

1. Bezeichnet F den vollen auf Zug in Anspruch genommenen Blechquerschnitt, d den Nietdurchm., so ist die erforderl. Anzahl n der Niete:

Fig. 508.



für einschnittige Vernietung: $n = \frac{5\,F}{\pi d^2} = 1{,}60\,\frac{F}{d^2}$;

„ zweischnittige „ $n = \frac{5\,F}{2\,\pi d^2} = 0{,}8\,\frac{F}{d^2}$.

2. Je grösser der Nietdurchmesser, desto grösser auch der Druck in der Lochwandung. Nach Gerbers Versuchen darf die Inanspruchnahme der Flächeneinheit der Projektion der Lochwandung das Doppelte der Zugbeanspruchung des Bleches nicht übersteigen, wenn nicht ein Aufquetschen der Lochwand und ein Stauchen der zu verbindenden Bleche eintreten soll. Darnach ergiebt sich, wenn δ die Blechstärke und k die zulässige Zugbeanspruchung der Niete und Bleche ist: $\frac{d^2\pi}{4}\,\frac{4}{5}\,k \overline{<} d\,\delta\,2\,k$, oder: $d < 3{,}2\ \delta$. In der Regel wird $d = 1{,}5$ bis $3\,\delta$ genommen.

Nach den Versuchen von Unwin ist annähernd $d \overline{<} 1{,}9\,\delta$ zu wählen.

3. Die geringste Entfernung e der Nieten in der Kraftrichtung von einander oder vom Blechrande muss mit Rücksicht auf die Sicherheit gegen Aufschlitzen der Bleche berechnet werden. Regeln hierüber, sowie über die verschiedenen Arten von Nietungen und ihre Abmessungen sind nicht an dieser sondern an anderer Stelle des Buches zu geben, weil die rein theoretische Ermittelung der Abmessungen mit den durch praktische Versuche als zweckmässig fest gestellten nicht immer im Einklange steht.

Ueber die Berechnung der Nietentfernung e in den Gurten eines Blechträgers, vergl. S. 566.

II. Statik der Baukonstruktionen.

Litteratur.

I. Werke allgemeinen Inhalts.

a. Analytisch oder vorzugsweise analytisch.

1. Grunert. Statik fester Körper; Halle 1826. — 2. Eytelwein. Handbuch der Statik fester Körper; Berlin 1826. 3. Aufl. 1842, — 3. Moseley. Die mechanischen Prinzipien der Ingenieurkunst und Architektur. Aus dem Englischen von Scheffler; Braunschweig 1845. — 4. Brix. Lehrbuch der Statik fester Körper; 2. Aufl.; Berlin 1849. — 5. Bresse. *Cours de mécanique appliqué;* 3 Theile; Paris 1859—1865. — 6. Navier. Mechanik der Baukunst. Aus dem Französischen von Westphal; Hannover 1. Aufl. 1851; 2. Aufl. 1879. — 7. Rankine. *Manual of Civil Engineering;* London 1. Aufl. 1862; 12. unver. Aufl. 1877. Deutsch von Kreuter unter dem Titel: „Handbuch der Ingenieur-Baukunst; Wien 1880. — 8. Collignon. *Cours de mécanique appliqué aux constructions;* 2 Bände; Paris 1869—1870. — 9. Weisbach. Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik; 3 Theile 1. Aufl. 1851—1860. 5. desgl. von Herrmann bearb. 2. Theil. 1. Abthl. Die Statik der Bauwerke; Braunschweig 1882. — 10. v. Ott. Vorträge über Baumechanik, I. Theil Erdbau, Futtermauern, Gewölbe; Prag 1870—1873. 2. Aufl. II. Theil, Festigkeitslehre, ist nicht vollständig erschienen. — 11. Ritter. Lehrb. der technischen Mechanik; 2. Aufl.; Hannover 1870. — 12. Ritter. Lehrb. der Ingenieur-Mechanik; Hannover 1875. — 13. Wittmann. Statik der Hochbau-Konstr. 1. Th. Stein; Berlin 1879; 2. Th. Holz; München 1882; 3. Th. Eisenkonstrukt.; München 1884. — 14. Castigliano. *Théorie de l'équilibre des systèmes élastiques et ses applications;* Paris 1880.

b. Grafisch.

15. Culmann. Die grafische Statik; 1. Aufl., Zürich 1866; 2. Aufl. des 2. Th. 1875. — 16. Bauschinger. Elemente der grafischen Statik; München 1871; 2. Aufl. 1880. — 17. Cremona. *Le figure reciproche nelle statica grafica.* Mailand 1872. Deutsch von Migotti (Zeitschr. d. österr. Ingen. u. Archit. Ver. 1873 S. 230). — 18. Weyrauch. Ueber die graphische Statik. Mit Literatur-Verzeichniss; Leipzig 1874. — 19. Levy. *La statique graphique et ses applications aux constructions;* Paris 1874. — 20. Ott. Die Grundzüge des graphischen Rechnens u. d. graph. Statik; 3. Aufl. Prag 1874; 4. bedeutend erweiterte Aufl. 1884. — 21. Favaro. *Statica graphica;* Padua 1875. — 22. Steiner. Die graphische Zusammensetzung der Kräfte; Wien 1875. — 23. Jay du Bois. *The elements of graphical static and their application to framed structures.* 1. Ed., 1875. 2. Ed., New-York 1877. — 24. Wenck. Die graphische Statik. Ein Lehrbuch f. d. Unterricht in Baugew.-Schulen und ähnlichen techn. Bildungsanst.; Berlin 1879 (sehr element. gehalten). — 25. Chalmers. *Graphical determination of forces in engineering structures;* London 1881. — 26. Müller-Breslau. Elemente der graf. Statik der Baukonstruktionen; Berlin 1881.

II. Spezial-Werke.

a. Brückenbau.

27. Laissle u. Schübler. Der Bau der Brückenträger. Stuttgart. 1. Aufl. 1857. 4. Aufl. 1876. — 28. Ritter. Elementar-Theorie und Berechnung eiserner Dach- und Brücken-Konstruktionen; Hannover 1863, 3. Aufl. 1873. — 29. Merril. *Iron truss bridges. Method of calculating strains;* New-York 1870. — 30. Winkler. Theorie der Brücken. I. Aeussere Kräfte grader Träger. Wien 1873, 2. Aufl. 1875. II. Theorie der gegliederten Balkenträger 2. Aufl. Wien 1881. — 31. Weyrauch. Allgemeine Theorie u. Berechnung der kontinuirl. u. einfachen Träger; Leipzig 1873. — 32. Haupt. *General theory of bridge-construction; demonstrations of the principles of the art and their application to practice;* New-York 1875. — 33. Tetmajer. Die äussern und innern Kräfte an statisch bestimmten Brücken- und Dachstuhl-Konstruktionen; Zürich 1875. — 34. Asimont. Berechnung des Tragebalkens mit konzentrirter Verkehrslast; München 1876. — 35. Böhlk. Statische Berechnung der Balkenbrücken einer Oeffnung mit durchbrochenen Wandungen; Hannover 1877. — 36. Weyrauch. Theorie der elastischen Bogenträger; München 1879. — 37. Burr. *A cours on the stresses in the bridge and roof trusses, arched ribs and suspension bridges;* New-York 1880. — 38. Engesser. Theorie und Berechnung der Bogenfachwerksträger ohne Scheitelgelenk; Berlin 1880. — 39. Foeppl. Theorie des Fachwerks; Leipzig 1880. — 40. Stelzel. Theorie einfacher, statisch bestimmter Brückenträger; Wien 1880. — 41. Müller-Breslau. Theorie und Berechnung der eisernen Bogenbrücken; Berlin 1881. — 42. Allievi. *Equilibrio interno delle pile metalliche secondo le leggi della deformazione elastica;* Rom 1882. — 43. Scheffler. Ueber Gitter- und Bogenträger und über die Festigkeit der Gefässwände; Braunschweig 1882.

b. Gewölbe.

44. Poncelet. *Solution graphique des principales questions sur la stabilité des voutes;* Prag 1835. — 45. Knochenhauer. Die Statik der Gewölbe mit Rücksicht auf ihre Anwendung; Berlin 1842. — 46. Schubert. Theorie und Konstruktion steinerner Bogenbrücken; Dresden und Leipzig 1847. — 47. Tellkampf. Beiträge zur Gewölbe-Theorie. Bearbeitet nach Carvallo; Hannover 1855. — 48. Scheffler. Theorie der Gewölbe, Futtermauern und eisernen Brücken; Braunschweig 1857. — 49. Dejardin. *Routine de l'établissement des voûtes en recueil de formules pratiques et de tables etc.;* Paris 1860. — 50. Hagen. Ueber Form und Stärke gewölbter Bögen und Kuppeln; 2. Aufl. Berlin 1874. — 51. Fabian. Ueber Gewölbe-Theorien mit besonderer Rücksicht auf den Brückenbau; Leipzig 1876. — 52. W. Ritter. Die Statik der Tunnelgewölbe; Berlin 1879. — 53. Foeppl. Theorie der Gewölbe; Leipzig 1881. — 54. Schreiber. Tabellen zum Auftragen der Gewölbe-Stützlinien nach Ordinaten; Strassburg 1884.

c. Erddruck und Stützmauern.

55. Poncelet. Ueber die Stabilität der Erdbekleidungen und deren Fundamente; deutsch von Lohmeier; Braunschweig 1884. — 56. Rebhann. Theorie des Erddr. und der Futtermauern; Wien 1870. — 57. Holzhey. Beiträge zur Theorie des Erddr. und graf. Bestimmung der Stärke der Futtermauern; Wien 1871 — 58. Winkler, Neue Theorie des Erddr.; Wien 1872. — 59. Kreuter. Elementare Theorie des Erddr. und Berechnung der Stützmauern; Leipzig 1877. — 60. Weyrauch. Theorie des Erddr. auf Grund der neuern Anschauungen; Wien 1881.

a. Die Konstruktions-Systeme und deren Berechnung im allgemeinen.

Die hauptsächlichsten Baukonstruktionen sind: Decken, Dächer, Brücken, Gewölbe und Stützmauern. Jede besteht im allgemeinen aus 2 wesentlichen Theilen: dem die ruhende oder bewegte Last tragenden Theil — dem Träger — und der mit der Erde in Verbindung stehenden Stütze — Pfeiler, Widerlager, Mauern und Säulen. — Bei den Stützmauern (für Erd- und Wasserdruck) sind tragender Theil und Unterstützung eins.

Die von dem Träger aufzunehmende Gesammtlast besteht aus dem Eigengewicht und der zufälligen Last (Wind-, Schnee- und Materialien-Last) oder der Verkehrslast (Menschen, Thiere, Fuhrwerke, Maschinen u. s. w.).

Die zufällige oder Verkehrlast wirkt entweder unmittelbar auf die Träger oder sie wird mittelbar durch sogen. Zwischenkonstruktionen (Querträger u. s. w.) auf die Hauptträger übertragen.

α. Die Träger.

Nach der äussern Erscheinung der Trägersysteme unterscheidet man vollwandige und Stabsysteme.

Dabei nennt man solche, durch senkrecht gerichtete Lasten beanspruchte Träger, deren Stützen nur einen senkr. Druck erleiden, Balkenträger, während man in der nämlichen Weise belastete Träger, die ausserdem einen horizontalen Druck oder Zug auf ihre Stützen ausüben, im allgemeinen Spreng- oder Hängewerks-Träger nennt, im Brückenbau speziell Bogenbrücken und Hängebrücken.

Ferner giebt es auch noch die zusammen gesetzten Systeme das sind einfache oder mehrfache Verbindungen von Balken, Hängewerken und Sprengwerken (Bogen oder Ketten).

Ein weiteres wichtiges Unterscheidungs-Merkmal ist die Art und Weise der Lagerung des Trägers auf den Stützen.

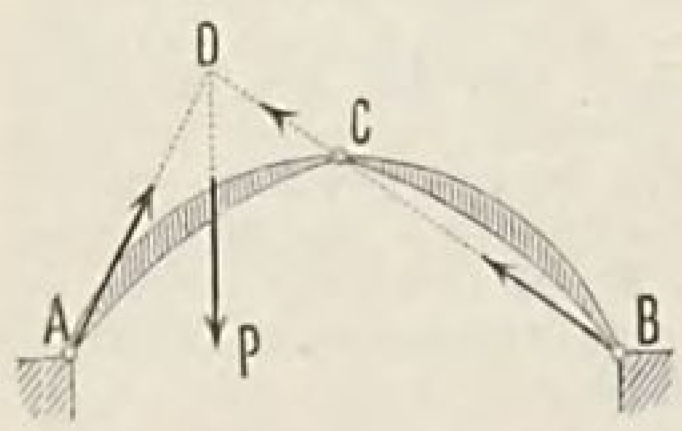
Die Lagerung hat den Zweck, gewisse durch die Belastung hervor gerufene Bewegungen der Konstrukt. zu verhindern. Um diesen Zweck zu erreichen, kann ein Lagerpunkt entweder ganz festgehalten (festes Lager) oder es kann die Beweglichkeit des Lagers in bestimmter Weise beschränkt werden, (bewegliches Lager). Die Beschränkung kann im letztern Falle darin bestehen, dass man den Lagerpunkt zwingt, sich nach einer gegebenen Linie zu verschieben, (verschiebbares Lager) oder um einen festen Punkt zu drehen. (Gelenklager.)

Die Lagerung ist demnach an gewisse Bedingungen geknüpft. Bei einem verschiebbaren Lager ist eine Lager-Bedingung, bei einem Gelenklager sind zwei und bei einem festen Lager drei Lager-Bedingungen gegeben oder erfüllt, weil z. B. bei einem festen Lager weder eine Verschiebung desselben in horizontaler und in vertikaler Richtung, noch auch eine Drehung um einen Punkt stattfinden kann. Für jeden Träger sind mindestens drei Lager-Bedingungen nöthig, um eine fortschreitende Bewegung desselben zu hindern.

β. Statisch unbestimmte Systeme.

Sobald für die Lagerung eines ebenen Systems nicht mehr als drei Lager-Bedingungen gegeben sind, genügen die drei Gleichgew.-Bedingungen der Ebene zur Ermittelung der unbekannten Lagerdrücke.

Fig. 509.



Ein solches System ist hinsichtlich der äussern Kräfte statisch bestimmt.

Sind mehr als drei Auflager-Bedingungen gegeben, so ist das System hinsichtlich der äussern Kräfte statisch unbestimmt und die Lagerdrücke können nur unter Zuhilfenahme gewisser Bedingungen ermittelt werden, die sich aus der Formänderung des Trägers ergeben.

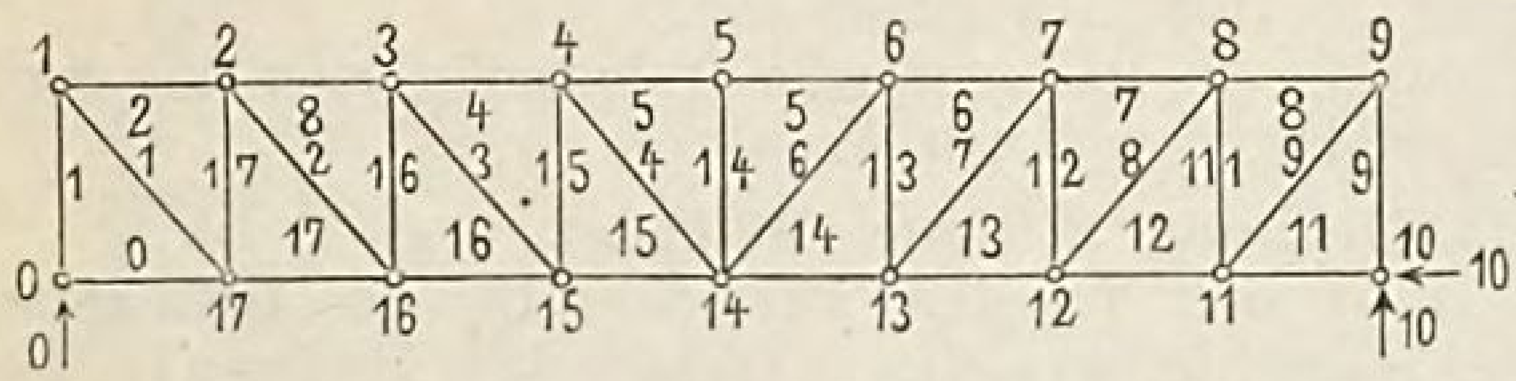
Stat. bestimmte Systeme sind daher z. B.: Der einfache Balken auf 2 Stützen, der an einem Ende eingespannte Balken, der Bogenträger mit 3 Gelenken (3 Lager-Bedingungen).

Stat. unbestimmte Systeme sind: Bogenträger mit 2 Kämpfer-Gelenken (4 Bedingungen), Bogenträger ohne Gelenke und der an beiden Enden eingespannte Balken, (6 Bed.) desgl. der kontinuirl. Träger (Träger auf mehr als 2 Stützen).

Fig. 509 zeigt einen sogen. Dreigelenkträger (Bogenträger mit drei Gelenken). Das System ist stat. bestimmt, weil für jede Hälfte desselben nur 3 Lager-Bedingungen gegeben sind, nämlich im Kämpfergelenk *A* zwei Bedingungen und im Scheitelgelenk *C* nur die eine Bedingung, dass der Lagerdruck daselbst die Richtung *BC* haben muss, welche mit den Richtungen des Lagerdrucks *A* und der Last *P* im Punkte *D* zusammen trifft, weil jede andere Richtung den Gleichgew.-Zustand des Systems stören würde.

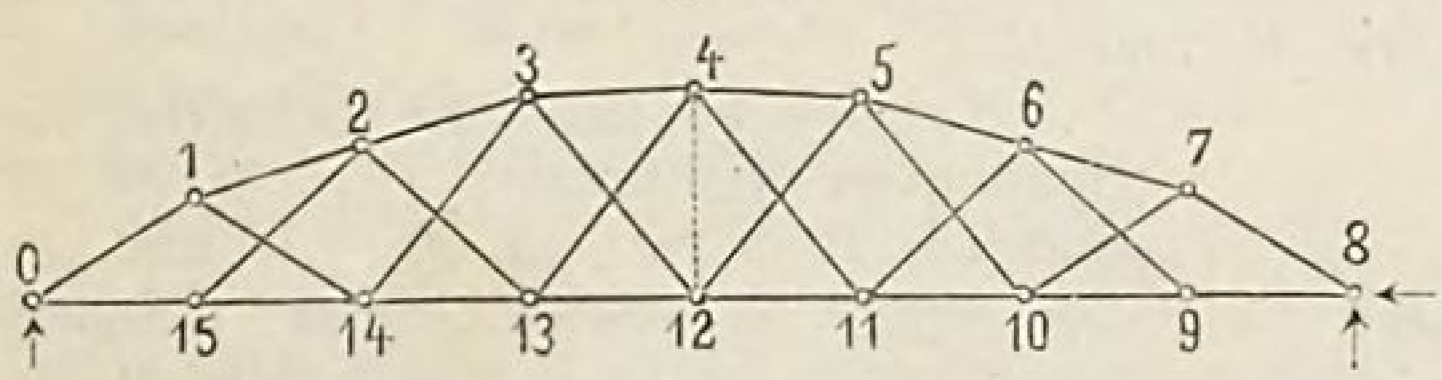
Stabsysteme könnnen auch noch mit Bezug auf die innern Kräfte stat. unbestimmt sein. Z. B. bei einem Gitterträger, Fig. 510, mit n Gelenk-Knotenpunkten, v verschiebbaren Lagern und f Gelenklagern, welcher s gleichzeitig widerstandsfähige Stäbe aufweist, sind $v + 2f + s = m$ Unbekannte innerer und äusserer Kräfte zu ermitteln, wozu $2n$ Beding.-Gleich- vorhanden. Das System ist mit Bezug auf die innern Kräfte für: $m = 2n$ stabil, dabei auch stat. bestimmt, wenn die m Unbekannten den Knotenpunkten derart zugewiesen werden können, dass auf jeden Knotenp. gerade zwei daselbst eintreffende Unbekannte kommen. Beisp. Fig. 510 wo die zusammen gehörigen Unbekannten durch gleiche Ziffern gekennzeichnet sind; für $m > 2n$ labil, dabei stat. bestimmt, wenn auf jeden Knotenp. wie vor, höchstens zwei Unbekannte kommen; für $m < 2n$, stat. unbestimmt, dabei auch stabil, wenn auf jeden Knotenp. wie vor, mindestens zwei Unbekannte kommen.

Fig. 510.



Stabile Systeme haben nur einen Gleichgew.-Zustand; labile Systeme können durch Aenderung der äussern Kräfte Verschiebungen nach Form und Lage erleiden. (Vergl. S. 515.)

Fig. 511.



Für das in Fig. 511 gezeichnete Stabsystem ist z. B. $m = 1 + 2 + 28 = 31$; $2n = 32$. Das System ist also stat. bestimmt und labil, kann aber durch Einfügung eines Stabes (z. B. der punktirten Mittelvertikale) auch stabil gemacht werden.

Alle Stäbe eines stat. unbestimmten Systems, welche aus statischen Rücksichten nicht nothwendig sind, nennen wir überzählige Stäbe und die nach Entfernung der überzähligen verbleibenden Stäbe des statisch bestimmten Systems die nothwendigen Stäbe.

Demnach wird ein statisch unbestimmtes System mit u Stäben durch Weglassung von $u - s$, oder von $u - 2n + v + 2f$ im allgemeinen beliebige Stäbe, statisch bestimmt. Wenn keine überzähligen Stäbe vorhanden sein sollen, muss $u = 2n - v - 2f$ sein.

γ. Methoden zur Ermittelung der Spannungen im allgemeinen.

Der Hauptzweck der Statik der Baukonstrukt. ist die Ermittelung der innern Kräfte oder Spannungen aller Theile einer Konstruktion aus den ihrer Grösse und Lage nach gegebenen äussern Kräften, d. i. der Belastung. Dieser Zweck wird nach Vorstehendem für die Träger entweder auf dem Wege der reinen Statik oder mit Zuhilfenahme von Bedingungen, welche die Elastizit.-Lehre liefert, zu erreichen sein. Wir haben darnach zwei verschiedene Methoden der Spannungs-Ermittelung zu unterscheiden:

1. für stat. bestimmte und 2. für stat. unbestimmte Systeme. In beiden Fällen — und sowohl für vollwandige als auch für Stabsysteme — ist die erste Aufgabe, die Bestimmung der unbekannten äussern Kräfte, d. h. die Grösse und Richtung der Lagerdrücke und etwa in den Lagerpunkten vorhandener Momente.

Beispiele für die Bestimmung der äussern Kräfte stat. bestimmter Fälle finden sich S. 514. Für stat. unbestimmte Fälle werden die Gleichg. der elast. Linie oder die Sätze von der Formänderungs-Arbeit zur Hilfe genommen (S. 586 u. 590).

Sobald die gefundenen Lagerdrücke in ihrem Angriffsp. der Grösse und Richtung nach als äussere Kräfte wirkend aufgenommen worden sind, wird man bei vollwandigen Trägern zur Bestimmung der Spannung eines belieb. Querschn.-Punktes immer nur mit bekannten Fällen der Elastizit.-Lehre zu thun haben. Es wird sich z. B. bei einem Balken auf zwei oder mehreren Stützen um einen Fall der Biegungs-Elastizit., bei einem Bogen um einen Fall der Normal- und Biegungs-Elastizität handeln u. s. w.

Für die Bestimmung der Spannungen in den einzelnen Stäben der Stabsysteme kommen aber besondere Methoden in Anwendung, die entweder rein statische sind oder bei denen in (mit Bezug auf die innern Kräfte) statisch unbestimmten Fällen ausserdem das Elastizitäts-Gesetz zu Hilfe genommen wird.

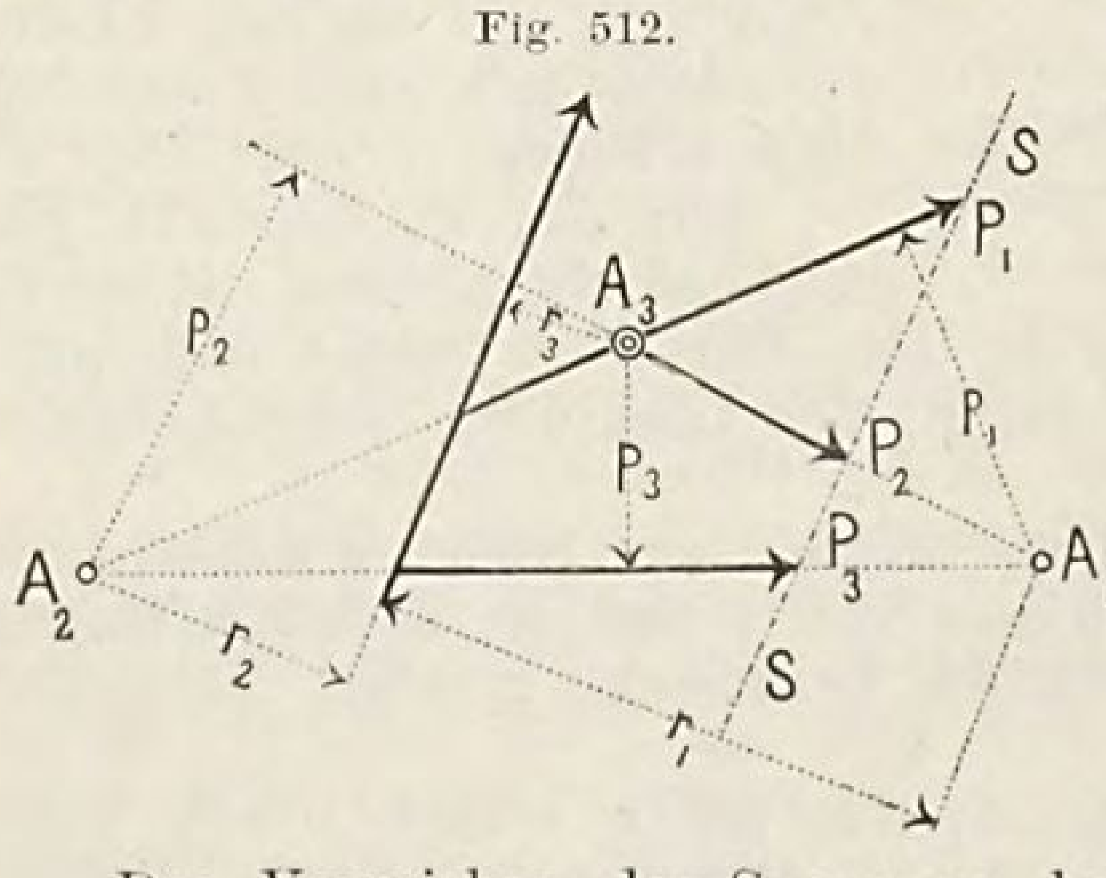
Die Berechnung der Spannungen in den entweder vollwandig oder als Stabsysteme konstruirten Stützen erfolgt in analoger Weise.

δ. Schnitt-Methode. (Ritters Methode).

Die Ritter'sche Methode stützt sich auf den Satz, dass für den Gleichgew.-Zustand (nach Anbringung der Lagerdrücke) die Summe der Momente der innern und äussern Kräfte eines durch einen belieb. Schnitt abgetrennten System-Theils in Beziehung auf einen belieb. Punkt $= 0$ sein muss. Der Schnitt wird in der Regel so geführt, dass stets nur drei sich nicht in einem Punkte schneidende Stäbe getroffen werden, deren Spannungen unbekannt sind, und das Moment wird auf den Durchschnittsp. zweier geschnittenen Stäbe bezogen, wenn die Spannung des dritten Stabes bestimmt werden soll. Wenn bei der direkten Bestimmung der Spannung eines Stabes ein durch denselben gelegter Schnitt mehr als zwei andere Stäbe trifft, so muss zunächst an einer sonstigen Stelle ein Schnitt durch drei Stäbe geführt werden u. s. w.

Der durch das System, Fig. 512, gelegte Schnitt SS treffe z. B. drei Stäbe mit den bezügl. Spannungen P_1 und P_2 und P_3.

Fig. 512.



Bezeichnet man die Schnittp. der Spannungs-Richtungen P_2, P_3, P_1, P_3 und P_1, P_2 bezw. mit A_1, A_2 und A_3, die senkr. Abstände dieser Schnittp. von der Richtung der auf den in Betracht kommenden Systemtheil wirkenden Resultante R der äussern Kräfte bezw. mit r_1, r_2 und r_3, desgleichen von den Richtungen der zugehörigen Spannungen mit p_1, p_2 und p_3, so folgt: $P_1 = R\frac{r_1}{p_1}$; $P_2 = R\frac{r_2}{p_2}$; $P_3 = R\frac{r_3}{p_3}$.

Das Vorzeichen der Spannung bestimmt man am einfachsten nach dem Umstande, dass die fragliche Spannung P und die Resultante R entgegen gesetzten Drehungssinn mit Bezug auf den betr. Momentenpunkt A haben müssen. Je nachdem die so bestimmte Richtung der Spannung vom Schnittp. aus nach dem Knotenp. hin oder von demselben weg weist, liegt Druck oder Zug vor.

ε. Grafische Schnittmethode.

Die von Ritter (1861) eingeführte „rechnende Schnitt-Methode" wurde von Culmann (1864) grafisch verwendet. Die grafische Lösung stützt sich auf folgenden Satz:

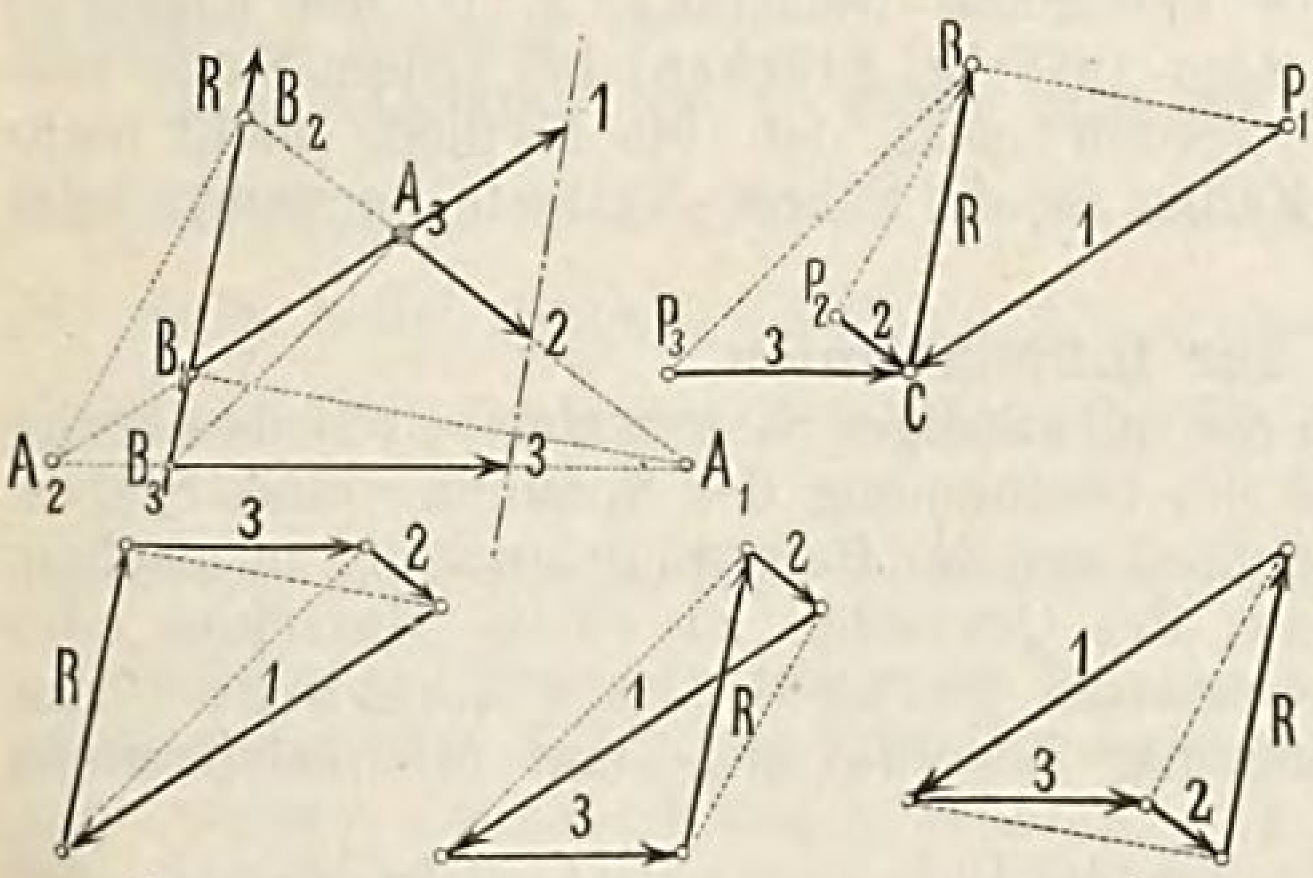
Die Richtung der Resultante der gesuchten Spannung und der äussern Kraft R muss durch den Schnittp. der beiden andern Spannungen des Schnittes verlaufen.

Ist demnach, Fig. 513, B_1 der Schnittp. der gesuchten Spannung 1 mit der Kraft R so muss die Resultante beider Kräfte die Richtung AB haben.

Hieraus folgt die Konstruktion: Es seien B_1, B_2, B_3 bezw. die Schnittp. der drei Spannungen 1, 2, 3 mit der Kraft R. Man trage die Kraft R ihrer Grösse und Richtung nach auf; dies ist in Fig. 513 a. durch die Strecke CR geschehen. Ziehe durch C drei Parallelen zu den Spannungs-Richtungen und durch R drei Parallelen

zu den betr. Verbindungslinien $A_1 B_1$, $A_2 B_2$ und $A_3 B_3$. Letztere Parallelen schneiden dann auf den erstern, den Spannungen 1, 2 und 3 gleiche Strecken CP_1, CP_2 und CP_3 ab. Die Spannungs-Richtung (durch Pfeile angedeutet) ist nach C hin zu nehmen und je nachdem diese Richtung vom betr. Schnittp. des Stabes in Fig. 513 gedacht, nach dem Knotenp. hin oder von demselben weg weist, ist die Spannung ein Druck oder ein Zug. In Fig. 513a ist z. B.: 1 ein Druck, 2 und 3 ein Zug. Die im Gleichgew. befindlichen 4 Kräfte R, 1, 2 und 3 lassen sich, wie die Fig. 513b — 513d zeigen, auch noch in anderer Folge zu einem Kraftpolygon an einander reihen.

Fig. 513.



Die Grösse und Richtung der Resultante R bestimmt sich bei gegebener Lage der äussern Kräfte für jeden Schnitt mit Hilfe des Kraft- und Seilpolygons nach S. 503 ff.

ζ. Cremona'sche oder Polygonal-Methode.

Die Polygonal-Methode stützt sich auf den Satz, dass für den Gleichgew.-Zustand an jedem Knotenp. des Systems die Resultante der äussern und innern Kräfte = 0 sein muss. Wenn also in einem Knotenp. n Stäbe zusammen stossen, so müssen die Spannungen von $n - 2$ Stäben bekannt sein; die Spannungen der beiden übrigen Stäbe entnimmt man aus dem sich schliessenden Kraftpolygon. Man beginnt mit der Bestimmung der Spannungen an einem Knotenp., an dem nur 2 Stäbe zusammen stossen — z. B. am Lager — deren Spannung dann das Kraft-Dreieck ergiebt.

Sollte man ein System behandeln müssen, das einen Knotenp., in welchem nur zwei Stäbe zusammen stossen, nicht enthält, so werden besondere geometrische Lösungen einzutreten haben. Event. kann auch die Schnitt-Methode zur Bestimmung der ersten erforderlichen Stabspannung aushelfen.

Es ist nicht zweckmässig, die Kraftpolygone für die einzelnen Knotenp. getrennt zu zeichnen, weil die Kraftpolygone für alle Knotenp. eines stat. bestimmten Systems sich in einer geschlossenen Figur — dem Kräfteplan — darstellen lassen.

Beispiel. Bestimmung sämmtlicher Spannungen in den Stäben eines Systems, Fig. 514. Alle die System-Figur abschliessenden Stäbe seien als Gurtstäbe, die innern Stäbe als Zwischenstäbe bezeichnet. Knotenp. und die daselbst wirkenden äussern Kräfte sind mit Ziffern (1 bis 7) und die Stäbe durch je 2 Ziffern (1 — 2, 2 — 3 u. s. w.) bezeichnet worden.

Fig. 514.

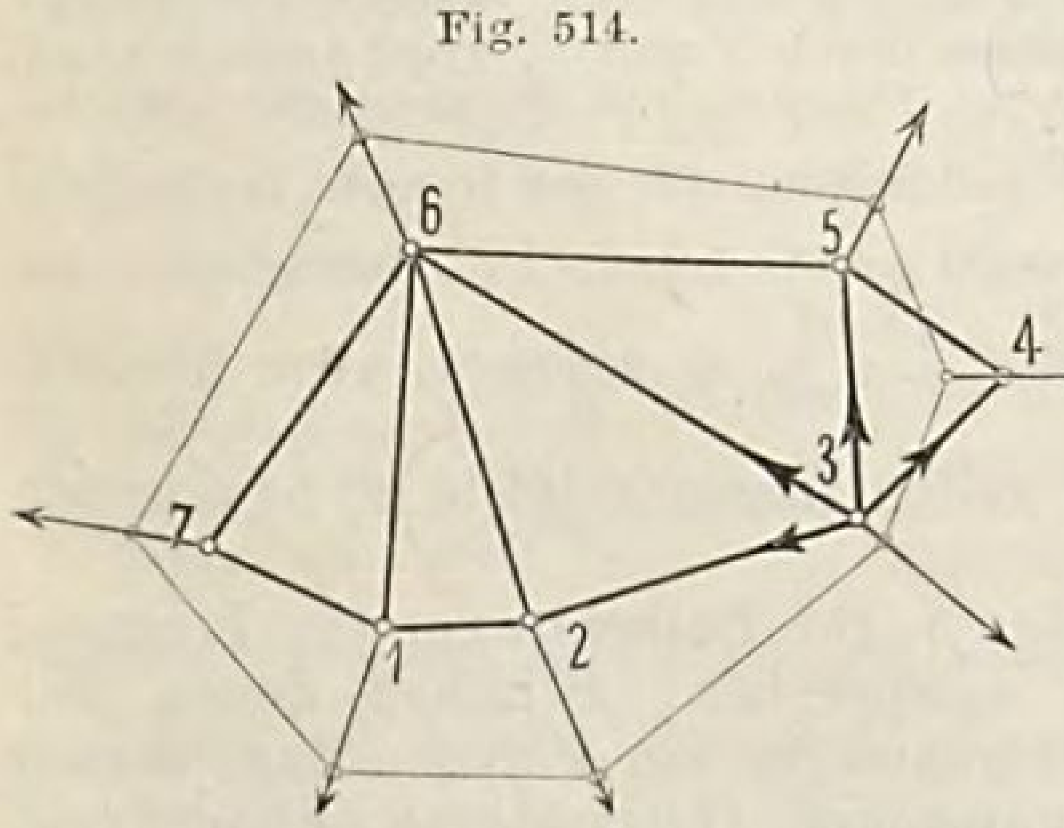
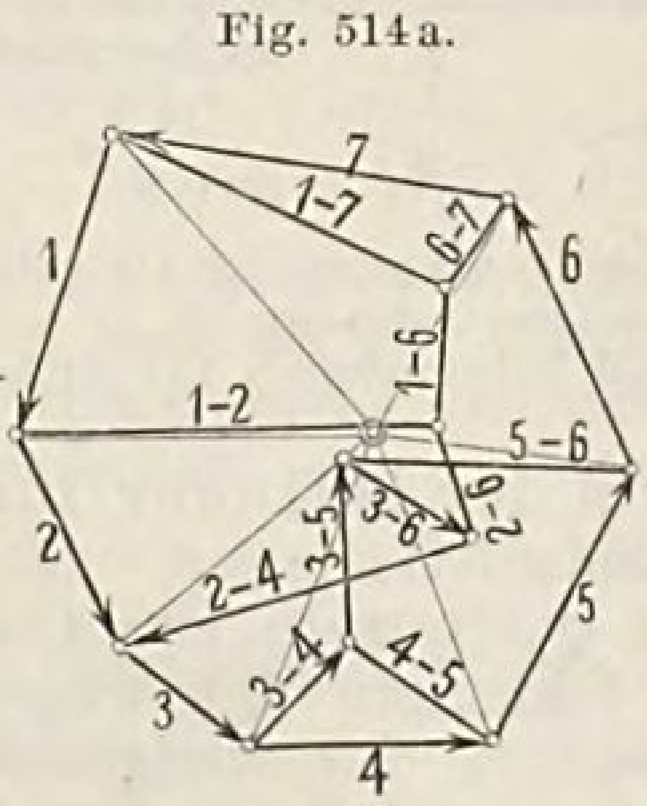


Fig. 514a.



Am rathsamsten ist es, beim Zeichnen des Kräfteplans zunächst die äussern Kräfte nach der Reihenfolge der 7 Ecken des Gurtstab-Polygons zu einem geschlossenen Kraft-Polygon zu vereinigen, Fig. 514a. Dies Kraft-Polygon kann man direkt benutzen, um die gesuchten Stabspannungen einzutragen. Man ziehe zuerst von den betr. Ecken des Kraft-Polygons aus Parallelen zu den Gurtstäben (1 — 2, 2 — 3, 3 — 4 u. s. w.). Für die Knotenp. 4 und 7 erhält man dadurch zwei Kraft-Dreiecke. Von den innern Spitzen derselben anfangend, zieht man nun weitere Parallelen zu den betr. Zwischenstäben (1 — 6, 2 — 6, 3 — 6 und 3 — 5) und erhält dadurch endlich den vollständigen Kräfteplan, Fig. 514a, welcher alle einzelnen Kraftpolygone der 7 Knotenp. mit sämmtlichen innern und äussern Kräften in sich schliesst. Dabei erscheint jede Stabspannung nur ein Mal. Der Sinn der Spannung eines Stabes ergiebt sich durch eine einfache Betrachtung.

Will man z. B. für die im Knotenp. 3 (und analog für alle andern Knotenp.) zusammen stossenden Stäbe den Sinn der Spannung bestimmen, so deute man zuerst im zugehörigen Kraft-

Polygon, bei der gegebenen äussern Kraft 3 anfangend, in bekannter Weise den Sinn der Kräfterichtungen durch Pfeile an, wie dies in Fig. 514a geschehen ist. Weist dann die Pfeilrichtung bei einem Stabe nach dem Knotenp. 3 hin, so hat der Stab Druck, im andern Falle Zug. Darnach werden die im Knotenp. 3 zusammen stossenden Stäbe gezogen, mit Ausnahme des Stabes 3—6, welcher Druck hat.

Die Polygonal-Methode ist vorzüglich da anzuwenden, wo es sich um die Bestimmung der Spannungen für eine bestimmte Belastung, z. B. die Eigenlast oder Gesammtlast handelt*). Sobald aber (wie bei Brücken) bei jedem Stabe eine andere Belastung zu Grunde gelegt werden muss, ist die Methode nicht mehr mit Vortheil anwendbar. In solchen Fällen ist die Schnitt-Methode bequemer oder auch die folgende Methode:

η. Methode der Influenzlinien.

1. Wenn ein Stabsystem oder auch ein vollwandiges System eine veränderliche Belastung erleidet, so kommt es bei der Bestimmung der Spannung eines Stabes, bezw. eines Querschn. darauf an, diejenige Lage der Belastung ausfindig zu machen, welche die Spannung des Stabes, bezw. des Querschn. zu einem Maximum oder Minimum macht. Diese Lage nennt man die gefährlichste Lastlage. Zur Auffindung derselben und zur Bestimmung der Maximal- und Minimalspannung dienen die Influenzlinien.

Wenn man für einen bestimmten Querschn. die veränderliche Grösse der Spannung, des Moments oder der Transversalkraft etc., welche durch eine über den Träger fortschreitende Einzellast G erzeugt wird, als Ordin. in dem jedesmaligen Lastpunkte aufträgt, so erhält man durch Verbindung der Endpunkte der Ordin. die Influenzlinie („Influenz-Polygon“, „Influenz-Kurve“). Die von der Influenzlinie und der Trägeraxe eingeschlossene Fläche heisst Influenz-Fläche.

Man kann die Influenzlinie für eine Last, welche unmittelbar auf dem Träger rollt, zeichnen und auch für eine Last, welche mittelbar (z. B. durch Querträger) auf den fraglichen Träger übertragen wird.

Beispiel. In Fig. 515a. u. b. sind die Geraden BG und AG_1 Influenzlinien bezw. für den Lagerdruck in den Punkten A und B (voraus gesetzt, dass $AG = BG_1 =$ der Last G gemacht ist). Ferner ist der Linienzug $AC_1\ NB$, Fig. 515a., Influenzlinie für die Transversalkraft im

Fig. 515.

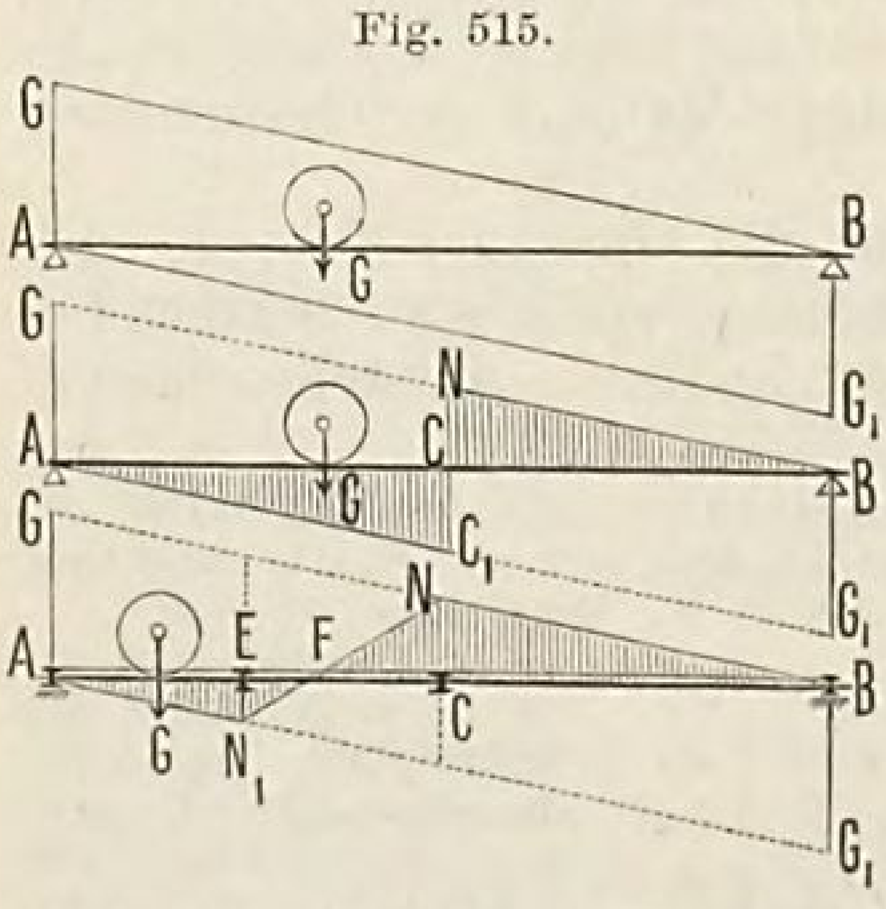
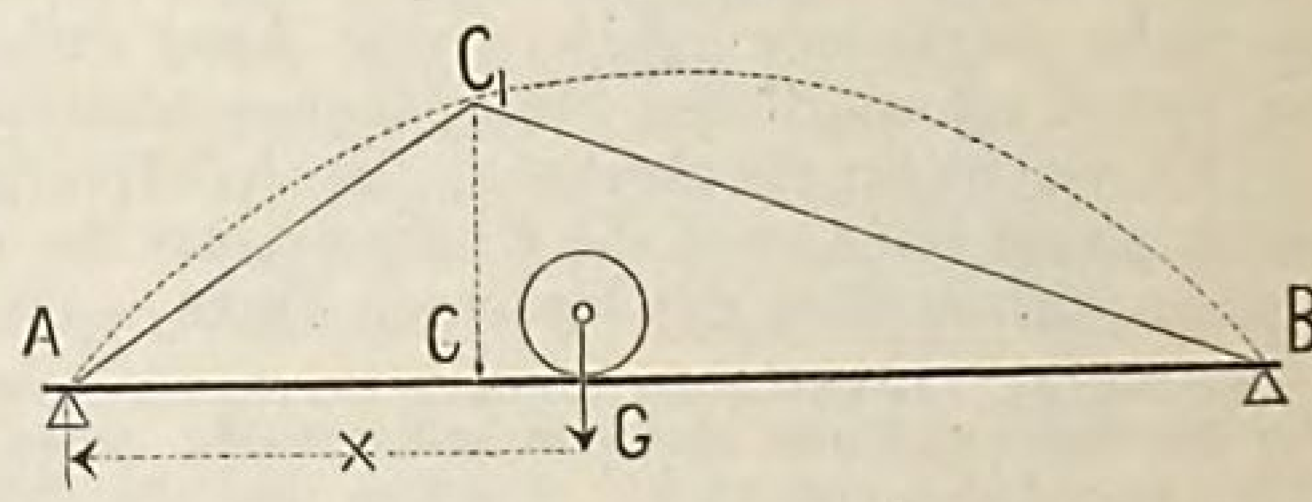


Fig. 516.



Querschn. C, wenn keine Querträger, und desgl. der Linienzug $AN_1\ NB$, Fig. 515b., wenn Querträger in den Senkrechten durch N und N_1 vorhanden sind.

Ferner ist in Fig. 516 die Parabel der Gleichg. $y = G\frac{(l-x)\,x}{l}$ Influenzlinie für das Moment im jedesmaligen Angriffsp. von G; dagegen ist die gebrochene gerade Linie $AC_1\,B$ Influenzlinie für das Moment im bestimmten Querschn. C.

In analoger Weise sind Influenzlinien für Gitterstäbe u. s. w. zu zeichnen, wozu Beispiele weiterhin folgen.

2. Für die Form der Influenzlinie gelten folgende leicht zu beweisende Regeln: Die Influenzlinie ist:

α. zwischen je 2 Querträgern eine Gerade; β. für Balkenträger ein Polygon-Zug, dessen Ecken denjenigen Querträgern entsprechen, zwischen denen der fragliche Querschn. liegt; γ. für Dreigelenk-Bogenträger ein Polygon-Zug, dessen Ecken dem Scheitelgelenk und den unter β genannten Querträgern entsprechen.

3. Die Anwendung der Influenzlinien zur Auffindung der gefährlichsten Lastlage, bezw. der Maximalwerthe von M, Q u. s. w. geschieht wie folgt:

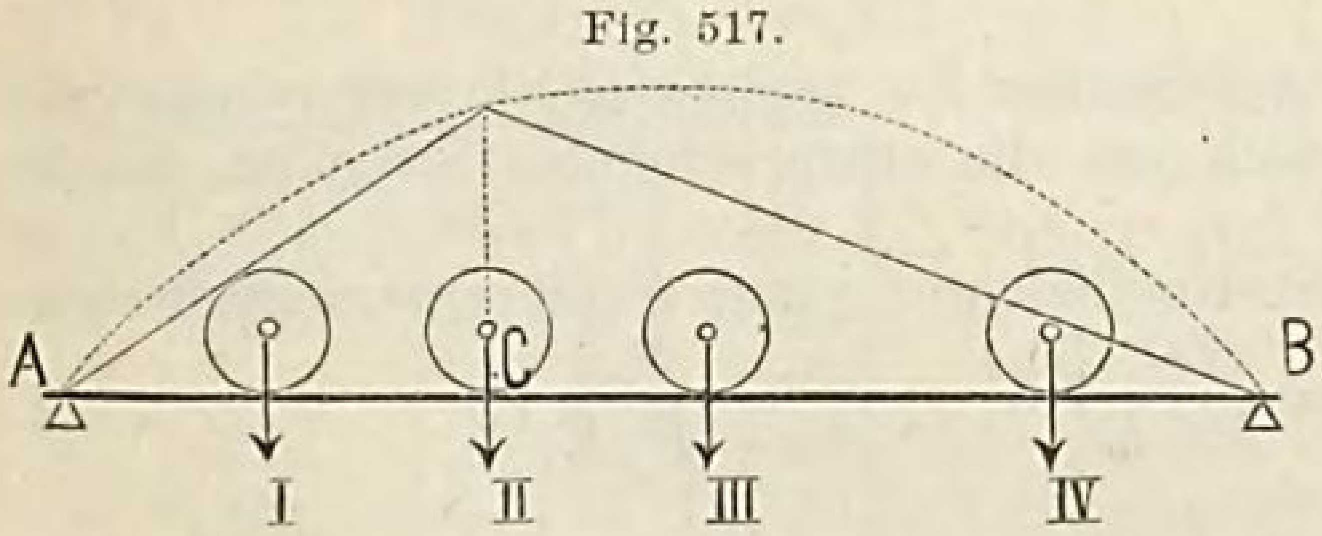
*) Maxwell (1864), und in weiterer Ausbildung Cremona (1872), fassen das Stabsystem mit den gegebenen äussern Kräften als Projektionen zweier reziproken Polyeder auf, bei denen die Ecken des einen die Pole der Flächen des andern sind. Das von Winkler, „Polygonal-Methode“ genannte Verfahren ist die Maxwell'sche oder Cremona'sche Methode.

Bei gleichmässig vertheilter Last p wird die Spannung u. s. w. in einem bestimmten Querschn. C bei der Belastung der belieb. Trägerstrecke BF, Fig. 515 b, gefunden, indem man die zugehörige Influenz-Fläche BNF mit $\frac{p}{G}$ multiplizirt. Dabei sind event. die Flächen oberhalb und unterhalb der Axe bezw. positiv und negativ zu nehmen.

Den Maassstab für G wählt man am besten so, dass $G = p$ oder $=$ der Einheit, d. h. $\frac{p}{G} = 1$ oder $= p$ wird. Z. B. ist in Fig. 515 b. die Transversalkraft für einen belieb. Schnitt im Felde EC (voraus gesetzt, dass Querträger vorhanden sind) bei Vollbelastung: $=$ (Fläche $\triangle\, FNB$ — Fläche $\Delta\, AN_1F) \frac{p}{G}$, bei Theil-Belastung der Strecke FB: $=$ Fläche $\Delta\, FNB \frac{p}{G}$. Auch erhellt sofort, dass allgemein das positive oder negative Maximum einer Spannung oder dergl. eintreten muss, wenn alle diejenigen Trägerstrecken belastet sind, zu denen bezw. positive oder negative Influenz-Flächen gehören. Es tritt also im Felde EC das Maximum von $+ Q$ oder $- Q$ bezw. bei Belastung der Strecken BF oder AF ein. Sind keine Querträger vorhanden, so tritt für den belieb. Querschn. C, Fig. 515 a., das Maximum von $+ Q$ oder $- Q$ bezw. bei Belastung der Strecken BC oder AC ein.

Wenn ein System von Einzellasten vorliegt und man, Fig. 517, bei der gezeichneten belieb. Lage der Lasten (wenn die Influenzlinie $A\,C_1\,B$ für $G = 1$ gezeichnet ist) das Moment in C bestimmen will, so hat man zunächst jede Ordin. in einem Lastpunkte mit der Grösse der betr. Last (I, II, III oder IV) zu multipliziren und die so erhaltenen Produkte zu addiren.

Fig. 517.

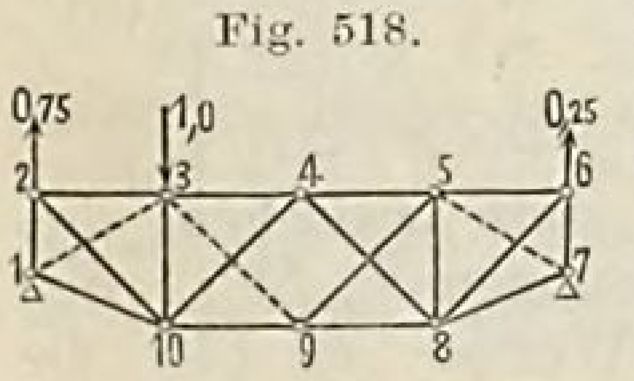


Zur Auffindung der gefährlichsten Lastlage kann man sich direkter grafischer Methoden bedienen; jedoch kommt man meistens rascher und ebenso sicher durch Probiren zum Ziele, wenn man dabei beachtet, dass stets eine Last unter einem Eckpunkt des Influenz-Polygons liegen muss. Man stellt zuerst nach Schätzung das System in die gefährlichste Lage, verschiebt es nach links und rechts und erhält so sehr bald durch Auftragen der jedesmaligen Produkten-Summe das Maximum der fraglichen Spannung u. s. w. (S. die weiterhin folgenden Beispiele).

ϑ. Methode zur Berechnung der innern Kräfte statisch unbestimmter Stabsysteme.

Im Stabsystem Fig. 518 seien n stat. nothwendigen Stäbe mit den Längen $l_1, l_2 \ldots l_n$ vorhanden. Die u überzähligen Stäbe mit den Längen $l', l'' \ldots l^{(u)}$ sind punktirt ausgezogen.

Fig. 518.



Welche Stäbe man als die überzähligen ansehen will, ist meistens innerhalb gewisser Grenzen gleichgültig.

Es bezeichne ferner:

$s_x^{(z)}$ allgem. eine Spannung, die in einem nothwendigen Stabe l_x entsteht, wenn an Stelle eines überzähligen Stabes $l^{(z)}$ eine Zugkraft $= 1$ an jedem der beiden Knotenp. dieses überzähligen Stabes angebracht wird. Die Spannungen s lassen sich auf stat. Wege bestimmen.

$\mathfrak{S}_1, \mathfrak{S}_2 \ldots \mathfrak{S}_n$ seien die Spannungen, welche durch die gegebene Belastung des Systems in den nothwend. Stäben entstehen, wenn die überzähligen fortgelassen werden. Diese Spannungen sind ebenfalls auf stat. Wege bestimmbar.

$S_1, S_2 \ldots S_n$ und $S', S'', \ldots S^{(u)}$ seien die zu berechnenden wirklichen $n + u$ Spannungen, welche in den nothwendigen, bezw. den überzähligen Stäben des stat. unbestimmten Systems entstehen.

Wenn man die überzähligen Stäbe fortlässt und als Ersatz derselben an den betr. Knotenp. die wirklich in den überzähligen Stäbe auftretenden Spannungen als Zugkräfte angebracht denkt, so erhält man:

$$\left.\begin{array}{l} S_1 = \mathfrak{S}_1 + s_1{}'S' + s_1{}''S'' + \ldots\ldots s_1{}^{(u)}S^u \\ S_2 = \mathfrak{S}_2 + s_2{}'S' + s_2{}''S'' + \ldots\ldots s_2{}^{(u)}S^u \\ - - - - - - - - - - - \\ S_n = \mathfrak{S}_n + s_n{}'S' + s_n{}''S'' + \ldots\ldots s_n{}^{(u)}S^{(u)} \end{array}\right\} (1).$$

Diese n Gleich. sind symbolisch durch: $S_x = \mathfrak{S}_x + \sum_{z=1}^{z=u} (s_x{}^{(z)} S^{(z)})$ auszudrücken.

Zu den für die vollständige Lösung der Aufgabe noch fehlenden u Gleich. für die Spannungen S', S'' ... $S^{(n)}$ gelangt man durch folgende Betrachtung:

Wenn man sich aus einem überzähligen Stabe l^z und aus einem nothwendigen Stabe l_x je ein Stück heraus geschnitten denkt, so kann man den früheren Spannungszustand des Systems wieder herstellen, indem man in den — durchschnittenen — Enden des Stabes l^z die entgegen gesetzt wirkenden Kräfte $+ P$ und $- P$ und desgl. am Stabe l_x die Kräfte $+ s_x{}^{(z)} P$ und $- s_x{}^{(z)} P$ anbringt.

Setzt man nun alle übrigen Stäbe des Systems als vollkommen starr voraus, so sind die Kräfte P und $s_x{}^{(z)} P$ die einzigen, welche bei der Formänderung mechan. Arbeit verrichten. Es ist demnach:

$$s_x{}^{(z)} P \triangle l_x = P \triangle l^{(z)} \text{ oder: } s_x{}^{(z)} \triangle l_x = \triangle l^{(z)}$$

wenn $\triangle l_x$ und $\triangle l^{(z)}$ bezw. die Längenänderungen der Stäbe l_x und $l^{(z)}$ bei der gedachten Formänderung vorstellen.

Die Gesammt-Längenänderung des Stabes $l^{(z)}$ ergiebt sich, wenn man der Reihe nach die nothwendigen Stäbe sich um die entsprechenden Strecken ändern lässt, demnach zu: $\Sigma \triangle l^{(z)} = s_1{}^{(z)} \triangle l_1 + s_2{}^{(z)} \triangle l_2 + \ldots\ldots s_n{}^{(z)} \triangle l_n$. Es ist aber, wenn E den konstanten Elastizit.-Koeffizienten, und F die Querschn.-Fläche eines Stabes bezeichnet: $\Sigma \triangle l^{(z)} = \frac{S^{(z)}}{F^{(z)} E} l^{(z)}$; $\triangle l_x = \frac{S_x}{F_x E} l_x$.

Führt man dann noch allgemein den Koeffizienten $k_x{}^{(z)} = - s_x{}^{(z)} \frac{F^{(z)} l_x}{F_x l_z}$ ein so erhält man endlich:

$$\left.\begin{array}{l} S' = k_1{}'S_1 + k_2{}'S_2 + \ldots\ldots k_n{}'S_n \\ S'' = k_1{}''S_1 + k_2{}''S_2 + \ldots\ldots k_n{}''S_n \\ S^{(u)} = k_1{}^{(u)}S_1 + k_2{}^{(u)}S_2 + \ldots\ldots k_n{}^{(u)}S_n \end{array}\right\} (2) \text{ oder symbol.: } S^{(z)} = \sum_{x=0}^{x=n} (k_x{}^{(z)} S_x).$$

Die $n + u$ Gleichg. (1) und (2) genügen zur Ermittelung der $n + u$ Unbekannten S_1, $S_2{}'$... S_u und S', S'' ... $S^{(u)}$; doch empfiehlt es sich, die Werthe von $S^{(z)}$ aus (2) in die Ausdrücke für S_x in (1) einzusetzen. Man erhält dann:

$$\left.\begin{array}{l} [\Sigma(s_x{}'k_x{}' - 1)]\,S' + \Sigma(s_x{}''k_x{}'S'') + \ldots\ldots \Sigma(s_x{}^{(u)}k_x{}'\,S^{(u)}) = -\Sigma(k_x{}'\,\mathfrak{S}_x) \\ \Sigma(s_x{}'k_x{}''S') + [\Sigma(s_x{}''k_x{}'' - 1)]\,S'' + \ldots \Sigma(s_x{}^{(u)}k_x{}''S^{(u)}) = -\Sigma(k_x{}''\mathfrak{S}_x) \\ - - - - - - - - - - - - - - - \\ - - - - - - - - - - - - - - - - \\ \Sigma(s_x{}'k_x{}^{(u)}S') + \Sigma(s_x{}''k_x{}^{(u)}S'') + \ldots [\Sigma(s_x{}^{(u)}k_x{}^{(u)} - 1)]\,S^{(u)} = -\Sigma(k_x{}^{(u)}\mathfrak{S}_x) \end{array}\right\} (3).$$

Aus diesen u Gleich., in denen die Summirungen stets zwischen den Grenzen $x = o$ und $x = n$ zu nehmen sind, können die Spannungen S', S'' ... $S^{(u)}$ ermittelt und darauf nach Einsetzung der erhaltenen Werthe in (1) die Spannungen S_1, S_2 ... S_u berechnet werden.

Beispiel. Der in Fig. 518 dargestellte Träger wird im Knotenp. 3 durch eine Last $= 1^t$. beansprucht. Die gegebenen Querschn.-Flächen und Längen der einzelnen Stäbe sind der nachstehenden Tabelle eingeschrieben. Die Spannungen sämmtlicher 20 Stäbe sind zu berechnen.

Da 10 Knotenpunkte und 20 Stäbe vorhanden sind, so ist: $u = 20 - (2 \,.\, 10 - 3) = 3$.

Die überzähligen Stücke seien die punktirten Stäbe 1 — 3, 3 — 9 und 5 — 7. Die Spannungen $\mathfrak{S}_1$, $\mathfrak{S}_2$, $\mathfrak{S}_3$... $\mathfrak{S}_{17}$ sind durch Rechnung am besten nach der Ritter'schen oder grafisch nach der Polygonal-Methode zu bestimmen.

Es folgt dann in der nämlichen Weise die Bestimmung der Spannungen $s_1{}'$, $s_2{}'$... $s_{17}{}'$: $s_1{}''$, $s_2{}''$... $s_{17}{}''$ und $s_1{}'''$, $s_2{}'''$... $s_{17}{}'''$, wobei zur Vereinfachung des Verfahrens zu beachten ist, dass die Kraft 1 in allen nothwendigen Stäben, die in einem Knotenp. zusammen stossen, an welchem keine äussere Kraft wirkt, die Spannung $= 0$ hervor ruft.

Mit Hilfe der gefundenen Werthe von $s_x^{(z)}$ und der gegebenen Grössen F_x, $F^{(z)}$, l_x und $l^{(z)}$ sind nun die Werthe $k_x^{(z)}$ zu berechnen.

Tabelle der nothwendigen Stäbe.

	Lfd. No.	Bezeichnung des Stabes	l_x	F_x	$\mathfrak{S}_x$	s'	s''	s'''	k'	k''	k'''	S_x
Gurte	1	2—3	100	25	— 0,750	— 0,894	0	0	+ 0,894	0	0	— 0,299
	2	3—4	100	50	— 0,750	0	— 0,707	0	0	+ 0,103	0	— 0,609
	3	4—5	100	50	— 0,250	0	0	0	0	0	0	— 0,250
	4	5—6	100	25	— 0,250	0	0	— 0,894	0	0	+ 0,894	— 0,107
	5	1—10	112	28	0	— 1,000	0	0	+ 1,000	0	0	+ 0,504
	6	10—9	100	50	+ 0,500	0	— 0,707	0	0	+ 0,103	0	+ 0,559
	7	9—8	100	50	+ 0,500	0	+ 0,707	0	0	— 0,103	0	+ 0,359
	8	8—7	112	28	0	0	0	— 1,000	0	0	+ 1,000	+ 0,160
Vertikalen	9	1—2	50	60	— 0,750	— 0,894	0	0	+ 0,186	0	0	— 0,299
	10	3—10	100	45	— 1,000	— 0,447	— 0,707	0	+ 0,248	+ 0,111	0	— 0,634
	11	5—8	100	45	0	0	+ 0,707	— 0,447	0	— 0,111	+ 0,280	— 0,069
	12	6—7	50	60	— 0,250	0	0	— 0,894	0	0	+ 0,186	— 0,107
Diagonalen	13	2—10	141	36	+ 1,061	+ 1,265	0	0	— 1,238	0	0	+ 0,424
	14	10—4	141	10	+ 0,354	0	+ 1,000	0	0	— 1,000	0	+ 0,153
	15	4—8	141	10	— 0,354	0	— 1,000	0	0	+ 1,000	0	— 0,153
	16	9—5	141	10	0	0	— 1,000	0	0	+ 1,000	0	+ 0,201
	17	8—6	141	36	+ 0,354	0	0	+ 1,265	0	0	— 1,238	+ 0,152
			cm	qcm	t. p. qcm							t. p. qcm

Tabelle der überzähligen Stäbe.

Lfd. No.	Bezeichnung des Stabes	$l^{(z)}$	$F^{(z)}$	$S^{(z)}$
1	1—3	112	28	— 0,504
2	3—9	141	10	— 0,201
3	5—7	112	28	— 0,160
		cm	qcm	t. p. qcm

Man hat zum Beispiel:

$$k_9' = +\,0{,}894\ \frac{28}{60}\ \frac{50}{112} = +\,0{,}186,$$

$$k_6'' = +\,0{,}707\ \frac{10}{50}\ \frac{100}{141} = +\,0{,}103,$$

$$k_{17}''' = -\,1{,}265\ \frac{28}{36}\ \frac{141}{112} = -\,1{,}238 \text{ u. s. w.}$$

Die so berechneten Werthe von $k_x^{(z)}$ sind in die erste Tabelle eingetragen. Mit Hilfe dieser Werthe bildet man die Summen-Werthe der Gleich. (3), wobei sich viele derselben auf Null reduziren. Man erhält dann:

$$-\,4{,}6423\,S' - 0{,}1753\,S'' = +\,2{,}3715,$$
$$-\,0{,}0496\,S' - 4{,}3740\,S'' + 0{,}0496\,S''' = +\,0{,}8960,$$
$$+\,0{,}1980\,S'' - 4{,}6565\,S''' = -\,0{,}7082.$$

Die Auflösung giebt: $S' = -\,504$; $S'' = -\,0{,}201$; $S''' = -\,0{,}160$. Endlich ergeben sich aus den Grössen S', S'', S''' und den Gleich. (1) $S_1, S_2 \ldots S_{17}$, die in die 1. Tabelle eingesetzt sind.

Zum Beispiel: $S_8 = 0 + 1{,}0 \,.\, 0{,}160 = +\,0{,}160.$

$S_{10} = -\,1{,}000 + 0{,}447 \,.\, 0{,}504 + 0{,}707 \,.\, 0{,}201 = -\,0{,}633.$

ι. Verschiebung der Knotenpunkte eines Stabsystems.

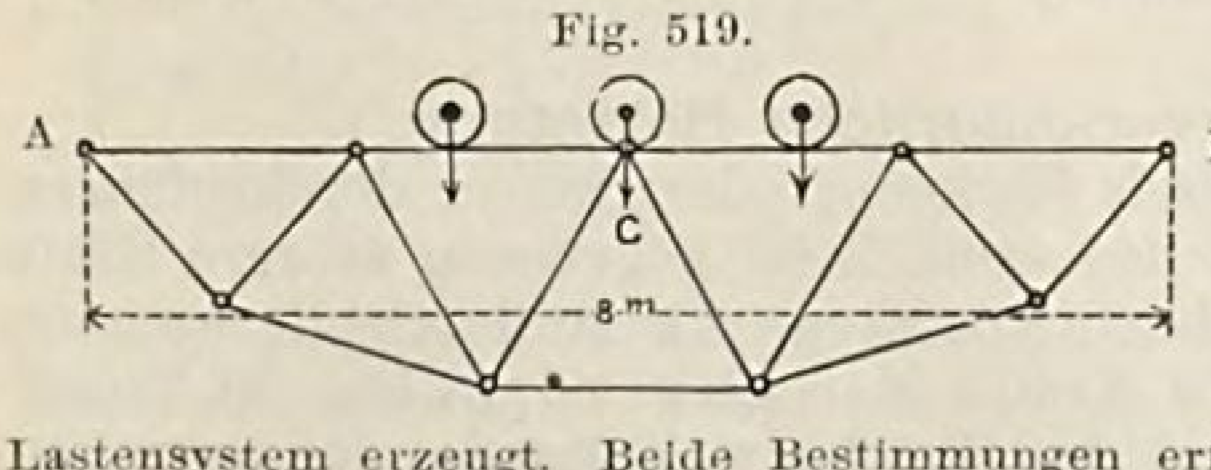
Nach der auf dem Prinzip der Arbeit beruhenden Methode Mohr's kann man die Durchbiegung, Senkung oder Verschiebung eines beliebigen Kuotenp. C nach einer belieb. Richtung für stat. bestimmte oder auch stat. unbestimmte Systeme in einfacher Weise bestimmen.

Es sei E der konstante Elastizitäts-Koeffiz., S die Spannung eines belieb. Stabes in Folge derjenigen Belastung, für welche die Verschiebung δ berechnet werden soll; λ die Stablänge, F der Stabquerschn.; s die Spannung des belieb. Stabes, die man erhält, wenn man in dem Punkte C, für welchen die Verschiebung zu berechnen ist, in der Richtung der Verschiebung eine Last 1 wirkend denkt. Dann folgt:

$$\delta = \frac{1}{E}\,\Sigma\left(\frac{S\lambda s}{F}\right), \qquad (4)$$

wobei die Summirung sich über sämmtl. Stäbe des Systems zu erstrecken hat.

Fig. 519.



Beispiel. Welche Durchbiegung in der Mitte erleidet ein Fischbauchträger, Fig. 519, von 8 m Spannw., dessen Gurt- und Gitterstäbe-Querschn. bezw. 0,30 und 0,18 (qdm) sind, durch 3 in 1,5 m Abstand symmetr. liegende Lasten von 6 t. Es sind die Spannungen $s_1, s_2 \ldots$ zu bestimmen, die eine in C liegende vertikale Last = 1 erzeugt und die Spannungen $S_1, S_2 \ldots$, welche das gegebene wirkliche Lastensystem erzeugt. Beide Bestimmungen erfolgen nach einer der vorstehend angegebenen Methoden. Die folgende Tabelle enthält die Resultate.

	No.	Querschnitt qdm	Länge λ dm	$\frac{\lambda}{f}$	Spannung s t	Spannung S t	$\frac{s\lambda S}{f}$
Ober-Gurt.	1	0,30	20,0	66,7	— 0,714	— 12,86	612,4
	2	0,30	20,0	66,7	— 1,000	— 16,00	1067,1
Unter-Gurt.	1	0,30	12,2	40,7	+ 0,871	+ 15,69	556,5
	2	0,30	21,5	7,17	+ 0,979	+ 16,71	1173,0
	3	0,30	10,0	33,3	+ 1,333	+ 18,00	799,0
Gitter-Stäbe.	1	0,18	12,2	67,8	— 0,239	— 4,27	69,2
	2	0,18	18,0	100,0	+ 0,165	+ 2,94	48,5
	3	0,18	18,0	100,0	— 0,601	— 5,41	325,1
						Summa	4650,8

Da die Summe nur für den halben Träger berechnet ward, so ist für den ganzen Träger.

$$\Sigma\left(\frac{s\lambda S}{f}\right) = 2\,.\,4650{,}8 = 9302.$$

Setzt man $E = 200000^{\,t}$ pro ^{qdm}, so wird $\delta = \frac{9302}{200000} = 0{,}047^{\,dm} = 4{,}7^{\,mm}$.

3. Ist nicht nur die Senkung eines einzigen Knotenp. C, sondern die Senkung mehrerer oder aller Knotenp. zu bestimmen, so lässt sich die Rechnung, wie folgt, vereinfachen:

Unter der Annahme, dass das System auf 2 Stützen A und B mit dem Horizontal-Abstande l ruht, ergiebt sich dann für die vertikale Senkung $\triangle y$ eines belieb. Knotenp. in der Entfernung x von der linken Stütze A die Gleichg.:

$$\triangle y = \left(1 - \frac{x}{l}\right)\frac{1}{E}\sum\left(\frac{s'S\lambda}{F}\right) + \frac{x}{lE}\sum\left(\frac{s''S\lambda}{F}\right). \qquad (5)$$

s' bezeichnet die Spannung, welche ein linker Stützendruck $= 1$ in einem Stabe auf der linken Seite von C erzeugt; s'' bezeichnet die Spannung, welche ein rechter Stützendruck $= 1$ in einem Stabe auf der rechten Seite von C erzeugt. Der Stab ist nach links oder rechts zu rechnen, je nachdem die in C wirkende Last 1 auf den rechten oder linken derjenigen Theile wirkt, in welche das System durch den zur Bestimmung der fraglichen Spannung erforderl. Schnitt zerlegt wird.

Es kann allerdings vorkommen, dass ein von C selbst ausgehender Stab weder zum linken noch zum rechten Systemtheil zu rechnen ist; dann ist dieser Stab gesondert zu behandeln, d. h. das auf diesen Stab bezügliche Glied $\frac{sS\lambda}{F}$ in (5) hinzu zu fügen.

Spezielleres, auch über eine zweite Methode, bei welcher die Verschiebungen mit Hülfe der Aenderung der Dreieckswinkel des Systems bestimmt werden; s. in Winkler, Theorie der gegliederten Balkenträger, II. Aufl. Kap. XVI.

b. Aeussere Kräfte einfacher Träger.

Die grafische Ermittelung der äussern Kräfte ist voran gestellt und die analytische Behandlung am Schlusse in Resultaten klar gelegt worden. Hier, wie auch weiterhin sind die unveränderliche und veränderliche, wie die unmittelbare und mittelbare (durch Zwischenkonstruktionen übertragene) Belastung zu unterscheiden.

Die Belastung kann ferner aus Einzellasten und aus stetig, über gewisse Trägerstrecken vertheilten Lasten bestehen. Die stetig vertheilte Last kann dabei eine gleichmässige oder ungleichmässige sein. Volle Belastung (totale Belastung) ist in Folgendem in der Regel die Summe aus Verkehrlast und Eigenlast genannt; Theilbelastung (partielle Belastung) die Belastung eines bestimmten Trägertheils.

α. Unmittelbare und unveränderliche Belastung.

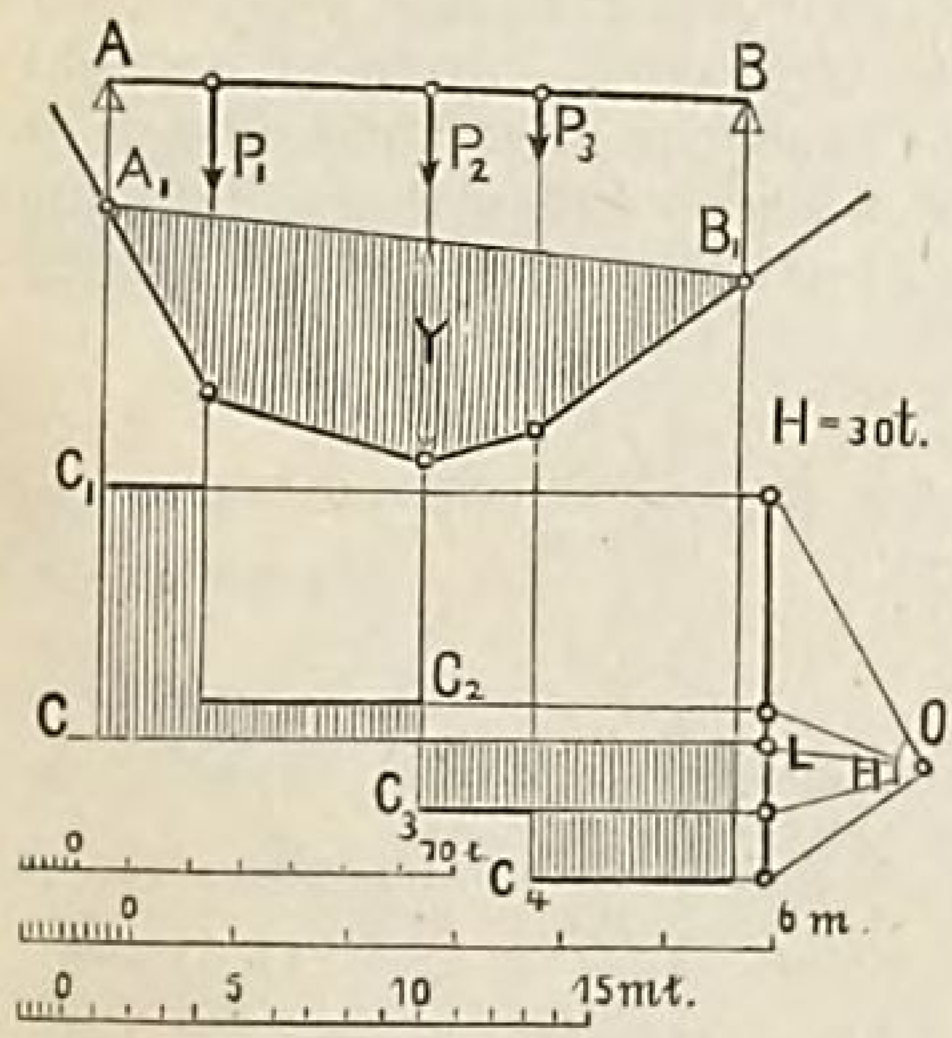
1. **Das allgemeine Verfahren** (mittels Rechnung oder grafisch durchzuführen) besteht darin, dass man den Balken, auf den sämmtliche gegebenen äussern Kräfte (die Belastung) in vertikaler Richtung wirken, zuerst durch Bestimmung und Anbringung der unbekannten äussern Kräfte (der Lagerdrücke) ins Gleichgewicht setzt, und dann nach den Gesetzen des Gleichgew.-Zustandes für bestimmte

Querschn. die Grösse der Resultante der äussern Kräfte (die Transversalkräfte), das Moment der Resultante und die innern Kräfte (Spannungen) ermittelt. (Vergl. S. 507, 556 und 562).

Die Transversalkraft (S. 562) führt man in der Regel positiv in die Rechnung ein, wenn dieselbe auf den von der Schnittlinie links liegenden Theil nach oben oder auf den rechts liegenden Theil nach unten wirkt; desgleichen das Moment positiv, wenn es auf den linken Theil rechts drehend oder auf den rechten Theil links drehend wirkt.

2. **Grafische Bestimmungen für Einzellasten**, Fig. 520. Für die gegebenen unveränderlichen Lasten P_1, P_2 und P_3 zeichne man (nach S. 503) das Kraft- und das Seilpolygon. Dann ergiebt sich die Grösse der Lagerdrücke A und B dadurch, dass man zwischen ihren Richtungen das Seilpolygon durch die Gerade A_1 und B_1 schliesst und parallell zur Schlusslinie $A_1 B_1$ im Kraftpolygon den entsprechenden Strahl OC zieht. Die Längen $C_1 C$ und $C_4 C$ stellen bezw. die Lagerdrücke A und B dar, durch welche nun auch das Kraftpolygon zum Schluss gebracht ist. (S. 514)

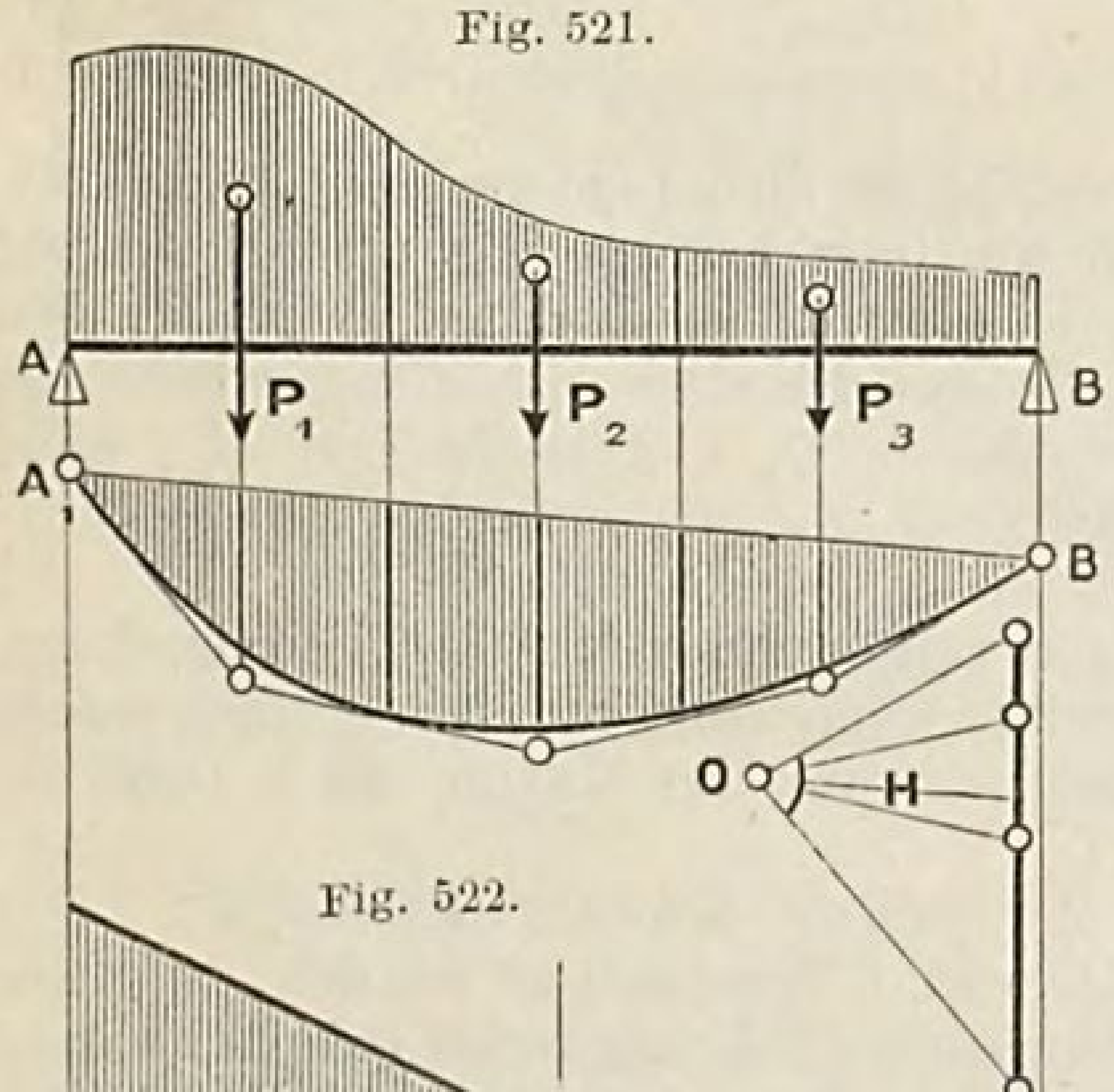
Fig. 520.



Das Moment für einen belieb. Querschn. wird ferner (S. 507) dargestellt durch das Produkt Hy, wenn H die Poldistanz und y die vertikale Höhe des Seilpolygons für den fraglichen Querschn. bezeichnen. Wählt man $H = 1$, so ist: $M = y$.

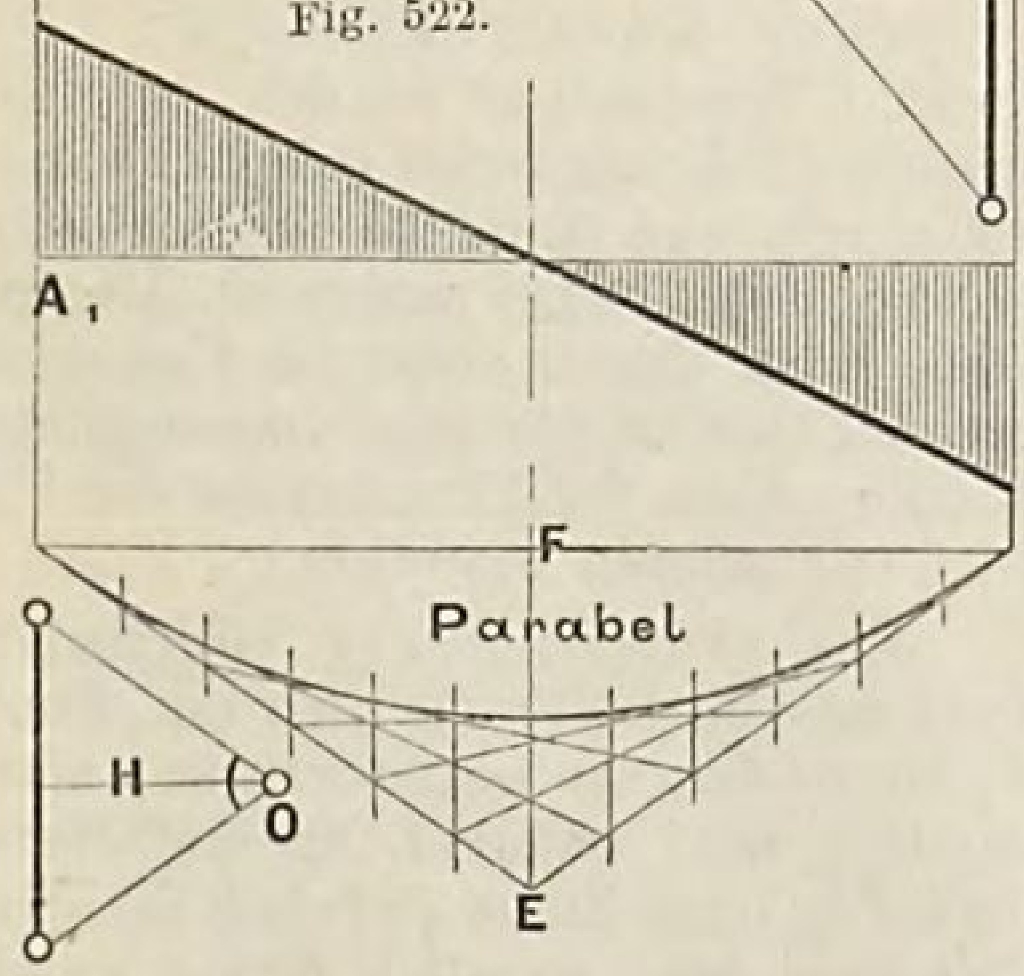
Die Transversalkräfte werden bezw. durch die Abstände der Punkte C_1, C_2, C_3 und C_4 von C dargestellt. Ein besseres Bild ihrer Wirkung gewinnt man aber durch Auftragung in der in Fig. 520 angegebenen Weise Die Maximal-Transversalkraft ist = dem Auflagerdruck.

Fig. 521.



3. **Grafische Bestimmung für stetige Belastung**, Fig. 521. Durch Zerlegung in belieb. Theile konstruirt man für die in der Figur angedeutete belieb. stetige Belastung das Seilpolygon (nach S. 508) und daraus die Seilkurve. Durch die Schlusslinie und deren Parallele im Kraftpolygon bestimmt man die Lagerdrücke u. s. w.

Fig. 522.



Für totale gleichmässige stetige Belastung (p) verfährt man in der nämlichen Weise. Man erhält dann als Seilpolygon oder Momentenkurve eine Parabel, deren Höhe in der Mitte, falls $H = 1$ angenommen worden ist, $= \frac{p\,l^2}{8} = M_{max.}$ ist. Die Konstruktion der Parabel kann man einfacher auch direkt nach Fig. 522 ausführen, in welcher $EF = \frac{1}{4}\,p\,l^2$ gemacht ist. Die Transversalkraft wird durch eine gerade Linie dargestellt.

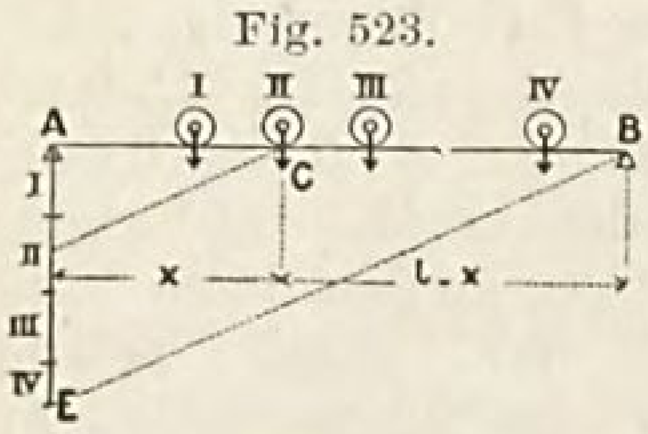
4. **Der Kräfte-Maassstab.** Nach S. 507 ist H als Kraft nach dem Kräfte-Maassstab und y als Länge nach dem Längen-Maassstabe zu messen. Kann man H nicht $= 1$ oder $= 10$ machen, so konstruirt man zweckmässig einen besondern

Momenten-Maassstab, auf welchem die Grösse von y etwa in Tonnenmeter (tm) unmittelbar abgegriffen werden kann. Z. B. ist in Fig. 521: $H = 30^{t}$ nach dem Kräfte-Maassstab, als Längen-Maassstab $1^{m} = 0{,}5^{cm}$ angenommen. Daraus ergiebt sich die Momenten-Einheit (tm) $= \frac{1}{30}$ der Längeneinheit $= \frac{1}{20}\,1{,}0 = 0{,}03333^{cm}$.

β. Gefährliche Lastlage bei veränderlicher Belastung.

1. Unmittelbare Belastung (ohne Zwischen-Konstruktionen). Für gleichförmig vertheilte Last und einen belieb. Querschn. entsteht das Maximum bezüglich des Moments M: bei totaler Belastung; bezüglich der positiven und negativen Transversalkraft Q: wenn bezw. entweder der rechts oder links vom Querschn. liegende Balkentheil voll belastet ist.

Fig. 523.

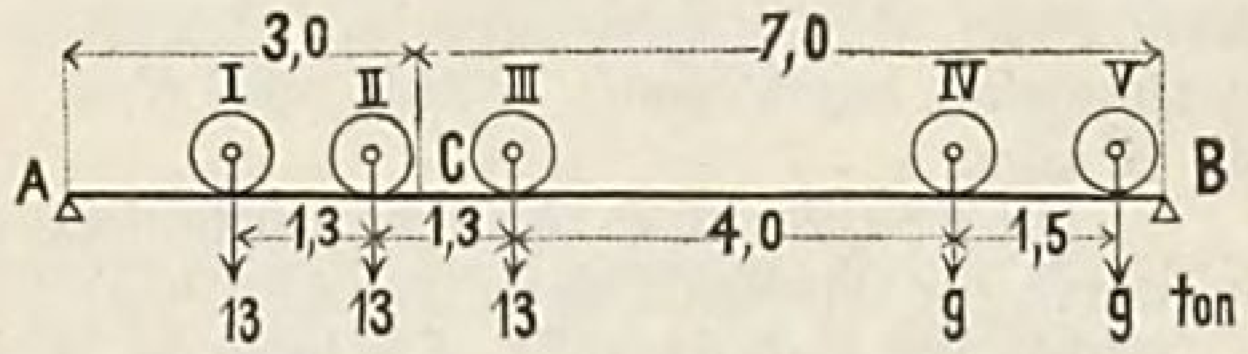


Für Einzellast-Systeme und für einen belieb. Querschn. in der Entfernung x vom linken Auflager entsteht: $M_{max.}$, wenn eine Last im Querschn. liegt und ausserdem die Last pro Längeneinh. der beiden Trägertheile links und rechts möglichst gleich gross wird, das heisst, Fig. 523,

$$\frac{\Sigma(P)}{x} = \frac{\Sigma(P_1)}{(l-x)}$$

Beispiel. Es sei zu untersuchen, welche Last in Fig. 524 am Querschn. C liegen muss. Liegt die Last II unmittelbar links von C, so ist links: $\frac{\Sigma(P)}{x} = \frac{13+13}{3} = 8^2/_3$ und rechts $\frac{\Sigma(P_1)}{l-x} = \frac{13+9+9}{7} = 4^3/_7$. Danach müsste das Lastenschema nach rechts verschoben werden.

Fig. 524.



Liegt aber die Last II unmittelbar rechts von C, so ist: $\frac{\Sigma(P_x)}{x} = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$

$\frac{\Sigma(P_1)}{l-x} = \frac{13+13+9+9}{7} = 6\frac{2}{7}$.

Es muss also nur das Lastenschema nach links verschoben werden; d. h. die Last II muss in C liegen.

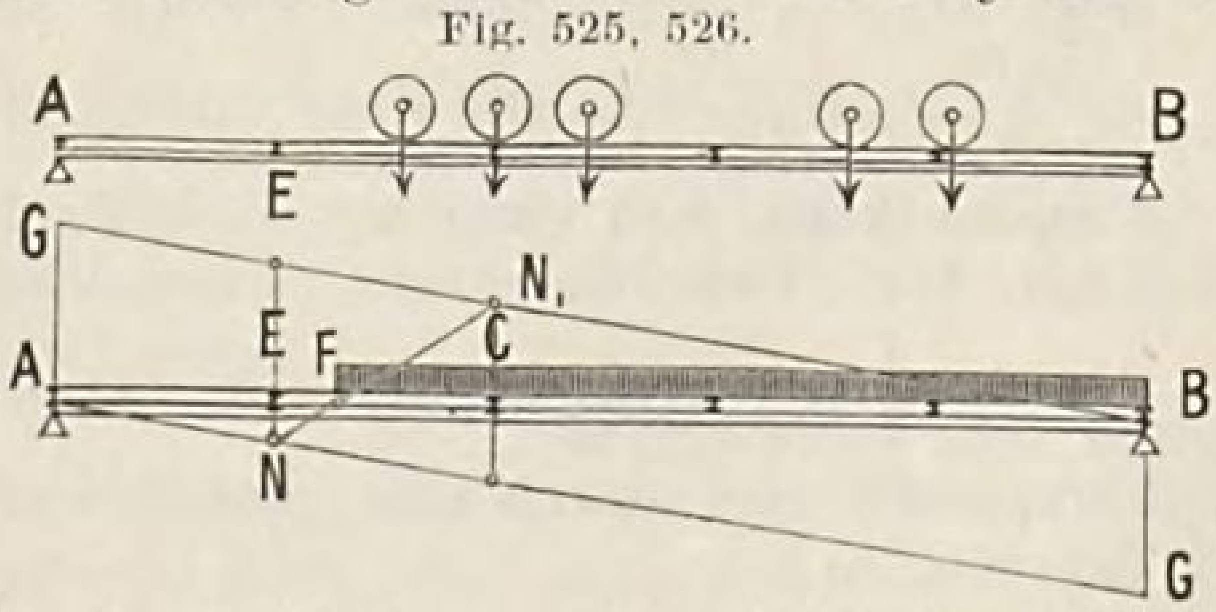
Grafisch ermittelt man diejen. Last, welche in einem Querschn. C, Fig. 524, liegen muss, um daselbst $M_{max.}$ zu erzeugen, wie folgt: Trage die Lasten, die auf AB von links nach rechts Platz finden, in A (oder B) vertikal auf, verbinde den Endp. E mit B (oder A) und ziehe durch C eine Parallele zu BE, welche die Strecke der fragl. Last schneidet. $+ Q_{max.}$ oder $- Q_{max.}$ entsteht i. d. R., wenn bezw. der rechte oder linke Trägertheil belastet ist und die erste Last unmittelbar vor (am) Querschn. liegt.

Bei Eisenb.-Brücken muss das 1. Lokomotivrad, bei Strassen-Brücken das letzte Wagenrad am Querschn. stehen. Ausnahmsweise, wenn eine kleinere Last voraus geht (z. B. Pferde-Bespannung), ist es möglich, das für das Maxim. die 2. (oder 3.) schwere Last am Querschn. liegen muss.

2. Mittelbare Belastung (durch Zwischen-Konstruktionen). Die Maximalmom. brauchen nur für diejen. Querschn. bestimmt zu werden, in denen Querträger liegen, da hier die Mom. eben so gross sind, als wenn jene fehlten.

Die Transversalkraft wird für Einzellasten und einen belieb. Schnitt in einem Felde zwischen 2 Quertr. E und C, Fig. 525, in der Regel zum posit. Maxim., wenn der Zug rechts vom linken Quertr. E und dabei das 2. oder 1. Rad beim rechten Quertr. C steht, zum negativen Maxim., wenn das Umgekehrte der Fall ist. (Genaueres weiterhin.)

Fig. 525, 526.



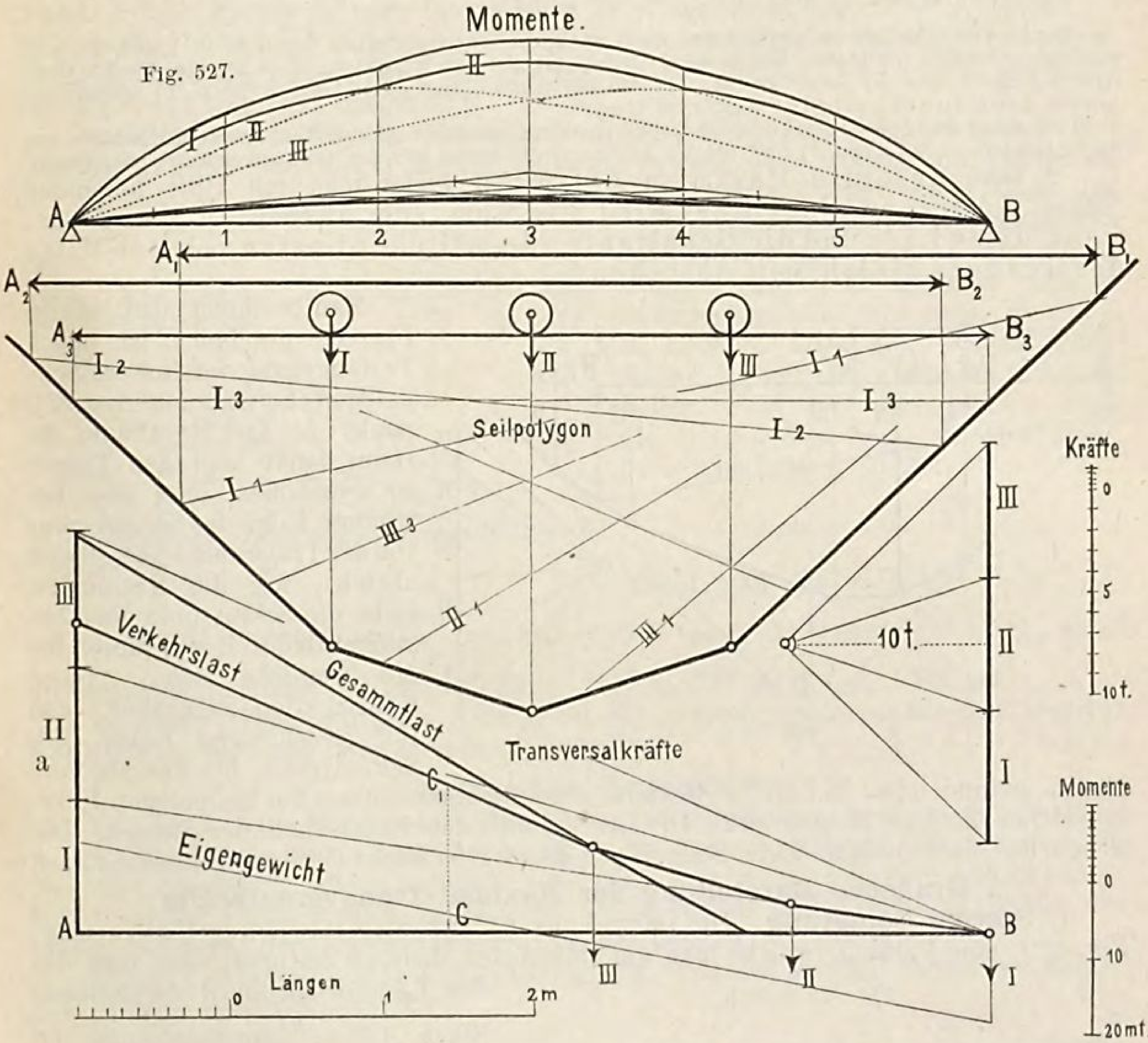
Für gleichmässig vertheilte Verkehrslast bestimmt sich der Punkt F, bis zu dem die Last vorrücken muss, damit $\pm Q_{max.}$ entsteht, am einfachsten nach Fig. 526: Ziehe in belieb. Neigung BG und dazu parallel AG_1, welche die durch die Quertr. E und C gehenden Vertik. bezw. in N und N_1 schneidet; dann liegt F im Schnitt von NN_1 und AB. Es ist: $CF = \frac{a\,x}{(l-a)}$.

γ. Grafische Darstellung der Maximal-Momente.

1. Die Maximal-Momente für volle gleichmässig vertheilte Last (z. B. das Eigengewicht) werden nach Fig. 522 dargestellt. Für unmittelbare Belastung ergiebt sich eine Parabel, für mittelbare Belastung ein Polygon, dessen Ecken in der Parabel liegen.

Für veränderliche Einzellasten hat man zunächst ein Mal das Seilpolygon zu zeichnen, Fig. 527, und dann jedes Mal durch entsprechende Verschiebung der Schlusslinie für einen Querschn. und die dazu gehörige gefährlichste

Fig. 527.



Lage des Lasten-Systems, das zugehörige Maximalmom., (bezw. die Seilpolygon-Höhe), an derjenigen Last abzugreifen, welche im Querschn. liegt. Für unmittelbare Belastung ergeben sich hierbei so viele Parabeln, als verschiedene gefährlichste Lastlagen vorhanden sind; die Durchschnittsp. dieser Parabeln sind daher auch leicht grafisch oder durch Rechnung zu bestimmen. Für mittelb. Belastung erhält man ein Polygon, dessen Endpunkte in verschiedenen Parabeln liegen.

Beispiel, Fig. 527. Bestimmung der Maximalmom. eines Brückenträgers von 6 m Spannweite, der durch eine Lokomotive unmittelb. belastet wird, deren Radstände und Achsdrücke aus Fig. 524 entnommen sind. Da 2 Träger vorhanden sind, kommt auf jeden die Hälfte der Last. Es ist daher zunächst aus den Raddrücken I, II, III das Kraftpolygon zusammen gesetzt und dazu das Seilpolygon gezeichnet. Der Raddruck IV kommt nicht in Betracht, weil er bei allen gefährlichsten Lastlagen ausserhalb der Stützen liegt. Für die belieb. gewählten Querschn. in den Punkten 1, 2, 3, 4 und 5 sollen nun die Maximalmom. bestimmt werden. Zu diesem Zweck hat man (z. B. für Querschn. 1) den Träger sich horizontal so verschoben zu denken, dass der Querschn. 1 in der Figur des Seilpolygons senkrecht über derjenigen Last desselben zu liegen kommt, welche in 1 das Maximum hervor ruft. Diese Last kann man nach S. 632 rechnerisch oder grafisch ermitteln. Uebersichtlicher wird aber die Mom.-Darstellung, wenn man für jeden Querschn. nicht nur die Maximalmom. zeichnet, sondern auch diejenigen Mom., welche durch die andern Lasten daselbst hervor gerufen werden; dies ist in Fig. 527 ge-

schehen. Die stark ausgezogene Polygon-Linie zeigt die Maximalwerthe der Mom., welche sich aus den 3 für die Lasten I, II und III gezeichneten Parabeln ergeben. Im Querschn., welcher dem Schnittp. der Parabeln I und II entspricht, bringt sowohl I als auch II dasselbe Maximum hervor.

Rechnerisch bestimmt man diesen Schnittp. wie folgt:

Liegt die Last I am fraglichen Quersehn. in der Entfernung x von A, so ist das Mom. daselbst:

$$\mathfrak{M}_1 = A\,x = 3\,G\left(\frac{l-x-a}{l}\right)x.$$

Liegt die Last II am fraglichen Querschn., so wird:

$$\mathfrak{M}_2 = A\,x - G\,a = 3\,G\,\frac{l-x}{l}\,x - G\,a.$$

Soll $\mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_2$ sein, so folgt: $3\,G\,\frac{l-x-a}{l}\,x = 3\,G\,\frac{l-x}{l}\,x - G\,a$ oder: $x = \frac{l}{3}$.

Durch ähnliche Rechnungen kann man auch die zur Zeichnung der 3 Mom.-Parabeln I, II und III erforderl. Ordinaten bestimmen. Dabei ist aber zu beachten, dass allgem. die Parabel-Gleich. immer nur so lange gelten, als die bei Aufstellung derselben in Betracht gezogenen Lasten noch innerhalb der Stützen liegen.

In Fig. 527 sind ausser den eben besprochenen Mom. aus der Verkehrslast auch noch die Mom. aus der Eigenlast (0,7 ᵗ pro ᵐ) und (durch Addition) die Mom. aus der Gesammtlast gezeichnet.

2. Das absolute Maximum der Mom. findet man mit Hilfe folgenden Satzes: An irgend einer Last wird das Mom. zum absoluten Maximum, wenn diese Last und die Resultante sämmtlicher Lasten von der Mitte des Trägers gleich weit abstehen.

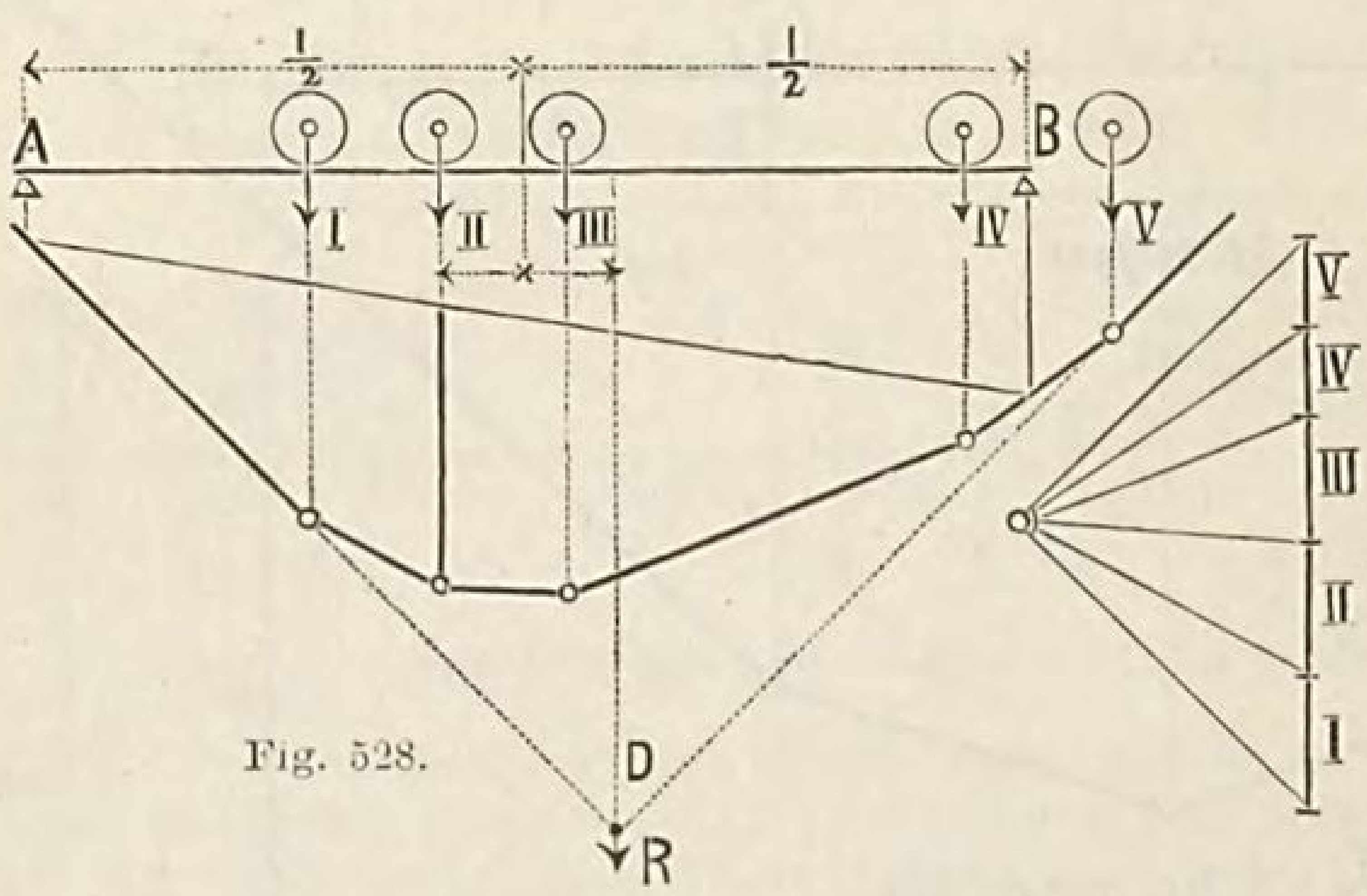


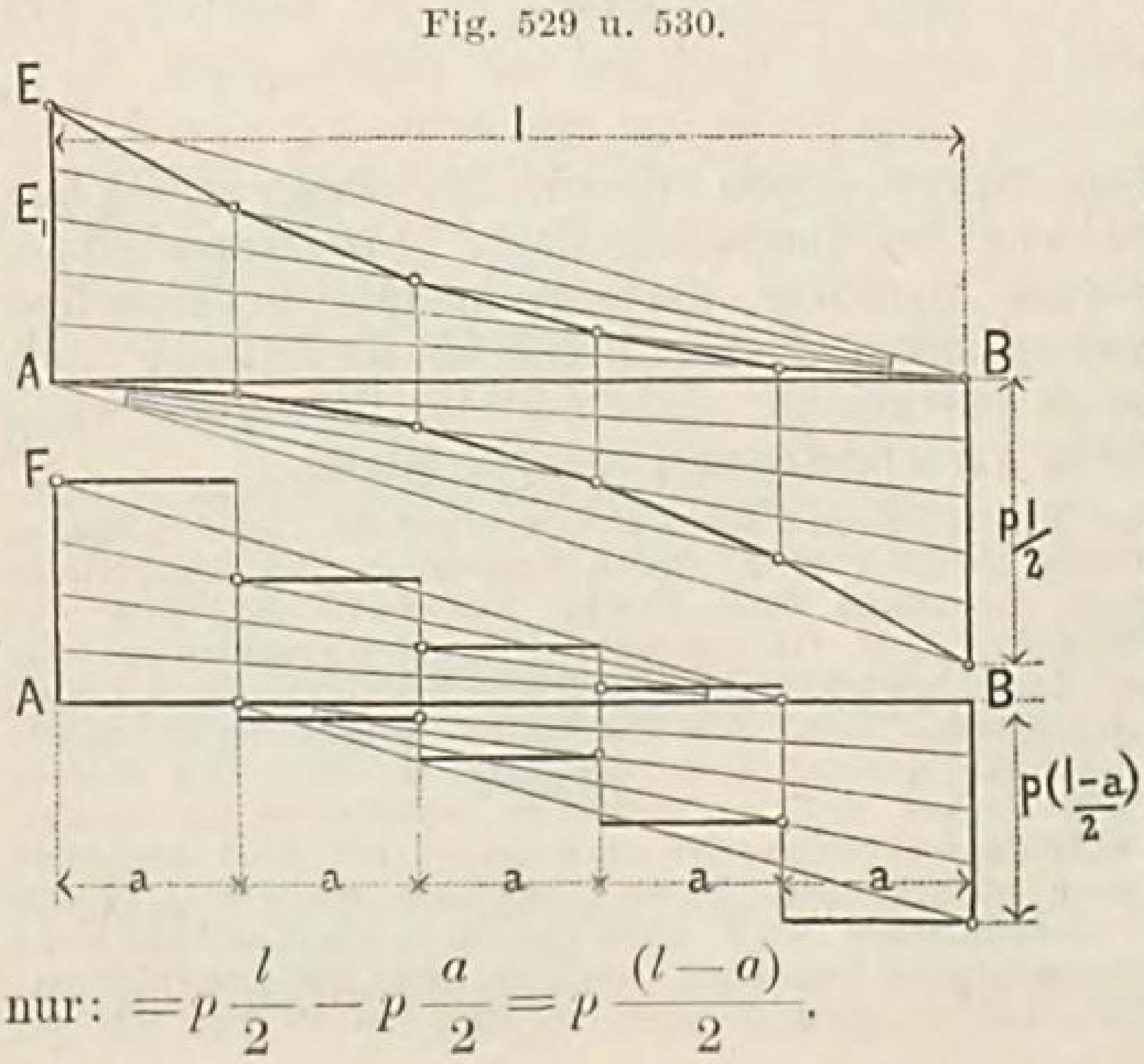
Fig. 528.

Man bestimmt also, wie in Fig. 528 geschehen ist, durch Verlängerung der äussern Seilpolygon-Seiten den Angriffspunkt D der Resultante R. Dann denkt man den Träger so verschoben, dass eine bestimmte Ecke des Seilpolygons von der Trägermitte ebenso weit absteht, wie die Resultante, zieht die Schlusslinie und bestimmt dadurch das Mom. für die fragliche Ecke. Diese Konstruktion wiederholt man für verschiedene Ecken des Seilpolygons, bis das absolute Maxim. gefunden ist. In Fig. 528 liegt das absolute Maxim. unter der Seilpolygon-Ecke, in welcher die Last II. angreift. Die Last V. fällt dabei ausserhalb der Stützen. Die Grösse des Maximalmom. ist im Seilpolygon durch eine starke Ordinate gekennzeichnet.

δ. Grafische Darstellung der Maximal-Transversalkräfte.

1. Stetige Belastung. Die Darstellung ist für unmittelbare Belastung, Fig. 529, eine Parabel, welche man am einfachsten dadurch zeichnet, dass man das den Lagerdruck in A darstellende Stück $AE = \frac{pl}{2}$ u. die Spannw. AB in die gleiche Anzahl gleicher Theile zerlegt. Dann ist der Schnittp. einer vertikalen Theillinie und des betr. Strahls BE_1 ein Punkt der Parabel.

Fig. 529 u. 530.



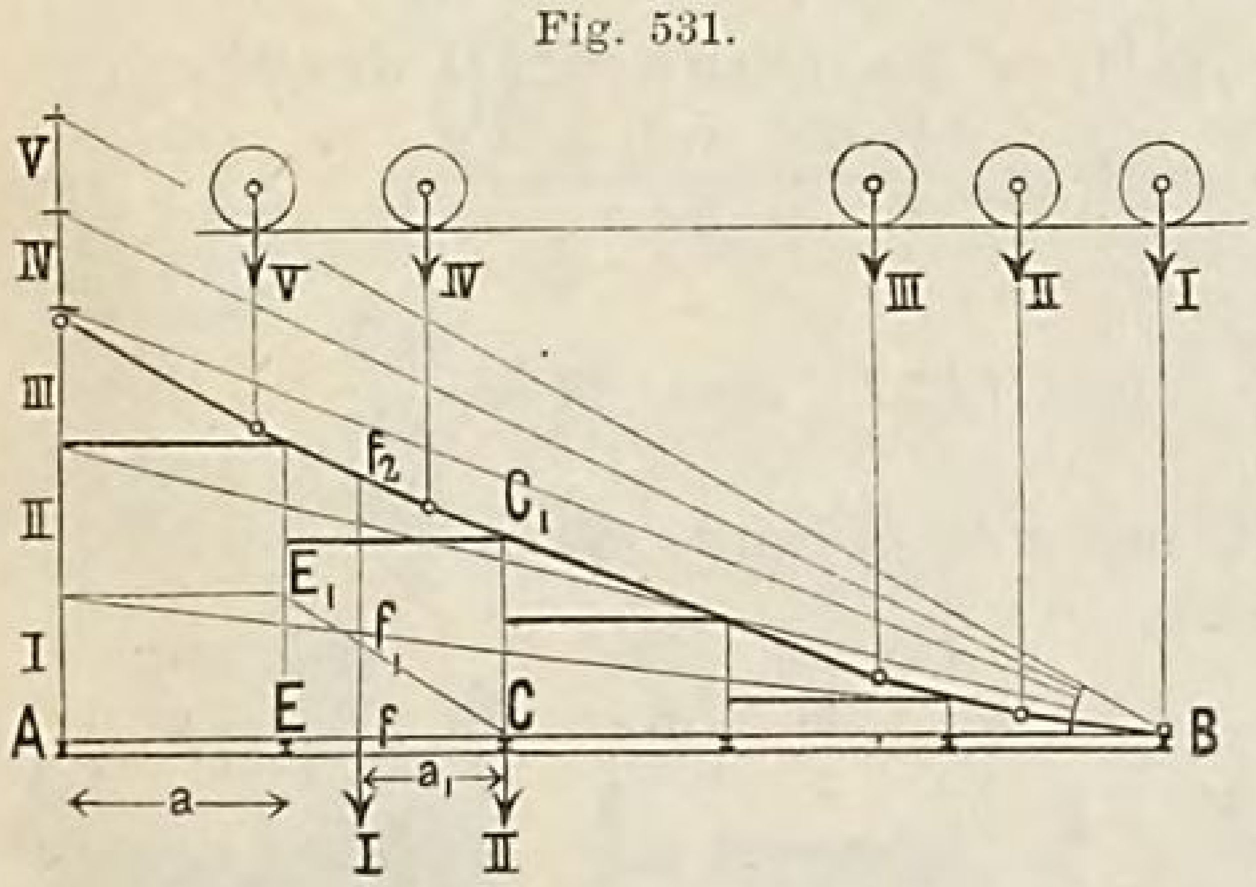
Für mittelbare Belastung, Fig. 530 (z. B. durch Querträger), gilt dieselbe Konstruktion; nur muss die Parabel für eine Spannw. $= l - a$ gezeichnet und $Q_{max.}$ innerhalb des Abstandes von 2 Querträgern als konstant angenommen werden. Die grösste Transversalkraft in A und B ist hier deshalb auch nur: $= p\,\frac{l}{2} - p\,\frac{a}{2} = p\,\frac{(l-a)}{2}$.

2. **Unmittelbar wirkende Einzellasten,** Fig. 527a. Die Werthe von $+Q_{max.}$ und $-Q_{max.}$ für ein bestimmtes Lastenschema werden durch ein zwischen den Lastrichtungen zu zeichnendes Seilpolygon dargestellt, welches man erhält, wenn man die Poldistanz im Kraftpolygon = der Spannw. AB wählt und das Lastenschema bezw. die Lastrichtungen in umgekehrter Reihenfolge derart aufträgt, dass die erste Last (I.) in B zu liegen kommt. Die grösste positive Transversalkraft im belieb. Querschn. C ist demnach z. B. = der Ordin. CC_1 und diesem Maximum entspricht diejenige Lastlage, bei welcher die Last I. in C fällt und der Theil AC unbelastet ist oder bei welcher der Lagerdruck (in A) = CC_1 ist.

In Fig. 527a sind darnach die Maximal-Transversalkräfte aus der Verkehrslast, für das Eigengewicht des Trägers von 6 m Spannw. und (durch Addition) für die Gesammtlast dargestellt.

3. **Mittelbar wirkende Einzellasten,** Fig. 531. Hier zeichnet man in der nämlichen Weise wie vorhin das Seilpolygon, welches ohne weiteres für das belieb. Feld EC die Werthe von $+Q_{max.}$ und $-Q_{max.}$ für diejenige Lastlage angiebt, bei welcher die Last I am Querträger C liegt. Es ist aber noch zu untersuchen, ob nicht etwa, wenn die 2. oder 3. Last u. s. w. am Querträger C liegt, ein grösseres Q für das belieb. Feld EC entsteht, als wenn die 1. Last dort liegt. Liegt z. B. II. in C und I. in f, so ist:

Fig. 531.



$$Q_{max.} = ff_2 - \mathrm{I}\frac{a_1}{a}.$$

Macht man $EE_1 = \mathrm{I}$ und zieht E_1C, so ist der Abschnitt $ff_1 = \mathrm{I}\frac{a_1}{a}$ und also: $f_1f_2 = Q_{max.}$ Ist nun: $f_1f_2 > CC_1$, so ist die gesuchte Lastlage die gefährlichere. In Fig. 531 ist $f_1f_2 < CC_1$.

In dieser Weise wird für jedes Feld die zugehörige innerhalb des Feldes konstante Maximal-Transversalkraft gefunden.

ε. Rechnungs-Ergebnisse.

Das Maximal-Moment $\mathfrak{M}$ findet man für denjenigen Querschn. in welchem: α, bei Einzellasten eine Last liegt und β, die Transversalkraft vom Positiven ins Negative übergeht. Stetig vertheilte Last kann man, wenn nicht eine genaue analyt. Untersuchung verlangt wird, in einzelne Theile zerlegt und durch Einzelkräfte, die in den Schwerp. der Theile angreifen, ersetzt denken.

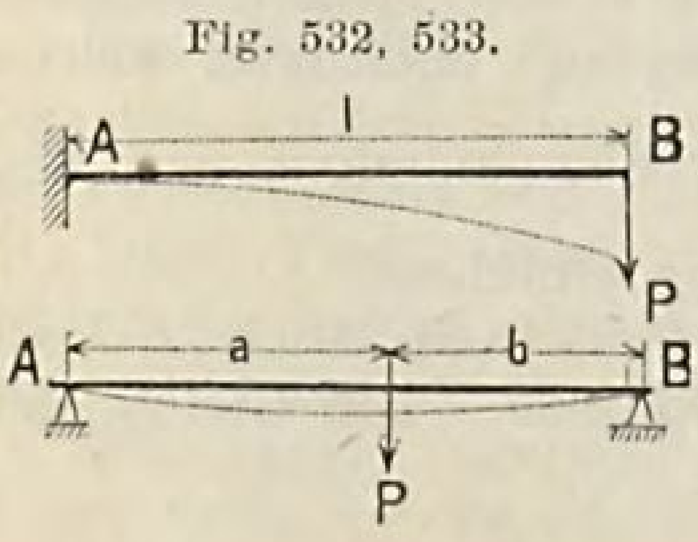
Ueber die Grösse der Durchbiegung einfacher vertikal belasteter Balken oder Träger vergl. S. 588 ff.

Es bezeichnen:

A und B die Lagerdrücke der linken bezw. rechten Stütze; $Q = ql$ eine gleichm. vertheilte Last (auch Eigengewicht); P eine Einzellast; $\mathfrak{M}$ das grösste Moment (Mom. des gefährlichsten Querschn.); x, y die Abstände des gefährlichsten Querschn. von A und B.

1. Der Träger ist bei A unwandelbar befestigt, bei B belastet; Fig. 532. Es ist: $A = P + Q$; $\mathfrak{M} = \left(P + \frac{Q}{2}\right)l$ (für $x = 0$).

Fig. 532, 533.



Trägt der Balken ausser der gleichm. vertheilten Last Q mehrere Einzellasten P_1, P_2, P_3, welche in den Entfernungen a_1, a_2, a_3 von A angreifen, so ist:

$$\mathfrak{M} = \Sigma(Pa) + \frac{Ql}{2}.$$

2. Der Träger liegt bei A und B horizontal gestützt; Fig. 533. Es ist, wenn $a < b$:

$$A = P\frac{b}{l} + \frac{Q}{2};\quad B = P\frac{a}{l} + \frac{Q}{2}.$$

Für $\frac{P}{Q} < \frac{b-a}{2a}$ ist: $\mathfrak{M} = \left(P\frac{a}{l} + \frac{Q}{2}\right)^2 \frac{l}{2Q}$ und $y = \frac{Pa}{Q} + \frac{l}{2}$.

Für $\frac{P}{Q} > \frac{b-a}{2a}$ ist: $\mathfrak{M} = \left(P + \frac{Q}{2}\right)\frac{ab}{l}$ und $y = b$.

Für $Q = 0$ wird: $\mathfrak{M} = P\frac{ab}{l}$ und für $a = b$: $\mathfrak{M} = \frac{Pl}{4}$.

Für $P = 0$ wird: $\mathfrak{M} = \frac{Ql}{8}$.

3. Der Träger ist in A und B horizontal und frei gestützt und trägt eine nach der Trapezform symmetrisch angeordnete Belasung P:

Fig. 534. $A = B = \frac{P}{2}$; $\mathfrak{M} = \frac{8a^2 + 3b(4a+b)}{24(a+b)}P$.

Für dreiecksförmige Belastung ($b = 0$) wird: $\mathfrak{M} = \frac{Pl}{6}$.

4. Für den in Fig. 535 dargestellten Belastungsfall desgl.:

$$A = \frac{P(2l-a) + P_1 b}{2l}; \quad B = \frac{P_1(2l-b) + Pa}{2l}.$$

Der Querschn. berechnet sich:

für $A < P$ aus: $\mathfrak{M} = \frac{A^2 a}{2P}$; für $B < P_1$ aus: $\mathfrak{M} = \frac{B_2 b}{2P_1}$.

Für $A = B = P$ (d. i. für $P = P_1$ und $a = b$) wird: $\mathfrak{M} = \frac{Pa}{2}$.

Fig. 534.

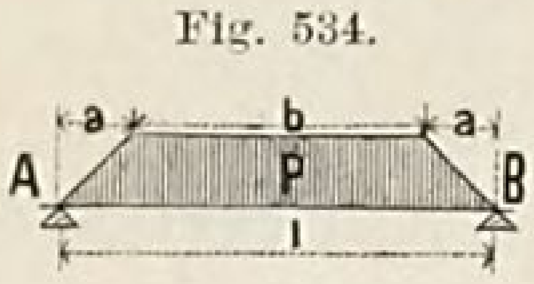


Fig. 535.

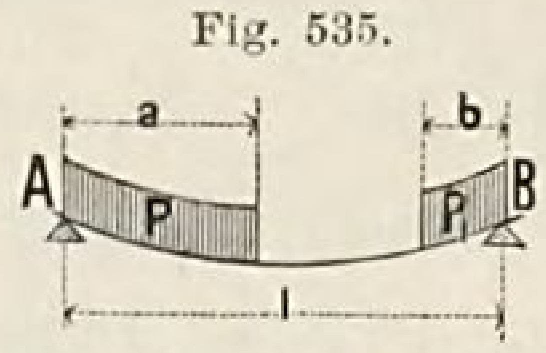


Fig. 536.

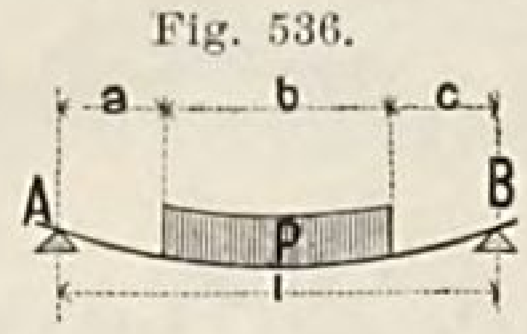
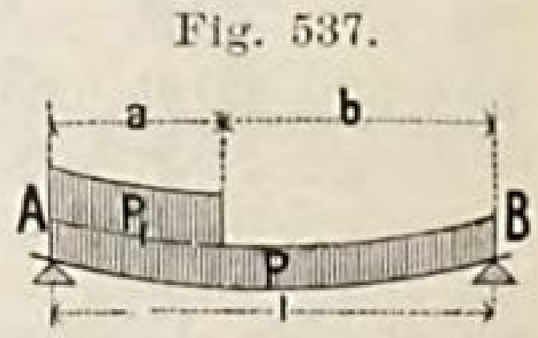


Fig. 537.



5. Desgl. für den in Fig. 536 dargestellten Belastungsfall:

$$A = \frac{P(2c+b)}{2l}; \quad B = \frac{P(2a+b)}{2l}; \quad \mathfrak{M} = A\left(a + \frac{bA}{2P}\right).$$

6. Desgl. für den Belastungsfall, Fig. 537:

$$A = \frac{P}{2} + P_1 - \frac{P_1 a}{2l}; \quad B = \frac{P}{2} + \frac{P_1 a}{2l}.$$

Zur Querschn.-Berechnung dient:

für $A \leqq P_1 + \frac{Pa}{l}$: $\mathfrak{M} = \frac{A^2 a l}{2(P_1 l + Pa)}$; für $B \leqq \frac{Pb}{l}$: $\mathfrak{M} = \frac{B^2 l}{2P}$.

c. Aeussere Kräfte der Träger auf mehreren Stützen.

Im Nachfolgenden ist zuerst die grafische Methode für konstanten Trägerquerschn. (mit Benutzung der Arbeiten von Winkler und Steiner) mitgetheilt, und sind im Anschluss daran einige wichtige Resultate der analytisch geführten Theorie beigefügt. Dabei ist nur auf unmittelbare Belastung Rücksicht genommen, weil der Einfluss der Zwischenträger, besonders bei einer grossen Zahl derselben, praktisch im allgemeinen nicht von Belang ist.

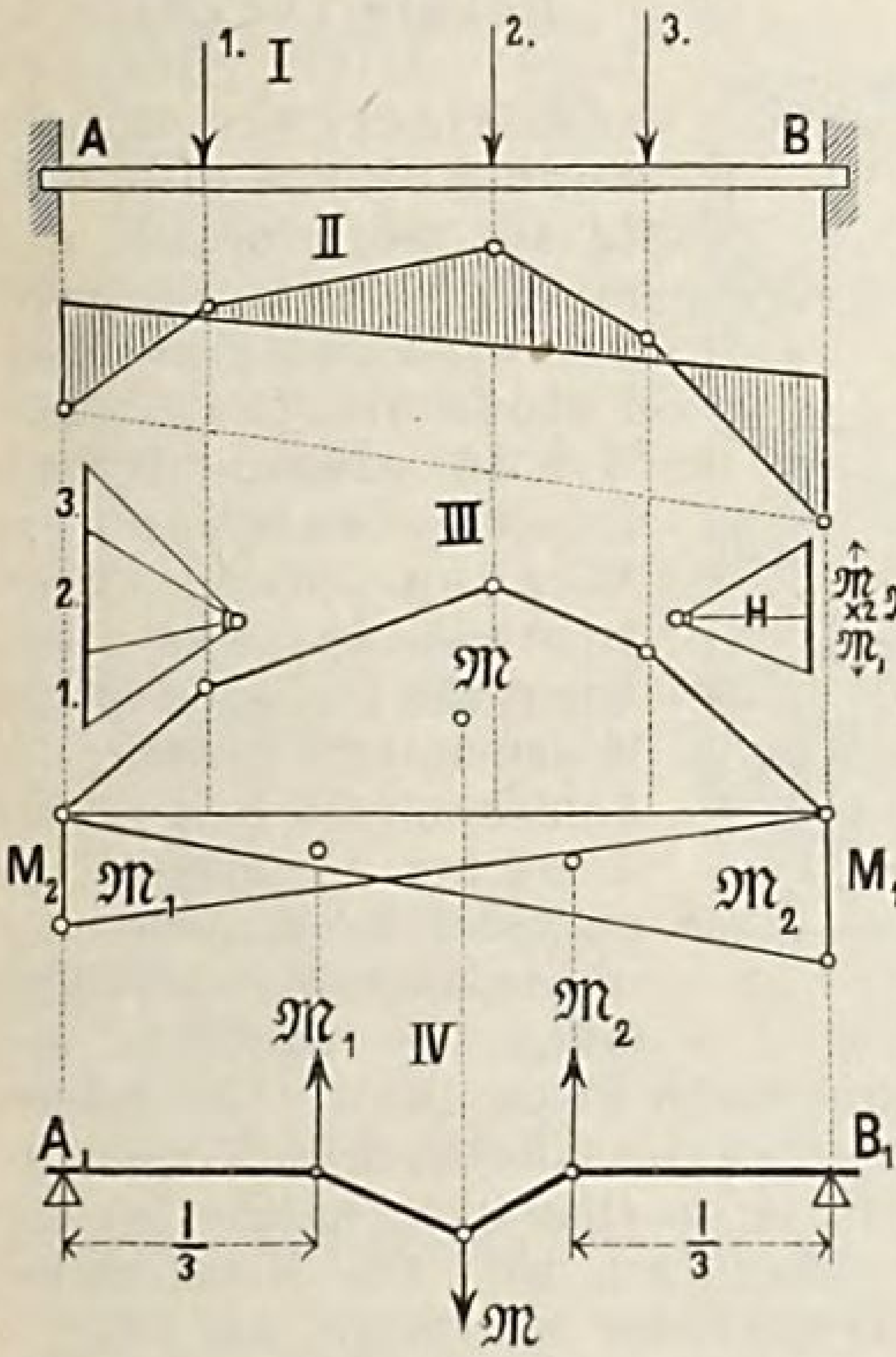
α. Konstruktion der elastischen Linie.

Die grafische Darstellung der elast. Linie eines belieb. belasteten Trägers auf 2 Stützen für konstanten und variablen Trägerquerschn. ist in der Elastizitätslehre (S. 586) behandelt worden. Danach ist die elast. Linie diejenige Seilkurve, welche man erhält, wenn man die Grösse $\left(\frac{M}{J}\right)$ als Last pro Längeneinheit und den konstanten Elastizit.-Koeffizienten E als Horizontalspannung einführt.

Ist der Trägerquerschn. also auch J, konstant, so kann man auch EJ als Horizontalspannung und M als Last pro Längeneinheit auffassen. Die Gleich. der elast. Linie ist: $$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EJ}.$$

Will man nicht die elast. Linie in ihrem ganzen Verlaufe, sondern nur die Lage einer Tangente an dieselbe in den Auflagerpunkten A und B zeichnen, so kann man die Momentenfläche behufs Zeichnung eines Seilpolygons innerhalb AB in belieb. Weise sich zerlegt denken, weil die Seilpolygon-Seiten in A und B immer Tangenten an die elast. Linie bleiben (vergl. über Seilkurven S. 508). Z. B. zerlegt man beim horizontal eingespannten Balken, Fig. 538, die Momentenfläche II. in eine Mom.-Fläche $\mathfrak{M}$, welche nur positive Mom. enthält und unmittelbar die Mom. für den Fall gäbe, wo der Träger in A und B frei gestützt aufläge, und in die Mom.-Flächen $\mathfrak{M}_1$ und $\mathfrak{M}_2$, welche negativ sind und als End-Ordin. die Mom. M_1 und M_2 besitzen, welche an den Einspannungsstellen entstehen. Das zwischen den Richtungen der in den Schwerp. der betr. Mom. angreifenden Kräfte $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{M}_1$ und $\mathfrak{M}_2$ und mit der Poldistanz $H = EJ$ gezeichnete Seilpolygon IV. zeigt, dass die End-Tangenten in A_1 und B_1 nur dann horizontal sein können, wenn im Kraftpolygon: $\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2$ ist, d. h. wenn die in II. zu beiden Seiten der Schlusslinie liegenden Mom.-Flächen einander gleich sind. Jedes der mittleren Felder eines kontinuirl. Trägers verhält sich ähnlich, wie ein an beiden Enden eingespannter Träger. Sobald daher die Tangenten an die elast. Linie in den Stützpunkten gefunden sind, ergiebt sich daraus eine Methode, um die an den Stützpunkten wirkenden Mom.: die Stützen-Mom. (Normal-Mom.) zu bestimmen. Sind diese einmal bekannt, so ergeben sich nach Eintragung derselben in das 1. Seilpolygon die bis dahin unbekannten Schlusslinien der einzelnen Felder u. dadurch auch die übrigen Mom. und die Transversalkräfte.

Fig. 538.



β. Das 2. Seilpolygon u. die Drittels-Vertikalen.

Es kommt darauf an, die Stützen-Mom. für den Fall zu konstruiren, wo nur ein Feld des Trägers belastet ist. Man erhält die wirklichen Stützen-Mom. für einen gegebenen Belastungsfall durch algebr. Addition derjenigen verschiedenen Einzelwerthe, welche sich ergeben, wenn je nur ein Feld belastet ist.

In Fig. 539 sei nur das Feld $A_3 A_1$ belastet. Dadurch entstehe die Mom.-Fläche II., deren Stützen-Ordin. aber noch nicht bekannt sind. In III. ist angegeben, auf welche Weise man sich die Mom.-Fläche II. aus positiven und negativen Theilen zusammen gesetzt denken kann.

Alle Kräfte in II., mit Ausnahme der Kraft, welche durch die einfache Mom.-Fläche des belasteten Feldes dargestellt wird, greifen in Drittelspunkten der einzelnen Felder an, weil die Lage des Schwerp. der Dreiecksflächen dies bedingt. Zeichnet man nun zwischen den durch III. gegebenen Kraftrichtungen mit Hilfe einer 2. Poldistanz ein Seilpolygon IV., so entsprechen die durch die Stützen gehenden Seiten desselben den Tangenten an die elast. Linie daselbst. Diese Seilpolygon-Seiten werden Pfeiler-Tangenten und die im mittleren Drittel eines Feldes liegende Seite wird die mittlere Seilpolygon-Seite genannt.

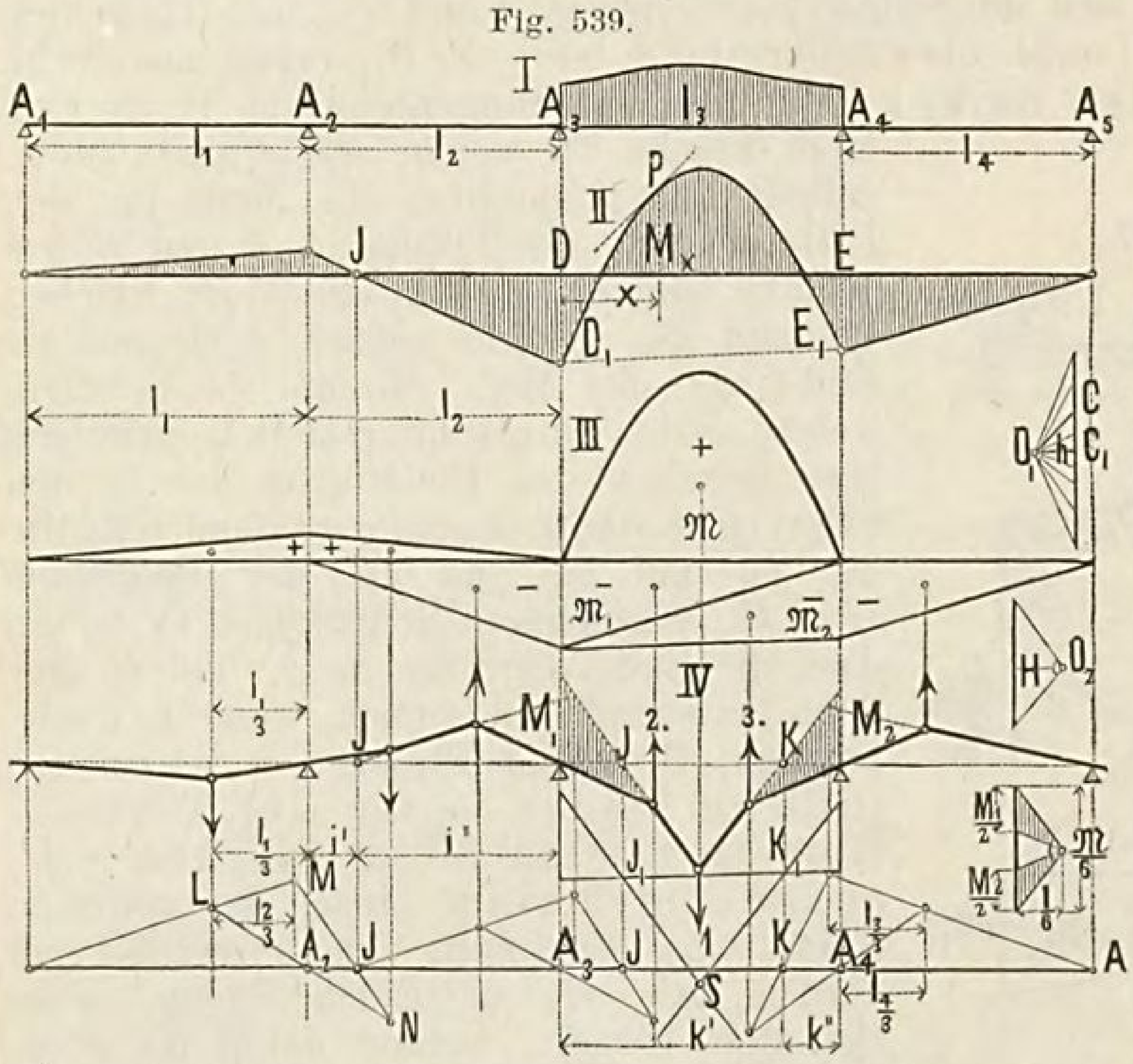
Es lässt sich nachweisen, dass die einer Stütze rechts und links zunächst liegenden mittlern Seilpolygon-Seiten sich stets in Punkten einer bestimmten Vertikalen, der verschränkten Pfeiler-Vertik. schneiden.

Diese Vertik. steht von der nächsten Drittel-Vertik. des linken Feldes um ein Drittel der Länge des rechten Feldes ab, und umgekehrt. Bei gleicher Felderweite fällt die verschränkte Pfeiler-Vertik. mit der Pfeiler-Vertik. zusammen.

Die beiden mittlern Seilpolygon-Seiten eines belasteten Feldes kreuzen sich in der Schwerp.-Vertik. der einfachen Mom.-Fläche — bei gleichm. Belastung also

in der Feldmitte — und schneiden auf den Stützen-Vertik. dieses Feldes Strecken ab, deren Grösse nur von der Spannweite und der Belastungsart dieses Feldes, nicht aber von den übrigen Feldern des Trägers abhängig ist.

Fig. 539.



γ. Die Fixpunkte.

Für das 2. Seilpolygon (IV.) lassen sich folgende Eigenschaften nachweisen.

Bei gleicher Höhenlage aller Stützen schneidet, wie immer auch ein Feld belastet sein möge, die mittlere Seilpolygon-Seite jed. unbelasteten Feldes die Trägeraxe AA in einem festen Punkte, welcher dem Wendep. der elast. Linie entspricht. Diese Fixpunkte liegen immer in den äussern Dritteln der Felder. Jedes Feld besitzt 2 solcher Fixpunkte, die entweder in das linke oder rechte Drittel des Feldes fallen, je nachdem das belastete Feld rechts oder links von dem betrachteten Felde liegt. Die beiden mittlern Seilpolygon-Seiten eines belasteten Feldes gehen ebenfalls durch die Fixpunkte.

Die Bestimmung der Fixpunkte ist die erste Operation, welche bei der grafischen Behandlung der kontinuirl. Träger auszuführen ist. Die Konstruktion geschieht, wie auch immer die Belastung der Trägerfelder sein möge, wie folgt:

Von einem Ende des Trägers aus, z. B. von A_1, Fig. 539, aus ziehe man eine belieb. Gerade, welche die Drittel-Vertik. und die verschränkte Pfeiler-Vertik. bezw. in den Punkten L und M schneidet.

Ziehe ferner von L aus durch A_2 eine Linie, welche die Drittel-Vertik. des 2. Feldes in N schneidet. Dann liegt der Fixpunkt J im Schnitt von MN mit der Trägeraxe. Von J aus wiederholt man dasselbe Verfahren für das nachfolgende Feld und so fort, bis alle Fixpunkte bestimmt sind.

Durch Rechnung findet man die Fixpunkte wie folgt: Die Abstände eines linken Fixpunktes J von der linken und rechten Stütze seien bezw. ι' und ι'', desgl. eines rechten Fixpunktes K, von der linken und rechten Stütze bezw. k' und k''. Dann ist für das nte Feld l_n, wenn allgemein $\frac{\iota'}{\iota''} = \iota$ gesetzt wird:

$$\iota_n \lambda_n = \frac{1}{2 + \lambda_n (2 - \iota_{n-1})}, \text{ wobei: } \lambda_n = \frac{l_{n-1}}{l_n} \text{ ist.}$$

In den Endfeldern fällt die neue Fixpunkt-Vertik. mit den Auflager-Vertik. zusammen; es ist $\iota_1 = 0$. Bei symmetr. Anordnung der Felder brauchen nur die Fixpunkte J bestimmt zu werden; die Punkte K ergeben sich dann aus der Symmetrie. Bei unsymmetr. Feldertheilung zähle man die Felder von der rechten Endstütze aus und bestimme dann den Werth $\frac{k''}{k'} = x$ nach derselben Formel.

Beispiel. Träger auf 4 Stützen. Felderlängen $l_1 = l_3 = \frac{4}{5} l_2$. Es ist $\iota_1 = 0$;

$$\iota_2 = \frac{1}{2 + \frac{4}{5}(2 - 0)} = \frac{5}{18}; \quad \iota_3 = \frac{1}{2 + \frac{5}{4}\left(2 - \frac{5}{18}\right)} = \frac{72}{299};$$

Daraus folgt: $\iota'_1 = 0$; $\iota'_2 = \frac{5}{33} l$; $\iota'_3 = \frac{72}{371} l_1$.

δ. Anwendung der Kreuzlinien zur Bestimmung der Mom. und Transversalkräfte für ein belieb. belastetes Feld.

Für das belieb. belastete Feld $A_3 A_4$, Fig. 539, zeichnet man mit Hilfe einer belieb. Poldistanz h in bekannter Weise — so als ob das Feld in A_3 und A_4 frei gestützt sei — das 1. Seilpolygon II. Die Schlusslinie $D_1 E_1$ desselben begrenzt die sogen. einfache Mom.-Fläche, in deren Schwerp.-Vertik. die Kraft $\mathfrak{M}$, d. i. der Flächeninhalt der Mom.-Fläche, angreifend gedacht wird. Zeichnet man nun ein 2. Kraftpolygon mit der Poldistanz $= \frac{l}{6}$ und der Kräfte-Vertik. $= \frac{\mathfrak{M}}{l}$, so stellen die durch einen Punkt S der Schwerp.-Vertik. zu den Strahlen des 2. Kräftepolygons parallel gezogenen Linien die sogen. Kreuzlinien dar.

Mit Hilfe der Kreuzlinien findet man die Stützen-Mom.; daraus folgen die übrigen Mom. und die Transversalkräfte. Zieht man nämlich durch die bekannten Fixpunkte des Feldes Vertikalen, welche die Kreuzlinien in den Punkten J_1 und K_1 treffen, so schneidet die durch J_1 und K_1 gelegte Gerade auf den Pfeiler-Vertik. direkt die betr. Stützen-Mom. M_1 und M_2 ab.

Trägt man die so erhaltene Grösse der Stützen-Mom. in II auf, so ergiebt sich dadurch die richtige Schlusslinie DE und zugleich das Mom. M_x für jeden belieb. Querschn. des Feldes. Es ist nicht nothwendig, die Mom.-Flächen in II so darzustellen, dass die Schlusslinien in den einzelnen Feldern mit der Trägeraxe zusammen fallen. Doch ist diese Darstellung, wie in Fig 539 geschehen, durch entsprechende Anlage des 1. Kraftpolygons leicht zu erzielen.

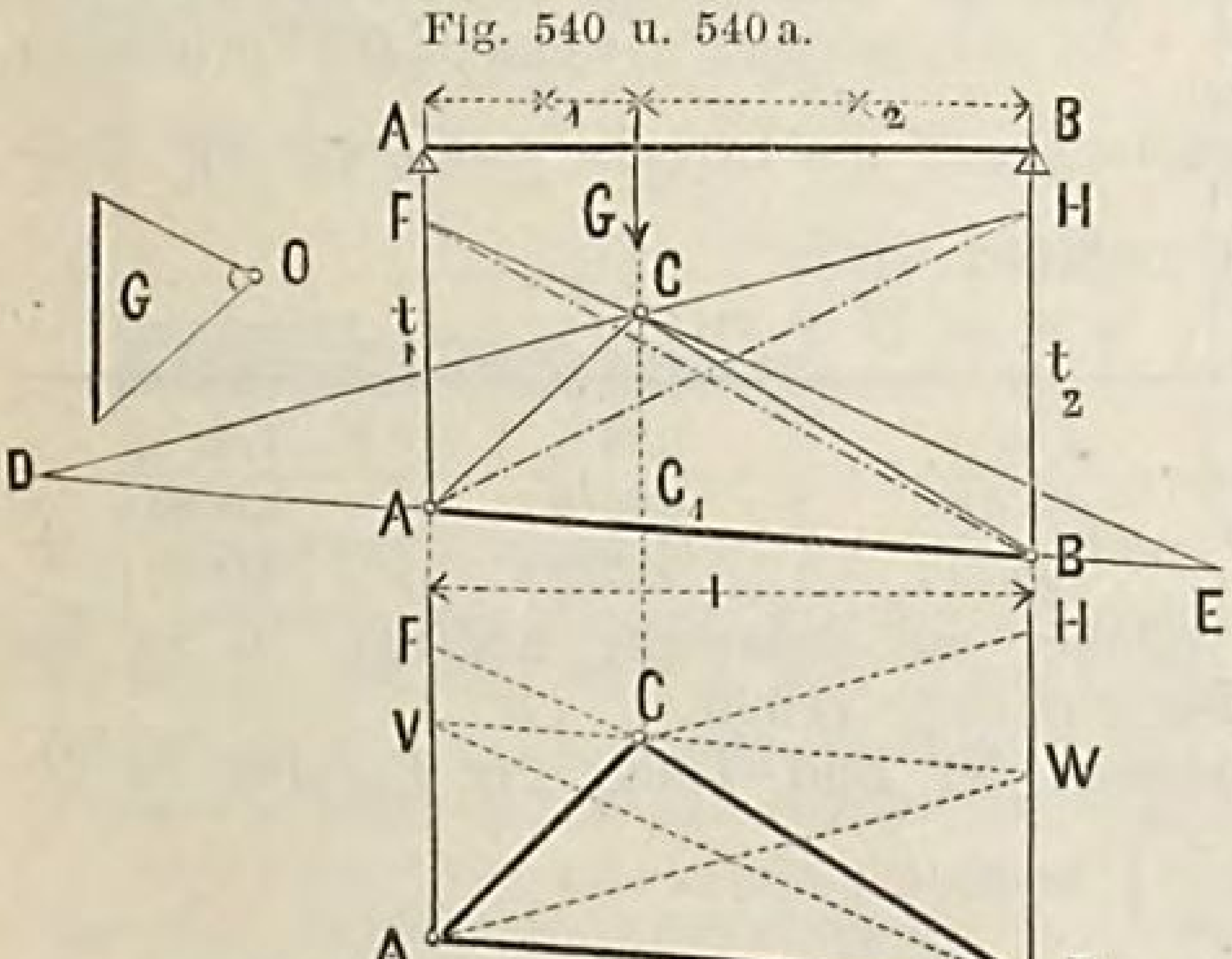
Die Transversalkräfte erhält man aus dem 1. Kraftpolygon, indem man daselbst den zur Schlusslinie $D_1 E_1$ parallelen Strahl $O_1 C_1$ und den zur Tangente im belieb. Punkte P der Parabel II parallelen Strahl $O_1 C$ einträgt. Die Strecke $C C_1$ stellt dann die Transversalkraft Q_x im Punkte P dar.

Der Beweis für die erläuterte Eigenschaft der Kreuzlinien ergiebt sich, wenn man das Seilpolygon IV für die elast. Linie mit einer Poldistanz $\frac{l}{6}$ gezeichnet denkt, wobei die Kräfte 1, 2, 3 durch die Grössen $\frac{\mathfrak{M}}{l}$, $\frac{1}{2}\frac{M_1 l}{l}$ und $\frac{1}{2}\frac{M_2 l}{l}$ dargestellt erscheinen, leicht aus der Aehnlichkeit der schraffirten Dreiecke.

ε. Zeichnung der Kreuzlinien eines belasteten Feldes für besondere Belastungsfälle.

Man bestimmt die Strecken t_1 und t_2 welche die Kreuzlinien bezw. auf der linken und rechten Stützen-Vertik. abschneiden, wie folgt:

Fig. 540 u. 540 a.



1. Für eine Einzellast G, Fig. 540. Das $\triangle\, ABC$ stelle die mit belieb. Poldistanz h gezeichnete einfache Mom.-Fläche vor. Macht man dann $DC_1 = EC_1 = AB$ und legt durch D u. C und E und C Gerade, so schneiden diese auf den Pfeiler-Vertik. die Strecken $AF = t_1$ und $BH = t_2$ ab.

Die Rechnung giebt mit Bezug auf Fig. 540:

$$AF = +\,G\left(\frac{x_1\, x_2\,(l + x_1)}{l^2}\right);$$

$$BH = +\,G\left(\frac{x_1\, x_2\,(l + x_2)}{l^2}\right)$$

AH und BF sind dann die Kreuzlinien.

Andere Konstruktion, Fig. 540a. Durch C lege man zu AB eine Parallele, welche die durch A und B gehenden Vertik. in V und W schneidet; ferner lege man durch C Parallelen zu BV und AW, welche dieselben Vertik in F und H schneiden. Die Geraden AH und BF sind dann die Kreuzlinien.

2. Für ein System von Einzellasten, Fig. 541. Je 2 zusammen stossende Seilpolygon-Seiten verlängert man und legt durch die Schnittp. der Verlängerungen mit den beiden Stützen-Vertik. Gerade.

Diese schneiden auf den durch die Seilpolygon-Ecken gehenden Kraftrichtungen die Strecken a, b und c ab. Trägt man diese Strecken dann als Kräfte in einer Kraft-Vertik. $C C_3$ zusammen, zeichnet mit der Poldistanz l dazu ein 2. Seilpolygon und schneiden die äussern Seiten desselben auf den Stützen-Vertik., bezw. die Strecken DF und EC_3 ab, so ist: $DH = DF + CC_3 = t_1$ und: $EC_3 + CC_3 = t_2$.

Fig. 541.

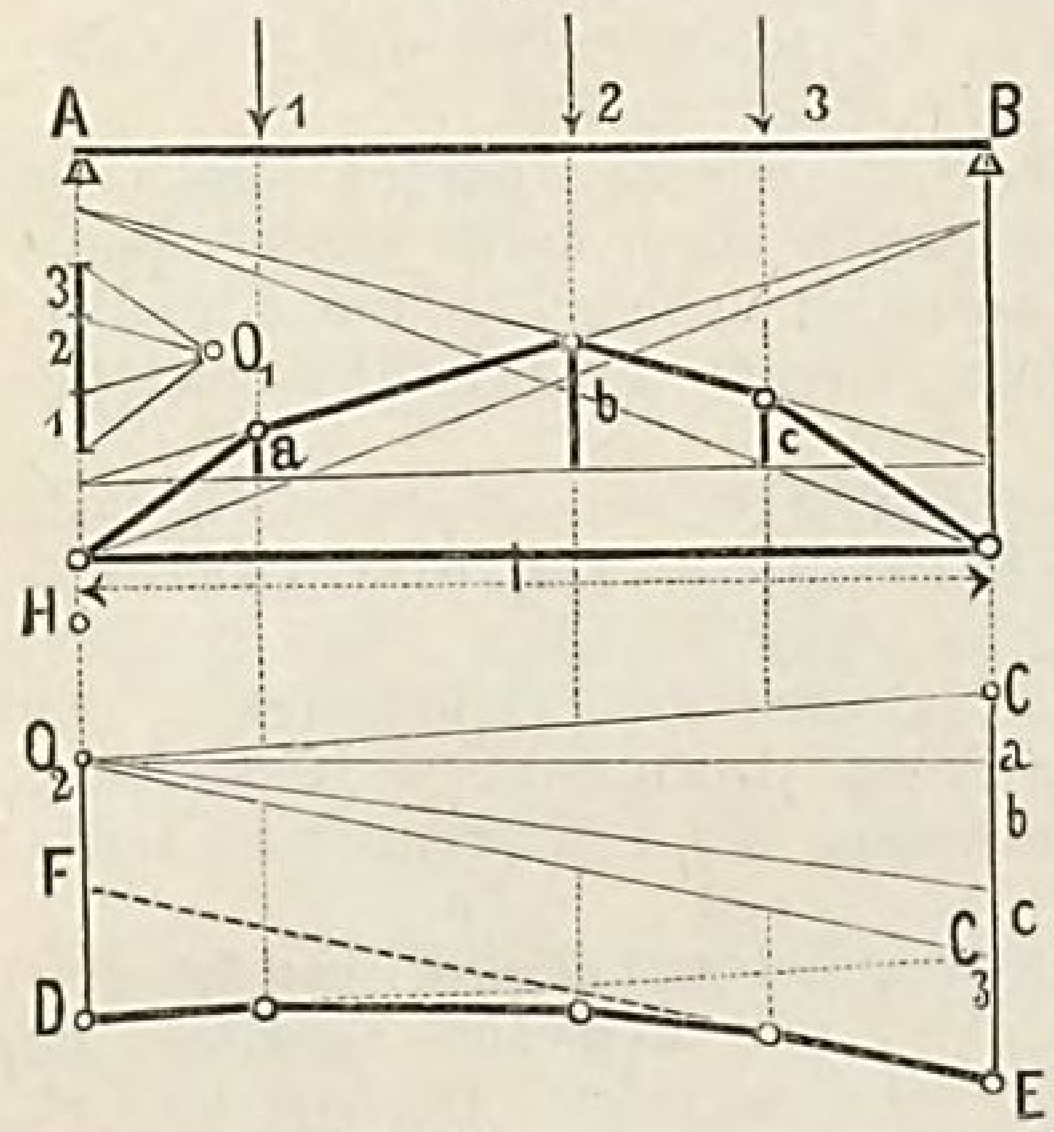
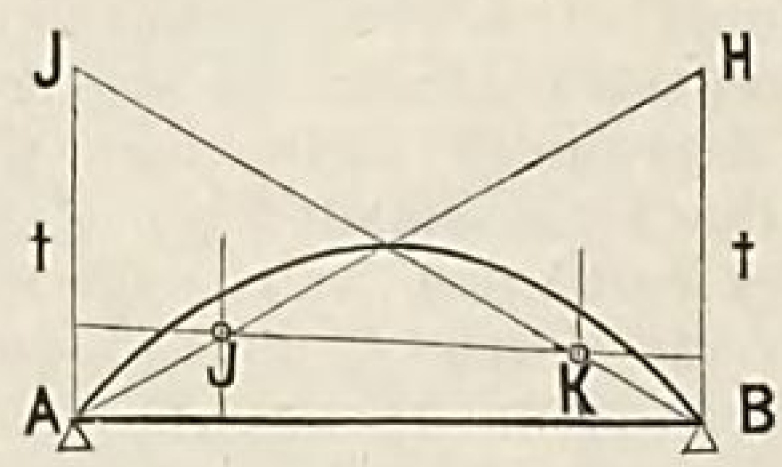


Fig. 542.

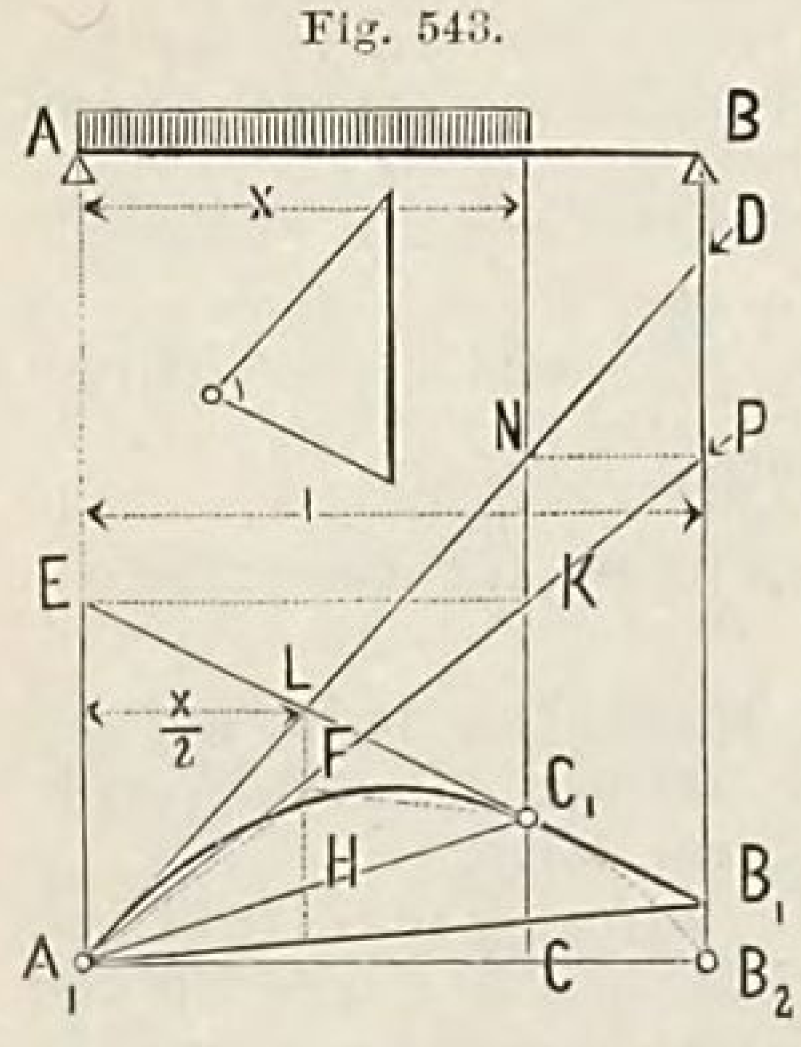


3. Bei gleichmässiger Vollbelastung werd. auf den Stützen-Vertik. d. Strecken t_1 und t_2 durch diejenigen Geraden abgeschnitten, welche durch den höchsten Parabelpunkt verlaufen, Fig. 542. Es sind dann AH und BF Kreuzlinien und es ist: $t_1 = t_2 = t = \frac{1}{4} q l^2$.

(q Belastung pro Längeneinheit.)

4. Für gleichmässige Theil-Belastung, Fig. 543, besteht die Mom.-Fläche aus dem Parabel-Segment $A_1 C_1$ und dem Dreieck $A_1 B_1 C_1$, dessen Seite $B_1 C_1$ die Parabel in C_1 tangirt. Die beiden Parabel-Tangenten $A_1 D$ und $B_1 E$ schneiden sich in der Entfernung $\frac{x}{2}$ von A_1.

Fig. 543.



Verwandelt man das Parabelstück in ein Dreieck $A_1 C_1 F$ dadurch, dass man dessen Höhe $FH = \frac{2}{3} HL$ macht, so kann man, weil die Schwerp. des Dreiecks $A_1 C_1 F$ und des Parabelstücks in derselben Vertikalen liegen, die Strecken t_1 und t_2 für das Seilpolygon $A_1 F C_1 B_1$ nach dem ad 2. Gesagtem bestimmen.

Rascher gelangt man meist durch Rechnung zum Ziele. Es ist nämlich, wenn das Verhältniss $\frac{x}{l} = m$ gesetzt, und die Strecke $t = \frac{1}{4} q l^2$ für Vollbelastung eingeführt wird:

$$t_1 = m^2 (2 - m^2)\, t; \quad t_2 = m^2 (2 - m)^2\, t.$$

Dies giebt für:

$m = 0{,}25$	0,50	0,75	1,00
$t_1 = 0{,}1211\ t$	0,4375 t	0,8086 t	1,0000 t
$t_2 = 0{,}1914\ t$	0,5525 t	0,8789 t	1,0000 t

t_1 gilt für diejenige Stütze, bei welcher die Belastung anfängt, t_2 für die andern Stützen, bis zu welchen die Belastung nicht reicht.

Zur raschen und genauen Bestimmung der End-Tang. der Parabel ist die Kenntniss des Abstandes $A_1 E = 2\, t \left(\frac{x}{l}\right)^2$ bequem.

Man mache $B_2 D = 2\, t$, so ist $A_1 D$ die linke End-Tang., ziehe ferner vom Schnittp. N der $A_1 D$ mit der Vertikalen durch C_1 eine Parallele zur $A_1 B_2$, welche die $B_2 D$ in P trifft. Die Gerade $A_1 P$ schneidet dann auf der CN das Stück $CK = A_1 E$ ab und die Gerade EC_1 ist Tang. an die Parabel im Punkte C_1. —

ζ. Gefährlichste Lastlage.

Zur klarsten Erkenntniss der Wirkung bewegter Einzellasten kommt man hier durch Anwendung der Influenzlinie (vergl. S. 626).

Für stetige bewegte Lasten kann die gefährlichste Lastlage direkt ermittelt werden.

Die Transversalkraft wird in einem Querschn. zum positiven oder negativen Maximum, wenn die Belastung im fraglichen Felde sich vom Querschn. bis zur rechten bezw. linken Stütze erstreckt und die übrigen Felder derart abwechselnd belastet sind, dass an den belasteten Theil des fraglichen Feldes ein unbelastetes und an den unbelasteten Theil ein belastetes Feld stösst.

Das Mom. wird für jeden Querschn. innerhalb der Fixpunkte eines Feldes zum positiven oder negativen Maximum, wenn das fragliche Feld entweder vollständig belastet oder vollstängig entlastet ist und die übrigen Felder wechselnd so belastet sind, dass an ein belastetes Feld stets ein unbelastetes stösst.

Für Querschn., welche zwischen einer Stütze und dem Fixpunkte eines fraglichen Feldes liegen, wird das Mom. zum positiven Maximum, wenn die Belastung von der genannten Stütze über den Querschn. hinweg bis zu einem Punkte reicht, der zum Wendep. der elast. Linie würde, wenn im Querschn. eine Einzellast läge. Die übrigen Felder sind derart abwechselnd zu belasten, dass an den unbelasteten Theil des betr. Feldes ein belastetes und an den belasteten Theil ein unbelastetes Feld stösst. Bezüglich der negativen Maximal-Mom. ist in diesem Falle diejenige Lastlage die gefährlichste, welche die eben beschriebene zur vollen Belastung ergänzt.

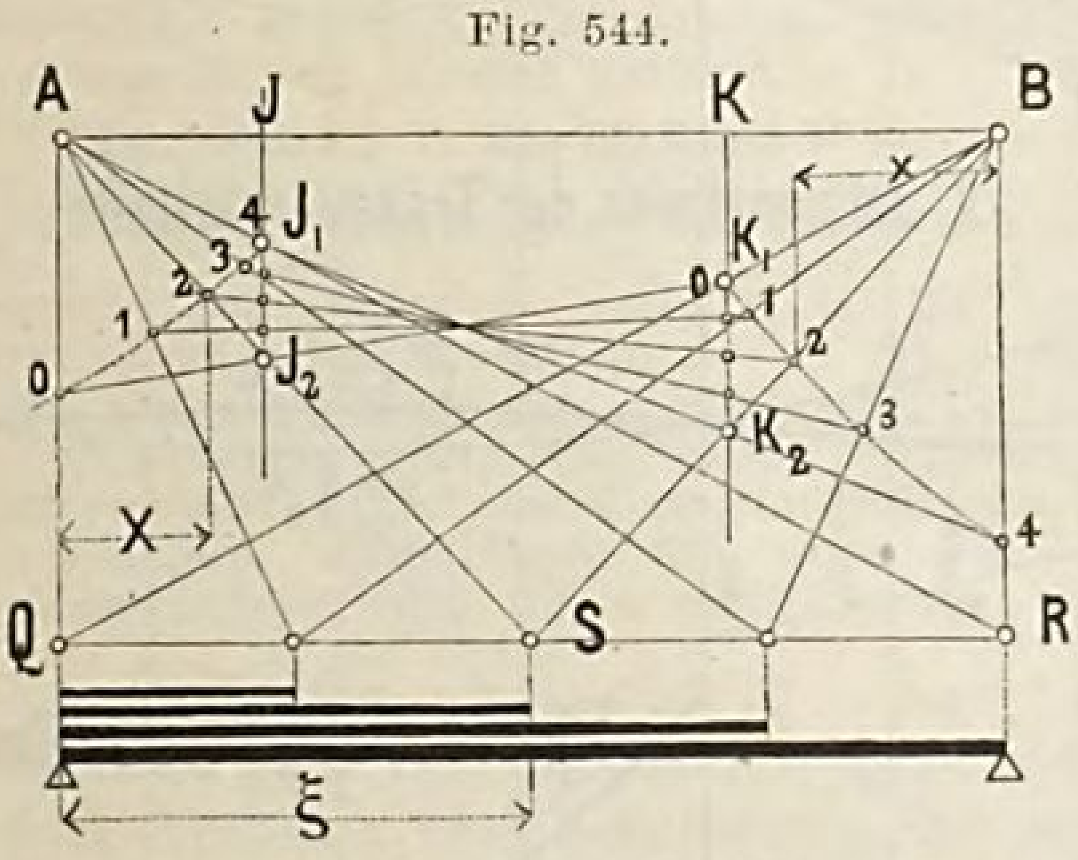
Anstatt für einen bestimmten Querschn. die gefährlichste Lastlage zu ermitteln, ist es meist vortheilhafter, für eine bestimmte Theilbelastung ($^1/_4$, $^1/_2$ und $^3/_4$ des Feldes) denjenigen Querschn. aufzusuchen, für welchen dieselbe am ungünstigsten ist.

Der Abstand x dieses Querschn. von der rechten Stütze ist, wenn daselbst für eine von der rechten Stütze aus auf die Länge ξ sich erstreckende Theilbelastung das positive Maximal-Mom. erzeugt werden soll, zu berechnen aus:

$$\frac{x}{l} = \frac{\iota' (2k' - k'' - \xi)\xi}{(k' - \iota') l^2 + (2\iota'' - k'') l \xi - (\iota' + k'')\xi^2}.$$

ι', ι'' und k', k'' sind die bekannten (S. 638 angegebenen) Abstände der Fixpunkte. — $M_{x\,\max.}$ erhält man durch Subtraktion des gefundenen Werthes für — $M_{x\,\max.}$ von dem für die Vollbelastung ermittelten Werthe von M_x.

Fig. 544.



Durch Konstruktion (zuerst von Mohr angegeben) findet man den Abstand x, Fig. 544, wie folgt:

Zwischen den Pfeiler-Vertik. ziehe man in belieb. Abstande zwei Parallelen AB und QR und theile QR in eine Anzahl gleicher Theile, welche den verschiedenen Theil-Belastungen entsprechen; meistens werden 4 Theile genügen. Von A nach R und aus der Mitte S von QR ziehe man Gerade, welche die Fixp.-Vertik. J in J_1 und J_2 schneiden; ebenso ziehe man von B nach Q und S Gerade, welche die Fixp.-Vertik. K in K_1 und K_2 schneiden. Die Strecken $J_1 J_2$ und $K_1 K_2$ theile man in ebenso viele gleiche Theile wie QR und verbinde die Theilp. in umgekehrter Reihenfolge durch Gerade. Die Schnittp. derselben mit den von A und B nach den Theilp. in der QR gezogenen Geraden entsprechen den Querschn.-Punkten, für welche das Mom. zum Maximum wird, wenn die Last durch die entsprechenden Theilp. von QR begrenzt ist.

Beispiel. Für den kontinuirl. Träger $ABCD$, Fig. 545, dessen Felderw. sich = 4 : 5 : 4 verhalten, sollen unter Anwendung der Influenzlinien, die äussern Kräfte ermittelt werden.

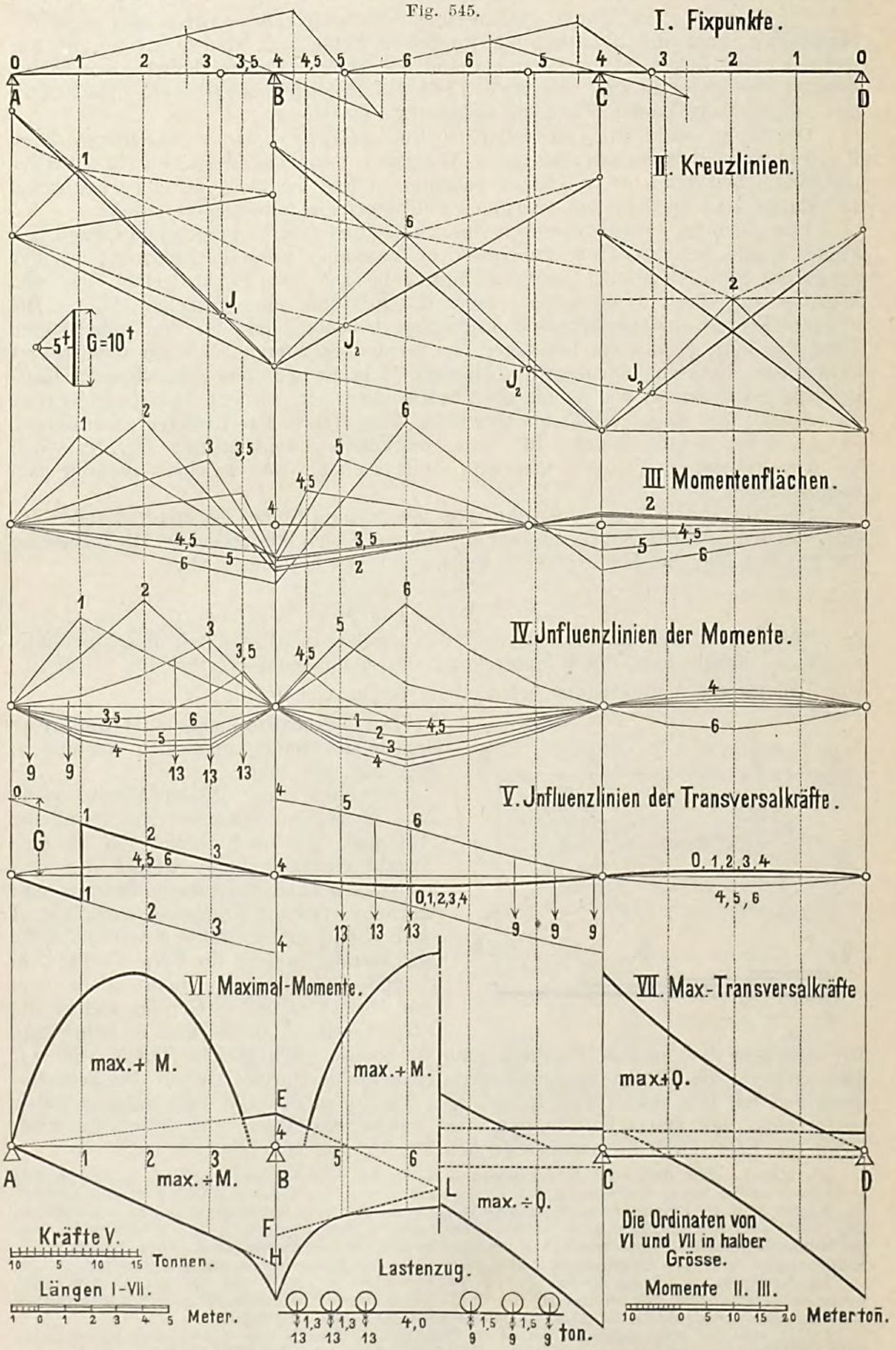
Zuerst sind die Fixpunkte in bekannter Weise zu bestimmen, wie in der Figur ad I. geschehen ist. Dann sind für die Lagen einer belieb. Einzellast G in den Schnitten 1, 2, 3, 4 u. s. w. sowohl die Mom. als auch die Transversalkr. zu bestimmen und aus den erhaltenen Werthen 2 Reihen von Influenzlinien, eine für die Mom. und eine zweite für die Transversalkräfte zu zeichnen.

Im Kraftpolygon ist zu diesem Zweck die Einzellast $G = 1^{cm}$ und der Pol $= 0{,}5^{cm}$ angenommen. Darauf sind für alle Lagen von G die zugehörigen Normal-Mom. nach S. 639 ermittelt worden. Die Konstruktion ist ad II. in jedem Felde ein Mal ausgeführt.

In III. sind die gefundenen Normal-Mom. über den Stützen B und C von einer Horizontalen AD aus als Ordin. aufgetragen, wodurch die zugehörigen Mom.-Flächen bestimmt sind. Denn

die Mom.-Linien 1, 2 und 3 müssen, weil bei der zugehör. Lastlage das Mittelfeld unbelastet ist, durch den rechten Fixpunkt des Mittelfeldes verlaufen und die Mom.-Linien 5 und 6, bei

Fig. 545.



deren Zeichnung das Mittelfeld belastet ist, ergeben sich dadurch, dass man die betr. Endp. der die Normal-Mom. über den Stützen *B* und *C* darstellenden Ordin. mit den Stützp. *A* und *D* verbindet.

Trägt man nun die einzelnen Abstände, welche die Mom.-Linien für die Einzellast auf der Ordin. eines bestimmten Querschn., z. B. 2, abschneiden, der Reihe nach in den Lastp. 1, 2, 3, 4 u. s. w. als Ordin. auf, so erhält man dadurch die Influenzlinie der Mom. für den bestimmten Querschn. 2.

ad IV sind sämmtliche Influenzlinien der Mom. zusammen getragen, und durch die beigesetzten Ziffern als zu dem betr. Querschn. gehörig gekennzeichnet.

ad V sind die Influenzlinien für die Transversalkräfte gezeichnet. Man erhält sie in einfacher Weise aus den Mom.-Linien ad III (nach der in Fig. 539 erläuterten Konstruktion). Für den Querschn. 2 erhält man demnach die Influenzlinie der Transversalkräfte wie folgt: Man ziehe zu jeder Mom.-Linie in 2, welche den Lastp. 1, 2, 3 u. s. w. entspricht, eine Parallele im Kräftepolygon; dann ist allgemein der Abstand zwischen dem Schnittp. des Polstrahls und dem Schnittp. einer der Parallelen auf der Last-Vertik. = der Transversalkraft im zugehörigen Lastp. Da im Querschn. 2 die Mom.-Linie 2 eine Ecke bildet, so entsprechen dieser Ecke im Kraftpolygon 2 Parallelen, also auch 2 Werthe der Transversalkraft, ein positiver und ein negativer, welche ad V dem entsprechend nach oben, bezw. nach unten aufgetragen worden sind.

Für alle Querschn. eines und desselben Feldes erhält man in den andern Feldern eine und dieselbe Influenzlinie der Transversalkräfte.

Die Influenzlinien für die Transversalkraft im Querschn. 0, 1, 2, 3 und 4 des 1. Feldes wird z. B. im 2. und 3. Felde durch eine einzige — stark ausgezogene — Linie dargestellt.

Die Influenzlinie für den Querschn. 1 des 1. Feldes ist ebenfalls stark ausgezogen, um den ganzen Verlauf derselben zu veranschaulichen. —

Die vorstehend erläuterten und ad I dargestellten Linienzüge gelten für alle in der nämlichen Weise belasteten Träger, deren Felderweiten sich = 4 : 5 : 4 verhalten.

Setzt man für einen bestimmten Fall die Felderweiten zu 10, 12,5 und 10 = 32,5 m Gesammtweite fest, so ergeben sich die Maassstäbe zum Abgreifen der Ordin. für Momente und Transversalkräfte wie folgt:

Der Längenmaassstab für I ist jetzt 1 cm = 3 m Wirklichkeit. Die Einzellast G wurde = 10 t angenommen und im Kraftpolygon = 1 cm gemacht; daraus folgt der Kräftemaassstab 1 t = 1 mm. Die Poldistanz wurde zu 0,5 cm = 5 t angenommen; daraus folgt der Mom.-Maassstab zu 1 cm = 3 . 5 = 15 mt.

Mit Hülfe der Influenzlinie und der Maassstäbe kann man nun für jede belieb. veränderl. Belastung des Trägers die Maximal-Mom. und Maximal-Transversalkräfte für alle Querschn. bestimmen.

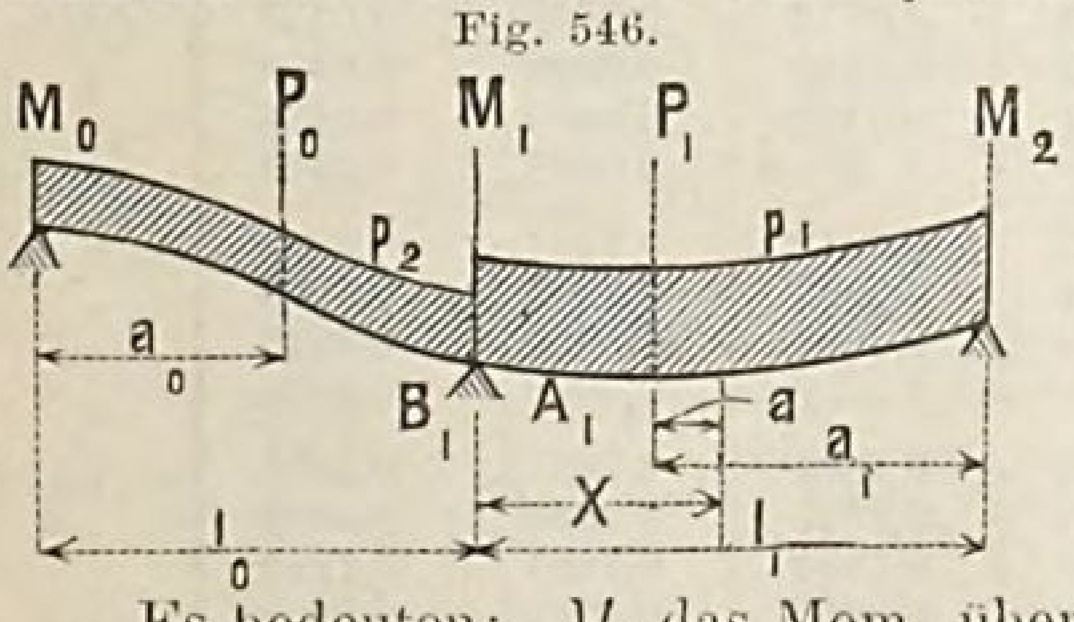
Nimmt man eine Belastung durch Einzellasten an, z. B. durch eine Lokomotive mit den in Fig. 524 angegebenen Radständen und Raddrücken, so ergiebt sich für die genannten Maximal-Werthe die Darstellung ad VI. Für die linke Trägerhälfte sind die positiven und negativen Maximal-Mom., für die rechte Hälfte die posit. und negat. Transversalkräfte gezeichnet, und zwar, Raummangels halber, die Ordin.-Summen nur im halben Maasstabe.

In dieser Darstellung zeigt die gerade Linie AL den Einfluss der Belastung des 3. Feldes auf die Mom. des 1. Feldes; die Gerade der negativen Mom.-Fläche des 1. Feldes entsteht bei belastetem Mittelfelde. Die von dieser Geraden nach B auslaufende Spitze rührt von der Belastung des 1. Feldes für solche Querschn. her, welche innerhalb des Fixp. dieses Feldes und der Stütze B liegen. Ein solcher Querschn. ist $3\frac{1}{2}$. In ähnlicher Weise erklärt sich die Darstellung in den übrigen Feldern.

Man findet z. B. das Maximal-Mom. für den Querschn. 3 aus der Influenzlinie 3, ad IV., indem man das Lasten-System so auf den Träger zu stellen sucht, dass die mit $\frac{13}{10}$ zu multiplizirende Summe der über den Lasten I., II., III. liegenden Ordin. ein Maximum wird. Diese Lastlage ergiebt sich bei Beachtung der S. 627 angegebenen Regeln leicht durch Probiren. Dabei hat man für jeden Querschn. 2 Stellungen der Lokomotive — d. i. Tender vorn oder Tender hinten — zu beachten. Zur Erläuterung des eben Gesagten ist die ungünstigste Stellung des Lasten-Systems ad IV. für das Mom. im Querschn. 2 und ad V. für die Transversalkraft im Querschn. 4 eingetragen. Dabei sind die über den Lasten liegenden, in oben erläuterter Weise zu summirenden Ordin. durch starke Striche etwas hervor gehoben.

Auch für eine stetige bewegte Belastung kann man die Influenzlinie benutzen, um die Maximal-Werthe von M und Q zu ermitteln. Diese Ermittelung läuft dann auf eine Berechnung der positiven und negativen Influenzflächen für jeden Querschn. hinaus (vergl. S. 627). Ein Beispiel für die direkte Ermittelung der Maximal-Werthe von M und Q ohne Anwendung von Influenzlinien kann Raummangels halber hier nicht gegeben werden. Sämmtliche für einen beliebigen Fall nothwendigen grafischen Konstruktionen sind auch S. 637 — 640 bereits erläutert.

Fig. 546.



η. Träger auf belieb. vielen Stützen.

1. Momente über den Stützen. (Normal-Mom.) Fig. 546 stelle 2 belieb. Felder eines Trägers vor.

Es bedeuten: M_0 das Mom. über der Stütze 0, M_1 das Mom. über der Stütze 1, M_2 das Mom. über der Stütze 2; y die Höhe der Stützp. über einer belieb. Horizontalen, so ist für ein System von Einzellasten:

$$6\,EJ\left(\frac{y_1 - y_0}{l_0} + \frac{y_1 - y_2}{l_1}\right) = M_0 l_0 + 2\,M_1\,(l_0 + l_1) + M_2 l_1 +$$
$$\frac{\Sigma\,(Pa_0)(l^2_0 - a^2_0)}{l_0} + \frac{\Sigma\,(Pa_1)(l^2_1 - a^2_1)}{l_1} + \frac{1}{4}\,(p_0 l^3_0 + p_1 l^3_1). \qquad (6)$$

Für einen Träger, welcher nur durch gleichmässig auf den einzelnen Strecken vertheilte Lasten beansprucht wird, erhält man:

$$6\,EJ\left(\frac{y_1 - y_0}{l_0} + \frac{y_1 - y_2}{l_1}\right) = M_0 l_0 + 2\,M_1\,(l_0 + l_1) + M_2 l_1 + \frac{1}{4}\,(p_0 l^3_0 + p_1 l^3_1) \quad (7)$$

ein Ausdruck, welcher unter dem Namen Clapeyron'sche Gleichg. bekannt ist.

Sind n Felder, also $n + 1$ Stützen vorhanden, so lassen sich $n - 1$ Gleichg. von der Form (6) aufstellen und es können dann aus diesen und den beiden Gleichg., welche die Art der Befestigungen der Enden des Trägers ergiebt, die $n + 1$ Mom. über den $n + 1$ Stützen berechnet werden.

2. Stützendrücke. Es bedeuten: $B_1, B_2 \ldots\ldots B_n$ die auf der linken Seite unmittelbar am linken Stützp. wirkenden, also von den jedesmaligen linken Feldern herrührenden Theil-Stützendrücke.

$A_0, A_1 \ldots\ldots A_{n-1}$ die Theil-Stützendrücke, welche von den jedesmaligen rechten Feldern herrühren; $D_0, D_1 \ldots\ldots D_n$ die vollen Stützendrücke, so dass also: $D_0 = A_0$; $D_1 = A_1 + B_1$; $D_n = B_n$.

Das Mom. an irgend einer Stelle in der Entfernung x von der Stütze 1 ist:

$$M = M_1 - \frac{p_1 x^2}{2} - \Sigma_0^x\,(P_1 a) + A_1 x$$

$$\text{und für } x = l_1:\ M_2 = M_1 - \frac{p_1 l^2_1}{2} - \Sigma\,(P_1 a_1) + A_1 l_1,$$

$$\text{woraus: } A_1 = \frac{M_2 - M_1}{l_1} + \frac{p_1 l_1}{2} + \frac{\Sigma\,(P_1 a_1)}{l_1}.$$

$$\text{Analog erhält man: } B_1 = \frac{M_0 - M_1}{l_0} + \frac{p_0 l_0}{2} + \frac{\Sigma\,(P_0 a_0)}{l_0};$$

mithin den vollen Stützendruck:

$$D_1 = \frac{p_0 l_0 + p_1 l_1}{2} - M_1\left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_0}\right) + \frac{M_2}{l_1} + \frac{M_0}{l_0} + \frac{\Sigma\,(P_1 a_1)}{l_1} + \frac{\Sigma\,(P_0 a_0)}{l_0}.$$

In folgender Tabelle sind Ergebnisse für Träger zusammen gestellt, welche auf 3 — 9 gleich hohen und gleich weit von einander entfernten Stützen ruhen.

	Anzahl der Stützen							Einheit
	3	4	5	6	7	8	9	
M_1	0,1250	0,1000	0,1071	0,1053	0,1058	0,1056	0,1057	pl^2
M_2	—	—	0,0714	0,0789	0,0769	0,0775	0,0773	„
M_3	—	—	—	—	0,0865	0,0845	0,0850	„
M_4	—	—	—	—	—	—	0,0825	„
D_0	0,3750	0,4000	0,3929	0,3947	0,3942	0,3944	0,3943	pl
D_1	1,2500	1,1000	1,1428	1,1317	1,1327	1,1337	1,1340	„
D_2	—	—	0,9286	0,9736	0,9616	0,9649	0,9640	„
D_3	—	—	—	—	1,0192	1,0070	1,0103	„
D_4	—	—	—	—	—	—	0,9948	„
M_1 max.	0,0703	0,0800	0,0772	0,0779	0,0777	0,0778	0,0777	pl^2
M_2 max.	—	0,0250	0,0364	0,0332	0,0340	0,0338	0,0339	„
M_3 max.	—	—	—	0,0461	0,0433	0,0440	0,0438	„
M_4 max	—	—	—	—	—	0,0405	0,0412	„
X_1	0,375	0,4000	0,3930	0,3947	0,3942	0,3944	0,3943	l
X_2	—	0,5000	0,5357	0,5264	0,5327	0,5281	0,5283	„
X_3	—	—	—	0,5000	0,4904	0,4930	0,4923	„
X_4	—	—	—	—	—	0,5000	0,5026	„
ξ_1	0,750	0,8000	0,7860	0,7894	0,7884	0,7887	0,7887	„
ξ_2	—	0,2760	0,2659	0,2680	0,2675	0,2680	0,2680	„
	—	0,7240	0,8055	0,7830	0,7899	0,7884	0,7890	„
ξ_3	—	—	—	0,1964	0,1960	0,1962	0,1960	„
	—	—	—	0,8036	0,7850	0,7897	0,7880	„
ξ_4	—	—	—	—	—	0,2153	0,2150	„
	—	—	—	—	—	0,7847	0,7900	„

Es bezeichnen darin:
M_1, M_2 die Mom. über den Stützen;
$M_{1\,\text{max.}}$, $M_{2\,\text{max.}}$ die Maximal-Mom. auf den einzelnen Feldern;
D_0, D_1 die Stützendrücke;
x_1, x_2 die Entfernungen der Mom. $M_{1\,\text{max.}}$ von den zunächst nach links liegenden Stützen;
ξ_1, ξ_2 die Entfernungen der Wendep. der elast. Linien von diesen Stützen;
l die Länge der einzelnen Felder;
p die Belastung pro Längeneinheit.

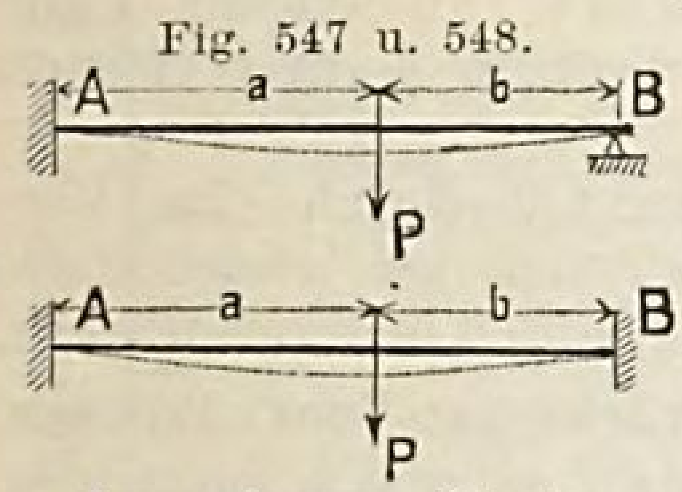
Da Alles in Bezug auf die Mitte des Trägers symmetrisch, ist die Rechnung nur bis zur Mitte durchgeführt.

ϑ. **An beiden Enden horizontal umwandelbar befestigter Träger,** Fig. 548.

Wenn $a < b$, so wird:

$$A = P\frac{(3a + b)\,b^2}{l^3} + \frac{Q}{2};\quad B = P\frac{(a + 3b)\,a^2}{l^3} + \frac{Q}{2}.$$

Fig. 547 u. 548.



$$\mathfrak{M} = P\frac{ab^2}{l^2} + \frac{Ql}{12}\ (\text{für } x = 0).$$

$$\text{Für } a = b \text{ wird: } A = B = \frac{P + Q}{2};\ \mathfrak{M} = \left(P + \frac{2}{3}Q\right)\frac{l}{8}.$$

$$\text{Für } Q = 0 \text{ ist: } \mathfrak{M} = \frac{Pl}{8};\ \text{für } P = 0 \text{ ist: } \mathfrak{M} = \frac{Ql}{12}.$$

ι. **An einem Ende unwandelbar horizontal befestigter und am andern Ende frei gestützter Träger,** Fig. 547.

$$\text{Es ist: } A = P\frac{(3a^2 + 6ab + 2b^2)\,b}{2l^3} + \frac{5}{8}Q;\ B = P\frac{a^2(2a + 3b)}{2l^3} + \frac{3}{8}Q.$$

Zur Berechnung dient:

$$\mathfrak{M} = \frac{A^2}{2Q}l - \frac{Pab\,(a + 2b)}{2l^2} - \frac{1}{8}Ql,\ \text{wenn } x < a \text{ und: } \mathfrak{M} = \frac{B^2}{2Q}l,\ \text{wenn } x > a,$$

voraus gesetzt, dass folgende Werthe von $\mathfrak{M}$ nicht grössere Querschnitte liefern:

$$\mathfrak{M} = P\frac{a^2b\,(2a + 3b)}{2l^3} + Q\frac{(3a - b)\,b}{8l};\ \mathfrak{M} = P\frac{ab\,(a + 2b)}{2l^2} + \frac{1}{8}Ql.$$

Ferner ist:

$$x = \frac{P}{Q}\frac{(3a^2 + 6ab + 2b^2)\,b}{2l^2} + \frac{5}{8}l < a,\ \text{wenn } \frac{P}{Q} < \frac{l^2(3a - 5b)}{4b\,(3a^2 + 6ab + 2b^2)};$$

$$x = \frac{P}{Q}\frac{a^2(2a + 3b)}{2l^2} + \frac{3}{8}l < b,\ \text{wenn } \frac{P}{Q} < \frac{l^2(5b - 3a)}{4a^2(2a + 3b)}.$$

$$\text{Ist } a = b, \text{ so wird: } \mathfrak{M} = \left(\frac{3}{2}P + Q\right)\frac{l}{8}.$$

$\varkappa$. **Träger auf 3 Stützen.**

Es bedeutet: $\left\{\begin{array}{l} g \text{ die Eigenlast} \\ p \text{ die veränderliche Last} \end{array}\right\}$ für die Längeneinheit.

$$+ Q_{\text{max.}} = + \frac{1}{16}\left(1 - \frac{x}{l}\right)^2\left(7 - 2\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2}\right)pl + \frac{1}{8}\left(3 - 8\frac{x}{l}\right)gl;$$

$$- Q_{\text{max.}} = - \frac{1}{16}\left(1 + 10\frac{x^2}{l^2} - \frac{x^4}{l^4}\right)pl + \frac{1}{8}\left(3 - 8\frac{x}{l}\right)gl.$$

$$\text{Für } x < \frac{4}{5}l:\ + \mathfrak{M}_{\text{max.}} = \frac{1}{16}\frac{x}{l}\left(7 - 8\frac{x}{l}\right)pl^2 + \frac{1}{8}\frac{x}{l}\left(3 - 4\frac{x}{l}\right)gl^2;$$

$$- \mathfrak{M}_{\text{max.}} = - \frac{1}{16}\frac{x}{l}pl^2 + \frac{1}{8}\frac{x}{l}\left(3 - 4\frac{x}{l}\right)gl^2;$$

$$\text{Für } x > \frac{4}{5}l:\ + \mathfrak{M}_{\text{max.}} = \frac{1}{8}\left(16\frac{x}{l} - 4\frac{x^2}{l^2} - 20 + 8\frac{l}{x}\right)pl^2 + \frac{1}{8}\frac{x}{l}\left(3 - 4\frac{x}{l}\right)gl^2.$$

$$- \mathfrak{M}_{\text{max.}} = - \frac{1}{8}\left(13\frac{x}{l} - 20 + 8\frac{l}{x}\right)pl^2 + \frac{1}{8}\frac{x}{l}\left(3 - 4\frac{x}{l}\right)gl^2.$$

Zur Berechnung dieser Werthe dient die Tabelle 1 im „Anhang". Desgl. auch Tabelle 2 daselbst über die äussern Kräfte des Trägers auf 4 Stützen.

λ. Zweckmässigste Höhenlage der Stützen kontinuirlicher Träger.

Da sich aus einer Veränderung der relativen Höhenlage der Stützen wesentliche Veränderungen in der Beanspruchung des Trägers ergeben, liegt es nahe, zu trachten, durch die Wahl bestimmter Höhenlagen der Stützen Vortheile zu gewinnen.

Zunächst kommt die Materialmenge in Frage.

1. Der Querschnitt wird konstant durchgeführt. Handelt es sich um volle Träger, insbesondere Blechträger, so ist das absolute Maximum der Mom. massgebend. Bei horizontaler Lage der Stützen sind die Mom. an den Mittelstützen die absoluten Maxima. Durch eine Senkung der Mittelstützen lassen sich diese Mom. vermindern; hierbei wachsen aber die positiven Maximalmom. Es ist zweckmässig, die Senkung so weit zu treiben, dass die positiven Maxima = den negativen Maxima werden. Bei noch weiterer Senkung würden die positiven Maxima als die absoluten Maxima auftreten und diese bei fortgesetzter Senkung noch zunehmen. Auf Grund dieser Thatsache ist eine Senkung der Mittelstützen zuerst vom Baurath Dr. Scheffler in Vorschlag gebracht worden.

2. Der Querschnitt wird variabel durchgeführt. In diesem Falle muss die Materialmenge bestimmt und die Höhenlage der Stützen derart ermittelt werden, dass jene zum Minimum wird.

Eine wesentliche Veränderung tritt in der Materialmenge durch eine Veränderung der Höhenlage der Stützen aber nicht ein, weil sich bei letzterer die Mom. und Transversalkräfte zum Theil vergrössern und nur zum Theil vermindern.

d. Belastung und zulässige Inanspruchnahme der Hoch- und Brückenbau-Konstruktionen.

Die Gesammtbelastung der Hochbau-Konstruktionen setzt sich zusammen aus dem Eigengewicht der Konstruktion und der zufälligen Last. Als zufällige Last für Decken, Dächer und Gewölbe kann bezw. Menschengedränge, Wind- und Schneedruck, oder auch eine Belastung durch Materialien in Frage kommen.

Bei den Brücken bildet sich die Gesammtbelastung aus Vertikal- und Horizontalkräften. Die Vertikalkräfte sind: das Eigengewicht der Konstruktion und die Verkehrslast.

Von den Horizontalkräften werden in der Regel nur der Winddruck und event. die Zentrifugalkraft in Rechnung gezogen; doch sollten in speziellen Fällen (bei Berechnung der Querkonstruktionen) auf die durch Seitenschwankungen der Fahrzeuge und die durch plötzliches Bremsen der Züge*) entstehenden Horizontalkräfte Berücksichtigung finden. Temperat.-Einflüsse brauchen nur bei Bogenbrücken beachtet zu werden.

α. Belastung der Zwischendecken.**)

1. Die gebräuchlichen Werthe für die Belastung der Zwischendecken in Wohngebäuden und Fabriken in denen leichte Maschinen aufgestellt sind (Spinnereien, Webereien u. s. w.) sind aus Tab. 1, diejenigen für Fabriken mit schweren Maschinen, Speichern und Tanzlokalen aus Tab. 2 zu entnehmen.

Tabelle 1.

No.	Art der Konstruktion	Eigenlast	Nutzlast	Gesammtlast
		pro qm in kg		
1.	Gewölbte Decke, 1/4 Stein stk. incl. Hintermauerung, zwischen eisern. Trägern für 1 m bis 1,5 m Spannw., incl. Putz- u. Fussboden-Gew.	300	200	500
2.	do., 1/2 St. stk., sonst wie vor	400	200	600
3.	do., 1/2 St. stk., für 2—3 m Spannw., sonst wie vor	500	200	700
4.	do., aus porösen Steinen, 1/2 St. stk., sonst wie vor	130	200	330
5.	Decke aus Wellblech, Buckelplatten oder Barren-Eisen mit Beton zwischen Trägern, im Beton 13 cm dick	250	200	450
6.	Decken nach französischem System aus Eisen mit Füllung aus Gips erfordern an Eisengewicht 15—30 kg, Gipsgewicht 220 kg, Holzgewicht 25 kg, daher	270	200	470
7.	Holzbalken-Decke mit einfachem Fussboden	80	200	280
8.	do. mit doppeltem Fussboden oder mit einfachem Fussboden und mit Deckenputz	100	200	300
9.	do. mit halbem Windelboden, Fussboden und Deckenputz . . .	300	200	500
10.	do. mit ganzem Windelboden, sonst wie vor	400	200	600

*) Vergl. Huth: Ueber die Inanspruchnahme eiserner Eisenbahn-Brücken durch das Bremsen der Züge. Deutsch. Bauzeitg. 1885.

**) Intze. Tabellen und Beispiele für die rationelle Verwendung des Eisens zu einfachen Brückenkonstruktionen; Berlin 1878. Diese Arbeit ist bei der Abfassung des Abschn., Decken und Stützen benutzt worden.

Tabelle 2.

No.	Art der Konstruktion	Eigen-last	Nutzlast	Gesammt-last
		pro qm in kg		
11.	Holzbalken-Decke mit halbem Windelboden, für Tanzlokale, Heu- und Fruchtböden	350	350	700
12.	Holzbalkenlage mit Bohlenbelag in Salz-Speichern	200	600	800
13.	do. mit Bohlenbelag in Kaufmanns-Speichern	350	750—1500	—
14.	Gewölbte Decke, $^1/_2$ St. stk., zwischen eisernen Trägern für 1 bis 1,5 ^{m} Spannw., in Fabriken oder Lagerräumen	450	500	950
15.	do., 1 St. stk., für 2,0 bis 3,0 ^{m} Spannw., sonst wie vor	650	500	1150
16.	Decke aus Wellblech, Buckelplatten oder Barren-Eisen mit Beton (20 ^{cm} dick) sonst wie vor	350	500	850

2. Das Gewicht der Wände pro ^{qm} Ansichtsfläche (1 Stein = 25 ^{cm}; $^1/_2$ Stein = 12 ^{cm}) ergiebt Tabelle 3.

Tabelle 3.

No.	Art der Konstruktion	Totallast pr. qm kg
17.	Fachwand, $^1/_2$ St. stk., in Schwemmsteinen (auch Hohlziegeln, porösen Steinen) ausgemauert, von beiden Seiten verputzt	130
18.	do., $^1/_2$ St. stk., in Ziegelst., sonst wie vor	220
19.	Wand, 1 St. stk., in Schwemmst., von beiden Seiten verputzt	280
20.	do., 1 St. stk., in Ziegelst., sonst wie vor	460
21.	do., $1^1/_2$ St. stk., sonst wie vor	670
22.	do., 2 St. stk., sonst wie vor	880
23.	do., $2^1/_2$ St. stk., sonst wie vor	1100
24.	do., 3 St. stk., sonst wie vor	1300

Für Wände aus andern Materialien erhält man die Belastungen, wenn man die obigen Zahlen für Ziegelmauerwerk mit nachfolgenden Koeffizienten multiplizirt:

No.	Art der Konstruktion	Multiplikat.-Koeffizient
25.	Mauerwerk in Hohlziegeln oder in porösen Steinen	0,6
26.	do. in dichtem Kalkstein, Granit oder Trachyt	1,5—1,6
27.	do. in Sandsteinen	1,3—1,4
28.	do. in rheinischen Tuffsteinen	0,9—1,0
29.	do. in gepressten Schlackensteinen	1,0

3. Die Baupolizei in Berlin legt bei Revision von Hochbau-Projekten im allgem. die in Tabelle 4 enthaltenen Zahlenwerthe über Eigengewichte und Gesammt-Belastungen zu Grunde.

Tabelle 4.

Eigengewicht	kg pro cbm	Gesammt-Last	kg pro qm
Ziegelmauerwerk, Erde, Lehm	1600	Balkenlage mit einfacher Dielung	280
Desgl. aus porös. oder Lochsteinen	950	Desgl. gestaakter Windelboden mit Lehmstrich	430
Kiefernholz	650	Desgl. ausgest. und verschalt	500
Eichenholz	800	„ bei Tanzsälen	750
Erde und Lehm	1600	„ in Werkstätten	760—1000*
Torf	550	„ mit ganzem Windelboden	580
Roggenschüttung	650	Dachbalkenlage in Wohnhäusern	735
Asphalt	1120	Fussboden unter Durchfahrten oder Hofräumen, auf welchen Fuhrwerke verkehren	1000
Basalt	3200	Gewölbte Decken zwischen Eisen-Trägern, ½ Stein stark, mit Hintermauerung, Fussbodenlage und Dielung	1000
Granit	2700	Dieselbe Decke ohne Fussbodenlage	700—800
Kalkstein	2370	Dieselbe ¼ St. stk. mit Fussboden	525 **
Marmor	2700	Dieselbe ohne Fussboden	485 **
Sandstein	2400	Decke in Salzspeichern, wenn drei Tonnenreihen übereinander liegen	800
Eis	910	Balkenlage in Kornspeichern	850—1000
Kies	1525	„ „ Wollspeichern	750
Steinkohlen	1280	Dachflächen in der Horizontalprojektion gemessen, incl. Schnee- und Winddruck	250
Gusseisen	7200		
Schmiedeisen	7800		
	pro qm		
Zinkblechdach auf Schalung	40		
Pappdach incl. Sparren	30		
Kronenziegeldach desgl.	130		
Einfaches Ziegeldach desgl.	100		
Schieferdach desgl.	75		
Winddruck normal zur Windrichtung	100		
Schneebelastung	100		

* Gewölbte Decken.
** In Berlin unzulässige Konstrukt.

β. Belastung der Stützen.

Die Stützen haben im allgem. Vertikal- und Horizontal-Kräfte aufzunehmen. Bei Hochbauten sind in der Regel, wenn nicht der Winddruck in Frage kommt, nur Vertikalkräfte in Rechnung zu ziehen, die von der Belastung der Dächer, Decken u. s. w. herrühren.

Bei Brückenbauten müssen häufig auch Horizontal-Kräfte (Winddruck, Seitenschübe, Temperatur-Einflüsse) berücksichtigt werden.

Wie aus der Grösse des Axial-Drucks P die Dimensionen einer Stütze oder Säule bestimmt werden, ist in der Elastizit.-Lehre (S. 605 ff.) an verschiedenen Beispielen gezeigt worden.

Die Grösse von P bestimmt man, unter Berücksichtigung der Eigenart der die Druckübertragung vermittelnden Zwischenkonstruktionen, aus der Gesammtlast Q, welche auf der Stütze ruht. Sobald die Gesammtlast Q unmittelbar auf die Stütze wirkt, ist $P = Q$.

Die Druckübertragung kann aber in verschiedener Weise vermittelt werden, wie die Beispiele Fig. 549, 550, 551 veranschaulichen.

Fig. 549.

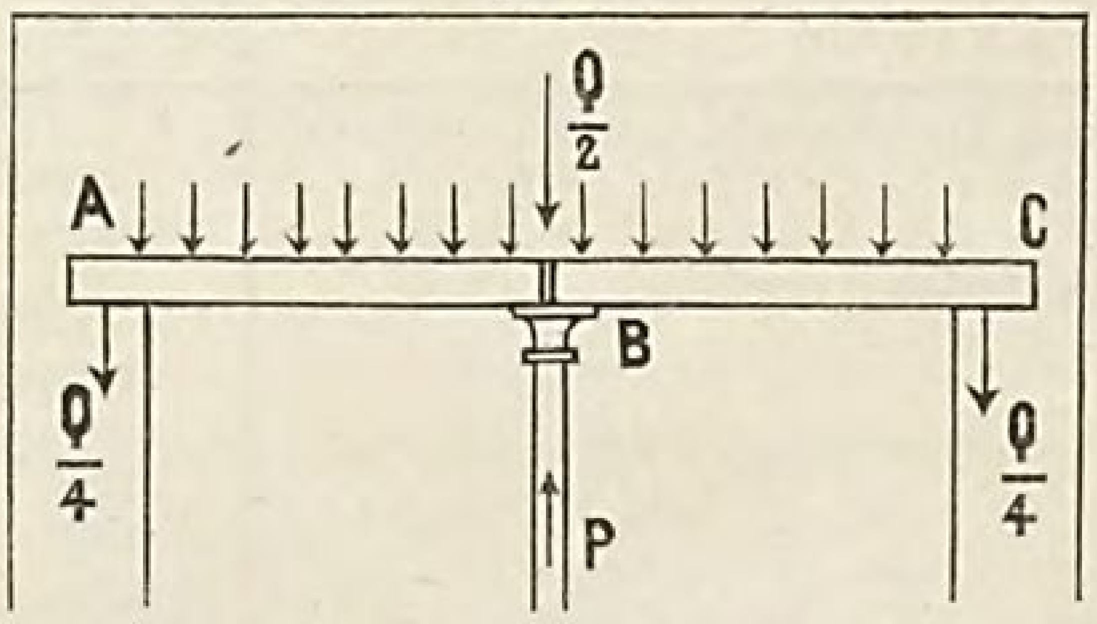
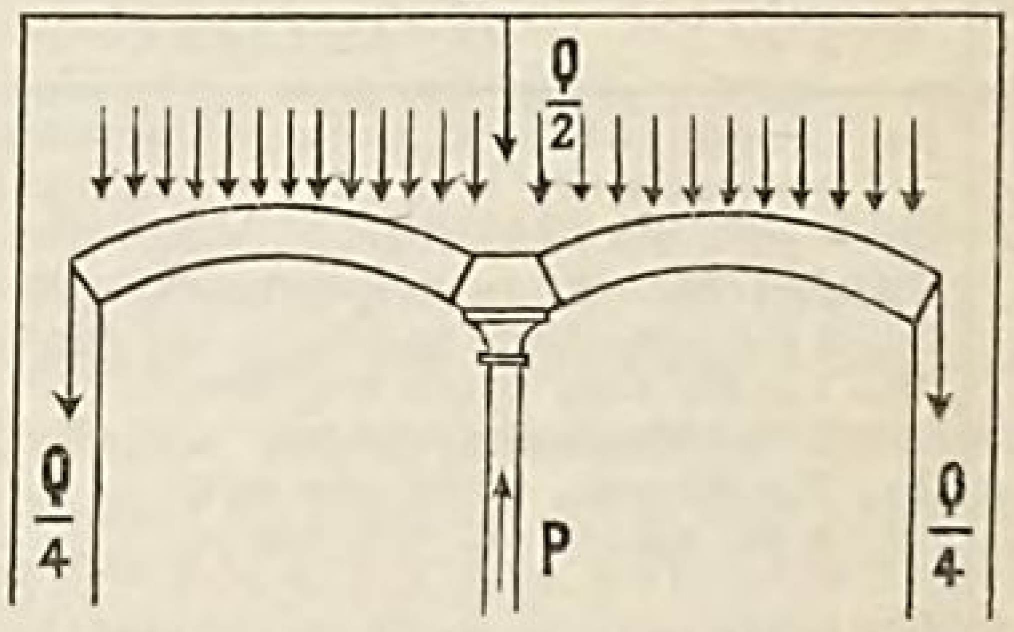


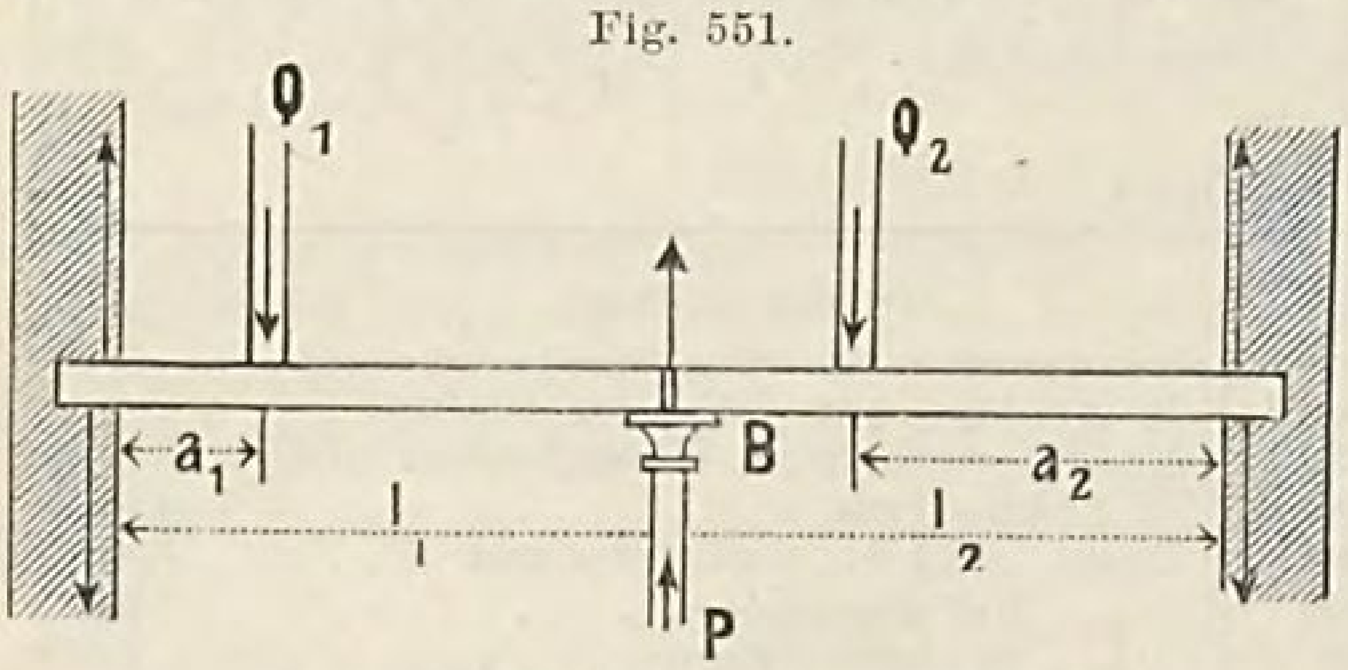
Fig. 550.



In Fig. 549 ist die über die Länge ABC gleichmässig vertheilte Last Q durch eine in B über der Säule unterbrochene Trägerkonstruktion, in Fig. 550 desgleichen durch zwei Bogenkonstruktionen unterstützt. In beiden Fällen ist $P = \frac{Q}{2}$ und gleichgültig, ob B in der Mitte von AC liegt oder nicht.

Wenn aber die Trägerkonstruktion bei B (in Fig. 549) nicht unterbrochen, sondern die Last Q durch einen kontinuirl. Träger aufgenommen wird, so muss P nach den für kontinuirl. Träger gültigen Gesetzen bestimmt werden. In dem speziellen Falle, wo A, B und C in einer Geraden liegen und B in die Mitte von AC fällt wird dann:

Fig. 551.

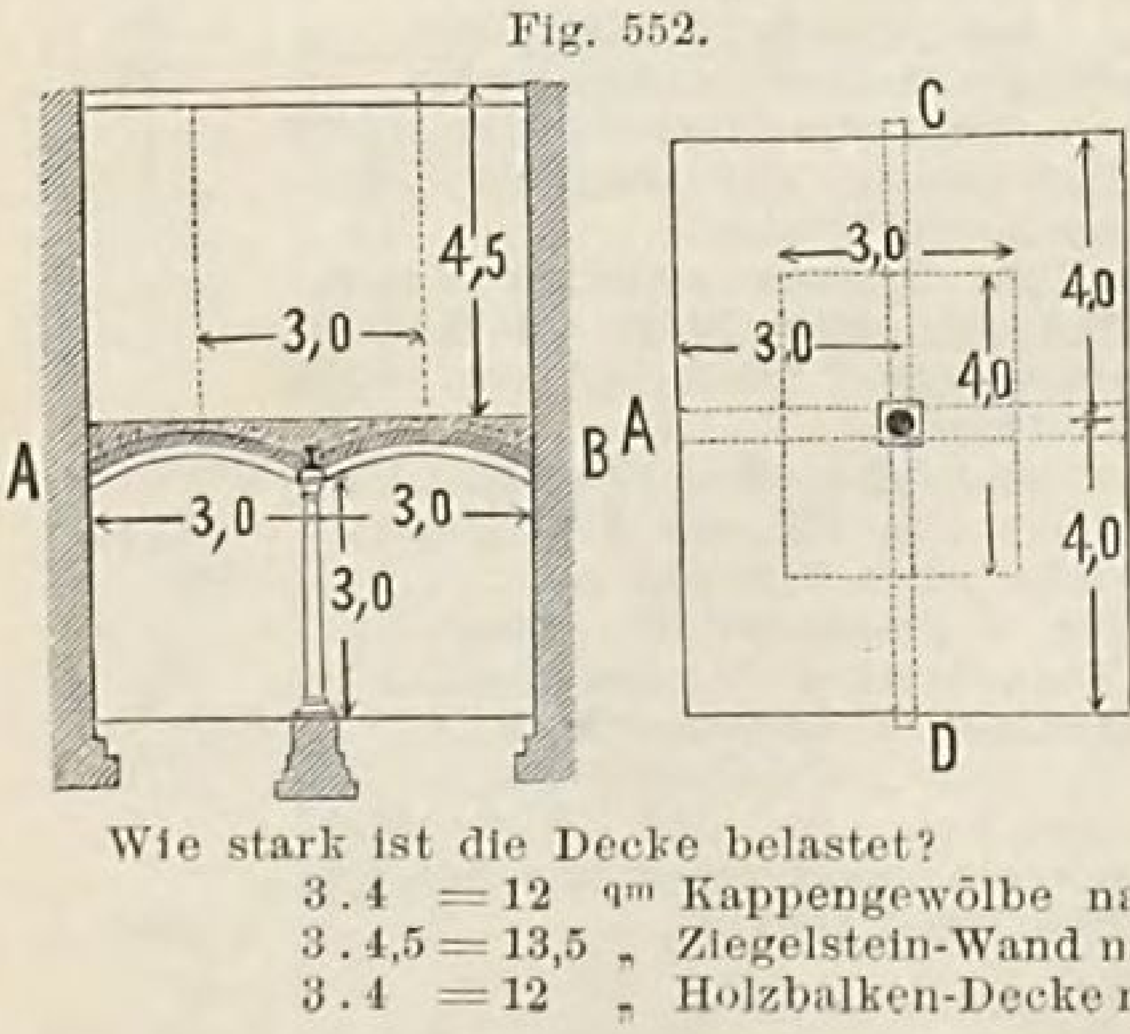


$$P = \frac{5}{8}\,Q.$$

In Fig. 551, wo zwei Einzellasten Q_1 und Q_2 auf 2, über der Säule unterbrochenen Trägerkonstruktionen ruhen, ergiebt sich:

$$P = Q_1\,\frac{a_1}{l_1} + Q_2\,\frac{a_2}{l_2}.$$

Fig. 552.



Auch in diesem Falle treten, wenn der Träger bei B nicht unterbrochen ist, die Gesetze für den kontinuirl. Träger in Geltung.

Beispiel. Der Keller eines Speichers, Fig. 552, ist durch ein Kappengewölbe von 1 St. Scheitelstärke und 3 m Spannw. überwölbt. Die Kappen stützen sich gegen einen eisernen Träger CD, der über der tragenden Säule unterbrochen ist. Gegen den Träger und die Säule stützen sich ausserdem zwei Gurtbögen AB, welche eine $1\frac{1}{2}$ St. starke Ziegelsteinwand, auf der eine Holzbalken-Decke mit halbem Windelboden liegt, tragen.

Wie stark ist die Decke belastet?

3 . 4	= 12	qm	Kappengewölbe nach Pos. 15, Tab. 2 à	1 150 kg	= 13 800 kg
3 . 4,5	= 13,5	„	Ziegelstein-Wand nach Pos. 21, Tab. 3 à	670 „	= 9 045 „
3 . 4	= 12	„	Holzbalken-Decke nach Pos. 11, Tab. 2 à	700 „	= 8 400 „
				Gesammtlast	P = 31 245 kg

γ. Belastung der Dächer.

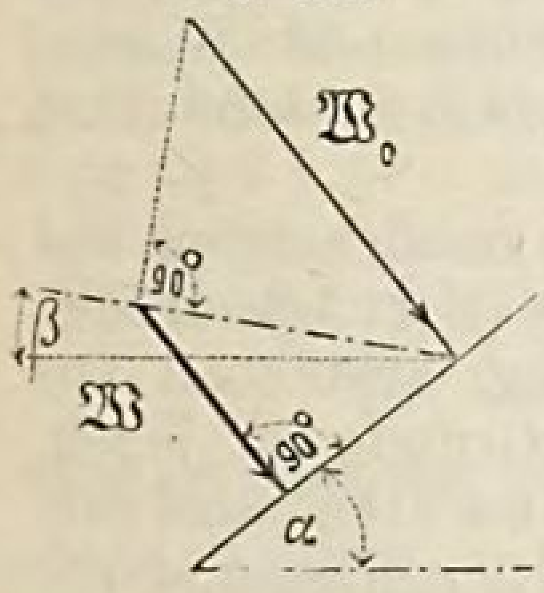
1. Das Eigengewicht der Dächer zerlegt sich in das Gew. der Dachdeckung (eingeschlossen Schalung bezw. Lattung) und das Gewicht der tragenden Konstruktion. Das letztere kann man für eiserne Dächer zu 8—16, durchschn. zu 11 ^{kg} pro ^{qm} Horizontal-Projektion ansetzen.

Tabelle 5. Gewichte von Dachdeckungen.

Dachdeckung.	Gewicht pro qm kg	Dachdeckung.	Gewicht pro qm kg
Holzzement-Dach	200	Glas auf ∟-Eisen	50
Kronen-Ziegeldach	100	Schiefer do.	46
Einfaches-Ziegeldach	85	Wellblech do.	25
Schieferdach mit Holzschalung . . .	65	Theerpappe do.	22

2. Der Winddruck, Fig. 553, auf 1 ^{qm} Fläche senkrecht wirkend, wird in der Regel zu $\mathfrak{W}_0 = 0{,}1185\,v^2$ angenommen, wenn v die Geschw. des Windes bezeichnet. Grössere Wind-Geschw. als 30 ^{m} kommen in Mittel-Europa nur selten vor*), so dass $\mathfrak{W}_0 = 100$ bis 120 ^{kg} pro ^{qm} anzusetzen ist. Dabei nimmt man an, dass die Richtung des Windes mit der Horizontalen einen Winkel β einschliesst, welcher in der Regel zu 10° angenommen wird, $\left(\text{tang}\ \beta \text{ etwa} = \frac{1}{6}\right)$.

Fig. 553.



Ist α der Neigungswinkel der Dachfläche gegen die Horizontale, so ist der stat. zur Wirkung gelangende senkr. zur Fläche gerichtete Winddruck:

$$\mathfrak{W} = \mathfrak{W}_0 \sin^2 (\alpha + \beta) \qquad (8)$$

worin $\mathfrak{W}_0 = 100$ bis 120 ^{kg} pro ^{qm} zu setzen ist. Die Annahme eines vertik. wirkenden Winddrucks ist nur in Fällen gestattet, wo eine genauere Berechnung nicht gefordert wird. Grafisch bestimmt man den Winddruck $\mathfrak{W}$ aus den gegebenen Grössen nach Fig. 553, wo $\mathfrak{W}_0$ senkr. zu einer Fläche aufgetragen worden ist, die um den Winkel $(\alpha + \beta)$ von der Horizontalen abweicht.

Aus (8) erhält man für $\mathfrak{W}_0 = 120$ ^{kg} und $\beta = 10°$ bei verschiedenen Dachneigungen die folgenden Werthe:

Dachneigung $\frac{h}{l} =$	$^1/_2$	$^1/_3$	$^1/_4$	$^1/_5$	$^1/_6$	$^1/_7$	$^1/_8$	$^1/_9$	$^1/_{10}$
$\alpha =$	45°	33°41′	26°34′	21°48′	18°26′	15°57′	14°2′	12°32′	11°18′
$\mathfrak{W} =$	80	57	42	33	27	23	20	18	16 ^{kg}

Bei offenen Hallen u. s. w. ist es nothwendig, auch einen von innen nach aussen wirkenden Winddruck in Betracht zu ziehen. Die Grösse desselben steht noch nicht erfahrungsmässig fest, kann aber mit Rücksicht auf den Umstand, dass meist Oeffnungen zum Entweichen der Luft vorhanden sein werden und der Maximaldruck bei der Uebertragung durch die im Innern der Halle eingeschlossene Luft eine Abschwächung erfährt, etwa zu 60 ^{kg} pro ^{qm} angenommen werden.

3. Der Schneedruck wird in Norddeutschland in Max. zu 75 ^{kg} pro ^{qm} horizontaler Fläche eingeführt, was einer Schneehöhe von etwa 0,6 ^{m} und einem spezif. Gewicht des Schnees von 0,125 (bei dichter Lagerung) entspricht.**) Man nimmt bei der Berechnung von Dächern die Möglichkeit einer vollen oder einer einseitigen Schnee-Belastung an.

4. Will man die Spannungen der einzelnen Theile nicht je besonders für die Einwirkung des Eigengew. und der zufälligen Last — was aber bei grössern Konstruktionen sehr zu empfehlen ist — sondern nur für die Gesammt-Belastung berechnen, so benutze man die folgende Tabelle, welche die Belastung pro ^{qm} Grundfläche (Horizontal-Projektion), einschliesslich Schnee und Winddruck enthält:

*) Vergl. hierzu speziellere Angaben in dem weiterhin folgenden Abschn. „Grundzüge der Meteorologie".

**) Frisch gefallener, noch lose gelagerter Schnee hat bei 0,6 ^{m} Höhe der Schicht nur etwa das Gewicht = 40 ^{kg} pro ^{qm}.

Tabelle 6.

Lfde. No.	Art der Konstruktion	Neigung des Daches: (Dachhöhe : Spannweite) $^1/_{30}$—$^1/_{20}$	$^1/_{10}$—$^1/_8$	$^1/_7$—$^1/_6$	$^1/_5$	$^1/_4$	$^1/_3$	$^1/_2$
		kg pro qm						
1.	Einfaches Ziegeldach	—	—	—	—	220	230	260
2.	Doppel- und Kronen-Ziegeldach	—	—	—	—	240	260	290
3.	Gewöhnliches Schieferdach	—	—	—	180	190	210	240
4.	Dorn'sches Dach	—	175	175	180	190	210	240
5.	Asphaltdach mit Lehmunterlage (mit Fliesenunterlage 10 % mehr)	—	175	175	180	190	210	240
6.	Stroh- und Rohrdach	—	—	—	—	—	200	230
7.	Dach aus Zink oder Eisenblech	—	135	140	150	160	170	200
8.	Theerpappendach	—	135	140	150	160	170	200
9.	Holzzementdach auf Holzbalkenlage . . .	250	—	—	—	—	—	—
10.	Holzzementdach auf leichten Kappen oder Wellblech etc. zwischen eisernen Trägern	325	—	—	—	—	—	—

δ. Verkehrslast der Eisenbahnbrücken.

Man bestimmt dieselbe am besten nach dem Gewichte und den Radständen der schwersten, die betr. Bahn in der Regel befahrenden Lokomotiven und Wagen, auch selbst dann, wenn voraus zu sehen ist, dass in Ausnahmefällen schwerere Verkehrsmittel die Bahn passiren werden.

Für kleinere Spannweiten (bis etwa 40 m) rechnet man am sichersten mit einem System von Einzellasten, das durch Grösse und Lage der Achsdrücke gegeben ist. Es dürfte vollkommen ausreichen, einen Lastenzug, bestehend aus 2 Lokomotiven mit anhängenden Tendern und Güterwagen zu Grunde zu legen.

Für die Hauptträger von Brücken grösserer Spannweite wird die Berechnung meistens bequemer und genau genug, wenn man die Einzellasten durch eine gleichförm. vertheilte Last ersetzt denkt; für die Berechnung der Querkonstruktionen der Brücke sind jedoch die — ungünstiger wirkenden — Einzellasten beizubehalten.

Wird die gleichförm. vertheilte Last, wie es vielfach geschieht, aus der Bedingung bestimmt, dass dieselbe dem durch die Einzellasten erzeugten Maximalmomente gleich ist, so giebt die Berechnung wohl für die Gurte, nicht aber für das Gitterwerk genügend genaue Spannungszahlen, da die Spannung des Gitters fast nur von den Transversalkräften abhängig ist. Will man genauer rechnen, so sind zwei nach Grösse verschiedene, gleichförm. vertheilte Lasten, bezw. für Gurte und Gitterwerk, einzuführen nach Tab. 7*) (nach Winkler).

Tabelle 7.

Spannweite in m	gleichförmig vertheilte Last in t für 1 m und 1 Gleis: für die Momente	für die Transversalkräfte
10 — 50	$4{,}14 + \frac{23}{l}$	$4{,}40 + \frac{34}{l}$
50 — 100	$3{,}08 + \frac{79}{l}$	$3{,}48 + \frac{80}{l}$
über 100	$2{,}65 + \frac{119}{l}$	$3{,}33 + \frac{95}{l}$

Will man aber nur mit einer gleichförm. vertheilten Last rechnen, so kann man, unter Annahme einer Belastung durch einen aus zwei Lokomotiven nebst Tendern und schweren Lastwagen zusammen gesetzten Zug (nach dem Schema Fig. 554) für Hauptbahnen pro Gleis setzen:

Fig. 554.



$$\left.\begin{array}{l} l \leqq 25\,^{m} : p = 4{,}2 + \dfrac{30}{l} \\ l \geqq 25\,^{m} : p = 2{,}6 + \dfrac{70}{l} \end{array}\right\} \text{ t pro m Länge.}$$

Für normalspurige Nebenbahnen wird p nur etwa 0,77 mal so gross.

*) Vergl. hierzu insbes. Winkler. Ueber die Belastungs-Gleichwerthe der Brückenträger in der „Festschrift zur Einweihung des neuen Gebäudes der techn. Hochschule zu Berlin 1884" und darnach im Zentr. Bl. d. Bauverwltg. 1884.

Der grösste zulässige Achsdruck für Lokomotiven beträgt (nach den technischen Vereinbarungen) für Hauptbahnen 14 t, für normalspurige Nebenbahnen 10 t; bei 1 m Spurweite 7,5 t und bei 0,75 m Spurweite 5 t.

Bei der neuern Methode der Querschnitts-Berechnung wird der Einfluss der Stösse der Verkehrsmittel in der rationellsten Weise berücksichtigt.

ε. Horizontalkräfte bei Eisenbahnbrücken.

Die Grösse des der Berechnung zu Grunde zu legenden Winddrucks auf eine zur Windrichtung senkrechte ebene Fläche ist im Einzelfalle der Oertlichkeit entsprechend zu bestimmen. Für die Bestimmung der grösst möglichsten Werthe bieten die bei Orkanen vorgekommenen Unfälle den meisten Anhalt. Es sind nicht nur Eisenbahnwagen durch den Wind umgeworfen, sondern auch viele Brücken-Einstürze durch Winddruck herbei geführt worden. Eine Zusammenstellung solcher Unfälle und der einschl. Litteratur findet sich in: Winkler; Querkonstruktionen II. Aufl. S. 308 u. ff. Für die belastete Brücke kann der Winddruck zu 150 kg pro qm, für die unbelastete Brücke zu 150 — 250 kg in Ansatz gebracht werden, voraus gesetzt, dass bei einem Winddruck $>$ 150 kg die Brücke von Fahrzeugen nicht mehr passirt wird. In besonders geschützter Lage kann man bis auf 120 kg p. qm heruntergehen. Ebenso wird wohl eine Verminderung bei sehr grossen Spannweiten zulässig sein.

Ueber die Grösse der in Rechnung zu bringenden Fläche ist im Abschnitt „Brückenbau" näher einzugehen.

Ist G der Achsdruck, r der Kurvenradius, v die Zug-Geschw. und g die Erdakzeleration, so ist die Zentrifugalkraft: $C = \frac{G v^2}{g r} = \frac{33}{r} G$ (für $v = 18$ m) (9).

Denkt man sich nun für Spannw. über 20 m die Verkehrslast bezüglich der Transversalkraft an beliebigen Stellen durch eine gleichförm. vertheilte Last von 1,43 t pro m und eine am Kopfe des Zuges wirkende Einzellast von 28 t ersetzt, so ergiebt Gleich. (9) als Ersatz für die Wirkung der Zentrifugalkraft eine gleichförm. vertheilte Horizontallast $= \frac{47}{r}$ (t) pro 1 m Träger und eine am Kopfe des Zuges anzubringende Horizontal-Einzelkraft $= \frac{924}{r}$ (t).

Die Horizontaldrücke durch Bremsen des Zuges und durch Seitenschwankungen der Fahrzeuge kommen meistens nicht zur Berechnung (vergl. übrigens die Note zu S. 646).

ζ. Verkehrslast bei Strassenbrücken.

Sie besteht aus der Belastung durch Menschen und Fuhrwerke. Für die Hauptträger der Brücken bis ca. 20 m Spannw. wirken die Einzellasten der Achsdrücke ungünstiger, als eine Belastung durch Menschen-Gedränge; bei grössern Brücken wirkt letztere Belastung ungünstiger. Für die Berechnung der Querkonstruktionen sind in jedem Falle die ungünstiger wirkenden Einzellasten einzuführen. Für Menschen-Gedränge rechnet man durchschn. (5 — 6 Menschen auf 1 qm) rund 400 kg pro qm. Bei Lage der Brücken in einem Dorfe weniger (300 kg), in Städten mehr (bis 500 kg). —

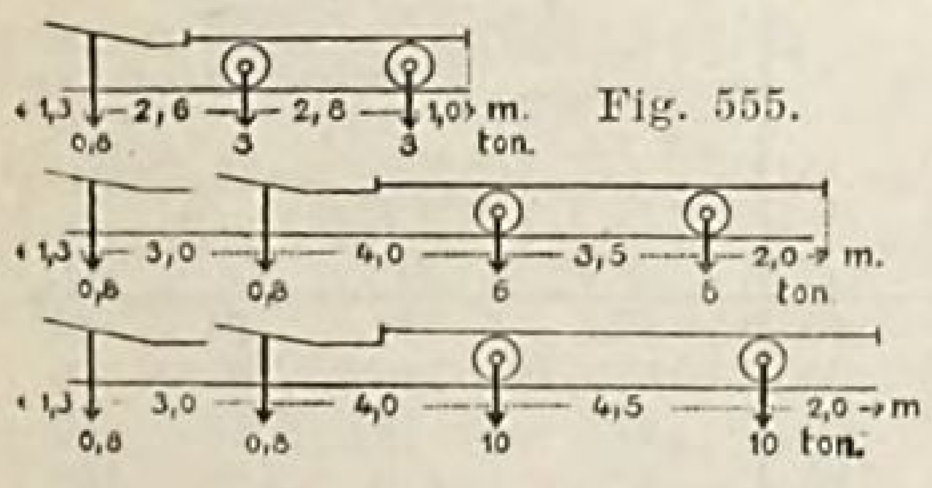


Fig. 555.

Die Belastung durch Fuhrwerke (Schema Fig. 555) wird oft durch eine gleichförm. vertheilte Last ersetzt gedacht, die für einen Wagenzug annähernd folgende ist:

Sehr schwere Wagen $p = 1{,}0 + \frac{14}{l}$

Schwere Wagen $p = 0{,}9 + \frac{6}{l}$ t pro qm

Leichte Wagen $p = 0{,}8 + \frac{2}{l}$

Bei Berechnung eines Trägers sind die Wagenzüge, welche auf der vorhandenen Brückenbreite Platz finden, so gestellt gedacht, dass der Druck auf den Träger möglichst gross wird. Der etwa neben den Zügen noch vorhandene Raum ist mit Menschen besetzt anzunehmen. Breite des Wagenkastens für sehr schwere und schwere Wagen 2,3 m, für leichte Wagen 2,0 m; Spurweite bezw. 1,4 m und 1,3 m.

η. Eigengewicht der Eisenbahnbrücken.

Tabelle 8. Blechträger. (Eingleisig.) Eigengewicht pro ^{m} Stützweite. — **Tabelle 9. Gitterträger.** (Eingleisig.) Eigengewicht pro ^{m} Stützweite.

Stützweite in ^{m}	Fahrbahn oben		Fahrbahn unten		Stützweite in ^{m}	Parab.-, Schwedler- und Pauli-Träger		Halbparabel- und Parallel-Träger	
	Schwerere Konstruktion t	Leichtere Konstruktion t	Schwerere Konstruktion t	Leichtere Konstruktion t		Schwerere Konstruktion t	Leichtere Konstruktion t	Schwerere Konstruktion t	Leichtere Konstruktion t
2	0,61	0,41	—	—	25	1,22	1,09	1,28	1,14
3	0,51	0,45	—	—	30	1,48	1,32	1,54	1,38
4	0,57	0,50	—	—	40	1,64	1,46	1,74	1,51
5	0,62	0,55	—	—	50	1,76	1,55	1,82	1,60
6	0,63	0,56	0,84	0,74	60	2,32	2,08	2,38	2,12
8	0,66	0,60	0,95	0,78	70	2,51	2,26	2,56	2,31
10	0,79	0,70	0,97	0,87	80	2,73	2,66	2,78	2,71
12	0,93	0,84	1,09	0,98	90	3,15	2,83	3,27	3,08
14	1,02	0,95	1,15	1,06	100	3,60	3,30	3,76	3,37
16	1,14	1,06	1,22	1,10					
18	1,53	1,41	1,32	1,20					

Das Eigengewicht g ist für Bogenbrücken (nach Heinzerling)

10 bis 50 ^{m} Spannw.: $g = 4{,}07\,l + 795$ ^{kg},

50 „ 100 „ „ : $g = 8{,}65\,l + 575$ ^{kg}.

ϑ. Eigengewicht der Strassenbrücken.

Das Gewicht der eisernen Strassenbrücken (Balken- und Bogenträger) hängt namentlich von der Anordnung der Querkonstruktionen (Fahrbahn, Bahngerippe u. s. w.) ab. Das Trägergewicht g_1 fällt in der Regel bedeutend kleiner aus, als das Gewicht g_0 der Querkonstruktionen. Gesammtgew.: $g = g_1 + g_0$.

Tabelle 10. Gewicht der Querkonstruktionen in ^{kg} pro ^{qm} Brückenbahn.

	Klassifikation	Konstruktion der Fahrbahn	Konstruktion der Fusswege	Gewicht der Querkonstruktionen in ^{kg} pro ^{qm}: Sehr schw. Wagen	Schwere Wagen	Leichte Wagen	Fussgänger
1.	am schwerst.	Steinpflaster auf Ziegelgewölben	—	1310	1160	920	—
2.	sehr schwer	Schotter auf Steinplatten oder Ziegelgewölben, Steinpflaster auf Bohlen od. Eisen	Stein- od. Holzpflaster auf Eisen	960	840	730	430
3.	schwer	Holzpflaster oder Beton auf Eisen, Schotter auf Bohlen oder Eisen	Beton auf Eisen; Steinplatten	610	550	500	340
4.	leicht	Holzpflaster auf Bohlen	Einf. oder dopp. Bohlenbelag	430	380	330	170
5.	sehr leicht	Einfacher oder doppelter Bohlenbelag	—	310	250	200	—

Tabelle 11. Gewicht der Träger in ^{kg} pro ^{qm} Brückenbahn.

Spannweite	Sehr schwere Wagen				Schwere Wagen.				Leichte Wagen			
	Verkehrslast in ^{kg} pro ^{qm}	Fahrbahn-Gew. ^{kg}			Verkehrslast in ^{kg} pro ^{qm}	Fahrbahn-Gew. ^{kg}			Verkehrslast in ^{kg} pro ^{qm}	Fahrbahn-Gew. ^{kg}		
		sehr schwer	schwer	leicht		sehr schwer	schwer	leicht		sehr schwer	schwer	leicht
m	p	g_1	g_1	g_1	p	g_1	g_1	g_1	p	g_1	g_1	g_1
5	1440	40	40	40	850	40	40	40	590	40	40	40
10	950	60	60	60	640	60	60	60	510	60	60	60
20	700	90	90	80	530	90	90	80	470	90	80	80
30	620	120	110	100	500	120	110	110	460	110	110	100
40	580	160	140	120	480	160	150	140	450	150	150	140
50	560	220	200	180	470	190	180	160	450	180	170	160
60	540	240	220	200	470	230	210	190	440	210	200	180
70	530	290	260	240	460	270	240	220	440	250	230	210
80	520	330	300	280	460	310	290	250	440	290	270	240
90	510	360	330	300	450	340	310	280	440	320	290	260
100	510	410	370	340	450	380	350	320	440	360	330	300

Wenn sich g_0 um 100 ^{kg} pro ^{qm} ändert, so ändert sich g_1 um ungefähr 2 bis 5% u. z. bei sehr kleinen Spannw. um 2 bis 3%, bei sehr grossen um 4 bis 5%.

Das Gesammtgew. der Hängebrücken beträgt (nach Heinzerling) pro ^{qm} der Brückenbahn bei ausschliessl. Fussgänger-Verkehr: $p = 1{,}36\,l + 153$ ^{kg}, bei gepflasterter Bahn: $p = 6{,}5\,l + 90$ ^{kg}.

e. Zulässige Inanspruchnahme oder Methode der Querschn.-Bestimmungen im allgemeinen.

α. Die gewöhnliche Methode zur Festsetzung des Sicherheitsgrades.

Dieselbe geht von ziemlich willkürlichen Annahmen aus. Man rechnet als zulässige Inanspruchnahme k pro Flächeneinh. einen bestimmten Theil der Festigkeit, in der Regel bei definitiven Konstruktionen für Eisen und Stahl $^1/_5$—$^1/_3$, für Gusseisen $^1/_8$, für Holz und Stein $^1/_{10}$ der Bruch-Festigk., oder auch etwa $^1/_2$ der Festigk. an der Elastizitäts-Grenze. Man muss diese Zahlen für provisorische Konstruktionen, bei günstigen oder bei ungünstigen Umständen, bei vorkommenden starken Erschütterungen u. s. w. mehr oder weniger abändern; allgemein gebräuchliche Werthe für alle diese Fälle existiren nicht.

Bei Dächern wird die Inanspruchnahme der Konstruktions-Theile unter Voraussetzung der ungünstigsten Vertheilung der Last: einseitiger Winddruck, Schneelast etc. bestimmt. Da die Verhältnisse sich in Wirklichkeit fast nie so ungünstig heraus stellen, so kann für Dachkonstruktionen k verhältnissmässig hoch: für Schmiedeisen zu 1000, Gusseisen zu 800, Holz zu 100 ^{kg} angesetzt werden.

Bei Holz-Konstruktionen ist der Werth von k insbesondere abhängig von den Witterungs-Verhältnissen, denen der betr. Konstruktionstheil unterliegt.

Bei der Bau-Polizei in Berlin sind die aus folgender Tabelle ersichtlichen Inanspruchnahmen der Baumaterialien im Gebrauch.

Tabelle 12. Zulässige Inanspruchnahme verschiedener Materialien.

Material	kg pro qcm Zug	kg pro qcm Druck	kg pro qcm Abscherung	Material	kg pro qcm Zug	kg pro qcm Druck
Schmiedeisen	750	750	525	Nebraer Sandst., hell . . .	—	30
Eisenblech	750	750	525	Ziegelmauerwerk in Kalk,		
Eisendraht	1 200	—	—	gewöhnlich	—	7
Gusseisen	250	500	190	Gutes Ziegelmauerw. (Unter-		
Gussstahl, gehärtet	3 000	3 000	2 200	mauerg. v. Auflagerpl.) in	—	11
Eschenholz	100—120	66	—	Zementmörtel		
Eichenholz	100—120	66	—	Bestes Ziegelmauerwerk in	—	12—14
Buchenholz	100—120	65	—	Zementmörtel		
Kiefernholz	100	60	—	Poröse Wölbziegel, leicht gebr.	—	3
Tannenholz	60	50	—	Desgleichen hart gebrannt .	—	6
Glas	—	75	—	Tuffstein aus dem Brohlthale	—	6
Basalt	—	75	—	Marmor	—	24
Granit	—	45	—	Steine aus Zement, Schlacken		
Rüdersdorfer Kalkst. . . .	—	25	—	und scharfem Sand . . .	—	12*)
Nebraer Sandst., roth . . .	—	15	—	Guter Baugrund pro qm . .	—	25 000

β. Die neuere Methode zur Bestimmung der Querschnitte

strebt eine wissenschaftlichere Bestimmung der Wahl der zulässigen Inanspruchnahme an, u. zw. mit besonderer Rücksicht auf folgende, durch die Wöhler'schen Versuche (1859 — 70) geklärten Thatsachen:

1. Bei wiederholter Beanspruchung eines Stabes zerbricht derselbe endlich bei einer geringern Spannung als derjenigen, die bei ruhender Last seinen Bruch herbei geführt haben würde.

2. Die Anzahl der zum Bruche erforderlichen Beanspruchungen ist um so grösser, je kleiner hierbei die Maximal-Spannung ist, (voraus gesetzt, dass die Minimal-Spannung konstant bleibt) oder je grösser die Minimal-Spannung ist (voraus gesetzt, dass die Maximal-Spannung konstant bleibt).

3. Diejenige Maximal-Spannung, bei der selbst nach einer nahezu unendlich grossen Anzahl von Belastungs-Wechseln ein Bruch nicht eintritt (von Launhardt Arbeitsfestigkeit genannt) ist um so grösser, je grösser die Minimal-Spannung ist.

Launhardt war der erste, der diese Resultate für die Dimensionirung von Eisenkonstruktionen nutzbar machte; dann folgten Gerber, Schaeffer, Weyrauch und Winkler.**)

*) Nach vorherigem Nachweis durch Druckprobe.

**) In „Loewe, Die derzeitige Auffassung des Woehler'schen Gesetzes", Zeitschr. des bayer. Archit.- u. Ingen.-Ver. 1876/77, ist eine Vergleichung der Launhardt-Weyrauch'schen und der Gerber'schen Methode mitgetheilt. — Ueber die Schäffer'sche Methode vergl. Zeitschr. f. Bauw. 1874 und Deutsche Bauztg. 1875/76. Ueber Gerber's Methode vergl. Zeitschr. d. bayer. Archit.- u. Ingen.-Vereins 1874.

1. Verfahren von Winkler.

a. Für Eisenkonstruktionen. Auf Grund der Woehler'schen Versuchs-Resultate findet Winkler die Grösse eines Stab-Querschn. f für Konstruktionen mit ruhender Last: $f = \frac{P_{max.} - \alpha P_{min.}}{(1 - \alpha) k}$ (10)

$k = \frac{Z}{n}$ oder $\frac{D}{n}$ die zulässige Inanspruchnahme bei ruhender Last (event. Eigengewicht). Der Stab wird dann, wenn die Spannungen in demselben n Mal so gross geworden, als sie wirklich sind, erst nach einer nahezu unendlich langen Zeitdauer brechen. α = Koeffiz., resultirend aus Woehler's Versuchen: für Schmiedeisen 0,45, für Stahl 0,56. $P_{max.}$ = Maximalspannung; $P_{min.}$ = Minimalspannung des Querschn. Das Vorzeichen ist algebraisch zu nehmen; je grösser also die Differenz zwischen Maximal-Spannung und Minimal-Spannung, desto stärker wird der Querschn. Für Schmiedeisen resultirt:

$$f = \frac{P_{max.}}{0,77} - \frac{P_{min.}}{1,70} \text{ für vorwiegend gezogene Stäbe}$$
$$f = \frac{P_{max.}}{0,72} - \frac{P_{min.}}{1,80} \text{ für vorwiegend gedrückte Stäbe} \quad *)$$

Diese Gleich. sind nur für Konstruktionen anzuwenden, bei denen keine Stösse der Verkehrslast vorkommen, wie z. B. bei Dachkonstruktionen.

Beispiel. Ein Stab in einer Dachkonstruktion erleidet folgende Spannungen (t): Eigengewicht + 8,35, Schneedruck + 8,45, Winddruck + 2,54. Danach ist $P_{max.}$ = 8,35 + 8,45 + 2,54 = 19,34 und $P_{min.}$ = 8,35. Vorwiegend Zug, also $f = \frac{19,34}{0,77} - \frac{8,35}{1,70} = 20,5$ qcm.

Für Brücken-Konstruktionen muss die Einwirkung der Stösse berücksichtigt werden; daher sind die aus der Verkehrslast resultirenden Spannungen mit einem Koeffizienten μ zu multipliziren:

für Eisenbahnbrücken: $\mu = 1,3$, für Strassenbrücken: $\mu = 1,2$.

Dann geht (10), wenn man ausserdem noch P, die Spannung aus dem Eigengewicht, P_1 das Maximum der Spannung aus der Verkehrslast und P_2, das Minimum der Spannung aus der Verkehrslast unterscheidet, über in:

$$f = \frac{P_0}{1,40} + \frac{P_1}{0,60} \pm \frac{P_2}{1,30} \text{ (vorwiegend Zug)}$$
$$f = \frac{P_0}{1,30} + \frac{P_1}{0,55} \pm \frac{P_2}{1,40} \text{ („ Druck)} \quad \text{für Eisenbahnbrücken.}$$
$$f = \frac{P}{1,40} + \frac{P_1}{0,64} \pm \frac{P_2}{1,40} \text{ („ Zug)}$$
$$f = \frac{P}{1,30} + \frac{P_1}{0,59} \pm \frac{P_2}{1,50} \text{ („ Druck)} \quad \text{für Strassenbrücken.}$$

Das Vorzeichen (+) gilt, wenn P_1 und P_2 verschiedene Vorzeichen, das Vorzeichen (—), wenn P_1 und P_2 gleiche Vorzeichen haben.

Beispiele. Ein Gitterstab einer Eisenbahnbrücke erleidet folgende Spannungen (t): aus dem Eigengew. + 10, aus der Verkehrslast in max. + 15, in min. — 3. Vorwiegend Zug, also:

$$f = \frac{10}{1,40} + \frac{15}{0,60} + \frac{3}{1,30} = 34,46 \text{ qcm}.$$

Ein Gitterstab einer Strassenbrücke erleidet folgende Spannungen: aus dem Eigengew. — 2, aus der Verkehrslast in max. — 10, in min. + 4. Vorwiegend Druck, also:

$$f = \frac{2}{1,30} + \frac{10}{0,55} + \frac{4}{1,40} = 20 \text{ qcm}.$$

Für Blechträger, bei denen in einem Querschn.-Theil, entweder nur Zug oder nur Druck vorkommen kann, ist $P_2 = 0$.

2. Für Holzkonstruktionen. Winkler zieht hier die Stösse und die wiederholte Beanspruchung in Rechnung und setzt:

$$f = \frac{P_0}{k_1} + \frac{m P_1}{k_1}. \quad (11)$$

Darin ist für Hochbau-Konstruktionen $m = 1$; für Strassenbau-Konstruktionen $m = 1,75$; für Eisenbahnbrücken $m = 2$; der Koeffiz. k ist aus folgender Tabelle zu entnehmen.

*) Druckversuche liegen zwar nicht vor; es ist angenommen worden, dass die Gesetze für Zug auch für Druck gültig sind.

Tabelle 13. Zulässige Inanspruchnahme von Holzkonstruktionen.

Beanspruchungsweise	Definitive Konstruktion		Provisorische Konstruktion	
	Nadelholz	Eichenholz	Nadelholz	Eichenholz
	kg pro qcm			
Zugfestigkeit	150	180	175	210
Druckfestigkeit	100	120	120	140
Bruchfestigk. für □ und ○ Querschn.	130	160	150	190
Schubfestigk., parallel zu den Fasern	9	22	10	27
Schubfestigk., senkrecht zu den Fasern	16	22	19	27

2. Verfahren nach Weyrauch-Launhardt.

Hier wird nach den Gleich.:

$$k_1 = k\left(1 + \frac{1}{2}\frac{P_{min.}}{P_{max.}}\right) \text{ für Schmiedeisen,}$$

$$k_1 = k\left(1 + \frac{5}{11}\frac{P_{min.}}{P_{max.}}\right) \text{ für Stahl}$$

aus dem gewöhnlichen Werthe k (700 kg pro qm für Schmiedeisen, 1100 kg für Stahl) derjenige Werth k_1 der zulässigen Inanspruchnahme berechnet, welcher mit Rücksicht auf die wiederholte Beanspruchung und den Wechsel der Spannungen zu wählen ist. Sobald $P_{min.}$ und $P_{max.}$ ungleiche Vorzeichen haben, ist der zweite Summand rechter Seite algebraisch zu nehmen.

Beispiel. Für den Gitterstab der Eisenbahnbrücke im Beispiel auf vor. Seite ergiebt sich: $k_1 = 0{,}700\left(1 + \frac{1}{2}\,\frac{10-3}{10+15}\right) = \text{rd. } 0{,}8^{t}$; ferner: $f = \frac{10+15}{0{,}8} = 31{,}3$ qcm.

f. Decken und Stützen.

Balken oder Träger und Belag bilden die tragenden Theile der Decke, welche von Säulen, Pfeilern oder Mauern unterstützt werden.

α. Hölzerne und eiserne Decken.

Die verschiedenen Anordnungen der Decken, insbesondere der mit Hilfe von Wellblechen, Zores-Eisen (Barren-Eisen), Buckelplatten und desgl. zwischen eisernen Trägern hergestellten Decken werden als bekannt voraus gesetzt.

Ueber Tragfähigk. der Hilfskonstruktionen s. die Tab. im „Anhang".

Beispiele.

1. Welche Last pro qm kann eine Balkenlage mit 8facher Sicherheit tragen, wenn die einzelnen 24cm breiten, 32cm hohen Balken 5m Stützweite haben und 0,8m von Mitte zu Mitte von einander entfernt liegen? Die Bruchfestigkeit des Holzes zu 600 kg angenommen, giebt: $k = \frac{1}{8}\,600 = 75$ kg und $0{,}8\,\frac{(pl)\,l}{8} = \mathfrak{M} = 75\,W$ oder: $p = \frac{3\,W}{10} = \frac{3 \,.\, 24 \,.\, 32^2}{6 \,.\, 10} = 1229$ kg pro qm.

2. Ein I-Träger soll eine 0,25m starke Wand, die pro cbm 1600 kg wiegt und deren Grösse Fig. 556 angiebt, tragen. Welches Profil ist bei $k = 1000$ kg zu wählen?

Das Gewicht des Wandstücks $abcd$ kann zur Hälfte als in a und in b als Einzellast wirkend angenommen werden.

$$A = \frac{0{,}25 \,.\, 1600\,[1{,}0 \,.\, 4 \,.\, 4{,}5 + 0{,}5 \,.\, 2 \,.\, 1{,}5\,(4 + 2{,}5) + 2{,}5 \,.\, 4 \,.\, 0{,}5 \,.\, 2{,}5]}{5} = 3220 \text{ kg.}$$

Die Abszisse x, für welche das Maximal-Moment eintritt, findet sich aus:

$$0 = 3220 - 1600 - 600 - 600 - (x - 2{,}5)\,1600;\; x = 0{,}2762 \text{ m};$$

$$\mathfrak{M} = 3220 \,.\, 276{,}2 - [1600 \,.\, 226{,}2 + 600\,(176{,}2 + 26{,}2) + 1600 \,.\, 0{,}262 \,.\, 13{,}1] = 400512 \text{ cmkg} = 1000\,W.$$

$W = 401$, dem das Normal-Profil No. 26 entspricht.

Fig. 556.

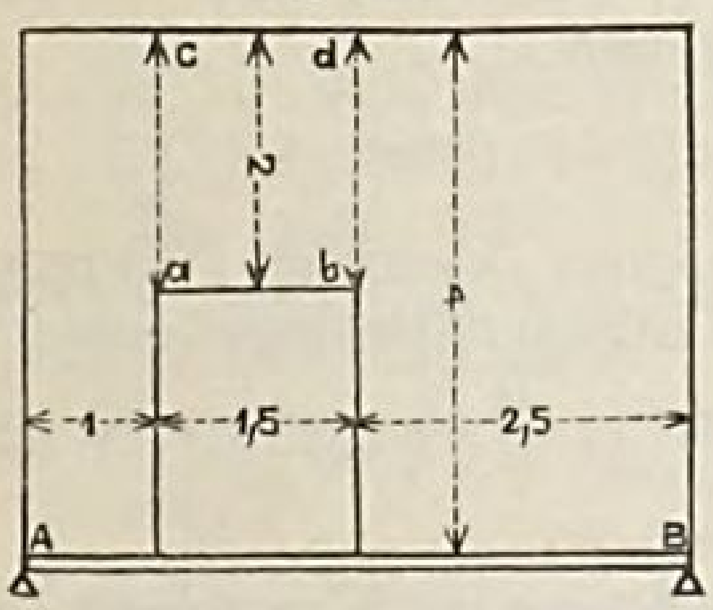
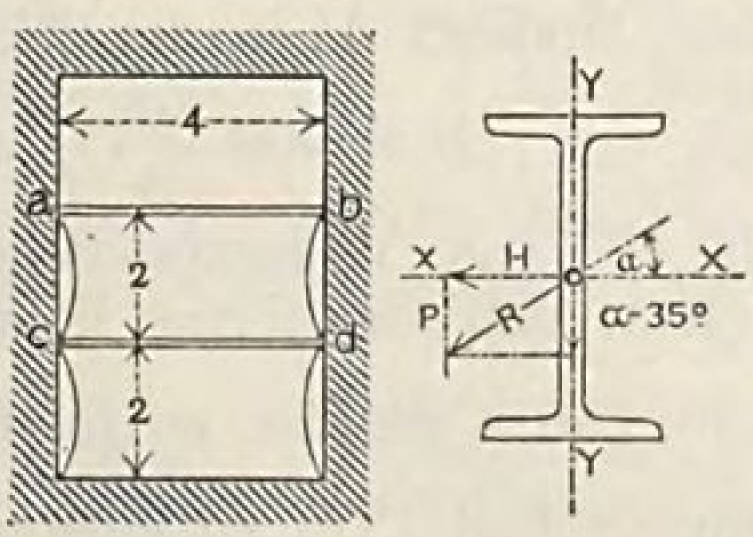


Fig. 557.



3. Ein I-Träger ab dient einem Kappen-Gewölbe $abcd$ Fig. 557 als Widerlager. Die Richtung der Resultante R des Gewölbeschubes geht durch den Schwerp. des Profils und schliesst mit der Horizontalen den Winkel $\alpha = 35^0$ ein. Das Gewicht einer Gewölbehälfte einschl. der zufälligen Last sei $P = 500$ kg pro qm. Welches Profil ist zu wählen, wenn die grösste Inanspruchnahme 1000 kg nicht überschreiten darf?

Auf das I-Profil wirken in der XX der Horizontalschub: $H = \frac{P}{\tan\alpha} = \frac{500}{0{,}7}$ und in der YY die Belastung $P = 500$ kg pro m Träger.

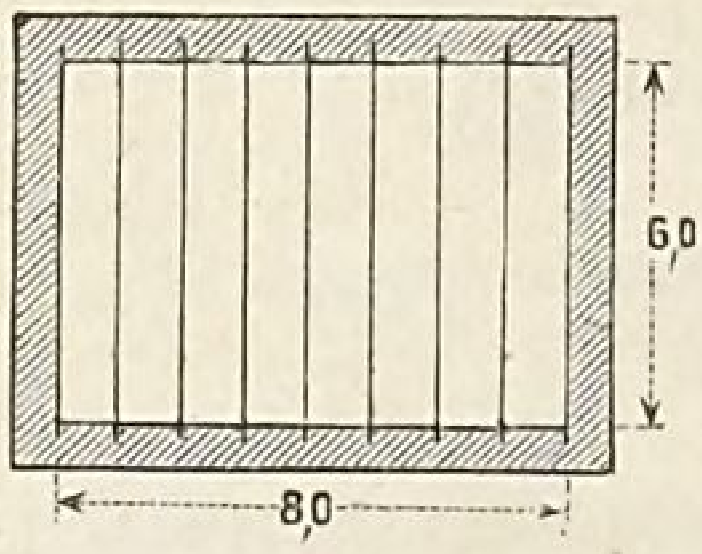
Also: $$N = 1000 = \frac{500 \,.\, 4\,\frac{400}{8}}{W_y} + \frac{500 \,.\, 4\,\frac{400}{8}}{W_x};\; \text{oder } 1 = \frac{100}{W_y} + \frac{143}{W_x}.$$

Dieser Bedingung entspricht das Normal-Profil No. 38 mit $W_y = 1274$ und $W_x = 135$, welches 83,9 kg pro m schwer ist.

Wenn der Horizontalschub H durch Verankerung des Trägers ab mit den übrigen Trägern oder der Wand aufgehoben wird, wirkt auf erstern nur noch die Vertikal-Komponente von R, d. i. P. In diesem Falle wird schon das I-Profil No. 16 (mit $W_y = 118$ und 17,9 kg pro m schwer) genügen.

4. Eine Zwischendecke für ein Tuchlager soll in I-Trägern mit Träger-Wellblech oder Barren-Eisen so hergestellt werden, dass die Gesammt-Eisenkonstruktion möglichst billig wird.

Fig. 558.



Die Länge des Raumes, Fig. 558, beträgt 8 m, die Tiefe 6 m. Mit Rücksicht auf die Fensterpfeiler ist eine Entfernung der I-Träger von einander zu 2 m anzunehmen.

Wellblech, Träger-Wellblech und Barren-Eisen sollen zu der Wirklichkeit entnommenen Einheitspreisen nebst $10^0/_0$ Zuschlag, I-Träger nach den Normalprofilen zum Preise von 160 M. pro 1 000 kg in Ansatz gebracht werden. Wellblech oder Barren-Eisen können in den Endfeldern einseitig auf vorhandene Mauerabsätze gelegt werden. — Für Barren-Eisen darf der Spielraum höchstens 150 mm betragen.

Für 2 m Trägerabstand sind 3 Träger erforderlich, deren jeder eine Grundfläche von $6 . 2 = 12$ qm zu unterstützen hat. Nach Pos. 16 der Tabelle No. 2 (S. 647) ist pro qm eine Totallast von 850 kg, oder für 1 Träger eine Last von $12 . 850 = 10\,200$ kg zu rechnen, welche als gleichförm. vertheilt anzunehmen ist. Für $P = 10\,200$ und $l = 6$ m, ist das Normal-Profil No. 35d mit $G = 76{,}4$ kg nothwendig. Lässt man jeden dieser Träger 0,3 m in die Mauer eingreifen, so hat man eine Totallänge der 3 Träger von $3 . 6{,}6 = 19{,}8$ m und ein Totalgewicht derselben von $19{,}8 . 76{,}4 = 1\,513$ kg.

1. Für gewöhnliches Wellblech ist bei $l = 2$ m Wellblech mit $G_1 = 36$ kg und einem Kostenaufwande von 10,55 M. pro qm inkl. Anstrich und exkl. der Ueberdeckungen, oder von ca. 11,08 M. inkl. der Ueberdeckungen zu wählen.

Die Kosten dieser Anordnung sind daher:

1 513 kg I-Träger à 0,16 M.		242,08 M.
48 qm Wellblech à 11,08 M. =	531,84 M.	
$10^0/_0$ Zuschlag	53,18 „	
		585,02 „
		Summa 827,10 M.

2. Als Träger-Wellblech würde solches mit dem Gewicht $G = 25{,}5$ kg und zum Preise von 10,75 M. pro qm exkl. der Ueberdeckungen oder ca. 11,29 M. pro qm inkl. der Ueberdeckungen erforderlich sein. Die Gesammt-Kosten betragen daher:

1 513 kg I-Träger à 0,16 M.		242,08 M.
48 qm Träger-Wellblech à 11,29 M. =	541,92 M.	
$10^0/_0$ Zuschlag	54,19 „	
		596,11 „
		Summa 838,19 M.

3. Das billigste Barren-Eisen von 850 kg pro qm, bei 2 m frei tragender Länge ist mit 7,05 M. pro qm inkl. Anstrich anzusetzen.

Hierfür betragen also die Gesammtkosten:

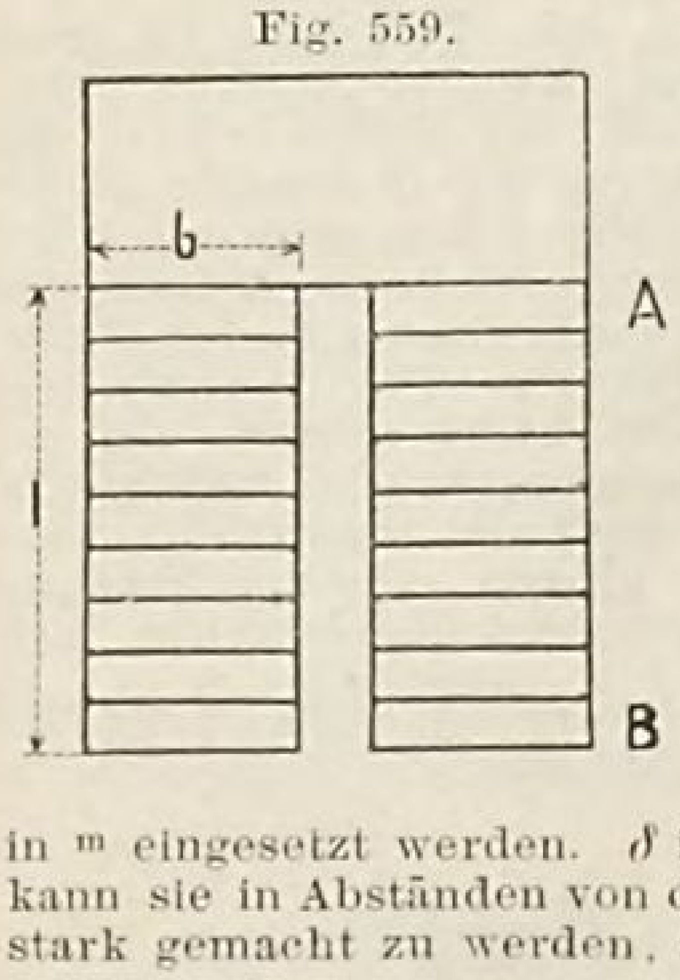
1 513 kg I-Träger à 0,16 M.		242,08 M.
48 qm Barren-Eisen à 7,05 M. =	338,40 M.	
$10^0/_0$ Aufschlag	33,84 „	
		372,24 „
		Summa 614,32 M.

Die letzte Anordnung ist demnach die billigste.

β. Eiserne Treppen.

Ist l die Länge eines geraden Treppenarmes AB im Grundriss, Fig. 559, b die Breite dieses Armes, p die Gesammtbelastung pro 1 qm Grundrissfläche der Treppe (rund 400 kg pro qm), so erhält man für das grösste Moment M in der Wangenmitte:

Fig. 559.



$$M = 400 \frac{bl}{2} \frac{l}{8} = 2{,}5\, bl^2 \text{ (mkg)}.$$

Ist W das Widerstandsmom. des kleinsten Wangen-Querschn und wird ferner für die zulässige Beanspruchung k pro qm 750 kg gesetzt, so folgt: $W = \frac{M}{k} = 3{,}33\, bl^2$, worin W für cm und l (in m) einzusetzen ist.

Beispiel. Besteht die Wange aus glattem Blech von δ (cm) Dicke und 20 cm Höhe, so wird: $W = 66{,}7\, \delta$. Aus den beiden Werthen für W folgt ferner: $3{,}33\, bl^2 = 66{,}7\, \delta$, oder: $\delta = \frac{bl^2}{2}$, wenn δ in mm, b und l in m eingesetzt werden. δ ist nicht unter 6 mm zu wählen. Liegt eine Wange an einer Wand und kann sie in Abständen von ca. 2 m durch Stützeisen gehalten werden, so braucht sie auch nur 6 mm stark gemacht zu werden, selbst wenn der Treppenarm eine grössere Länge hat. —

γ. Gitterpfeiler.

1. Ein obeliskartiger Gitterpfeiler, Fig. 560, werde durch beliebige Kräfte beansprucht. Um die Spannungen der einzelnen Stäbe in der Gitterwand $ABDC$ zu bestimmen, denke man sich in der Symmetrie-Ebene $A_0 B_0 D_0 C_0$ einen Binder, der die Vertikal-Projektion der Gitterwand auf die Symmetrie-Ebene vorstellt. Für diesen senkrecht stehenden Binder ermittelt man dann zunächst die Spannungen.

Fig. 560.

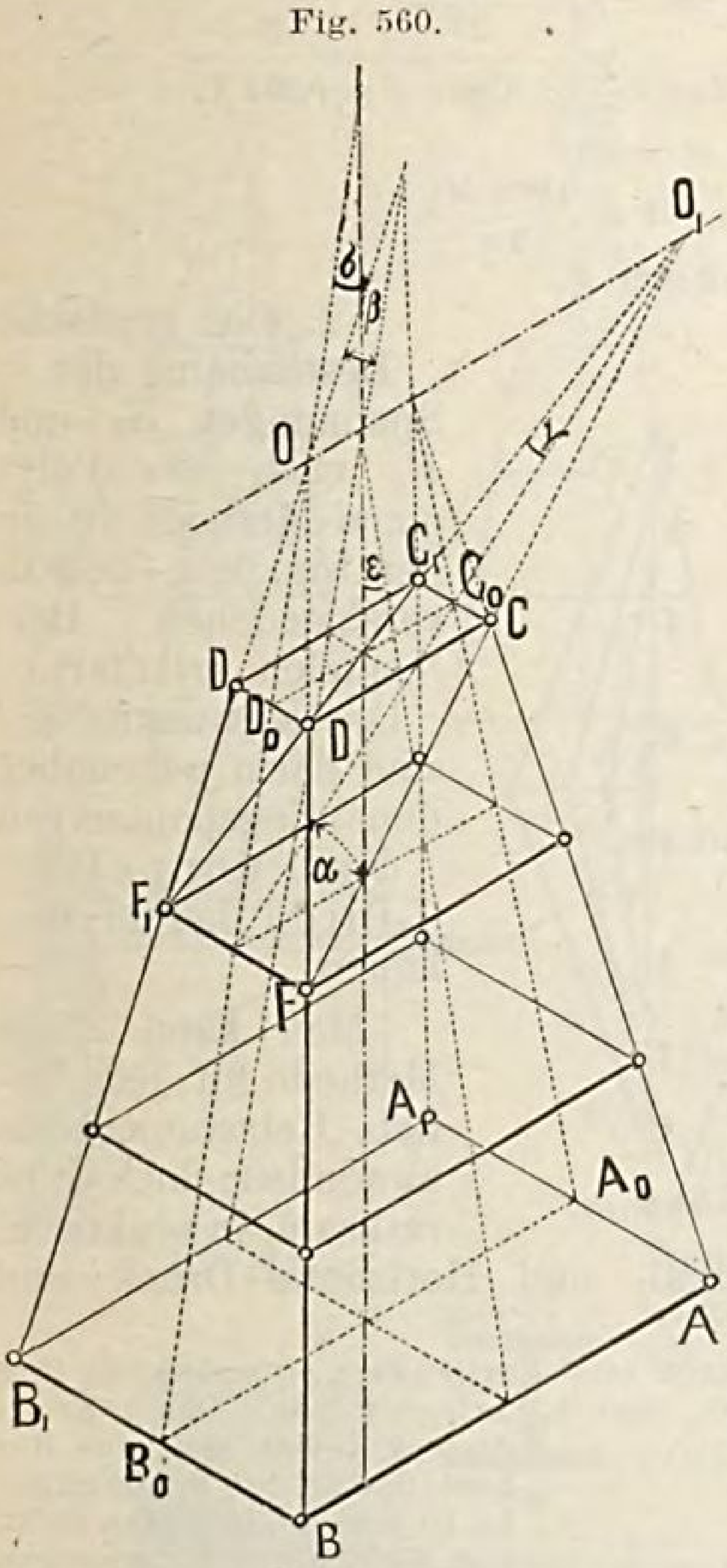
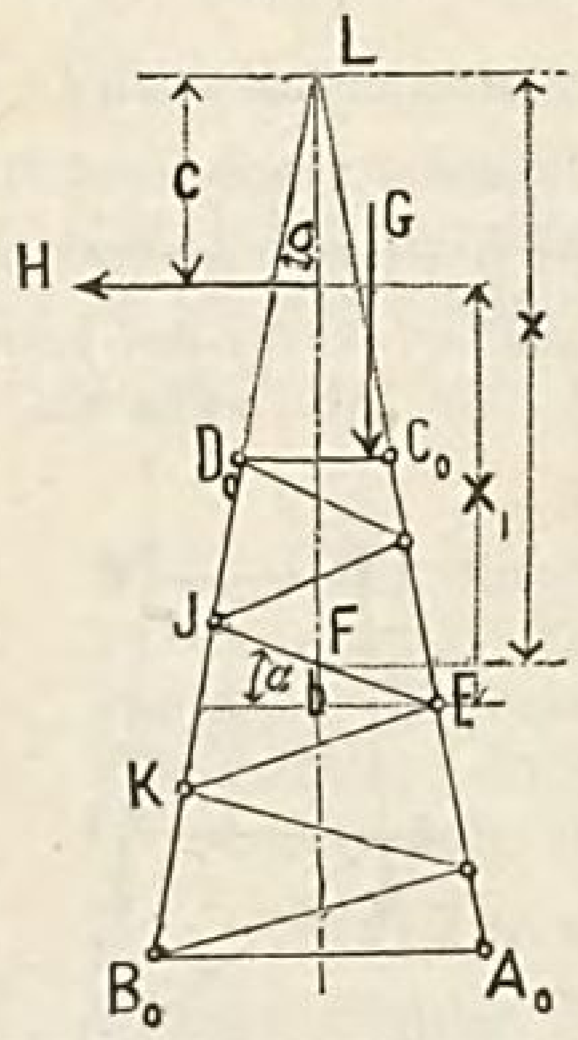


Fig. 561.



Es bezeichne mit Bezug auf Fig. 561:

S_0: Spannung eines belieb. Säulenstabes (z. B. JK),

P_0: Spannung eines belieb. Gitterstabes (z. B. JE),

b: Breite der Wand im Knotenp. E, welcher dem belieb. Stabe JK gegenüber liegt.

x: Abstand der Mitte F des belieb. Gitterstabes JE vom Schnittp. L der Richtungen beider Pfeilersäulen.

σ: Winkel der Pfeilersäulen mit der Vertikalen.

α: Winkel eines Gitterstabes mit der Horizontalen.

M, M_1: Mom. aller über einen durch E oder den Stab JE gelegten Schnitt wirkenden äussern Kräfte in Beziehung auf den Punkt E bezw. L.

Dann erhält man für die Spannungen, welche von belieb. wirkenden äussern Kräften erzeugt werden:

$$S_0 = -\frac{M}{b \sin \sigma}; \quad P_0 = \frac{M_1}{x \sin \alpha}.$$

Z. B. erzeugt eine im Abstande x_1 vom Punkte E oder im Abstande c von L angreifende Horizontalkraft H die Spannungen:

$$S_0 = \pm \frac{H x_1}{b \sin \sigma}; \quad P_0 = -\frac{H c}{x_1 \sin \alpha}.$$

Aus der Reduktion der Spannungen S_0, P_0, H_0 des ideellen, in der Symmetrie-Ebene $A_0 B_0 D_0 C_0$ liegenden Binders auf die in den Gitterwänden $ABDC$ und $A_1 B_1 D_1 C_1$ wirklich auftretenden Spannungen S_1, P_1, H_1 ergiebt sich:

$$S = \frac{S_0}{2 \sin \beta}; \quad P = \frac{P_0}{2 \sin \gamma}; \quad H = \frac{1}{2} H_0.$$

2β und 2γ sind die Winkel, welche 2 in Frage kommende Pfeilersäulen ($B_1 D_1$ und $A_1 C_1$) bezw. 2 Gitterstäbe (FC und $F_1 C_1$) mit einander einschliessen.

Führt man noch den Winkel ε ein, den die Projektion der Pfeilersäule auf eine zur Ebene $A_0 B_0 D_0 C_0$ senkr. stehende Ebene mit der vertik. Pfeileraxe einschliesst, so erhält man:

$$\frac{1}{\sin \sigma \sin \beta} = \sqrt{1 + \operatorname{tang}^2 \sigma + \operatorname{tang}^2 \varepsilon}; \quad \frac{1}{\sin \alpha \sin \gamma} = \sqrt{1 + \operatorname{tang}^2 \alpha \, (1 + \operatorname{tang} \sigma)}.$$

Es braucht also anstatt des Faktors $\frac{1}{\sin \alpha}$ oder $\frac{1}{\sin \alpha}$ in den vorhin für S_0 und P_0 entwickelten Ausdrücken nur der Faktor:

$$\frac{1}{2} \sqrt{1 + \operatorname{tang}^2 \sigma + \operatorname{tang}^2 \varepsilon} \text{ bezw.: } \frac{1}{2} \sqrt{1 + \operatorname{tang}^2 \alpha \, (1 + \operatorname{tang}^2 \sigma)}$$

gesetzt zu werden, um direkt statt S_0 und P_0 die Spannungen S und P zu erhalten.

Beispiel. Für einen rechteckigen 40 m hohen Pfeiler, dessen Dimensionen, auf der Zeichenebene gemessen, in der Krone 2 m und 4 m, an der Wurzel 5 m und 10 m betragen, ist:

$$\operatorname{tang}\sigma = \frac{0{,}5\,(5-2)}{40} = 0{,}0375;\quad \operatorname{tang}\varepsilon = \frac{0{,}5\,(10-4)}{40} = 0{,}075,$$

$$\text{Also: } \sqrt{1+\operatorname{tang}^2\sigma+\operatorname{tang}^2\varepsilon} = 1{,}004 \text{ und: } S = \frac{1{,}004\,M}{2\,b}.$$

Für einen in der Axe wirkenden Vertikaldruck V wird: $M = V\frac{1}{2}b$; also: $S = 0{,}251\,V$.

Ist ferner für irgend einen Gitterstab: $\operatorname{tang}\alpha = 1{,}51$, so wird:

$$\sqrt{1+\operatorname{tang}^2\alpha\,(1+\operatorname{tang}^2\sigma)} = 0{,}908 \text{ und } P = \frac{0{,}908\,M_1}{2\,x}.$$

Die Werthe für H ergeben sich aus: $\alpha = 0$, für das betreffende x.

Fig. 562.

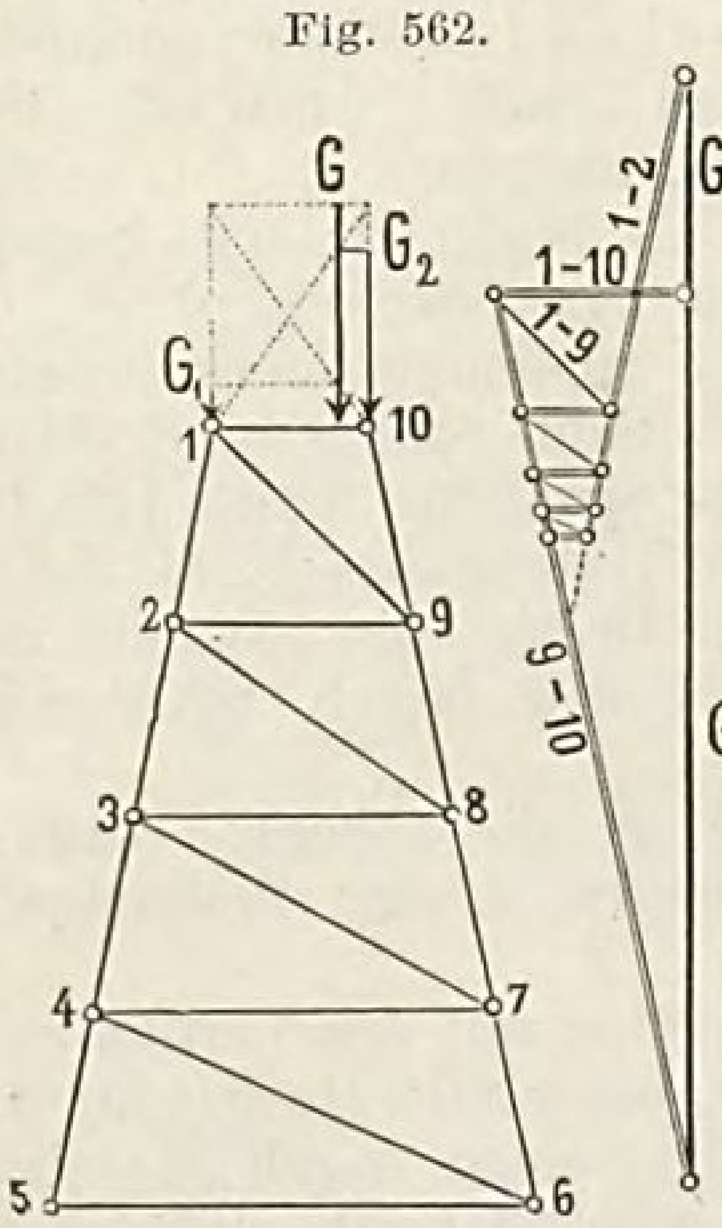
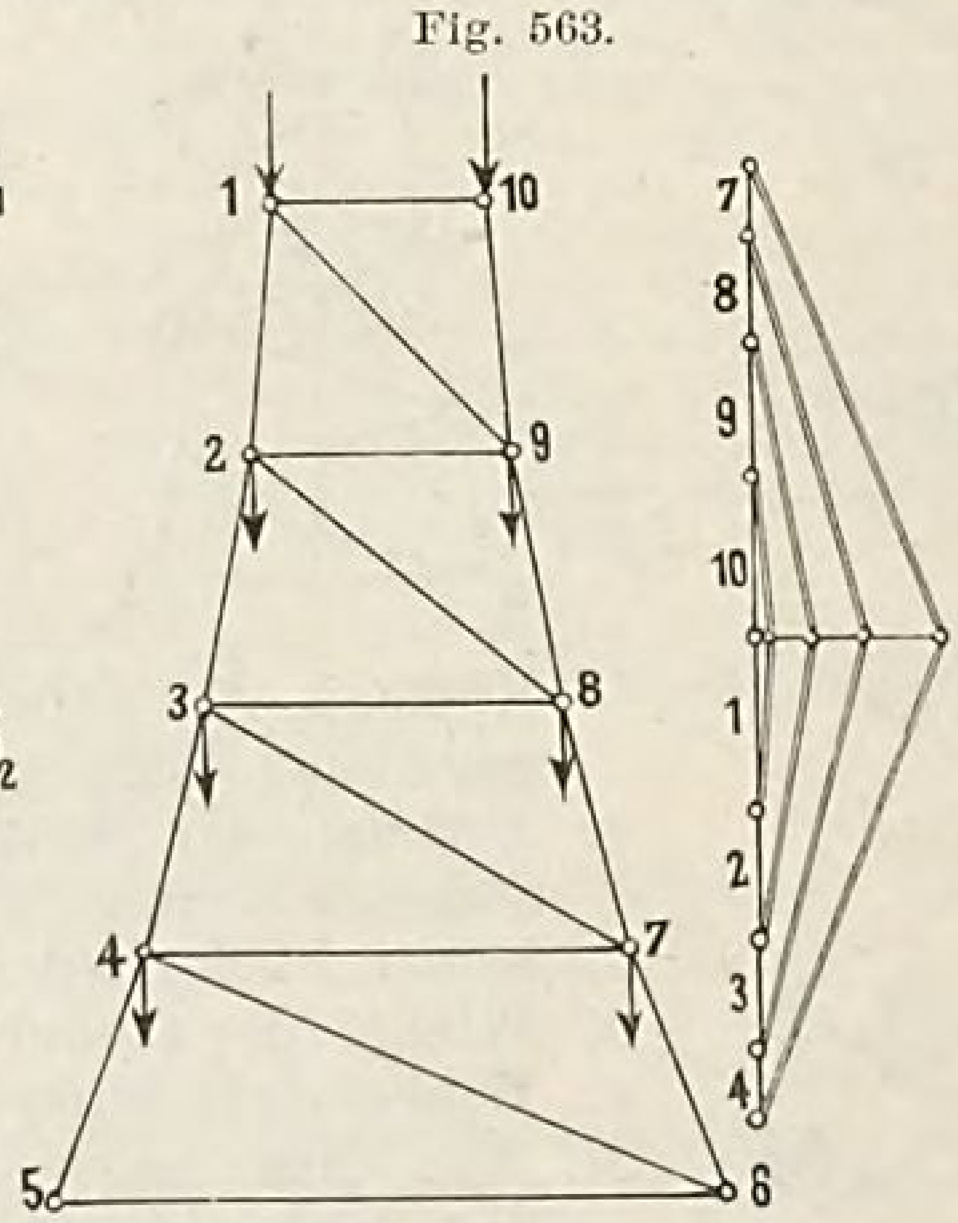


Fig. 563.



2. Die grafische Bestimmung der Spannungen S_0 und P_0 nach der Polygonal-Methode ist in den Fig. 562—565 in verschiedenen Beispielen erläutert. Druckspannungen sind darin gegenüber den Zugspannungen durch doppelte Linien hervor gehoben.

Man kann diese Methode für jede belieb. Belastungsweise anwenden; doch ist es rathsam, in praktisch. Fällen die Darstellungen für Eigengew., Vertikal- und Horizontal-Druck und Winddrücke gesondert zu behandeln.

Fig. 562 behandelt den Fall der Inanspruchnahme durch eine Vertikallast G, welche in ihre beiden, in den Knotenp. 1 und 10 wirkenden Seitenkräfte G_1 und G_2 zerlegt wurde. Das 1. Kraftdreieck bildet sich aus der Last G_2 und den Spannungen 1—10 und 9—10. Man sieht, wie die Spannung derjenigen Säule, welche der Last am nächsten liegt, ebenso wie auch die Spannung der Gitterstäbe von der Krone nach der Wurzel hin abnimmt, während die Spannung der andern Säule umgekehrt von oben nach unten wächst.

Die Spannung 5—6 kann nur bestimmt werden, wenn man die Art und Weise der Lagerung in 5 und 6 als bekannt annimmt, wie in Fig. 564 geschehen ist.

Fig. 564 und 564a.

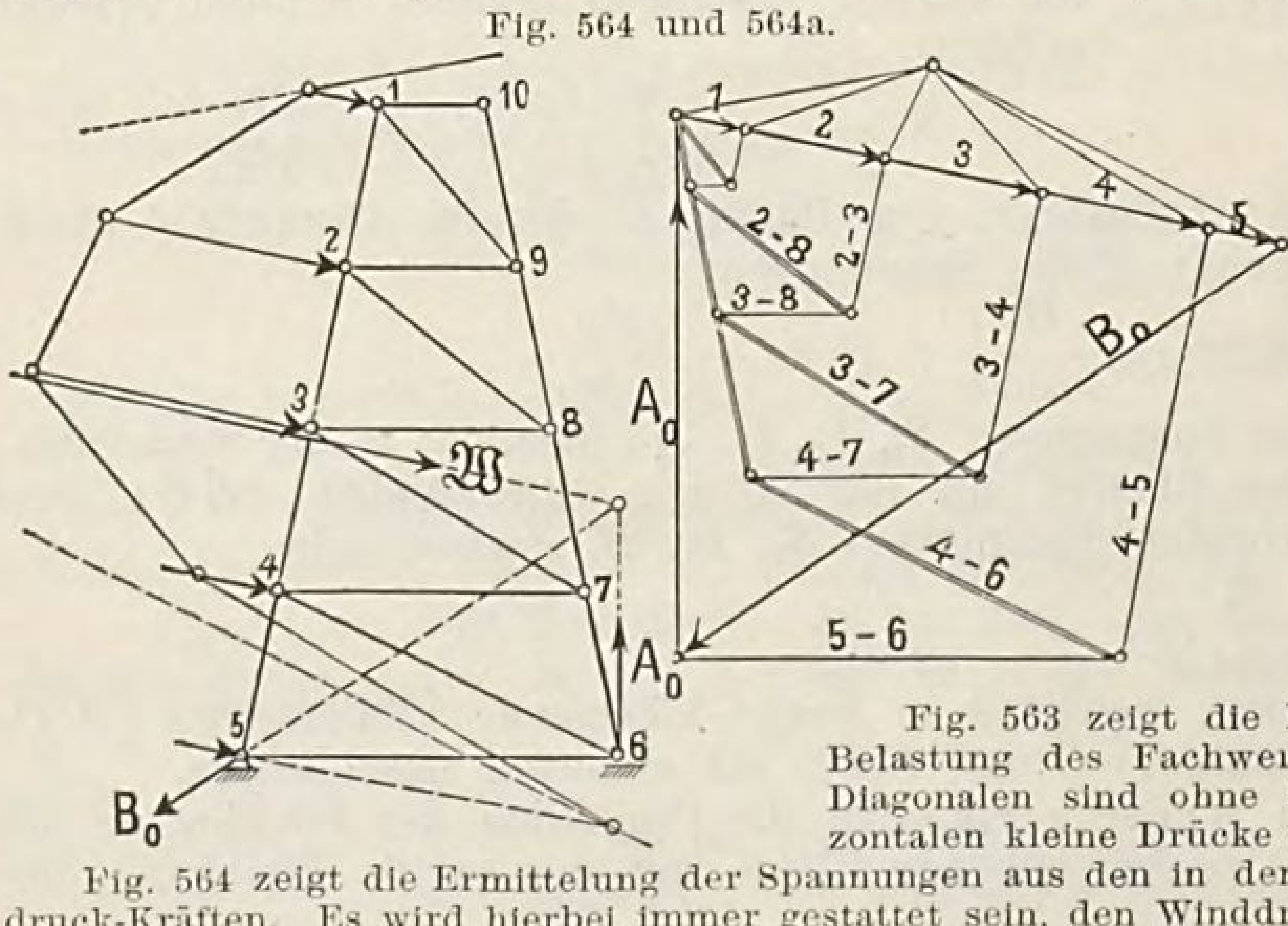


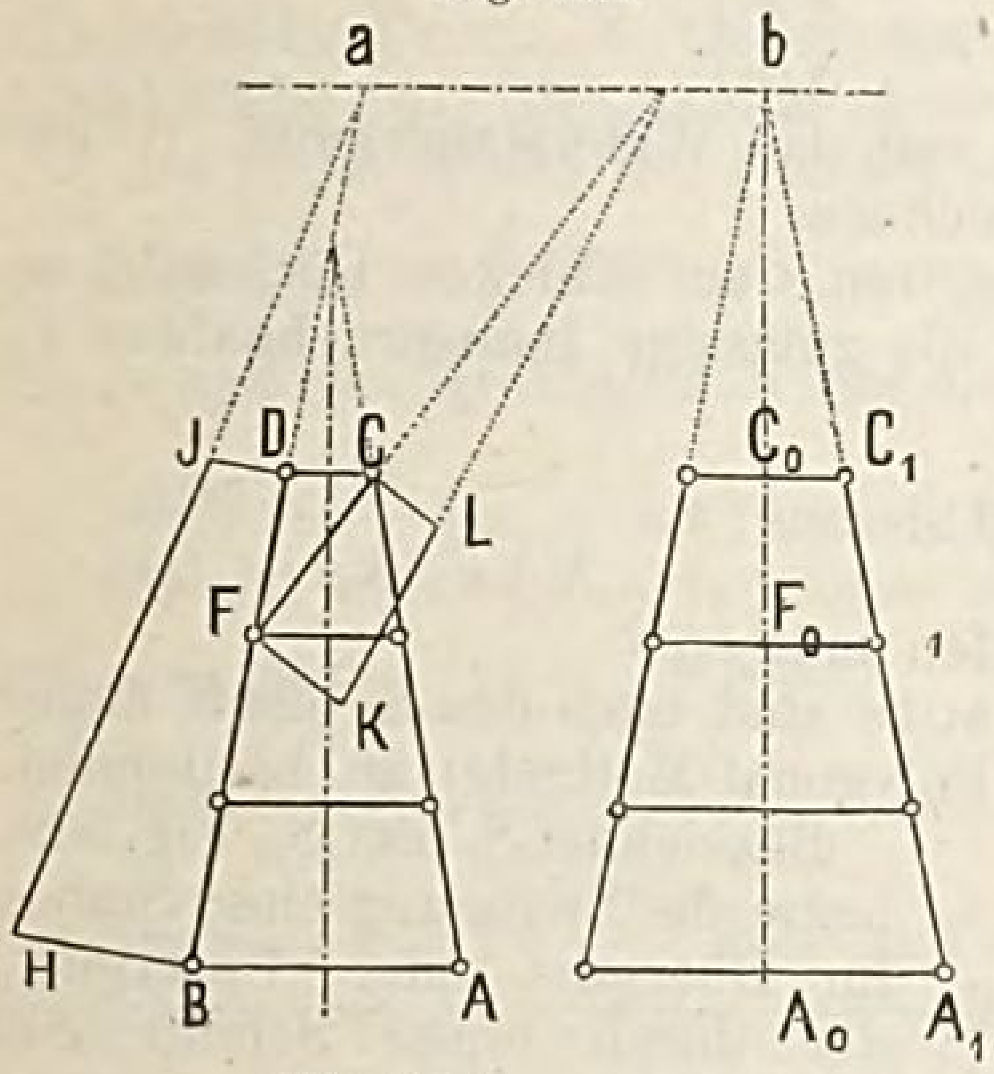
Fig. 563 zeigt die Behandlung für den Fall der Belastung des Fachwerks durch Eigengewicht. Die Diagonalen sind ohne Spannung, während die Horizontalen kleine Drücke aufzunehmen haben.

Fig. 564 zeigt die Ermittelung der Spannungen aus den in den Knotenp. angreifenden Winddruck-Kräften. Es wird hierbei immer gestattet sein, den Winddruck horizontal wirkend einzuführen; doch ändert sich auch bei Annahme einer geneigten Richtung oder von Winddrücken oberhalb der Pfeilerkrone das Verfahren im allgem. nicht. Um die in den Lagerpunkten 5 und 6 angreifenden Lagerdrücke und die Spannung 5—6 bestimmen zu können, ist angenommen worden, dass in 5 ein Gelenklager und in 6 ein Gleitlager zur Anwendung kommt. Zu den Winddrücken 1, 2, 3, 4, 5 ist mit dem belieb. Pol O in Fig. 564 ein Seilpolygon gezeichnet, um aus dem Schnittpunkte der äussern Seilpolygon-Seiten die Lage des resultirenden Winddrucks 𝔚 zu finden. 𝔚, B_0 und A_0 müssen sich in einem Punkte schneiden. Lage, Richtung und Grösse der Lagerdrücke ist damit gefunden. Die Ermittelung sämmtlicher Spannungen ist aus Fig. 564a zu ersehen.

In ganz derselben Weise bestimmt man auch die Spannungen, welche sich aus dem Winddruck auf Thurmdächer und dergl. ergeben.

Die Ermittelung der Spannungen S, P aus S', P_0 geschieht grafisch wie folgt: In Fig. 565 stellen a und b die beiden Ansichten des Pfeilers in der Zeichenebene dar. Für die Projektion a seien S_0 und P_0 bestimmt. Zieht man BH und $DJ \perp BD$ und macht $BH = A_0A_1$ und $DJ = C_0C_1$, so ist S_0 in der Säule BD im Verhältniss von BD zu $\frac{1}{2}$ HJ zu vergrössern, um S zu erhalten. Zieht man ferner FK und $CL \perp FC$ und macht $FK = F_0F_1$ und $CL = C_0C_1$, so ist die Spannung P_0 des Giterstabes FC im Verhältniss von FC zu $\frac{1}{2}$ KL zu vergrössern.

Fig. 565.

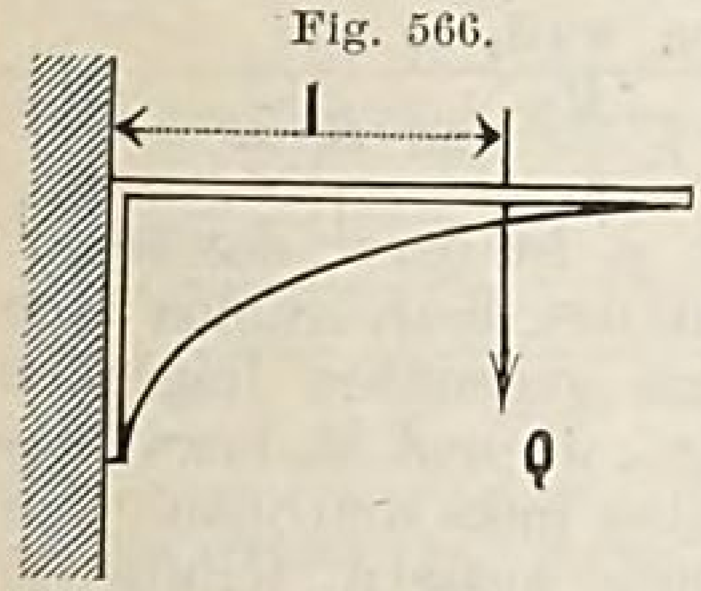


δ. Konsolen.

1. Die Berechnung gusseiserner Konsolen, auch mit Rücksicht auf möglichst günstige Material-Vertheilung, ist in der Elastizitäts-Lehre S. 584 erläutert worden.

Legt man den Schwerp. eines **T**-Profils in $\frac{1}{3}$ der Höhe h, so dass die Maximal-Druckspannung doppelt so gross wird, als die Maximal-Zugspannung, so erhält man für die Konsole, Fig. 566, mit der Breite b und der Rippenstärke nb:

Fig. 566.

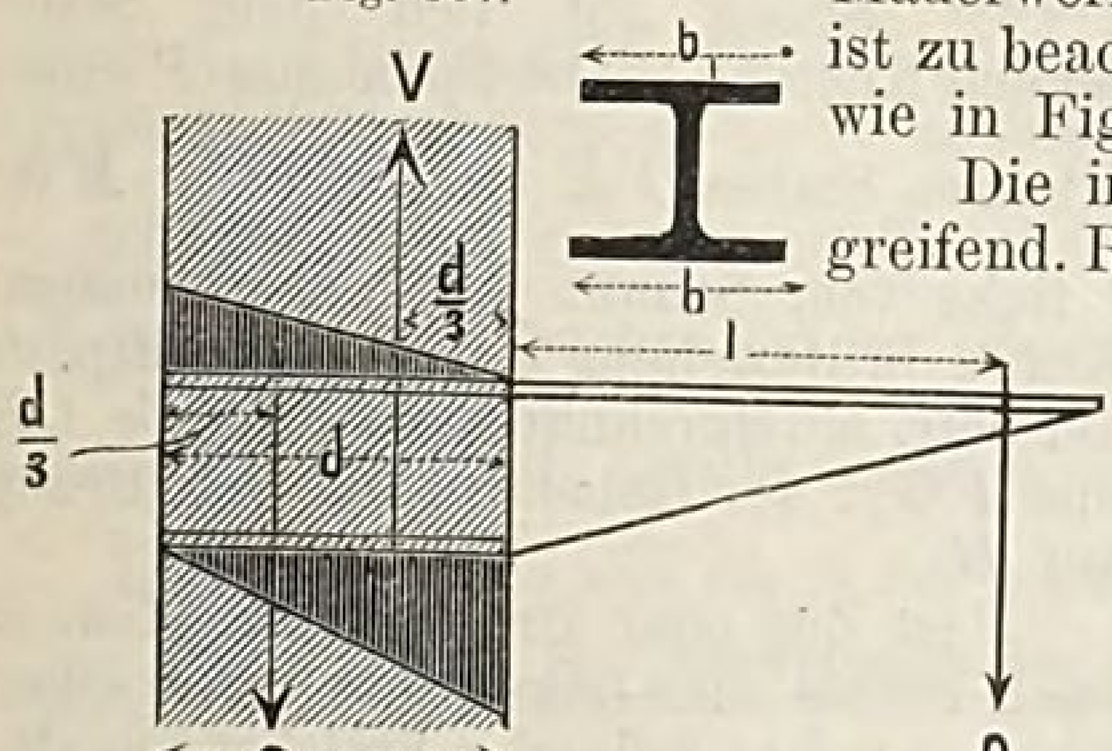


$$Ql = \frac{2}{9} k_1 n b h^2; \text{ für } k_1 = 500^{\text{kg}} \text{ pro } {}^{\text{qcm}}: \; h = 0{,}095 \sqrt{\frac{Ql}{nb}}.$$

Die Werthe von h, wenn Q, l, b und nb gegeben sind, sind Tab. 3 im „Anhang" zu entnehmen.

Die Lagerung der Konsole in der Mauer muss so beschaffen sein, dass das die Lagerstelle umgebende Mauerwerk nicht zu sehr beansprucht wird. Hierbei ist zu beachten, dass die Druckvertheilung in der Mauer, wie in Fig. 567 angegeben, stattfindet.

Fig. 567.



Die in den Schwerp. der schraffirten Dreiecke angreifend. Resultant. V u. G ergeben sich aus den Gleichg.:

$$Q\left(l + \frac{d}{3}\right) = G\frac{d}{3} \text{ und: } V = G + Q.$$

Ferner ist, wenn s die zulässige Inanspruchnahme der Flächeneinheit des Mauerwerks bezeichnet:

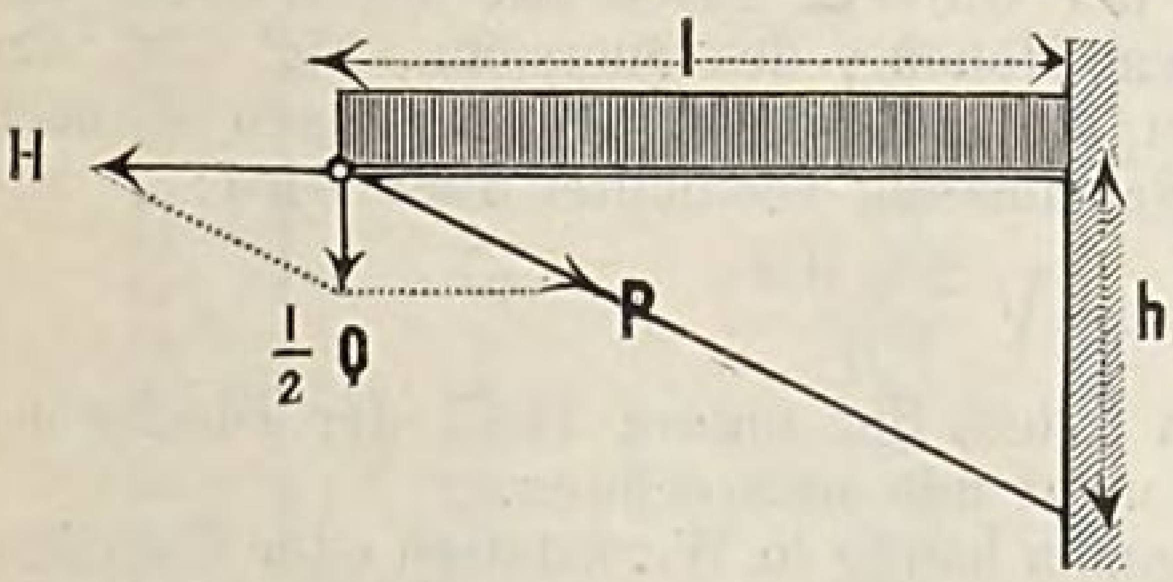
$$V = \frac{sbd}{2} \text{ und: } G = \frac{sb_1d}{2},$$

woraus die erforderlichen Breiten b und b_1 bei gegebener Eingriffstiefe d zu berechnen sind. Man erhält: $b = \alpha Q$; $b_1 = \beta Q$ wenn: $\alpha = \frac{6l + 4d}{sd^2}$ und: $\beta = \frac{6l + 2d}{sd^2}$ eingesetzt wird.

Die Werthe von α u. β für praktische Fälle sind in Tab. 4 im „Anhang" mitgetheilt.

2. Die Spannungen in einer schmiedeisernen Streben-Konsole, Fig. 568 berechnen sich wie folgt: Es sei: l die Ausladung und a die Entfernung zweier tragenden Konsolen von einander; Q die von einer Konsole zu tragende gleichförm. vertheilte Last $= alq$; (q Last pro Einheit der Fläche). Dann ergiebt sich:

Fig. 568.



$$H = + \frac{Q \operatorname{cotg} \alpha}{2} = + \frac{Ql}{2h};$$

$$P = - \frac{Q}{2 \sin \alpha} = - \frac{Q\sqrt{b^2 + h^2}}{2h}.$$

In dem Falle, wo die Last Q direkt auf der Konsole liegt, erleidet

der horizontale Gurtstab noch eine Biegungsspannung: $N = \frac{Ql}{8W}$ (W Widerstandsmom. des Gurtstabes). Ist k die zulässige Inanspruchnahme auf Zug, so folgt:

$$k = \frac{H}{F} + \frac{Ql}{8W} = \frac{Ql}{2Fh}\left(1 + \frac{Fh}{4W}\right).$$

Für ein bestimmtes Profil ist die Fläche F und das Widerstandsmom. W gegeben und darnach die Inanspruchnahme zu berechnen.

Den Querschn. F_1 der Strebe kann man, ohne auf Knicken Rücksicht zu nehmen, unter der Annahme berechnen, dass die zulässige Inanspruchnahme k_1 auf Druck 450 kg nicht übersteigt.

Nimmt man F_1 an, so wird: $F_1 = -\frac{P}{k_1}$ und hieraus: $h = \frac{Ql}{\sqrt{4F_1^2k_1^2 - Q^2}}$.

Praktisch wird man h meistens grösser wählen müssen.

3. Die Spannungen einer Gitter-Konsole sind nach den S. 624 ff. angegebenen Regeln (nach der Ritter'schen oder der Polygonal-Methode) zu bestimmen.

Fig. 569.

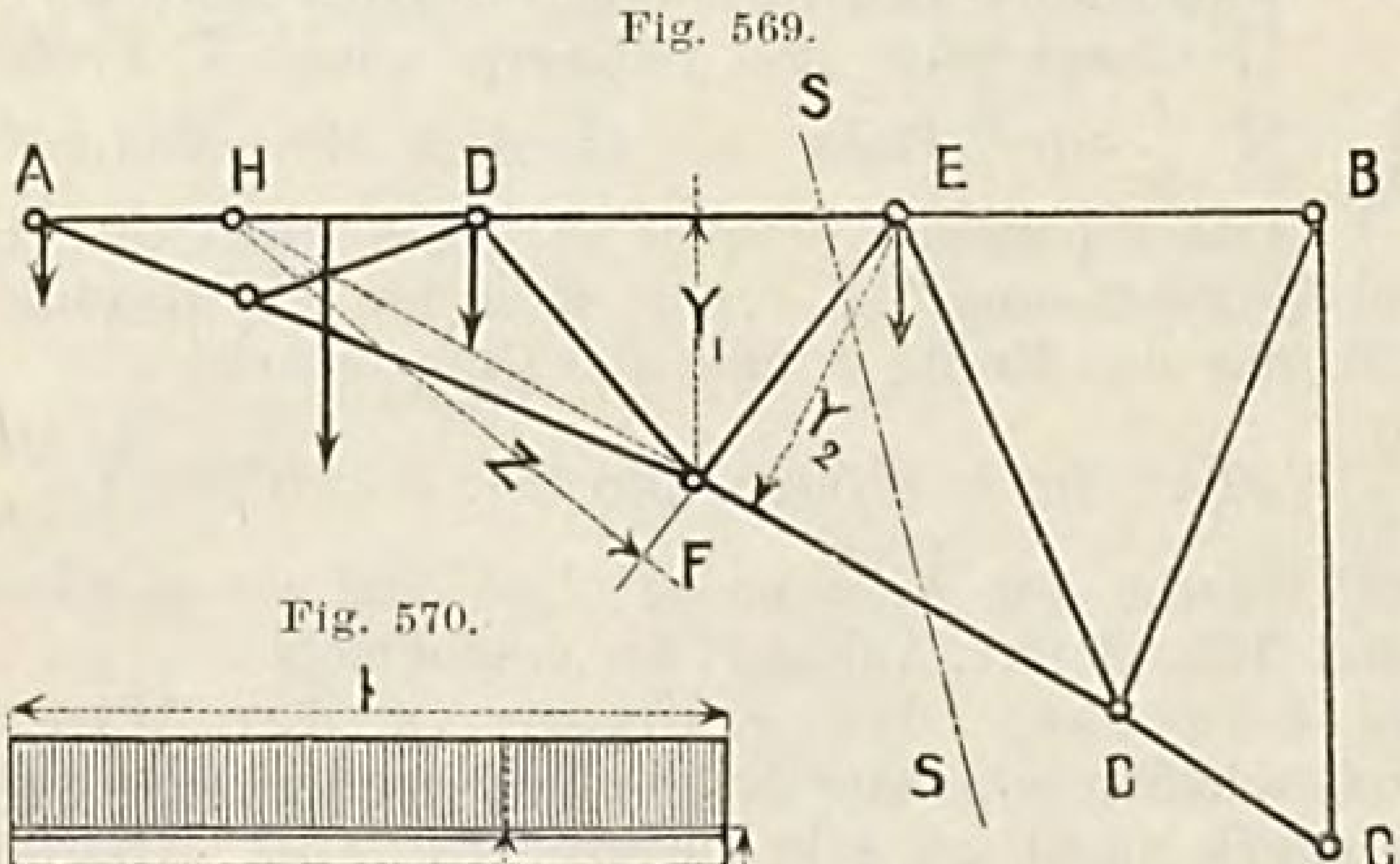
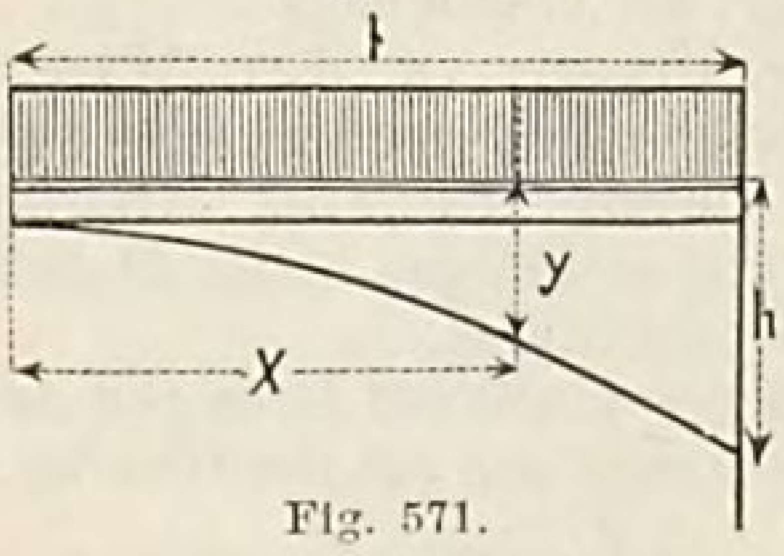


Fig. 570.

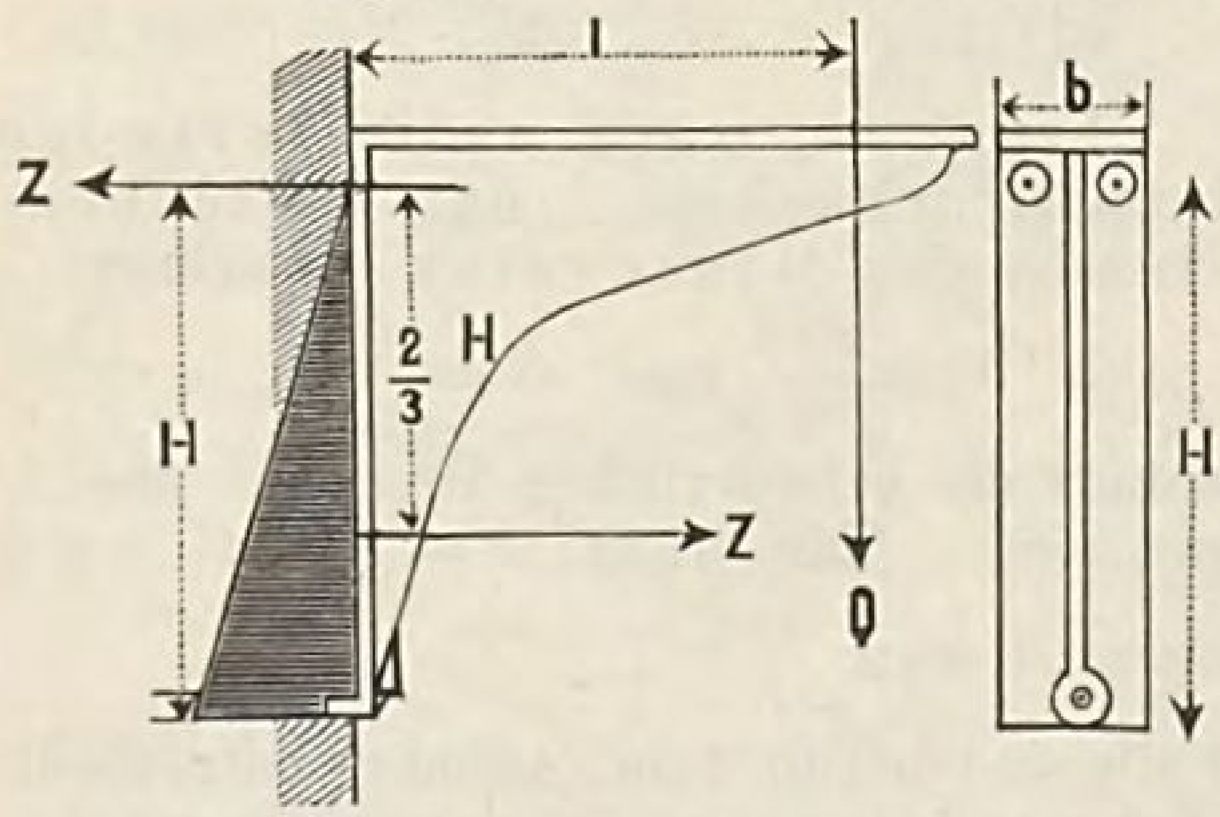


Bezeichnet S_1 und S_2, Fig. 569, bezw. die Spannung eines Stabes im Obergurt oder Untergurt, der durch einen Schnitt SS getroffen wird, so ist:

$$S_1 = +\frac{M_1}{y_1} \text{ und } S_2 = -\frac{M_2}{y_2}$$

y_1 oder y_2 ist bezw. der senkr. Abstand des betr. Stabes von dem ihm gegenüber liegenden Knotenp.; M_1 und M_2 bezw. das Mom. aller links vom Schnitt SS wirkenden äussern Kräfte in Bezug auf den dem Stabe gegenüber liegenden Knotenp. Die Spannung P eines nach links fallenden Stabes FE ist: $P = \frac{M}{z}$. M ist das Mom. der links vom Schnitt wirkenden äussern Kräfte in Beziehung auf den Schnittp. H der betr. mit durchnittenen Gurtstäbe DE und FG, z der Hebelarm von P in Bezug auf H.

Fig. 571.



P ist Zug oder Druck, je nachdem M nach rechts oder links dreht. Für einen nach rechts fallenden Stab ist nur das Vorzeichen zu ändern. — Bei geradlinigem Untergurt fällt der Punkt H mit der Spitze A zusammen.

Die grafische Bestimmung der Spannungen erfolgt in bekannter Weise nach der Polygonal- oder Schnitt-Methode.

4. Den Querschn. einer Blechkonsole bestimmt man am einfachsten in der Weise, dass man die Dimensionen der Gurt-L Eisen mit der Dicke δ der Blechwand annimmt, sodann für verschiedene Höhen y des Querschn., Fig. 570, das Widerstandsmom. W ermittelt und hierzu die entsprechenden Abszissen x nach der Gleich. $k_1 W = M$ ausrechnet. Bei gleichmässig vertheilter Last wird:

$$M = \frac{Qx^2}{2l}, \text{ also: } x = \sqrt{\frac{2k_1 Wl}{Q}}.$$

Bei einigermassen hohen Konsolen ist indess der untere Theil der Blechwand in Rückicht auf die Gefahr des Knickens nicht mit anzurechnen.

5. Angeschraubte Konsolen kommen häufig in Werkstätten oder Fabriken vor. Die Verbindung mit der Mauer erfolgt meist durch drei Ankerbolzen, Fig. 571. Diese Bolzen sind in der Regel nicht vollkommen genau angezogen, so dass man

annehmen darf, dass die Druckübertragung durch die Wandplatte etwa nach der in Fig. 571 durch Schraffirung angedeuteten Weise erfolge. Danach findet das Maximum des Druckes auf die Wand an der untern Kante der Platte statt, während der Druck an der obern Kante $= 0$ ist. Es ist daher auch anzunehmen, dass der resultirende Druck Z im untern Drittel von H angreift, wenn H die Höhe der Druckfläche ist. Die beiden obern Bolzen erleiden demnach einen Zug Z.

Ist b die Breite der Konsole und der Wandplatte, l der Hebelarm der Last Q, so folgt: $Ql = \frac{2}{3} ZH$ und ferner: $Z = \frac{sbH}{2}$, wenn s den grössten Druck auf die Wand an der untern Kante der Wandplatte bezeichnet.

Also:
$$Ql = \frac{sbH^2}{3}. \tag{12}$$

Für eine eingemauerte Konsole mit der Rippenhöhe h und der Rippenstärke nb ist S. 659 gefunden worden: $Ql = \frac{2}{9} k_1 nbh^2$. (13)

Die Verbindung von (12) und (13) giebt für $k_1 = 500^{kg}$ pro ^{qcm} Gusseisen: $H = h\sqrt{\frac{1000\,n}{3s}} = \gamma h$.

Der Ausdruck $\gamma = \sqrt{\frac{1000\,n}{3s}}$ findet sich aus der folgenden Tabelle:

	Für $n =$ / s in ^{kg}	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
Für gewöhnliches Mauerwerk	7	1,55	2,18	2,68	3,10	3,44	3,78
„ gutes „	10	1,30	1,82	2,24	2,59	2,88	3,16
„ bestes „	14	1,09	1,54	1,90	2,19	2,43	2,67
„ Hausteine	20	0,92	1,29	1,59	1,84	2,04	2,24
„ Holz	50	0,58	0,81	1,00	1,16	1,28	1,41
		γ					

Die Werthe für h siehe in Tabelle 3 im „Anhang“.

ε. Unterlagsplatten.

1. Die Grundfläche F der zur Vertheilung des Druckes P unter Säulen, Trägern, Dachbindern u. s. w. angebrachten Platten muss mindestens die Grösse $\frac{P}{s}$ erhalten, wenn s die zulässige Druck-Inanspruchnahme bezeichnet, welche der von der Platte gedrückte Träger (Fundament u. s. w.) pro Flächeneinheit aushalten kann. Ist die Platte quadratisch ($F = b^2$), so folgt: $b = \sqrt{\frac{P}{s}}$.

Hieraus ergeben sich die in der nachfolgenden Tabelle angegebenen Werthe für b.

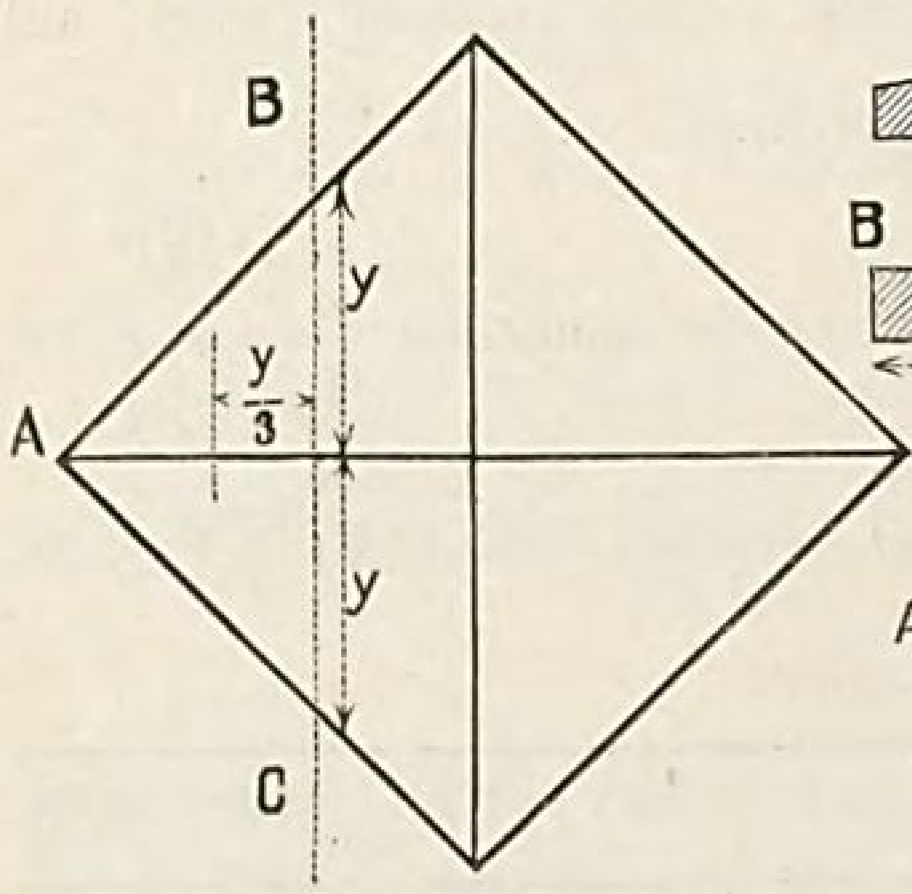
Tabelle 14. Bestimmung der Breite b quadrat. Unterlagsplatten.

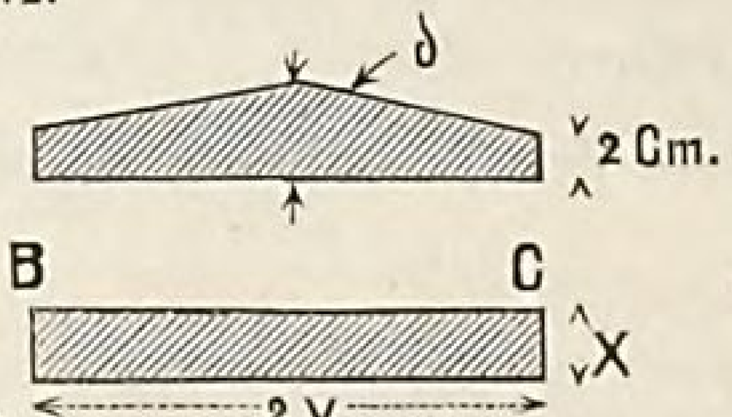
Auf-zunehmende Gesammt-Last (P) t	Art der Unterlage 1. Gewöhnliches Kalkmörtel-Mauerwerk $k_s = 7^{kg}$	2. Gutes Trassmörtel- od. Zementmörtel-Mauerwerk $k_s = 10^{kg}$	3. Bestes Zementmörtel-Mauerwerk $k_s = 14^{kg}$	4. Gute natürliche Steine $k_s = 20^{kg}$	5. Tannen- oder Fichtenholz $k_s = 50^{kg}$	6. Eichenholz $k_s = 60^{kg}$
5	27	22	19	16	10	9
10	38	32	27	22	14	13
15	46	39	33	27	17	16
20	54	45	38	32	20	18
25	60	50	42	35	22	20
30	66	55	46	39	24	22
35	71	59	50	42	26	24
40	76	63	54	45	28	26
45	80	67	57	47	30	27
50	85	71	60	50	32	29
60	93	78	66	55	35	32
70	100	84	71	59	37	34
80	107	90	76	63	40	37
90	113	95	80	67	42	39
100	119	100	85	71	45	41
150	146	122	103	87	55	50
200	169	141	119	100	63	58

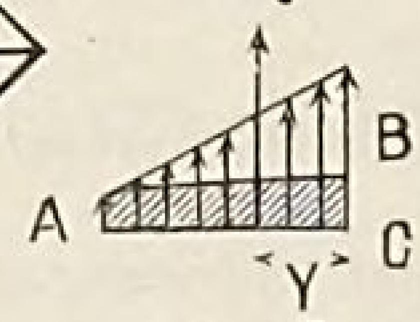
2. Die Stärke der Unterlagsplatte muss, den in ihr auftretenden Biegungsspannungen entsprechend, vom Rande nach der Mitte hin zunehmen.

Im Querschn. BC, Fig. 572, der Platte wirkt ein Widerstandsmom. $= \frac{1}{6}\,2yx^2k$, wenn x und $2y$ die Dimensionen des Querschn. und k die spezif. Normalspannung desselben bezeichnen. Die Grundfl. ABC der Unterlage erleidet einen Druck:

Fig. 572.







$$D = \frac{2yys}{2} = sy^2.$$

Dieser Druck greift im Schwerp. von ABC an, daher:

$$(sy^2)\,\frac{y}{3} = \frac{1}{3}\,yx^2k \text{ oder:}$$

$$x = y\sqrt{\frac{s}{k}}.$$

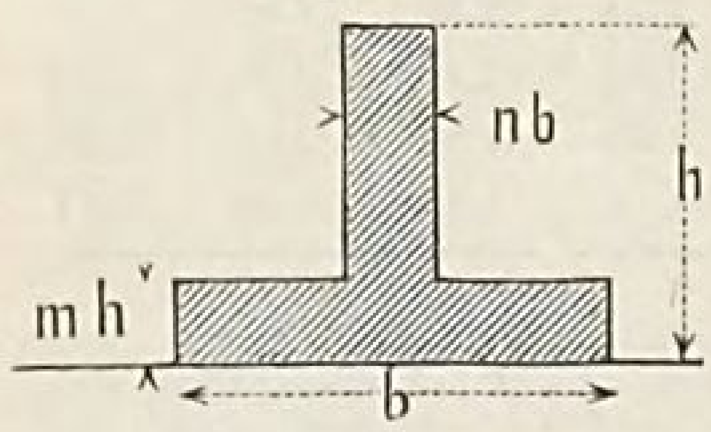
k darf hierin nicht über 250 kg pro qcm gesetzt werden.

Um bei gusseisernen Platten die Zugspannungen möglichst zu verringern, wählt man anstatt des rechteckigen Querschn. $2xy$ besser einen aus Trapezen zusammen gesetzten, dessen Höhe an den Rändern 2 cm und in der Mitte $\delta = 2x - 2$ cm beträgt, so dass die Querschn.-Fläche wieder $2xy$ wird. Dann folgt:

$$\delta = 2x - 2 = 2y\sqrt{\frac{s}{k}} - 2;$$

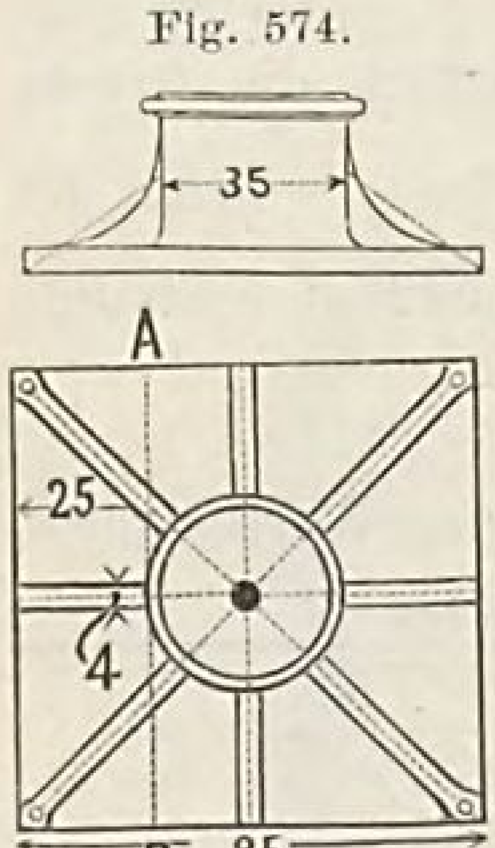
k darf für gusseiserne Platten hierin zu 350 kg pro qcm gesetzt werden.

Fig. 573.



3. Grössere gusseiserne gerippte Platten berechnet man nach den in der Elastizit.-Lehre (S. 578) angegebenen Regeln.

Fig. 574.



Unter der Voraussetzung, dass die grösste Druckspannung (500 kg pro qcm) doppelt so gross wird als die grösste Zugspannung (250 kg pro qcm) erhält man für die gerippte Platte, Fig. 573: $n = \frac{2m - 3m^2}{1 + 2m - 3m^2}$. ($nb$ Dicke einer Rippe od. mehrerer Rippen, welche auf die Gesammt-Breite b kommen).

Für die Höhe h erhält man: $h = 0{,}067\,y\sqrt{\frac{s}{n}}$; y ist der Abstand des gefährlichsten Querschn., vom Plattenrande gemessen. Die Werthe von h und m für praktische Fälle sind aus der folgenden Tabelle zu entnehmen:

Tabelle 15.

Werthe von n	$^1/_4$	$^1/_5$	$^1/_6$	$^1/_8$	$^1/_{10}$	$^1/_{15}$	$^1/_{20}$	Einer dieser Werthe ist anzunehmen.
Zugehörige Werthe von m .	$^1/_3$	$^1/_6$	$^1/_8$	$^1/_{12}$	$^1/_{19}$	$^1/_{22}$	$^1/_{36}$	
Für $s =$ 7 kg wird: $h =$	0,34 y	0,40 y	0,43 y	0,50 y	0,56 y	0,68 y	0,79 y	
„ $s =$ 10 „ „ „ =	0,42 y	0,48 y	0,52 y	0,60 y	0,67 y	0,82 y	0,95 y	
„ $s =$ 14 „ „ „ =	0,50 y	0,56 y	0,61 y	0,71 y	0,79 y	0,97 y	1,12 y	
„ $s =$ 20 „ „ „ =	0,60 y	0,67 y	0,73 y	0.85 y	0,95 y	1,16 y	1,34 y	
„ $s =$ 50 „ „ „ =	0,95 y	1,06 y	1,16 y	1,34 y	1,50 y	1,84 y	2,12 y	

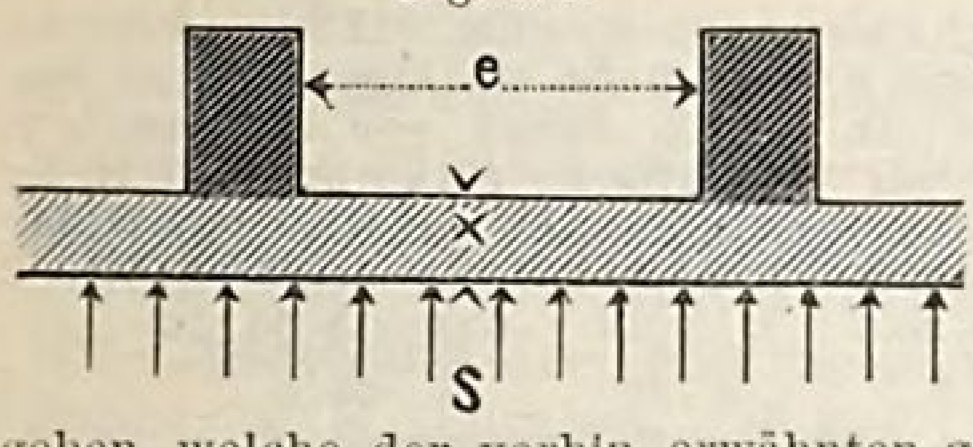
Beispiel. Eine Säule von 35 cm Durchm., welche 100 000 kg Druck aushalten muss, soll durch eine gerippte Unterlagsplatte einen Druck von 14 kg pro qcm auf einen in Zementmörtel ausgeführten Mauerpfeiler übertragen. Welche Dimensionen müssen Platte und Rippen erhalten?

Nach der Tabelle No. 14 findet man für $P = 100\,000$ kg und $s = 14$ kg unter Pos. 3 : $b = 85$ cm als Seitenlänge der quadrat. Grundplatte. Der ungünstigste Querschn. AB, Fig. 574, parallel zu einer Seite liegend, hat einen Abstand von 25 cm $= y$ vom Rande.

Nimmt man an, die Platte soll 8 Rippen erhalten, so liegen im Querschn. AB drei Rippen. Hat jede Rippe 4 cm Breite, so ist im Querschn. AB eine Total-Rippenbreite von ca. 15 mc

vorhanden, mithin ist $n = 15/85$ oder rot. $1/_6$. Hierfür ergiebt die vorstehende Tabelle (15) für $d = 14$ kg : $h = 0{,}61\,y$, oder da $y = 25$ cm: $h = 0{,}61 \,.\, 25 = 20$ cm. Da für $n = 1/_6$ nach derselben Tabelle: $m = 1/_8$, so muss die Plattendicke $= mh = 1/_8\, 20 = 2{,}5$ cm in diesem Querschn. sein.

Fig. 575.



Wenn m und h denselben Werth bis zum Rande behielten, so würde (da $h = 0{,}61\,y$) die obere Begrenzung der Rippen geradlinig bis zum Rande der Platte verlaufen müssen. Da man indessen im vorliegenden Falle die Plattendicke nicht unter 2 bis 2,5 cm wählen wird, mithin nach dem Rande hin die Plattendicke bei abnehmender Rippenhöhe grösser wird als $1/_8\,h$, so kann man die Rippenhöhe in der Nähe des Randes einschränken und den Rippen die in Fig. 574 skizzirte, gefälligere geschweifte obere Begrenzung geben, welche der vorhin erwähnten geradlinigen Begrenzung nahe kommt.

4. Die Entfernung e der Rippen von einander, Fig. 575, darf eine gewisse Grenze nicht überschreiten, damit nicht in dem Theile der Platte, welche zwischen den Rippen liegt, eine zu grosse Biegungs-Spannung entstehe.

Die Rechnung ergiebt: $e = x\sqrt{\frac{2k}{s}}$, oder für $k = 250$ kg pro qcm: $e = 22{,}4\,x\sqrt{\frac{1}{s}}$.

Für das letzte Beispiel erhält man: $e = 22{,}4 \,.\, 2{,}5 \sqrt{\frac{1}{14}} = 15$ cm.

Es wäre daher, weil bei 8 Rippen die durchschnittl. Entfernung derselben etwa 24 cm wird, gerathener, eine grössere Anzahl Rippen anzunehmen, oder auch die Plattendicke auf etwa 4 cm zu vergrössern.

ζ. Verschiedene Beispiele. (Säulen, Mauern, Pfeiler und Konsolen).

1. Ein 3 m lange schmiedeiserne Säule, deren Enden frei beweglich in der Axe geführt werden, soll einen Axialdruck von 12000 kg mit 5facher Sicherheit gegen Zerknicken aushalten; dabei darf die Druck-Beanspruchung des Querschnitts 1000 kg p. qm nicht überschreiten.

Welches Profil: L, T, E, ⌒Eisen (doppelt angewendet) ist das leichteste?

Nach Tab. 1, S. 600 ist für $s = 5$ und $n = 1$ erforderlich:

$$J = 2{,}5 \,.\, 3^2 \,.\, 12 = 270:\; F = \frac{12000}{1000} = 12 \text{ qcm}.$$

Darnach kann gewählt werden: (Norm.-Prof.-B. Tab. I. IIIa, IV, VIa.)

Anordnung	J	F qcm	G kg	Prof.-No.	Anordnung	J	F qcm	G kg	Prof.-No.
JL	280	37,2	29	9,11 mm st.	][	291	40,8	31,8	6
╪	277	45,6	35,6	$\frac{14}{7}$	◇	**266**	**19,0**	**1,46**	14

Das letzte Profil würde daher das zweckmässigste sein.

2. Eine 6 m lange schmiedeiserne Säule, am untern Ende fest mit dem Fundament verbunden, am obern Ende beweglich, soll bei 5fach. Sicherheit gegen Knicken eine Last von 100 t aufnehmen; dabei darf die Beanspruchung auf Druck 1000 kg nicht überschreiten. Es soll die Anordnung von 4 LEisen (✣) und von 4 Quadrant-Eisen (◇) mit Bezug auf Billigkeit verglichen werden.

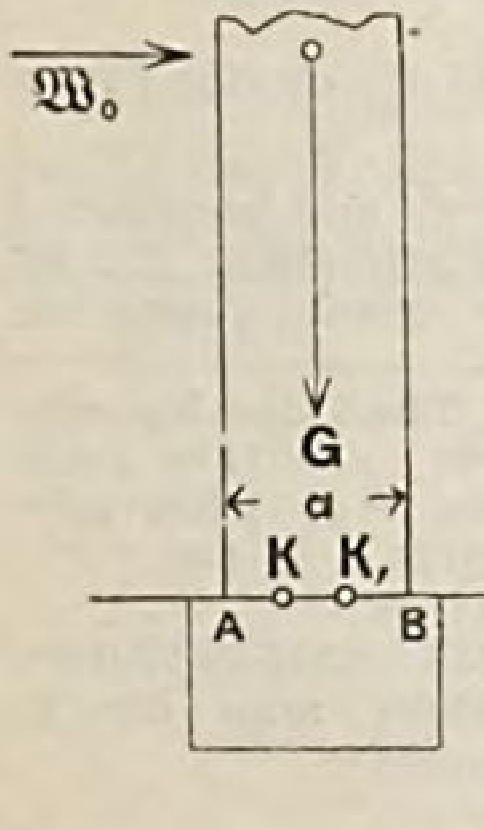
Nach Tab. 1, S. 600, ist für den 4. hier vorlieg. Fall ($n = 2$) erforderlich:

$$J = 1{,}25 \,.\, 6^2 \,.\, 100 = 4500;\; F = \frac{100}{1} = 100 \text{ qcm}.$$

		F (qcm)	J	G (kg p. m)
✣	No. 13, 15,5 mm stark	$\frac{15{,}5}{14}\, 138 = 153$	$\frac{15{,}5}{14}\, 4140 = 4584$	119
◇	No. 10, 9,5 mm stark	$\frac{9{,}5}{8}\, 88{,}1 = 104$	über 5454	79

3. Eine vertikal und frei stehende, mit dem Fundament in AB fest verbundene Mauer, Fig. 576, von 3 m Höhe und 0,5 m Stärke erleidet ausser durch Eigengewicht (p. cbm 1600 kg), senkrecht zur Vorderfläche einen Winddruck von 100 kg pro qm. Wie gross sind die Maximalspannungen in der Grundfläche?

Fig. 576.



Die Spannung N_1 in A (Moment in Beziehung auf Kernpunkt K_1) ist nach Gl. (35) S. 573:

$$N_1 = +\frac{\left(\mathfrak{W}_0 \frac{h}{2} - G\,\frac{1}{6}\,a\right)}{\frac{1}{6}\,b\,a^2}.$$

Die Spannung N_2 in B (Moment in Beziehung auf Kernpunkt K)

$$\text{ist: } N_2 = \frac{\left(\mathfrak{W}_0 \frac{h}{2} - G\,\frac{1}{6}\,a\right)}{\frac{1}{6}\,b\,a^2}.$$

b, die Tiefe der Mauer senkrecht zur Bildebene $= 100$ cm gesetzt, ist:

$$N_1 = \frac{6\,(100\,.\,3\,.\,1\,.\,0{,}5\,.\,300) - (1600\,.\,3\,.\,0{,}5\,.\,1\,.\,50)}{100\,.\,50\,.\,50} = 0{,}6^{\,kg} \text{ pro } ^{qcm},$$

$$N_2 = \frac{6\,(100\,.\,3\,.\,1\,.\,0.5\,.\,300) - (1600\,.\,3\,.\,0{,}5\,.\,1\,.\,50)}{100\,.\,50\,.\,50} = 1{,}56^{\,kg} \text{ pro } ^{qcm}.$$

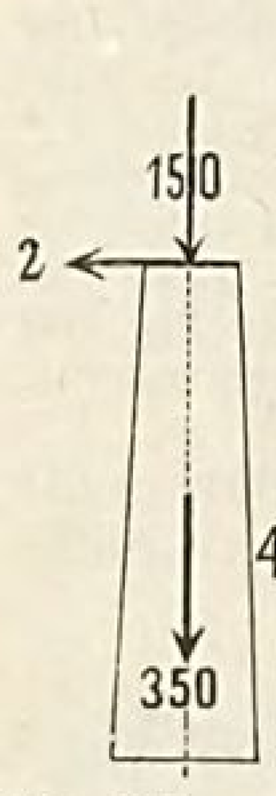


Fig. 577.

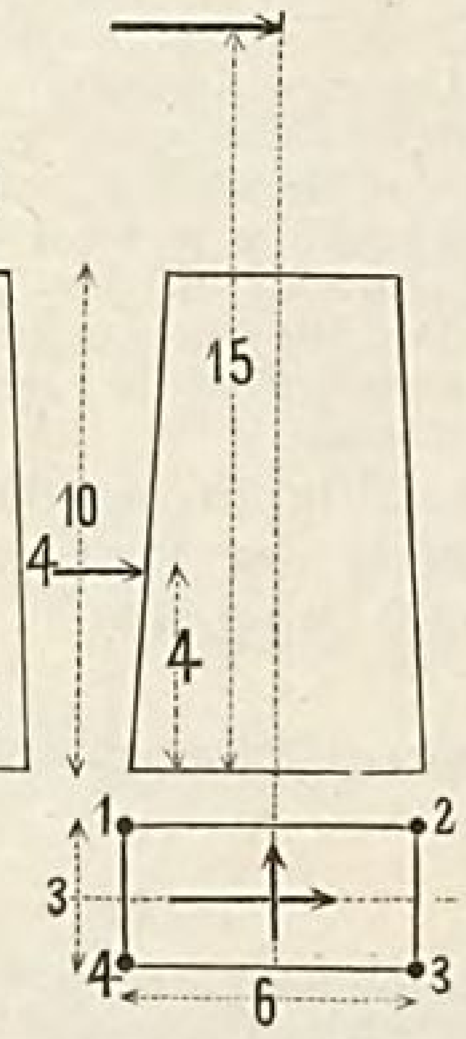


Fig. 578.

4. Ein steinerner Brückenpfeiler, Fig. 577, über Terrain 10 m hoch, unten 3 m breit und 6 m tief habe ein Eigengewicht von 350 t. An der Krone wirke ein vertik. Druck von 150 t und ein Längsschub von 2 t. Senkr. zur Vorderfläche wirke in einer Höhe von 4 m ein Winddruck von 4 t, in einer Höhe von 15 m ein Winddruck von 30 t. Wie gross ist die Beanspruchung an der Basis?

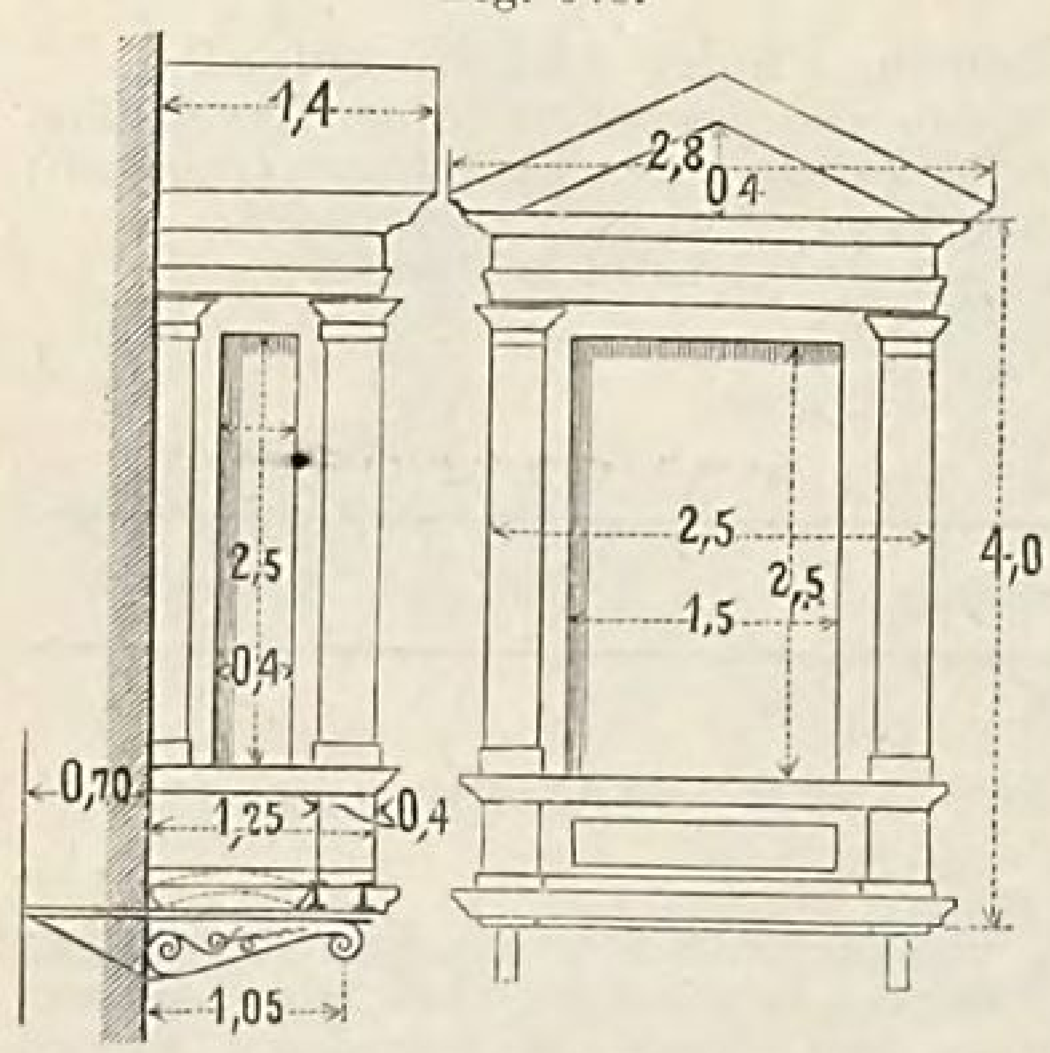
Es wird: $N = -\frac{(150+350)}{6\,.\,3} \pm \frac{6\,.\,2\,.\,10}{6\,.\,3^2} \pm \frac{6\,(4\,.\,4+30\,.\,15)}{6^2\,.\,3}$,

$= -27{,}78 \pm 2{,}22 \pm 25{,}89$ und zwar:

in der Ecke 1: $N = -27{,}78 - 2{,}22 + 25{,}89 = -\ 4{,}11^{\,t}$ pro qm
" " " 2: $N = -27{,}78 - 2.22 - 25{,}89 = -55{,}89^{\,t}$ " "
" " " 3: $N = -27{,}78 + 2{,}22 - 25{,}89 = -51{,}45^{\,t}$ " "
" " " 4: $N = -27{,}78 + 2{,}22 + 25{,}89 = +0{,}33^{\,t}$ " "

oder bezw.: — 0,41, — 5,59, — 5,15, + 0,03 kg pro qcm.:

5. Ein Erker, Fig. 578, soll durch 2 gusseiserne Konsolen unterstützt werden. Die Auskragung beträgt 1,25 m, die Breite des Erkers 2,5 m. Die Mauern des Erkers sind $1^1/_2$ Stein stark in Hohlziegeln hergestellt und haben 4 m Höhe; der Fussboden ist durch eine Kappe von ½ Stein Stärke in Hohlziegeln unterstützt. Diese Kappe legt sich gegen die Umfassungsmauer des Gebäudes und gegen einen der beiden I Träger, welche die Frontmauer des Erkers tragen und durch die Enden der gusseisernen Konsolen unterstützt sind. Das Erkerdach besteht aus Zink und hat $^1/_6$ Neigung. Die Konsolen können 70 cm in die Mauer eingreifen und dürfen daselbst einen Maximaldruck von 14 kg pro qcm ausüben.



Die Last der Frontmauer des Erkers beträgt bei: $\left(2{,}5\,.\,4{,}0 + \frac{2{,}5\,.\,0{,}4}{2}\right) - 1{,}5\,.\,2{,}5 = 6{,}76^{\,qm}$ Fläche und $1^1/_2$ Stein Stärke, nach der Tabelle No. 3 S. 647, für Vollziegel (Pos. 21 das.) : 6,75 . 670 = 4523 kg; daher nach Pos. 25 für Hohlziegel: 4523 . 0,6 = 2714 kg. Der Fussboden giebt für 1,7 . 0,85 = 1,45 qm Fläche nach Pos. 2 der Tabelle 1, S. 646, eine Totalbelastung von 1,45 . 600 = 870 kg; hiervon kommt auf die Frontmauer des Erkers die Hälfte, oder 435 kg.

Auf beide Konsol-Enden kommt daher eine Last von 2714 + 345 = 3149 kg oder auf jedes Konsol-Ende eine Last 1575 kg, am Hebelarm $l = 105$ cm wirkend.

Die Last der Seitenmauern des Erkers mit dem hierauf ruhend angenommenen Zinkdach ist nahezu als gleichförmig vertheilt anzusehen und beträgt für jede Konsole, bei (0,85 . 4,0 — 0,4 . 2,5) = 2,3 qm Wandfläche, für $1^1/_2$ Stein Stärke nach der Tabelle No. 3 für Vollziegel (Pos. 21): 2,3 . 670 = 1541 kg, daher nach Pos. 25 für Hohlziegel: 0,6 . 1541 = 925 kg. Von der Grundfläche das Zinkdaches kommt auf jede Konsole eine Fläche von: $\frac{2{,}8\,.\,1{,}40}{2} = 1{,}96^{\,qm}$ mit einem Totalgewicht (nach Pos. 7 der Tabelle 6, S. 650, für ⅙ Dachneigung) von 1,96 . 140 = 274 kg.

Die gleichförm. vertheilte Gesammtlast jeder Konsole ist daher: 925 + 274 = 1199 kg; hierfür kann man eine am Ende (d. h. im 105 cm Abstand von der Gebäudemauer) der Konsole wirkende Einzellast von der halben Grösse, od. rot. 600 kg annehmen (in Wirklichk. für 105 cm Hebelarm etwas kleiner).

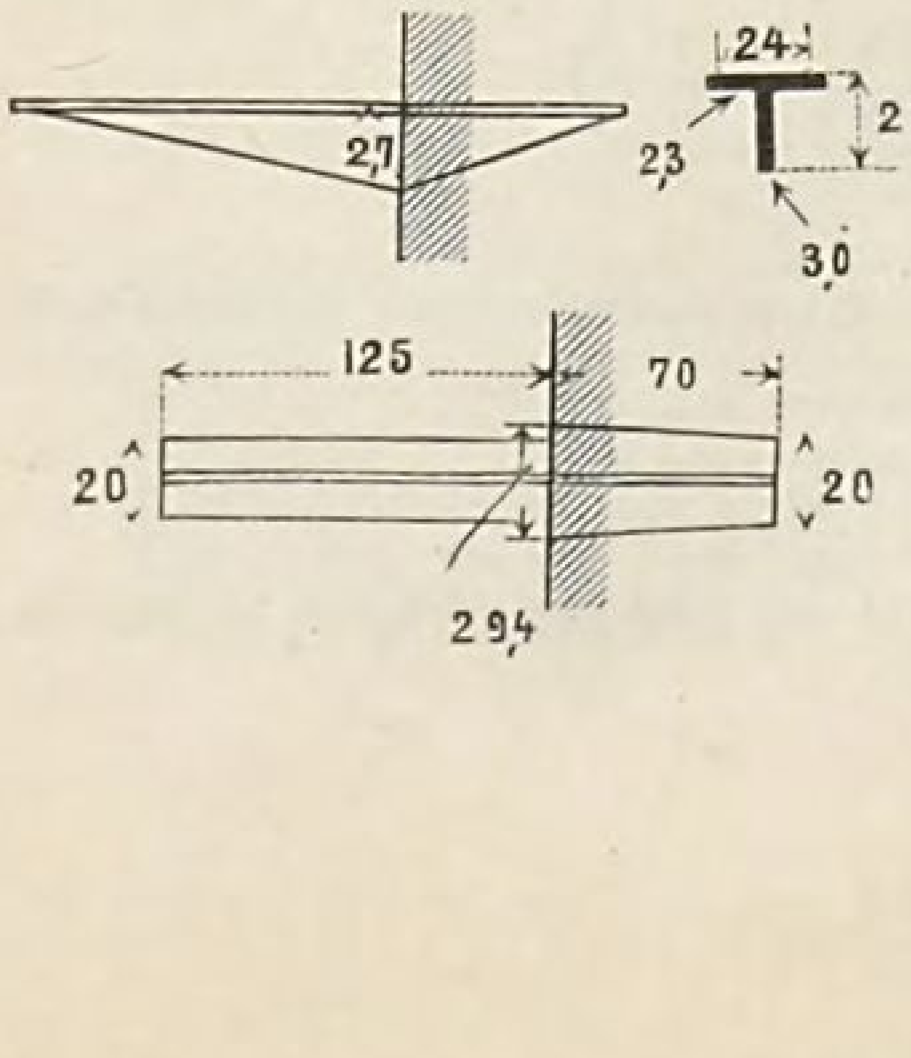
Die Totallast Q, am Hebelarm $l = 105$ cm wirkend gedacht, beträgt $Q = 1575 + 600 = 2175$ kg. Nimmt man die Dicke der Konsolrippe, d. h. $nb = 3$ cm an, so liegt die erforderliche Rippenhöhe h nach Tabelle No. 3 im „Anhang" zwischen folgenden Grenzen:

für $l = 100$ cm und $Q = 2000$ kg ist: $h = 25$ cm, für $l = 110$ cm und $Q = 2500$ kg ist: $h = 29$ cm.

Für $l = 105$ cm und $Q = 2175$ kg wird daher $h = 27$ cm zu setzen sein.

Für die Konsolplatten-Breite $b = 24$ cm (wegen der Aufmauerung der $1^1/_2$ Stein starken Mauer erwünscht) ist $n = \frac{nb}{b} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$ und hiernach aus Tabelle No. 15: $m = \frac{1}{12}$, daher als Dicke der

Fig. 579.



Konsolplatte: $mh = \frac{1}{12} h = \frac{1}{12}\ 27 = 2{,}25$ cm, wofür man 2,3 cm nehmen wird.

Bei konstanter Plattenbreite (24 cm) und konstanter Rippendicke (3 cm) sowie konstanter Plattendicke (2,3 cm) kann man die Grundform der Rippe genau genug als Dreieck annehmen.

Für den in die Mauer greifenden Theil der Konsole erhält man bei $d = 70$ cm, $l = 105$ cm, $s = 14$ kg nach Tabelle No. 4 im „Anhang" (zwischen Pos. 10 u. 11 liegend): $\alpha = 0{,}0135$; daher: $b = \alpha Q = 0{,}0135\,.\,2175 = 29{,}4$ cm.

Nach Pos. 16 derselben Tabelle wird:

$\beta = \alpha - 0{,}002 = 0{,}015$ oder: $b_1 = 0{,}0115\,.\,2175 = 25{,}0$ cm.

Nach den obigen Resultaten erhält man die in Fig. 579 skizzirte Grundform der Konsole.

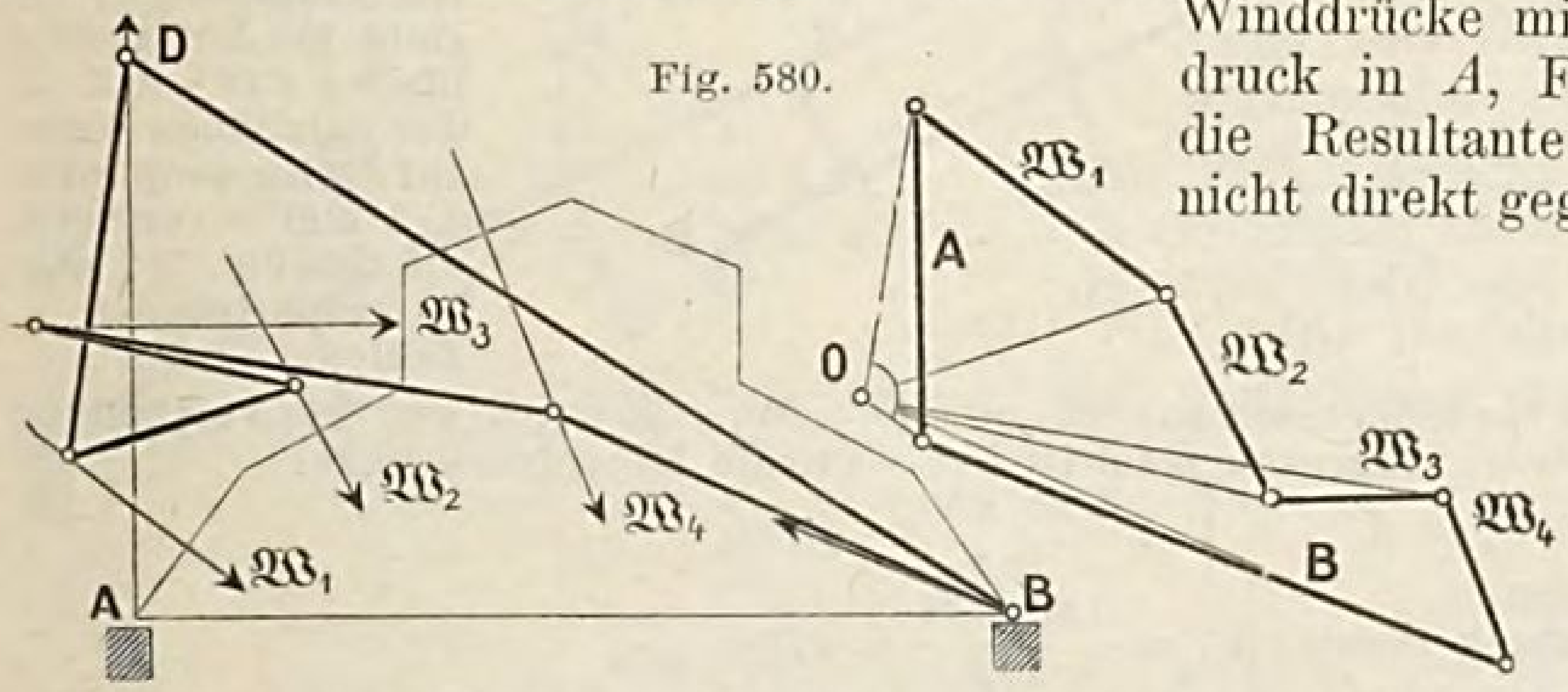
g. Dächer.

α. Ermittelung der Spannungen in einer Dachkonstruktion im allgemeinen.

Die Berechnung der gebräuchlichsten Dachträger gestaltet sich etwas einfacher als die Berechnung der Brückenträger, weil bei jenen die Ermittelung der gefährlichsten Lastlage eine einfache ist. Man braucht in den meisten Fällen nur eine volle Belastung beider Dachhälften und event. eine einseitige Belastung einer Dachhälfte in Rechnung zu ziehen. Dachträger, bei denen die Ermittelung der gefährlichsten Lastlage nicht in dieser einfachen Weise erfolgen kann, z. B. Parabel-, Sichel- und andere Träger, sind nach den für Brücken geltenden Regeln zu behandeln.

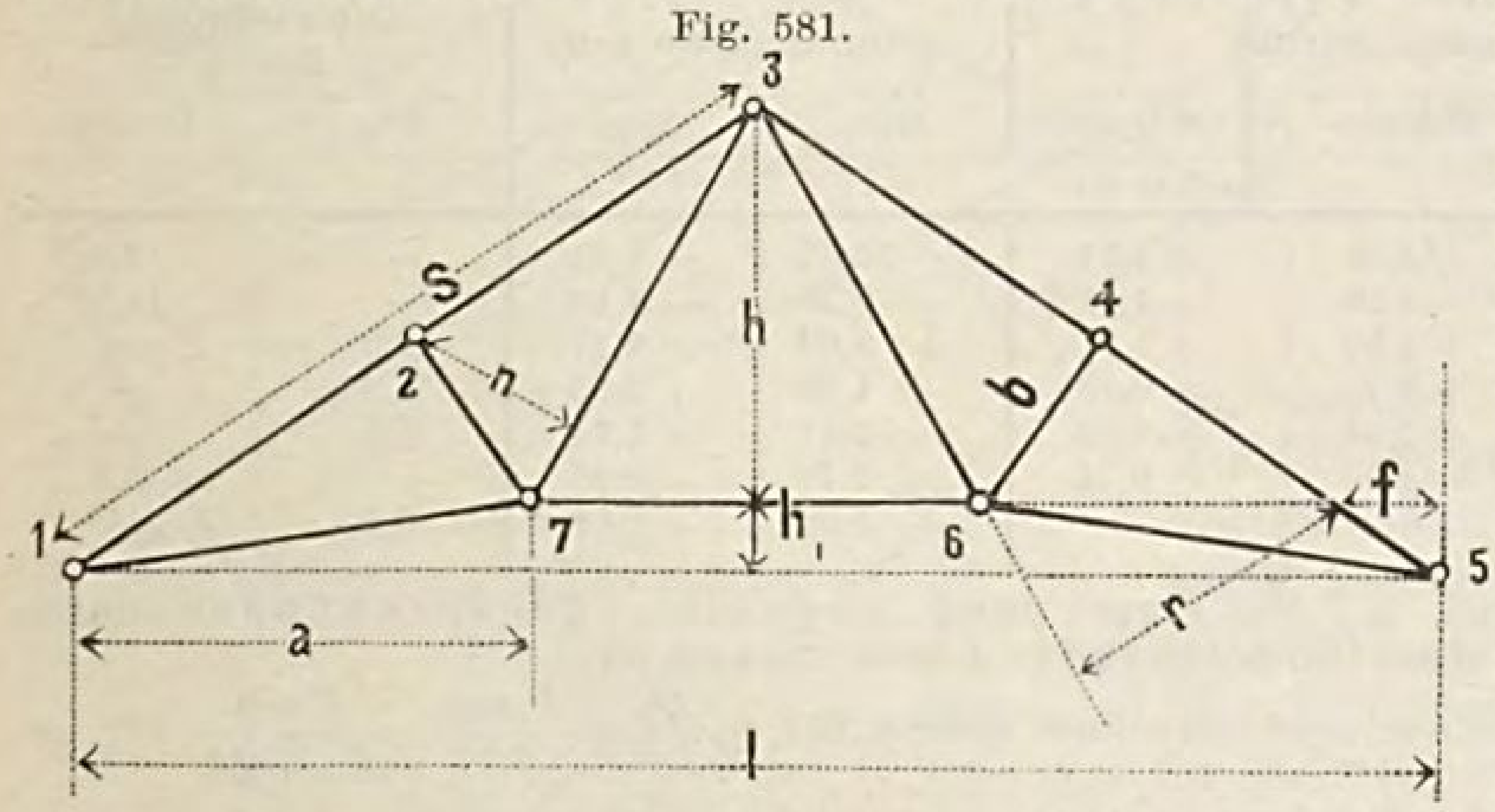
Die Lagerdrücke werden unter der Voraussetzung bestimmt, dass das eine Lager A ein bewegliches ist, welches eine horizontale Verschiebung, also, abgesehen von der Reibung, nur einen vertikalen Lagerdruck zulässt, während das andere Lager B ein festes ist, welches nur eine Drehung gestattet und in welchem demnach durch den Winddruck ein nicht vertikaler Lagerdruck hervor gerufen wird. Letzterer geht durch den Schnittpunkt der Resultante der Winddrücke mit dem vertikalen Lagerdruck in A, Fig. 580, und 582. Ist die Resultante $\mathfrak{W}$ der Winddrücke nicht direkt gegeben, so bestimmt man die Lagerdrücke aus den gegebenen, auf die einzelnen Flächen wirkenden Winddruck-Grössen $\mathfrak{W}_1$, $\mathfrak{W}_2$, $\mathfrak{W}_3$. . . zwischen deren Richtungen man ein Seilpolyg. zeichnet, welches durch B geht. Durch den im Kraftpolygon zur Schlusslinie BD parallel gezogenen Strahl erhält man beide Lagerdrücke A und B ihrer Grösse und Richtung nach.

Fig. 580.



Man bestimmt zweckmässig für jeden der drei Fälle: 1. Belastung durch Eigengewicht; 2. durch Schneedruck und 3. durch Winddruck die Spannungen der einzelnen Konstruktionstheile besonders und stellt sie tabellarisch zusammen, um das Maxim. und Minim. für die eventl. Querschn.-Berechnung nach der neuern Methode zu erhalten. Für Schneedruck führt man nur einseitige Belastung ein, da durch Addition der hierbei ermittelten Spannungen zweier symmetrisch liegenden Theile die Spannung dieser Theile bei totaler Belastung sich ergiebt.

Fig. 581.



β. Einfaches Polonceau-Dach.

Die Vollbelastung ist für die Sparren und auch für das Gitterwerk die ungünstigste. Ist Q die Vollbelastung eines Binders, so erhält man mit Bezug auf Fig. 581 für die Spannungen der einzelnen Stäbe folgende Werthe:

Stab	Spannung	Stab	Spannung
1 — 2	$-\frac{3Qa}{8b} = S_1$	3 — 7	$+\frac{Q(l+2f)}{16r}$
2 — 3	$S_1 + \frac{Q(h+h_1)}{4s}$	6 — 7	$+\frac{Ql}{8h}$
1 — 7	$+\frac{3Ql}{32n}$	2 — 7	$-\frac{Ql}{8s}$

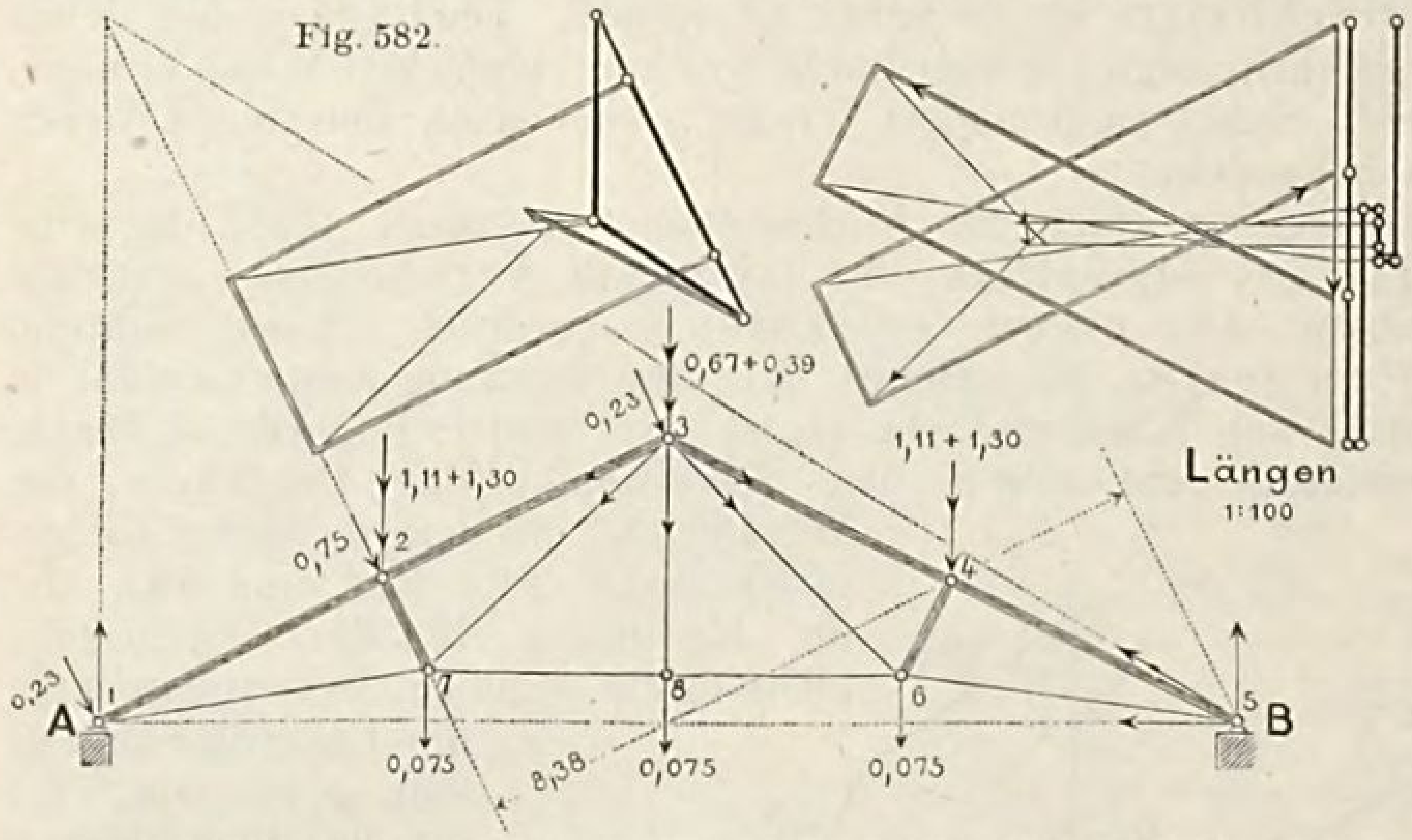
Beispiel nach der Polygonal-Methode, Fig. 582.

Spannweite 13,5 m; Binder-Entfernung 4,4 m; Trägerhöhe 3,38 m; Sparrenlänge 7,55 m.

1) Aeussere Kräfte.

α) Das Eigengewicht wird zu 65 kg pro qm Horizontal-Projektion angenommen, wovon 5 kg auf die untern Knotenpunkte entfallen. Die Sparren haben danach $13,5 \cdot 4,4 \left(\frac{65-5}{1000}\right) = 3,564$ t aufzunehmen. Wird diese Last nach dem Gesetz der kontinuirlichen Träger (vergl. S. 644) auf die Knotenpunkte 2, 3 u. 4 vertheilt, so ergeben sich die der Fig. 582 eingeschriebenen Zahlen. Die Knotenpunkte 1, 5, 6, 7 u. 8 erhalten zus. $13,5 \cdot 4,4 \cdot 5 = 0,30$ t. Davon kommt auf 6, 7 und 8 je ca. $^1/_4$ mit 0,075 t. Die auf die Lagerpunkte 1 und 5 fallenden Lasten lässt man zweckmässig ausser Rechnung, so dass sich die Lagerdrücke in A u. B ergeben zu: $^1/_2\,(2 \cdot 1,12 + 0,67 + 3 \cdot 0,075) = 1,56$ t.

Fig. 582.



β) Die Schneelast (70 kg pro qm Horizontalfläche) ergiebt für den ganzen Binder 4,16 t und in der nämlichen Weise auf die Knotenpunkte 2, 3 und 4 vertheilt, die der Fig. 582 eingeschriebenen Zahlen.

γ) Der Winddruck $\mathfrak{W}$ berechnet sich aus $100 \sin^2 (27^0 + 10^0) = 36$ kg pro qm. Die Vertheilung auf 1, 2 u. 3 geschieht wie vor. Hiernach resultirt der vertikale Lagerdruck links:

$$V = \frac{1,20 \cdot 8,38}{13,5} = 0,79 \text{ t};$$

ferner der vertikale Lagerdruck rechts: $V_1 = \frac{1,20 \cdot 3,78}{13,5} = 0,38$ t

und endlich der Horizontalschub H = der horizontalen Seitenkraft des Winddrucks:

$$H = \frac{1,20 \cdot 337}{7,55} = 0,54 \text{ t}.$$

2) Spannungen.

Die durch Rechnung und in Fig. 582 durch Konstruktion bestimmten Spannungen der Bindertheile sind nachfolgend tabellarisch zusammen gestellt:

Konstruktionstheil	Spannung durch			Spannungsgrenzen		Querschnittsfläche	
	Eigengewicht	Schnee	Wind	Max.	Min.	Zug	Druck
	Tonnen					qcm	
1 — 2	— 4,61	— 4,75	— 1,51	— 10,87	— 4,61	—	12,5
2 — 3	— 4,10	— 4,15	— 1,51	— 9,76	— 4,10	—	11,3
1 — 7	+ 4,17	+ 4,22	+ 1,27	+ 9,66	+ 4,17	10,3	—
6 — 7	+ 2,36	+ 2,27	+ 0,13	+ 4,76	+ 2,36	4,8	—
3 — 7	+ 1,94	+ 2,04	+ 1,13	+ 5,11	+ 1,94	5,5	—
2 — 7	— 0,95	— 1,10	— 0,74	— 2,79	— 0,95	—	3,8
3 — 8	+ 0,08	—	—	+ 0,08	+ 0,08	0,15	—

Druckspannungen sind in der Figur durch doppelte, Zugspannungen durch schwächere, äussere Kräfte durch stärkere Linien angedeutet.

3) Querschnitte. Dieselben sind berechnet nach S. 654 zu: $f = \frac{P_{\text{max.}}}{0,77} - \frac{P_{\text{min.}}}{1,70}$ für gezogene, $f = \frac{P_{\text{max.}}}{0,72} - \frac{P_{\text{min.}}}{1,80}$ für gedrückte Theile.

Die Sparren sind ausserdem auf Biegungsfestigkeit zu berechnen nach (17) S. 564 aus:

$$N = \frac{P}{F} + \frac{M v}{J}.$$

Bei der Querschnitts-Berechnung nach der neuern Methode*) (S. 654) geht diese Gleichg. über in die folgende:

$$\frac{N}{k} = 1 = \left(\frac{P_{\text{max.}}}{0,72} - \frac{P_{\text{min.}}}{1,80}\right)\frac{1}{F} + \left(\frac{M_{\text{max.}}}{0,72} - \frac{M_{\text{min.}}}{1,80}\right)\frac{v}{J}$$

k = zulässige Inanspruchnahme nach alter Berechnungs-Methode.

*) Diese Berechnung ist hier nur als Beispiel für die Anwendung der Formeln für f ausgeführt. Bei Dächern, wo die Veränderlichkeit der Belastung keine so grosse ist, wird die Querschn.-Berechnung nach alter Methode noch am Platze sein.

Die Klammergrössen stellen bezw. die nur für Druck erforderliche Fläche (F_0) und das nur für Biegung erforderliche Widerstandsmoment (W_0) dar.

$$1 = \frac{F_0}{F} + \frac{W_0}{W}$$

F_0 ist bereits in der Tabelle berechnet. W_0 ergiebt sich aus den bekannten Biegungsmomenten, herrührend aus Eigengewicht, Schnee- und Winddruck.

$$M_{\text{max.}} = \frac{1}{8}\left(\frac{3{,}56}{4}\,3{,}38 + \frac{4{,}16}{4}\,3{,}38 + \frac{1{,}20}{2}\,3{,}78\right) = 1{,}10^{\,t};\; M_{\text{min.}} = \frac{1}{8}\left(\frac{3{,}56}{4}\,3{,}38\right) = 0{,}37^{\,t}.$$

Daraus, da F_0 nach der obigen tabellarischen Zusammenstellung $= 12{,}5$ ist: $1 = \frac{12{,}5}{F} + \frac{160}{W}$.

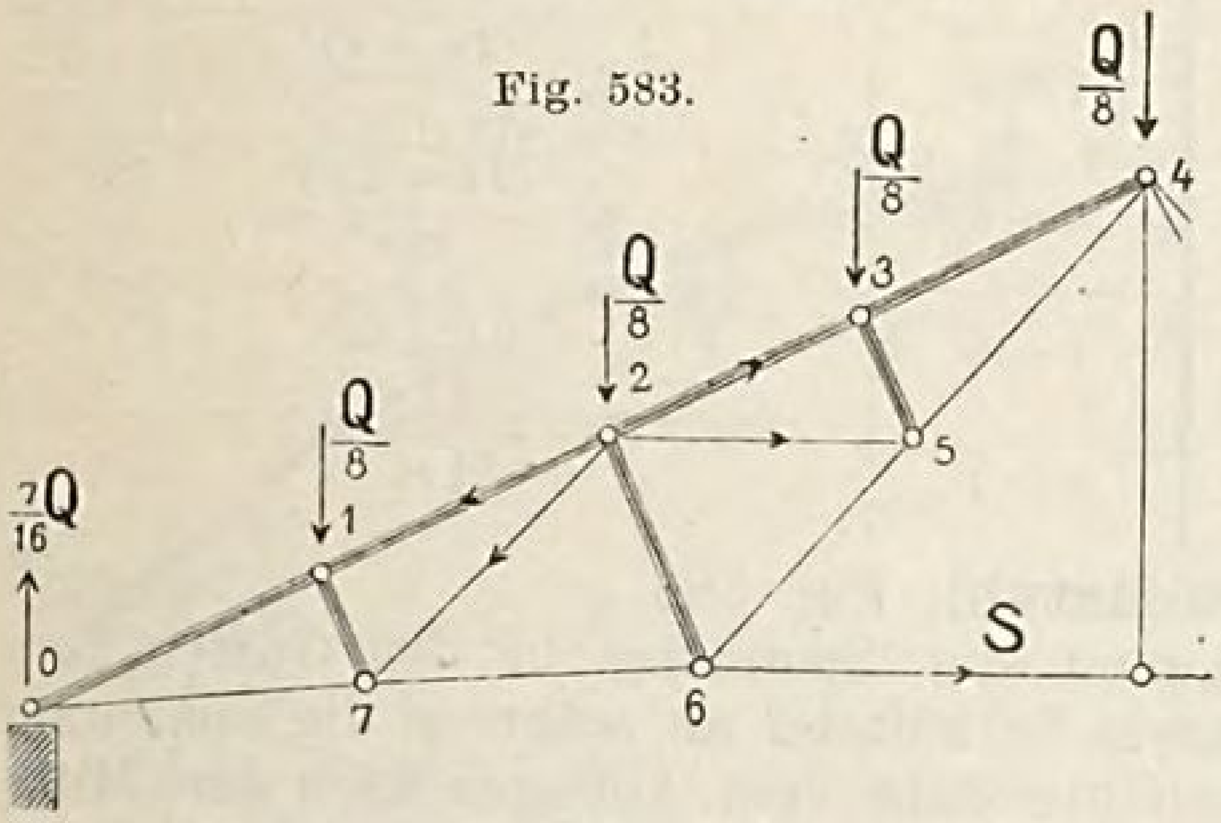
Diese Bedingung erfüllt ein I-Eisen des Normalprofils No. 19 mit $F = 30{,}70$ und $W = 187{,}3$.

γ. Zusammen gesetztes Polonceau-Dach.

Auch hier ist, wie bei dem einfachen Polonceau-Dache die Vollbelastung für die Sparren und das Gitterwerk die ungünstigste.

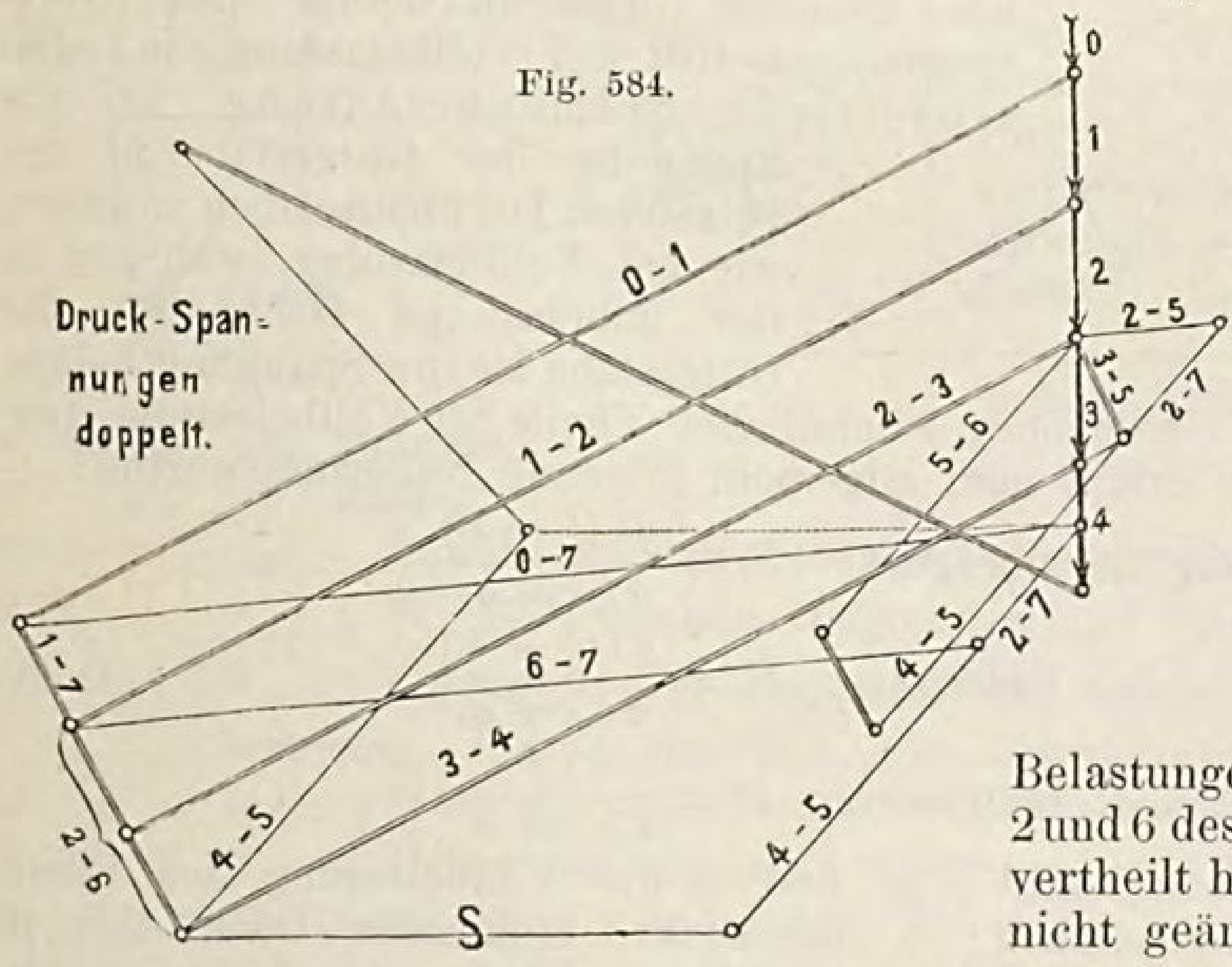
1. Da hier im Punkte 2, Fig. 583, fünf Stäbe zusammen treffen, so ist die direkte Ermittelung der Spannungen in dem Dreieck 2, 3, 4, 5, 6 nach der Polygonal-Methode nicht möglich. Diese Ermittelung wird erst möglich, wenn man vorher die Spannung S der horizontalen Zugstange bestimmt und diese Spannung als äussere Kraft, im Knotenp. 6 angreifend, in die Rechnung eingeführt hat.

Fig. 583.



Die Bestimmung von S erfolgt am einfachsten durch Rechnung. Es ist $S = \frac{M}{h} = \frac{Ql}{8h}$, wenn M das Mom. sämmtl. links vom Knotenp. 4 wirkenden äussern Kräfte und h den senkr. Abstand der Zugstange 6 — 8 von 4, oder wenn Q die auf den Dachträger wirkende Gesammtlast bedeutet. Da diese Regel auch für das einfache Polonceau-Dach gilt, so kann man S, ganz wie dort geschehen ist, durch Konstruktion finden, wenn man nur vorher die in den Knotenp. 1, 3, 5 und 7 wirkenden Belastungen derart auf die Knotenp. 2 und 6 des einfachen Polonceau-Daches vertheilt hat, dass das Moment M dabei nicht geändert wird.

Fig. 584.

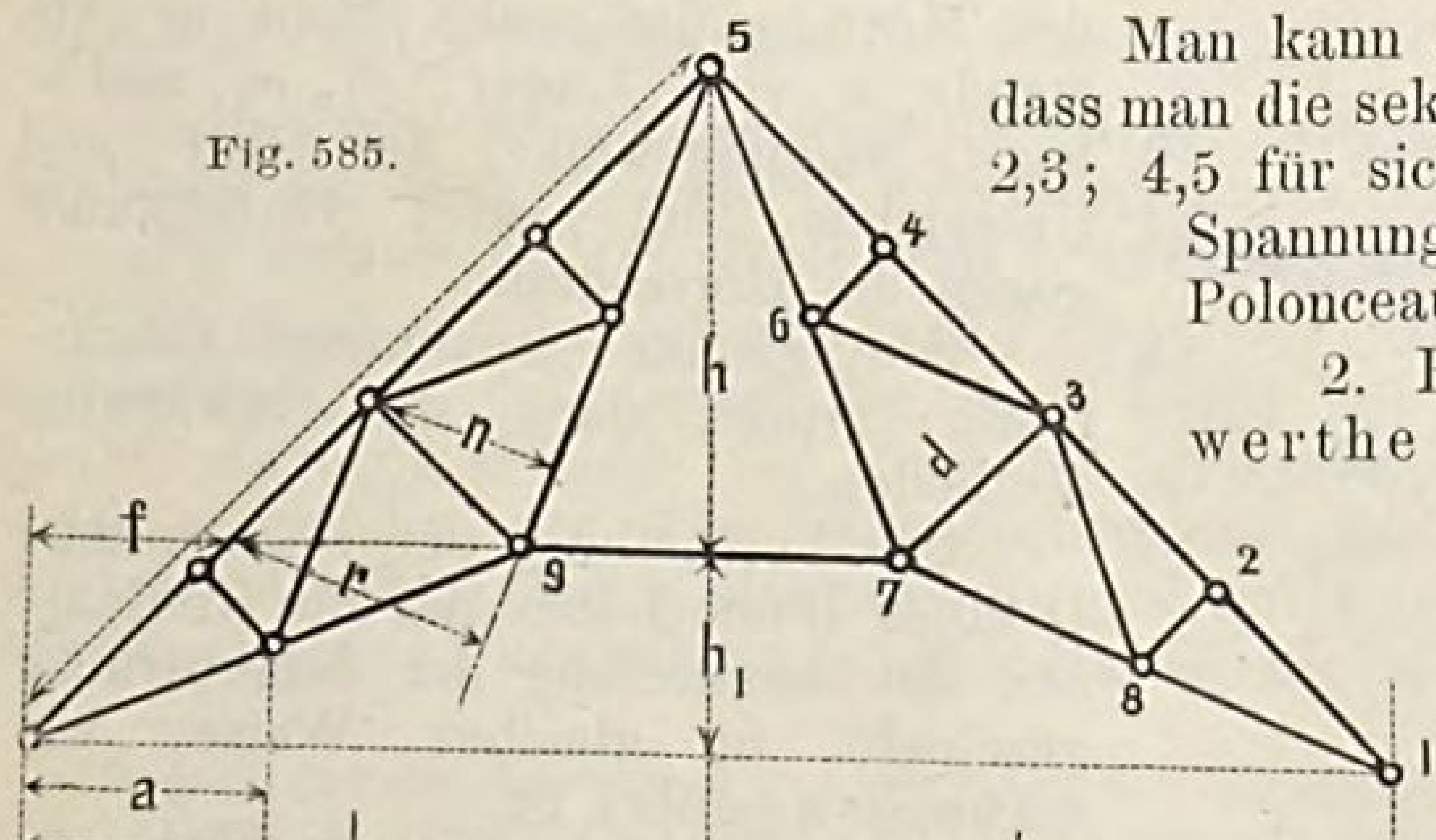


Man kann S auch in der Weise bestimmen, dass man die sekundären Hängewerke 0,1; 2,7 und 2,3; 4,5 für sich behandelt und die gefundenen Spannungs-Zahlen zu denen des einfachen Polonceau-Daches 0, 2, 4, 6, 0 addirt.

2. Eine direkte empfehlenswerthe Methode zur grafischen Bestimmung der Spannungen ist folgende:

Man bestimme für den Knotenp. 3 aus dem Kraftdreieck, Fig. 584, die Spannung 3 bis 5 und die Resultante der beiden Spannungen 2 — 3 und 3 — 4, welche in eine Gerade fallen. Darauf bestimme man für den

Fig. 585.



Knotenp. 5, mit Hilfe der gefundenen Spannung 3 — 5, die Spannung 2 — 5 und die Resultante der beiden Spannungen 4 — 5 und 5 — 6, welche wiederum in eine Gerade fallen. Fängt man dann (nach der Polygonal-Methode) in 0 an die Spannungen weiter zu ermitteln, so bleiben im Knotenp. 2 nur 2 unbekannte Spannungen übrig.

Fig. 584 ist ein nach der letzten Methode für den Binder Fig. 583 gezeichneter Kräfteplan.

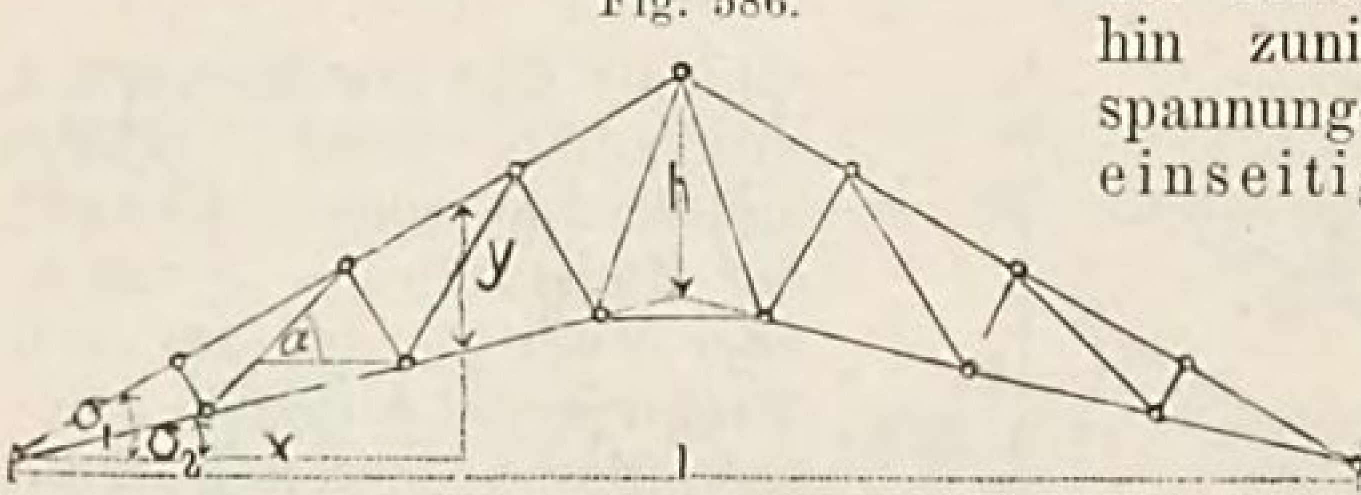
Ist die Vollbelastung eines Binders $= Q$, so erhält man mit Bezug auf Fig. 585 allgemein folgende Werthe für die Spannungen der einzelnen Stäbe:

Stab	Spannung	Stab	Spannung
1 — 2	$-\frac{7Qa}{8d} = S_1$	1 — 8	$7P_1$
2 — 3	$S_1 + \frac{Q(h+h_1)}{8s} = S_2$	8 — 7	$6P_1$
3 — 4	$S_2 + \frac{Q(h+h_1)}{8s} = S_3$	7 — 6	$P_1 \frac{(2n+r)}{r}$
4 — 5	$S_3 + \frac{Q(h+h_1)}{8s}$	6 — 5	$Q\frac{(3l+2f)}{32r}$
3 — 6 und 3 — 8	$+\frac{Ql}{64n} = P_1$	7 — 9	$\frac{Ql}{8h}$
2 — 8 und 4 — 6	$-\frac{Ql}{16s} = P_2$	3 — 7	$2P_2$

δ. **Englischer Dachstuhl**, Fig. 586.

Bei gleichmässiger Vollbelastung nimmt die Spannung in den Gurten vom Auflager nach der Dachmitte hin in linearem Verhältniss ab, während die Spannung der Gitterstäbe vom Auflager nach der Mitte hin zunimmt. Das Maximum der Gurtspannungen tritt bei Vollbelastung ein. Bei e i n s e i t i g e r S c h n e e b e l a s t u n g ist die Spannung der Gitterstäbe in der belasteten Dachhälfte eben so gross, wie bei Vollbelastung, während in der unbelasteten Dachhälfte die Gitterstäbe k e i n e Spannung haben.

Fig. 586.



Man kann demnach die Berechnung sämmtlicher Theile für Vollbelastung ausführen. Für diese Belastung erhält man allgemein folgende Näherungswerthe:

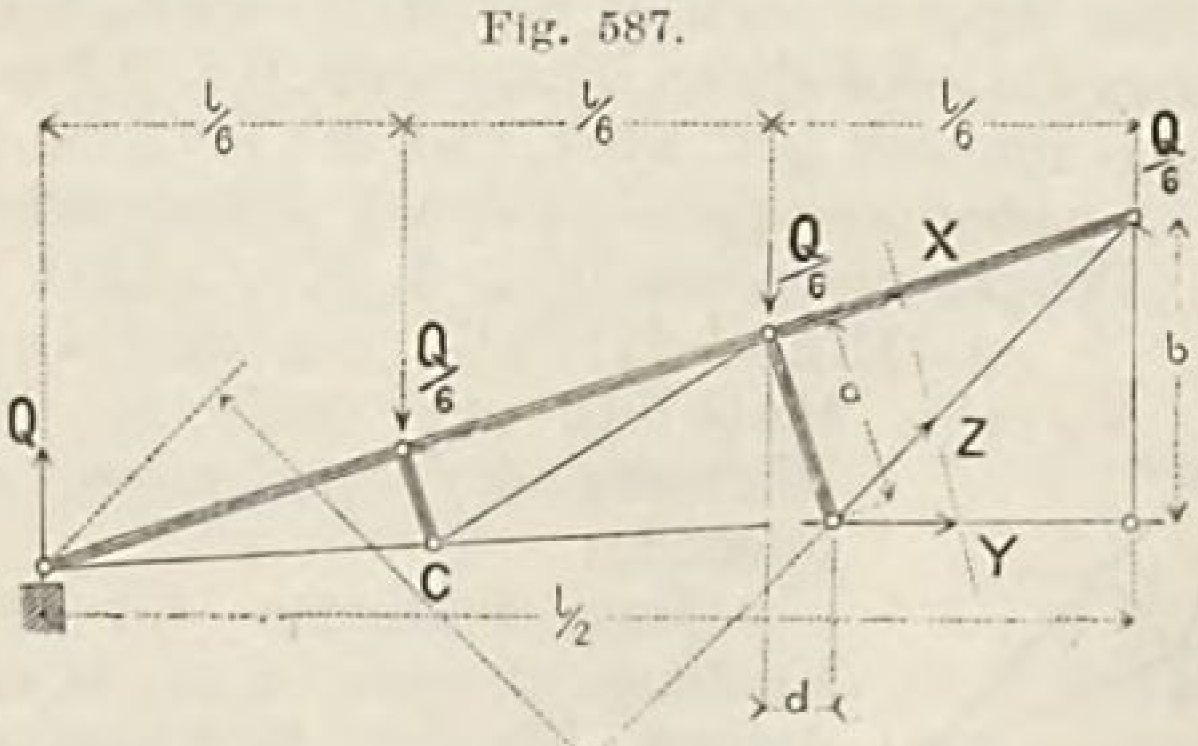
Die Spannung im Obergurt: $S_1 = \frac{ql(l-x)}{4h\cos\sigma_1}$,

„ „ „ Untergurt: $S_2 = \frac{ql(l-x)}{4h\cos\sigma_2}$,

„ „ „ Gitterwerk: $P = \frac{qly}{4h\cos\alpha}$.

Darin bedeutet mit Bezug auf Fig. 586 q die Vollbelastung des Dachträgers pro horizontale Längeneinheit; h die senkr. Höhe des Dachstuhls in der Mitte; y die senkr. Höhe im Abstande x vom Lager; σ_1, σ_2 und α bezw. Neigungswinkel des Ober- und Untergurts und eines Gitterstabes gegen die Horizontale.

Fig. 587.



Die genaue Spannungs-Bestimmung erfolgt nach den bekannten Methoden.

Die Vertheilung der Gesammtlast Q eines Binderfeldes auf die Knotenp. und die Ermittelung der Lagerdrücke geschieht in gleicher Weise, wie vorhin ausgeführt ist.

B e i s p i e l: Nach R i t t e r ' s Methode erhielte man für die 3 Spannungen X, Y, Z, Fig. 587

$$\frac{Q}{6}\left\{\frac{l}{6}+\frac{l}{3}\right\} - Zc = 0; \text{ daraus: } Z = \frac{Ql}{12c} \text{ (Zug).}$$

$$\frac{5}{12} Q \frac{l}{2} - \frac{Q}{6} \left\{ \frac{l}{6} + \frac{l}{3} \right\} - Yb = 0; \text{ daraus: } Y = \frac{Ql}{8b} \text{ (Zug).}$$

$$\frac{5}{12} Q \left\{ \frac{l}{3} + d \right\} - \frac{Q}{6} \left\{ \frac{l}{6} + 2d \right\} + Xa = 0; \text{ daraus: } X = -\frac{Q(gl + 3d)}{36a} \text{ (Druck).}$$

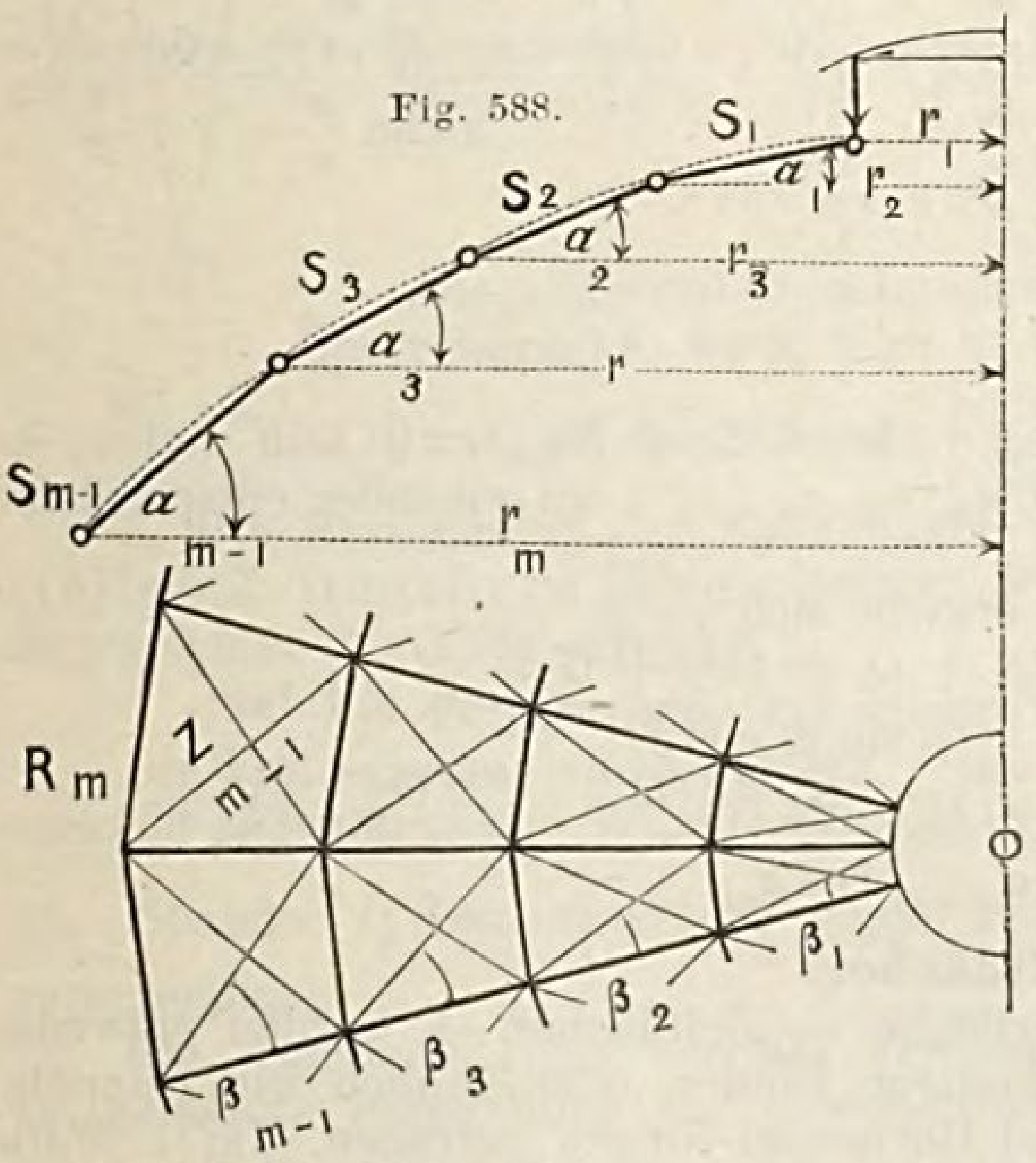
Die Hebelarme a, b, c und d sind aus der Figur durch Messung zu entnehmen oder auch durch Rechnung trigonometrisch zu bestimmen.

Für grössere Dächer wird man einen Theil der Last Q (das Eigengewicht) auch auf die unteren Knotenpunkte mit übertragen, wie dies in Fig. 586 beispielsw. geschehen ist.

ε. Kuppeldächer*) (nach Schwedler).

1. Das Gespärre eines gegliederten Kuppeldaches, Fig. 588, bildet der Form nach ein der durch Rotation einer ebenen Kurve (gemeine oder kubische Parabel) entstandenen Kuppelfläche eingeschriebenes Polyeder.

Fig. 588.



Es besteht aus polygonalen Ringen, welche nach Richtung der Parallelkreise und aus polygonalen radialen Sparren, welche nach Richtung der Meridiane angelegt sind. In die von den Sparren und Ringen gebildeten trapezförmigen Dachfelder werden Kreuz-Diagonalen eingelegt um Verschiebungen des Systems bei einseitigen Belastungen zu begegnen. Der obere Ring — Laternenring — hat Druck; der untere — Fussring oder Mauerring — Zug aufzunehmen. Die Krümmung des Kuppel-Querschnitts erfolgt gewöhnlich nach einer kubischen oder einer gemeinen Parabel. Der Material-Bedarf für ein und dieselbe Kuppel verhält sich je nach Anwendung der kubischen und gemeinen Parabel theoret. $= 2:3$.

2. Es bedeute, mit Bezug auf das in Fig. 588 skizzirte Kuppeldach:

n Anzahl der Sparren,
m „ „ Ringe,
$\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_{m-1}$ Dachwinkel der Sparren-Polygonseiten,
$\beta_1 \beta_2 \ldots \beta_{m-1}$ Winkel zwischen Diagonalen und Sparren,
$G_1, G_2 \ldots G_{m-1}$ Eigengew. der Kuppelzonen, welche als Last auf die Knotenp. kommen. Bei G_1 das Gew. der Laterne einbegriffen,
$Q_1, Q_2 \ldots Q_{m-1}$ Gew. der voll belasteten Kuppelzonen (einschl. Eigengew.),
$S_1, S_2 \ldots S_{m-1}$ Druckspannungen in den Sparrenpolygon-Seiten,
$R_1, R_2 \ldots R_m$ Spannungen der Ringe,
$Z_1, Z_2 \ldots Z_{m-1}$ Spannungen der Zug-Diagonalen.

Unter der Annahme, dass nur die vertikale Seitenkraft des Winddrucks in Rechnung gezogen wird, gelten für die gefährlichste Belastung folgende Regeln:

Der grösste Sparrendruck tritt bei Vollbelastung der Kuppel ein.

Ein Ring erleidet den grössten Zug, wenn der innerhalb desselben befindliche Kuppeltheil voll belastet ist, der Ring selbst mit seiner Zone dagegen unbelastet bleibt; dagegen erleidet der Ring den grössten Druck, wenn die Belastungsweise umgekehrt der eben angegebenen ist. Die Diagonalen eines Feldes haben den grössten Zug, wenn die halbe Kuppel auf einer Seite des durch die Diagonalen-Mitte gehenden Durchmessers voll belastet, die andere leer ist.

*) Ausführliche Berechnung eines Lokomotivschuppen-Daches vergl. in einer Mittheilung des Verfassers: „Polygonal-Lokomotiv-Schuppen auf Bahnhof Hannover“. Zeitschr. des Hann. Archit.- u. Ingen.-Verein 1870. — Grafische Ermittelung der Spannungen in einer Schwedler'schen Kuppel-Konstruktion von Foeppl, vergl. „Die Eisenbahn“ 1882.

3. Danach erhält man folgende Spannungen in den Sparren:

$$S_1 = \frac{Q_1}{n \sin \alpha_1}; \quad S_2 = \frac{Q + Q_2}{n \sin \alpha_2}; \text{ u. s. f. bis } S_{m-1} = \frac{Q_1 + Q_2 + \ldots . Q_{m-1}}{n \sin \alpha_{m-1}}.$$

Soll der Sparrendruck ein gleicher bleiben, also $S_1 = S_2 = S_3 \ldots.$ und so weiter $= S$ sein, so sind die Winkel $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \ldots.$ entsprechend zu wählen.

Ferner die grössten Ringspannungen:

	Grösster Zug	Grösster Druck
R_1 (Laternenring)	0	$\dfrac{S_1 \cos \alpha_1}{2 \sin \frac{\pi}{n}}$
R_2	$\dfrac{Q_1 \operatorname{cotg} \alpha_1 - (Q_1 + G_2) \operatorname{cotg} \alpha_2}{2n \sin \frac{\pi}{n}}$	$\dfrac{G_1 \operatorname{cotg} \alpha_1 - (G_1 + Q_2) \operatorname{cotg} \alpha_2}{2n \sin \frac{\pi}{n}}$
R_3	$\dfrac{(Q_1 + Q_2) \operatorname{cotg} \alpha_2 - (Q_1 + Q_2 + G_3) \operatorname{cotg} \alpha_3}{2n \sin \frac{\pi}{n}}$	$\dfrac{(G_1 + G_2) \operatorname{cotg} \alpha_2 - (G_1 + G_2 + Q_3) \operatorname{cotg} \alpha_3}{2n \sin \frac{\pi}{n}}$
	und so fort.	
R_m (Fussring)	$\dfrac{S_{m-1} \cos \alpha_{m-1}}{2 \sin \frac{\pi}{n}}$	0

Wenn die mittlern Ringspannungen, d. h. $R_{max.} + R_{min.} = 0$ sein sollen, so muss das Verhältniss der Neigungswinkel $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \ldots$ zu einander entsprechend gewählt werden.

Für die Diagonal-Spannungen ergiebt sich:

$$Z_1 \overline{\overline{<}} \frac{Q_1 - G_1}{n \sin \alpha_1 \cos \beta_1}; \quad Z_2 \overline{\overline{<}} \frac{Q_1 + Q_2 - (G_1 + G_2)}{n \sin \alpha_2 \cos \beta_2} \text{ u. s. f. bis:}$$

$$Z_{m-1} \overline{\overline{<}} \frac{(Q_1 + Q_2 + \ldots . Q_{m-1}) - (G_1 + G_2 + \ldots . G_{m-1})}{n \sin \alpha_{m-1} \cos \beta_{m-1}}.$$

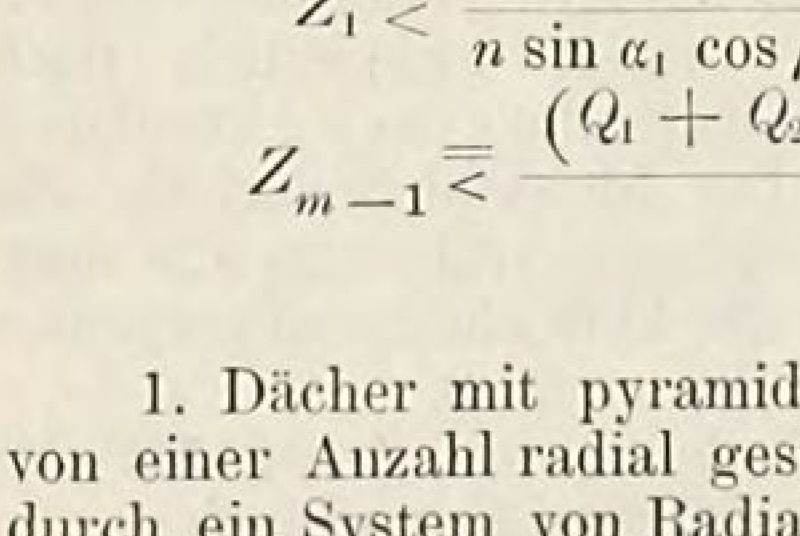
ζ. Zeltdächer.

1. Dächer mit pyramidenförm. Oberfläche — Zeltdächer — werden entweder von einer Anzahl radial gestellter selbständiger Binder, oder ähnlich wie Kuppeln, durch ein System von Radial-Sparren und Horizontal-Ringen getragen. Im 1. Falle sind die Binder wie bei den Balkendächern zu berechnen; für Walm- und Gratsparren bei Holzdächern gelten dabei die weiterhin angegebenen Regeln. Die grössern, wie Kuppeln angeordneten Zeltdächer, werden auch analog wie jene berechnet.

Bei flachen Zeltdächern braucht man nur die vertikale Seitenkraft des Winddrucks in Rechnung zu ziehen; bei steilen Zeltdächern (namentlich bei Thurmdächern) ist der Einfluss des Windes dagegen genauer zu untersuchen.

2. Für die Bestimmung der gefährlichsten Belastung gelten folgende Regeln: Die Sparren erleiden Druck, welcher bei Vollbelastung am grössten ist. Alle Ringe erleiden Druck, mit Ausnahme des Fussringes, der nur auf Zug beansprucht wird. Der grösste Druck findet statt, wenn nur die betr. Ringzone voll belastet ist. Der grösste Zug im Fussring wird bei Vollbelastung des ganzen Daches erreicht. Die Diagonalen sind genau so, wie bei den Kuppeln zu berechnen.

Fig. 589.



3. Demnach erhält man, unter Beibehaltung der bei den Kuppeln eingeführten Bezeichnungen und mit Bezug auf Fig. 589:

$$S_x = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3 \ldots . Q_x}{n \sin \alpha}; \quad R_x = -\frac{Q_x \operatorname{cotg} \alpha}{2n \sin \frac{\pi}{n}}.$$

Im Fussring: $R_m = \dfrac{(Q_1 + Q_2 + \ldots . Q_{m-1}) \operatorname{cotg} \alpha}{2n \sin \frac{\pi}{n}}$,

$$Z_x = \frac{(Q_1 + Q_2 + \ldots .. Q_x) - (G_1 + G_2 + \ldots .. G_x)}{n \sin \alpha \cos \beta_x}.$$

4. Die Spannungen S, R und Z lassen sich in einfacher Weise nach der Polygonal-Methode auch grafisch bestimmen. Man trage in der Kraft-Vertikalen

Fig. 590.

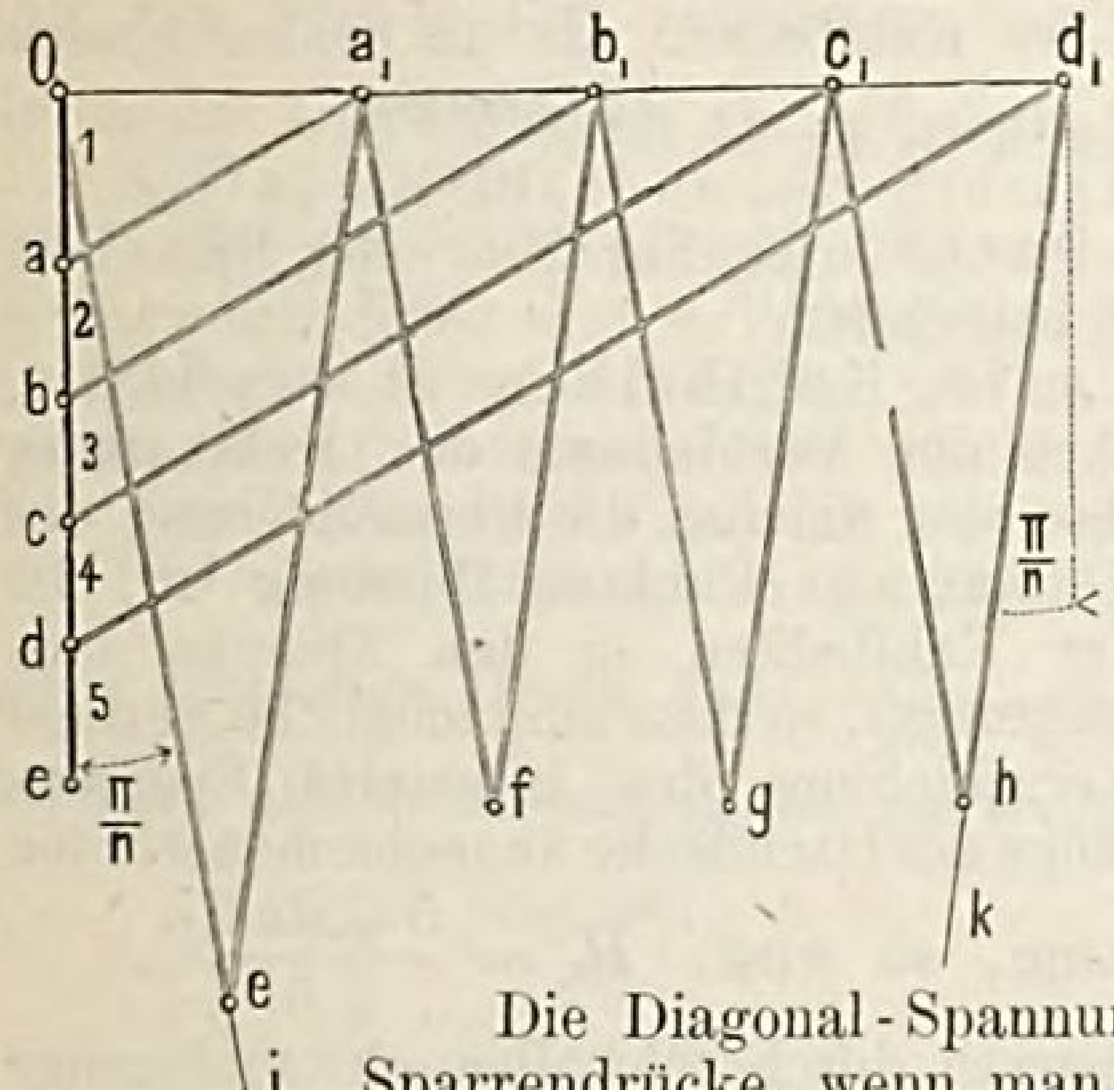


Fig. 590 die Belastungen der Knotenp. 1, 2, 3, 4, das ist $\frac{Q_1}{n}, \frac{Q_2}{n}, \frac{Q_3}{n}, \frac{Q_4}{n}$ auf. Ziehe eine Horizontale durch O und ferner durch die Theilp. der Kraft-Vertikalen Parallelen zur Richtung der Sparren. Dann ist: $S_1 = aa_1$; $S_2 = bb_1$; $S_3 = cc_1$ u. s. w.

Die Strecken:

$H_1 = Oa_1$; $H_2 = a_1 b_1$; $H_3 = b_1 c_1$.. $H_m = Od_1$ stellen die horizontalen Sparrenschübe in den Knotenp. 1, 2, 3 bis m dar. Zieht man in den Punkten O, a_1, b_1, c_1, d_1 Parallelen zu den Seilpolygon-Seiten, so erhält man:

$$\left.\begin{array}{l} R_1 = Oe = a_1 e \\ R_2 = a_1 f = b_1 f \\ R_3 = b_1 g = c_1 g \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{Druck u. s. w. } R_m = Oi \\ = d_1 k \text{ (Zug).}\end{array}$$

Die Diagonal-Spannungen kann man eben so bestimmen, wie die Sparrendrücke, wenn man in der Kraft-Vertikalen anstatt der Strecken $\frac{Q_1}{n}, \frac{Q_2}{n}, \frac{Q_3}{n}$ u. s. w. die Strecken $\frac{Q_1 - G_1}{n \cos \beta_1}, \frac{Q_2 - G_2}{n \cos \beta_2}, \frac{Q_3 - G_3}{n \cos \beta_3}$ u. s. w. aufträgt.

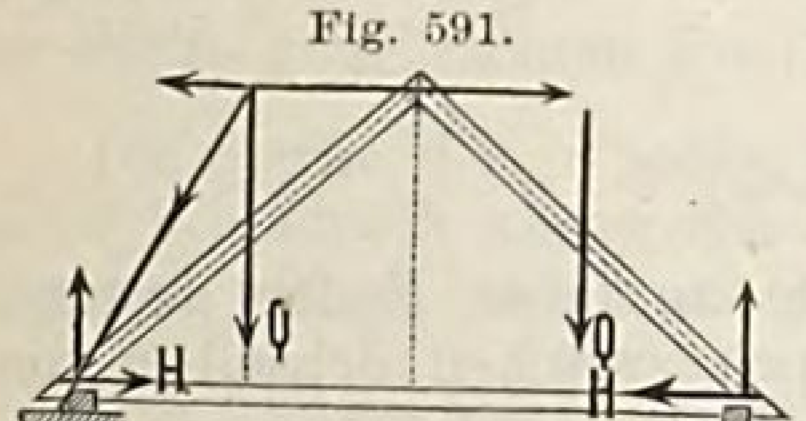
5. Die Bestimmung der Spannungen aus dem einseitigen Winddruck bei steilen Zeltdächern (Thurmdächern) kann nach der bei Gitterpfeilern (S. 658) angegebenen Methode erfolgen.*)

η. Ergebnisse für einige hölzerne Dachstühle.**)

Die Vollbelastung eines Binders, (einschl. des annähernd in vertikaler Richtung wirkend angenommenen Winddrucks) sei $2\,Q$, so dass jeder Sparren mit Q belastet ist. Spannw. l; Dachwinkel α; ganze Sparrenlänge $s = \frac{l}{2 \cos \alpha}$; k zulässige Inanspruchnahme.

Die Annahme eines vertikal gerichteten Winddrucks ist hier zulässig, weil die genauere Behandlung nur unwesentlich andere Ergebnisse liefert.

Fig. 591.

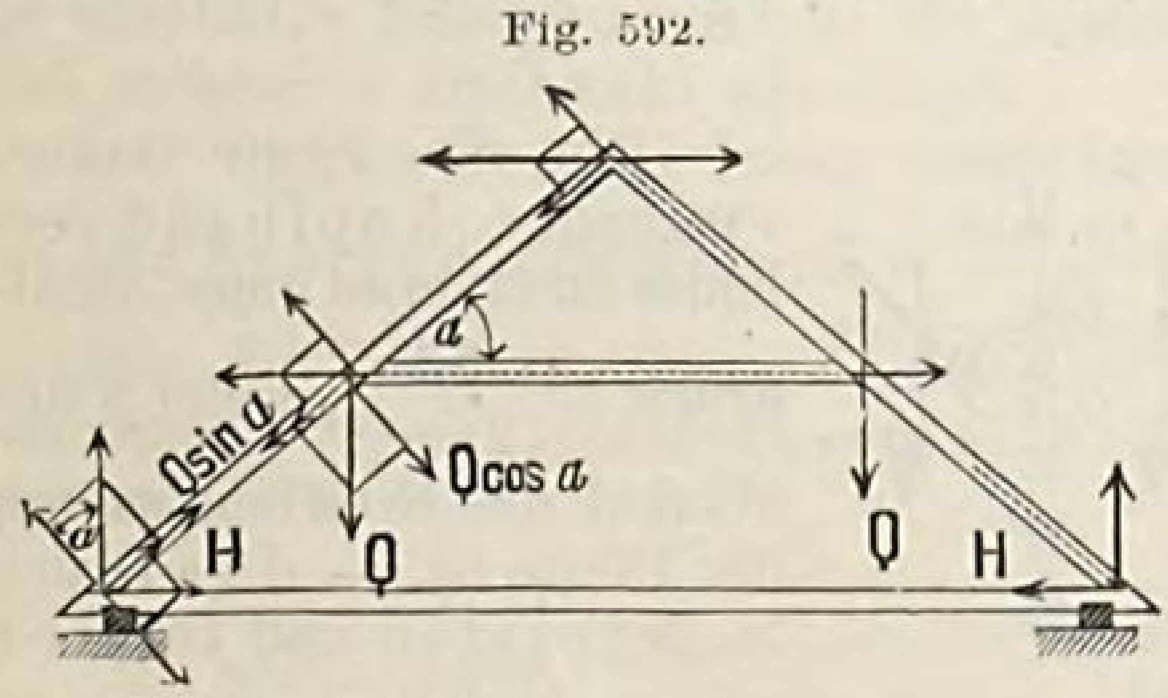


1. Einfaches Sparrendach. Fig. 591. Der Sparren erleidet einen Druck $S = \frac{Q}{2 \sin \alpha}$ und ein durch die gleichmässige Belastung $Q \cos \alpha$ erzeugtes grösstes Biegungsmom. $\frac{Q \cos \alpha\, s}{8} = \frac{Q l}{16}$. Sind b und h die Sparren-Dimensionen, so folgt:

$$b h^2 = \frac{3\,Q}{8 k}\left(l + \frac{4 h}{3 \sin \alpha}\right).$$

Der Sparrenschub oder der Horizontalschub H im Balken ist $= \frac{Q \operatorname{cotg} \alpha}{2}$.

Fig. 592.



2. Einfaches Kehlbalkendach, Fig. 592. Wenn angenommen wird, dass durch den Kehlbalken die Sparrenlänge s in 2 gleiche Hälften zerlegt wird, so erhält man den Sparrendruck nahezu $= \frac{Q\,(8 + 3 \cos^2 \alpha)}{16 \sin \alpha}$. Ausserdem wirkt in der Sparrenmitte ein Maximal-Moment $= \frac{Q l}{64}$, so dass man den Querschn. des Sparrens erhält: $b h^2 = \frac{3\,Q l}{32 k}$.

*) Ueber die ausführliche Berechnung eines eisernen Thurmdaches vergl. eine Mittheilung von Reimann: Die Thurmpyramide d. St. Petrikirche in Hamburg; Zeitschr. f. Bauw. 1883.

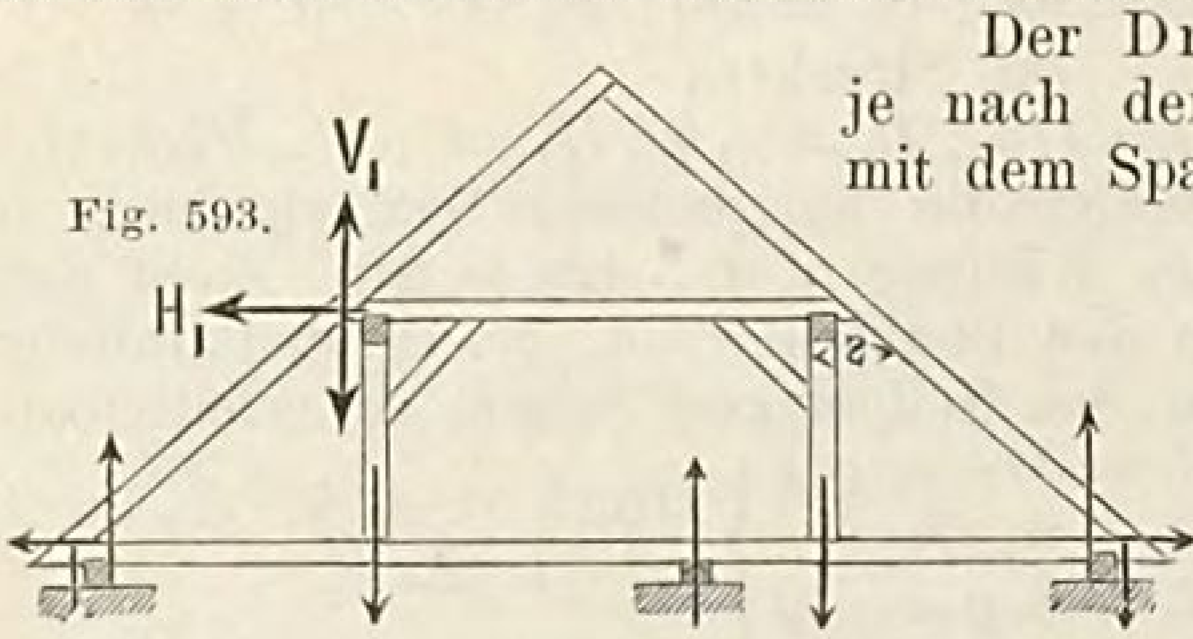
**) Ausführliche Berechnungen finden sich bei Holzhey, Vorträge über Baumechanik, 1879. 2. Th. S. 629 ff.

Wegen des Zapfenloches in der Mitte oder wegen der Ueberblattung nimmt man aber die Dimensionen entsprechend grösser. **Druck im Kehlbalken** $= \frac{5 Q \operatorname{cotg} \alpha}{8}$.

Bei der Berechnung auf Knicken ist der Kehlbalken als an beiden Enden **frei drehbar** anzunehmen. Der **Sparrenschub** ist $= \frac{13 Q \operatorname{cotg} \alpha}{16}$.

3. **Doppelt stehender Kehlbalken-Dachstuhl**, Fig. 593. Der **Sparren** ist wie beim einfachen Kehlbalken-Dache zu berechnen.

Fig. 593.



Der **Druck im Kehlbalken** ist verschieden, je nach der Art der Verbindung des Kehlbalkens mit dem Sparren, von welcher die Formänderung des Verbindungs-Punktes abhängig ist. Ist der Kehlbalken in den Sparren blos eingezapft, so dass eine mögliche geringe Verschiebung des belasteten Sparrens längs der Dachfläche angenommen werden kann, so wird: $H_1 = \frac{5 Q \sin 2 \alpha}{6}$.

Ist dagegen der Kehlbalken mit dem Sparren durch schwalbenschwanzförmige Ueberblattung unter Zuhilfenahme eines Bolzens verbunden, so kann sich der Verbindungspunkt nur in der Vertikalen bewegen und es wird: $H_1 = 0$.

Wenn bei dem nur eingezapften Kehlbalken die **Reibung** zwischen seinem Hirnende und der Sparren-Unterfläche eine Verschiebung des Sparrens längs der Dachfläche verhindert, was so lange stattfindet, als der Dachwinkel $\alpha \overline{\leq}$ als der Reibungswinkel φ ist, so ergäbe sich $H_1 = \frac{5 Q \sin 2 \alpha}{16} (1 - \operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \varphi)$.

Ausserdem erleidet der Kehlbalken den **Pfettendruck** V_1 in der Entfernung a vom Ende, also ein Moment $V_1 a$. V_1 ist, je nach der Art der Verbindung des Kehlbalkens mit dem Sparren:

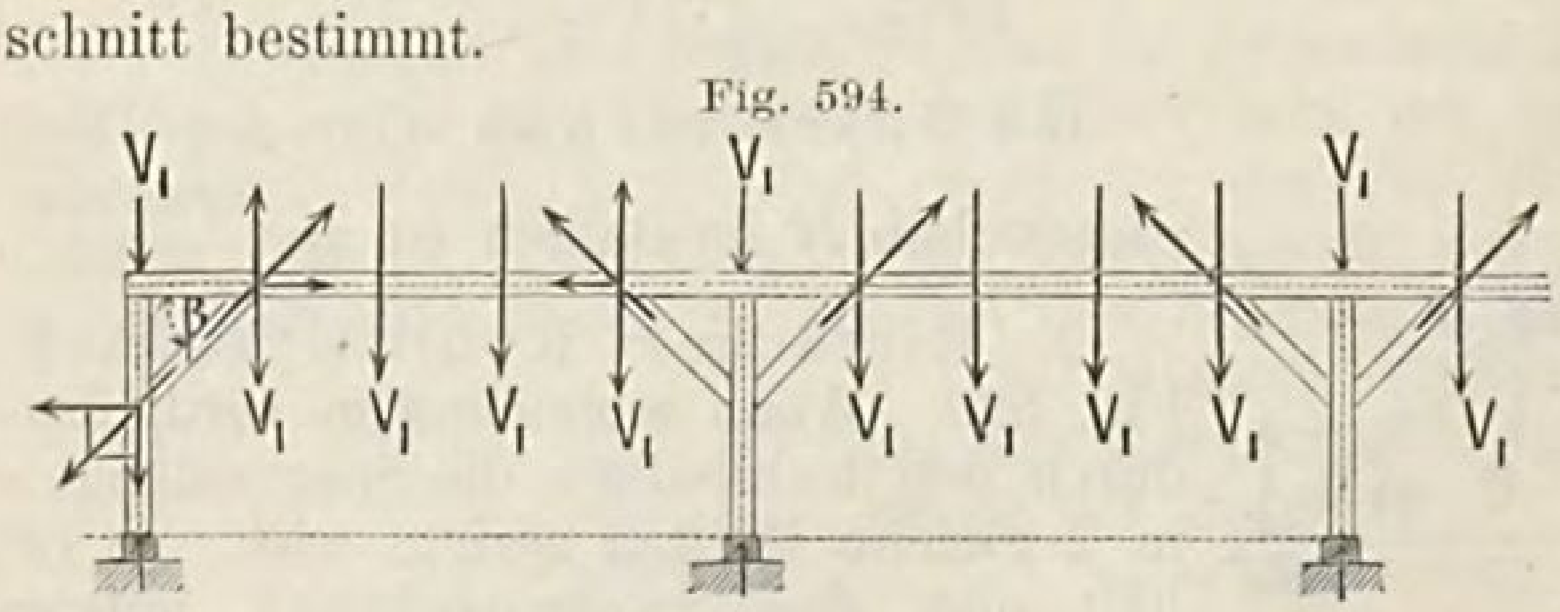
$$V_1 = \frac{5 Q \cos^2 \alpha}{8} \text{ oder } = \frac{5 Q}{8} \text{ oder } = \frac{5 Q \cos^2 \alpha}{8} (1 + \operatorname{tang} \alpha \operatorname{tang} \varphi).$$

Wenn man die Maximalwerthe $H_1 = \frac{5 Q \sin 2 \alpha}{16}$ und $V_1 = \frac{5 Q}{8}$ zu Grunde legt, so erhält man für die Kehlbalken-Dimensionen $b_1 h_1$:

$$b_1 h_1^2 \overline{>} \frac{5 Q}{4 k} \left(3 a + \frac{h_1 \sin 2 \alpha}{4}\right).$$

Eine **Pfette**, Fig. 594, wird von einer Stuhlsäule an ihren Enden gestützt und erleidet sowohl auf den Stuhlsäulen selbst, als auch zwischen denselben von jedem der n Leersparren einen Vertikaldruck $V_1 = \frac{5 Q}{8}$. Danach ist ihr Querschnitt bestimmt.

Fig. 594.



Ein die Pfette unterstützendes **Kopfband** erleidet annähernd einen Axialdruck $= \frac{n V_1}{2 \sin \beta}$, wenn β der Winkel des Kopfbandes mit der Pfette ist. — Der Druck in der **ersten** und **letzten** Stuhlsäule ist $= \left(\frac{n+1}{2}\right) V_1$, in den übrigen mittlern Stuhlsäulen doppelt so gross $= (n + 1) V_1$.

Auf die erste und letzte Stuhlsäule wirkt im Angriffsp. des Kopfbandes und in der Axenrichtung des letztern noch die biegende Kraft $= \frac{n V_1 \operatorname{cotg} \beta}{2}$.

Auf den **Binderbalken** wirkt ausser dem Eigengew. und etwa noch von einer mittlern Stütze herrührenden Kräften der **Gesammt-Sparrenschub**

$= (n+1)\,\frac{3\,Q \operatorname{cotg} \alpha}{16}$, ferner durch die Stuhlsäulen je einen Vertikaldruck $= (n+1)\,V$. Der von den in ihm verzapften Sparren herrührende Vertikaldruck $\frac{3\,Q}{8}$ kann durch die Unterstützung als aufgehoben angesehen werden.

4. Doppelt stehender Pfetten-Dachstuhl. Wenn die Sparren nicht wie in der ältern Anordnung, Fig. 593, auf den Kehlbalken ruhen, sondern, wie in Fig. 595 direkt durch Pfetten gestützt sind, wobei unter den Leersparren die Kehlbalken in Wegfall kommen, und im Binder Doppelzangen angeordnet werden, treten nahezu dieselben Kräfte in den einzelnen Konstruktions-Theilen auf, wie bei dem Kehlbalken-Dachstuhl, mit gut befestigten, verbolzten Kehlbalken.

Die untere Pfette bei A, Fig. 595, erleidet von jedem der n Leersparren einen vertikalen Druck $V = \frac{3\,Q}{8}$ und einen horizontalen Druck $H = \frac{3\,Q \operatorname{cotg} \alpha}{16}$. Sie wird also beansprucht wie ein Balken, der an den Enden frei aufliegend, durch

Fig. 595.

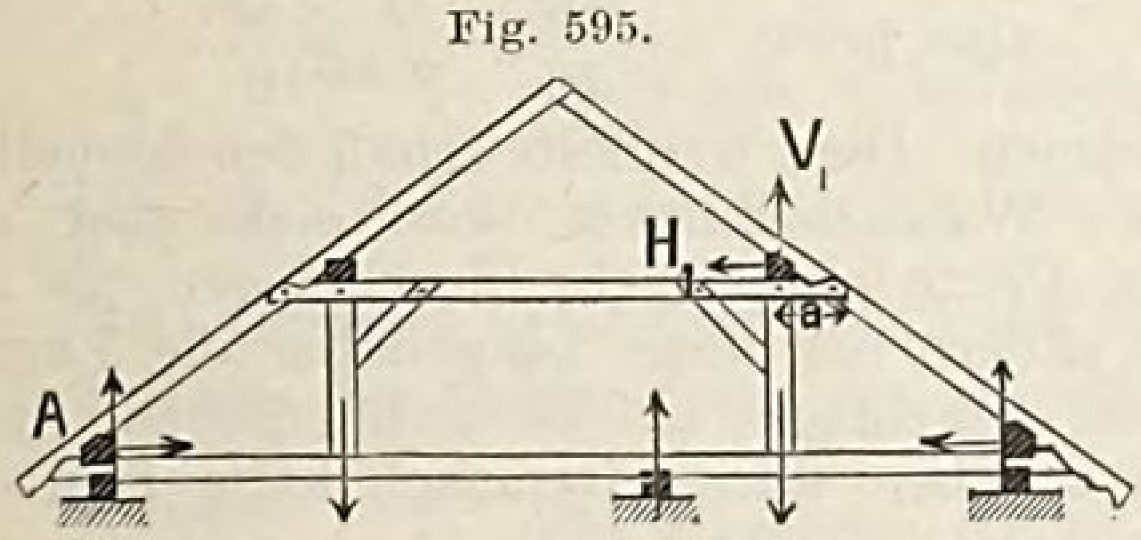
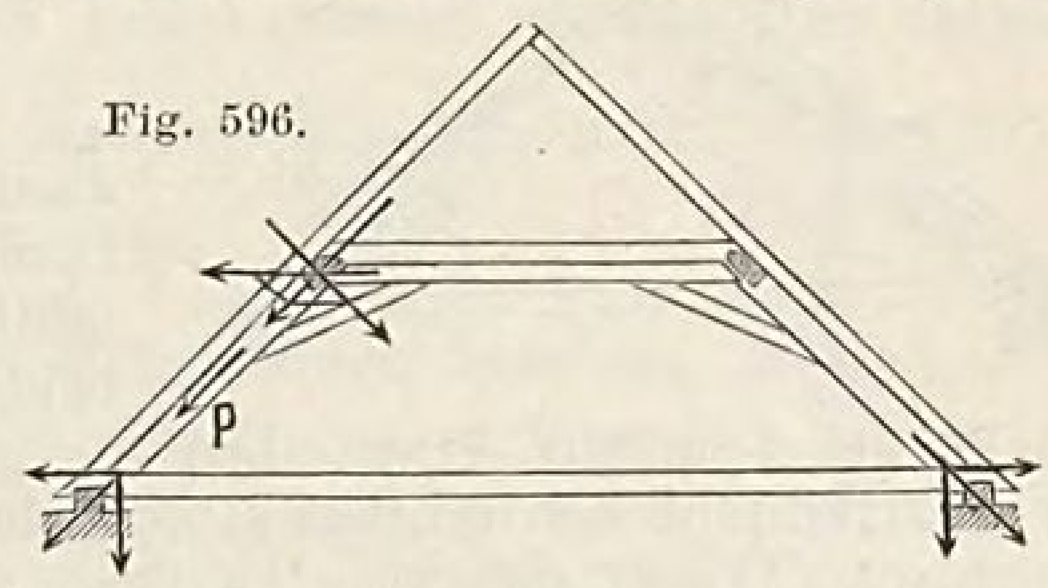


Fig. 596.



eine gleichförm. vertheilte Last $= (n+1)\,V$ von oben und gleichzeitig durch eine andere gleichförm. vertheilte Last $= (n+1)\,H$ seitlich gebogen wird.

5. Liegender Kehlbalken-Dachstuhl, Fig. 596. Der Sparren berechnet sich wie vor. Der Kehlbalken erleidet einen Druck:

$H_1 = \frac{5\,Q \sin 2\,\alpha}{16}\,(1 - \operatorname{cotg} \alpha \operatorname{tang} \varphi)$. Die Pfette erhält in jedem der n Leergebinde einen vertik. Druck $V_1 = \frac{5\,Q \cos^2 \alpha}{8}\,(1 + \operatorname{tang} \alpha \operatorname{tang} \varphi)$. Die zur Unterstützung der Pfette angebrachten Kopfbänder erhalten den Axialdruck $= \frac{n\,V_1 \sin \alpha}{2 \sin \beta}$.

Die Stärke der in jedem Hauptgebinde angebrachten Kopfbänder, welche einer durch Winddruck angestrebten Verschiebung der Stuhlsäulen und des Spannriegels entgegen wirken, wird nach praktischen Rücksichten bestimmt.

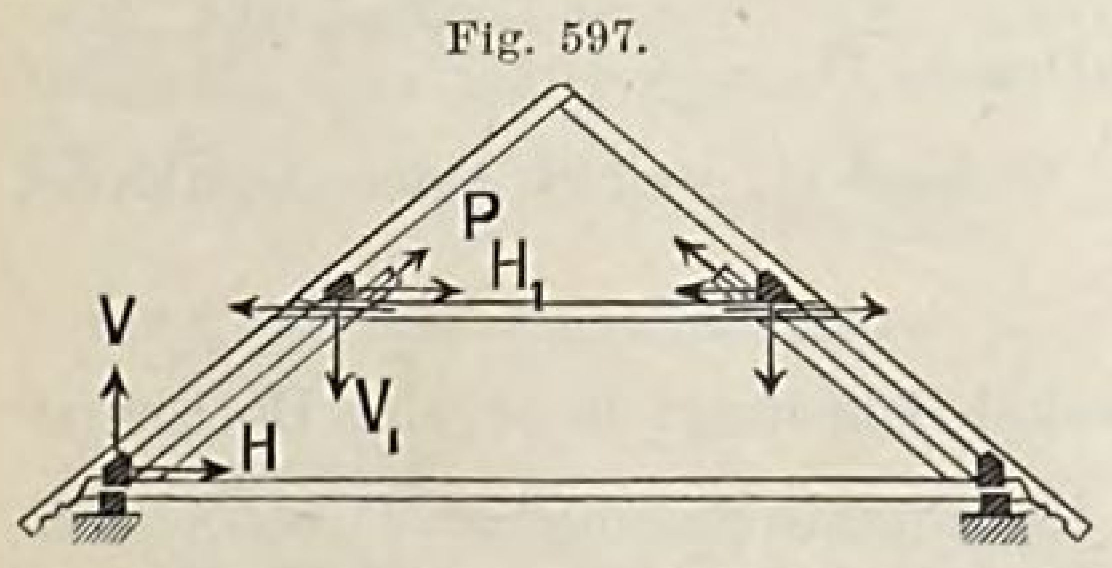
Die Stuhlsäule hat einen Gesammtdruck $P = \frac{(n+1)\,V_1}{\sin \alpha}$ aufzunehmen. Die besondere Inanspruchnahme der ersten und letzten Stuhlsäule ist ähnlich wie beim stehenden Dachstuhl abzuleiten.

Der Spannriegel erleidet einen Druck $= (n+1)\,V_1 \operatorname{cotg} \alpha$.

Der Sparrenschub ist: $H = \frac{Q \operatorname{cotg} \alpha}{16}\,[3 + 10 \sin^2 \alpha\,(1 - \operatorname{cotg} \alpha \operatorname{tang} \varphi)]$.

Der Balken in einem mittleren Hauptgebinde erleidet eine Horizontalspannung $= (n+1)\,(H + V_1 \operatorname{cotg} \alpha)$. Event. muss der Balken als Deckenträger berechnet werden. —

Fig. 597.



Bei der in Fig. 597 gezeichneten neuern Anordnung des liegenden Kehlbalken-Dachstuhls erleidet die obere und untere Pfette je n horizontale und n vertikale Drücke H_1 und V_1, bezw. H und V. Es ist:

$$V + V_1 = Q \text{ und: } H + H_1 = \frac{3\,Q}{16} \operatorname{cotg} \alpha.$$

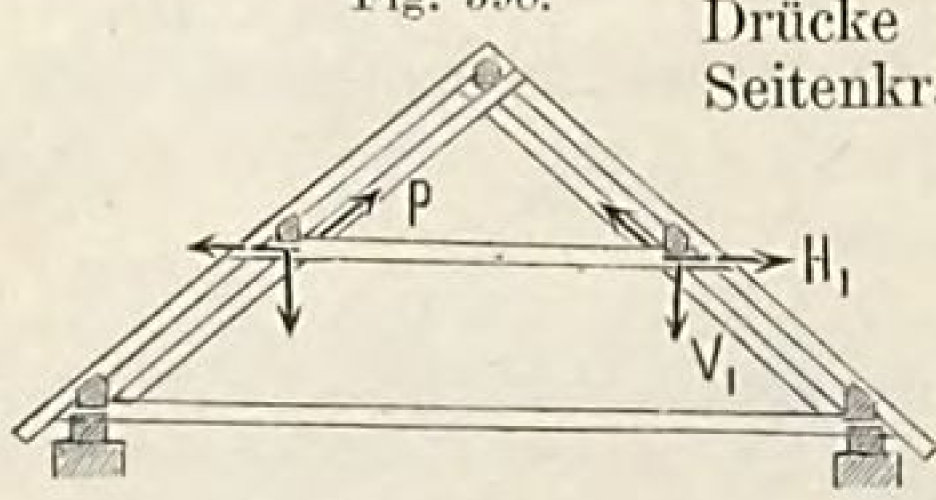
Bei Berechnung der Pfettenstärken ist zu beachten, dass beide Pfetten durch die aufgekämmten Sparren in Folge der Horizontaldrücke H bezw. H_1 nahezu gleich

grosse horizontale Durchbiegungen erfahren. Diese Bedingung giebt die Gleichg.: $\frac{H_1}{J_1} = \frac{H}{J}$, wenn J_1 und J bezw. die Trägheitsmom. der beiden Pfetten bezeichnen.

Aus den Beziehungen der zum Sparren normalen Seitenkräfte von H und H_1, V und V_1 zu den Lagerdrücken des Sparrens, der als ein kontinuirl. Träger auf 3 gleich hoch liegenden Stützen A, B, C lagernd angesehen werden kann, ergeben sich weitere Bedingungen. Sparren und Balken sind wie vor zu berechnen. Strebendruck $= \frac{(n+1)\,V_1}{\sin\alpha}$. Druck in der Doppelzange $= (n+1)\frac{5\,Q \operatorname{cotg}\alpha}{8}$.

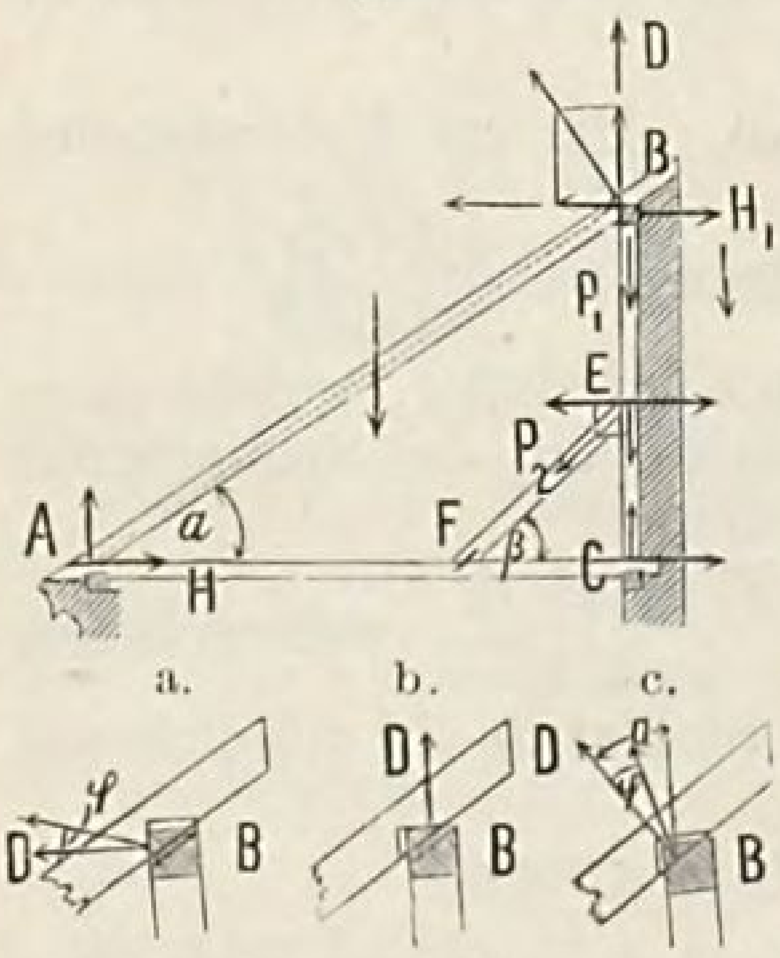
6. Pfettendach. Verlängert man in Fig. 597 die Streben bis zum First und bringt auch dort eine Pfette an, so erhält man das Pfettendach, nach Fig. 598. Wenn man annimmt, dass die Pfetten nur vertikale Drücke erleiden, so sind diese Drücke den vertikalen Seitenkräften der Lagerdrücke des Sparrens gleich, also bezw. $= \frac{3\,Q}{16}, \frac{5\,Q}{8}, \frac{3\,Q}{16}$ anzunehmen. Die Firstpfette erhält den doppelten Druck. Wahrscheinlicher wird sich aber die mittlere Pfette etwas mehr durchbiegen als die beiden andern und man kann daher die Lagerdrücke des Sparrens etwa eben so gross annehmen, als sie sich ergeben, wenn der Sparren auf der mittlern Pfette unterbrochen wäre. Demnach hätte man die First- und je eine Mittelpfette wie einen Balken mit n Einzellasten $\frac{Q}{2}$ und je eine untere Pfette wie einen halb so stark belasteten Balken zu berechnen.

Fig. 598.



Strebendruck $= (n+1)\frac{Q}{2\sin\alpha}$. Druck in der Doppelzange $= (n+1)\frac{Q \operatorname{cotg}\alpha}{2}$.

Fig. 599.



7. Pultdach, Fig. 599. Je nach der Lage der Stützfläche zwischen dem Sparren und der Wandsäule bei B hat der erstere entweder einen horizontalen, Fig. 599a, einen vertik. Fig. 599*b* oder einen senkrecht zur Sparrenaxe gerichteten Lagerdruck D Fig. 599c auszuhalten. Danach ergiebt sich bezw.:

$$D = \frac{Q \operatorname{cotg}\alpha}{2} \text{ oder: } D = \frac{Q}{2} \text{ oder: } D = \frac{Q\cos\alpha}{2}.$$

Nimmt man D senkr. zur Sparrenaxe an, so erhält man zur Bestimmung der Sparren-Dimensionen, wie beim einfachen Sparrendache, die Bedingung:

$$b\,h^2 = \frac{3\,Q}{8\,k}\left(l + \frac{4\,h}{3\sin\alpha}\right).$$

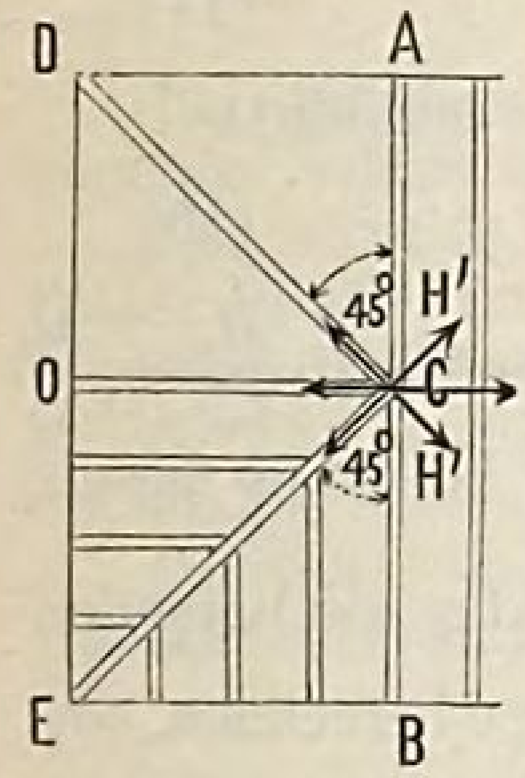
Die gewöhnlich mit Kopfbändern versehene Pfette erleidet durch jeden Sparren einen Druck D, dessen vertikale, bezw. horizontale Seitenkraft $= \frac{Q\cos^2\alpha}{2}$, bezw. $= \frac{Q\sin 2\alpha}{4}$ ist. Danach sind Pfette und Kopfband wie beim stehenden Dachstuhl zu berechnen.

Die Wandsäule erhält von der Pfette einen vertikalen Druck: $P_1 = (n+1)\frac{Q\cos^2\alpha}{2}$ und einen horizontalen Druck: $H_1 = (n+1)\frac{Q\sin 2\alpha}{4}$. Ihre Drehung um C wird durch die Strebe FE verhindert, welche einen Axialdruck $P_2 = \frac{H_1\,a}{a_1\cos\beta}$ aufzunehmen hat.

Auf den Balken wirken ausser der Vertikal-Belastung: in A eine Horizontalspannung $H = (n+1)\frac{Q\sin 2\alpha}{4}$, in B eine Horizontalspannung $= P_2\cos\beta - H_1$ und in F der Strebendruck P_2.

8. Walmdach. Im Walm eines einfachen Sparrendaches, Fig. 600, verhalten sich die Belastungen eines belieb. Schiftsparrens und eines Hauptsparrens wie ihre Längen. Der Gratsparren empfängt danach zwischen seinen Lagerpunkten von den angeschifteten Sparren verschiedene Vertikaldrücke, die sich (mit Bezug auf das Beispiel, Fig. 600) = 1 : 2 : 3 verhalten. Am obern Ende C empfängt er in seiner Vertikalebene einen horizontalen Gegendruck H', der vom Hauptgebinde AB und dem andern Gratsparren herrührt, und am untern Ende E übt er auf den Gratbalken einen Horizontalschub H' und einen Vertikaldruck V' aus. Im vorliegenden Falle ergiebt sich:

Fig. 600.



$$H' = \frac{7 Q \sqrt{2} \cot \alpha}{8}; \quad V' = \frac{3}{4} Q.$$

Das Biegungsmom. $\mathfrak{M}$ ist in der Mitte des Gratsparrens am grössten:

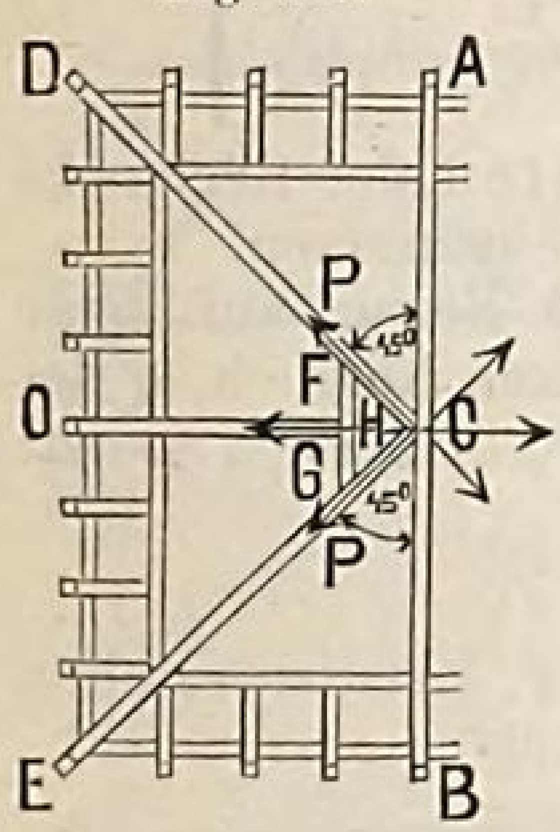
$$\mathfrak{M} = \frac{\sqrt{2}\, Ql}{8},$$ d. h. $2\sqrt{2}$ Mal grösser als das Maximalmom. eines mit Q belasteten Sparrens.

Der Axialdruck im Gratsparren ist: $= \frac{\sqrt{2}\, Q}{8 \sin \alpha} \left(7 + \frac{3 \sin^2 \alpha}{2}\right)$.

Sind b und h die Dimensionen des mit Q belasteten Sparrens, b' und h' die Dimensionen des Gratsparrens, so ergiebt sich annähernd: $b' h'^2 = 2\sqrt{2}\, b h^2$.

Ein Gratbalken CE, Fig 601, erleidet durch den mit ihm verzapften Gratsparren einen Horizontalschub H'; ausserdem wird auf ihn durch den Wechsel FG noch die entsprechende Seitenkraft des Sparrenschubes $H = \frac{Q \cot \alpha}{2}$ im Balken OH übertragen, so dass sich die Gesammt-Axialspannung P im Gratbalken zu:

Fig. 601.



$$P = \frac{7 Q \sqrt{2} \cot \alpha}{8} + \frac{Q \cot \alpha}{2\sqrt{2}} = \frac{9 Q \sqrt{2} \cot \alpha}{8}$$ ergiebt.

In der Mitte des Balkens AB (im Hauptgebinde) entsteht durch den Schub der Gratbalken ein Biegungsmom.:

$$\frac{P \sqrt{2}\, l}{4} = \frac{9\, Q l \cot \alpha}{16}.$$

Auf den Scheitel C des Gebindes AB wird von beiden Gratsparren und dem Sparren CO ein Gesammt-Horizontalschub $= \frac{9 Q \cot \alpha}{4}$ ausgeübt, welcher durch den Längenverband oder den gegenüber liegenden Walm aufgehoben wird.

h. Balkenbrücken.

Im vorliegenden und folgenden Kapitel konnten nur die allgemeinen Methoden zur Behandlung der wichtigsten Brückenbau-Systeme: der Balkenbrücken, Bogenbrücken und Hängebrücken gegeben werden.

Eingehendere Angaben folgen an späterer Stelle.

α. Blechträger.

Ueber die genaue Bestimmung der Durchbiegung auf grafischem Wege vergl. Elastizitäts-Lehre S. 586. Ueber die Bestimmung der äussern Kräfte vergl. S. 630 ff. Das günstigste Verhältniss der Trägerhöhe h zur Spannweite l beträgt:

	bei 10 m Spannw.	bei 30 cm Spannw.
für eingleis. Eisenbahnbrücken:	$\frac{h}{l} = 0{,}13$	$\frac{h}{l} = 0{,}10$
„ zweigleis. „	$\frac{h}{l} = 0{,}17$	$\frac{h}{l} = 0{,}13$

Die Stärke δ_1 der Blechwand (Stehblech) ist nicht unter 8 mm zu nehmen. (δ_1 in cm rund $= 0{,}8 + 0{,}015\, l^{m}$).

Bei dieser Stärke ist vollkommene Sicherheit vorhanden, dass nicht die idealen Hauptspannungen (vergl. S. 567) eine zu grosse Beanspruchung erzeugen; Schenkelbreite der L Eisen in ^{cm}: $= b + 0{,}2\,l$ ^{m}.

Ist J_0 das nutzbare Trägheitsmom. der Blechwand und der 4 L Eisen, excl. Lamellen, f der nutzbare Lamellen-Querschn. eines Gurts, h_1 die Höhe der Blechwand, dann ist annähernd: $J = J_0 + \frac{f h_1^2}{2}$ (14)

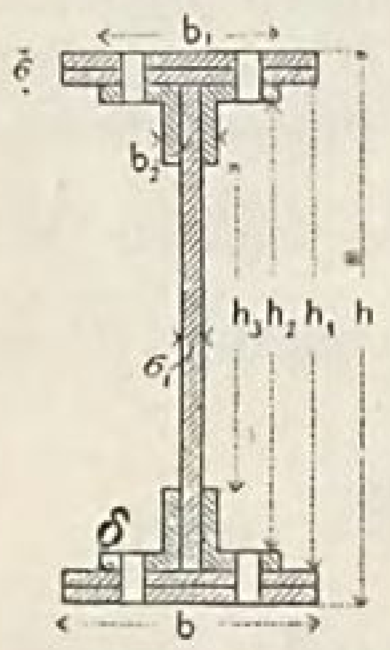
oder wenn man das Mom. M und die zuläss. Inanspruchnahme k einführt:

$$f = \frac{M}{k h_1} - \frac{2 J_0}{h_1^2}. \quad (15)$$

Bei Anwendung der neuern Berechnungs-Methode ist für $\frac{M}{k}$ der Werth $\frac{M_0}{k_0} + \frac{M_1}{k_1}$ einzuführen, worin für die Koeffiz. (nach S. 654): $k_0 = 1{,}40$ und $k_1 = 0{,}60$ gesetzt werden kann.

Aus Gl. (15) ist f annähernd zu ermitteln. Man kann entweder die Lamellendicke δ annehmen und die wirkliche Lamellen-Breite $b = \frac{f}{\delta} + 2d$ berechnen, oder umgekehrt. Am besten berechnet man zuerst für den Querschn., in welchem $M_{max.}$ auftritt, f und ermittelt, unter Annahme einer passenden Breite b, den Werth von δ. Fällt δ zu gross aus, so ist b, event. auch h, oder der Querschn. des L Eisens zu vergrössern. Lam.-Stärke 7 — 12^{mm}. Wegen Schwächung der Blechwand an den Stössen führt man bei Bestimmung von J_0 ihre Stärke δ nur mit etwa 87 % ein. J_0 berechnet sich aus:

Fig. 602.



$$J_0 = \frac{1}{12}\left[\left(h_1^3 - h_2^3\right) b_1 + \left(h_2^3 - h_3^3\right) b_2 + h_3^3 \delta_1\right]$$

Hierin sind für b_1, b_2, δ_1 die nutzbaren Breiten der Rechtecke mit den Höhen bezw. h_1, h_2, h_3 nach Fig. 602 einzusetzen.

Ist i das Trägh.-Mom. eines L Eisens in Bezug auf seine Schweraxe, φ die Querschn.-Fläche desselben excl. Nietloch, e der Schwerp.-Abstand des L Eisens vom horizontalen Schenkel, so ist:

$$J_0 = \frac{1}{12}\,\delta_1 h_1^3 + 4i + \varphi\,(h_1 - 2e)^2.$$

Ueber die Berechnung der Nietentfernung vergleiche Elastizit.-Lehre, S. 566 und 620, über Trägheitsmom. einige Tabellen im „Anhang".

β. Parallel-Gitterträger.

Die Spannungen werden am besten nach der Schnittmethode bestimmt.

1. Gurtspannungen, Fig. 603. S_1, S_2 Spannung bezw. im Ober- und Untergurt.; M_1, M_2 Mom. in Bezug auf den dem fraglichen Gurtstücke gegenüber liegenden Knotenp. A bezw. D.

Dann ist: $$S_1 = -\frac{M_1}{h};\; S_2 = +\frac{M_2}{h}. \quad (16)$$

Fig. 603.

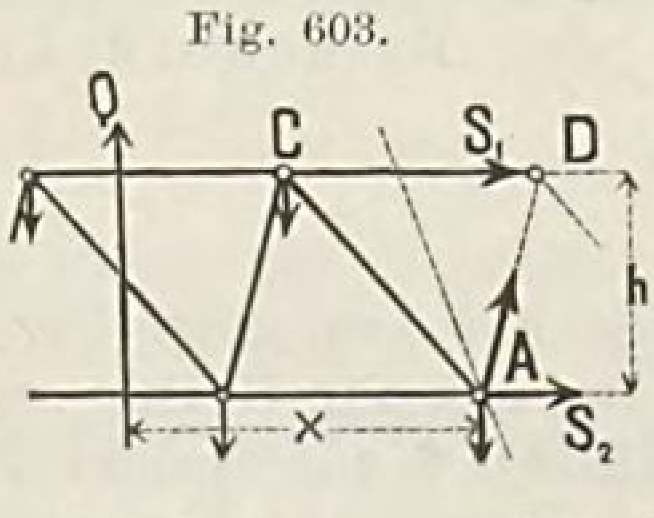


Fig. 604.

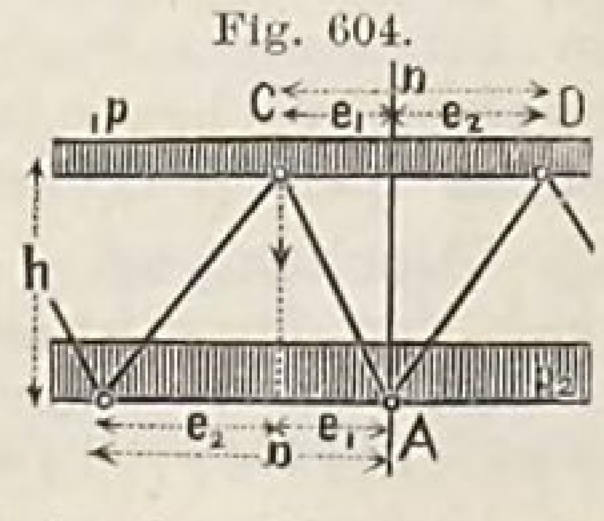
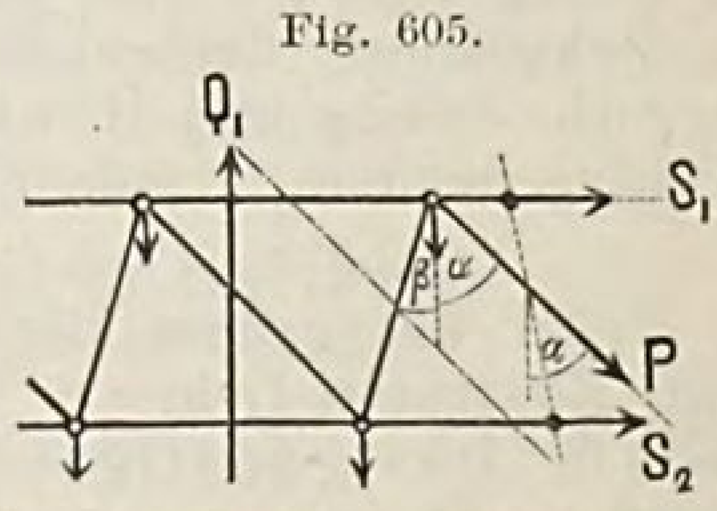


Fig. 605.



Die Lasten werden dabei in den Knotenp. angreifend gedacht; die Lage des Schnittes ist gleichgültig.

Trägt die obere Gurtung eine gleichförm. vertheilte Last q_1, die untere desgl. die Last q_2 pro Längeneinh., so ist mit Bezug auf Fig. 604:

$$S_1 = -\frac{M_1}{h} + \frac{q_1 e_1 e_2}{2h};\; S_2 = +\frac{M_2}{h} - \frac{q_2 e_1 e_2}{2h}.$$

Dabei ist das Mom. für einen Vertikalschnitt durch den Knotenp. A bezw. C und zwar in Bezug auf A bezw. C. genommen.

2. Gitterstab-Spannungen, Fig. 605. P_1, P_2 Spannung eines rechts bezw. links fallenden Stabes; α, β bezw. Neigungswinkel des betr. Stabes gegen die Vertikale; Q_1, Q_2 bezw. Transversalkraft für das Trägerfeld, in welchem der Schnitt geführt ist.

Die Lage des letztern ist beliebig, wenn die Lasten in den Knotenp. angreifen.

$$P_1 = + \frac{Q_1}{\cos \alpha}; \; P_2 = - \frac{Q_2}{\cos \beta}. \qquad (17)$$

Bei Annahme gleichmässig vertheilter Last gelten die Gleich. ebenfalls, wenn der Schnitt in der Mitte des Stabes parallel zur andern Stabschaar geführt wird.

Für einfaches Gitterwerk erleiden die Gitterstäbe, mit Ausnahme weniger Felder in der Trägermitte, in denen Q sowohl positiv als negativ ist, nur einerlei Spannung: entweder Zug oder Druck.

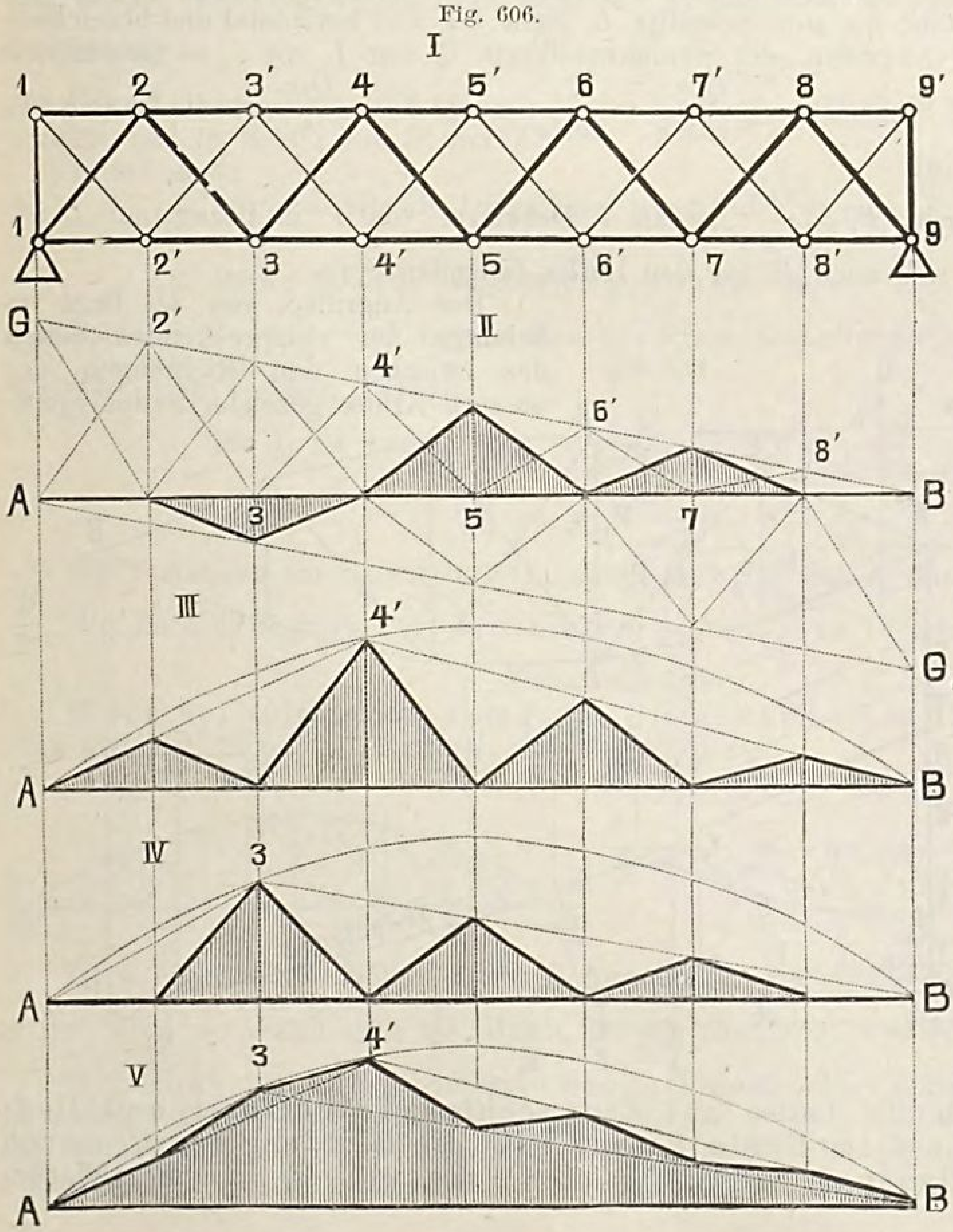
3. Die grafische Bestimmung der Spannungen aus dem Eigengewicht erfolgt am besten nach der Polygonal-Methode.

Die Gurt- und Gitterstab-Spannungen ergeben sich aus den in bekannter Weise grafisch zu ermittelnden Maximalwerthen von M und Q.

γ. Parallel-Träger mit mehrtheiligem Gitterwerk.

Man zerlegt den Träger bei Berechnung der Spannungen für gleichförm. vertheilte Last am besten in einzelne eintheilige Elementar-Systeme. Für ein System von Einzellasten wendet man am besten die Methode der Spannungs-Entwickelung mit Hülfe der Influenzlinie an.

Fig. 606.



Beispiel. Behandlung eines 2theiligen Systems mit Hilfe der Influenzlinie; Fig. 606. Das System 1 ist durch starke, das System 2 durch schwächere Linien gekennzeichnet. In Fig. 606 II sind die Influenzlinien für die Transversalkraft Q dargestellt. Die stärker hervor tretende Linie ist speziell die Influenzlinie für die Transversalkraft des Stabes 4 — 5 im 1. System, welche wie folgt gefunden wurde: Wird die Einzellast G von rechts nach links über den Träger geführt und wirkt sie dabei in den Knotenp. der untern Gurtung, so wird eine Spannung im Stabe 4—5 nur dann erzeugt, wenn die Einzellast in dem zum System 1 gehörenden Knotenp. 3, 5 und 7 ruht. Liegt sie in einem Knotenp. d. Systems 2, so ist die Transversalkraft, welche dadurch auf das System 1 ausgeübt wird, = 0. Die Werthe von + Q und — Q werden durch die Geraden $BG_1 = G$ bezw.

$AG = G$ dargestellt und es ergiebt sich für die Lagen der Einzellast in den Knotenp. 7 und 5 (rechts vom Stabe) ein positiver Werth von Q, in den Knotenp, 1, 2', 4', 6', 8' und 9 Null und im Knotenp. 3 (links vom Stabe) ein negativer Werth von Q.

Die Influenzlinie für die Transversalkraft des Stabes 1' — 2'' im 2. System wäre demnach, wenn die Last im Untergurt wirkte, der Linienzug A, 2', 3, 4', 5, 6', 7, 8', B.

Ein Gurtstab liegt immer in beiden Systemen gleichzeitig; so kommen für den Gurtstab 3 — 4 zwei ihm gegenüber liegende Momentenpunkte, nämlich 3 im 1. und 4' im 2. System in Betracht. Für den Gurtstab 3 — 4 sind deshalb in Fig. 606 auch 2 Influenzlinien gezeichnet: III giebt das Mom. für den Stab 3' — 4 des 2. Systems, bezogen auf den Punkt 4'; IV giebt das Mom. für den Stab 3 — 4 des 1. Systems bezogen auf den Punkt 3. In V sind beide Influenzlinien durch einfache Addition ihrer Ordinaten zu einer einzigen vereinigt. Die punktirte Parabel stellt (nach S. 626) das Mom. im jedesmaligen veränderlichen Lastp. dar; die Linienzüge A 4' B und A 3 B stellen dagegen das Mom. im bestimmten Punkte 4, bezw. 3 dar.

In der beschriebenen Weise ist es möglich, für jeden Stab, sowohl im 1. als auch im 2. System, eine Influenzlinie zu zeichnen. Dabei ist zu beachten, dass die Influenzlinien der Gurtstäbe im Untergurt und Obergurt verschieden ausfallen.

Die Ermittelung der Maximal-Werthe von M und Q, bezw. der gefährlichsten Lastlage aus den einzelnen Influenzlinien, worauf es ja ankommt, hat unter Beachtung der S. 626 und S. 627 gegebenen Regeln zu erfolgen.

δ. Polygonal-Gitterträger, Fig. 607.

1. Gurtspannungen. σ_1, σ_2 Winkel, den Obergurt, bezw. Untergurt mit der Horizontalen einschliesst; h_1, h_2 Höhe der Konstruktion in den Knotenp, gemessen; sonstige Bezeichnungen wie vor.

Unter der Annahme, dass die äussern Kräfte nur in den Knotenp. wirken, ist

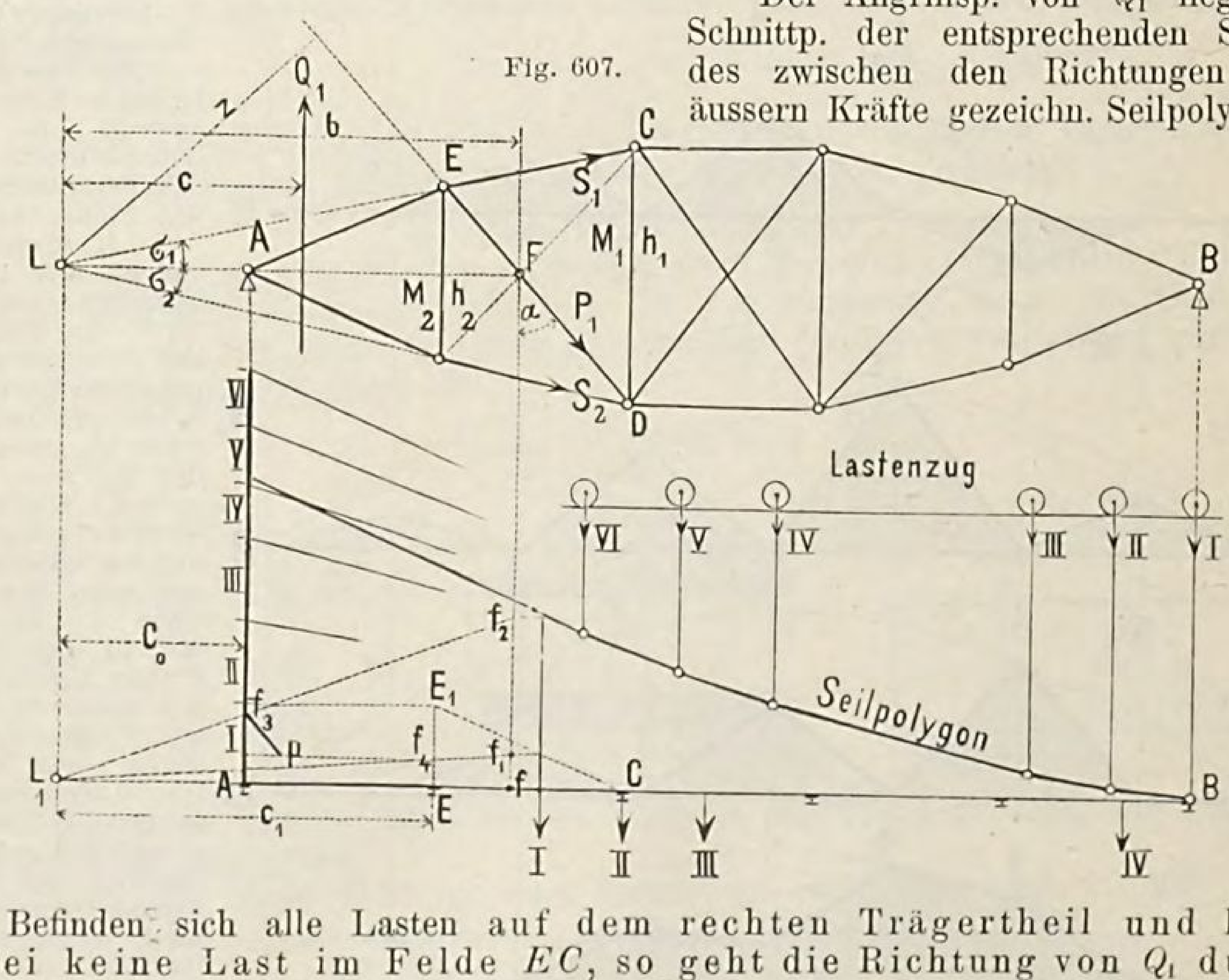
$$S_1 = -\frac{M_1}{h_1 \cos \sigma_1}; \quad S_2 = \frac{M_2}{h_2 \cos \sigma_2}.$$

2. Gitterstab-Spannungen. Verlängert man im betr. Felde die durchschnittenen Gurtstäbe bis zum Schnittp. L, zieht $LF = b$ horizontal und bezeichnet den Abstand des Angriffsp. der Transversalkraft Q von L mit c, so ist für den rechts fallenden Stab: $P_1 = \frac{Q_1 c}{b \cos \alpha} = \frac{Y_1}{\cos \alpha}$, worin $Y_1 = \frac{Q_1 c}{b}$ wohl die Vertikalkraft genannt wird.

Ferner ist auch: $P_1 = \frac{Q_1 c}{z}$, wenn z Hebelarm von P in Bezug auf L ist. Analog bestimmt sich auch P_2 für den links fallenden Stab.

Der Angriffsp. von Q_1 liegt im Schnittp. der entsprechenden Seiten des zwischen den Richtungen der äussern Kräfte gezeichn. Seilpolygons.

Fig. 607.



Befinden sich alle Lasten auf dem rechten Trägertheil und liegt dabei keine Last im Felde EC, so geht die Richtung von Q_1 durch das linke Auflager A. Dann ist: $AL = c = c_0$ und: Q_1 = dem Auflagerdruck in A.

Liegen auch in dem belieb. Felde EC Lasten, so bestimmt man am besten: 1. den von der Reaktion R dieser Lasten auf den Querträger E herrührenden Theil; 2. den durch die rechts von C liegenden Lasten hervor gerufenen Theil der Spannung P_1 und erhält dann durch Subtraktion beider Theile das gesuchte P_1. Z. B. ist für die in Fig. 607 gezeichnete Lastlage, bei der nur die Last I im Felde EC liegt, der Lagerdruck $D =$ der auf der Richtung von I zu messenden Ordin. des Seilpolygons für die Maximal-Transversalkräfte, welches (nach S. 635) ohne Rücksicht auf das Vorhandensein der Querträger zu zeichnen ist.

Es ist demnach: $P_1 = \frac{D c_0 - R c_1}{b \cos \alpha}$. Die Multiplikation von D mit $\frac{c_0}{b}$ und R mit $\frac{c_1}{b}$ ist in Fig. 607 grafisch durchgeführt. Auf der durch F gehenden Vertikalen trage man $f f_2 = D$ ab und ziehe die Gerade $f_2 L_1$ welche die Auflager-Vertikale in f_3 schneidet. Dann ist: $A f_3 = \frac{D c_0}{b}$. Mache ferner $E E_1 =$ der Last I, ziehe $E_1 C$, so schneidet letztere Linie auf der Kraft-Vertikalen I die Grösse R ab.

Macht man $f f_1 = R$, zieht ferner die Gerade $f_1 L_1$, welche die Vertikale durch E in f_4 schneidet, so ergiebt sich: $E f_4 = \frac{R c_1}{b}$. Also: $P_1 = \frac{A f_3 - E f_4}{\cos \alpha} = f_3 p$, wenn $f_3 p$ parallel zum fragl. Stabe ED gezogen wird.

3. Doppel-Fachwerk mit schlaffen Diagonalen. Bei einer bestimmten Lastlage ist es oft nicht sofort ersichtlich, welche der beiden Diagonalen gezogen und welche spannungslos ist. Ein einfaches Kennzeichen hierfür ergiebt sich aus der Gleichg.:

$$P = \left(\frac{M_1}{h_1} - \frac{M_2}{h_2}\right) \frac{1}{\sin \alpha} \qquad (18)$$

M_1 und M_2 bezw. Mom. für die durch die Knotenp. C und E gelegten Vertikalschnitte und in Bezug auf D und E.

Daher sind:

1. rechts fallende Diagonalen gezogen, wenn: $\frac{M_1}{h_1} \geq \frac{M_2}{h_2}$
2. links fallende Diagonalen gezogen, wenn: $\frac{M_2}{h_2} > \frac{M_1}{h_1}$

oder es sind diejenigen Diagonalen gezogen, welche nach dem grössern Werthe von $\frac{M}{h}$ hin fallen.

für 1. ist dann: $S_1 = -\frac{M_1}{h_1 \cos \sigma_1}$; $S_2 = \frac{M_2}{h_2 \cos \sigma_2}$,

für 2. $S_1 = -\frac{M_2}{h_2 \cos \sigma_1}$; $S_2 = \frac{M_1}{h_1 \cos \sigma_2}$.

Die Spannung im Obergurt ist daher stets für den grössern Werth von $\frac{M}{h}$, die im Untergurt für den kleinern von $\frac{M}{h}$ zu berechnen.

ε. Parabelträger.

Wenn bei voller Belastung das Gitterwerk ohne Beanspruchung sein soll, so muss die Gurtform eine Parabel sein.

Fig. 608.

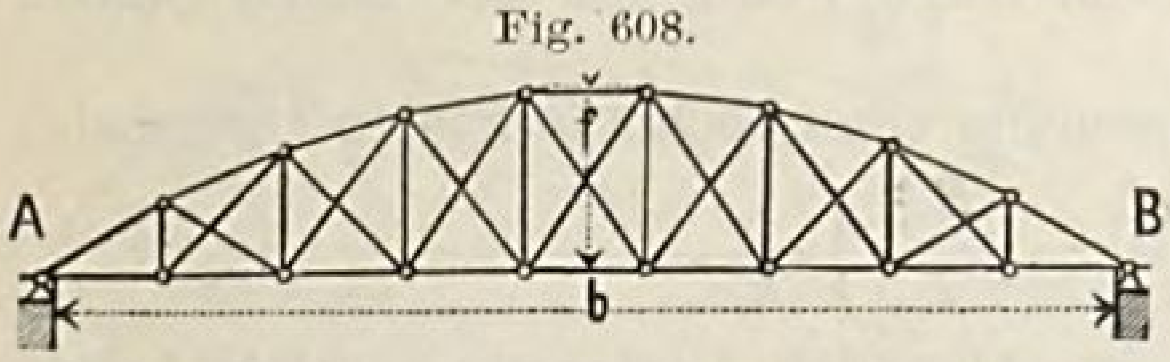
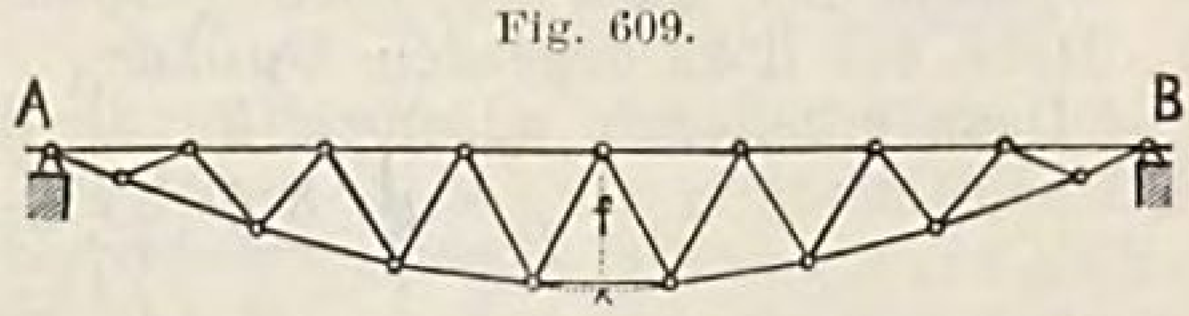


Fig. 609.



Ist h eine belieb. Höhe in der Entfernung x von A und f die Parabelhöhe in der Mitte, so erhält man als Gleich. für die Gurtform: $h = 4 f \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$.

Die Höhe ist dem Momente proportional. Fig. 608—611 stellen die verschiedenen Formen der Parabel-Träger dar.

Fig. 608, Bogensehnen-Träger; Fig. 610, Fisch- od. Linsen-Träger;
Fig. 609, Fischbauch-Träger; Fig. 611, Sichel-Träger.

Die Gurtspannungen ergeben sich im allgem. nahezu konstant; im Untergurt des Bogensehnen-Trägers und im Obergurt des Fischbauch-Trägers sind sie wirklich konstant.

Fig. 610.

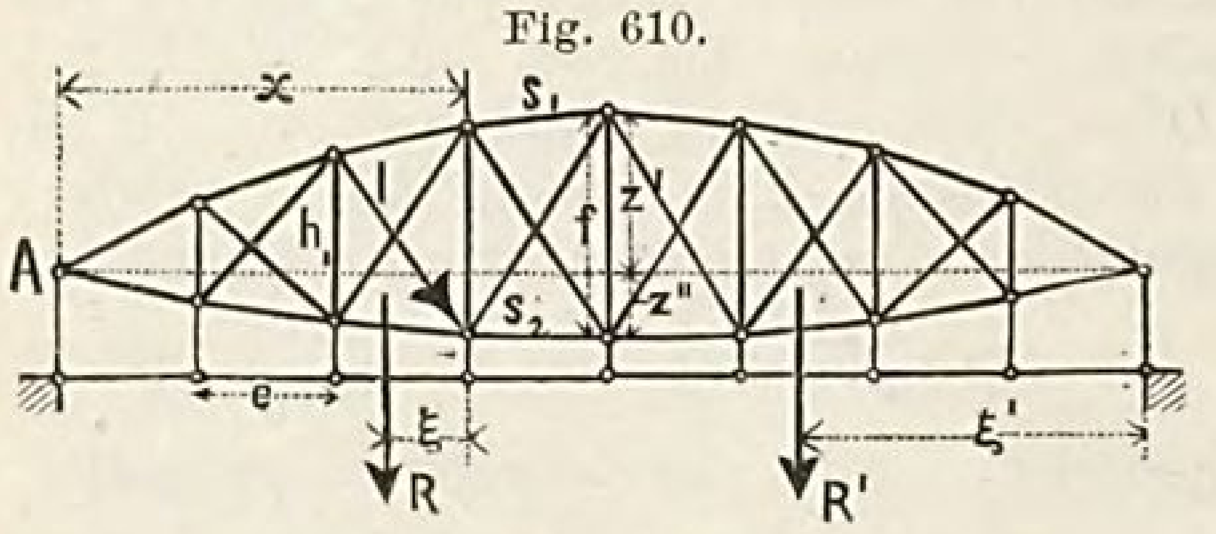
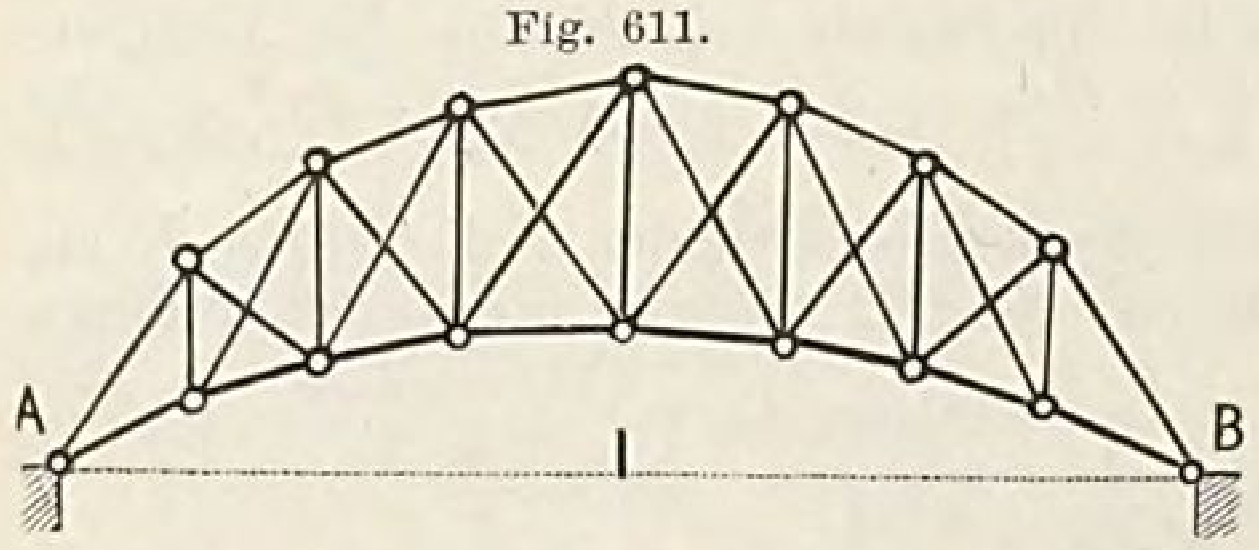


Fig. 611.



Die Gitterstab-Spannungen — und bei konstanter Felderweite auch die Spannungen der Gurtstäbe — sind ihrer Länge proportional.

Beim einfachen Gitterwerk kann jeder Gitterstab sowohl auf Druck als auch auf Zug beansprucht werden; u. z. ist der grösste Druck = dem grössten Zuge.

Man ordnet aus letzterm Grunde meistens Doppel-Diagonalen zwischen Vertikalen — sogen. Doppel-Fachwerk — an, bei welchem die Diagonalen nur gezogen werden.

2. Bei dieser Anordnung, Fig. 608, ergiebt sich für die Gurtspannungen bei voller Belastung durch Einzellasten: $S_1 = -\frac{M_1}{h_1 \cos \sigma_1}$; $S_2 = +\frac{M_2}{h_2 \cos \sigma_2}$, wobei die vorstehend angegebenen Regeln über den grössten und kleinsten Werth von $\frac{M}{h}$ zu beachten sind. Da $\frac{M}{h} = \frac{q l^2}{8 f}$ ist, so ergeben sich für gleichmässige Vollbelastung die Gleich.:

$$S_1 = -\frac{q l^2}{8 f \cos \sigma_1} = -\frac{q l^2 s_1}{8 f e}; \quad S_2 = +\frac{q l^2}{8 f \cos \sigma_2} = +\frac{q l^2 s_2}{8 f e},$$

wenn s_1, s_2 die Längen eines Stabes im Obergurt bezw. Untergurt und e die Feldweiten vorstellen.

3. In den Diagonalen erzeugt die Vollbelastung q keine Spannung. Bei gleichmässiger Theil-Belastung ergiebt sich für eine rechts fallende

Diagonale: $$+P_{\text{max.}} = \frac{p e l^2}{8 f (l + e) \sin \alpha} = \frac{p l^2 \lambda}{8 f (l + e)},$$

worin λ die Länge der Diagonale bezeichnet. Die grösste Spannung einer Diagonale ist also ihrer Länge proportional. Die Spannung einer links fallenden Diagonale ergiebt sich aus der Symmetrie.

Für ein System von Einzellasten führe man (mit Bezug auf Fig. 610) folgende Bezeichnungen ein:

R' Resultante aller Einzellasten,
ξ' Abstand der Result. von der rechten Stütze,
R Result. der im fragl. Felde liegenden Einzellasten,
ξ Abstand der Result. von der rechts liegenden Vertikale des fragl. Feldes,
x Abstand der links liegenden Vertikale im fragl. Felde von der linken Stütze,
h_1 Höhe der links liegenden Vertikale.

Dann erhält man allgemein für die Spannung einer rechts fallenden Diagonale:

$$P = \left\{ \left(\frac{R' \xi^1}{l}\right) \left(\frac{x + e}{l - x}\right) - \frac{R \xi}{e} \right\} \frac{\lambda}{h_1}.$$

Diese Spannung wird ein Maximum, wenn man den Lastenzug so stellt, dass

$$\frac{R'}{R} = \frac{l (l - x)}{e (x + e)} \text{ wird.}$$

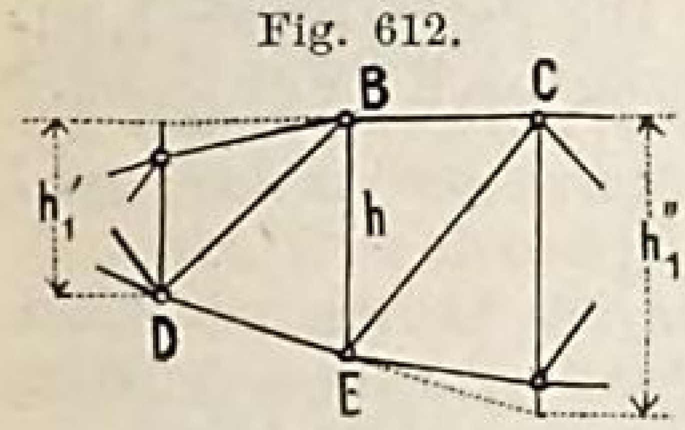
4. Die grösste Spannung V der Vertikalen ist nur für dasjenige durch Zerlegung entstehende System zu bestimmen, für welches sich die Spannung der Diagonalen positiv ergiebt, weil die Diagonalen des andern Systems, da sie nicht gedrückt werden können, die Spannung = 0 haben. Man erhält unter Beibehaltung der vorigen Bezeichnungen:

Bahn unten: $V = -\left\{\frac{R'\xi'(x+e)}{l h_1'} - \frac{R'\xi' x}{l h} - \frac{R\xi}{h_1'}\right\}\frac{h_1'}{e}$;

Bahn oben: $V = -\left\{\frac{R'\xi' x}{l h_1'} - \frac{R'\xi'(x-e)}{l h_1''} - \frac{R\xi}{h}\right\}\frac{h_1''}{e}$.

Darin ist h die Höhe der fragl. Vertikale, h_1', h_1'', die bis zur Verlängerung des Gurtstabes BC bezw. DE in der links, bezw. rechts von der fragl. Vertikale liegenden Vertikale gemessene Höhe, Fig. 612. Allgemein wird:

Fig. 612.



$$h_1' = \frac{4f}{l^2}(x+e)(l-x-e) + \frac{8e^2 z'}{l^2},$$

$$h_1'' = \frac{4f}{l^2}(x-e)(l-x+e) + \frac{8e^2 z''}{l^2}.$$

Das Maximum von V tritt ein, wenn man den Lastenzug so stellt, dass:

Bahn unten: $\frac{R}{R_1} = \frac{eh - x(h_1' - h)}{lh}$

Bahn oben: $\frac{R}{R_1} = \frac{eh - x(h - h_1'')}{lh_1''}$ wird.

Durch Einsetzen der entsprechenden Werthe von z' und z'', Fig. 610, können die speziellen Gleich. für Bogensehnen-, Fischbauch- und Sichelträger hiernach abgeleitet werden.

ζ. Pauli-Träger.

Während beim Parabel-Träger die Spannung der Gurte im allgem. nur nahezu konstant ist, wird sie beim Pauli-Träger genau konstant.

Seine Form ist die eines gegen die horizontale Axe symmetrischen Fischbauch-Trägers und annähernd, aber genau genug, durch die Gleich.:

$$h = 4f\frac{x}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right)\left\{1 + 2\frac{f^2}{l^2}\left(1 + 2\frac{x}{l}\right)^2\right\}$$

bestimmt.

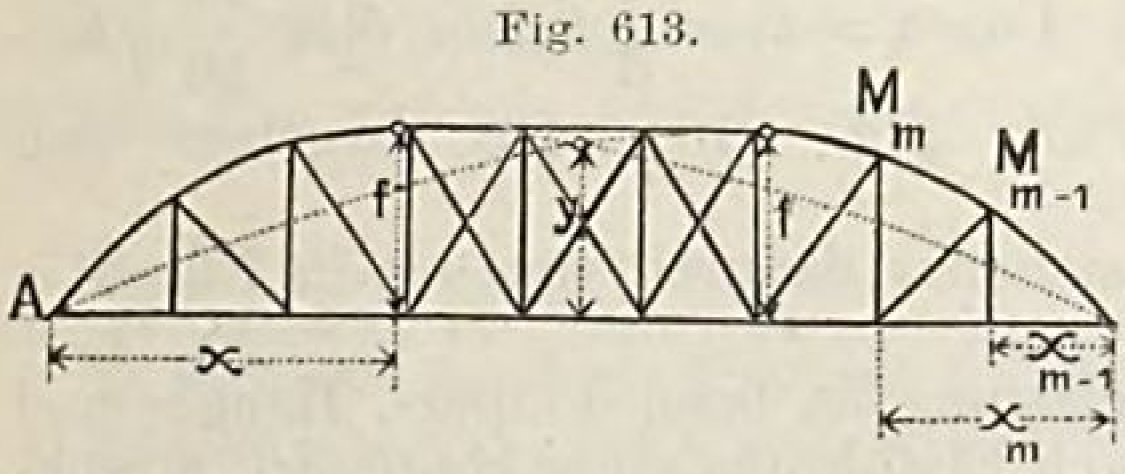
Die Ermittelung der Spannungen erfolgt nach den im Vorstehenden angegebenen allgemeinen Regeln.

η. Schwedler- oder Hyperbel-Träger.

1. Beim Schwedler-Träger wird im mittlern Theile die Form des Parallelträgers (mit Doppel-Diagonalen) beibehalten und die Gurtform des übrigen Theils bis zum Auflager derart gewählt, dass sie die eine Grenze der Spannung des Gitterwerks zu Null macht. Dies wird stattfinden, wenn die Vertikalkraft $Y = \frac{Qc}{h}$ (vergl. S. 678) für jeden Gitterstab bei Belastung der einen Seite des Trägers $= 0$ wird. Im polygonalen Theile des Schwedler-Trägers erleiden die Gitterstäbe dann nur einerlei Spannung; Doppel-Diagonalen sind darin also nicht erforderlich.

Für die gewöhnlich zur Ausführung kommende Form mit geradem Untergurt, Fig. 613, erhält man für den Obergurt die Hyperbelform. Annähernd ist hierfür:

Fig. 613.



$\frac{y}{f} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{n}}{1+n}$; darin bedeutet: f die gegebene grösste Höhe des Trägers, die mit der grössten Höhe der Hyperbel zusammen fällt und y die Höhe in der Mitte der Hyperbel. Ferner ist das Eigengewicht $g = nq$ und die Verkehrslast $p = (1-n)q$ gesetzt. Die grösste Höhe f der Hyperbel tritt für eine Abszisse x_1 ein, welche aus $x_1 = \frac{l\sqrt{n}}{1+\sqrt{n}}$ zu berechnen ist.

2. Die genauere Bestimmung der Gurtform für Einzellasten erfolgt wohl am einfachsten mit Rücksicht auf die Bedingung: $Y = 0$, aus welcher sich $\frac{h_{m-1}}{h_m} = \frac{M_{m-1}}{M_m}$ ergiebt. h_{m-1}, h_m sind die Längen zweier belieb. auf einander

folgenden Vertikalen, M_{m-1}, M_m bezw. die Mom. in Beziehung auf diese Vertikalen.

Von allen möglichen Werthen von $\frac{M_{m-1}}{M_m}$ ist dabei der grösste Werth zu Grunde zu legen.

Im allgem. kann $\frac{M_{m-1}}{M_m}$ für einfache Systeme nur ein Maximum werden, wenn eine Einzellast an einer der beiden Vertikalen liegt. Die gefährlichste Lastlage ist durch Probiren zu ermitteln. Dabei ist der Lastenzug nach rechts oder links zu schieben, je nachdem:

$$\frac{R}{R'} \gtrless \frac{h_{m-1}}{l}\left(\frac{l-x_{m-1}}{h_{m-1}} - \frac{l-x_m}{h_m}\right).$$

R wie R' haben die bekannte Bedeutung; s. Fig. 610.

Hiernach ist es möglich, die Höhe einer Vertikalen aus der der nächst vorher gehenden oder der der nächst folgenden zu berechnen. Am besten nimmt man dabei die Trägerhöhe in der Mitte an.

3. Genaue grafische Konstruktionen der Gurtform: s. Winkler. Theorie der gegliederten Balkenträger; II. Auflage, S. 185.

ϑ. Hänge- und Sprengwerks-Träger. Armirte Träger.

1. Je nachdem der Horizontalschub — den die Streckträger aufzunehmen haben — nach innen oder nach aussen wirkt, nennen wir den Träger einen Hängewerks- oder Sprengwerks-Träger. Diese Eintheilung deckt sich nicht immer mit der gebräuchlichen.

Sobald Gelenk-Knotenp. voraus gesetzt werden, erfolgt die Behandlung nach den für Polygonal-Träger gültigen allgemeinen Regeln.

Ist ein kontinuirl. Streckträger vorhanden, so sind in den Stützp. desselben die Stützendrücke nach den Gesetzen für kontinuirl. Träger zu berechnen. Nimmt man dabei auf die durch die Formänderung herbei geführte Senkung der Stützp. keine Rücksicht, so erhält man für gleichmässige Vollbelastung q pro Längeneinheit:

Fig. 614.

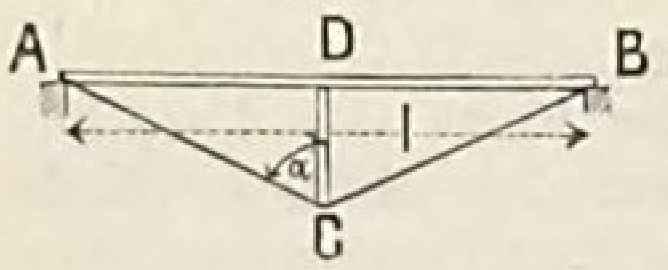


Fig. 615.

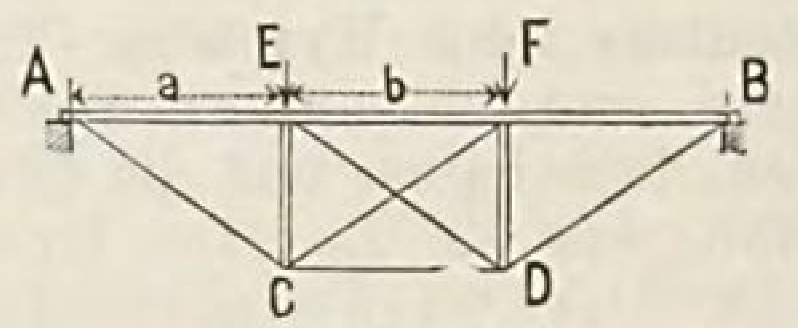


Fig. 616.

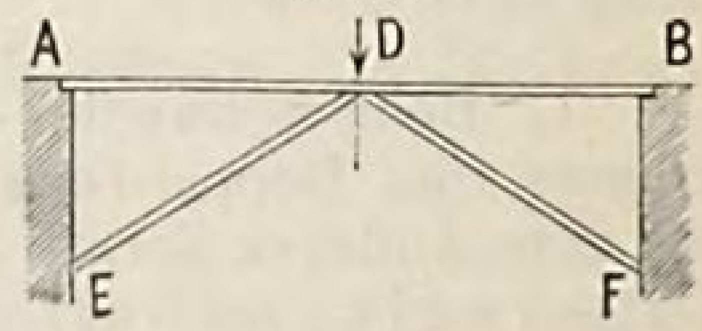


Fig. 617.

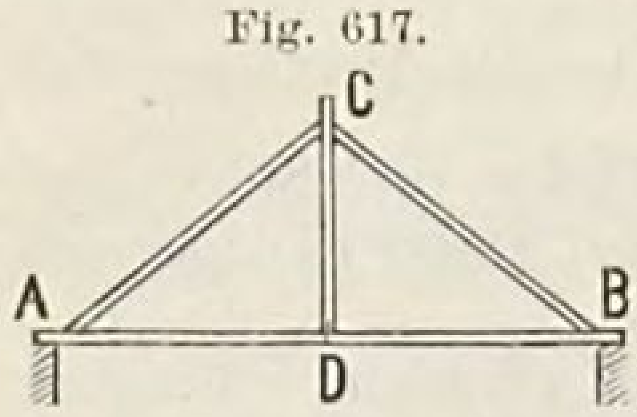
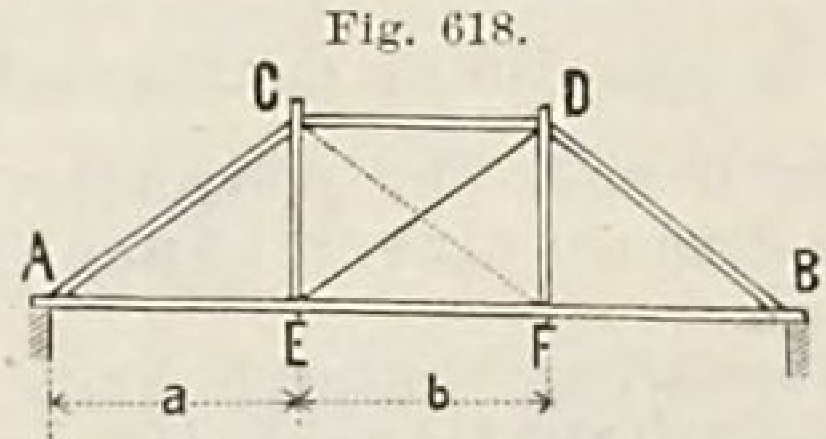


Fig. 618.



Für das Dreiecks-Hängewerk, Fig. 614: Belastung in $D = \frac{5}{8}\, q l$.

Für das Trapez-Hängewerk, Fig. 615: Belastung in E oder $F = \frac{q\,(a+b)\,(5a^2+5ab+b^2)}{4a\,(2a+3b)}$. Für $a = b = \frac{l}{3}$ giebt dies $\frac{11}{30}\, q l$.

Für die entsprechenden Sprengwerke, Fig. 616—618, ergeben sich dieselben Werthe.

Die Anordnung Fig. 616 unterscheidet sich nur dadurch von der in Fig. 617, dass die Hängesäule in Fortfall kommt.

Bei unsymmetr. oder veränderlicher Belastung ist beim Trapez-, Hänge- und Sprengwerke eine Versteifung des Systems durch Einführung eines kontinuirl. Streckträgers oder Einfügung einer Gegen-Diagonale im mittlern Felde nöthig. Mehrfache Hänge- und Sprengwerke mit veränderl. Belastung behandelt man zweckmässig mit Anwendung der Influenzlinien, deren Ordin. man rechnerisch oder grafisch bestimmen kann.

2. Bei einer genauen Berechnung ist auf die elast. Formänderung der einzelnen Konstruktions-Theile Rücksicht zu nehmen. Dabei ist der durch ein Hängewerk- oder Sprengwerk versteifte Balken und die Versteifungs-Konstruktion

(Armirung) je als ein System für sich zu behandeln. Die Durchbiegung der gemeinschaftlichen Lastpunkte ist die gleiche. Daraus ergiebt sich eine Bedingung für die Querschn.-Berechnung. Es muss aber dann noch eine 2. Bedingung gestellt werden, nämlich, dass bei der gleichen Durchbiegung in jedem Konstruktions-Theile zu gleicher Zeit die grösste zulässige Inanspruchnahme eintritt, was durch Wahl eines entsprechenden Verhältnisses der Querschn. zu einander erreicht werden kann.

Am besten zerlegt man bei der Berechnung die Gesammtlast Q, welche der armirte Balken tragen soll, in 2 Lasten P und P_1. P sei diejenige Last, welche der Balken allein, ohne Armirung tragen kann, $P_1 = Q - P$ also diejenige Last, welche die Armirung aufzunehmen hat.

Die Durchbiegung der Belastungspunkte der Armirung findet man durch Summirung der auf die Vertikale reduzirten Längenänderungen der einzelnen Stäbe desselben. (Vergl. „Elastizit.-Lehre“ S. 588.)

Die Längenänderung $\triangle\lambda$ eines Stabes der Länge λ, in welchem die spezif. Spannung k herrscht, ist nach dem Elastizit.-Gesetz: $\triangle\lambda = \frac{k_1 \lambda}{E_1} = \frac{N_1 \lambda}{E_1 F_1}$. (19)

k_1 zulässige Inanspruchnahme, E_1 Elastizit.-Koeffiz., N_1 Spann., F_1 Querschn. d. Stabes.

Beispiel (nach Steiner). Für einen armirten Balken, Fig. 614, erhält man in A eine horizontale Zugkraft: $k_1 F_1 \sin\alpha$ und einen vertikalen Lagerdruck: $\frac{Q}{2} - k_1 F_1 \cos\alpha$; in D eine aufwärts gerichtete Kraft: $2 k_1 F_1 \cos\alpha$. Die Durchbiegung $\triangle h$ des Punktes D ist also gegeben durch:

$$\triangle h = \frac{5}{384}\,\frac{Q l^3}{EJ} - \frac{k_1 F_1 \cos\alpha\, l^3}{24\, EJ}.$$

Die axiale Verkürzung $\triangle l$ ist an jedem Ende des Balkens: $\triangle l = \frac{k_1 F_1 \sin\alpha\, l}{2\, EF}$.

Die Verrückung des Punktes C nach der Richtung AC ist demnach $= \triangle h \cos\alpha - \triangle l \sin\alpha$. Die Bedingung, dass die Verlängerung der Zugstange AC die Verrückung des Punktes C wieder aufhebt, giebt daher:

$$\triangle BC = \frac{k_1}{E_1}\,\frac{l}{2\sin\alpha} = \left\{\frac{5}{384}\,\frac{Q l^3}{EJ} - \frac{k_1 F_1 \cos\alpha\, l^3}{24\, EJ}\right\} \cos\alpha - \frac{k_1 F_1 \sin^2\alpha\, l}{2\, EF}.$$

Für die Beanspruchung der äussersten Faser im gefährl. Querschnitte erhält man:

$$k = \left\{\frac{1}{8}\, Q l - \frac{k_1 F_1 \cos\alpha\, l}{2}\right\} \frac{e}{J} + \frac{k_1 F_1 \sin\alpha}{F}.$$

Desgl. für den nicht armirten Balken: $k = \frac{1}{8} P l \frac{e}{J}$. Daraus folgt:

$$\frac{F}{F_1} = \frac{1}{\sin\alpha}\,\frac{10\,\frac{k}{k_1}\,\frac{l}{e}\sin\alpha\cos\alpha - 48\,\frac{E}{E_1}}{10\,\frac{l}{e}\sin\alpha\cos\alpha + 48\sin^2\alpha - \frac{l^2}{\varrho^2}\cos^2\alpha} \qquad (20)$$

und:

$$\frac{Q}{P} = 1 + \frac{k_1}{k}\,\frac{F_1}{F}\left\{\frac{l e}{2\varrho^2}\cos\alpha - \sin\alpha\right\}; \qquad (21)$$

worin ϱ den Trägheits-Radius bezeichnet. Aus Gleich. (21) ersieht man, dass eine Vermehrung der Tragkraft nur eintritt, wenn $\operatorname{tang}\alpha > \frac{l e}{2\varrho^2}$ und dass der Winkel α innerhalb gewisser Grenzen bleiben muss, wenn $\frac{F_1}{F}$ einen positiven Werth erhalten soll.

Ist der Balken ein gewalzter I-Träger von 1000 cm Länge, 50 cm Höhe, 16 cm Flanschstärke, 2,18 cm Stegdicke, 2,90 cm Flanschbreite, so berechnen sich: $F = 189{,}29$ cm; $J = 67375$; $\varrho^2 = \frac{J}{F} = 356$ (cm). In diesem Falle ist: $k = k_1$; $E = E_1$. — Setzt man die Pfeilhöhe der Stütze $DC = \frac{1}{10} l$, so wird $\operatorname{tang}\alpha = 0{,}2$ und $\alpha = 11^0\,19'$. Daraus nach Gleich. (20):

$$\frac{F}{F_1} = 0{,}443;\ F_1 = 83 \text{ qcm}.$$

Ordnet man zweckm. 2 Zugstangen AC und BC an jeder Seite des Trägers an, so erhält jede 41,5 qcm Querschn.-Fl. Fern r ist nach Gleich. (21): $Q = 3{,}6\, P$.

Es wird also durch die Armirung die Tragfähigkeit um mehr als das Dreifache erhöht. —

Für ein Sprengwerk nach Fig. 616 ergiebt sich allgemein durch Gleichsetzung der Durchbiegungen (Senkungen)

$$\frac{5}{384}\,\frac{Q l^3}{EJ} - \frac{2 F_1 k_1 \sin\alpha\, l^3}{48\, EJ} = \frac{k_1 l}{2\sin^2\alpha\, E}.$$

Die Spannung im gefährlichsten Querschn. wird im armirten Balken:

$$k = \left\{\frac{Q l}{8} - \frac{F_1 k_1 \sin\alpha\, l}{2}\right\} \frac{e}{J} + \frac{F_1 k_1 \cos\alpha}{F}$$

Desgl. im nicht armirten Balken: $k = \left(\frac{P l}{8}\right)\frac{e}{J}$.

Aus den ersten beiden Gleich. muss man das J des Balkens finden; wenn Q gegeben ist, bestimmt man leicht den Querschn. F_1 der Streben.

ι. Rechnungs-Ergebnisse für verstärkte Balken (nach Winkler).

1. Die Gesammthöhe h eines verdübelten oder verzahnten Balkens ist:

bei Trägern mit 2 Balken: $$h = \sqrt[3]{\frac{6M}{k\frac{b}{h}\left(1-\frac{d}{b}\right)\left[1-\left(\frac{h_1}{h}\right)^3\right]}} \qquad (22)$$

bei Trägern mit 3 Balken:

$$h = \sqrt[3]{\frac{6M}{k\frac{b}{h}\left(1-\frac{d}{b}\right)\left[1-\frac{2h_1}{3h}\left(1+\frac{2h_1}{h}+4\frac{h_1^2}{h^2}\right)\right]}} \qquad (23)$$

Darin bedeutet: M das Moment für den gefährlichsten Querschnitt: k zulässige Inanspruchnahme; b Breite der Balken; h_1 Höhe der Dübel oder Zähne; d den Durchm. der durchgezogenen Schrauben.

Ist die Höhe der einzelnen Balken $= h'$, und ein zwischen denselben vorhandener Spielraum $= h_2$

und setzt man allgemein $b = 0{,}75h'$; $d = 0{,}1b$;
ferner für verdübelte Träger . . $h_1 = 0{,}30h'$; $h_2 = 0{,}1h'$;
für verzahnte Träger $h_1 = h_2 = 0{,}2h'$

so ergiebt sich aus Gleich. (22) bezw. (23):

	2 Balken	3 Balken
für verdübelte Träger:	$h = 2{,}66\sqrt[3]{\frac{M}{k}}$;	$h = 3{,}11\sqrt[3]{\frac{M}{k}}$
„ verzahnte Träger:	$h = 2{,}52\sqrt[3]{\frac{M}{k}}$;	$h = 2{,}91\sqrt[3]{\frac{M}{k}}$

Die S. 655 angegebene zulässige Inanspruchnahme k wird mit Rücksicht auf die nicht vollständige Wirkung der Dübel und Zähne bei selbst guter Arbeit um etwa 10 % zu vermindern sein.

Ueber die Dimensionen der Dübel oder Zähne vergleiche Elastizit.-Lehre S. 618.

2. Die Anzahl der Träger bestimmt sich für interimistische Eisenbahn-Brücken ungefähr nach folgender Tabelle:

Balkenzahl pro Träger		Anzahl der Träger 2	3	4	6	
2	l in m =	3,0 — 3,4	5,9 — 6,7	7,8 — 8,6	9,0 — 10,3	13,5 — 14,5
3	l in m =	5,0 — 5,7	10,2 — 11,5	12,6 — 13,8	14,1 — 15,9	16,7 — 19,4
4	l in m =	7,1 — 8,0	14,2 — 16,0	17,4 — 19,2	18,4 — 22,1	19,8 — 24,3

In der Regel wird diejenige Anordnung die billigste, welche die geringste Anzahl von Balken erfordert.

Beispiel. Für eine provisorische Eisenbahnbr. von 8 m Sp. soll die Stärke der verdübelten Träger bestimmt werden. Nach vorstehender Tab. sind am zweckmässigsten 2 Träger à 3 Balken zu wählen. Nimmt man das Eigengewicht der Brücke mit 1,2 t und die Verkehrslast nach S. 650 zu $4{,}2 + \frac{30}{8} =$ rot. 8 t p. m an, so ist: $M = \frac{1}{2}\,\frac{(8{,}0+1{,}2)\,8\,.\,8}{8} = 36{,}8^{\text{mt}} = 3680000^{\text{cmkg}}$; $k = 0{,}9\,.\,100 = 90^{\text{kg}}$ p. qcm. Daraus folgt: $h = 3{,}11\sqrt[3]{\frac{3680000}{90}} = 107^{\text{cm}}$.

i. Bogenbrücken.*)

Man unterscheidet vollwandige und Gitter-Bogenträger welche entweder

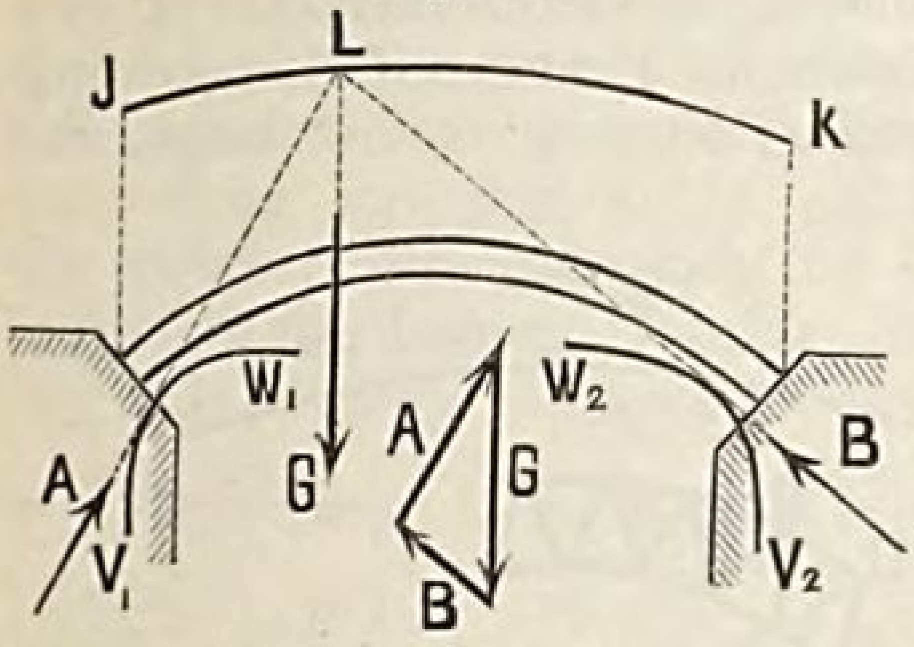
1. ohne Gelenke,
2. mit 2 Kämpfergelenken,
3. mit 2 Kämpfergelenken und 1 Scheitelgelenk (Dreigelenk-Bogenträger) oder:
4. mit Spannstangen (Zugankern) versehen sein können.

*) Nach Vorträgen Winkler's an der techn. Hochschule zu Berlin.

α. Grösse und Lage der Kämpferdrücke.

1. Bogen ohne Gelenke. Für jede belieb. Lage einer Einzellast G, Fig. 619, findet man Grösse, Richtung und Lage der Kämpferdrücke A und B mit Hülfe der Kämpferdruck-Linie JK und der Kämpferdruck-Umhüllungslinie $V_1 W_1$ bezw. $V_2 W_2$. Die Kämpferdr.-Linie JK ist der geometr. Ort aller Schnittp. L der Einzellast mit den Richtungen der beiden Kämpferdrücke A und B, welche für alle Lagen der Einzellast die zugehörige Umhüllungslinie tangiren.

Fig. 619.



Die Wirkung einer gleichmässig vertheilten Last kann man sich durch eine in der Mitte der belasteten Strecke liegende Einzellast ersetzt denken, für die auch eine Kämpferdruck-Linie und eine Umhüllungslinie existirt. Zur bessern Unterscheidung soll die Kämpferdr.-Linie für eine über den Träger fortschreitende Einzellast die erste, für eine über die in der Länge veränderliche Strecke gleichmässig vertheilte Last die zweite Kämpferdr.-Linie genannt werden. Ebenso werden die 1. und 2. Umhüllgs.-Linie unterschieden.

Die Konstruktion der 2. Kämpferdr.- und Umhüllgs-Linie erfolgt am besten unter Anwendung der Influenzlinien aus der 1. Kämpferdr.- und Umhüllgs.-Linie, wie weiterhin angegeben wird.

2. Gelenk-Bogen-Träger. Bei Kämpfergelenken müssen für jede Lage der Einzellast die Kämpferdrücke durch jene gehen; die Umhüllgs.-Linien reduziren sich also auf Punkte, die Gelenkp. Fig. 620. Sind 3 Gelenke vorhanden, Fig. 621, so muss bei einer Belastung des rechten oder link. Bogentheils der linke bezw. rechte Kämpferdruck durch A und C, bezw B und C gehen, der Punkt L also in der Verlängerung der Geraden AC bezw. BC liegen. Die Kämpferdr.-Linie besteht also aus 2 Geraden JC und KC, welche die Verlängerungen der Geraden BC und AC bilden.

Fig. 620.

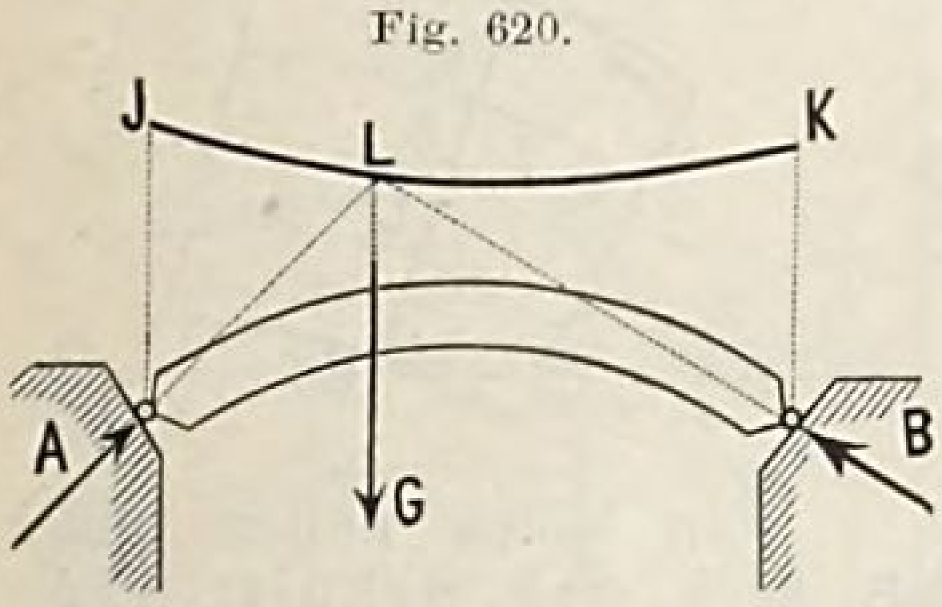
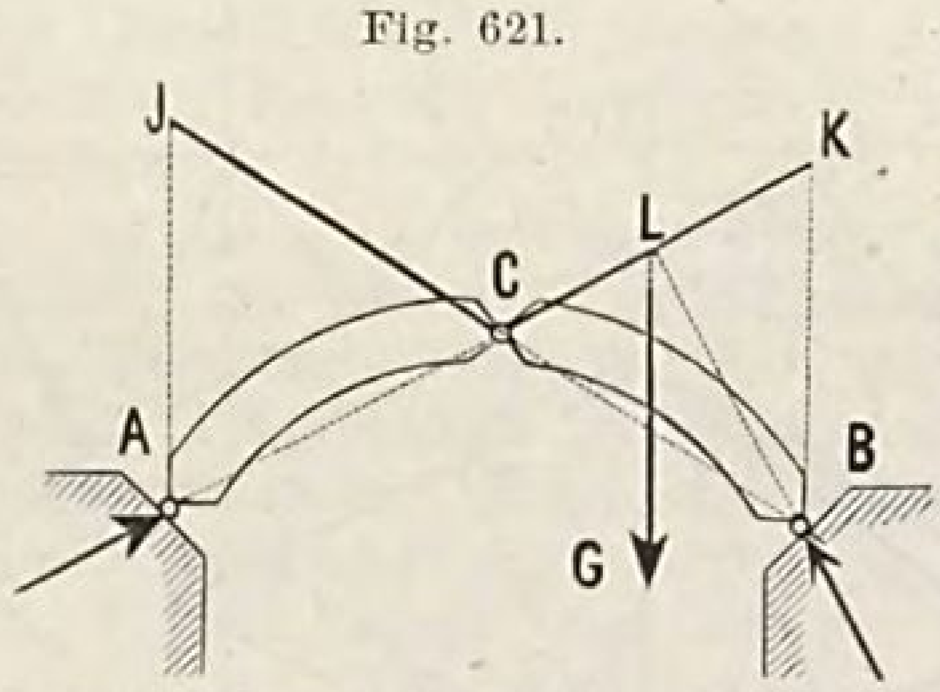


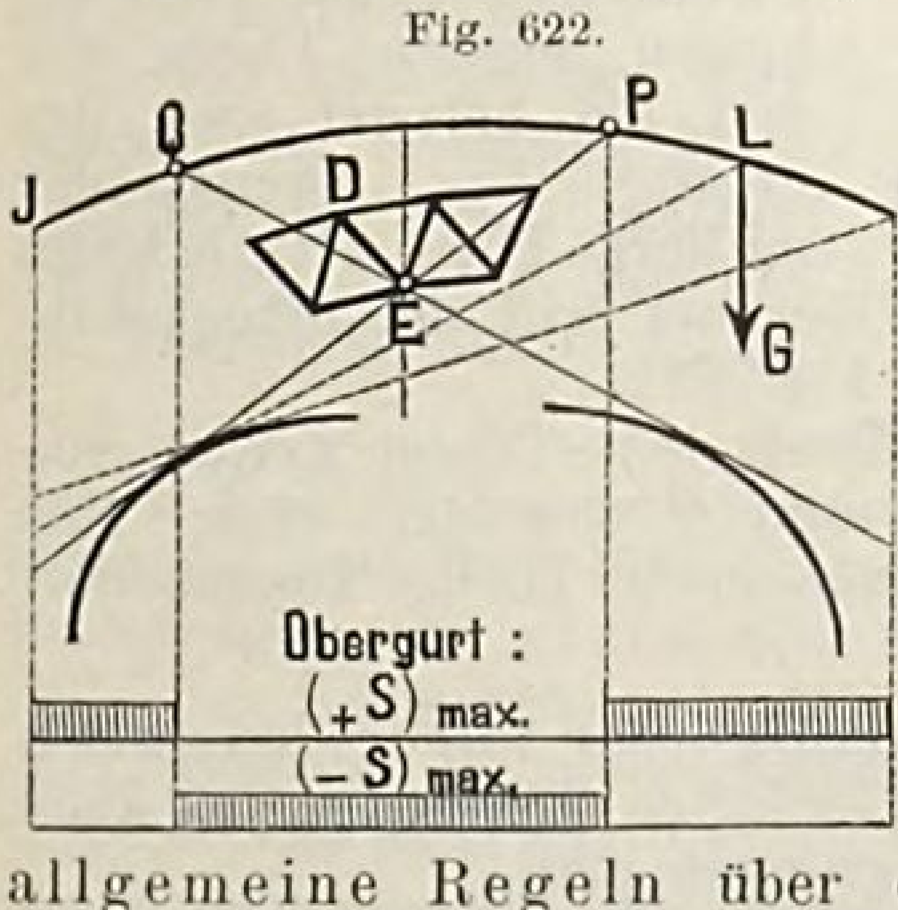
Fig. 621.



β. Gefährlichste Belastungsweise und Belastungs-Scheiden.

Es werde voraus gesetzt, dass der Bogenträger aus zwei Gurten mit zwischen liegendem eintheiligen Gitterwerk bestehe. Dieser Bogenträger, Fig. 622, ist durch den belieb. Schnitt im Felde DE, welcher 3 Stäbe trifft, in 2 Theile zerlegt. Der Schnittp. derjenigen beiden Stäbe, deren Spannung man (nach Ritter) nicht bestimmen will, werde konjugirter Punkt genannt. Es soll nun die gefährlichste Belastungsweise für jeden der 3 Stäbe ermittelt werden.

Fig. 622.



Am einfachsten gelangt man zum Ziele, wenn man für jeden Stab die Influenzlinie zeichnet, was bei gegebener Kämpferdr.- und Umhüllgs.-Linie geschehen kann. Es giebt jedoch auch allgemeine Regeln über die gefährlichste Belastungsweise. Belastungsscheiden sind diejenigen Punkte der Kämpferdruck-Linie, bei deren Ueberschreiten durch eine Einzellast sich das Vorzeichen der Spannung des betrachteten Stabes ändert; sie begrenzen daher die gefährlichste Belastung. Die Belastungsscheiden entsprechen den Punkten P und Q, in welchen die Kämpfer-

druck-Linie von den Geraden geschnitten wird, welche durch den konjug. Punkt (z. B. E) tangirend an die Umhüllungs-Linie (bezw. durch die Gelenke) gelegt werden. Denn sobald die Einzellast G in dem Punkte P oder Q liegt, ist das Mom. der äussern Kräfte in Bezug auf den konjug. Punkt $= 0$; liegt die Einzellast rechts oder links von P oder Q, so ist bezw. das Mom. positiv oder negativ.

Fig. 623.

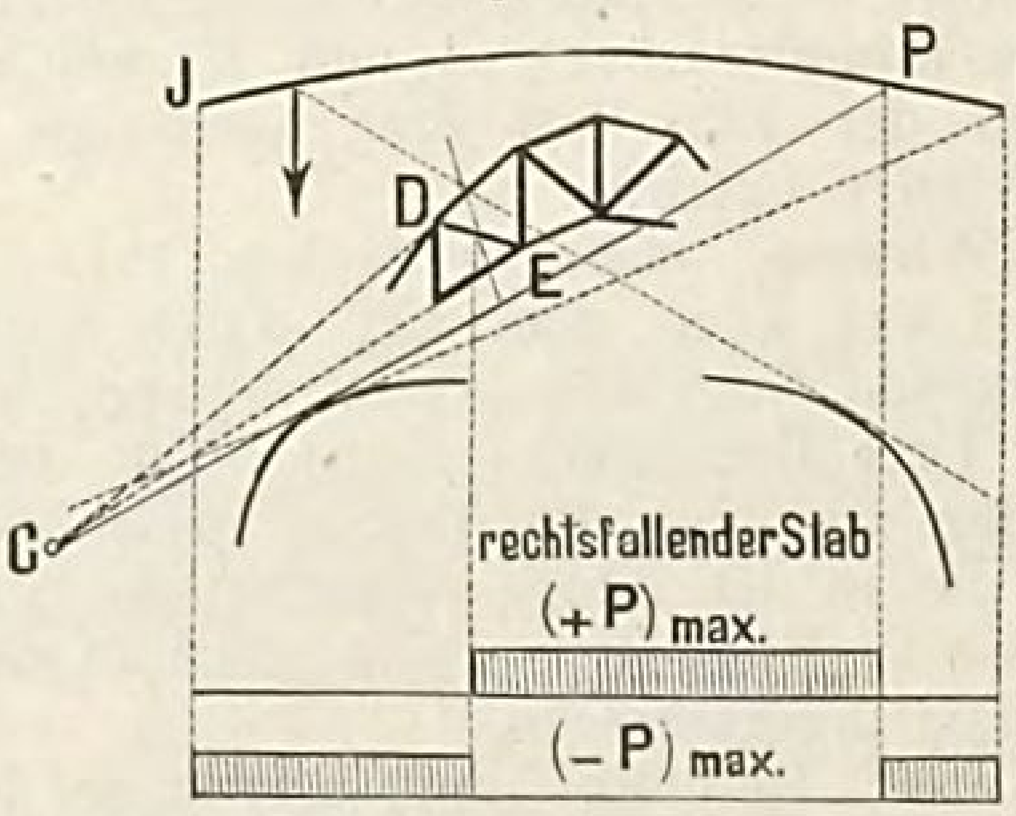


Fig. 624.

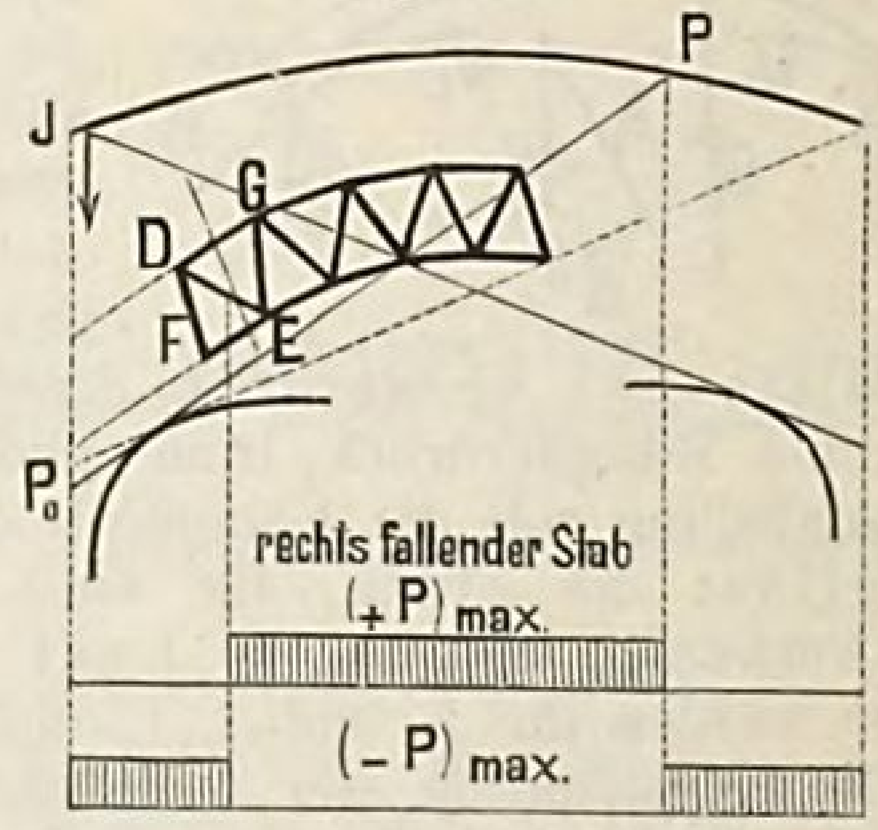
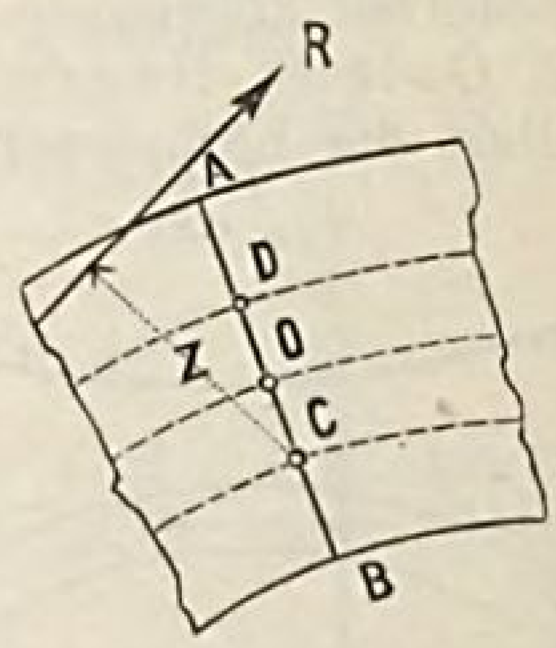


Fig. 625.



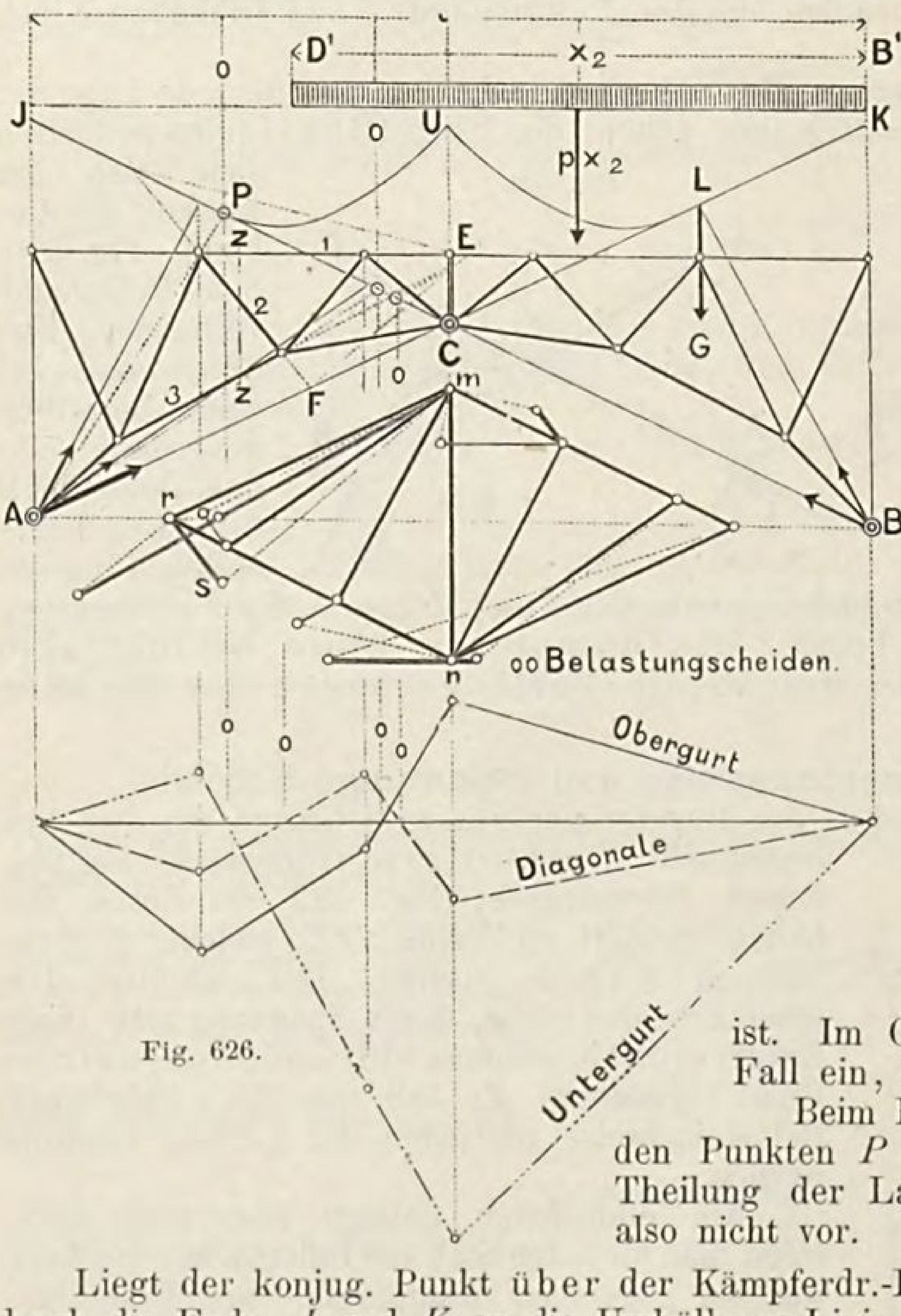


Fig. 626.

In vielen Fällen bildet auch der Schnitt eine Belastungsscheide, weil beim Ueberschreiten desselben durch die Einzellast entweder dieser oder der andere Kämpferdr. in der Rechnung mit erscheint.

Im Untergurt tritt der grösste Druck ein, wenn die beiden äussern Theile JQ und PK belastet sind, der grösste Zug, wenn der mittlere Theil PQ belastet ist. Im Obergurt tritt der umgekehrte Fall ein, Fig. 622.

Beim Dreigelenk-Träger existirt von den Punkten P und Q nur der eine; eine Theilung der Last in 2 Theile kommt dort also nicht vor.

Liegt der konjug. Punkt über der Kämpferdr.-Linie, oder unter den beiden durch die Endp. J und K an die Umhüllungs-Linie gelegten Tangenten, so kann nur Druck eintreten, welcher bei Vollbelastung am grössten wird.

Für einen Gitterstab existirt von den Punkten P und Q in der Regel nur einer, Fig. 623, es kann aber auch dieser fortfallen; d. Belastungsscheide liegt im fragl. Schnitte.

Sind die Gurte parallel (wie z. B. DG und FE in Fig. 624), so liegt der konjug. Punkt in der Entfernung $= \infty$; es wird daher die Tangente P_0P zur Bestimmung der Lastscheide parallel zum fragl. durchschnittenen Gurtstücke sein.

Die Belastungsscheide im Schnitt ist genau durch Zeichnung der Influenzlinie zu finden (vergl. die Belastungsscheiden OO Fig. 626).

Die über Anwendung der Kämpferdr. und Umhüllungs-Linien zur Bestimmung der Lagerdr. gegebenen Regeln gelten auch für Bögen mit voller Wandung. Die Spannung N einer Randfaser im Punkte A, Fig. 625, ist dem Mom. Rz in Beziehung auf den zu A gehör. Kernp. C proportional. Daher gilt das über die gefährlichste Belastung im Vorstehenden Gesagte auch hier, wenn an Stelle des einem Stabe konjug. Punktes hinsichtlich der Faser A der zugehörige gegenüber liegende Kernp. C gesetzt wird. Da das Trägheitsmom. $J = Fr^2$ (F Fläche; r Trägheitsrad.), so ergiebt sich, wenn $OC = \delta$ gesetzt wird, weil $\delta = \frac{r^2}{e}$ ist (vergl. S. 572):

$$N = \frac{Me}{J} = \frac{M}{Fd}.$$

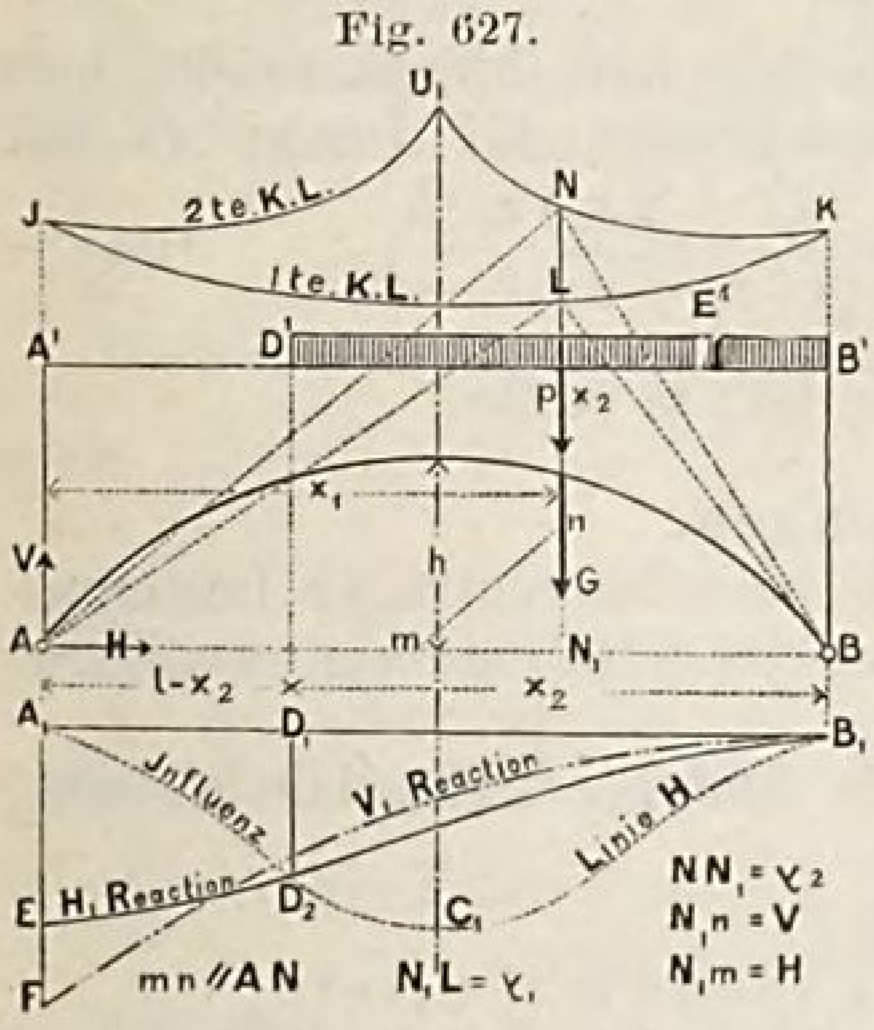
Die spezif. Spannung N ist also dieselbe, wie diejenige eines Stabes, welcher C zum konjug. Punkt und von C den normalen Abstand d hat.

γ. Bestimmung der Spannungen mit Hülfe der 2. Kämpferdr.-Linie.

Man kann unter Zugrundelegung gleichmässig vertheilter Belastung (nachdem man zuerst die Belastungsscheiden fest gestellt hat) mit Hilfe der 2. Kämpferdruckl. und Umhüllungslinie (event. also bei Gelenk-Bogenträgern nur mit Hilfe der 2. Kämpferdruck-Linie) die Maximal- und -Minimal-Spannungen direkt, ohne Anwendung der Influenzlinie ermitteln.

1. Ist für den zur Bestimmung der Spannung eines Stabes erforderlichen Schnitt der linke Trägertheil nicht belastet, so wirkt auf denselben als äussere Kraft nur der Lagerdruck A der Richtung AN, Fig. 627; das Moment für den konjugirten Punkt ist daher bestimmt.

Fig. 627.



2. Ist auch der linke Trägertheil (z. B. bis D') belastet, so wirkt auf denselben als äussere Kraft die Resultante aus A und der Belastung des linken Trägertheils. — Man kann aber auch wie folgt verfahren: Bestimme zuerst die Spannung S_t für Vollbelastung, sodann die Spannung S_l in der Voraussetzung, dass nur der linke Theil $A'D'$ belastet ist. Die Bestimmung von S_l erfolgt mit Hilfe des Lagerdrucks B in gleicher Weise wie unter α. Die wirkl. Spannung S des Stabes ist dann: $S = S_t - S_l$.

3. Ist nur ein belieb. mittlerer Theil (z. B. $D'E'$) belastet, so ist die Spannung S eines Stabes = der Spannung für die Belastung der Strecke $B'D'$, vermindert um die Spannung für die Strecke $B'E'$.

Sind zwei belieb. Strecken $A'D'$ und $E'B'$ belastet, so bestimmt man nach Obigem die Spannung für die Belastung der Strecken $A'D'$ und $E'B'$ und addirt dieselben oder man beachtet, dass S = der Spannung für totale Last, vermindert um die Spannnung für die Belastung von $B'D'$, vermehrt um die Spannung für die Belastung von $B'E'$ ist.

δ. Dreigelenk-Bogenträger.

1. Beliebige unveränderliche Belastung. Bei Bogendächern z. B. bestimmt man die Spannungen aus dem Eigengewicht, den Schnee- oder Wind-Belastungen am einfachsten direkt ohne Zeichnung der Influenzlinien, mit Hilfe der Lagerdrücke (wie S. 625 ausgeführt worden ist) nach Ritter's Methode oder nach der Polygonal-Methode. Die Ermittelung der Vertikal-Kompon. der Lagerdrücke kann hier wie beim Balkenträger geschehen; die Horizontal-Kompon. finden sich aus der Mom.-Gleich. in Bezug auf das Scheitelgelenk.

Grafisch bestimmt man die äussern Kräfte und daraus die Spannungen am einfachsten, wenn man für die Belastung ein Resultanten-Polygon (S. 507) zeichnet, welches hier durch die 3 Gelenke gehen muss. Diese Konstrukt. gesch. mit Hilfe der Polaraxe nach S. 506. Die entsprechende Seite des Resultanten-

Polygons giebt für einen belieb. Schnitt die Resultante aller äussern Kräfte nach Lage und Richtung, der Pol liegt in der von den Lagerdrücken gebildeten Ecke; die Grösse findet sich aus dem zugehörigen Kraftpolygon.

2. Veränderliche Belastung. Die Spannungen ermittelt man am besten mit Hilfe der Influenzlinien. Man konstruirt, je nachdem man eine gleichm. verth. oder aus Einzellasten besteh. Belastung einführt, bezw. die 2. oder 1. Kämpferdr.-Linie. Dadurch sind die jedesmal. Lagerdrücke bestimmt und die Influenzl. kann für jeden Stab gezeichnet werden. Am besten führt man dabei immer den Lagerdruck desjen. Trägertheils ein, auf welchem die Einzellast nicht liegt.

Die 1. Kämpferdr.-Linie ist direkt durch die Geraden JC und CK gegeben. Mit deren Hilfe sind in Fig. 626 Influenzl. für den Schnitt zz und die Stäbe 1, 2, 3 gezeichnet. Daraus ergeben sich die Maxim.-Spannungen nach S. 627.

Zur Ermittelung der Ordin. der Influenzlinie ist die grafische Schnittmeth. in Anwendung gekommen. Die Richtung der Resultanten der gesuchten Spannung (z. B. 2) und der äussern Kraft (z. B. für die Lage der Einzellast in L: der Lagerdruck $A = mr$) muss durch den Schnittsp. der beiden andern Spannungen des Schnitts (durch E) verlaufen. Also: im Kraftgolygon $A = mr$ nach Grösse und Richtung aufgetragen und von den Endp. zwei Parallelen bezw. zum betr. Stabe und zur Verbindungslinie der Schnittsp. (EF) gezogen: dann ist rs die gesuchte Spannung 2. (Die Hilfslinien für die Bestimmung der Spannungen der übrigen Stäbe sind in der Figur zum Theil fortgelassen.)

3. Die 2. Kämpferdr.-Linie. Es sei: x_2 die Länge der veränderlichen Belastungs-Strecke $B'D'$ Fig. 628, y_2 die Ordin. der 2. Kämpferdr.-Linie in der Mitte der Strecke $B'D'$; l Spannw.; h Bogenhöhe.

Für jede Belastung, welche nicht über das Scheitelgelenk hinaus reicht, fällt die 2. Kämpferdr.-Linie mit der 1. zusammen; überschreitet der Punkt D' das Scheitelgelenk, so wird die Gleich. derselben: $y_2 = \frac{(4l - 2x_2)\,x_2^2 h}{l\,(4l\,x_2 - 2x_2^2 - l^2)}$. (24)

Für $x_2 = \frac{1}{2}\,l$ ist: $y_2 = \frac{3}{2}\,h$; für $x_2 = l$ ist: $y_2 = 2h$.

ε. Bogenträger mit 2 Gelenken.

1. Die vertikal. Lagerdrücke A und B werden wie beim Balkenträger bestimmt. Der Horizontalschub ergiebt sich unter Anwendung der S. 627 gezeigten allgem. Methode zur Berechnung stat. unbest. Stabsysteme.

Es bedeuten: λ Länge, f Querschn. eines einzeln. Stabes, E Elastizit.-Koeffiz., S_v, S_h, s die in diesem Stabe bezw.:

1) durch eine belieb. Vertikalbelastung,
2) durch d. nach innen gericht. Horizont.-Schub H allein,
3) durch eine in beiden Auflagern nach aussen wirkende Horizontalkraft $= 1$

erzeugte Spannung, wenn dabei der Träger als Balkenträger mit einem festen (drehbaren) und einem horizontal (ohne Reibung) verschiebbaren Ende betrachtet wird.

Dann ist für Bogenträger:

mit festen Widerlagern: $H = \frac{\sum\left(\frac{s\,S_v\,\lambda}{f}\right)}{\sum\left(\frac{s^2\lambda}{f}\right)}$ (25); mit Spann-Stangen: $H = \frac{\sum\left(\frac{s\,S_v\,\lambda}{f}\right)}{\sum\left(\frac{s^2\lambda}{f}\right) + \frac{El}{E_0\varphi}}$ (26)

(l = Länge, φ = Quersch. und E_0 Elastizitäts-Koeffiz. der Spannstange.)

Die in Gleich. (25) u. (26) vorgeschriebene Summirung bezieht sich auf sämmtliche vorhandenen Stäbe.

Die wirkliche Spannung S eines belieb. Stabes bestimmt sich aus:

$$S = S_v - s\,H. \qquad (27)$$

Der durch Temperatur-Aenderung erzeugte Horizontalschub H_t ist:

für Bogen m. fest. Widerlagern: $H_t = \frac{E\,\varepsilon\,t\,l}{\sum\left(\frac{s^2\lambda}{f}\right)}$ (28); für Bogen m. Spannstange: $H_t = \frac{E\,(\varepsilon - \varepsilon_0)\,t\,l}{\sum\left(\frac{s^2\lambda}{f}\right) + \frac{El}{E_0\varphi}}$ (29)

t bezeichnet die Temp.-Differ. in °C. gegen eine mittlere Temp., bei der keine Spannungen, durch die Temperat. erzeugt, existiren; ε_1, ε_0 sind Ausdehn.-Koeffiz. für 1°; bei dems. Material ist $\varepsilon = \varepsilon_0$ und $H_t = 0$.

Es ist etwa zu setzen für Schmiedeisen:

$$E = 200000^{\mathrm{t}} \text{ p. } ^{\mathrm{qdm}};\ \varepsilon = 0{,}0000118;\ t = 30^{0};\ E\varepsilon t = 70{,}8.$$

Endlich ist aus Gleich. (27): $S_t = \pm s H_t$.

S_v und s können in bekannter Weise durch Rechnung oder Konstruktion nach der Schnitt- oder Polygonal-Methode bestimmt werden.

2. 1. Kämpferdrucklinie. Ist G die Einzellast, l die Spannweite und sind x_1, y_1 die Koordin. im veränderlichen Angriffsp. von G, so ergiebt sich, Fig. 627:

$y_1 = \dfrac{G x_1 (l - x_1)}{H l}$... (30) als Gleich. der 1. Kämpferdrucklinie. Wird der Werth von H eingesetzt, so findet sich:

$$y_1 = \frac{\Sigma\left(\frac{s^2 l}{f}\right) + \frac{E l}{E_0 \varphi}}{\frac{1}{x_1}\Sigma_{x_1}\left(\frac{s S_v \lambda}{f}\right) + \frac{1}{l - x_1}\Sigma_{l-x_1}\left(\frac{s S_v \lambda}{f}\right)} \qquad (31)$$

Σ_{x_1} und Σ_{l-x_1} bedeutet die Summirung zwischen den Grenzen 0 und x_1 bezw. $(l - x_1)$.

S_v ist die durch G erzeugte Spannung (wenn der Bogenträger als Balkenträger betrachtet wird). Bei festen Widerlagern fällt das Glied, welches φ enthält, fort. Da die Kämpferdr.-Linie meist nur in Verbindung mit der Influenzlinie benutzt wird, genügt es, y_1 für die Knotenp. bezw. Querträger-Anschlussp. zu berechnen.

3. 2. Kämpferdr.-Linie, Fig. 627. Man zeichnet die Influenzlinie $A_1 C_1 B_1$ für den Horizontalschub H und bestimmt daraus (nach S. 627) mittels Flächen-Berechnung den Horizontalschub H' für die Belastung der Strecke $B'D' = x_2$;

$$\text{Also: } H' = \text{Fläche } B_1 D_1 D_2 C_1 B_1 \frac{p}{G}.$$

Desgleichen konstruirt man für jeden Werth von x_2 den linken Lagerdruck V' aus: $V' = \dfrac{p x_2^2}{2l}$. Nun ist: $\left(\dfrac{y_2}{l - \frac{x_2}{2}}\right) = \dfrac{V'}{H'} = \dfrac{N N_1}{A N_1}$;

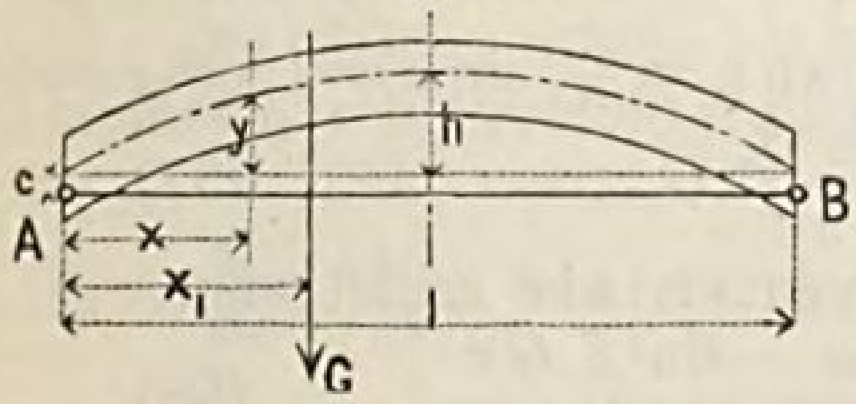
Daraus ergiebt sich die Konstruktion: $N_1 m = V'$; $N_1 n = H'$ und $AN \parallel mn$.

4. Aus den allgem. Gleich. (25) bis (29) lassen sich solche für spezielle Formen des Bogens ableiten.

ζ. Parabel-Bogen mit 2 Kämpfer-Gelenken, mit konstanter Höhe b und konstantem Querschnitt, Fig. 628.

Die Parabeln haben geringe Scheitelhöhe, so dass man die Abszisse mit dem Bogen vertauschen kann. Die Kämpfer-Gelenke mögen eine Strecke $= c$ tiefer als die Bogenaxe liegen.

Fig. 628.



Dann ist mit Bezug auf Fig. 628.

1. Für eine Einzellast G:

$$H = \frac{5 G x_1 (l - x_1)\left[(l^2 + l x_1 - x_1^2) + \frac{3 l^2 c}{2h}\right]}{8 h l^3 \left[1 + \frac{5c}{2h} + \frac{15}{32}\frac{c^2 + b^2}{h^2}\right]} \qquad (32)$$

$$\text{Für } c = 0 \text{ wird: } H = \frac{5 G x_1 (l - x_1)(l^2 + l x_1 - x_1^2)}{8 h l^3 \left(1 + \frac{15 b^2}{32 h^2}\right)} \qquad (33)$$

Setzt man dann $x_1 = \alpha l$, so erhält man: $H = \beta \dfrac{G l}{h\left(1 + \frac{15 b^2}{32 h^2}\right)}$. Dies giebt für:

$\alpha = 0$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\beta = 0$	0,0613	0,1160	0,1588	0,1860	0,1953	0,1860	0,1588	0,1160	0,0613	0

Die Gleichg. der 1. Kämpferdr.-Linie wird nach (31):

$$y_1 = 8 l^2 h \left(1 + \frac{5c}{2h} + \frac{15\,(c^2+b^2)}{32 h^2}\right)$$

und wenn $c = 0$ ist: $y_1 = \dfrac{8 l^2 h}{5\,(l^2 + l x_1 - x_1^2)}\left(1 + \dfrac{15 b^2}{32 h^2}\right)$. (34)

Setzt man in (34): $x = \alpha_1 l$, so wird: $y_1 = \beta_1 h \left(1 + \dfrac{15 b^2}{32 h^2}\right)$; dies giebt für:

$\alpha_1 = 0$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\beta_1 = 1{,}600$	1,467	1,379	1,322	1,290	1,280	1,290	1,322	1,379	1,467	1,600

2. Für gleichmässige Belastung, wenn der Träger von $x = 0$ bis $x = x_2$ mit p pro Längeneinh. belastet ist, ergiebt sich:

$$H = \frac{A p x_2^2}{30}\left[15 l\,(l^2 + B^2) - 10 B^2 x_2 - 15 l x_2^2 + 6 x_2^3\right] \qquad (35)$$

darin ist: $A = 8 h l^3 \left(1 + \dfrac{5c}{2h}\right) + \dfrac{15\,(c^2+b^2)}{32 h^2}$ und: $B = \sqrt{\dfrac{3 c l^2}{2h}}$.

Für Vollbelastung ($x_2 = l$) folgt: $H = \dfrac{p l^2}{8h}\left(\dfrac{1 + \dfrac{5c}{4h}}{1 + \dfrac{5c}{2h} + 15\,\dfrac{(c^2+b^2)}{32 h^2}}\right)$.

Die Gleich. der 2. Kämpferdr.-Linie wird: $y_2 = \dfrac{x_2^2\,(2l - x_2)\,p}{4 H l}$.

x_2 ist die Länge der Belastung vom Auflager ab gerechnet, y_2 die Ordin. der 2. Kämpferdr.-Linie in der Mitte der Belastungs-Länge gemessen.

Bei Einsetzung des Werthes von H aus (35), ferner für $c = 0$ und wenn b gegen h sehr klein ist, wird: $y_2 = \dfrac{4 l^2\,(2l - x_2)}{5 l^3 - 5 l x_2^2 - 2 x_2^3}\,h$.

3. Einfluss der Wärme. Nach (28) wird der durch die Aenderung der Temperatur um t^0 erzeugte Horizontalschub: $H_t = \dfrac{15 E f \varepsilon t b^2}{16 h^2 \left(1 + \dfrac{5c}{2h} + \dfrac{15\,(c^2+b^2)}{32 h^2}\right)}$.

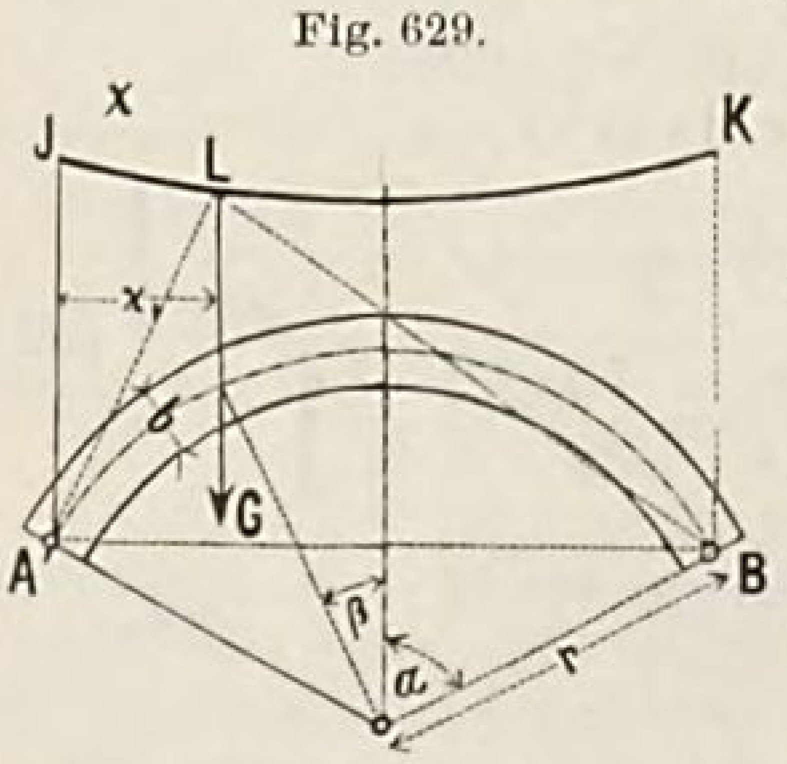
η. **Kreisbogen mit 2 Kämpfergelenken u. konstantem Querschn.**, Fig. 629.

Halbmesser der Bogenaxe $= r$, halber Zentriwinkel des Bogens $= \alpha$. Die Kämpfergelenke liegen in der Bogenaxe.

1. Für eine Einzellast ergiebt sich, wenn der Zentriwinkel des Angriffsp. in der Bogenaxe mit β bezeichnet wird:

$$H = \frac{(1-k)\,[\sin^2\alpha - \sin^2\beta + 2\cos\alpha\,(\cos\beta - \cos\alpha)] - 2\cos\alpha\,(\alpha\sin\alpha - \beta\sin\beta)}{2\,(1-k)\,(\alpha - 3\sin\alpha\cos\alpha) + 4\alpha\cos^2\alpha}.$$

Fig. 629.



Darin ist: $k = \left(\dfrac{b^2}{4 r^2}\right)$. (36)

Für den Halbkreis, wo $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$, $\sin\alpha = 1$, $\cos\alpha = 0$ wird, giebt das: $H = \dfrac{\cos^2\beta}{\pi}\,G$. (37)

Für die 1. Kämpferdr.-Linie erhält man:

$$y_1 = \frac{\sin^2\alpha - \sin^2\beta}{2\sin\alpha}\,\frac{G r}{H} \qquad (38)$$

Dies giebt für den Halbkreis:

$$y_1 = \frac{\pi}{2}\,r = 1{,}571\,r, \qquad (39)$$

so dass hier die 1. Kämpferdr.-Linie in eine gerade Linie übergeht.

2. Für gleichmässige Belastung ergiebt sich:

$$H = p r\,\frac{(1-k)\left(\frac{4}{3}\sin^3\alpha + 2\alpha\cos\alpha - 2\sin\alpha\cos^2\alpha\right) - \cos\alpha\,(\alpha + 2\alpha\sin^2\alpha - \sin\alpha\cos\alpha)}{2\,(1-k)\,(\alpha - 3\sin\alpha\cos\alpha) + 4\alpha\cos^2\alpha}$$

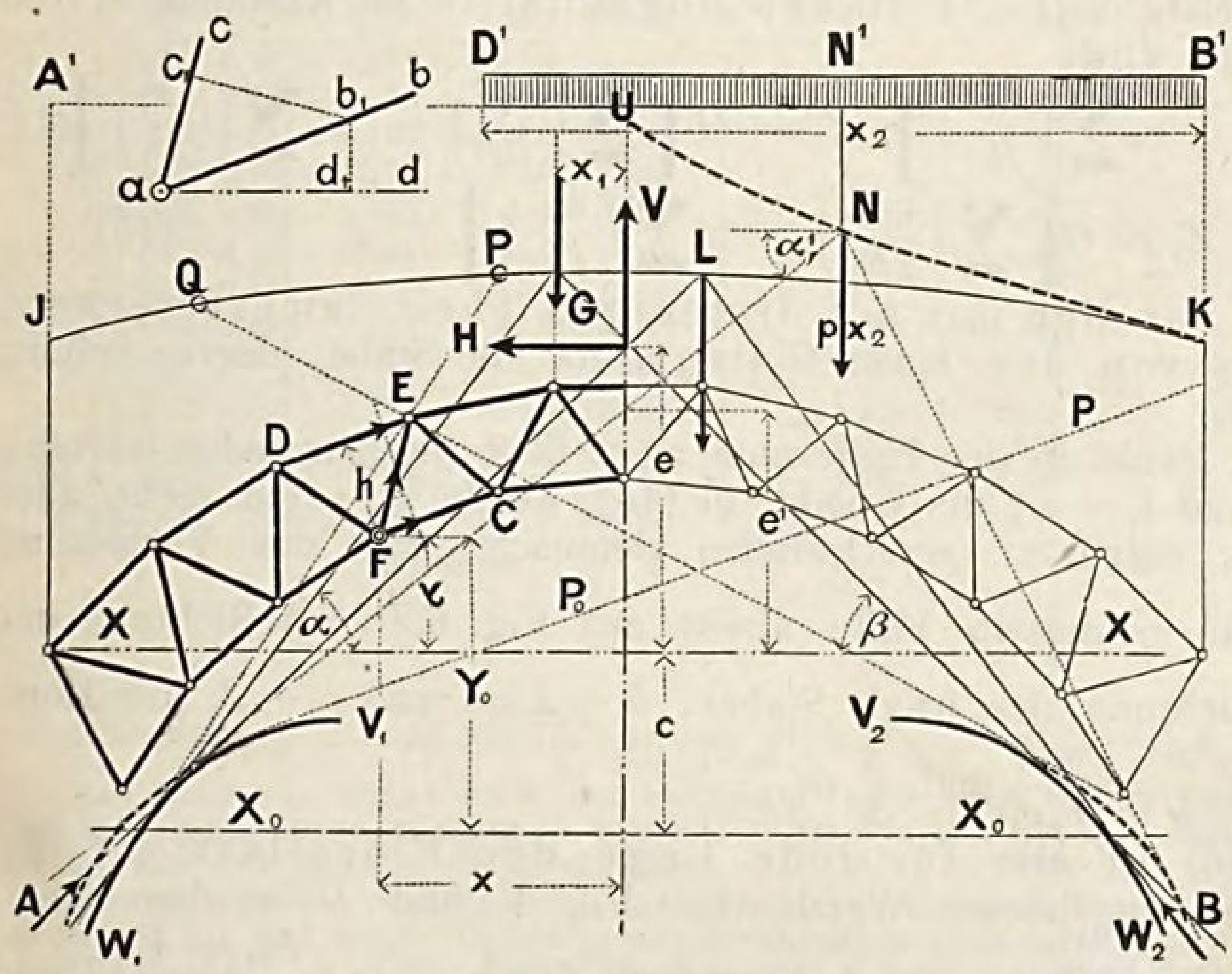
Für den Halbkreis: $H = \frac{4pr}{3\pi} = 0{,}424\,pr.$

3. Einfluss der Wärme: $H_t = \frac{E f \varepsilon t b^2 \sin\alpha}{r^2(1-k)(\alpha - 3\sin\alpha\cos\alpha) + 2\alpha\cos^2\alpha}$.

ϑ. Symmetrischer Gitter-Bogenträger ohne Gelenk.

1. Die Elastizitäts-Gleich. Es bedeuten mit Bezug auf Fig. 630: H, V bezw. Horizontalkraft und Vertikalkraft, welche in dem Abstande e von einer belieb. horizont. Axe XX in den mit der Symmetrie-Axe zusammen falldn. Scheitelschnitt angreifend gedacht werden müssen, um die Wirkung der rechten Bogenhälfte auf die linke zu ersetzen; $M_0 = He$ das Mom. d. Horizontalkr. in Bezug auf die Axe XX; M das Moment der äussern Kräfte in Bezug auf den, dem belieb. Stabe DE konjug. Punkt F; λ, f bezw. Länge u. Querschnitt des Stabes; — $\mathfrak{M}$ das Mom. aller zwischen dem, durch den belieb. Stab DE gelegten Schnitt und dem Scheitelschnitt wirkenden Lasten in Beziehung auf den konjug. Punkt F; h den senkrecht gemessenen Abstand des belieb. Stabes DE von F; x, y die Koordin. des Punktes F; E den Elastizit.-Koeffizienten.

Fig. 630.



Führt man noch folgende Abkürzungen ein:

$$\sum\left(\frac{\mathfrak{M}\lambda}{fh^2}\right) = Z;\ \sum\left(\frac{\mathfrak{M}x\lambda}{fh^2}\right) = Z_1;\ \left(\sum\frac{\mathfrak{M}yl}{fh^2}\right) = Z_2;$$

$$\sum\left(\frac{\lambda}{fh^2}\right) = \alpha;\ \sum\left(\frac{x^2\lambda}{fh^2}\right) = \beta;\ \sum\left(\frac{y^2\lambda}{fh^2}\right) = \gamma;\ \sum\left(\frac{y\lambda}{fh^2}\right) = \delta$$

so ergeben sich für vorliegenden speziellen Fall die 3 Elastizit.-Gleichg.:

$$M_0 = \frac{\gamma Z - \delta Z_2}{\alpha\gamma - \delta^2};\ H = \frac{\delta Z - \alpha Z_2}{\alpha\gamma - \delta^2};\ V = \frac{Z_1}{\beta}. \qquad (40)$$

Bei symmetrischer Belastung (durch Eigengewicht) wird $Z_1 = 0$, also $V = 0$.

Die Gleich., welche bei belieb. vertikaler oder schiefer Belastung anwendbar sind, können durch passende Wahl der Lage der Axe XX sehr vereinfacht werden. Berechnet man nämlich zuerst für eine vorläufige belieb. Axe X_0X_0 den Ausdruck $\delta_0 = \sum\left(\frac{y_0\lambda}{fh^2}\right)$ und nimmt dann die definitive Axe XX in einem Abstande: $c = \frac{\delta_0}{\alpha}$ von der Axe X_0X_0 an, so lauten die Gleich. (40) für diese Axe:

$$M_0 = \frac{Z}{\alpha};\ V = \frac{Z_1}{\beta};\ H = \frac{Z_2}{\gamma}. \qquad (41)$$

Wenn M_0, V und H bestimmt sind, folgt aus: $M = M_0 + Vx + Hy - \mathfrak{M}$ (42)

die Spannung S des belieb. Stabes DE: $S = \frac{M}{h}$. (43)

2. Für die in Folge von Temperatur-Aenderungen erzeugten Spannungen hat man in (40) und (41) einzusetzen:

$$Z = E\varepsilon t \sum \left(\frac{\lambda}{h}\right); \; V = 0 \text{ und } Z_2 = E\varepsilon t \sum \left(\frac{y\lambda}{h}\right); \tag{44}$$

worin ε und t die Werthe der Gleich. (28) und (29) sind. $E\varepsilon t = 70{,}8$ (für ^{t} und ^{qm}).

Im allgem. ist bezüglich der Gleich. (40), (41) und (44) zu bemerken, dass x und y positiv oder negativ einzuführen sind, je nach ihrer Lage im Quadranten. Der Werth $\frac{\lambda}{h}$ ist negativ oder positiv zu nehmen, je nachdem eine Verlängerung des durchschnittenen fragl. Stabes eine negat. oder posit. Drehung um den konjug. Punkt veranlasst.

3. Die 1. Kämpferdruck-Linie und Umhüllungslinie. Für eine vertik. Einzellast G, welche auf der linken Bogenhälfte im Abstande x_1 von der Symmetrie-Axe liegt, wird:

$$Z = G\left[\sum\left(\frac{x\lambda}{fh^2}\right) - x_1 \sum\left(\frac{\lambda}{fh^2}\right)\right]; \; Z_1 = G\left[\sum\left(\frac{x_2\lambda}{fh^2}\right) - x_1\sum\left(\frac{\lambda x}{fh^2}\right)\right];$$

$$Z_2 = G\left[\sum\left(\frac{xy\lambda}{fh^2}\right) - x_1\sum\left(\frac{\lambda y}{fh^2}\right)\right]. \tag{45}$$

Die Summirung hat sich nur auf diejenigen Theile zu erstrecken, deren Schnitt links von der Last G liegt, da für Stäbe, deren Schnitt rechts liegt, $\mathfrak{M} = 0$ ist.

Wenn der konjug. Punkt in der Entfernung $= \infty$ liegt (bei parallelen Gurten), so werden auch x, y und $h = \infty$; die Glieder in (45), welche x, y gar nicht, oder nur in der 1. Potenz enthalten, verschwinden demnach. Für das Verhältniss $\frac{x}{h}$ und $\frac{y}{h}$ ergiebt sich in diesem Falle direkt aus Fig. 630: ab Richtung der parallelen Stäbe, ac Richtung des fragl. Stabes, $b_1 c_1 \perp ac$ und $b_1 d_1 \perp$ der Horizontalen ad; dann ist: $\frac{x}{h} = \frac{a d_1}{b_1 c_1}$ und: $\frac{y}{h} = \frac{b_1 d_1}{b_1 c_1}$.

Aus (41) und (45) ist also für jede Lage der Einzellast auf der linken Bogenhälfte der zugehörige Werth von M_0, V und H zu berechnen. Ferner ergiebt sich für die Ordin. y_1 der 1. Kämpferdr.-Linie: $y_1 = \frac{M_0 + Vx}{H}$ und für die Winkel α, β, welche bezw. die Richtungen der zur Ordin. y_1 gehörigen Kämpferdrücke A und B mit der Horizontalen einschliessen:

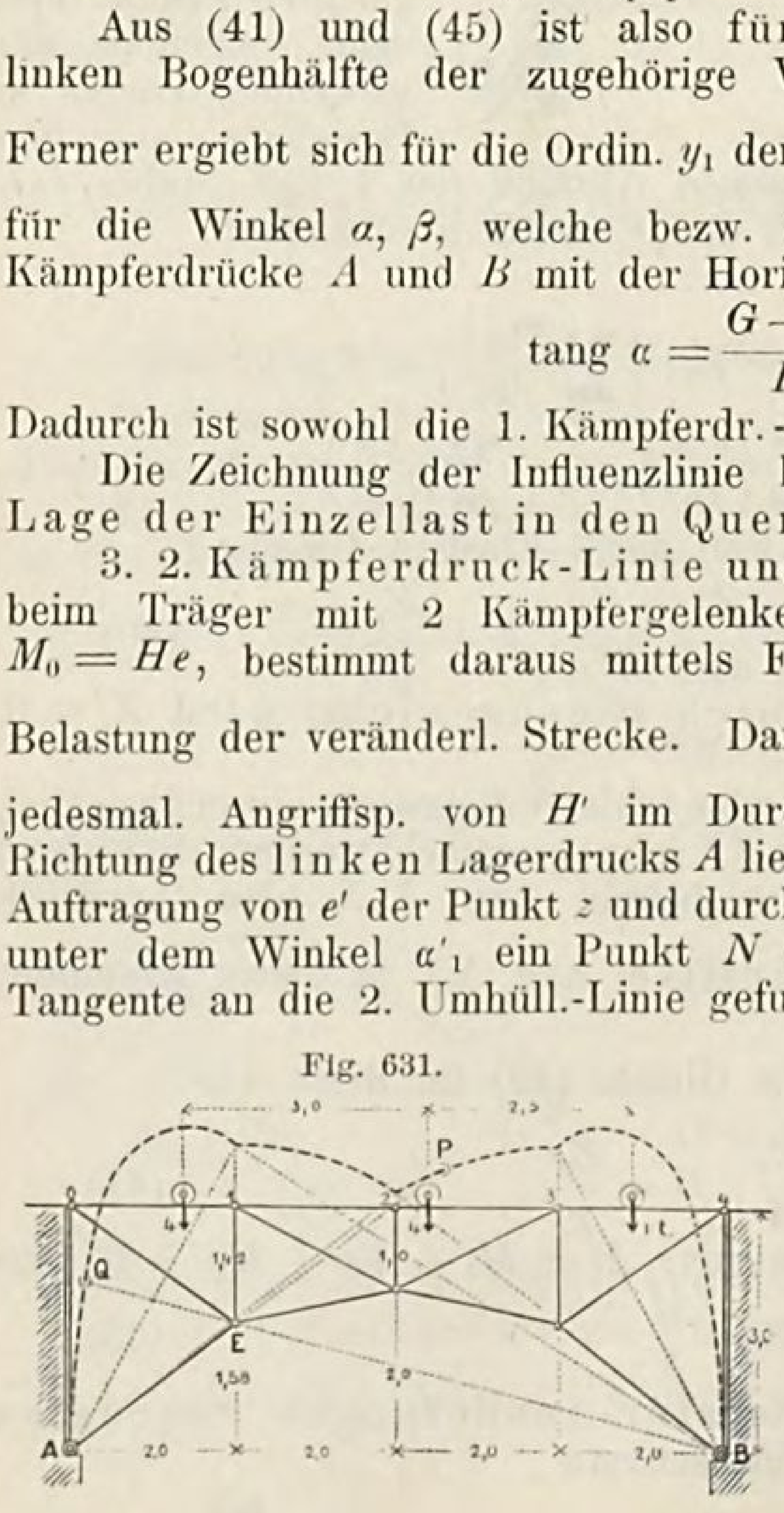
$$\text{tang } \alpha = \frac{G - V}{H}; \; \text{tang } \beta = \frac{V}{H}.$$

Dadurch ist sowohl die 1. Kämpferdr.-Linie als auch die Umhüll.-Linie bestimmt.

Die Zeichnung der Influenzlinie hat dann für jeden Stab und für jede Lage der Einzellast in den Querträgerpunkten zu geschehen.

3. 2. Kämpferdruck-Linie und Umhüllungs-Linie. Man zeichnet, wie beim Träger mit 2 Kämpfergelenken, Influenzlinien, u. z. für V, H und $M_0 = He$, bestimmt daraus mittels Flächenberechnung V', H' und M'_0 für die Belastung der veränderl. Strecke. Dann ist: $e' = \frac{M'_0}{H'}$ und tang $\alpha' = \frac{V'}{H'}$. Da der jedesmal. Angriffsp. von H' im Durchschnittsp. z der Symmetrie-Axe mit der Richtung des linken Lagerdrucks A liegt (wenn die Last rechts liegt), so ist durch Auftragung von e' der Punkt z und durch Antragen der Richtung des Lagerdrucks A unter dem Winkel α'_1 ein Punkt N der 2. Kämpferdr.-Linie und zugleich eine Tangente an die 2. Umhüll.-Linie gefunden.

Fig. 631.



Beispiel.
Berechnung einer Strassenbrücke mit 2 Kämpfer-Gelenken.

Lasten-System wie in Fig. 631. Die Querschn. der einzelnen Stäbe und das Eigengew. sind vorher annähernd zu bestimmen.

Das Eigengew. ist für den Obergurt zu $0{,}4^t$, für den Untergurt zu $0{,}1^t$ pro 1^m Länge der Horizontalprojektion angenommen; die Querschn. enthält die folgende Tabelle, in der auch sämmtl. für die Gleich. (25—29) erforderlichen Ausdrücke berechnet und übersichtlich zusammen gestellt sind.

Tabelle zur Berechnung eines Gitterträgers mit 2 Gelenken.

Theil	Nummer	Länge, dm γ	Querschn., qdm f	Spann. durch Horizontal-Zug = 1 s	$\frac{s\lambda}{f}$	$\frac{s^2\lambda}{f}$	Spannung S_v durch die Einzellast $G=1$ in den Punkten 0	1	2	$\frac{sS_v\lambda}{f}$ für Punkt 0	1	2	Eigengewicht S_v	$\frac{sS_v\lambda}{f}$
Obergurt	1	20,0	0,15	— 1,113	— 148,4	165,2	0	— 1,056	— 0,704	0	+ 156,7	+ 104,5	— 2,11	+ 313
	2	20,0	0,15	— 2,000	— 266,7	533,3	0	— 1,000	— 2,000	0	+ 266,7	+ 533,4	— 4,00	+ 1067
	3	20,0	0,15	— 2,000	— 266,7	533,8	0	— 1,000	— 2,000	0	+ 266,7	+ 533,4	— 4,00	+ 1067
	4	20,0	0,15	— 1,113	— 148,4	165,2	0	— 0,352	— 0,704	0	+ 52,2	+ 104,5	— 2,11	+ 313
Untergurt	1	25,5	0,25	+ 1,274	+ 130,0	165,6	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	20,4	0,25	+ 2,155	+ 175,8	379,0	0	+ 1,078	+ 0,718	0	+ 189,5	+ 126,3	+ 2,16	+ 380
	3	20,4	0,25	+ 2,155	+ 175,8	379,0	0	+ 0,359	+ 0,718	0	+ 63,1	+ 126,3	+ 2,16	+ 380
	4	25,5	0,25	+ 1,274	+ 130,0	165,6	0	0	0	0	0	0	0	0
Vertikalen	0	30,0	0,20	— 0,790	— 118,5	93,6	— 1,00	— 0,750	— 0,500	+ 118,5	+ 88,9	+ 59,3	— 1,90	+ 225
	1	14,2	0,15	— 0,444	— 42,0	18,6	0	— 0,972	— 0,648	0	+ 40,8	+ 27,2	— 1,74	+ 73
	2	10,0	0,15	0	0	0	0	0	— 1,000	0	0	0	— 0,80	0
	3	14,2	0,15	— 0,444	— 42,0	18,6	0	— 0,324	— 0,648	0	+ 13,6	+ 27,2	— 1,74	+ 225
	4	30,0	0,20	— 0,790	— 118,5	93,6	0	— 0,250	— 0,500	0	+ 29,6	+ 59,3	— 1,90	+ 73
Diagonalen	1	24,5	0,20	+ 1,363	+ 167,0	227,6	0	+ 1,294	+ 0,863	0	+ 216,1	+ 144,0	+ 2,59	+ 432
	2	22,4	0,10	+ 0,993	+ 222,4	220,8	0	— 0,063	+ 1,450	0	— 14,0	+ 322,5	+ 2,11	+ 469
	3	22,4	0,10	+ 0,993	+ 222,4	220,8	0	+ 0,725	+ 1,450	0	+ 161,2	+ 322,5	+ 2,11	+ 462
	4	24,5	0,20	+ 1,363	+ 167,0	227,6	0	+ 0,431	+ 0,863	0	+ 72,0	+ 144,0	+ 2,59	+ 432
				Summe		3607,4				+ 118,5	+ 1603,1	+ 2634,4		+ 5918
									$\frac{H}{G}$	0,033	0,444	0,730	$H_e =$	1,640

Zunächst ergiebt sich für H_e aus dem Eigengewicht nach Gleich. (25): $H_e = \frac{5918}{3607,4} = 1,64^t$.

Man kann nun direkt nach der Polygonal- oder nach Ritters Methode die Spannungen aus dem Eigengew. bestimmen (da die äussern Kräfte V und H gegeben sind) oder dieselben mit Hülfe der Tabelle und Gleich. (27) berechnen.

Zur Bestimmung der Maximal- und Minimal-Spannungen aus der Verkehrslast benutzt man am besten die 1. Kämpferdr.-Linie, mit deren Hülfe jede Influenzlinie gezeichnet werden kann. Aus der Tab. folgt für die im Abst. x_1 von A wirkende Einzellast G (Gleich. 25)

$$\text{für } x_1 = 0: \; H = \frac{118,5}{3607,4} = 0,033\,G; \text{ für } x_1 = 2: \; H = \frac{1603,1}{3607,4} = 0,444\,G;$$

$$\text{für } x_1 = 4: \; H = \frac{2634,4}{3607,4} = 0,730\,G.$$

Diese Werthe, in Gleich. (30)	für $x_1 = 0$	2	4	6	8 m	
eingesetzt, geben:	„ $y_1 = 0$	3,378	2,740	3,378	0 m	

für die Querträger-Anschlusspunkte.

Die Ordin. der Influenzl., d. h. die Grösse der durch die Einzellast G erzeugten Spannungen, berechn. man nach Gleich. (27) aus vorstehender Tab. Z. B. ist die Spannung der 2. Diagonale für eine im Knotenp. 1 liegende Einzellast: $S = -0,063\,G - 0,993 \,.\, 0,444\,G = -0,50\,G$.

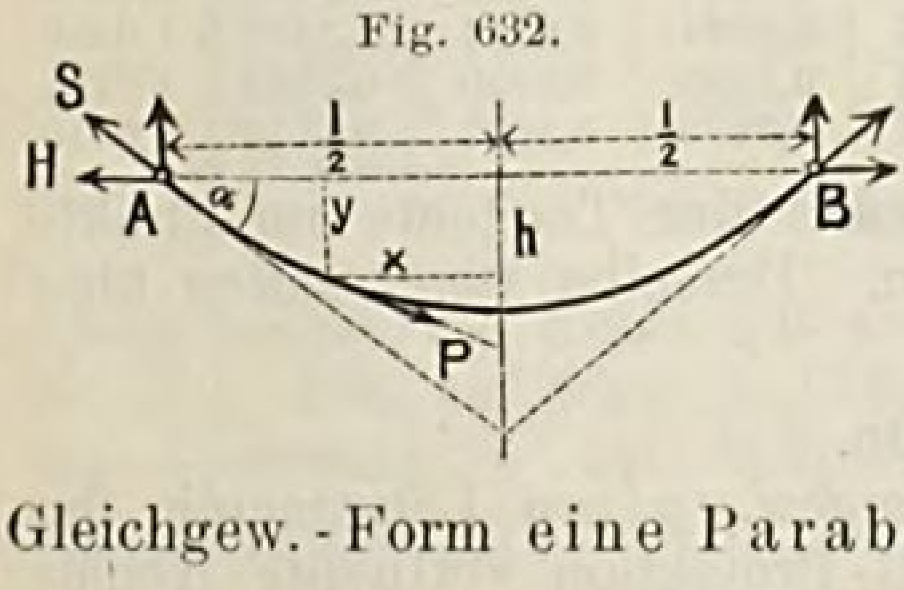
Das Max. und Min. der Spannung findet man aus der Influenzlinie nach dem bekannten, S. 627, angegebenen Verfahren. — Die durch Temperatur-Einflüsse erzeugten Spannungen folgen aus (28), z. B.: $H_t = \frac{70,8 \,.\, 80}{3607,4} = \pm 1,57^t$, für $l = 80$ und $E\varepsilon t = 70,8$.

k. Hängebrücken.

Man unterscheidet im allgem. unversteifte und versteifte Hängebrücken. Zu letztern sind auch die kombinirten Balken und Hängebrücken zu rechnen.

Die Versteifung einzelner oder mehrerer Konstruktions-Theile tritt bei grösseren Spannw. ein, um den durch veränderliche, einseitige Belastungen erzeugten Formänderungen und Schwankungen des Systems zu begegnen.

Fig. 632.



α. Parabolische Gleichgew.-Form der unversteiften Kette.

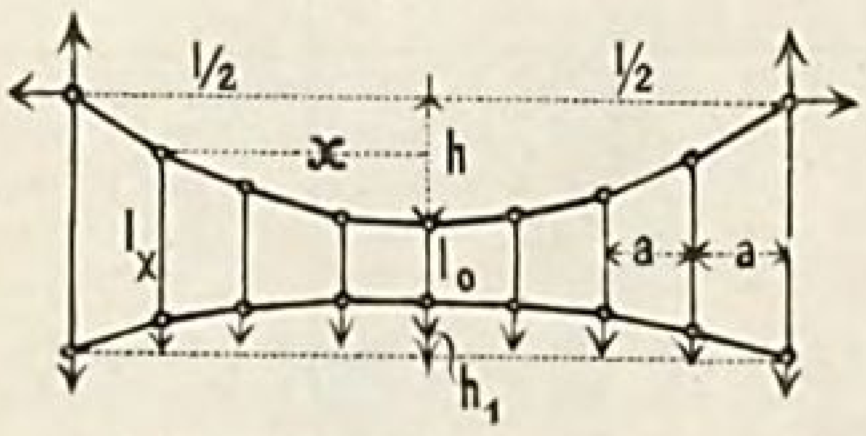
1. Nimmt man die in gleich hohen Punkten aufgehängte Kette annähernd als gewichtlos und eine gleichmässig über ihre Horizontal-Projektion vertheilte Belastung q pro Längeneinh. an, so erhält man (nach S. 607) für die Gleichgew.-Form eine Parabel der Gleich.: $x^2 = \frac{2Hy}{q}$ (46), worin: $H = \frac{ql^2}{8h}$, wenn l die Spannw., h den Pfeil der Kette bezeichnet, Fig. 632.

Die zur Abszisse x gehörige Bogenlänge s ist annähernd: $s = x\left(1 + \frac{2}{3}\frac{y^2}{x^2}\right)$.

Für vorläufige Projektirung kann man die Form einer Hängebrücke genau genug als eine Parabel annehmen.

2. Ist die Kette nicht gleichmässig, sondern nur in einzelnen Knotenp. belastet, so liegen die letztern in einer Parabel, welche ebenfalls durch Gleich. (46) bestimmt ist.

Fig. 633.



Die Länge der einzelnen Kettenglieder des Polygons und der Hängestangen findet man unter Annahme einer parabolischen Krümmung der Fahrbahn, Fig. 633, wie folgt: Länge λ_x einer belieb. Hängestange $= l_0 + \frac{4x^2}{l^2}(h + h_1)$.

Für die Summe der Längen aller Hängestangen findet man annähernd: $\Sigma(\lambda) = \frac{2l}{6a}(3\lambda_0 + h + h_1)$. Die Länge eines Kettengliedes ist $= a\sqrt{1 + \frac{16h^2}{l}(2x - a)^2}$ und darin bedeutet: a den konstanten Abstand der Hängestangen, l_0 die Länge der Hängestange im Scheitel, h_1 die Pfeilhöhe der Fahrbahn.

3. Symmetrische Theil-Belastungen bringen, unter sonst gleichen Umständen, eine Aenderung der Pfeilhöhe, bezw. Hebung oder Senkung des Scheitels hervor (vergl. auch das Beisp. S. 607). Unsymmetrische Belastungen bewirken ausserdem eine waagerechte Verschiebung des Scheitels, welche auch eine Formänderung der Brückenbahn zur Folge hat. Diese Formänderung zu verhindern, ist Aufgabe der Versteifung der Systeme.

β. Gemeine Kettenlinie.

1. Wenn eine Kette von konstantem Querschn. in gleich hoch liegenden Punkten befestigt ist und die volle Belastung pro Längeneinh. des Bogens $= q$ gesetzt wird, so ist die Gleichgew.-Form der hängenden Kette eine gemeine Kettenlinie der Gleich.: $x = \rho \log n \left(\frac{\rho + x + \sqrt{2\rho y - y^2}}{\rho}\right)$ (47)

Darin ist ρ der Krümmungshalbm. im Scheitel, also (nach S. 607): $\rho = \frac{H}{q}$. H ist die konstante Horizontal-Spannung der Kette.

2. Zur Bestimmung der Kettenform dient nachstehende

Koordin.-Tabelle der gemeinen Kettenlinie.

$\alpha =$	$\frac{y}{\varrho} =$	$\frac{x}{\varrho} =$	$\frac{x}{y} =$	$\frac{s}{\varrho} =$	$\frac{s}{x} =$	$\alpha =$	$\frac{y}{\varrho} =$	$\frac{x}{\varrho} =$	$\frac{x}{y} =$	$\frac{s}{\varrho} =$	$\frac{s}{x} =$
1°	0,0002	0,0175	114,5108	0,0175	1,0000	16°	0,0403	0,2829	7,0209	0,2828	1,0133
2 „	0,0006	0,0349	57,2929	0,0349	1,0001	17 „	0,0457	0,3012	6,5911	0,3057	1,0150
3 „	0,0014	0,0524	38,1695	0,0524	1,0003	18 „	0,0515	0,3195	6,2077	0,3249	1,0169
4 „	0,0024	0,0699	28,6130	0,0699	1,0007	19 „	0,0576	0,3379	5,8635	0,3443	1,0190
5 „	0,0038	0,0874	22,8729	0,0875	1,0012	20 „	0,0642	0,3564	5,5530	0,3640	1,0212
6 „	0,0055	0,1049	19,0458	0,1051	1,0018	21 „	0,0711	0,3750	5,2714	0,3839	1,0236
7 „	0,0075	0,1225	16,3107	0,1228	1,0025	22 „	0,0785	0,3938	5,0143	0,4040	1,0261
8 „	0,0098	0,1401	14,2527	0,1406	1,0033	23 „	0,0864	0,4127	4,7784	0,4245	1,0287
9 „	0,0125	0,1577	12,6529	0,1584	1,0042	24 „	0,0946	0,4317	4,5619	0,4452	1,0314
10 „	0,0154	0,1754	11,3706	0,1763	1,0052	25 „	0,1034	0,4509	4,3614	0,4663	1,0343
11 „	0,0187	0,1932	10,3207	0,1944	1,0063	26 „	0,1120	0,4702	4,1760	0,4877	1,0373
12 „	0,0223	0,2110	9,4438	0,2126	1,0075	27 „	0,1223	0,4897	4,0036	0,5095	1,0405
13 „	0,0263	0,2289	8,7006	0,2309	1,0088	28 „	0,1326	0,5094	3,8424	0,5317	1,0438
14 „	0,0306	0,2468	8,0623	0,2493	1,0102	29 „	0,1434	0,5293	3,6920	0,5543	1,0473
15 „	0,0353	0,2649	7,5079	0,2680	1,0117	30 „	0,1547	0,5493	3,5507	0,5773	1,0510

In der Tabelle bezeichnet α den veränderl. Winkel der Tangente im Punkte x, y, Fig. 632, der Kettenlinie mit der Horizontalen. Derselbe steigt selten über 20°; s ist die zur Abszisse x gehörige Bogenlänge.

γ. Kettenbrücken-Linie.

Wenn die Kette ausser dem veränderl. Eigengew. g pro Längeneinh. des Bogens noch eine gleichförm. über die Horizontal-Projektion vertheilte fremde Last p zu tragen hat und dabei angenommen wird, dass der Querschn. der Kette

an jeder Stelle der daselbst wirkenden Axialkraft P proportional ist, so erhält man für die Gleichgew.-Form die Gleichg.: $y = \rho n^2 \log n \cos\left(\frac{x}{\rho n}\right)$. Darin bedeutet ρ den Krümmungs-Halbm. im Scheitel und es ist: $n = \sqrt{\frac{p + g_0}{g_0}}$, ferner g_0 das Gew. der Kette pro Längeneinh. im Scheitel, also: $\rho = \frac{H}{p + g_0}$.

δ. Spannungen der unversteiften Kette.

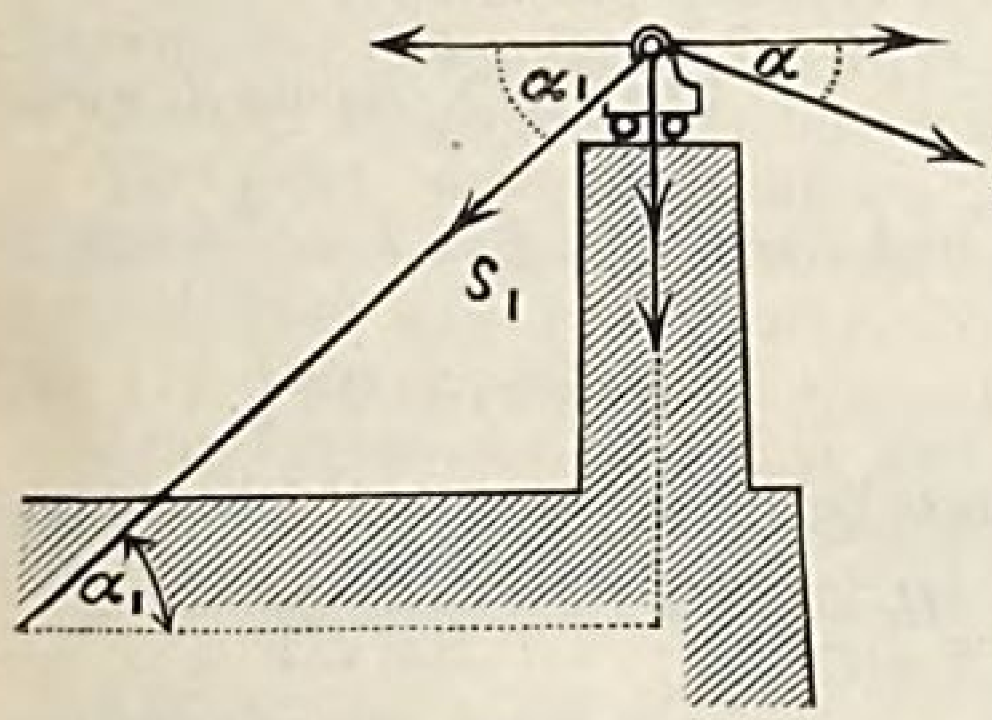
1. Tragketten. Die zulässige Inanspruchnahme k ist pro qcm Querschn. zu setzen:

für Ketten:	1600 kg	für Hängestangen b. Strassenbrücken	300 kg
„ Bandeisen:	2000 „	„ Hängestangen bei Fussgänger-Brücken	400 „
„ Drahtseile:	2400 „		

F Ketten-Querschn. L ganze Länge der Kette, γ Gew. der Kubikeinh. des Ketten-Materials, p durchschnittl. Gew. der Bahn (einschliesssl. Tragstangen) pro Längeneinh. der Bahn, α Winkel der Kette mit der Horizontalen im Aufhängepunkte.

Die grösste Axialspannung im Aufhängep. A ist: $S = \frac{pl + LF\gamma}{2 \sin \alpha} = kF$ und daraus: $F = \frac{pl}{2k \sin \alpha - L\gamma}$. Es darf also L höchstens $= \frac{2k \sin \alpha}{\gamma}$ werden.

Fig. 634.



Die Berechnung des wirklichen Eisen-Querschn. eines Drahtseils vom Durchm. d aus n Drähten von der Stärke δ erfolgt nach der Gleichg.: $d = 1{,}098\ \delta \sqrt{\frac{4n - 1}{3}}$.

2. Die Spannketten liegen entweder auf verschiebbarem, oder auf unverschiebbarem Lager.

Im 1. Falle, Fig. 634, muss, wenn man die Reibung zwischen Rollen und Lager vernachlässsigt, für den Gleichgew. Zustand die horizont. Seitenkraft des Zuges S jener von S_1 gleich sein, d. h.: $S_1 \cos \alpha_1 = S \cos \alpha$.

Der Pfeiler erleidet dann nur einen vertikalen Druck: $D = \frac{S \sin(\alpha + \alpha_1)}{\cos \alpha_1}$. Die Verschiebbarkeit soll aber begrenzt sein, so dass für aussergewöhnliche Fälle der Pfeiler auch einen Horizontalschub aufzunehmen hat.

Gewöhnlich ist: $\alpha_1 > \alpha$ also: $S_1 > S$.

Das Volumen der Spannkette wird am kleinsten für $\alpha_1 = 45^0$.

Fig. 635.

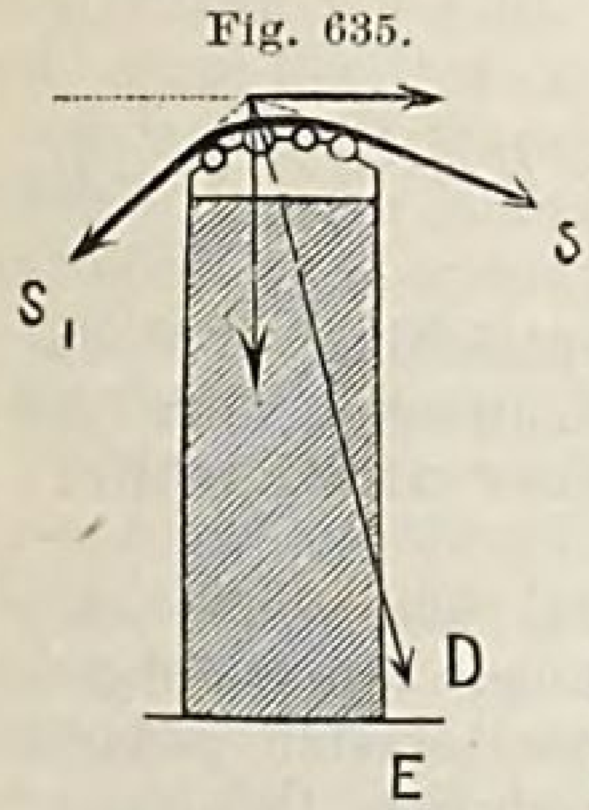
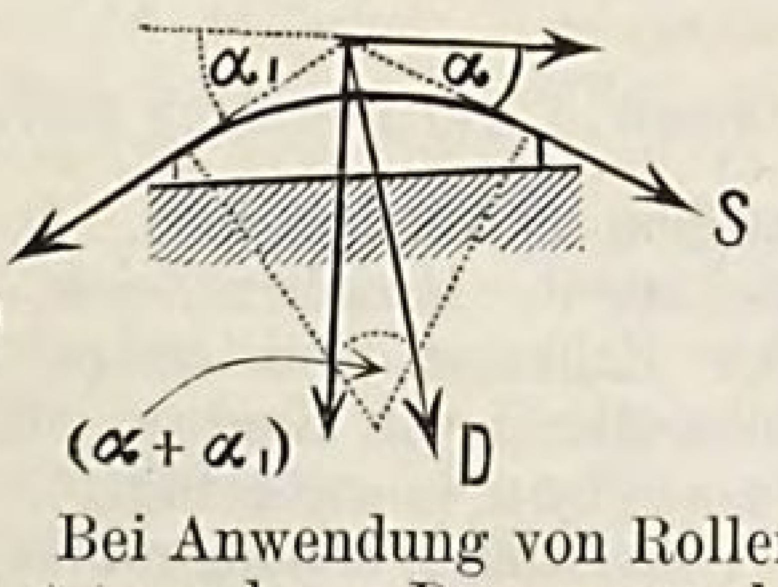


Fig. 636.



Vorstehende Ergebnisse gelten auch, wenn die Spann- und Tragketten an Pendeln befestigt sind, die sich um Zapfen drehen.

Bei unverschiebbarem Lager ruhen die kreisbogenförm. gekrümmten Kettenglieder auf Rollen oder auf einer festen, abgerundeten Platte.

Bei Anwendung von Rollen, Fig. 635, kann nahezu $S_1 = S$ gesetzt werden. Dann entsteht eine Mittelkraft D, welche den Pfeiler um die Kante E zu drehen strebt. $D = 2S \sin\left(\frac{\alpha + \alpha_1}{2}\right)$.

Liegt jedoch die Kette auf einer Platte, deren obere Fläche zylindrisch gestaltet ist, Fig. 636, so wird in Folge der grossen Reibung zwischen Ketten und Platte die Spannung S_1 der Spannkette kleiner als die Spannung S der Tragkette. Es wird: $S = S_1 e^{f(\alpha + \alpha_1)}$ worin f Reibungs-Koeffiz., zwischen Kette und Platte und $(\alpha + \alpha_1)$ der von den Ketten auf der Platte umspannte Bogen ist. (Vergl. S. 518.)

Würde umgekehrt die Spannkette eine Bewegung anstreben, so erhielte man: $S_1 = S e^{f(\alpha + \alpha_1)}$ und daher: $S_1 > S$.

Die an die Mittelpfeiler gehängten Spannketten, welche zugleich die Bahn tragen, sind ähnlich zu behandeln, wie die Tragketten der Mittelöffnung.

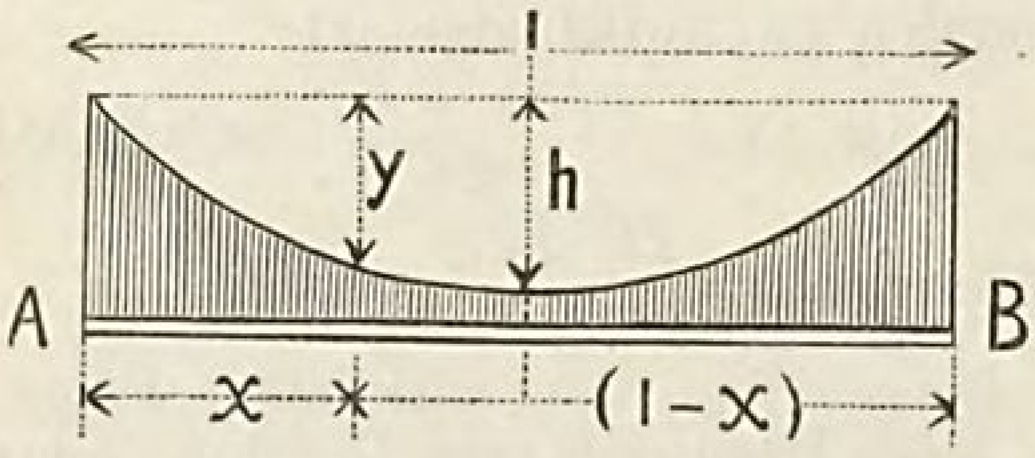
ε. Kombinirte Balken- und Kettenbrücke*).

Es bedeute, Fig. 637:

y Ordin. der Kette im Abstande x vom Auflager A,
β den Winkel der Tangente an die Kette im Punkte x, y mit der Horizontalen,
p Verkehrslast, g Eigenlast } pro Längeneinh. der Spannw. l,
$\mathfrak{M}$ Mom. für den bei x belegenen Querschn. des Versteifungs-Balkens,
Q Transversalkraft eben daselbst.

Sonstige Bezeichnungen wie vor.

Fig. 637.



Dann folgt für $x < \frac{l}{3}$:

$$\mathfrak{M} = \pm \frac{p x (2l - 3x)^3}{54 (l - x)}$$

und für $x > \frac{l}{3}$:

$$\mathfrak{M} = \pm \frac{p}{54} \left[\frac{x (2l - 3x)^3}{(l - x)^2} + \frac{l - x (3x - l)^3}{x^2} \right].$$

Das grösste sämmtl. Mom. ist angenähert: $\mathfrak{M} = \frac{p l^2}{15}$. Für $l > \frac{4}{3} h \operatorname{cotg} \beta$ wird:

$$Q = \pm \frac{p \operatorname{tang} \beta}{8 h l} \left\{ 2 (l - x)^3 - 3 \xi (l - x)^2 + \xi^3 \right\} \text{ und darin ist: } \xi = l - \frac{4}{3} h \operatorname{cotg} \beta.$$

Für $l < \frac{4}{3} h \operatorname{cotg} \beta$ wird: $Q = \frac{p \operatorname{tang} \beta}{8 h l} (l - x)^2 \left\{ 2 (l - x) - 3 \xi \right\}$.

Bei einer Temperat., welche die Aufstellungs-Temperat. um $\pm t^0$ übersteigt, entsteht: $\mathfrak{M} = H_t y$ und $Q = - H_t \operatorname{tg} \beta$, worin:

$$H_t = \frac{\varepsilon E F t}{1 + \frac{8 h^2 E F}{15 E_1 J_1 \left(1 + \frac{h^2}{l^2}\right)}}.$$

Darin bedeutet: E den Elastizit.-Koeffiz. für das Material der Kette; E_1 den Elastizit.-Koeffiz. für das Material des Balkens; F den Querschn. der Kette; J das Trägheitsmom. des Balkenquerschn.; ε den Ausdehnungs-Koeffiz..

Man setze (bezogen auf kg und cm): $\varepsilon E = 24$ und $t = \pm 30^0$ bis 40^0 C.

Die Spannung in der Kette im Querschn. bei x, y ist:

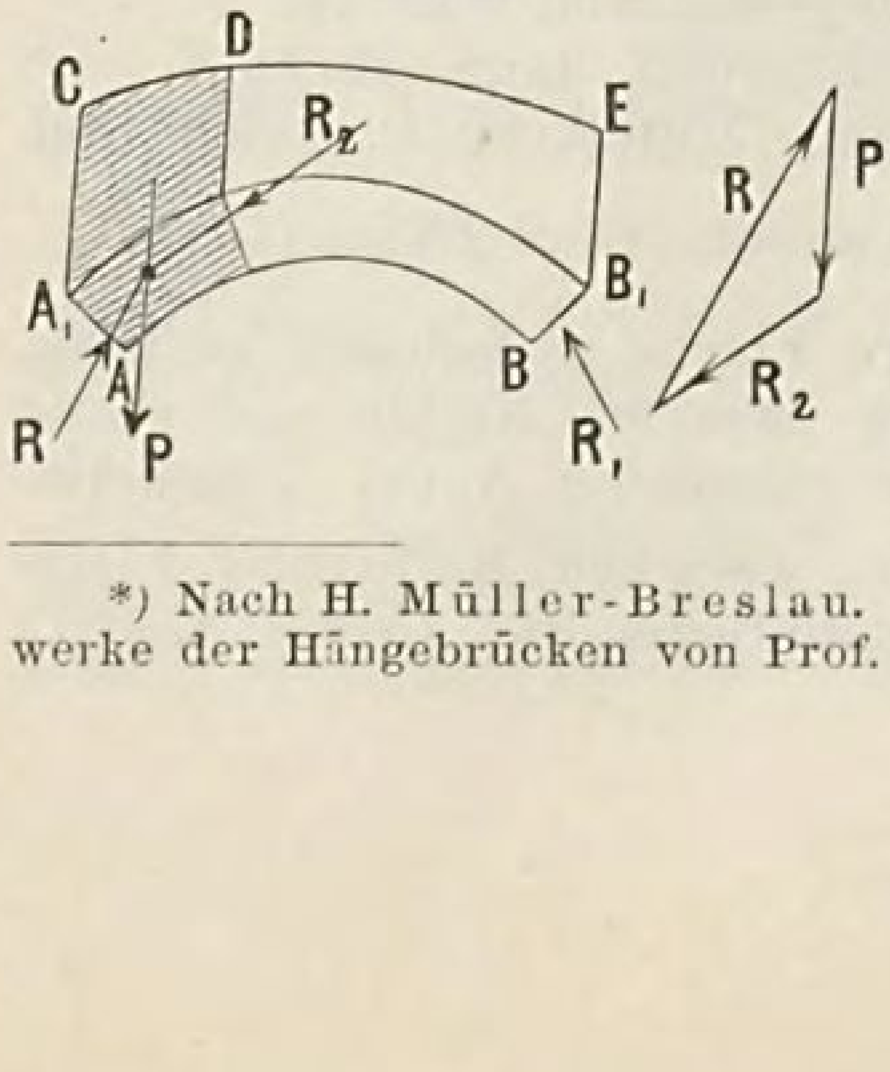
$$P = \left(\frac{p + g}{8 h} l^2 + H_t \right) \sqrt{1 + \frac{h^2 (l - 2x)^2}{4 l^2}}.$$

Der von den Widerlagern aufzunehmende Horizontalzug beträgt: $H = \frac{p + g}{8 h} l^2 + H_t$.

I. Gewölbe und Lehrgerüste.

Die nachstehenden Untersuchungen beziehen sich hauptsächlich auf das symmetr. Tonnengewölbe. Am Schlusse sind einige Andeutungen über die Behandlung von Kreuz-, Kloster und Kuppel-Gewölben hinzu gefügt.

Fig. 638.



Auf das Tonnengewölbe, Fig. 638, wirke eine vertik. stetig vertheilte Belastung, welche durch Mauerwerk von gleicher Schwere ersetzt gedacht werde. Die „auf Mauerwerk reduzirte Belastung“ werde durch die Kurve CDE (Belastungskurve) begrenzt. Dann nennt man die Fläche $AA_1\,CDE\,B_1B$ die Belastungsfläche. Be-

*) Nach H. Müller-Breslau. Vergl. ferner: Statische Berechnung der Versteifungs-Fachwerke der Hängebrücken von Prof. W. Ritter in Zürich. Schweizer. Bauzeitg. 1883. S. 6 ff.

deutet F deren Inhalt, γ das Gew. der Kubikeinh., Mauerwerk, so ist die Gesammt-Belastung des Gewölbes für eine Gewölbetiefe = 1 (einschl. des Eigengew.) $= \gamma F$. Dabei ist voraus gesetzt, dass sämmtliche Vertikal-Schnitte durch das Gewölbe und die Belastung in Fig. 638 kongruent sind.

Für die Feststellung von Grösse und Lage der Kämpferdrücke R und R_1, welche der Belastung γF das Gleichgew. halten, sind nur die 3 Gleichgew.-Bedingungen für die Ebene vorhanden. Die fehlenden 3 Bedingungen sind aus der Forderung abzuleiten, dass das Gewölbe auch nach erfolgter Formänderung durch die Kräfte R, R_1 und γF zwischen die Widerlager passe. Die hieraus folgenden Gleich. heissen Elastizit.-Gleich. des Gewölbes.

Ohne Anwendung der Elastizit.-Gleich. kann man die Stabilität eines Gewölbes nur untersuchen, wenn man einen der beiden Kämpferdrücke nach Lage und Richtung oder bei symmetr. Gewölben, Grösse und Angriffsp. des Horizontalschubs im Scheitel als gegeben annimmt.

Diese — ältere — Methode der Stabilitäts-Untersuchung ist im Folgenden näher erläutert, wobei stets ein symmetr. Tonnengewölbe voraus gesetzt wird.*)

α. Die Stützlinie.

Wenn man die auf eine Gewölbehälfte wirkenden äussern Kräfte: den Horizontalschub H, den Kämpferdruck R und die Vertikalkräfte P der Belastung zu einem Kraft-Dreieck zusammen setzt, den Pol in die Ecke O verlegt und zwischen den Kraftrichtungen im Gewölbe ein Seilpolygon konstruirt, so stellt das letztere gleichzeitig ein Resultanten-Polygon (vergl. S. 507) dar; d. h. die Richtung der Seilpolygon-Seiten fallen mit der Richtung der jedesmal. Resultante der äussern Kräfte, welche auf einen Bogentheil wirken, zusammen.

Verbindet man alle Punkte, in welchen die Seilpolygon-Seiten (Resultanten) die Querschn. (Fugenrichtungen) schneiden, unter einander durch eine Linie, so erhält man die Stützlinie. Die Schnittpunkte derselben mit den Querschn. sind die Stützpunkte.

Seilpolygon und Stützlinie sind daher nicht mit einander zu verwechseln, Die Seilkurve, welche vom Seilpolygon umhüllt wird, fällt annähernd mit der Stützlinie zusammen, um so genauer, je weniger dick das Gewölbe ist.

β. Die Lage der Stützlinie

im Gewölbe ist bestimmt, sobald drei Punkte derselben gegeben sind (vergl. S. 506); diese Lage ist genau nur mit Hülfe der Elastizit.-Gleichg. aufzufinden.

Bei der ältern Methode der Stabilit.-Untersuchung setzt man zunächst absolut festes Material und nicht durch Mörtel gefüllte Fugen voraus. In diesem Falle ist ein Gewölbe nur stabil, wenn die Stützlinie ganz innerhalb desselben liegt. Ausserdem muss der Winkel zwischen Druckrichtung und Fugen-Normalen überall kleiner als der Reibungswinkel sein.

Wegen der Zerstörbarkeit des Materials muss obige Bedingung aber eingeschränkt werden. Die Stützlinie darf an keiner Stelle in die Wölblinie fallen; weil dann daselbst theoretisch ein Druck = ∞ entstehen würde. Sie muss vielmehr — falls die Zerstörung des Gewölbes verhütet werden soll — um eine gewisse Strecke von der innern Wölblinie entfernt bleiben, so dass die in dem betr. Querschn. auftretenden Spannungen die Festigk. des Materials nicht überschreiten.

Es fragt sich nun, welche von den unendlich vielen Lagen der Stützlinie man zur Berechnung der Querschn.-Spannungen benutzen soll?

Die wirkliche Stützlinie ist nach der Elastizit.-Theorie diejenige, welche die Bogenaxe — Mittellinie des Gewölbes — ausgleicht. Diese Stützlinie kann aber durch Zufälligkeiten der Ausführung, Senkungen des Gewölbe-Scheitels u. s. w. eine ungünstigere Lage einnehmen. Gegen diese zufälligen Verschiebungen der Stützlinie sucht man sich durch entsprechende Festsetzung des Sicherheits-Koeffiz. für die Beanspruchung des Materials zu decken. Da man also auch bei Anwendung der Elastizit.-Theorie keine absolute Sicherheit dafür hat, dass die Stützlinie in Wirklichkeit nicht doch eine ungünstigere Lage einnimmt, als die berechnete, so erscheint auch die gewöhnliche Annahme wohl berechtigt, nach welcher diejenige Stützlinie der Spannungs-Berechnung zu

*) Vergl. über die verschiedenen Theorien: Winkler; Lage der Stützlinien im Gewölbe, Deutsche Bauzeitg. 1879, S. 117 und 127: 1880, S. 58. Desgl. Engesser; a. a. O. 1880, S. 210.

Grunde gelegt wird, welche bei einseitiger Vollbelastung des Gewölbes (wenn solche vorkommen kann) gerade noch innerhalb der Kernlinien bleibt. Im Scheitel geht diese Stützlinie durch den untern, im Kämpfer durch den obern Kernpunkt.

Vielfach wird aber auch diejenige Stützlinie zu Grunde gelegt, welche möglichst mit der Mittellinie zusammen fällt, d. h. also der wahrscheinlichsten Lage der Stützlinie am nächsten kommt. Diese Annahme ist wohl sachgemäss, wenn man sich dabei gegen die durch eine mögliche Veränderung der Lage der Stützlinie herbei geführten Spannungs-Aenderungen durch Wahl eines entsprechenden Sicherh.-Koeffiz. bei der zulässigen Inanspruchnahme schützt.

γ. Grenzlagen der Stützlinie.

Mit Hülfe der Grenzlagen der Stützlinie. Für den grössten und kleinsten Werth des Horizontalschubes (Maximal- bezw. Minimal-Stützlinie) kann man zwar die Gewölbstärke nicht bestimmen, aber wichtige Aufschlüsse über die Stabilität der Gewölbe-Konstruktionen im allgemeinen erhalten.

Die Minimal-Stützlinie oder Maximal-Stützlinie hat sowohl mit der äussern als auch mit der innern Wölblinie symmetr. Gewölbehälften einen Punkt gemeinsam.

Bei der Minimal-Stützlinie liegt der innere Berührungsp. tiefer als der äussere; bei der Maximal-Stützlinie ist das Umgekehrte der Fall, Fig. 639a.

Fig. 639a und b.

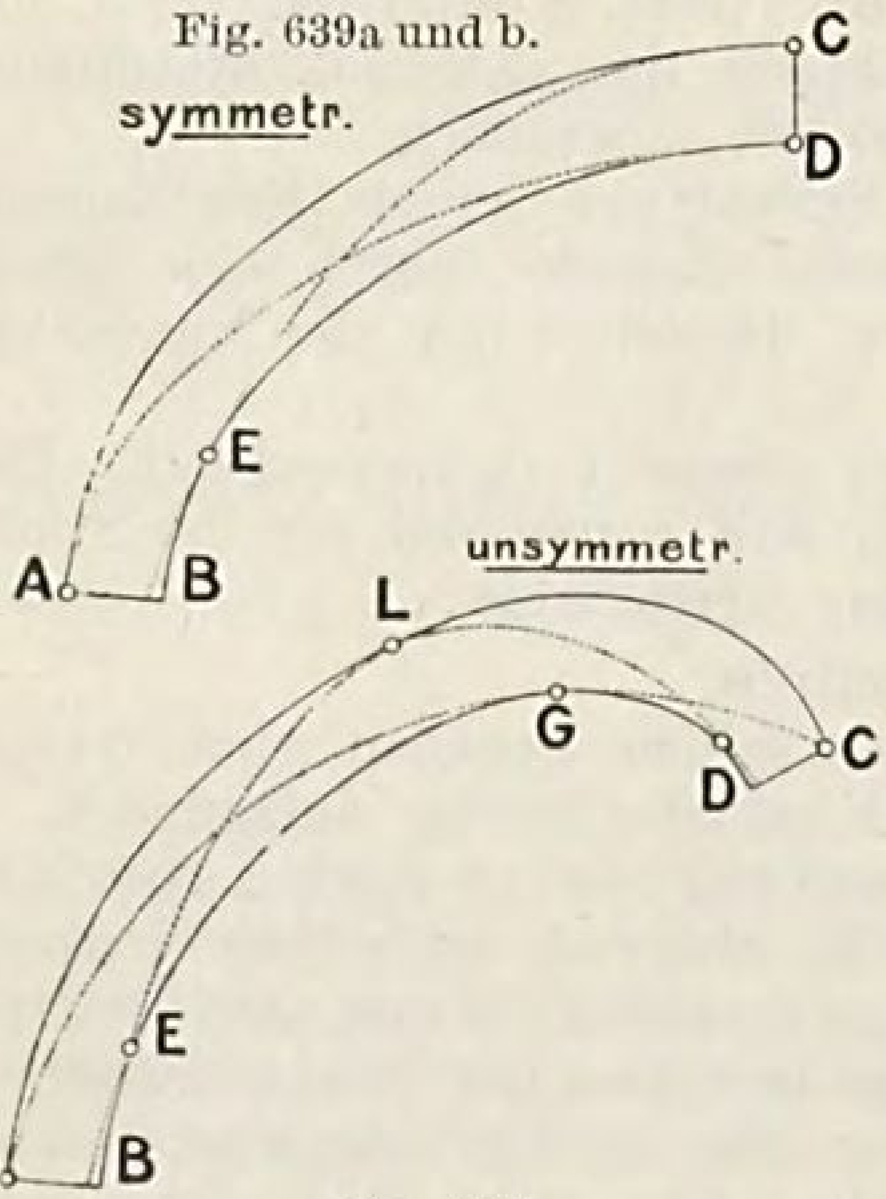


Fig. 640a und b.

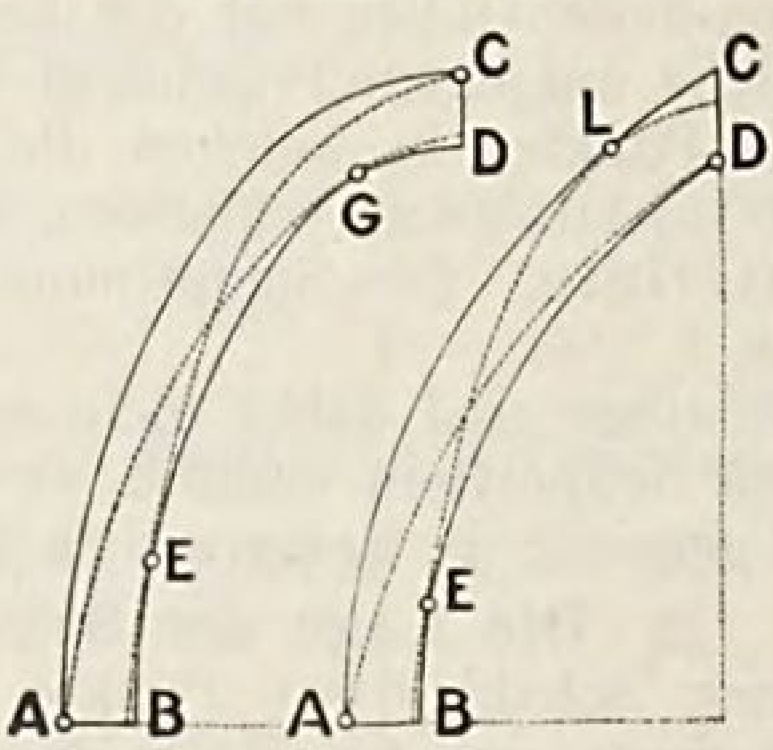
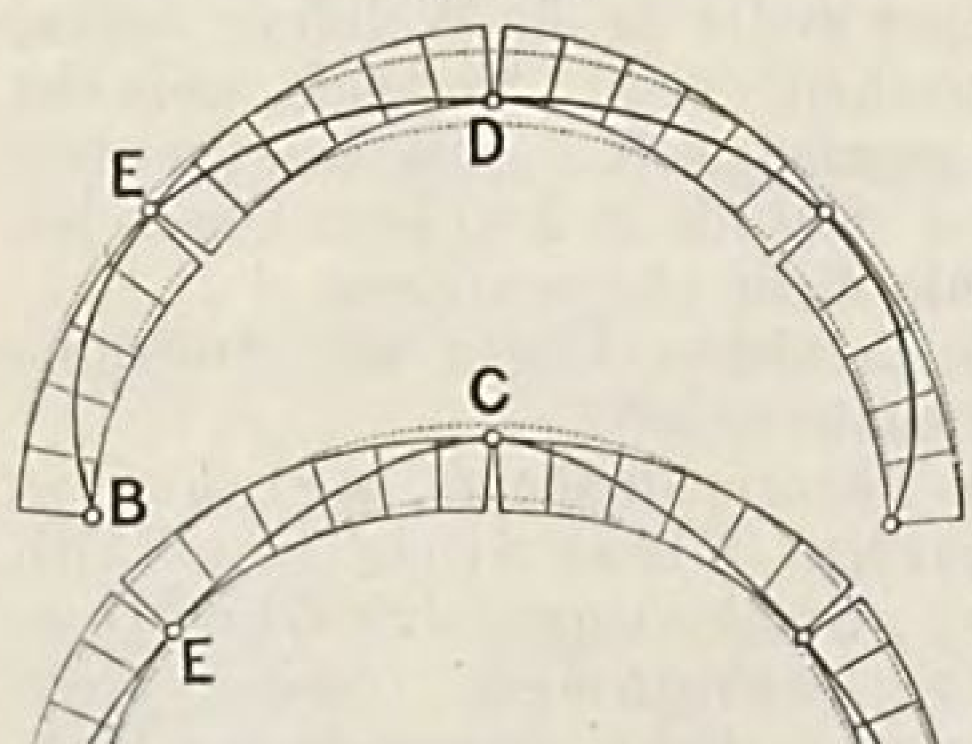


Fig. 641.



Die Minimal-Stützlinie geht bei flachen Bögen, Fig. 643, durch den untern Kämpferp. *B* und den obern Scheitelp. *C*. Bei weniger flachen oder überhöhten Bögen geht sie durch den obern Scheitelp. *C* und tangirt die innere Wölblinie in einem Punkte *E* (Bruchfuge), Fig. 640a; bei Spitzbögen tangirt sie die äussere Wölblinie in einem Punkte *L*, und geht entweder durch *B* oder tangirt die innere Wölblinie in einem Punkte *E*, Fig. 640b.

Die Maximal-Stützlinie geht bei flachen oder weniger flachen Bögen und auch bei Spitzbögen durch *A* und *D*, während sie bei überhöhten Bögen durch *A* geht und die innere Wölblinie in einem Punkte *G* berührt.

Bei unsymmetr. Gewölben (steigenden Bögen), Fig. 639b, hat die Minimal-Stützlinie einen Punkt mit der innern Wölblinie und zwei zu beiden Seiten dieses Punktes liegende Punkte mit der äussern Wölblinie gemeinsam; bei der Maximal-Stützlinie ist das Umgekehrte der Fall.

Die Konstruktion der Maximal- und Minimal-Stützlinie erfolgt durch Probiren unter Zuhilfenahme des Satzes von der Polaraxe (vergl. S. 506).

δ. Die Stützlinie für labiles Gleichgewicht

eines symmetr. oder unsymmetr. Gewölbes muss bezw. mindestens 5 oder 4 Punkte abwechselnd mit der äussern und innern Wölblinie gemein haben, sonst aber ganz innerhalb des Gewölbes liegen, Fig. 641.

Diese Stützlinie entspricht sowohl dem Minimum als auch dem Maximum des Horizontalschubes, ist also überhaupt die einzig mögliche Stützlinie.

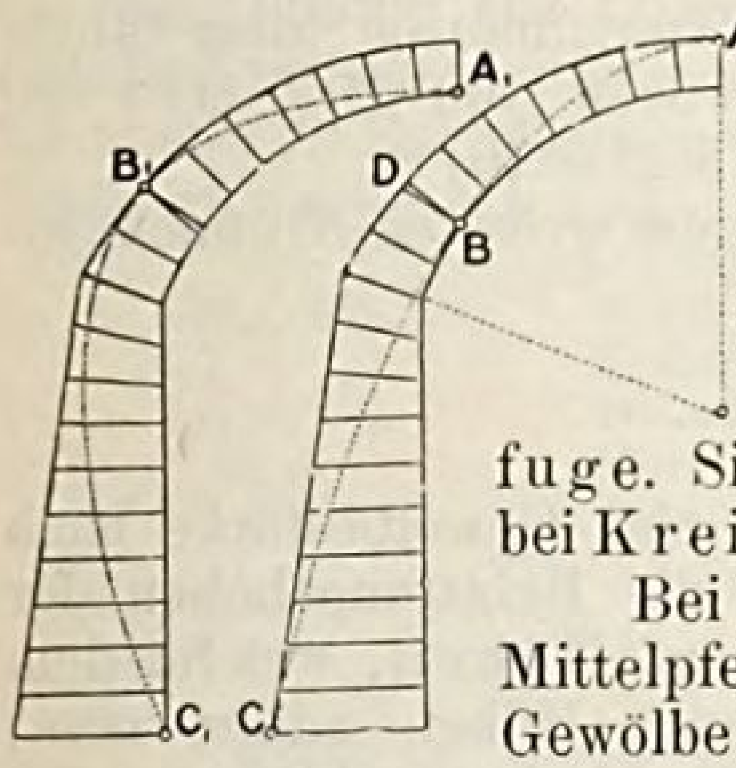
Ist es daher möglich — absolut festes Material voraus gesetzt — in einem Gewölbe eine Minimal-Stützlinie zu zeichnen, welche nicht zugleich auch Maximal-Stützlinie ist, so ist das Gewölbe stabil, andernfalls labil

ε. Stabilitäts-Untersuchung eines Widerlagers oder Pfeilers.

Man hat nach dem Vorhergehendenn die Stützlinie für Gewölbe und Widerlager im Zusammenhange zu betrachten.

Kantet das Widerlager um den Punkt C nach aussen, oder um den Punkt C_1 nach innen, Fig. 642 a u. b, so wird in beiden Fällen die Stützlinie sowohl dem Maximum als auch dem Minim. des Horizontalschubes entsprechen. Im 1. Falle wirkt der aktive Gewölbeschub und die Stützlinie (das Gewölbe allein betrachtet) ist Minimal-Stützlinie; im 2. Falle stellt sich dem Drucke vom Widerlager her (z. B. dem Erddrucke) der passive Gewölbeschub entgegen und die Stützlinie im Gewölbe ist Maximal-Stützlinie.

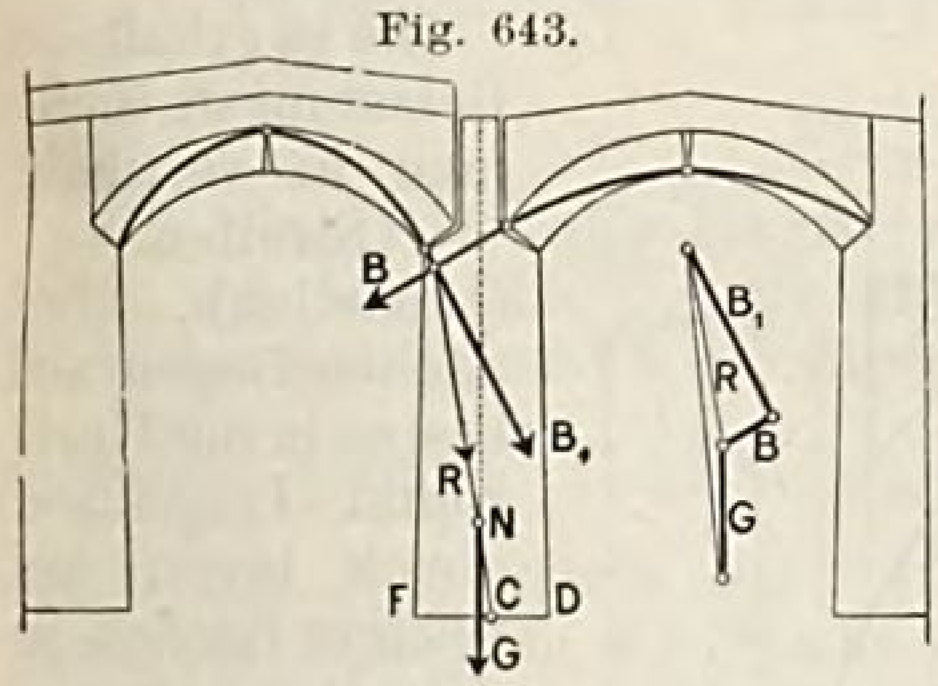
Fig. 642.



Die Fuge BD, in welcher die innere Wölblinie von der Stützlinie getroffen wird, nennt man Bruchfuge. Sie fällt bei flachen Bögen mit der Kämpferfuge zusammen; bei Kreisbögen ist der zugehör. (halbe) Zentriwinkel etwa = 60°.

Bei der Stabilitäts-Untersuchung des in Fig. 643 gezeichneten Mittelpfeilers gegen Kanten nach rechts ist im linksseitigen Gewölbe der aktive, im rechtsseit. Gew. der passive Gewölbe-Schub einzuführen. Demnach ist links die Minimal-Stützlinie für totale Last, rechts die Maximal-Stützl. für Eigengew. zu zeichnen. Die Lage der Bruchfuge ist (falls sie nicht, wie hier, im Kämpfer liegt) vorher durch Probiren fest zu setzen und dann am besten die Annahme zu machen, dass sich die Uebermauerung über der Bruchfuge, wie in der Figur angedeutet, in vertikalen Flächen trennt.

Fig. 643.



Die Konstruktion der Minimal- und Maximal-Stützlinie erfolgt unter Beachtung dessen was auf S. 698 angeführt ist durch einiges Probiren. Die Resultante R der Kämpferdrücke B u. B_1 schneidet die Richtg. des Pfeiler-Gew. G in N. R u. G setzen sich im Kraftpolygon zu einer neuen Resultante zusammen, welche die Pfeiler-Sohle FD im Stützp. C trifft. Die Lage von C entscheidet über die Stabilität.

ζ. Form und Stärke eines Gewölbes.

1. Man konstruirt das Gewölbe mit der kleinsten Materialmenge wenn man die Form desselben so wählt, dass die Mittellinie mit der Stützlinie zusammen fällt. Dann vertheilt sich der Druck gleichmässig über die Fuge, während er bei jeder Abweichung der Stützlinie von der Mittellinie sich ungleichm. vertheilt und demgemäss, um den zulässigen Maximaldruck pro Flächeneinh. nicht zu überschreiten, eine grössere Gewölbdicke erfordert wird.

Diese Bedingung ist nur bei Hochbau-Gewölben oder bei Aquadukten zu erfüllen, die keine veränderliche Last aufzunehmen haben.

Bei Brücken kann die Stützlinie nur bei einer ganz bestimmten Belastungsweise mit der Mittellinie zusammen fallen.

Hier erfordert diejenige Form des Gewölbes die geringste Materialmenge, bei welcher die für Eigengew. und volle Belastung durch die halbe Verkehrlast gezeichnete Stützlinie mit der Mittellinie zusammen fallen, was durch die Elastizit.-Theorie nachgewiesen wird.

Es ist zweckm. die Gewölbstärke nach dem Widerlager hin annähernd der Grösse des resultirenden Normaldrucks entsprechend zu verstärken.

2. Empirische Formeln. Man kann die Scheitelstärke in ^{m} vorläufig annehmen:

$d = n + \frac{1}{21000}\frac{Q}{k}\frac{l}{h}$ für Gewölbe mit weniger als $^1/_3$ Pfeil,

$d = n + \frac{1}{7000}\frac{Q}{k}$ „ „ „ mehr „ $^1/_3$ „

Q = Gew. der Gewölbe-Hälfte mit Uebermauerung und Belastung für die Gewölbetiefe = 1 ^{m} in ^{kg}; k zul. Inanspruchn. d. Materials in ^{kg} pro ^{qcm}; $\frac{l}{h}$ das Pfeilverhältniss; n eine Konstante u. z.:

$n = 0,2$ für stark belastete Gewölbe;

$n = 0,1$ „ mittelstark „ „ (die etwa den Fussboden eines Hauses zu tragen haben);

$n = 0,05$ „ wenig stark „ „

Für nach französischer Art in Bruchstein und Zementmörtel ausgeführte Brücken-Gewölbe kann bei einer Spannw. l in den Grenzen von 10—50 ^{m} die Scheitelstärke angenommen werden zu: $d = 0,40 + 0,035\ (l - 10)\ ^m$.

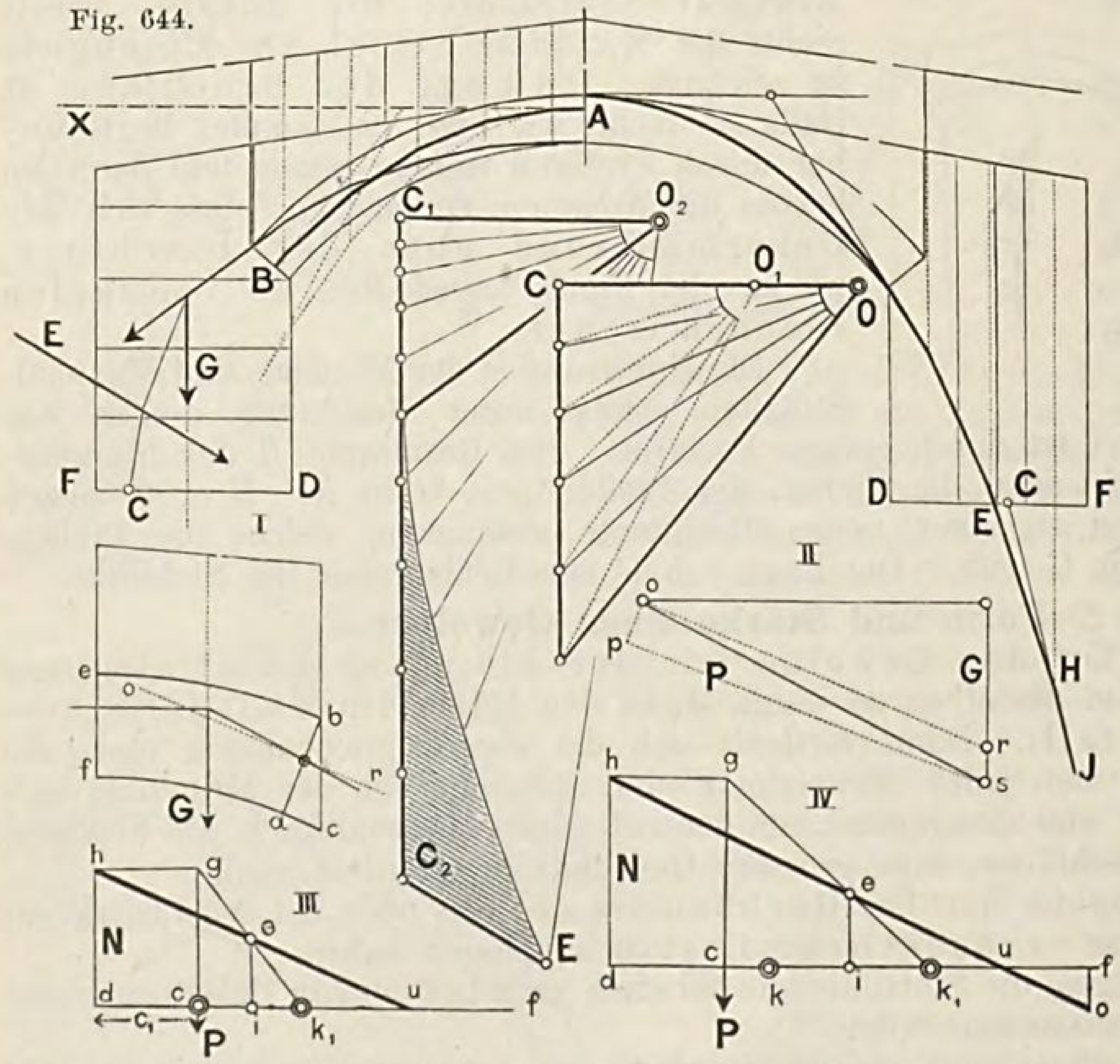
Fontenay setzt für stark belastete Gewölbe mit einem grössten Krümmungs-Halbm. r von höchstens 12 ^{m}: $d = 0,7\,r + 0,32\ ^m$.

Rankine, für Kreisbogen-Gewölbe: $d = 0,346\ \sqrt{r}$,

„ gedrückte Korbbögen: $d = 0,412\ \sqrt{r}$.

3. Beim Projektiren nimmt man am besten vorläufig eine Gewölbestärke nach den vorstehenden empir. Formeln an und reduzirt sodann die Belastungshöhen der Hinter- und Uebermauerung, desgl. die Ueberschüttung auf Höhen, welche dem spezif. Gew. des Wölbmaterials entsprechen. Zu diesen Höhen addirt man: 0,25 ^{m}—0,30 ^{m} bei Strassenbrücken, 0,80 ^{m} — 1,00 ^{m} bei Eisenbahnbrücken.

Fig. 644.



Die so erhaltene Belastungsfl. theilt man in vertikale Streifen (Lamellen), bei flachen Bögen am besten in der Horizontal-Projektion gleich breit, bei weniger flachen in der Bogenlänge gleich, und bestimmt dann die auf die einzelnen Streifen wirkenden Vertik.- und Horizontalkr. (event. Erddrücke). Die äussern Kräfte werden zu einem Kraftpolygon zusammen gesetzt und wenn man für die Konstruktion des Seilpolygons z. B. von A aus, Fig. 644 den Horizontalschub $O_1 C$ beliebig nimmt, wird man mit Hilfe der horizontalen Polaraxe AX beim 2. Male das Seilpolygon (vergl. S. 506) direkt durch B legen können.

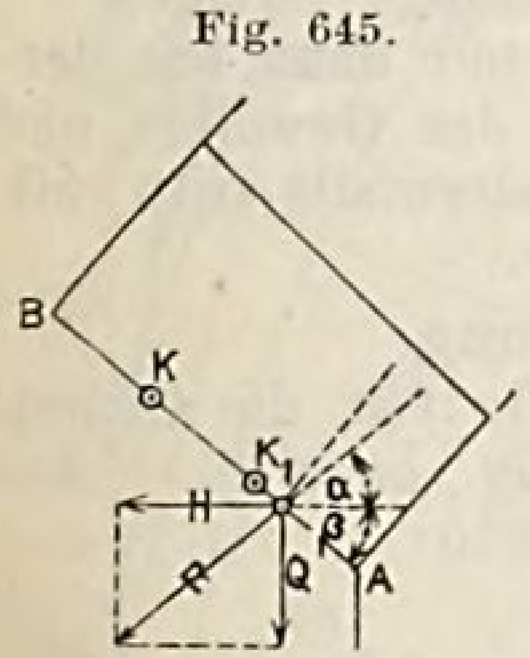
Fällt die so konstruirte Stützlinie ganz zwischen die Kernlinien, so wird die Stärke des Gewölbes vorläufig als ausreichend angenommen und der Maxim.-Fugendruck am Kämpfer oder in der Bruchfuge bestimmt. Event. wird man das Gewölbe verstärken oder umgekehrt u. s. w.

In Fig. 644 (linke Hälfte) ist die Stützlinie auf vorstehend beschriebene Weise unter Annahme einer Vollbelastung durch die Kernpunkte A und B gelegt.

η. Der Fugendruck.

1. Allgemein bestimmt sich der Fugendr. aus Gleich. 17 (S. 564). Für den speziellen Fall, dass die Stützlinie durch die Kernpunkte geht, erhält man die Druckspannung in der äussern, bezw. innern Wölblinie: $N = \frac{2P}{F}$; P: Normaldr. im Kernpunkt; F: Gewölbe-Querschn. Ist die Querschn.-Tiefe = 1 angenommen, so ist für F die Gewölbest. d einzusetzen. P entnimmt man aus dem Kraftpolygon, Fig. 644 II. Dabei trägt man am besten das Gew. des Dreiecks abc, Fig. 644 I., welches bei der Konstr. des Seilpolygons für das Bogenstück $abef$ zu viel gerechnet worden ist, im Kraftpolygon nach oben (negativ) auf, wodurch die wirkliche Richtung or der Resultanten zur Fugenrichtung ab erhalten wird; die Lage des Angriffsp. der Resultanten kann man — genau genug — unverändert beibehalten. Die Vertik.-Kompon. P der Resultante ist im Kraftpolygon durch die Länge ps bestimmt ($op \parallel ab$ und $ps \perp op$).

Fig. 645.



Beispiel. Die 120 cm starke Kämpferfuge eines Gewölbes, Fig. 645, welche mit der Horizontalen den Winkel $\beta = 38^0$ einschliesst, erleidet im Stützp. — 10 cm vom Kernp. K_1 entfernt — einen Druck R. Die gesammte Belastung Q der Gewölbehälfte (für 1 m Gewölbetiefe) beträgt 30 t; der Horizontalschub H ist zu 34 t ermittelt. Wie gross sind die Maximalspannungen in der Fuge?

Es ist: $R = \sqrt{Q^2 + H^2} = 45{,}3^t$. Der Winkel, den R mit der Fugenrichtung einschliesst, ist $\alpha + \beta$. $\operatorname{tang} \alpha = \frac{Q}{H} = 0{,}9$; $\alpha = 42^0$; $\alpha + \beta = 80^0$; $\sin(\alpha \pm \beta) = 0{,}988$; $R \sin(\alpha + \beta) = 44\,756$ kg = Vertik.-Druck in c.

Der Druck N_1 in A ist: $N_1 = \frac{44\,756\,(^{120}/_3 + 10)}{^{100}/_6\,100\,.\,120^2} = 9{,}3$ kg.

Der Zug N_2 in B ist: $N_2 = \frac{44\,756\,.\,10}{^{100}/_6\,100\,.\,120^2} = 2{,}3$ kg.

2. Die grafische Ermittelung der spezif. Spannungen in einer belieb. Fuge df, Fig. 644 IV., mit Hülfe der Grösse P geschieht allgemein wie folgt: Ist c der Stützp. und i die Mitte der Fuge, sind ferner k und k_1 die Kernpunkte, so mache man die Vertikale ie = dem Normaldruck pro Flächeneinh. $= \frac{P}{F}$, ziehe die Grade $k_1 e$, welche die Vertikale durch c in g schneidet. Dann ist cg der Maximaldruck in d. Macht man $dh = cg$, zieht eine Gerade ho durch h u. e, so stellt dieselbe für alle Punkte der Fuge die Spannung dar. Z. B. geht die neutrale Axe durch u und die Zugspannung im Punkte f ist $= of$. — Fällt c mit k zusammen, so rückt u nach f; es existirt also nur Druckspannung, welche im Punkte d ein Max. $= \frac{2P}{F}$ ist. Sind die Fugen mörtellos, so kann Zug nicht auftreten; es liegt dann der Nullpunkt u um ein Stück $du = 3\,.\,dc$ von d entfernt (Fig. 644 III.) Letztere Konstruktion wird also stets anzuwenden sein bei Bestimmung des Drucks auf das Erdreich in der Fundamentsohle des Widerlagers.

Die Grösse von N soll praktisch bei Ziegelgewölben 8 bis 10 kg pro qcm nicht überschreiten; bei vorzüglichem Material, bezw. bei natürlichem Steinmaterial kann N entsprechend grösser angesetzt werden.

ϑ. Form und Stärke des Widerlagers.

1. Es sind nur Vertikalkräfte zu berücksichtigen. Man theilt das Widerlager am besten in Vertikal-Lamellen und konstruirt das entsprechende Seilpolygon dazu, indem man dabei den Gewölbeschub an der Bruchfuge als äussere Kraft einführt. Dann erhält man zunächst durch den Durchschnittsp. C, Fig. 644, (rechte Hälfte) desselben mit der Fundament-Sohle DF die Minimalstärke des Widerlagers für labiles Gleichgew., unter der Voraussetzung, dass die Begrenzung des Widerlagers mittels einer durch E gehenden Vertikalebene erfolgt. In der Figur ist das Kanten um den Punkt F untersucht, daher im Gewölbe die Minimal-Stützlinie für volle Last gezeichnet. Der Stützp. C der Stützlinie liegt im Durchschnittsp. der letzten Seilpolygon-Seite HJ mit DF. Praktisch

gelten für die Lage dieses Stützp. alle Regeln, welche weiterhin für Futtermauern angeführt sind. Möglichst soll C in die Mitte von DF fallen.

Legt man nicht Werth auf die Kenntniss des Punktes E, so braucht man bei gegebener oder angenommener Widerlagsstärke für die Konstr. des Punktes C nur das Gesammtgew. des Widerlagers (ohne Lamellen-Theilung) einzuführen; Fig. 644 linke Hälfte.

2. Es sind Vertikal- und Horizontalkräfte vorhanden. Wirkt z. B. auf die Hinterfläche Erddruck, so theilt man am besten das Widerlager in Horizontal-Lamellen, bestimmt die Erddruck-Grössen für die einzelnen Lamellen und setzt die äussern Kräfte zu einem Kraftpolygon zusammen. Das Resultanten-Polygon, in bekannter Weise zwischen den Kraftrichtungen konstruirt, liefert dann die Stützp. für jede belieb. Lage der Fuge.

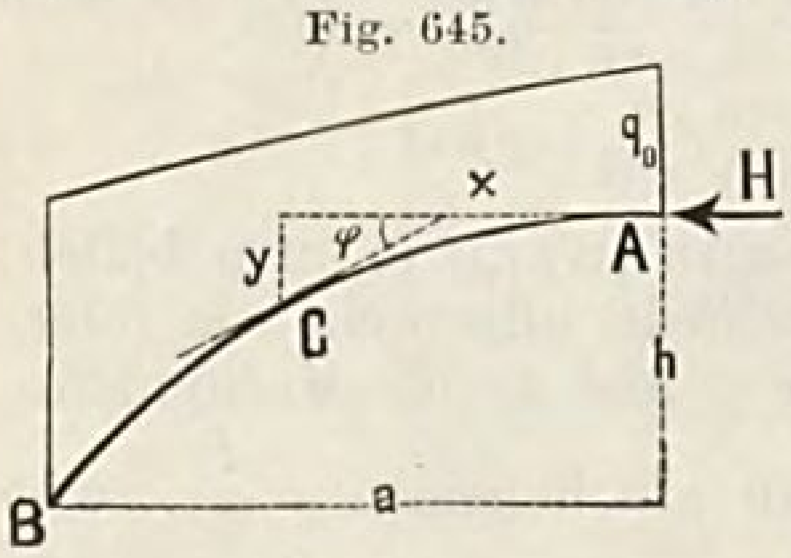
In Fig. 644 (linke Hälfte) ist die Konstr. des Stützpunktes C für die Sohle DF erfolgt unter der Annahme, dass ein aktiver Erddruck E wirkt und das Widerlager um D zu kanten sucht. Im Gewölbe ist daher die Maximal-Stützlinie für Eigenlast gezeichnet. Die Konstr. des Stützp. kann mit Hülfe des Kraftpolygons $O_2 C_1 C_2 E$ in analoger Weise für jede belieb. Horizontalfuge erfolgen.

3. Die Form der Stützlinie im Widerlager bildet nur dann mit derjenigen im Gewölbe eine geschlossene Linie, wenn die Dicke des Gewölbes und die Richtung der Fugen ins Widerlager sich stetig ändern; andernfalls tritt vollständige Trennung beider Stützlinien ein.

ι. Stützlinie (Seilkurve) für beliebige Belastung.

In der Elastizit.-Lehre sind S. 607 unter Normal-Elastizität die Grundformeln zur Bestimmung der Seilkurven für belieb. Belastung gegeben. Aus denselben folgt mit Bezug auf Fig. 645:

Fig. 645.



$$y = \int_0^x \operatorname{tang} \varphi \, dx = \int_0^x \frac{V}{H - W} dx,$$

wenn H den Horizontalschub im Scheitel, V und W den gesammten vertikalen und horizontalen Druck zwischen dem Scheitel A und dem belieb. Punkte C der Koordin. x, y bedeutet.

Für blossen Vertikaldruck wird: $y = \frac{1}{H} \int_0^x V dx.$

Die Integration ist durch Flächenberechnung zu vollziehen. H bestimmt sich aus der Bedingung, dass für $x = a$, y in h übergehen muss, wenn a und h die halbe Spannweite bezw. die Pfeilhöhe bezeichnet.

Nach Gleich. (80) S. 607 ist für Vertikal-Belastung: $H = q_0 \rho_0$, wenn q_0 und ρ_0 bezw. Belastung und Krümmungs-Halbm. im Scheitel sind.

Die Seilkurve wird (nach S. 608, wo auch die grafische Konstruktion angegeben ist) ein Kreisbogen, wenn die Belastungshöhe $q = \frac{q_0}{\cos^3 \varphi}$ wird.

Für eine horizotale Belastungs-Linie ergiebt sich:

$$x = \sqrt{H} \operatorname{logn} \frac{q + \sqrt{q^2 - q_0^2}}{q_0} \qquad (48)$$

als Gleich. der Seilkurve, wenn x vom Scheitel ab gerechnet wird und q die zur Abszisse x gehörige Belastungshöhe ist.

ϰ. Druck eines Wölbsteins auf das Lehrgerüst.

Es bedeuten mit Bezug auf Fig. 646: I, II, III . . . die in den bezw. Schwerp. angreif. Gewichte der Wölbsteine; N_1, N_2, N_3, . . . die von den Wölbsteinen auf das Gerüst ausgeübten Drücke oder die gleich grossen Lagerdrücke des letztern, deren Richtungen ⊥ zur innern Wölbfläche angenommen werden*); D_1, D_2, D_3, . . . die Fugendrücke, deren Richtung, falls ein Gleiten der Steine

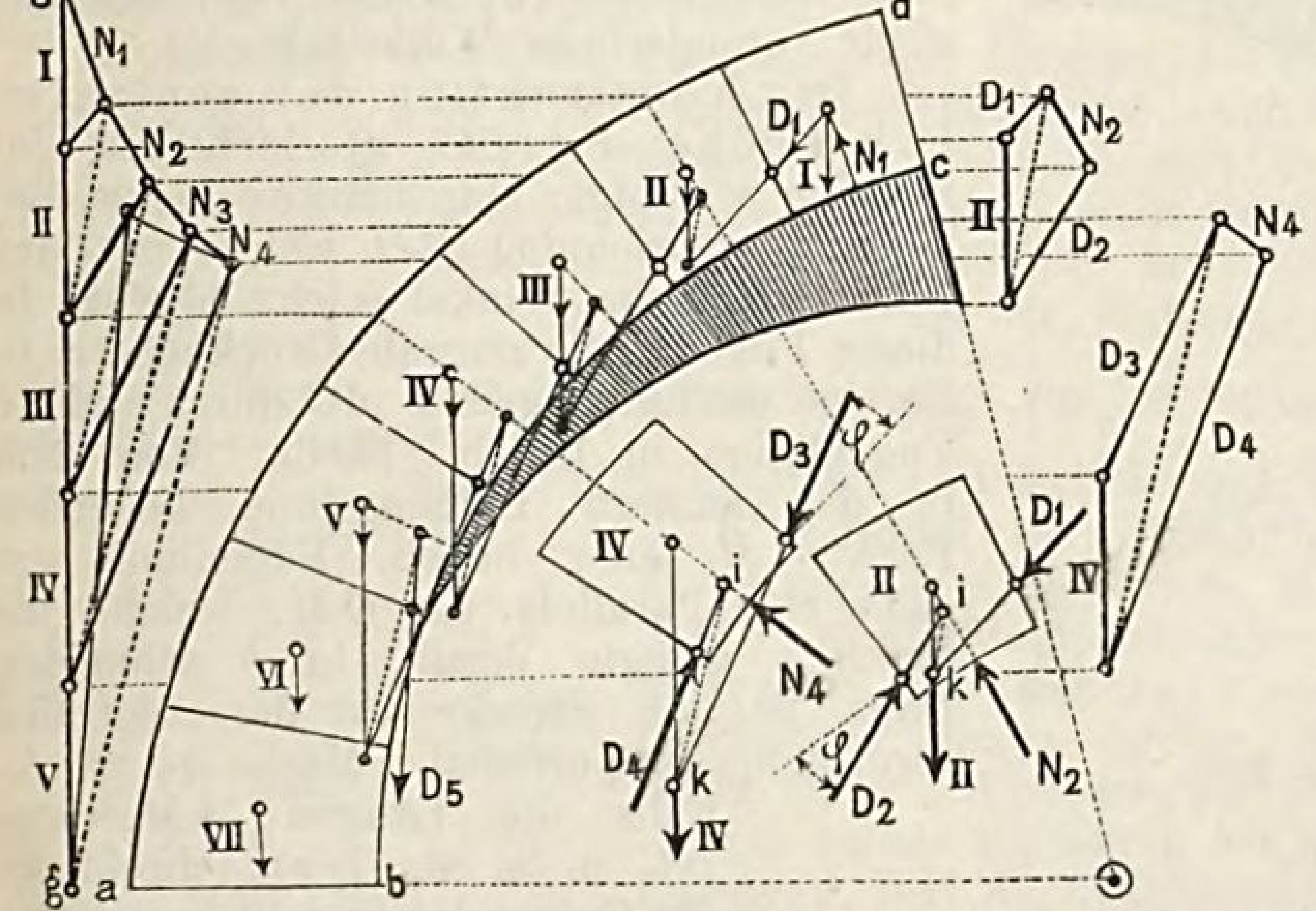
*) Der Druck, den ein Wölbstein auf das Lehrgerüst ausübt, kann event. je nach dem Aufsetzen des Steins, eine von der Normalen zur innern Wölbfläche abweichende Richtung haben. Diese Abweichung kann nie grösser werden als der Reibungs-Winkel für Gewölbe u. Lehrgerüst.

auf einander stattfindet, um den Reibungswinkel φ von der Normalen zur betr. Fugenrichtung abweicht; φ hat für Stein auf Stein den Mittelwerth $22\frac{1}{2}^0$.

Auf die obere Fuge des 1. Gewölbsteins wirkt kein Druck; für den Gleichgew.-Zustand müssen sich also die Kräfte I, D_1 und N_1 nach Richtung und Grösse zu einem Dreieck zusammen setzen lassen. Auf jeden folgenden Gewölbstein — wenn derselbe auf einem unmittelbar unter ihm liegenden gleitet — wirken 4 Kräfte, welche zusammen ein Kraft-Viereck bilden müssen.

Im Kraft-Polygon Fig. 646 (links) sind das Kraft-Dreieck und sämmtliche Kraft-Vierecke zusammen getragen, was möglich ist, da alle Kräfte der Richtung, und stets zwei derselben der Grösse nach gegeben sind. Die Gewichte I, II, III... sind auf der Vertik. gg an einander gereiht.

Fig. 646.



Bei der Bestimmung von N_1, N_2, N_3... ist zu beachten, dass von einer gewissen Fuge an das Gleiten der Schichten aufhört und ein Kanten eintritt, nämlich sobald der Stützp. — d. i. der Schnittp. d. Richtungen des Steingewichts und des obern Fugendrucks — ausserhalb der Fuge zu liegen kommt. Wenn dieser Fall eintritt, so zeichnet man das Kraft-Viereck nicht mehr wie für Stein II, bei dem die Richtung von D_2 bekannt war, sondern in der Weise, dass man — wie für Stein IV — einen Stützp., der ja in Wirklichkeit stets vorhanden ist, in der Nähe der innern Laibung, etwa 2 — 5^{cm} von letzterer entfernt, annimmt und mit Hilfe dieses Stützp. die Richtung von D_4 fest legt*). In den Fig. der Steine II und IV bezeichnet i den Schnittp. der Resultante aus dem Steingewicht und dem obern Fugendruck mit der Richtung des Drucks auf das Lehrgerüst. Durch den Punkt i muss also die Richtung des untern Fugendrucks verlaufen. Die Linie ik ist $\parallel$ der Diagonale im Kraft-Viereck.

In derjenigen Fuge, von welcher ab sich der Druck auf das Lehrgerüst zuerst negativ ergiebt, ist dieser Druck $= 0$ anzunehmen, weil eine Zugspannung zwischen Lehrgerüst und Gewölbe nicht auftreten kann.

Die Stützlinie im Gewölbetheil $abcd$ ist mit Hülfe des Kraft-Polygons eingezeichnet. Sie geht durch die Stützp. der Fugen (in der Fig. durch kleine Kreise angedeutet). Dabei hat sich ergeben, dass beim 4. Stein die Richtung von D_4 nicht mehr um den Winkel φ von der Normalen zur Fugenrichtung abweicht und dass beim 5. Stein der Druck D_5 auf die untere Fuge negativ wurde. In dieser Fuge ist also der Druck auf das Lehrgerüst $= 0$ zu setzen.

λ. Grösster Druck auf das Lehrgerüst.

Aus Vorstehendem ergiebt sich:

1. Mit der Entfernung der Wölbschichten vom Kämpfer wächst d. Druck auf d. Lehrgerüst, während d. Fugen-Pressung abnimmt:

2. Jede neu versetzte Schicht bringt in der unmittelbar darunter liegenden eine Verringerung des Drucks auf d. Lehrgerüst hervor, so dass das Maximum dieses Drucks in einer Schicht für diese dann stattfindet, wenn sie die oberste der versetzten Schichten ist.

*) Ein in der Kante an der innern Laibungsfläche konzentrirter Druck findet in der Wirklichkeit nicht statt, da sich dieser Druck stets auf eine kleine Fläche (etwa 2 — 5^{cm} tief) vertheilen wird.

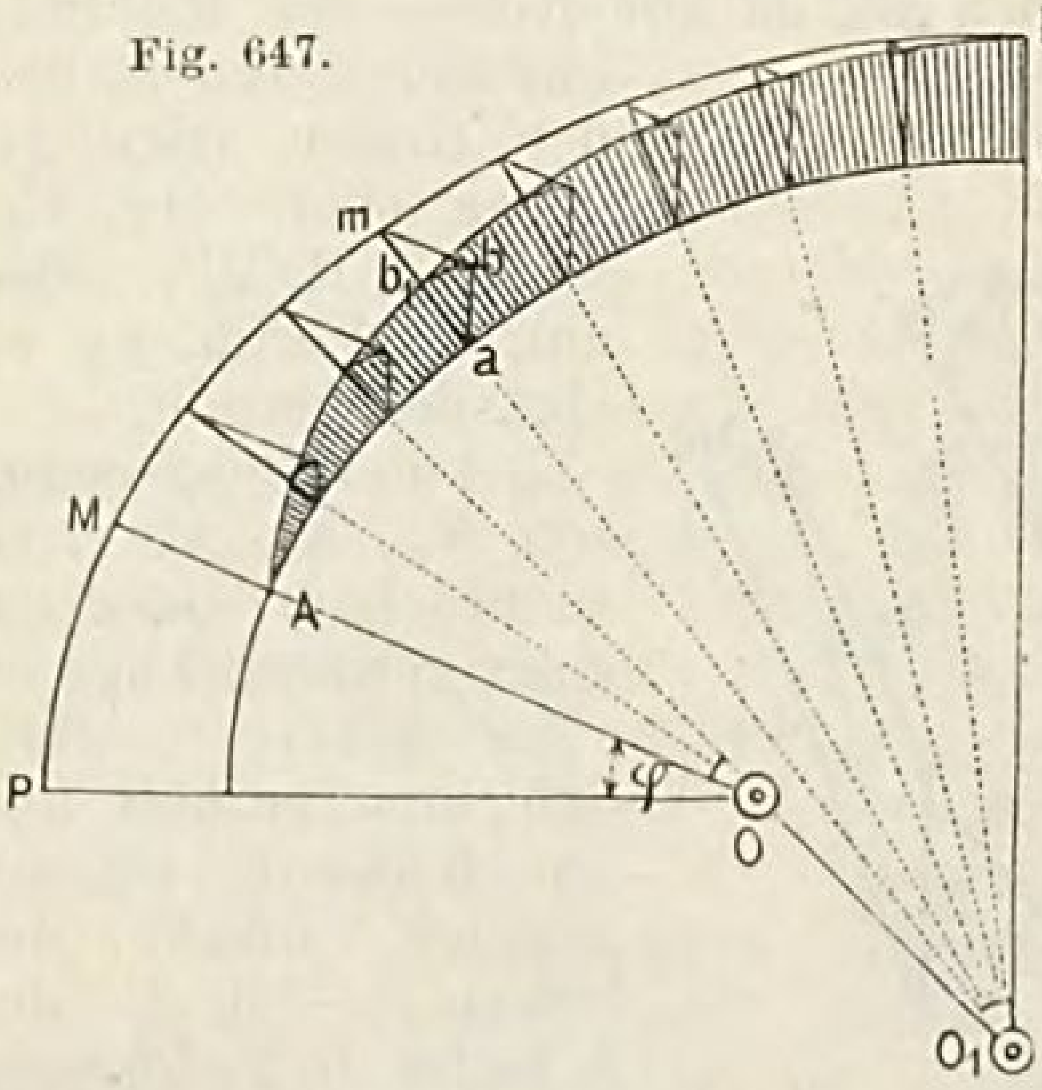
Bei Berechnung eines Lehrgerüstes wird man zweckmässig das Max. des Drucks zu Grunde legen, welches für jede Fugenrichtung aus dem betr. Kraftdreieck zu entnehmen ist.

3. Die zentrale Druckhöhe z, d. i. die an irgend einer Stelle auf die Flächeneinh. der Schalung normal zur innern Laibungsfläche — d. h. also zentral — wirkende Maximal-Pressung ergiebt sich zu:

$$z = \gamma\, d \cos \alpha\, (1 - \operatorname{tang} \varphi \operatorname{tang} \alpha) \text{ woraus:}$$

$$z = 0 \text{ für } \alpha = 90 - \varphi;\ k = \gamma\, d \text{ für } \alpha = 0.$$

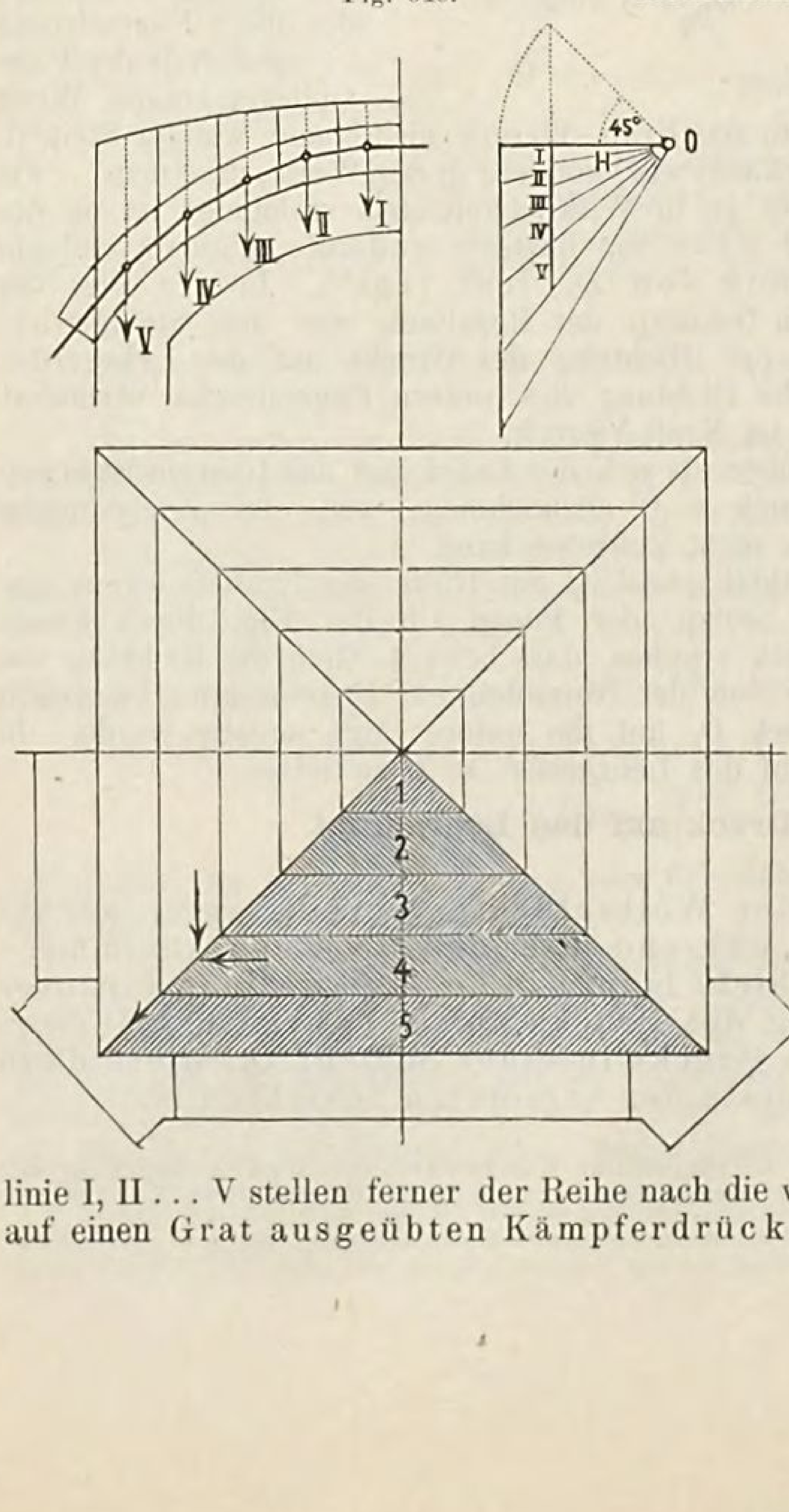
Fig. 647.



Darin ist: α der Winkel, den eine belieb. Fugenrichtung mit d. Vertikalen einschliesst, γ das Gewicht der Kubikeinh. Wölbmaterial; d die veränderliche Wölbstärke.

Die Konstruktion der zentralen Druckhöhe, Fig. 647, geschieht am einfachsten wie folgt: Man markire zuerst diejenige Fugenrichtung MO, welche mit der Horizontalen den Winkel φ einschliesst. In dieser Fuge ist die zentrale Druckhöhe $= 0$. Zerlege die Leibungslinie AC durch radiale Fugenlinien in belieb. Theile. Von dem in der äussern Laibungslinie liegenden Punkte M einer belieb. Fugenlinie am ziehe eine Parallele zur OM, welche die durch a gelegte Vertik. in b schneidet. Dann ist die Strecke ab der zentralen Druckhöhe proportional. Mache $ab = ab_1$.

Fig. 648.



Falls die Längen AM, am, BC u. s. w. bezw. direkt $=$ der Grösse der betr. Steingewichte gemacht worden sind, stellt die Strecke $ab = ab_1$ auch direkt die Grösse der zentralen Druckhöhe im Punkte a dar. — Der unterhalb der Linie MO, Fig. 647 liegende Theil des Gewölbes braucht nicht unterstützt zu werden.

μ. Kreuzgewölbe, Klostergewölbe, Kuppelgewölbe.

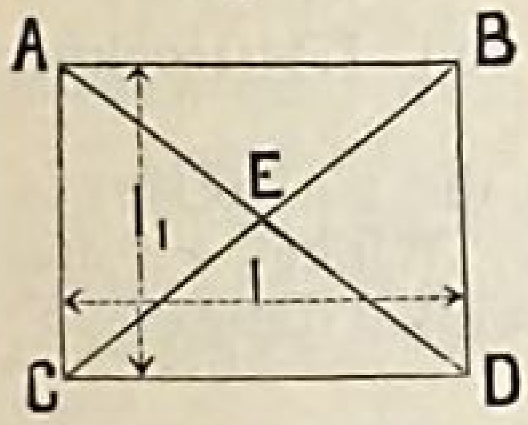
1. Kreuzgewölbe. Um die Stabilität, bezw. Stärke der Kappengewölbe zu untersuchen, braucht man nur die Stützlinie für einen Gewölbestreifen, welcher dem Stirnbogen zunächst liegt, zu zeichnen. Wenn man nämlich die Belastungsfläche für einen solchen Gewölbe-Streifen (z. B. 5 in Fig. 648) in ebenso viele Vertikal-Lamellen theilt, wie die (übrigens belieb. zu wählende) Anzahl der Gewölbe-Streifen einer Kappe beträgt, so erhält man in der Stützlinie I, II, III, V für denselben gleichzeitig die Stützlinien für alle übrigen Gewölbe-Streifen (1 — 5). Die Seiten der Stützlinie I, II . . . V stellen ferner der Reihe nach die von den Gewölbe-Streifen 1, 2 . . . 5 auf einen Grat ausgeübten Kämpferdrücke dar.

Die Kämpferdrücke der zusammen gehörigen Gewölbe-Streifen zweier benachbarten Kappen vereinigen sich zu einer Resultirenden, welche in die Ebene des Grats fällt und sich daselbst in eine vertikale und eine horizontale Seitenkraft zerlegt. Erstere ist = dem Gew. der beiden zusammen gehörigen Gewölbstreifen-Hälften und letztere wird durch die Hypothenuse eines rechtwinkligen und gleichschenkl. Dreiecks dargestellt, dessen Katheten = dem Horizontalschube H der Kappe sind, Fig. 648.

Da hiermit Grösse und Lage der den Grat beanspruchenden Kräfte gegeben ist, so wird es nach den allgemeinen Regeln möglich sein, auch für ihn die Stützlinie zu zeichnen und durch Weiterführung derselben in das Widerlager auch die Stabilität des letztern zu untersuchen.

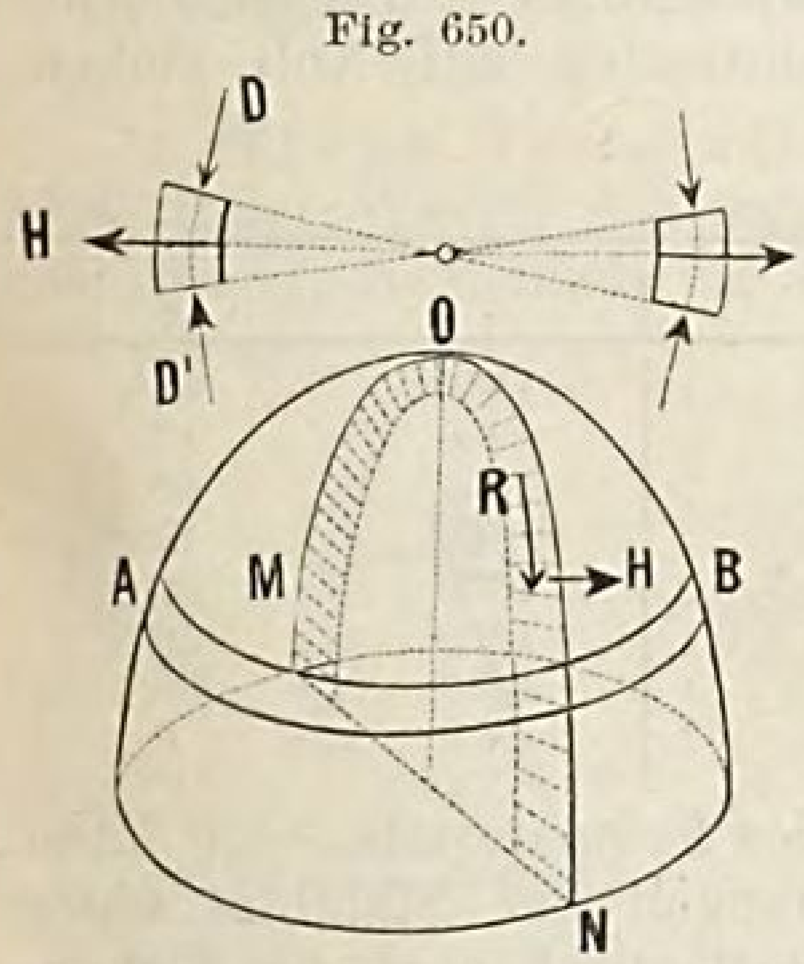
2. **Kloster-Gewölbe**, Fig. 649. Die Kappen ABC und DCE oder ACE und BDE eines Klostergewölbes, welches über das Rechteck $ABDC$ gespannt ist, befinden sich in demselben Belastungs-Zustande, als ob sie einem Tonnen-Gewölbe von gleicher Pfeilhöhe und der Spannw. $AB = l$ bezw. $BC = l_1$ angehörten.

Fig. 649.



Die erforderl. Dicke der Widerlager ergiebt sich ungefähr $\frac{3}{4}$ mal so gross, wie jene für ein Tonnengewölbe von gleicher Spannweite, Pfeilhöhe und Belastung.

Fig. 650.



3. **Kuppel-Gewölbe**, Fig. 650. Man denke sich das Kuppelgewölbe durch Meridian-Ebenen, z. B. MON in Meridian-Schichten zertheilt und letztere in einzelne „W ö l b s t e i n e“ zerlegt. Ein geschlossener horizontaler Kranz solcher Wölbsteine, z. B. AB, bildet einen „W ö l b k r a n z“.

Ein belieb. Wölbstein der Kuppel wird durch sein Eigengew. und durch diejenige Pressung beansprucht, welche von den über ihm liegenden Wölbsteinen seiner Meridian-Schicht herrührt. So lange die von dieser Belastung herrührende Mittelkraft R die untere Lagerfläche des Wölbsteins innerhalb des Kerns schneidet und dabei mit der Normalen zur Lagerfläche einen kleinern Winkel bildet, als den Reibungswinkel φ, übt der Wölbstein auf die benachbarten Steine des Wölbkranzes keinen Druck aus. Wird aber der Winkel, den R mit der Normalen zur Lagerfuge einschliesst $> \varphi$ oder rückt der Angriffsp. von R aus dem Kern der Lagerfläche heraus, dann wird der Wölbstein zu g l e i t e n bezw. zu k a n t e n a n f a n g e n und so lange auf die beiden Nachbar-Wölbsteine des Wölbkranzes einwirken, bis die von denselben geleisteten Gegendrücke D und D' den Gleichgew.-Zustand hergestellt haben.

Die Gegendrücke D und D' lassen sich durch eine resultirende Horizontalkraft H ersetzen, welche in der durch den Schwerp. des Wölbsteins gehenden Meridian-Ebene liegt.

Wenn man die bei Bestimmung des Druckes N auf das Lehrgerüst (S. 703) angewandte grafische Methode befolgt und dabei N mit H vertauscht, so wird es leicht sein, H zu bestimmen und die Stützlinie für eine Meridian-Schicht zu zeichnen, indem man bei dem obern Wölbstein der Meridian-Schicht anfängt und dessen Einwirkung auf den folgenden Wölbstein, und so fort untersucht. Schneidet die Mittelkraft R die Lagerfläche ausserhalb des Kerns, so ergiebt sich die Grösse von H aus den Bedingungen, dass: 1. die Mittelkraft aus R und H nicht ausserhalb des Kerns liegen und sie 2. keinen grössern Winkel als φ mit der Normalen zur Lagerfläche einschliessen darf.

Liegt der Angriffsp. von R schon innerhalb des Kerns, so ergiebt sich H allein aus der letzten Forderung.

Von einem gewissen Wölbsteine der Meridian-Schicht ab, wird sich event. $H = 0$ ergeben; d. h. von dort ab treten im Wölbkranz keine Ringspannungen mehr auf.

Bei o f f e n e n Kuppel-Gewölben, die durch Laternen überbaut sind, ist darauf zu achten, dass die Spannungen in den obern Wölbkränzen durch die Belastung

der Laterne nicht zu gross werden. — Eine geschlossene Kuppel wird wie eine offene behandelt. — Die für eine ganze Kuppel erhaltenen Ergebnisse gelten auch für eine halbe Kuppel, wenn die Wölbsteine an der Stirnfläche gegen Verschiebung nach aussen geschützt sind.

Der Wölbkranz einer Kuppel ist für sich im Gleichgew., braucht daher bei der Ausführung nicht durch ein Lehrgerüst gehalten zu werden.

m. Stützmauern.

α. Beschaffenheit der Hinterfüllung.

Grösse und Lage der auf eine Stützmauer wirkenden Erddruck-Kräfte sind abhängig von der physikalischen Beschaffenheit der Hinterfüllung. Es kommen dabei drei Faktoren: das spezif. Gewicht der Erde, die Reibung der Erdtheilchen unter einander und die der Erdmasse inne wohnende Kohäsion in Betracht.

Das spezif. Gewicht γ einer Erdart schwankt im allgem. von 1,4 (trockne, lockere Dammerde) bis 2,0 (mit Wasser gesättigte Thonerde).

Die Reibung misst man gewöhnlich in der Weise, dass man die gelockerte Erdart unter einer möglichst steilen Böschung anschüttet. Der Winkel φ, den dann die sogen. „natürliche Böschung" bildet, ist der Reibungswinkel ($\tang \varphi = f$; vergl. S. 516).

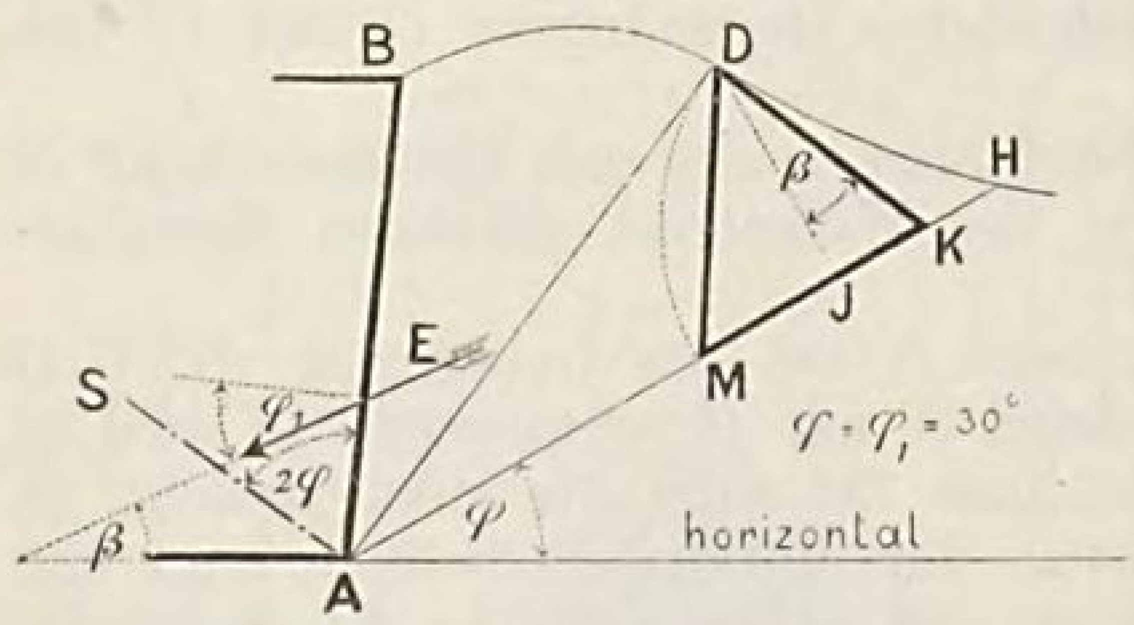
Bei trockenen Erdmassen schwankt φ zwischen 30° und 45°. Durch Zusatz von Wasser kann φ dedeutend abnehmen, unter Umständen auf Null sinken. (Schlamm.)

Tabelle 1. Werthe von γ (kg u. cbm) und φ.

Erdarbeiten.	γ	φ
Thonerde, trockne	1550	45°
„ stark durchnässt	1950	17
Lehm, trockner	1460	40
„ stark durchnässt	1860	17
Gewöhnliche Dammerde, feucht	1650	30
Sand oder Kies	1860	30
Steinschotter	1620	38
Wasser	1000	0

Die Kohäsion ist die Schub- oder Scherfestigkeit des Erdmaterials. Sie kann ohne ins Gewicht fallenden Fehler bei den Untersuchungen der Stabilität einer Stützmauer vernachlässigt werden; dies um so mehr, als dadurch noch ein Ueberschuss von Sicherheit erzielt wird. Die allgemeine Theorie für den Gleichgew.-Zustand eines unendlich kleinen Erdkörpers im unbegrenzten Erdreich ist zur Zeit noch nicht abgeschlossen; daher wird die Theorie des Erddrucks, wie es auch im Nachstehenden geschehen ist, in der Regel unter der Voraussetzung entwickelt, dass sich in der Hinterfüllung eine Erdmasse in Form eines dreiseitigen Prismas ABD, Fig. 651, löse und auf der ebenen Fläche AD, der sogen. „Gleitfläche", unter Einwirkung seines Gewichts und der Reibung in der Gleitfläche herab gleite.

Fig. 651.



Die Gleitfläche AD trennt daher denjenigen Theil des Erdreichs der Hinterfüllung ab, dessen Druck gerade genügt, um dem Widerstand der Mauer oder der Wand das Gleichgew. zu halten. Das abgetrennte Prisma nennt man Prisma des grössten Drucks oder kurz Druckprisma.

β. Richtung und Grösse des Erddrucks im allgemeinen.

Wirkt der Erddruck gegen die Wand, so nennt man denselben für das labile Gleichgewicht der Wand gegen Kanten oder Gleiten den aktiven Erddruck. Wirkt dagegen von aussen ein Druck auf die Wand und bringt derselbe die Erdmasse in Bewegung, so nennt man für das labile Gleichgewicht die Grösse des in diesem Falle auf die Wand ausgeübten Erddrucks den passiven Erddruck.

In beiden Fällen wird ein Gleiten des Erdreichs längs der Wand eintreten und werden daher die Richtungen der elementaren Erddrücke gegen ein beliebig geformtes Stück der Wandfläche beim aktiven Erddruck um den Reibungswinkel φ_1 (für Erde und Wand) von der Normalen zur Wandfläche nach oben, dagegen beim passiven Erddruck um denselben Ausschlagwinkel nach unten abweichen.

Die Richtung des Erddrucks ist nach Vorstehendem in jedem Falle bestimmt. Die Grösse des Erddrucks ist abhängig von der Lage der Gleitfläche.

Für den allgemeinen Fall einer belieb. Form, sowohl der Wandfläche als auch der obern Begrenzungslinie der Hinterfüllung (Terrainfläche), voraus gesetzt, dass Wandfläche und Terrainfläche senkrecht zur Bildebene stehen, bestimmen sich Lage der Gleitfläche und Grösse des Erddrucks wie folgt:

Die Gleitfläche AD halbirt die Terrainfläche $ABDK$ zwischen Wand AB und natürl. Böschungslinie AH.

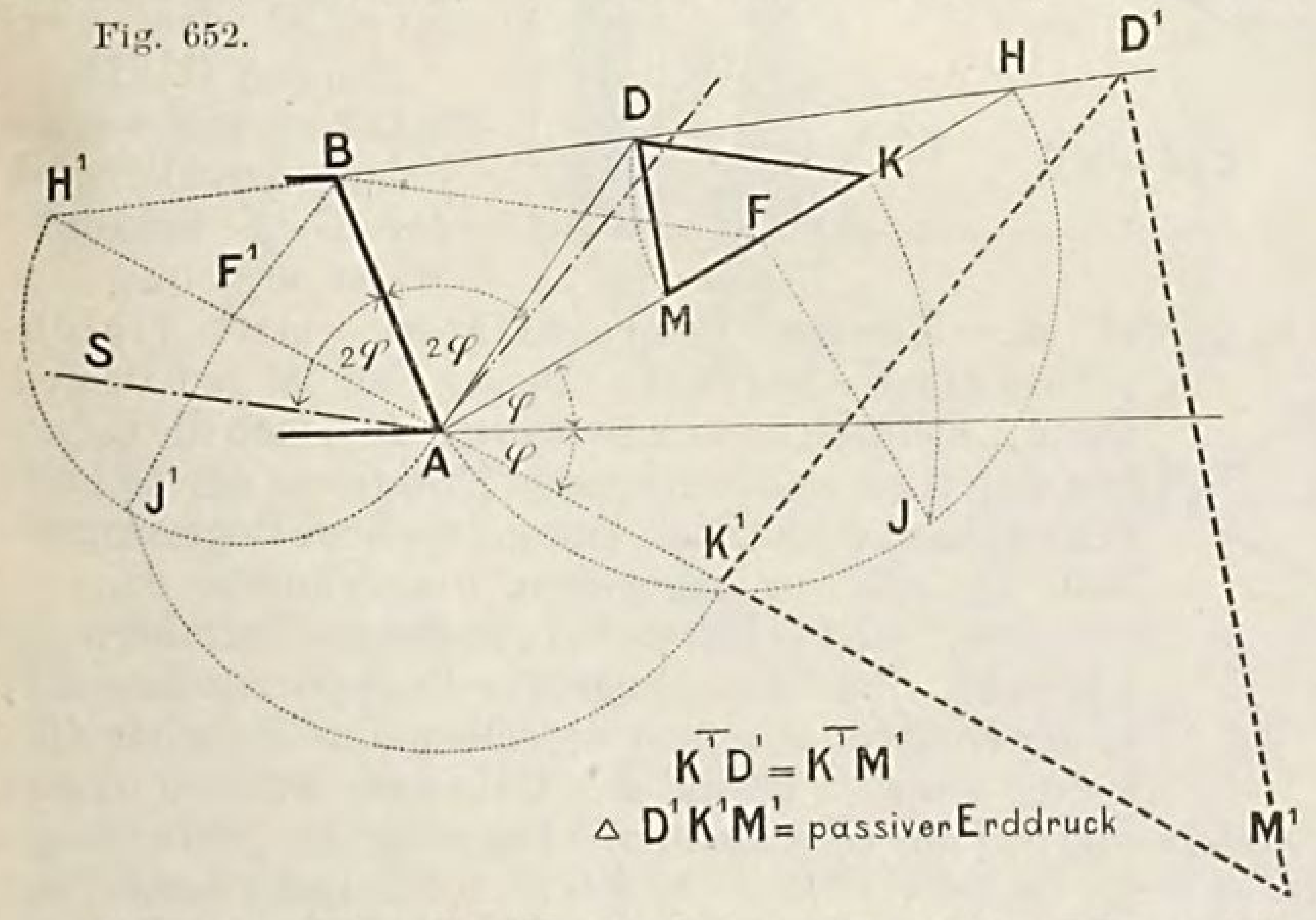
Der Erddruck E ist = der Fläche DKM (Druckfläche), multiplizirt mit dem Gewicht γ der Volumen-Einheit Erde.

Dabei ist $DJ \perp AH$ gemacht, $\angle JDK = \angle \beta$, welchen die Richtung von E mit der Horizontalen einschliesst. Ist die hintere Wandfläche vertikal, so ist $\beta = \varphi$. Ferner ist $MK = DK$ gemacht und die Tiefe der Wand senkrecht zur Bildfläche = 1 angenommen.

γ. Lage der Gleitfläche und Grösse des Erddrucks für eine ebene Wand-Fläche, Fig. 652.

1. Ebene Terrainfläche. Ist φ der Reibungswinkel zwischen Erde und Erde (oder Winkel der natürlichen Böschung), φ_1 desgl. derjenige zwischen Erde und Wand, so nennen wir eine belieb. Gerade, welche mit der Wand den Winkel $= \varphi + \varphi_1$ einschliesst, z. B. die AS, eine Stellungslinie (Orientirungslinie). Da φ im allgem. $= \varphi_1$ (ca. 30°) gesetzt werden kann, so wird der betr. Winkel $= 2\varphi$, wie dies in allen folgenden Figuren auch angenommen worden ist. Zieht man BF parallel zur Stellungslinie, so wird AK die mittlere Proportionale zwischen AF und AH.

Fig. 652.



Hieraus folgt die Konstruktion, Fig. 652: Man schlage über AH als Durchmesser einen Halbkreis, ziehe $FJ \perp AH$, mache $AJ = AK$ und ferner KD parallel der Stellungslinie. Dann ist AD die Gleitfläche, KDM die Druckfläche. Diese Konstruktion der mittlern Proportionale kann man auch über BH oder AB als Durchm. ausführen; in Fig. 654 und 655 ist beispielsw. die Konstruktion mit AB als Durchm. angewendet.

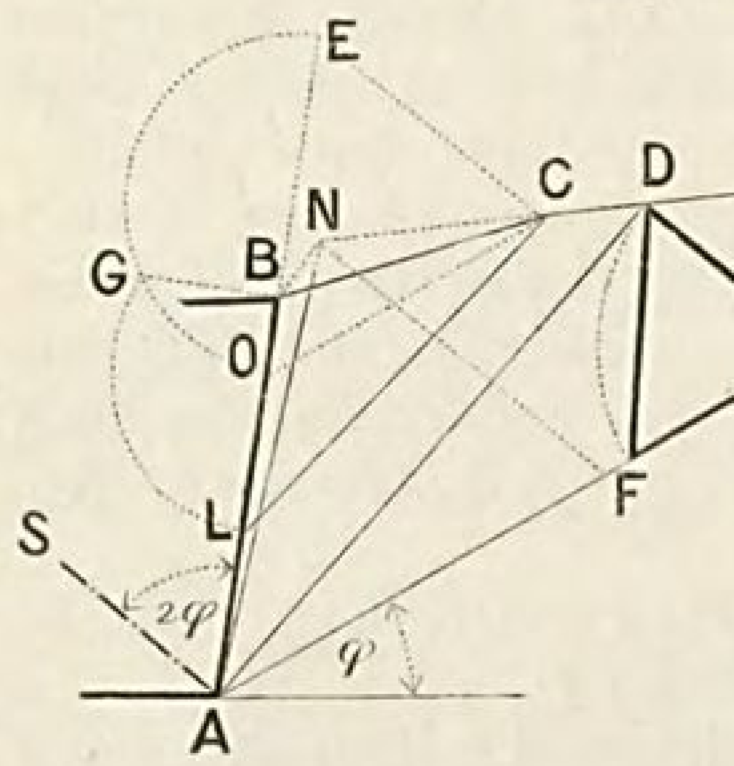
In Fig. 652 ist sowohl die Grösse des aktiven, als auch die des passiven Erddrucks bestimmt; für letzteren sind φ und φ_1 im entgegen gesetzten Sinne aufzutragen. Dann schlägt man über AH' als Durchm. einen Kreis, zieht $F'J' \perp AH'$, macht $AJ' = AK'$ und $K'D' \parallel$ zur Stellungslinie. Ist dann $K'D' = K'M'$ gemacht, so stellt $\triangle K'D'M'$ die Grösse des passiven Erddrucks dar.

Ist die Terrainfläche oben parallel der natürlichen Böschung AH begrenzt, so fällt D in die Entfernung $= \infty$; d. h. die Gleitfläche fällt mit der natürl. Böschungslinie AH zusammen. Die Druckfläche kann daher an belieb. Stelle konstruirt werden.

Nimmt man auf die Reibung zwischen Erde und Wand nicht Rücksicht, sondern den Erddruck senkrecht zur Wand gerichtet an (was vielfach geschieht, und

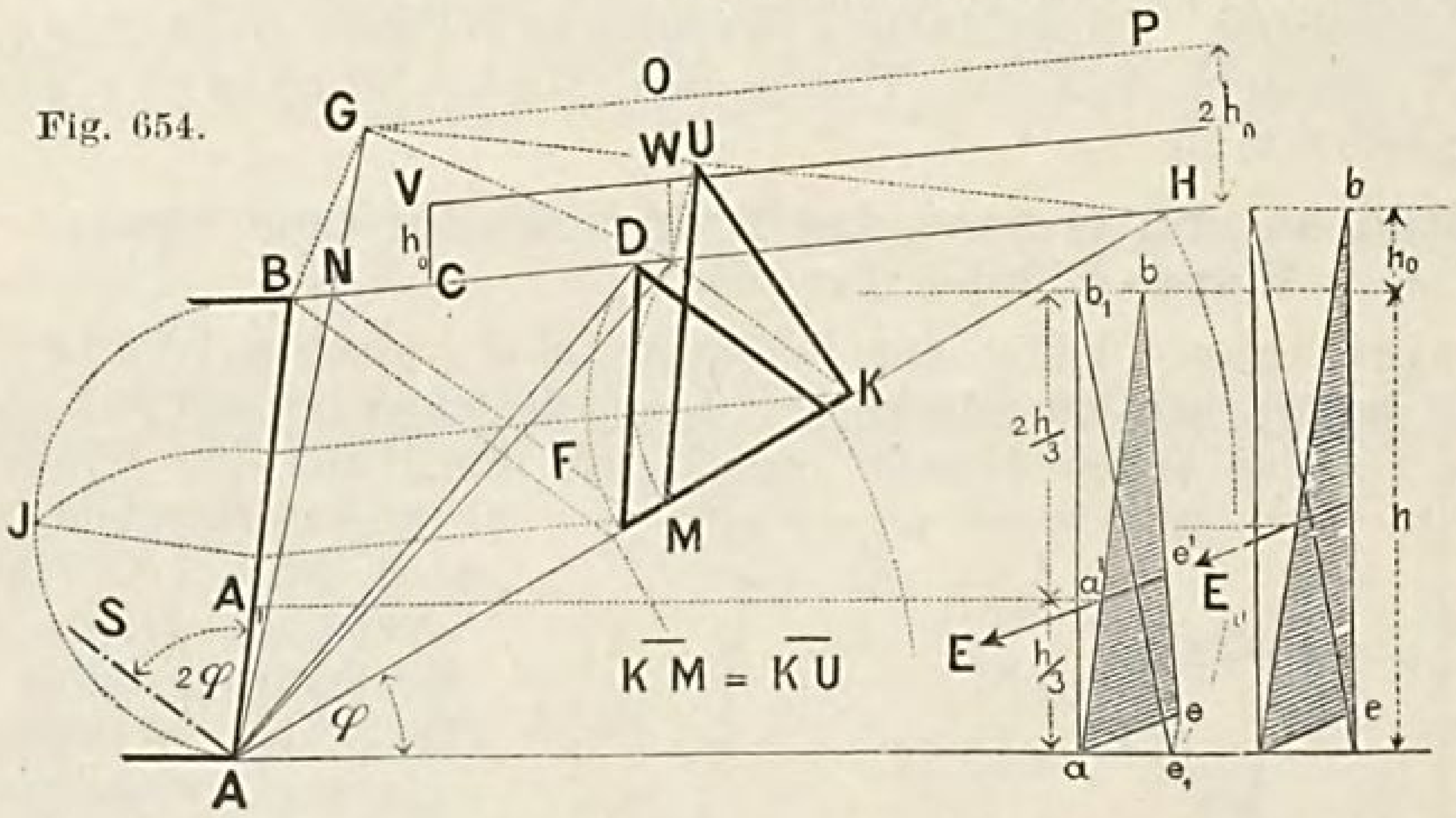
auch nicht ohne Berechtigung ist), so wird für horizont. Begrenzung der Hinterfüllung und für eine vertikale Wand die Gleitfläche den Winkel zwischen der Wand und der natürl. Böschung halbiren ($\angle \beta = 0$ und $DK \perp AH$).

Fig. 653.



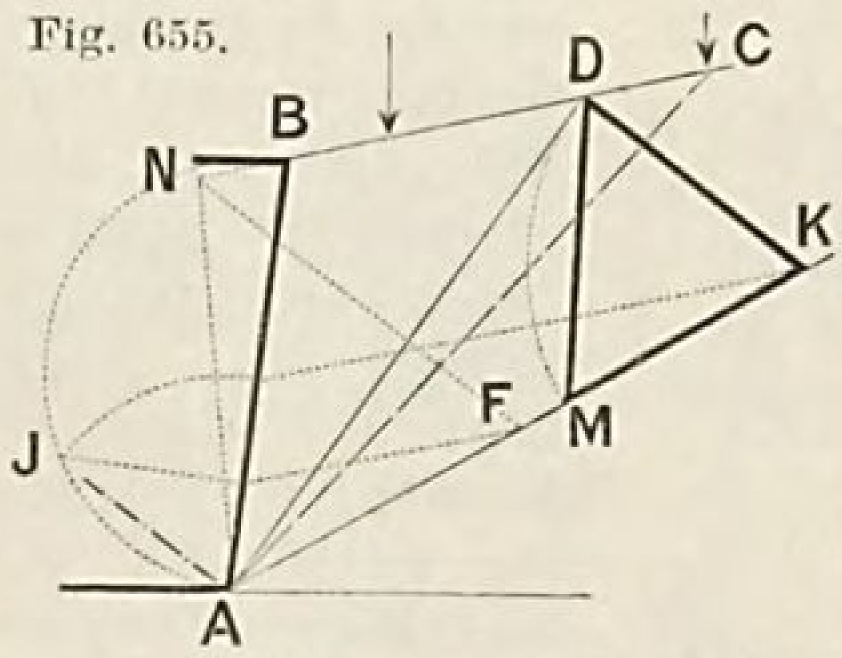
2. Gebrochene Terrainfläche. Hat die Begrenzungs-Linie, Fig. 653, nur einen Brechp. C, so kann der Endpunkt D der Gleitfläche entweder in BC oder in CH liegen. Im 1. Falle konstruirt man am besten diejenige Wandhöhe LB, für welche die Gleitfläche gerade durch C geht; alle andern Gleitflächen für geringere Wandhöhen als die LB laufen dann der LC parallel. Die Konstruktion ist folgende: Ziehe durch C eine Gerade parallel zur Stellungslinie und eine andere Gerade parallel zur natürlichen Böschungslinie, welche die AB oder ihre Verlängerung bezw. in E u. O schneiden; schlage über EO einen Halbkreis; errichte in B zur AB eine Senkrechte, welche den Halbkr. in G schneidet; mache $OG = OL$, so ist LC die verlangte Gleitfläche, aus welcher sich das Druckdreieck DFK in bekannter Weise ergiebt.

Fig. 654.



3. Ebene Terrainfläche mit gleichmässiger Ueberlast. Dieser Fall ist auf denjen. unter 2. dadurch zurück zu führen, dass man die Ueberlast durch ein entsprechendes Erdprisma der Höhe h_0 ersetzt; man erhält dann eine gebrochene Begrenzungslinie, die wie vor angegeben, umzuwandeln ist.

Fig. 655.



Das einfachste Verwandlungs-Verfahren ist folgendes, Fig. 654: Lege zur Begrenzungslinie BH in der Höhe $= 2h_0$ über derselben eine Parallele OP; ziehe, wenn C Endp. der Ueberlast ist, von B aus eine Parallele zur AC, welche die OP in G schneidet. Dann ist für jede Lage der Gleitfläche AD: Fläche $ABCVWD = \triangle AGD$. Es kann daher der Punkt N (Durchschn. der BH und AG), wie früher Punkt B, zur Konstruktion der Gleitfläche benutzt werden: NF parallel zur Stellungslinie u. s. w.

Bezeichnen E_0 und E bezw. die Grösse des resultirenden Erddrucks mit u. ohne Ueberlast, h_0 u. h die entsprech. senkrecht. Erdhöhen, so ist: $E_0 = E\frac{h + 2h_0}{h}$ (49)

Die spezif. Erddrücke $\triangle E_0$ und $\triangle E$ stehen jedoch in einem andern Verhältniss zu einander. Es ist nämlich: $\triangle E_0 = \triangle E\frac{h + h_0}{h}$ (50)

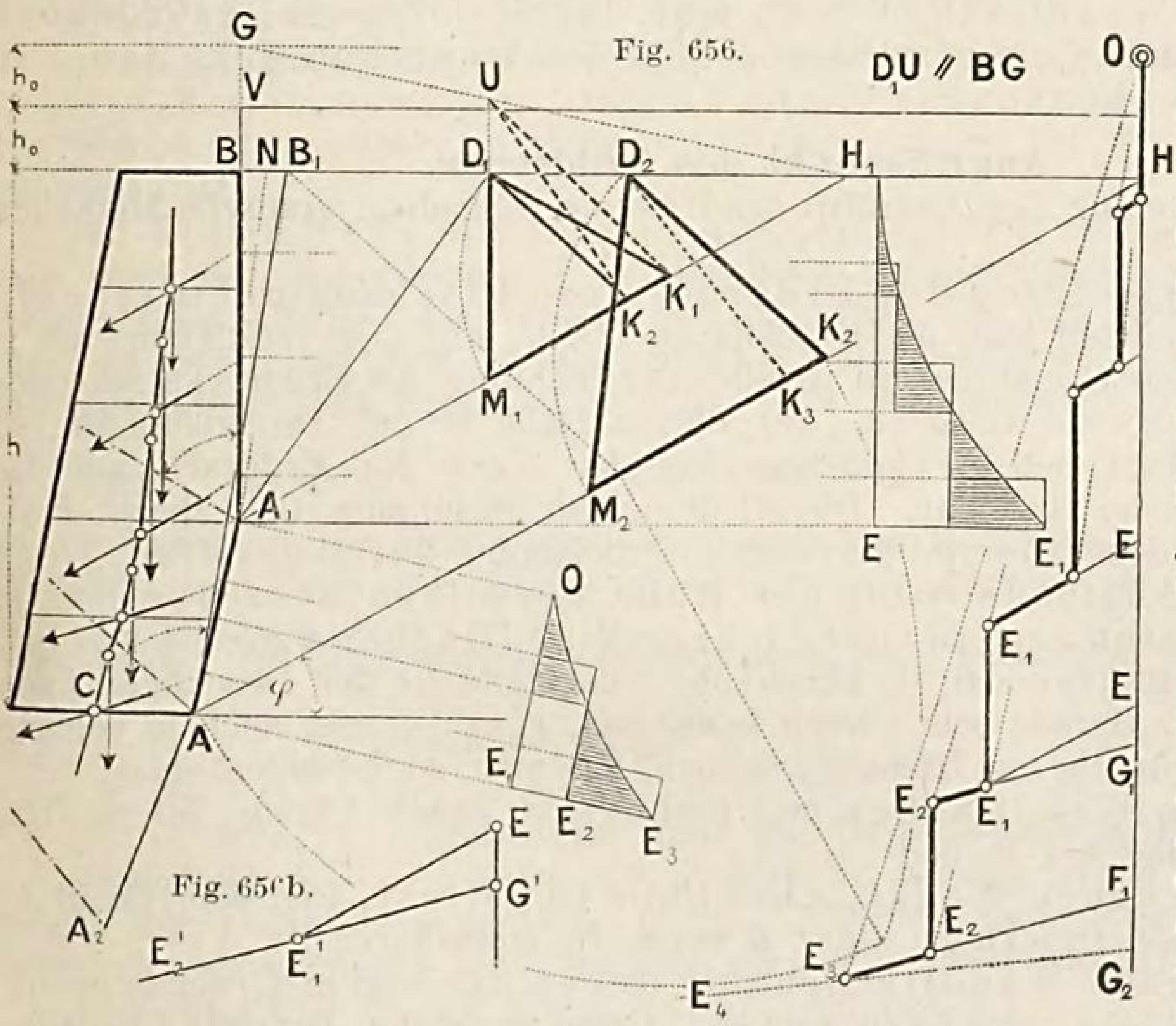
Daraus ergiebt sich die Konstruktion der Druckfläche: Ziehe durch D eine Parallele zur AG, welche die GH in U schneidet; dann ist $\triangle UKM$ die Druckfläche mit Ueberlast. — In Fig. 654 ist ausserdem die Druckfläche ohne Ueberlast konstruirt.

4. Ebene Terrainfläche und eine Einzellast. Die vorangegebene Konstruktion gilt auch hier, da die Einzellast durch eine auf eine sehr kleine Fläche stetig vertheilte Last ersetzt werden kann. Die Lage der Einzellast zwischen B und D, Fig. 655, hat keinen Einfluss auf die Lage der Gleitfläche. Man macht

am einfachsten $\triangle ABN =$ der Einzellast und benutzt den in der Verlängerung von BH liegd. Punkt N wie unter 3. Liegt jedoch die Einzellast in C, u. z. so, dass Punkt D zwischen B u. C fällt, so ist immer AC als Gleitfläche anzunehmen und der Erddruck aus dem Gewicht des Prismas ANC durch Zerlegung nach den Richtungen des Erddrucks und der Reaktion der Gleitfläche AC zu bestimmen. Diese Richtungen weichen von der AB und AC um die $\angle\ \varphi_1$ bezw. φ ab.

δ. Lage der Gleitfläche und Grösse des Erddrucks für eine gebrochene Wandfläche, Fig. 656.

Man bestimmt zunächst für die obere Wandfläche $A_1 B$ in bekannter Weise die Gleitfläche $A_1 D_1$, die Druckfläche $D_1 K_1 M_1$ und aus letzterer den Erddruck. $D_1 K_1$ ist also parallel zur Stellungslinie in A_1.



Um die Stützlinie genau zeichnen zu können, kann man, wie es in Fig. 656 geschehen ist, den Querschn. d. Mauer in mehrere horizontale Lamellen zerlegen. Man bestimmt dann den Erddruck in bekannter Weise für jede Lamelle und trägt die erhaltenen Erddruck-Grössen zu einem Kräftepolygon zusammen. Im Kräftepolygon der Fig. 656 stellt die Strecke EE_1 Grösse und Richtung des Erddrucks auf die ganze Wandfläche $A_1 B$ dar.

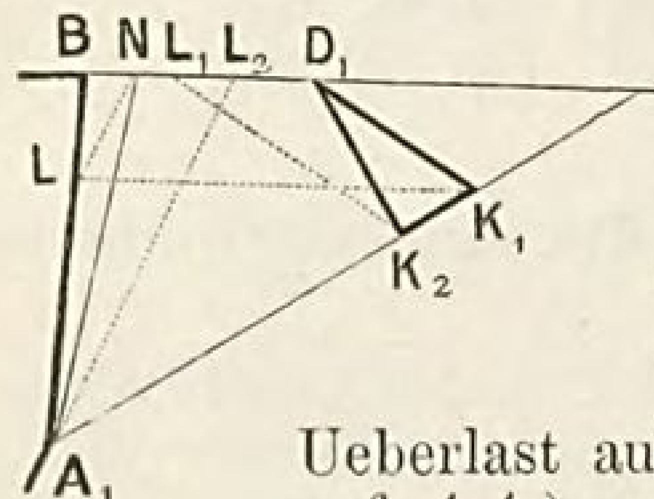
Zieht man nun $D_1 K_2$ parallel zur Stellungslinie in A, so ist das Gewicht des Erdprismas $D_1 K_1 K_2$ dasjenige, welches für die Bestimmung der Grösse des auf die folgende Wandfläche $A_1 A$ wirkenden Erddrucks nicht in Rechnung gezogen werden darf. Dies Gewicht wird im Kraftpolygon durch die Strecke EG_1 dargestellt, während die Strecke $G_1 E_2 - G_1 E_1$ Grösse und Richtung des Erddrucks auf die obere Lamelle der Wandfläche $A_1 A$ angiebt. Ferner stellt die Strecke $E_2 E_3$ Grösse und Richtung des Erdrucks auf die untere Lamelle und $F_1 E_3$ desgl. auf die ganze Wandfläche $A_1 A$ dar.

Um die Erddrücke für die Wandfläche $A_1 A$ in ähnlicher Weise zu erhalten, wie für die Wandfläche $A_1 B$, hat man (nach Vorigem) nur die Fläche $A A_1 B H$ in die um den Flächen-Inhalt von $\triangle D_1 K_1 K_2$ kleinere Fläche $A B_1 H$ zu verwandeln. Den erhaltenen Punkt B_1 kann man dann zur Konstr. der Gleitfläche und Druckfläche für die Wandfläche $A A_1$ in analoger Weise benutzen, wie es mit dem Punkte B für die Wandfläche $A_1 B$ geschah. Die dann erhaltene Druckfläche $D_2 K_2 M_2$ liefert die Grösse des Erddrucks $F_1 E_3$.

Ist noch eine fernere gebrochene Wandfläche, z. B. $A A_2$ vorhanden, so trägt man $F_1 E_3$ im Kraftpolygon in bekannter Richtung auf und verlängert die Richtung des seiner Grösse nach noch unbekannten Erddrucks $E_3 E_4$ (auf die Wandfläche $A A_2$), bis sie die Vertikale in G_2 schneidet. Dann stellt, nach Analogie des Vorhergehenden, das Stück $F_1 G_2$ das Erdgewicht dar, welches für die Bestimmung des Erddrucks $E_3 E_4$ nicht mitzurechnen ist und welches durch das Gewicht des Prismas $D_2 K_2 K_3$ ($D_2 K_3$ parallel zur Stellungslinie in A_2) vorgestellt wird u. s. w.

Die vorhin angedeutete Verwandlung der Fläche AA_1BH ist, um Fig. 656 nicht zu sehr zu überfüllen, in Fig. 656b angedeutet: $K_2L_1 \parallel D_1K_1$: $K_1L \parallel D_1B$. Mache $BL_2 = D_1L_1$; $LN \parallel A_1L_2$; dann ist $\triangle A_1BN$ an Inhalt $= \triangle D_1K_1K_2$ und ferner, Fig. 656: $A_1B_1 \parallel AN$; Fläche AA_1BH ist = Fläche AB_1H.

Fig. 656b



Ist noch eine Ueberlast vorhanden, so kommen hierbei die für eine solche im Vorhergehenden beschriebenen Hilfskonstruktionen mit zur Anwendung. An Stelle des Dreiecks DK_1K_2 tritt dann Dreieck UK_1K_2 dessen Inhalt = ist dem Gewichte EG', Fig. 656a, welches durch die Richtungen des Erddrucks EE'_1 (mit Ueberlast auf A_1B) und des noch unbekannten Erddrucks $E'_1E'_2$ (desgl. auf AA_1) auf der Vertikalen abgeschnitten wird.

Gekrümmte Wandflächen kann man durch polygonal gebrochene ersetzt denken und wie vor verfahren. Das Kraftpolygon geht dabei in eine Kraftkurve über.

ε. Angriffspunkt des Erddrucks.

Für die Ermittelung des Angriffsp. sind zwei verschiedene grafische Methoden in Gebrauch.

1. Durch Darstellung des Erddrucks pro Flächeneinheit (spezif. Erddruck). Verwandelt man die Druckfläche DKM, Fig. 654, multiplizirt mit γ, in ein $\triangle abe$, dessen Grundlinie ae parallel der Richtung des Erddrucks ist, oder in ein rechtwinkl. $\triangle ab_1e_1$ (also $ee_1 \parallel ab$), dessen Höhe = der Druckhöhe ist, so stellt der Inhalt eines belieb. ähnlichen Dreiecks $a'e^1b$ den Erddruck auf die belieb. zugehör. Fläche A_1B dar. Die Richtung der Resultante aller spezif. Erddrücke geht durch den Schwerp. der zugeh. Druckfigur; der Angriffsp. liegt daher in einem Abstande = $\frac{1}{3}$ der Höhe derselben über der Basis.

Für Ueberlasten und für gebrochene Wandflächen wächst d. spezif. Erddruck nicht proportional d. Druckhöhe; die Seite be der Druckfigur kann also auch hier keine Gerade sein. Doch kann man, genau genug, auch in solchen Fällen die Druckfigur als ein Dreieck zeichnen, hat aber zu beachten, dass:

α. bei ebenen Wandflächen mit Ueberlast (nach Gleich. 50 S. 708) die Druckhöhe $h + h_1$ und:

β. bei gebrochenen Wandflächen ohne Ueberlast, Fig. 656, für AA_1, BA_1 bezw. die vertik. Druckhöhe unter B bezw. B_1 einzuführen ist.

Bei gebrochenen Wandflächen mit Ueberlast wird man, genau genug, die Druckhöhe = $h + h_1$ annehmen können. Genauer ist die Druckfig. in allen diesen Fällen darzustellen, indem man den Erddruck für genügend viele Zwischenpunkte der Wandflächen bestimmt.

2. Durch Darstellung der Momenten-Flächen. Trägt man allgem. für eine belieb. Wandfläche AA_1, Fig. 656, die auf einzelne Flächentheile derselben wirkenden Erddrücke als Abszissen und die zugehör. Hebelarme der Normal-Komponenten in Beziehung auf den Punkt A als rechtwinkl. Koordin. in einer besondern Figur zusammen, so stellt der Inhalt der Fläche OE_1E_3 multiplizirt mit $\cos\varphi$, das Mom. des auf die Fläche AA_1 wirkend. Erddrucks in Bez. auf den Punkt A dar. Verwandelt man Fläche OE_1E_3 in ein Rechteck, mit der bekannten Grösse des Erddrucks auf AA_1 als Basis, so stellt die Höhe desselben die Entfernung des Angriffp. von der Basis dar. In Fig. 656 sind die Angriffsp. für die sämmtlichen Erddrücke des Kraftpolygons bestimmt worden.

ζ. Konstruktion und Lage der Stützlinie.

Nachdem Grösse, Richtung und Angriffsp. der einzelnen Erddrücke bestimmt sind, ergiebt sich die Konstruktion der Stützlinie mit Hülfe des Resultanten-Polygons (vergl. S. 507). Der Pol O wird in eine Ecke des Kraftpolygons gelegt und in bekannter Weise zwischen den gegebenen Kraftrichtungen ein Seilpolygon konstruirt, wie das in Fig. 656 geschehen ist. Die Verbindung der Schnittp. des Seilpolygons mit den horizontalen Lamellen-Fugen geben die Stützpunkte und der durch alle Stützp. verlaufende Linienzug ist die Stützlinie (vergl. S. 515 u. 516 wie auch „Gewölbe" S. 700).

Die Lage des Stützp. C in der Basis der Futtermauer ist mit Rücksicht auf die Beschaffenheit des Untergrundes zu wählen. In der Voraussetzung, dass der zulässige Druck auf den Untergrund und in den Fugen des Mauerw. nicht überschritten wird, wird man bei zusammenpressbarem Boden (um Oszillation der Mauer zu vermeiden) die Stützlinie möglichst durch die Mitte der Basis verlaufen, bei festem Boden nicht aus den Kernlinien heraus treten lassen. Dabei wird man zur Material-Ersparung die Querschn.-Form der Mauer möglichst der Stützlinie anpassen.

Mauern mit vertikaler Stellung und von rechteck. Querschn. auf weichen Boden zu stellen, ist nie zu empfehlen, da der Stützpunkt hier stets ausserhalb der Mitte der Basis zu liegen kommt.

Ein Heraustreten der Stützlinie aus dem Kern ist bei sehr festem Untergrunde event. zulässig, wenn die im Mauerw. auftretenden Zug- und Druckspannungen die zulässigen Grenzen nicht überschreiten.

η. Pressung in den Fugen und auf den Untergrund.

Die Bestimmung der Druck- oder Zugspannungen in den Fugen des Mauerw. geschieht in derselben Weise, wie es bei den Gewölben, S. 701 angegeben ist.

Bei Bestimmung des Drucks auf den Untergrund hat man zu beachten, dass wenn der Normaldruck P in der Basis um die Strecke c_1 von der Kante d absteht, Fig. 644 III, eine Fläche $3c_1$, multipliz. mit der Tiefe ⊥ zur Bildebene gedrückt wird, und dass im übrigen Theile der Basis, weil Zugspannungen nicht auftreten können, die Spannung $= 0$ ist. Der Maxim.-Druck auf den Untergrund im Punkte d ist daher: $N = \frac{2P}{3c_1}$. Diese Gleichg. gilt natürlich nur für den Fall, wo die Resultante im Kernp. oder ausserhalb des Kerns liegt.

Für eine Fuge der Breite d ergiebt sich danach, wenn der Abstand des Stützpunktes von der Fugenmitte (Schwerpunkt) $= e$ gesetzt wird, wenn $e < \frac{d}{6}$ ist:

$$N = \frac{P}{d}\left(1 + \frac{6e}{d}\right); \text{ wenn } e > \frac{d}{6} \text{ ist: } N = \frac{2P}{3c_1}.$$

ϑ. Analyt. Ergebnisse über die Grösse des Erddrucks.*)

Bezeichnet E die Grösse des Erddrucks auf die Wand pro 1^{m} der Tiefe, normal zur Bildebene gemessen, in ^{kg}, so erhält man unter Beibehaltung der frühern Voraussetzungen und Bezeichnungen folgende Formeln:

1. Vertikale Wand ohne Ueberschüttung:

$$E = \frac{\gamma h^2}{2} \frac{\cos\varphi}{(1 + \sqrt{2}\sin\varphi)^2}. \text{ Für } \varphi = 38^0 \text{ ist: } E = 0{,}134\,\gamma h^2. \quad (51)$$

2. Eine um den Winkel α gegen den Horizont geneigte Wand ohne Ueberschüttung:

$$E = \frac{\gamma h^2}{2} \frac{\sin\varphi}{\sin\varepsilon} \left\{\sqrt{\operatorname{cotg}\varphi - \operatorname{cotg}\varepsilon} - \sqrt{\operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{cotg}\varepsilon}\right\}^2. \text{ Darin ist } \varepsilon = \alpha + 2\varphi. \quad (52)$$

Für $\varphi = 33^0$ und veränderliche Werthe von cotg α ist die folgende Tabelle zu benutzen.

cotg α =	+ 0,3	+ 0,2	+ 0,1	0	— 0,1	— 0,2	— 0,3
$\frac{E}{\gamma h^2}$ =	0,079	0,098	0,110	0,134	0,153	0,186	0,217

3. Geneigte Wand und bedeutende Ueberschüttung:

$$E = \frac{\gamma h^2}{2} \frac{\sin^2(\alpha - \varphi)}{\sin^2\alpha \sin(\alpha + \varphi)}. \text{ Für } \alpha = 90^0 \text{ und } \varphi = 33^0 \text{ ist: } E = 0{,}419\,\gamma h^2. \quad (53)$$

4. Geneigte Wand mit Ueberschüttungshöhe h_1:

$$E = \gamma \frac{(h + h_1)^2}{2} \frac{\sin\varphi}{\sin\varepsilon} \left\{\sqrt{\operatorname{cotg}\varphi - \operatorname{cotg}\varepsilon} - \sqrt{m - \operatorname{cotg}\varepsilon}\right\}^2. \quad (54)$$

$$\text{Darin ist: } m = \operatorname{cotg}\alpha + \left(\frac{h_1}{h + h_1}\right)^2 \left(\operatorname{cotg}\varphi - \operatorname{cotg}\alpha\right).$$

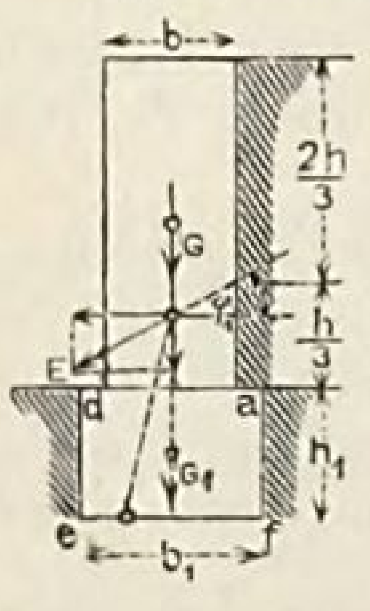
*) Nach Häseler.

Für $\varphi = 33^0$, $\alpha = 90^0$ und verschiedene Werthe von $\frac{h_1}{h}$ erhält man:

$\frac{h_1}{h} =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\frac{E}{\gamma h^2} =$	0,158	0,182	0,200	0,217	0,228	0,240	0,251	0,261	0,272
$\frac{h_1}{h} =$	1	2	3	4	5	6	10	∞	—
$\frac{E}{\gamma h^2} =$	0,282	0,330	0,353	0,366	0,376	0,384	0,394	0,419	—

Beispiel. 6. Eine vertik. stehende Mauer, Fig. 657, ist bis zur Krone horizontal mit Erde hinterfüllt. Wie gross ist: a) die grösste Spannung in der Mauer, b) der grösste Druck auf die Fundamentsohle ef?

Fig. 657.



Der Erddruck E greift im untern Drittelpunkte der Wandhöhe h an und es werde angenommen, dass er mit der Horizontalen den Reibungswinkel φ_1 einschliesst. E zerlegt sich in die Komponenten $E \cos \varphi_1$ und $E \sin \varphi_1$. Nach Gleichg. (17) S. 564 ist für eine Mauertiefe = 100 cm die grösste Spannung pro qcm in d, bezw. a:

$$N = -\left\{\frac{G + E \sin \varphi_1}{100\, b} \pm \frac{E \cos \varphi_1 \left(\frac{h}{3} - \frac{b}{2} \operatorname{tang} \varphi_1\right)}{100 \frac{1}{6} b^2}\right\}.$$

Die Entf. c_1 des Stützpunktes in der Sohle ef ist: $c_1 = \frac{b_1}{2} - h_2 \operatorname{tang} \alpha$, wenn h_2 die Höhe des Angriffsp. des Erddrucks und der Schwerkraft und α den Winkel zwischen beiden genannten Kräften bezeichnet. Also:

$$c_1 = \frac{b_1}{2} - \frac{\left(h_1 + \frac{h}{3} + \frac{b}{2} \operatorname{tang} \varphi_1\right) E \cos \varphi_1}{(G + G_1 + E \sin \varphi_1)}.$$

Der grösste Druck auf die Fundamentsohle ef folgt, falls $c_1 < \frac{1}{3} ef$, nach Obigen aus:

$N_1 = \frac{2}{3} \frac{(G + G_1 + E \sin \varphi_1)}{100\, c_1}$. Wenn $c_1 > \frac{1}{3} ef$, ist N_1 nach der obig. allgem. Gleichg. für N zu berechnen.

Beispiel. Für einen bestimmten Fall sei: $h = 2{,}5^{m}$; $b = 1{,}0^{m}$; $b_1 = 1{,}3^{m}$; $h_1 = 1{,}0^{m}$; für die Hinterfüllungs-Erde (Sand oder Kies) sei: $\gamma = 1800^{kg}$ pro cbm; $\varphi = \varphi_1 = 30^0$; $\sin \varphi = 0{,}5$; $\cos \varphi = 0{,}866$; $\operatorname{tang} \varphi_1 = 0{,}577$.

Dann folgt zunächst nach Gleichg. (51): $E = \gamma \frac{h^2}{2} \frac{\cos \varphi}{(1 + \sqrt{2 \sin \varphi})^2} = 0{,}15\, \gamma h^2 =$ rd. 1700^{kg}.

1 cbm Mauerwerk zu 2000^{kg} Gewicht angenommen giebt:

$G = 2{,}5 . 1 . 1 . 2000 = 5000^{kg}$ und $G_1 = 1{,}3 . 1 . 2000 = 2600^{kg}$. Daraus:
$N = (0{,}585 \pm 0{,}481) = 1{,}066^{kg}$ Druck in d und $0{,}104^{kg}$ Druck in a.

Ferner ergiebt sich: $c_1 = 65 - 26{,}9 = 38{,}1^{cm}$ und: $N_1 = 1{,}47^{kg}$ p. qcm.

Anhang. Verschiedene Tabellen zur Baumechanik.

Tabelle 1. **Aeussere Kräfte eines kontinuirl. Trägers auf 3 Stützen.** (Vergl. S. 645).

a. Transversalkräfte.

$\frac{x}{l}$	Transversalkraft: Einfl. von g	Einfluss von p		$\frac{x}{l}$	Transversalkraft: Einfl. von g	Einfluss von p	
	Q	$+ Q_{max.}$	$- Q_{max.}$		Q	$+ Q_{max.}$	$- Q_{max.}$
0	**+ 0,375**	**0,4375**	0,0625	0,5	— 0,125	0,0898	0,2148
0,1	+ 0,275	0,3437	0,0687	0,6	— 0,225	0,0544	0,2794
0,2	+ 0,175	0,2624	0,0874	0,7	— 0,325	0,0287	0,3537
0,3	+ 0,075	0,1932	0,1182	0,8	— 0,425	0,0119	0,4369
0,375	0	**0,1491**	**0,1491**	0,9	— 0,525	0,0027	0,5277
0,4	— 0,025	0,1359	0,1609	1	**— 0,625**	0	**0,6250**
	gl	pl	pl		gl	pl	pl

Stützendruck.

$+ D_{0 max.} = 0{,}3750\, gl + 0{,}4375\, pl$; $- D_{0 max.} = 0{,}3750\, gl - 0{,}0625\, pl$;
$+ D_{1 max.} = 1{,}25\, (g + p)\, l$. $- D_{1 max.} = 1{,}25\, gl - 0$.

b. Momente.

$\frac{x}{l}$	Moment: Einfl. von g M	Moment: Einfluss von g $+M_{max.}$	Moment: Einfluss von g $-M_{max.}$	$\frac{x}{l}$	Moment: Einfl. von g M	Moment: Einfluss von g $+M_{max.}$	Moment: Einfluss von g $-M_{max.}$
		+	—			+	—
0	0	0	0	0,7	+ 0,0175	0,6125	0,04375
0,1	+ 0,0325	0,03875	0,00625	0,75	0	**0,04688**	**0,04688**
0,2	+ 0,0550	0,06750	0,01250	0,8	— 0,0200	0,03000	0,05000
0,3	+ 0,0675	0,08625	0,01875	0,85	— 0,0425	0,01523	0,05773
0,4	+ 0,0700	0,09500	0,02500	0,9	— 0,0675	0,00611	0,07361
0,5	+ 0,0625	0,09375	0,03125	0,95	— 0,0950	0,00138	0,09638
0,6	+ 0,0450	0,08250	0,03750	1	— **0,1259**	0	**0,12500**
	gl^2	pl^2	pl^2		gl^2	pl^2	pl^2

Eigengewicht: $+ M_{max.} = + 0{,}07031\ gl^2$ für: $x = 0{,}3750\ l$.
Zufällige Last: $+ M_{max.} = + 0{,}09566\ pl^2$ für: $x = 0{,}4374\ l$.
Mittlere Transversalkraft: $\mathfrak{Q} = 0{,}2656\ gl + 0{,}3287\ pl$.
Mittleres Moment: $\mathfrak{M} = 0{,}04948\, gl^2 + 0{,}07666\, pl^2$.

Tabelle 2. **Aeussere Kräfte eines kontinuirlichen Trägers auf 4 Stützen.**

Ist λ das arithmet. Mittel aus den 3 Felderweiten l, l_1 und l, so ist, wenn $l = n\, l_1$ gesetzt wird:

$$l_1 = \frac{3}{2+n}\lambda;\ l = \frac{3n}{2+n}\lambda.$$

Die Einführung des arithmet. Mittels λ der Spannw. als Maass erscheint deshalb zweckmässig, weil in einem gegebenen Falle die Gesammtlänge 3λ, also auch das arithmet. Mittel λ der Spannw. gegeben ist, also für verschiedene Verhältnisse der Spannw konstant bleibt. Für Verhältnisse der Spannw., welche in den Tabellen nicht berücksichtigt sind, lassen sich die Grössen mit einer für die praktische Anwendung hinreichenden Genauigkeit durch Interpolation bestimmen.

a. Verhältniss der Spannweiten = 1 : 1 : 1.

$\frac{x}{l_1}$ $\frac{x}{l}$	Transversalkraft: Einfluss von g Q	Transversalkraft: Einfluss von p $+Q_{max.}$	Transversalkraft: Einfluss von p $-Q_{max.}$	$\frac{x}{l_1}$ $\frac{x}{l}$	Transversalkraft: Einfluss von g Q	Transversalkraft: Einfluss von p $+Q_{max.}$	Transversalkraft: Einfluss von p $-Q_{max.}$
1. Feld		+	—			+	—
0	+ 0,4	0,4500	0,0500	0,9	— 0,5	0,0193	0,5191
0,1	+ 0,3	0,3560	0,0563	1	— 0,6	0,0167	**0,6167**
0,2	+ 0,2	0,2752	0,0752	2. Feld			
0,3	+ 0,1	0,2065	0,1065	0	+ 0,5	**0,5833**	0,0833
0,4	0	**0,1496**	**0,1496**	0,1	+ 0,4	0,4870	0,0870
0,5	— 0,1	0,1042	0,2042	0,2	+ 0,3	0,3991	0,0991
0,6	— 0,2	0,0694	0,2694	0,3	+ 0,2	0,3210	0,1210
0,7	— 0,3	0,0443	0,3443	0,4	+ 0,1	0,2537	0,1537
0,8	— 0,4	0,0280	0,4280	0,5	0	**0,1979**	**0,1979**
	$g\lambda$	$p\lambda$	$p\lambda$		$g\lambda$	$p\lambda$	$p\lambda$

Stützendrücke: $+ D_0 max. = 0{,}40\, g\lambda + 0{,}45\, p\lambda$; $- D_0 max. = 0{,}40\, g\lambda - 0{,}05\, p\lambda$;
$+ D_1 max. = 1{,}10\, g\lambda + 1{,}20\, p\lambda$. $- D_1 max. = 1{,}10\, g\lambda - 0{,}10\, p\lambda$.
Mittlere Transversalkraft: $\mathfrak{Q} = 0{,}2567\, g\lambda + 0{,}3425\, p\lambda$.

1 : 1 : 1

$\frac{x}{l_1}$ $\frac{x}{l}$	Moment: Einfluss von g M	Moment: Einfluss von p $+M_{max.}$	Moment: Einfluss von p $-M_{max.}$	$\frac{x}{l_1}$ $\frac{x}{l}$	Moment: Einfluss von g M	Moment: Einfluss von p $+M_{max.}$	Moment: Einfluss von p $-M_{max.}$
1. Feld		+	—			+	—
0	0	0	0	0,95	— 0,07125	0,01706	0,08831
0,1	+ 0,035	0,040	0,005	1	— **0,10000**	0,01667	**0,11667**
0,2	+ 0,060	0.070	0,010	2. Feld			
0,3	+ 0,075	0,090	0,015	0	— 0,10000	0,01667	**0,11667**
0,4	+ 0,080	0,100	0,020	00,5	— 0,07625	0,01408	0,09033
0,5	+ 0,075	0,100	0,025	0,1	— 0,05500	0,00748	0,06248
0,6	+ 0,060	0,090	0,030	0.15	— 0,03625	0,02053	0,05678
0,7	+ 0,035	0,070	0,035	0,2	— 0,020	0,030	0,050
0,7895	+ 0,00414	0,04362	0,03948	0,2764	0	**0,050**	**0,050**
0,8	0	**0,04022**	**0,04022**	0,3	+ 0,005	0,055	0,050
0,85	— 0,02125	0,02773	0,04898	0,4	+ 0,020	0,070	0,050
0,9	— 0,04500	0,02042	0,06542	0,5	+ **0,025**	**0,075**	0,050
	$g\lambda^2$	$p\lambda^2$	$p\lambda^2$		$g\lambda^2$	$p\lambda^2$	$p\lambda^2$

Eigengewicht: Absolutes positives Maximum. Zufällige Last:
1. Feld: $+ M_{max.} = + 0{,}080\, g\lambda^2$ für: $x = 0{,}4\, l_1$; 1. Feld: $+ M_{max.} = + 0{,}10125\, p\lambda^2$ für: $x = 0{,}45\, l_1$;
2. „ $+ M_{max.} = + 0{,}025\, g\lambda^2$ „ $x = 0{,}5\, l$. 2. „ $+ M_{max.} = + 0{,}07500\, p\lambda^2$ „ $x = 0{,}50\, l$.
Mittleres Moment: $\mathfrak{M} = 0{,}04519\, g\lambda^2 + 0{,}07068\, p\lambda^2$.

b. Verhältniss der Spannweiten = 1 : 1, 1 : 1.

$$l_1 = \frac{30}{31}\lambda = 0{,}96774\,\lambda;\; l = \frac{33}{31}\lambda = 1{,}06451\,\lambda.$$

$\frac{x}{l_1}$, $\frac{x}{l}$	Transversalkraft			$\frac{x}{l_1}$, $\frac{x}{l}$	Transversalkraft		
	Einfluss von g	Einfluss von p			Einfluss von g	Einfluss von p	
	Q	$+Q_{max.}$	$-Q_{max.}$		Q	$+Q_{max.}$	$-Q_{max.}$
1. Feld		+	—			+	—
0	+ **0,3775**	**0,4382**	0,0607	0,9	— 0,4935	0,0188	0,5123
0,1	+ 0,2807	0,3475	0,0668	1	— **0,5903**	0,0162	**0,6065**
0,2	+ 0,1839	0,2689	0,0850	2. Feld			
0,3	+ 0,0871	0,2021	0,1150	0	+ **0,5323**	**0,6032**	0,0709
0,3900	0	**0,1519**	**0,1519**	0,1	+ 0,4258	0,5005	0,0747
0,4	— 0,0096	0,1468	0,1564	0,2	+ 0,3194	0,4068	0,0876
0,5	— 0,1064	0,1024	0,2088	0,3	+ 0,2129	0,3234	0,1105
0,6	— 0,2032	0,0683	0,2715	0,4	+ 0,1065	0,2517	0,1452
0,7	— 0,3000	0,0437	0,3437	0,5	0	**0,1922**	**0,1922**
0,8	— 0,3967	0,0275	0,4242				
	$g\lambda$	$p\lambda$	$p\lambda$		$g\lambda$	$p\lambda$	$p\lambda$

Stützendruck: $\begin{cases} +D_{max.} = 0{,}3775\,g\lambda + 0{,}4382\,p\lambda; & -D_{max.} = 0{,}3775\,g\lambda - 0{,}0607\,p\lambda; \\ +D_{max.} = 1{,}1226\,g\lambda + 1{,}2097\,p\lambda. & -D_{max.} = 1{,}1226\,g\lambda - 0{,}0871\,p\lambda. \end{cases}$

Mittlere Transversalkraft: $\mathfrak{Q} = 0{,}2580\,g\lambda + 0{,}3425\,p\lambda$.

1 : 1, 1 : 1.

$$l_1 = \frac{30}{31}\lambda = 0{,}96774\,\lambda;\; l = \frac{33}{31}\lambda = 1{,}06451\,\lambda.$$

$\frac{x}{l_1}$, $\frac{x}{l}$	Moment			$\frac{x}{l_1}$, $\frac{x}{l}$	Moment		
	Einfluss von g	Einfluss von p			Einfluss von g	Einfluss von p	
	M	$+M_{max.}$	$-M_{max.}$		M	$+M_{max.}$	$-M_{max.}$
1. Feld		+	—			+	—
0	0	0	0	0,95	— 0,07558	0,01613	0,09171
0,1	+ 0,03185	0,03773	0,00588	1	— **0,10297**	0,01568	**0,11865**
0,2	+ 0,05433	0,06609	0,01176	2. Feld			
0,3	+ 0,06744	0,08508	0,01764	0	— **0,10297**	0,01568	**0,11865**
0,4	+ 0,07119	0,09470	0,02351	0,05	— 0,07606	0,01370	0,08976
0,5	+ 0,06558	0,09497	0,02939	0,1	— 0,05198	0,01525	0,06723
0,6	+ 0,05060	0,08587	0,03527	0,15	— 0,03073	0,02159	0,05232
0,7	+ 0,02626	0,06740	0,04114	0,2	— 0,01231	0,03247	0,04478
0,7801	0	**0,04586**	**0,04586**	0,2075	— 0,00992	0,03427	0,04417
0,7964	— 0,00161	0,04075	0,04683	0,2368	0	**0,04417**	**0,04417**
0,8	— 0,00761	0,03945	0,04706	0,3	+ 0,01701	0,06118	0,04417
0,85	— 0,02782	0,02704	0,05486	0,4	+ 0,03301	0,07718	0,04417
0,9	— 0,05053	0,01960	0,07013	0,5	+ **0,03868**	**0,08285**	0,0447
	$g\lambda^2$	$p\lambda^2$	$p\lambda^2$		$g\lambda^2$	$p\lambda^2$	$p\lambda^2$

Eigengewicht: Absolutes positives Maximum. Zufällige Last:

I. Feld: $+M_{max.} = +0{,}07124\,g\lambda^2$ für $x = 0{,}3901\,l_1$; I. Feld: $+M_{max.} = +0{,}09602\,p\lambda^2$ für $x = 0{,}4528\,l_1$;

II. „ $+M_{max.} = +0{,}03868\,g\lambda^2$ für $x = 0{,}5\,l$. II. „ $+M_{max.} = +0{,}08285\,p\lambda^2$ für $x = 0{,}5\,l$.

Mittleres Moment: $\mathfrak{M} = 0{,}04344\,g\lambda^2 + 0{,}07011\,p\lambda^2$.

c. Verhältniss der Spannweiten = 1 : 1, 2 : 1.

$$l_1 = \frac{15}{16}\lambda = 0{,}9375\,\lambda;\; l = \frac{9}{8}\lambda = 1{,}1250\,\lambda.$$

$\frac{x}{l_1}$, $\frac{x}{l}$	Transversalkraft			$\frac{x}{l_1}$, $\frac{x}{l}$	Transversalkraft		
	Einfluss von g	Einfluss von p			Einfluss von g	Einfluss von p	
	Q	$+Q_{max.}$	$-Q_{max.}$		Q	$+Q_{max.}$	$-Q_{max.}$
1. Feld		+	—			+	—
0	+ **0,3546**	**0,4269**	0,0723	0,9	— 0,4892	0,0183	0,5075
0,1	+ 0,2608	0,3390	0,0782	1	— **0,5829**	0,0157	**0,5986**
0,2	+ 0,1671	0,2627	0,0956	2. Feld			
0,3	+ 0,0733	0,1977	0,1244	0	+ **0,5625**	**0,6235**	0,0610
0,3782	0	0,1547	**0,1547**	0,1	+ 0,4500	0,5150	0,0650
0,4	— 0,0204	**0,1547**	0,1642	0,2	+ 0,3375	0,4156	0,0781
0,5	— 0,1142	0,1438	0,2147	0,3	+ 0,2250	0,3274	0,1024
0,6	— 0,2079	0,1005	0,2750	0,4	+ 0,1125	0,2514	0,1389
0,7	— 0,3017	0,0671	0,3446	0,5	0	**0,1885**	**0,1885**
0,8	— 0,3954	0,0270	0,4224				
	g	$p\lambda$	$p\lambda$		g	$p\lambda$	$p\lambda$

Stützendruck: $\begin{cases} +D_{0\,max.} = 0{,}3546\,g\lambda + 0{,}4269\,p\lambda; & -D_{0\,max.} = 0{,}3546\,g\lambda - 0{,}0723\,p\lambda; \\ +D_{1\,max.} = 1{,}1454\,g\lambda + 1{,}2221\,p\lambda. & -D_{1\,max.} = 1{,}1454\,g\lambda - 0{,}0767\,p\lambda. \end{cases}$

Mittlere Transversalkraft: $\mathfrak{Q} = 0{,}2607\,g\lambda + 0{,}3450\,p\lambda$.

$$1:1,\ 2:1.\quad l_1 = \frac{15}{16}\lambda = 0{,}9375\,\lambda;\ l = \frac{9}{8}\lambda = 1{,}1250\,\lambda.$$

$\frac{x}{l_1}$ $\frac{x}{l}$	Moment: Einfluss von g, M	Moment: Einfluss von p, $+M_{max.}$	Moment: Einfluss von p, $-M_{max.}$	$\frac{x}{l_1}$ $\frac{x}{l}$	Moment: Einfluss von g, M	Moment: Einfluss von g, $+M_{max.}$	Moment: Einfluss von g, $-M_{max.}$
1. Feld		+	—			+	—
0	0	0	0	0,95	— 0,08082	0,01524	0,09606
0,1	+ 0,02885	0,03563	0,00678	1	— **0 10704**	0,01472	**0,12716**
0,2	+ 0,04890	0,06246	0,01356	2. Feld			
0,3	+ 0,06017	0,08051	0,02034	0	— **0,10704**	0,01472	**0,12716**
0,4	+ 0,06265	0,08975	0,02710	0,05	— 0,07698	0,01297	0,08995
0,5	+ 0,05634	0,09024	0,03390	0,1	— 0,05609	0,01527	0,06536
0,6	+ 0,04124	0,08193	0,04069	0,15	— 0,02637	0,02245	0,04882
0,7	+ 0,01736	0,06482	0,04746	0,2	— 0,00579	0,03460	0,04039
0,7564	0	**0,05127**	**0,05127**	0,2143	— 0,00050	0,03875	0,03923
0,8	— 0,01532	0,03892	0,05424	0,2157	0	**0,03923**	**0,03923**
0,8029	— 0,01639	0,03804	0,05443	0,3	+ 0,02585	0,06508	0,03923
0,85	— 0,03496	0,02520	0,06016	0,4	+ 0,04483	0,08406	0,03923
0,9	— 0,05679	0,01879	0,07558	0,5	+ **0,05116**	0,09040	0,03923
	$g\lambda^2$	$p\lambda^2$	$p\lambda^2$		$g\lambda^2$	$p\lambda^2$	$p\lambda^2$

Eigengewicht: Absolutes positives Maximum. Zufällige Last:

1. Feld: $+M_{max.} = +0{,}06286\,g\lambda^2$ für: $x = 0{,}378\,l_1$; 1. Feld: $+M_{max.} = +0{,}09111\,p\lambda^2$ für: $x = 0{,}456\,l_1$;

2. „ $+M_{max.} = +0{,}05116\,g\lambda^2$ „ $x = 0{,}5\,l$. 2. „ $+M_{max.} = +0{,}09040\,p\lambda^2$ „ $x = 0{,}5\,l$.

Mittleres Moment: $\mathfrak{M} = 0{,}04242\,g\lambda^2 + 0{,}06997\,p\lambda^2$.

d. Verhältniss der Spannweiten = 1 : 1, 3 : 1.

$$l_1 = \frac{10}{11}\lambda = 0{,}90909\,\lambda;\ l = \frac{13}{11}\lambda = 1{,}18182\,\lambda.$$

$\frac{x}{l_1}$ $\frac{x}{l}$	Transversalkraft: Einfluss von g, Q	Transversalkraft: Einfluss von p, $+Q_{max.}$	Transversalkraft: Einfluss von p, $-Q_{max.}$	$\frac{x}{l_1}$ $\frac{x}{l}$	Transversalkraft: Einfluss von g, Q	Transversalkraft: Einfluss von p, $+Q_{max.}$	Transversalkraft: Einfluss von p, $-Q_{max.}$
1. Feld		+	—			+	—
0	+ **0,3314**	**0,4160**	0,0846	0,9	— 0,4868	0,0178	0,5046
0,1	+ 0,2405	0,3307	0,0902	0	— **0,5777**	0,0152	**0,5929**
0,2	+ 0,1496	0,2566	0,1070	2. Feld			
0,3	+ 0,0587	0,1934	0,1347	1	+ **0,5909**	**0,6439**	0,0530
0,3646	0	**0,1583**	**0,1583**	0,1	+ 0,4727	0,5298	0,0571
0,4	— 0,0322	0,1409	0,1731	0,2	+ 0,3545	·0,4252	0,0707
0,5	— 0,1232	0,0986	0,2218	0,3	+ 0,2364	0,3323	0,0959
0,6	— 0,2141	0,0659	0,2800	0,4	+ 0,1182	0,2523	0,1341
0,7	— 0,3050	0,0421	0,3471	0,5	0	**0,1862**	**0,1862**
0,8	— 0,3959	0,0264	0,4223				
	$g\lambda$	$p\lambda$	$p\lambda$		$g\lambda$	$p\lambda$	$p\lambda$

Stützendruck: $+D_{0max.} = 0{,}3314\,g\lambda + 0{,}4160\,p\lambda$; $-D_{0max.} = 0{,}3314\,g\lambda - 0{,}0846\,p\lambda$;
$+D_{1max.} = 1{,}1686\,g\lambda + 1{,}2368\,p\lambda$. $-D_{1max.} = 1{,}1686\,g\lambda - 0{,}0682\,p\lambda$.

Mittlere Transversalkraft: $\mathfrak{Q} = 0{,}2642\,g\gamma + 0{,}3487\,p\lambda$.

$$1:1,\ 3.1.\quad l_1 = \frac{10}{11}\lambda = 0{,}90909\,\lambda;\ l = \frac{13}{11}\lambda = 1{,}18182\,\lambda.$$

$\frac{x}{l_1}$ $\frac{x}{l}$	Moment: Einfluss von g, M	Moment: Einfluss von p, $+M_{max.}$	Moment: Einfluss von p, $-M_{max.}$	$\frac{x}{l_1}$ $\frac{x}{l}$	Moment: Einfluss von g, M	Moment: Einfluss von p, $+M_{max.}$	Moment: Einfluss von p, $-M_{max.}$
1. Feld		+	—			+	—
0	0	0	0	0,95	— 0,08673	0,01435	0,10108
0,1	+ 0,02599	0,03369	0,00769	1	— **0,11196**	0,01380	**0,12575**
0,2	+ 0,04373	0,05911	0,01539	2. Feld			
0,3	+ 0,05319	0,07627	0,02308	0	— **0,11196**	0,01380	0,12575
0,4	+ 0,05439	0,08517	0,03077	0,05	— 0,07878	0,01246	0,09124
0,5	+ 0,04733	0,08580	0,03847	0,1	— 0,04910	0,01523	0,06433
0,6	+ 0,03200	0,07816	0,04616	0,15	— 0,02357	0,02253	0,04610
0,7	+ 0,00841	0,06226	0,05385	0,2	— 0,00022	0,03650	0,03672
0,7291	0	**0,05609**	**0,05609**	0,2005	0	**0,03644**	**0,03644**
0,8	— 0,02341	0,03810	0,06155	0,2203	+ 0,00802	0,04305	0,03503
0,8089	— 0,02688	0,03556	0,06225	0.3	+ 0,03469	0,06972	0,03503
0,85	— 0,04247	0,02557	0,06804	0,4	+ 0,05566	0,09069	0,03503
0,9	— 0,06356	0,01799	0,08155	0,5	+ **0,06264**	**0,09767**	0,03503
	$g\lambda^2$	$p\lambda^2$	$p\lambda^2$		$g\lambda^2$	$p\lambda^2$	$p\lambda^2$

Eigengewicht: Absolutes positives Maximum. Zufällige Last:

1. Feld: $+M_{max.} = +0{,}05491\,g\lambda^2$ für: $x = 0{,}365\,l_1$ 1. Feld: $+M_{max.} = +0{,}08654\,p\lambda^2$ für: $x = 0{,}458\,l_1$.

2. „ $+M_{max.} = +0{,}06263\,g\lambda^2$ „ $x = 0{,}5\,l$. 2. „ $+M_{max.} = +0{,}09767\,p\lambda^2$ „ $x = 0{,}5\,l$.

Mittleres Moment: $\mathfrak{M} = 0{,}04243\,g\lambda^2 + 0{,}07075\,p\lambda^2$.

Tabelle 3. **Zur Bestimmung der Dimensionen von Konsolen in Gusseisen.** (Vergl. Fig. 566).

Wenn die Kraft Q in kg, die Stärke nb der Rippe in cm, der Hebelarm l in cm angegeben ist, so ergiebt die nachfolgende Tabelle die Höhe h des **T** Profils der Konsolen in cm.

No.	Länge l cm	Q=500, nb = 1,5	500: 2,0	1000: 2	1000: 3	1500: 2	1500: 3	1500: 4	2000: 2	2000: 3	2000: 4	2500: 2	2500: 3	2500: 4	3000: 2	3000: 3	3000: 4
1	10	6	5	7	6	8	7	6	10	8	7	11	9	8	12	10	8
2	20	8	7	10	8	12	10	8	14	11	10	15	13	11	17	14	12
3	30	9	8	12	9	14	12	10	17	14	12	18	15	13	20	17	14
4	40	11	10	13	11	16	14	12	19	16	13	21	17	15	23	19	16
5	50	12	10	15	12	18	15	13	21	17	15	24	19	17	26	21	18
6	60	13	11	17	13	20	16	14	23	19	16	26	22	18	29	23	20
7	70	14	12	18	15	22	18	16	25	21	18	28	23	20	31	25	22
8	80	16	13	19	16	23	19	16	27	22	19	30	25	21	33	27	23
9	90	16	14	20	16	24	20	17	29	23	20	32	26	23	35	29	25
10	100	17	15	21	17	26	21	19	30	25	21	34	28	24	37	30	26

No.	Länge l cm	3500: 2	3500: 3	3500: 4	4000: 2	4000: 3	4000: 4	4500: 2	4500: 3	4500: 4	5000: 2	5000: 3	5000: 4	10 000: 3	10 000: 4	10 000: 5	15 000: 3	15 000: 4	15 000: 5
1	10	13	11	9	14	11	10	15	12	10	15	12	11	17	15	13	22	19	17
2	20	18	15	12	19	16	14	21	17	14	22	18	15	25	21	19	30	26	23
3	30	22	18	15	23	19	16	25	20	17	26	21	18	30	26	23	37	32	28
4	40	25	21	18	27	22	19	29	23	20	31	25	21	35	30	27	43	37	33
5	50	28	23	20	31	25	21	32	26	23	34	28	24	39	34	30	48	41	37
6	60	31	25	22	33	27	23	35	29	25	37	20	26	43	37	33	53	45	41
7	70	33	27	24	36	29	25	38	31	27	40	33	28	46	40	36	57	49	44
8	80	36	29	25	39	31	27	41	33	29	43	35	31	49	43	38	60	52	47
9	90	38	31	27	41	33	29	43	35	30	45	37	32	52	45	41	64	55	49
10	100	40	33	28	43	35	30	46	37	32	48	39	34	55	48	43	68	58	52

Tabelle 4. **Zur Bestimmung von α in der Gleich.: $b = \alpha Q$, bezw. β in der Gleich.: $b_1 = \beta Q$.** (Vergl. S. 659).

Pos.	Länge l cm	d=20 cm, s=10	s=14	d=30 cm, s=10	s=14	d=40 cm, s=10	s=14	d=50 cm, s=10	s=14	d=60 cm, s=10	s=14	d=70 cm, s=10	s=14	d=80 cm, s=10	s=14	d=90 cm, s=10	s=14
1	10	0,035	0,025	0,020	0,014	0,014	0,009	0,010	0,007	0,008	0,006	0,007	0,005	0,006	0,0040	0,0050	0,0035
2	20	050	036	027	019	018	013	013	009	010	007	008	006	007	0050	0060	0045
3	30	065	047	033	024	021	015	015	011	012	009	009	007	008	0060	0065	0050
4	40	080	057	040	029	025	018	018	013	013	010	011	008	009	0065	0075	0055
5	50	095	068	047	034	029	021	020	014	015	011	012	009	010	0070	0080	0060
6	60	110	079	053	038	033	024	022	016	017	012	013	009	011	0080	0090	0065
7	70	125	089	060	043	036	026	025	018	018	013	014	010	012	0085	0095	0070
8	80	140	100	067	048	040	029	027	019	020	014	015	011	012	0090	0105	0075
9	90	155	111	073	052	044	032	030	021	022	016	017	012	013	0095	0110	0080
10	100	170	121	080	057	048	034	032	023	023	016	018	013	014	0100	0120	0085
11	110	185	132	087	062	051	036	035	025	025	018	019	014	015	0110	0125	0090
12	120	200	143	093	067	055	039	037	026	027	019	020	014	016	0115	0130	0095
13	130	215	154	100	072	059	042	039	028	028	020	022	016	017	0120	0140	0100
14	140	230	164	107	077	063	045	042	030	030	021	023	016	018	0130	0150	0105
15	150	245	175	113	081	066	047	044	031	032	023	024	017	019	0135	0155	0110

Um β zu erhalten, muss von vorsteh. Werthen für α (unabhängig von l) abgezogen werden $\frac{2}{sd}$, oder:

Pos.	Länge l	d=20, s=10	s=14	d=30, s=10	s=14	d=40, s=10	s=14	d=50, s=10	s=14	d=60, s=10	s=14	d=70, s=10	s=14	d=80, s=10	s=14	d=90, s=10	s=14
16	gleichgültig	0,010	0,007	0,007	0,005	0,005	0,0035	0,004	0,003	0,0035	0,0025	0,0029	0,002	0,0025	0,0018	0,0022	0,0016

Tabelle 5. **Trägheitsmoment der Lamellen** bei 10 mm Breite.

Lamellen-Höhe mm	Höhe h_1 des Trägers mm: 400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400
8	0,0666	0,1032	0,1478	0,2005	0,2611	0,3279	0,4064	0,4911	0,5837	0,6844	0,7930
9	0,0753	0,1166	0,1669	0,2262	0,2945	0,3718	0,4581	0,5535	0,6578	0,7711	0,8934
10	0,0841	0,1301	0,1861	0,2521	0,3281	0,4141	0,5101	0,6161	0,7321	0,8581	0,9941
11	0,0929	0,1436	0,2053	0,2781	0,3618	0,4565	0,5622	0,6789	0,8066	0,9453	1,095
12	0,1018	0,1573	0,2248	0,3042	0,3957	0,4991	0,6145	0,7420	0,8814	1,033	1,196
13	0,1109	0,1711	0,2443	0,3305	0,4297	0,5419	0,6670	0,8052	0,9564	1,121	1,298
14	0,1200	0,1850	0,2639	0,3569	0,4639	0,5848	0,7198	0,8686	1,032	1,209	1,400
15	0,1292	0,1990	0,2837	0,3835	0,4982	0,6280	0,7727	0,9325	1,107	1,297	1,502
16	0,1385	0,2131	0,3036	0,4102	0,5328	0,6713	0,8259	0,9964	1,183	1,386	1,604
17	0,1479	0,2273	0,3237	0,4371	0,5674	0,7148	0,8792	1,061	1,259	1,574	1,707
18	0,1573	0,2416	0,3438	0,4641	0,6032	0,7585	0,9328	1,125	1,335	1,564	1,810
19	0,1669	0,2560	0,3641	0,4917	0,6373	0,8024	0,9866	1,190	1,412	1,653	1,913
20	0,1765	0,2705	0,3845	0,5185	0,6725	0,8465	1,041	1,255	1,489	1,743	2,017
21	0,1863	0,2852	0,4051	0,5460	0,7080	0,8908	1,095	1,320	1,566	1,832	2,120
22	0,1961	0,2999	0,4257	0,5736	0,7434	0,9353	1,139	1,385	1,643	1,923	2,224
23	0,2060	0,3148	0,4466	0,6013	0,7791	0,9799	1,204	1,451	1,720	2,013	2,329
24	0,2160	0,3297	0,4675	0,6292	0,8150	1,025	1,259	1,516	1,798	2,104	2,434
25	0,2260	0,3448	0,4885	0,6573	0,8510	1,070	1,314	1,582	1,876	2,195	2,539

Tabelle 6. **Trägh.-Mom. d. Stehblechs u. d. 4 L Eisen (Biquadrat ^{dm}).** (Vergl. S. 676.)

	Höhe h_1 des Trägers. mm.										
	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400
10 mm Stehbl.	0,5333	1,042	1,800	2,858	4,267	6,075	8,333	11,09	14,60	18,31	22,87
L Eisen											
6	0,9235	1,492	2,197	3,039	4,018	5,134	6,387	7,776	9,302	11,96	12,76
60 8	1,200	1,942	2,863	3,964	5,244	6,702	8,341	10,16	12,15	14,33	16,69
10	1,461	2,369	3,497	4,845	6,413	8,201	10,21	12,44	14,89	17,56	20,44
7	1,144	1,854	2,736	3,791	5,018	6,416	7,988	9,731	11,65	13,73	15,99
65 9	1,435	2,330	3,443	4,774	6,322	8,088	10,07	12,27	14,69	17,33	20,19
11	1,712	2,784	4,118	5,713	7,571	9,690	12,07	14,71	17,62	20,78	24,21
7	1,220	1,982	2,930	4,065	5,386	6,893	8,587	10,46	12,53	14,78	17,22
70 9	1,536	2,499	3,698	5,132	6,803	8,709	10,85	13,23	15,84	18,69	21,78
11	1,833	2,988	4,427	6,150	8,156	10,45	13,02	15,88	19,02	22,45	26,15
8	1,469	2,393	3,544	4,922	6,527	8,360	10,42	12,71	15,22	17,96	20,03
75 10	1,795	2,930	4,344	6,039	8,013	10,27	12,80	15,62	18,71	22,09	25,74
12	2,106	3,443	5,112	7,111	9,442	12,10	15,10	18,42	22,08	26,06	30,38
8	1,554	2,537	3,763	5,232	6,945	8,900	11,10	13,54	16,23	19,15	22,33
80 10	1,901	3,109	4,617	6,425	8,533	10,94	13,65	16,66	19,97	23,57	27,48
12	2,232	3,658	5,438	7,574	10,06	12,91	16,11	19,67	23,58	27,85	32,47
9	1,915	3,141	4,675	6,517	8,666	11,12	13,89	16,96	20,34	24,03	28,03
90 11	2,293	3,769	5,617	7,836	10,43	13,39	16,73	20,43	24,51	28,96	33,78
13	2,656	4,373	6,524	9,110	12,13	15,58	19,47	23,79	28,56	33,74	39,37
10	2,303	3,795	5,667	7,919	10,55	13,56	16,95	20,73	24,88	29,41	34,32
100 12	2,710	4,475	6,692	9,359	12,48	16,05	20,07	24,54	29,46	34,84	40,66
14	3,101	5,131	7,682	10,75	14,35	18,46	23,09	28,25	33,92	40,12	46,84
10	2,491	4,119	6,167	8,635	11,52	14,83	18,56	22,71	27,27	32,26	37,67
110 12	2,934	4,862	7,289	10,22	13,64	17,57	21,99	26,91	32,33	38,26	44,68
14	3,361	5,580	8,376	11,75	15,70	20,22	25,33	31,01	37,26	44,10	51,51
11	2,913	4,837	7,265	10,20	13,63	17,57	22,01	26,96	32,41	38,37	44,82
120 13	3,382	5,627	8,463	11,89	15,90	20,51	25,71	31,49	37,87	44,84	52,49
15	3,833	6,392	9,625	13,53	18,11	23,37	29,31	35,92	43,20	51,16	59,79
12	3,753	5,596	8,430	11,86	15,88	20,50	25,72	31,53	37,93	44,93	52,53
130 14	3,850	6,431	9,701	13,66	18,31	23,64	29,67	36,38	43,78	51,88	60,66
16	4,325	7,239	10,93	15,41	20,67	26,70	33,52	41,12	49,50	58,66	68,60
13	3,666	6,198	9,425	13,35	17,96	23,27	29,27	35,97	43,36	51,45	60,23
140 15	4,337	7,271	11,00	15,52	20,84	26,95	33,86	41,57	50,06	59,36	69,44
17	4,834	8,120	12,30	17,38	23,34	30,21	37,96	46,62	56,16	66,60	77,94
14	4,308	7,228	10,95	15,47	20,79	26,92	33,84	41,57	50,09	59,42	69,55
150 16	4,843	8,144	12,35	17,47	23,50	30,44	38,28	47,03	56,70	67,27	78,75
18	5,360	9,033	13,72	19,42	26,14	33,88	42,62	52,39	63,17	74,96	87,77

Tabelle 7. **Nietloch-Abzug für 1 Niet** von 10 mm Durchm.

L Eisen-Stärke	Höhe h_1 des Trägers mm.										
mm	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400
6	0,0233	0,0366	0,0529	0,0722	0,0946	0,1199	0,1482	0,1795	0,2138	0,2512	0,2915
7	0,0270	0,0425	0,0615	0,0840	0,1101	0,1396	0,1726	0,2091	0,2491	0,2926	0,3396
8	0,0307	0,0484	0,0701	0,0958	0,1255	0,1591	0,1968	0,2385	0,2841	0,3339	0,3875
9	0,0344	0,0542	0,0786	0,1074	0,1408	0,1786	0,2210	0,2618	0,3192	0,3783	0,4354
10	0,0380	0,0600	0,0870	0,1190	0,1560	0,1980	0,2450	0,2970	0,3540	0,4194	0,4830
11	0,0416	0,0691	0,0954	0,1306	0,1712	0,2173	0,2690	0,3261	0,3888	0,4569	0,5306
12	0,0452	0,0715	0,1037	0,1420	0,1863	0,2366	0,2929	0,3548	0,4234	0,4977	0,5780
13	0,0487	0,0771	0,1120	0,1534	0,2013	0,2557	0,3166	0,3840	0,4579	0,5383	0,6252
14	0,0522	0,0827	0,1202	0,1647	0,2163	0,2748	0,3403	0,4128	0,4923	0,5788	0,6724
15	0,0556	0,0882	0,1284	0,1760	0,2311	0,2937	0,3639	0,4415	0,5266	0,6192	0,7194
16	0,0590	0,0937	0,1365	0,1872	0,2459	0,3126	0,3873	0,4701	0,5608	0,6595	0,7662
17	0,0624	0,0992	0,1442	0,1983	0,2606	0,3314	0,4107	0,4952	0,5948	0,6996	0,8129
18	0,0657	0,1046	0,1525	0,2094	0,2752	0,3501	0,4340	0,5269	0,6288	0,7396	0,8595
19	0,0690	0,1100	0,1604	0,2203	0,2898	0,3687	0,4572	0,5551	0,6626	0,7795	0,9060

Tab. 6 enthält die Werthe J_0 (vergl. Gleichg. 14 S. 676) für L Eisen nach den deutschen Normalprofilen. Die 1. Zeile giebt das Trägheitsmoment des Stehblechs für eine Breite von 10 mm.

Tab. 5 enthält J für eine Lamelle, die im Abstand $\frac{h_1}{2}$ von der neutralen Faser liegt für die Breite = 10 mm.

Tab. 7 giebt den für ein Nietloch von 10 mm Stärke in dem L Eisen nöthig werdenden Abzug an.

VI.
Mechanik tropfbar flüssiger Körper.

Bearbeitet von **L. Pinzger**, Professor an der techn. Hochschule in Aachen.

Litteratur.

Duchemin. Experimental-Untersuchungen über die Gesetze des Widerstandes der Flüssigkeiten. Deutsch von Schnuse; 1844. — Weisbach. Experimental-Hydraulik; 1855. — Rühlmann. Hydromechanik; 2. Aufl., 1879. — Collignon. *Cours de mécanique. Deuxième partie; Hydraulique 1870.* — Debauve. *Manuel de l'ingénieur des ponts et chaussées. 15me Fascicule; Hydraulique 1873, 16me Fascic. Distributions d'éau 1875.* — Dupuit. *Traité etc. de la conduite et de la distribution des éaux 1854.* — Darcy. *Recherches experimentales relatives au mouvement de léau, dans les tuyeaux; Paris* 1857. — Heinemann. Hydrodynamik; 1872. — Grashof. Theoretische Maschinenlehre. Bd. I. Hydraulik; 1875. — Weisbach-Herrmann. Ingen.- u. Maschinen-Mechanik. Th. I. Theoretische Mechanik, Abschn. 6 u. 7: Statik u. Dynamik flüssiger Körper; 1875. — A. Ritter. Lehrbuch d. Ingen.-Mechanik, Abschn. 8: Hydraulik; 1876. — A. Ritter. Lehrbuch d. technischen Mechanik. 4. Aufl., Abschn. 7 u. 8: Statik u. Dynamik flüssiger Körper; 1877. — Meissner. Hydraulik. Bd. I.; 1878. — Iben. Druckhöhen-Verluste in geschlossenen Rohrleitungen; Hamburg 1880.

I. Statik.

a. Allgemeines.

Das charakteristische Merkmal tropfbar flüssiger Körper besteht darin, dass ihre Massenelemente in unbeschränktem Grade die Fähigkeit besitzen, ihre Form zu ändern und relative Bewegungen auszuführen; diese Bewegungen sind gleitende, wenn es sich um benachbarte Massenelemente handelt. Den tropfb. flüssigen Körpern wohnt sonach die Eigenschaft einer unbeschränkten Veränderlichkeit ihrer Gestalt und einer unbeschränkten Mischbarkeit ihrer Massenelemente inne*).

Die Veränderlichkeit des Volumens der Massenelemente eines tropfb. flüssigen Körpers und demnach auch des Volumens eines aus solchen bestehenden Körpers ist beschränkt, und zwar in so hohem Grade, dass für die Praxis die tropfb. flüssigen Körper als unzusammendrückbar angesehen werden dürfen.

Die mathemat. Untersuchung des Zustandes und der Zustands-Aenderung tropfb. flüssiger Körper setzt ferner die Eigenschaft voraus, dass bei relativ gleitenden Bewegungen benachbarter Massenelemente, abgesehen von etwaigen Reibungs-Widerständen, Widerstände der Bewegung nicht auftreten, so dass die Tangential-Spannungen in jedem Punkte der Berührungsfläche zweier Flüssigkeitselemente stets $= 0$ sind. Dem zufolge können in jedem Punkte der Berührungsfläche nur Normal-Spannungen auftreten, welche ausserdem nur Druck-Spannungen sein können.

Hieraus folgt, dass die spezif. Pressung (Druck auf die Flächeneinheit $= p$) in irgend einem Punkte eines tropfb. flüssigen Körpers nach jeder Richtung hin gleich gross ist.

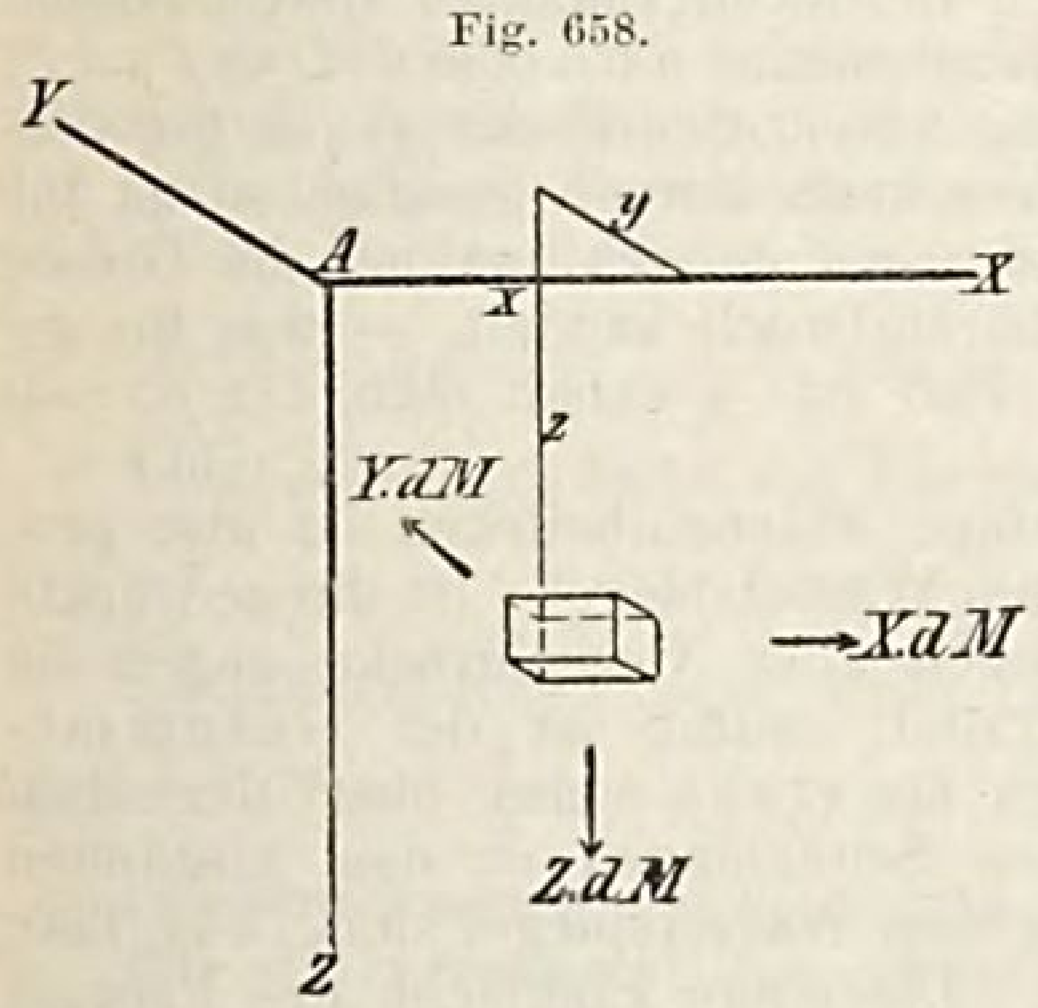
Die spezif. Masse μ (Masse der Volumeneinheit) eines tropfb. flüssigen Körpers ist, in Folge der Annahme der Unzusammendrückbarkeit, unter Voraussetzung konstanter Temperatur, als konstante Grösse anzusehen. Danach ist auch, unter derselben Voraussetzung, sein spezif. Gewicht $\mu g = \gamma$ (Gew. der Volumeneinheit) eine konstante Grösse. Als Repräsentant der tropfb. flüssigen Körper dient in der Mechanik das Wasser.

*) Grashof; A. a. O. Bd. I., S. 8.

b. Allgemeine Gleichgewichts-Bedingung.

Die Koordin. irgend eines Punktes innerhalb eines im relativen Ruhezustande befindl. tropfb. flüssigen Körpers seien in Bezug auf ein rechtwinkl. Koordin.-System: x, y, z, Fig. 658; die spezif. Pressung in diesem Punkte sei p und die Seitenkräfte der beschleunigenden, auf die Masseneinh. bezogenen Massenkraft seien X, Y, Z. Dann ist die in der Richtg. dieser Massenkraft stattfindende Pressungs-Aenderung:

Fig. 658.



$$dp = \mu\,(X dx + Y dy + Z dz) \quad (1)$$

Da allgem. μ, X, Y und Z Funktionen von x, y, z sind, so folgt: $p = F(x, y, z) + p_0$ (2) unter p_0 die Pressung im Koordin.-Anfang verstanden.

Für $dp = 0$ wird: $f(x, y, z) = \text{Konst.}$ (3) D. h. in jeder durch Gleichg. (3) bestimmten Fläche ist die spezif. Pressung eine konstante Grösse; jede solche Fläche heisst Niveaufläche.

c. Einfluss der Schwerkraft.

Ist auf die Massentheilchen eines tropfb. flüssigen Körpers nur die Schwerkraft wirksam, so ist in Gleichg. (1), sofern die positive Richtg. der Z-Axe mit der Richtg. der Schwerkraft zusammen fallend angenommen wird: $X = 0$, $Y = 0$ und $Z = g$; daher: $dp = \mu g dz = \gamma dz$ (4) und: $p = \gamma z + p_0$. (5)

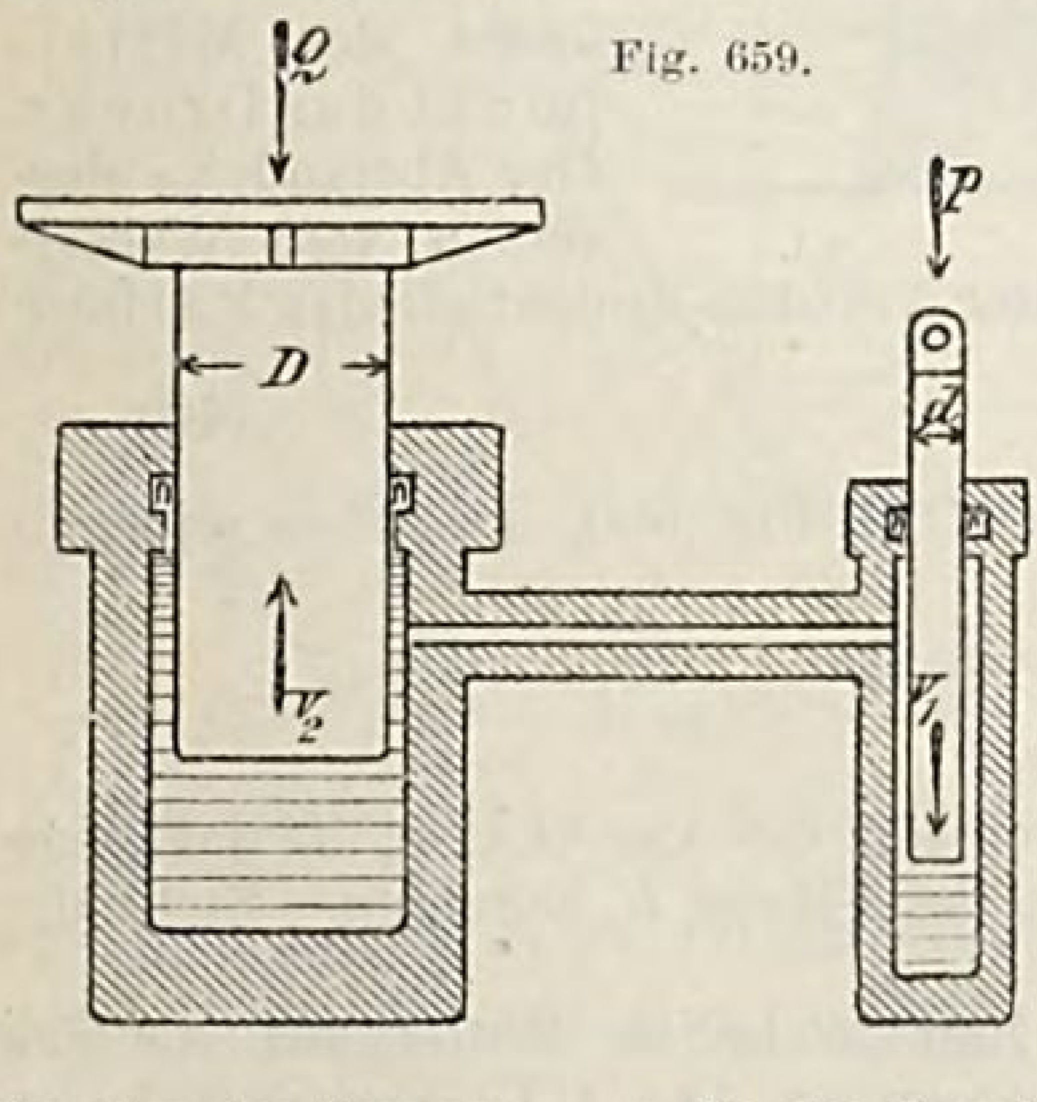
Beispiel. Liegt d. Koordin.-Anfang in der freien, von der atmosph. Luft berührten Oberfläche des tropfb. flüssigen Körpers, so ist unter p_0 die spezif. Pressung der atmosph. Luft $= 10333$ kg auf 1 qm (bei 760 mm Barometerstand) zu verstehen. Für Wasser ist ferner: $\gamma = 1000$ kg (Gew. von 1 cbm). Somit wird für $z = 4,5$ m der Werth $p = 4500 + 10333 = 14833$ kg/qm.

Setzt man in Gleichg. (4) $dp = 0$, so ergiebt die Integration: $z = \text{Konstr.}$ (6). D. h. die Niveauflächen sind in diesem Falle zur Z-Axe senkrechte, also horizontale Ebenen. Voraus gesetzt ist hier, dass die horizontale Ausdehnung des tropfb. flüssigen Körpers innerhalb derjenigen Grenzen bleibt, für welche man die Richtungen der Schwerkraft an den Grenzpunkten als parallel annehmen darf.

d. Fortpflanzung des Drucks.

Das Gesetz der Fortpflanzung des Drucks innerhalb eines tropfb. flüssigen Körpers ist allgem. durch die Different.-Gleichg. (1) vollkommen bestimmt. Handelt es sich um einen durch feste Wände ringsum eingeschlossenen tropfb. flüssigen Körper von geringer Ausdehnung der Fassung, so darf die Wirkung der Massenkräfte, also auch die der Schwerkraft, vernachlässigt werden, und man erhält aus Gleichg. (1) für $X = 0$, $Y = 0$ und $Z = 0$: $p = \text{Konst.}$ (7)

Fig. 659.



D. h. die spezif. Pressung innerhalb eines tropfb. flüssigen Körpers darf in diesem Falle als in jedem Punkte desselben gleich gross angenommen werden.

Beispiel. Wenn die Projektion der Endfläche des Pumpenkolbens, vom Durchm. d einer hydraul. Presse, Fig. 659, einen Druck P gegen die eingeschlossene Flüssigkeitsmenge (Wasser) ausübt, so ist die im Wasser hervor gebrachte spezif. Pressung $p = \dfrac{P}{\dfrac{d^2 \pi}{4}}$ und demnach der Druck Q, mit welchem das Wasser gegen die Projektion der Endfläche des Presskolbens vom Durchm. D wirkt: $Q = p\,\dfrac{D^2 \pi}{4}$ folglich: $\dfrac{Q}{P} = \left(\dfrac{D}{d}\right)^2 = \dfrac{v_1}{v_2}$, wenn v_1 die Geschw. des Pumpen $=$, v_2 die des Presskolbens bezeichnen, und Unzusammendrückbarkeit der eingeschlossenen Wassermenge voraus gesetzt wird. Für $d = 0,05$ m und $D = 0,45$ m wird:

$$\frac{Q}{P} = \left(\frac{45}{5}\right)^2 = 81, \text{ und } \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{81}.$$

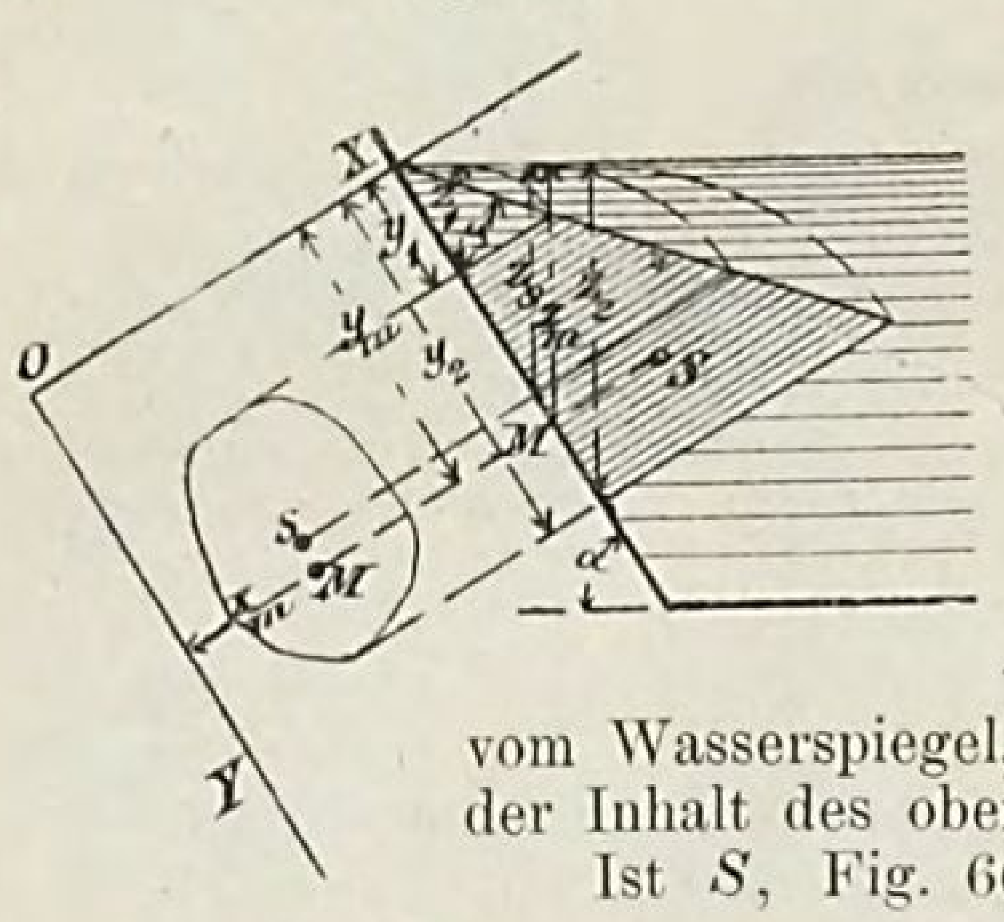
e. Druck des Wassers auf Gefässwandungen.

Der Druck einer ruhenden, ganz oder zum Theil von festen Wänden eingeschlossenen Wassermenge auf die vom Wasser berührten Wandflächen ist = der Summe der Produkte aus den in den einzelnen Berührungspunkten stattfindenden spezif. Pressungen p in die zugehörigen Flächenelemente dF, oder: $D = \int p\,dF$.

Wird der Druck einer Wassermenge mit freier Oberfläche gegen die umschliessenden Gefässwände allein durch die Schwerkraft hervor gerufen, so ist für p der Werth aus Gleichg. (5) einzutragen, und wenn es sich nur um die Grösse des Ueberdrucks daselbst über den Atmosphären-Druck handelt, — was für die Lösung praktischer Aufgaben fast stets der Fall ist — erhält man, für $p_0 = 0$ diesen Ueberdruck: $D = \gamma \int z\,dF$. (7)

Der Druck (Ueberdruck) gegen die einzelnen Flächentheilchen ist also proportional den vertikalen Abständen derselben vom Wasserspiegel. Ist die gedrückte Wandfläche eine Ebene, so sind die Richtungen aller Normaldrücke gegen die einzelnen Flächentheilchen unter einander parallel; mithin ist der Gesammtdruck des Wassers gegen diese Ebene = dem Gewicht eines über derselben gedachten geraden Wasserprismas, dessen Seitenlängen = den Abständen der einzelnen Umfassungspunkte der Grundfläche vom Wasserspiegel sind. Fig. 660, 661, 662. Die obere Endfläche des Prismas ist eine Ebene, welche durch die Schnittlinie des Wasserspiegels mit der Wandfläche geht, und mit letzterer den Winkel φ einschliesst, der aus: $\operatorname{tang} \varphi = \sin \alpha$ (8) zu bestimmen ist, unter α den Winkel zwischen Wasserspiegel u. Wandfläche verstanden.

Fig. 660.



Beispiel. $\angle \alpha = 90^0$, d. h. d. Wand ist vertikal. Dann wird: $\operatorname{tang} \varphi = 1$, demnach $\varphi = 45^0$; Fig. 661.

Bezeichnet F die Grösse der gedrückten Fläche und z_s den Abstand ihres Schwerp. s vom Wasserspiegel, so ist ferner: $D = \gamma z_s F$, (9) der Inhalt des oben erwähnten Wasserprismas $= z_s F$ ist.

Ist S, Fig. 660—662, der Schwerp. des oben genannten Wasserprismas, so giebt der Fussp. M einer auf die Grundfläche F aus S gefällten Senkrechten den Angriffsp. der Druckkraft D an. M heisst der Mittelpunkt des Drucks. Der Abstand z_m desselben vom Wasserspiegel ist = dem Abstand des Druckmittelp. der Vertikal-Projektion der Fläche F vom Wasserspiegel, u. zw.: $z_m = \frac{\int z^2 dF}{z_s F}$. (10)

Fig. 661.

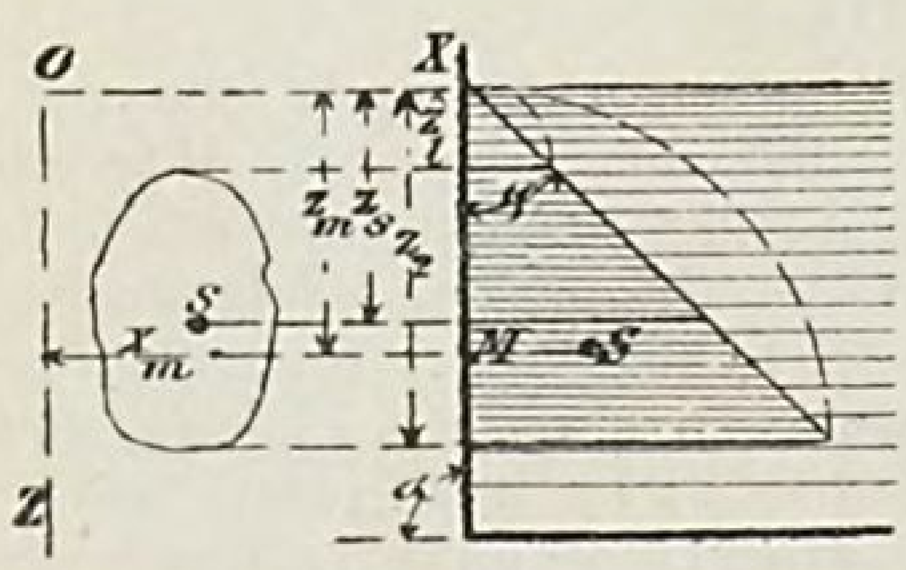
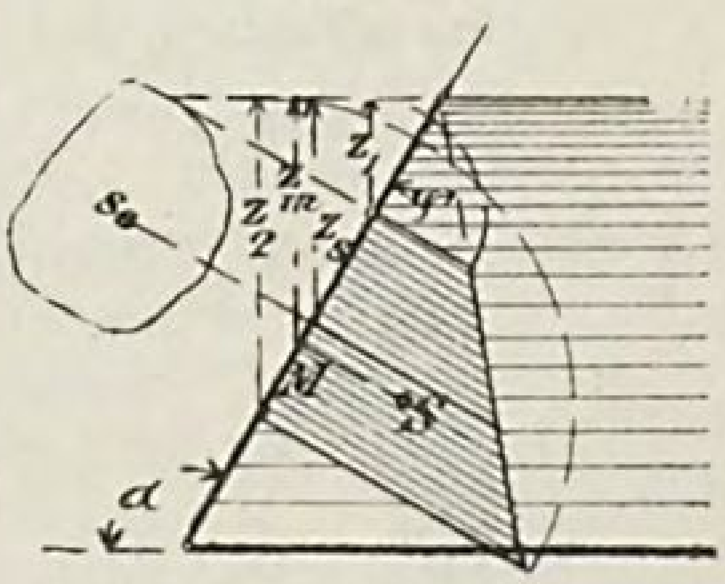


Fig. 662.



Der Abstand y_m von der Durchschnittslinie OX, Fig. 660, des Wasserspiegels mit der Wandfläche ist:

$$y_m = \frac{\int y^2 dF}{y_s F} = \frac{J_x}{y_s F} = \frac{F y_s^2 + J_s}{y_s F} = y_s + \frac{J_s}{y_s F}; \quad (11)$$

worin J_x das Trägheitsmom. der Fläche F bezogen auf die Axe OX, u. J_s dasjenige bezogen auf die zu OX parallele Schwerp.-Axe der Fläche F bedeuten. Steht die Wand vertikal, so ist y_m identisch mit z_m.

Der Abstand x_m des Druckmittelp. von einer in belieb. Entfernung von der Fläche F senkr. zu OX in der Wandfläche gezogenen Axe OY, Fig. 660, bezw. OZ, Fig. 661, ist: $x_m = \frac{\int x z\,dF}{z_s F}$. (12)

Legt man die Axe OY bezw. OZ durch den Schwerp. s der Fläche F, so liegt der Druckmittelp. M ebenfalls auf dieser Axe, wenn dieselbe in Bezug auf F eine Symmetrie-Axe ist.

F sei ein Rechteck, dessen Seiten, a u. b, senkr. bezw. parallel zur Axe OX stehen und dessen Schwerp.-Abstand vom Wasserspiegel $= z_s$ ist. Die Abstände der horizontalen Rechtecksseiten vom Wasserspiegel seien z_1 u. z_2, der Neigungswinkel der Rechtecksfläche gegen den Wasserspiegel $= \alpha$. Alsdann ist:

$$D = \gamma z_s a b = \gamma \frac{z_2 + z_1}{2} a b; \; z_m = \frac{2}{3} \frac{z_2^3 - z_1^3}{z_2^2 - z_1^2}, \text{ also unabhängig von } \alpha.$$

Liegt die obere Seite des Rechtecks im Wasserspiegel, so ist: $z_1 = 0$, folglich:

$$D = \gamma \frac{z_2}{2} a b \text{ und: } z_m = \frac{2}{3} z_2.$$

Steht die Fläche $F = ab$ senkr. zum Wasserspiegel ($\alpha = 90^0$), so ist: $a = z_2 - z_1$, folglich: $D = \gamma \frac{b}{2} (z_2^2 - z_1^2)$ und wenn $z_1 = 0$, $z_2 = a$: $D = \gamma \frac{b}{2} a^2$ u. $z_m = \frac{2}{3} a$.

Der Druckmittelp. M liegt stets auf der zu a parallelen Mittellinie des Rechtecks.

Für die vorstehend behandelte Rechtecks-Fläche als Druckfläche lässt sich die Lage des Druckmittelp. auch sehr leicht grafisch finden. Da sämmtliche zu F normal durch das Wasserprisma, Fig. 660—662, gelegten Vertikalschnitte kongruente Trapeze sind, so giebt der Schwerp. einer solchen Trapezfläche die Projektion der zu F parallelen horizontalen Schwerp.-Axe an. Bestimmt man also durch Konstruktion den Schwerp. S der Trapezfläche, so ist der Fussp. M der Senkrechten aus S auf F der Druckmittelp., voraus gesetzt, dass M auf der zu a parallelen Mittellinie des Rechtecks liegt, Fig. 663.

Aus Gleichg. (11) folgt unter Voraussetzung einer vertikalen Wand für die Rechtecksfläche ab: $z_m = z_s + \frac{a^2}{12 z_s} = z_s \left[1 + \frac{1}{12} \left(\frac{a}{z_s} \right)^2 \right]$.

Je kleiner also a im Vergleich zu z_s, um so mehr nähert sich z_m dem Werthe z_s. Z. B. wird für $z_s = 4^{\text{m}}$ und $a = 0{,}6^{\text{m}}$: $z_m = 4{,}0075^{\text{m}}$.

Für eine Kreisfläche $F = d^2 \frac{\pi}{4}$ in vertikaler Wand, deren Mittelp. um die Länge z_s unter dem Wasserspiegel liegt, wird nach Gleichg. (11):

$$z_m = z_s \left[1 + \frac{1}{16} \left(\frac{d}{z_s} \right)^2 \right]. \text{ Für } z_s = \frac{d}{2} \text{ wird: } z_m = \frac{5}{8} d.$$

Fig. 663.

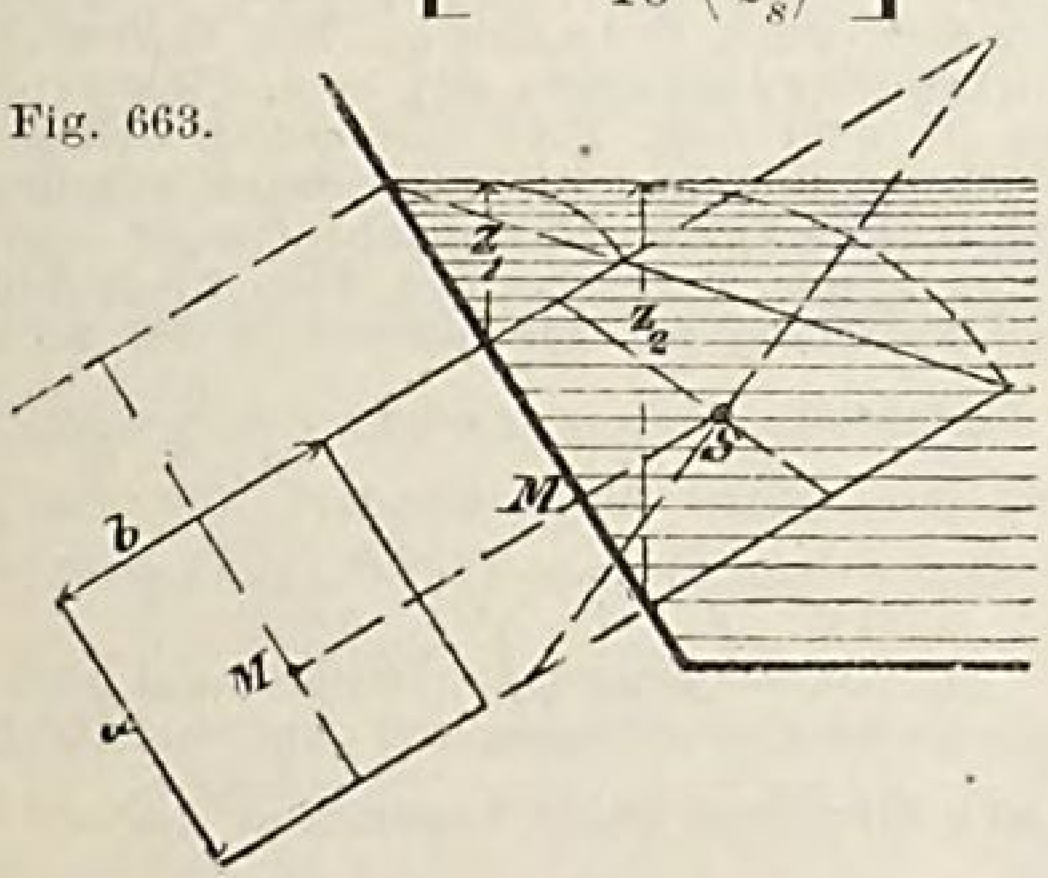
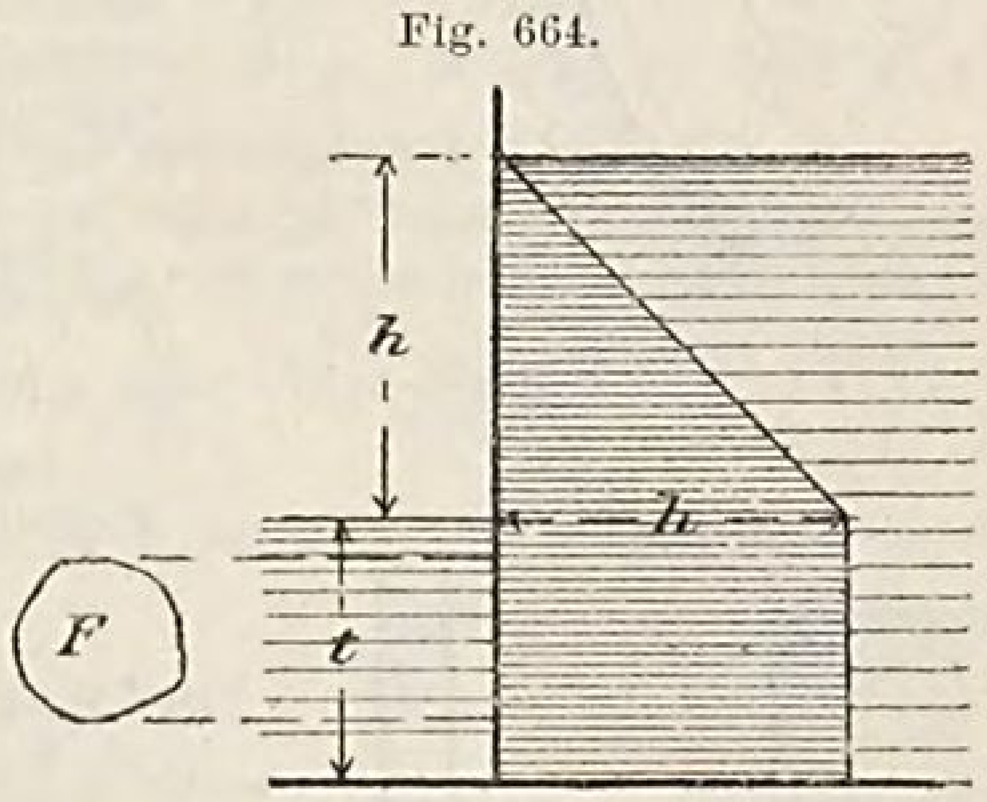


Fig. 664.



Für ein Dreieck $\frac{ba}{2}$ in vertikaler Wand, dessen Grundlinie b im Wasserspiegel liegt, ist $z_m = \frac{1}{2} a$, und für ein solches, dessen Spitze im Wasserspiegel liegt, während die Grundlinie parallel zu demselben läuft, ist $z_m = \frac{3}{4} a$. Der Druckmittelp. M liegt in der Mitte der durch den Fussp. von z_m zu b gezogenen Parallelen.

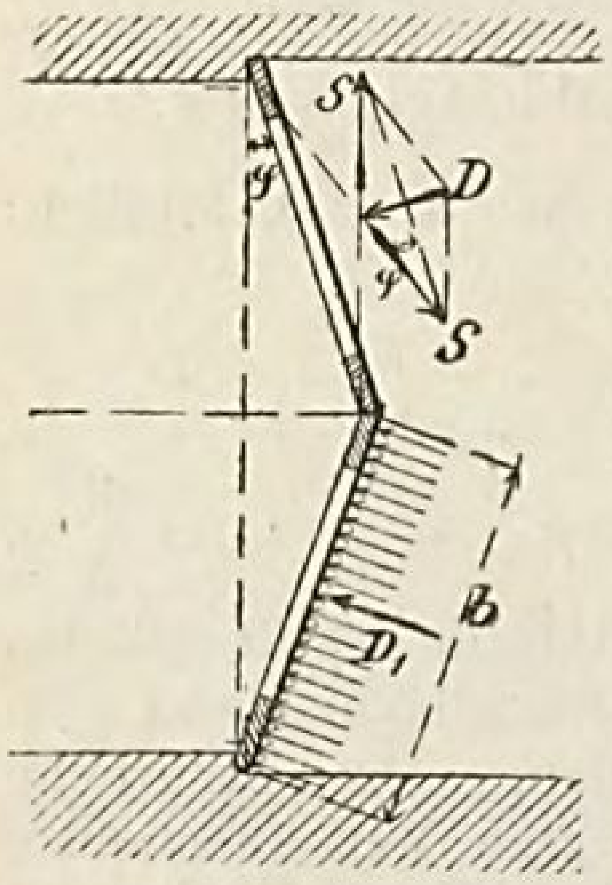
Befinden sich zu beiden Seiten einer vertik. Wand Wassermengen, deren Spiegellagen um die Höhe h von einander abweichen, Fig. 664, so beträgt der

Ueberdruck des Wassers gegen eine unterhalb des tiefern Wasserspiegels gelegene Fläche $(F): D = \gamma F h$. (13)

Der Druckmittelp. fällt hierbei mit d. Schwerp. der gedrückten Fläche zusammen.

Beispiele 1. Der Wasserdruck gegen ein unter Wasser liegendes Riegelfeld eines ebenen Schleusenthores, Fig. 665, der Breite b und Höhe a ist bei einem Spiegel-Unterschied h: $D_1 = \gamma a b h$; der Druck D_1 ist gleichmässig über die ganze Breite des Riegelfeldes vertheilt; sein Angriffsp. liegt in dem Mittelp. des Rechtecks ab. Befindet sich das Riegelfeld oberhalb des Unterwasserspiegels im Abstande z vom Oberwasserspiegel, so ist — bis Oberkante des Feldes gültig — nach Gleichg. (9):

Fig. 665.



$$D_1 = \gamma \left(z + \frac{a}{2}\right) a b = \gamma \frac{b}{2} a^2 \left(1 + \frac{2z}{a}\right).$$

Die Beanspruchung, welche das Riegelfeld erleidet, ist eine zweifache, indem zu der Beanspruchung auf relat. Festigkeit eine solche auf Knickfestigkeit, hervor gerufen durch die Gegendrücke in der Schlagsäulen-Fuge und in den Wendenischen tritt; der Gegendruck des Drempels wird $= 0$ angenommen. Bezeichnet man den Druck pro Breiteneinheit des Thorflügels $(\gamma a h)$ mit p, die Schleusenweite mit w, so ist das Biegungsmoment in halber Länge des Riegelfeldes:

$$\mathfrak{M} = p \frac{l^2}{8} = p \left(\frac{w}{2 \cos \varphi}\right)^2 \frac{1}{8} = \frac{p w^2}{32 \cos^2 \varphi} = \frac{\gamma a h w^2}{32 \cos^2 \varphi},$$

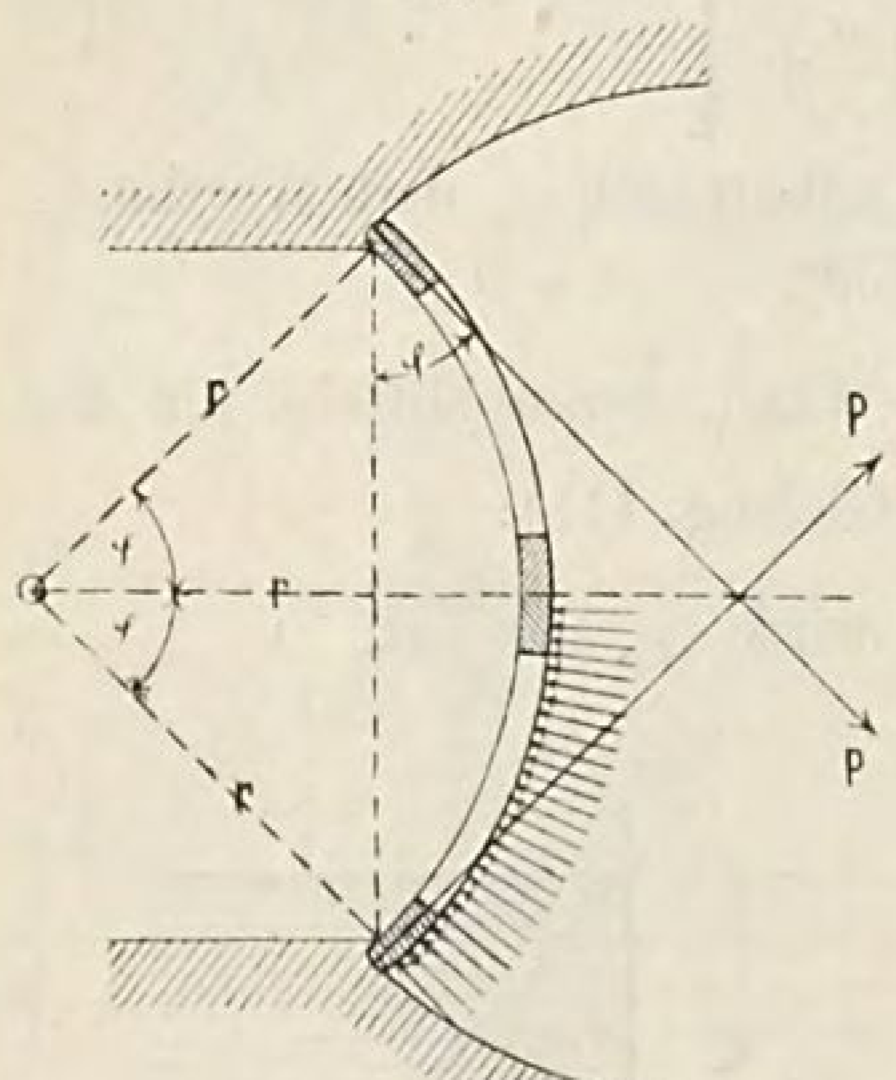
aus welcher Gleichg. durch Gleichsetzung mit dem Ausdruck $S_1 W$ (S_1 Spannung pro Einheit, W Widerstandsmom.) des betr. Riegelfeldes die Biegungs-Spannung S_1 gefunden werden kann.

Sei der Druck in Wendenische und Schlagsäulen-Fuge $= P$ so besteht die Beziehung:

$$P \frac{w}{2} \operatorname{tang} \varphi = \frac{p w}{2 \cos \varphi} \frac{1}{2} \frac{w}{2 \cos \varphi} \text{ woraus: } P = \frac{p w}{4 \cos \varphi \sin \varphi} = \frac{\gamma a h w}{4 \cos \varphi \sin \varphi}.$$

Derjenige Querschn. F_1, zu welchem dieser Druck senkrecht wirkt, ist $= F \cos \varphi$, wenn F den normalen Querschn. des betr. Riegelfeldes bezeichnet; daher ist die durch den Axialdruck hervor gerufene Spannung pro Einheit des Querschn.: $S_2 = \frac{P \cos \varphi}{F} = \frac{\gamma a h w}{4 F \sin \varphi}$.

Fig. 666.

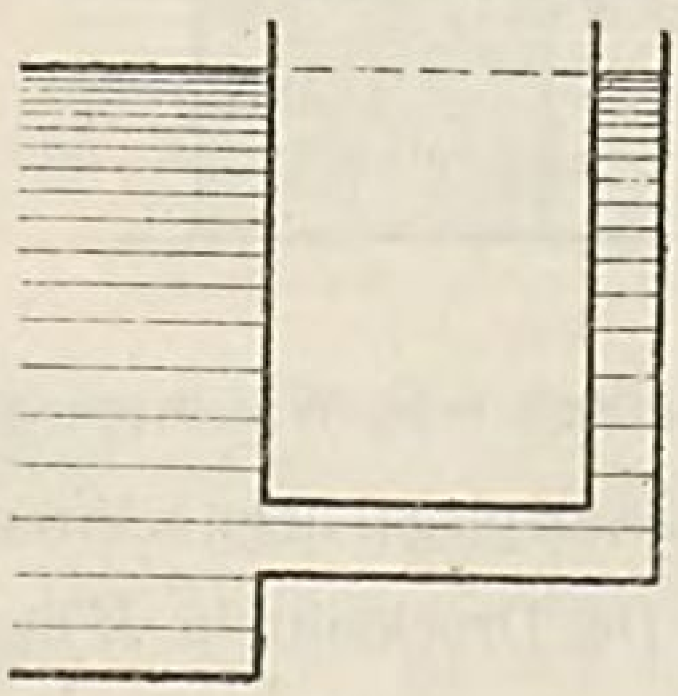


Beide Spannungen sind hiernach Funktionen von φ. Bildet man die Summe $S_1 + S_2$ und untersucht man die betr. Funktion auf ihr Minimum, so findet sich derjenige Werth von F, welcher den geringsten Material-Aufwand ergiebt. —

2. Der Wasserdruck gegen den Flügel eines gekrümmten Schleusenthores vom Halbmesser r, Fig. 666, bildet sich aus radial gerichteten Pressungen, die für jeden Horizontalschnitt unter sich gleich sind. Der Wasserdruck gegen die Vertikalprojektion der Thore ist aber genau derselbe wie bei einem ebenen Schleusenthor mit d. Flügelbreite b. Für den Halbmesser r, nach welchem die Thore gekrümmt sind, findet man durch Summirung der für eine elementare Bogenlänge $r d\varphi$ stattfindenden Einzeldrücke $= p \cos \varphi r d\varphi$ den in der Richtung der Schleusenaxe wirkenden Wasserdruck $= 2 p r \sin \varphi$. Die diesem Druck entgegen wirkenden Seitenkräfte der in den Wendenischen angreifenden (in dem betr. Feld konstanten) Drücke sind $2 P \sin \varphi$; daher besteht die Gleichgew.-Bedingung: $2 P \sin \varphi = 2 p r \sin \varphi$, wonach: $P = p r$.

Ist wieder F der Querschn. des betr. Riegelfeldes, S die zulässige Spannung pro Flächeneinheit des Materials, so gilt die Beziehung: $FS = pr$, oder: $F = \frac{pr}{S}$.

Fig. 667.



Darnach der ganze Materialbedarf für das betr. Riegelfeld:

$$V = \frac{p r}{S} 2 r \varphi = \frac{2 p}{S} \varphi \left(\frac{w}{2 \sin \varphi}\right)^2 = \gamma \frac{a h w^2}{2 S} \frac{\varphi}{\sin^2 \varphi}.$$

Die Materialmenge ist also abhängig von dem veränderlichen Werthe $\frac{\varphi}{\sin^2 \varphi}$ dessen Minimum leicht bestimmbar ist.

3. Der Wasserdruck gegen einen $0{,}8^{m}$ hohen, 1^{m} breiten Schieber, dessen Mittelp. 5^{m} unter d. Wasserspiegel liegt, ist nach Gleichg. (9): $D = 1000 . 5 . 0{,}8 . 1 = 4000^{kg}$, wenn auf der andern Seite des Schiebers kein Wasser sich befindet. Liegt aber der Schieber auch unterhalb d. Unterwasser-Spiegels, welcher letztere vom Oberwasser-Spiegel um $h = 4^{m}$ absteht, so wird nach Gleichg. (3): $D = 1000 . 4 . 0{,}8 . 1 = 3200^{kg}$.

f. Kommunizirende Röhren.

Im Zustande des Gleichgew. liegen die Spiegel einer und derselben Flüssigkeit in kommunizirenden Gefässen (Röhren) in derselben Horizontalebene, Fig. 667.

Von den Spiegeln zweier Flüssigkeiten mit ungleichen spezif. Gewichten, die sich nicht mischen, liegt derjenige der leichtern Flüssigkeit höher, Fig. 668; und zwar verhalten sich die Höhen h_1, h_2 über der gemeinschaftlichen Berührungsfläche der beiden Flüssigkeiten umgekehrt wie die spezif. Gewichte γ_1, γ_2 derselben, also: $\frac{h_2}{h_1} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$ (14); z. B. für Wasser und Baumöl ist: $\frac{h_2}{h_1} = \frac{1000}{917} = 1{,}0905$.

g. Flüssigkeits-Spiegel ruhenden und bewegten Wassers.

Der Flüssigkeits-Spiegel einer ruhenden sowohl als einer mit gleichförmiger Bewegung geradlinig fortschreitenden Wassermenge ist eine horizontale Ebene (S. 719). Ist aber die Bewegung der Wassermenge eine gleichförmig beschleunigte, so stehen die Flächen-Elemente des Wasser-Spiegels normal zur Richtg. der Resultirenden aus der Beschleunigung g der Schwerkraft und der negativ genommenen Beschleunigung g_1 der Bewegung d. Wassermenge. Ist die beschleunigte Bewegung der Wassermenge eine geradlinig fortschreitende, deren Richtg. mit derjenigen der Schwerkraft den Winkel φ einschliesst, Fig. 669, so wird die resultirende Beschleunigung: $k = \sqrt{g^2 + g_1^2 - 2\,g\,g_1 \cos\varphi}$. (15)

Fig. 668.

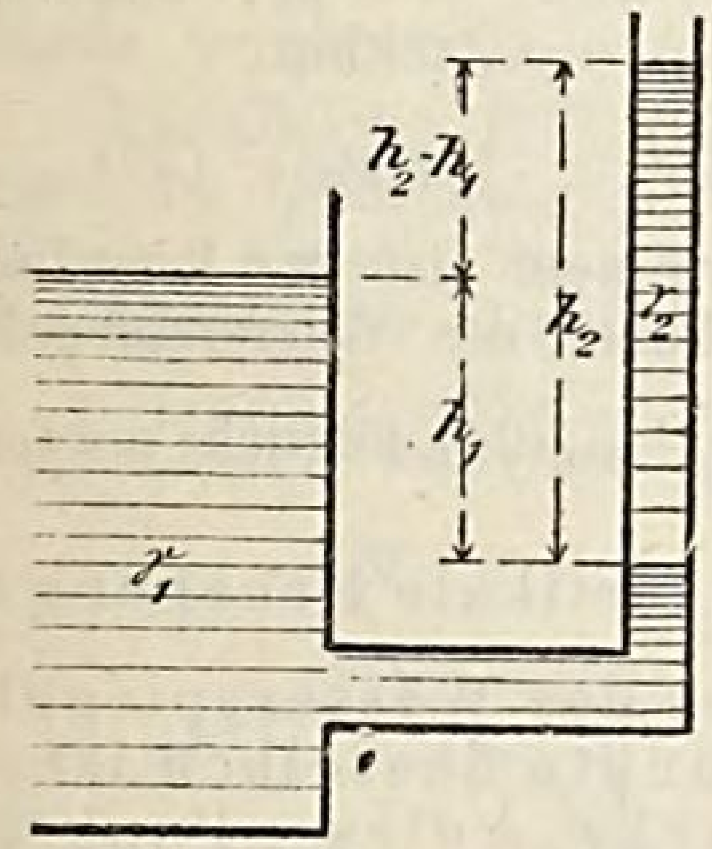
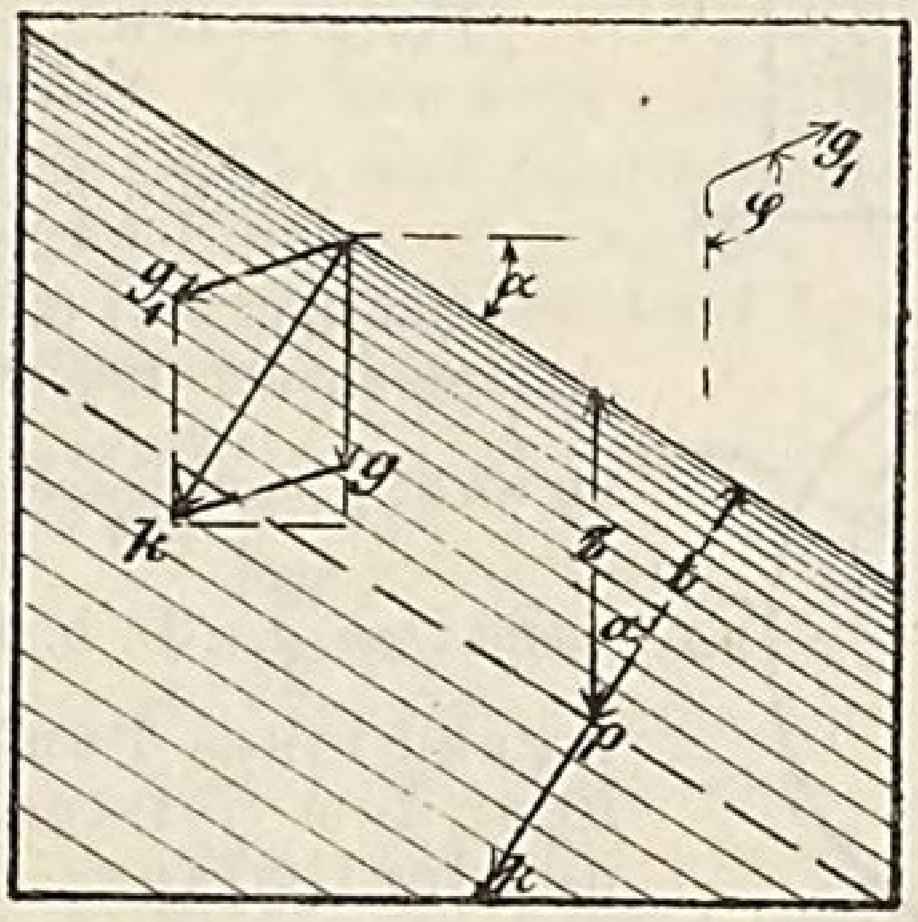


Fig. 669.



Der Winkel α, welchen der normal zu k stehende ebene Wasserspiegel mit der Horizontalen einschliesst, ist bestimmt durch:

$$\sin\alpha = \sin\varphi \frac{g_1}{k} \quad \text{oder:} \quad \operatorname{tang}\alpha = \frac{g_1 \sin\varphi}{g - g_1 \cos\varphi}. \qquad (16)$$

Ist $\varphi = 90°$, also die Richtg. der beschleunigten Bewegung horizontal, also: $\cos\varphi = 0$ und $\sin\varphi = 1$, so wird: $k = g_m = \sqrt{g^2 + g_1^2}$ (17) u. $\operatorname{tang}\alpha = \frac{g_1}{g}$. (18)

Für $\varphi = 180°$, also: $\cos\varphi = -1$ und $\sin\varphi = 0$ wird: $g_m = g + g_1$ (19) und $\alpha = 0$. Für $\varphi = 0$, also: $\cos\varphi = +1$ und $\sin\varphi = 0$ wird: $g_m = g - g_1$ (20) u. $\alpha = 0$. In den beiden letzten Fällen ist also der Wasserspiegel horizontal.

Die Niveauflächen (S. 719) sind zum Wasserspiegel parallele Ebenen.

Die spezif. Pressung p in einer Niveaufläche, deren normale Entfernung vom Wasserspiegel $= t$, ist: $p = \mu k t + p_0$ (21), oder da: $k = \frac{g - g_1 \cos\varphi}{\cos\alpha}$ und: $t = z\cos\alpha$ (Fig. 669): $p = (\mu g - \mu g_1 \cos\varphi)\,z + p_0 = \gamma z\left(1 - \frac{g_1}{g}\cos\varphi\right) + p_0$ (22).

Für $\varphi = 90°$ wird: $p = \gamma z + p_0$;

„ $\varphi = 180°$ „ $p = \gamma z\left(1 + \frac{g_1}{g}\right) + p_0$;

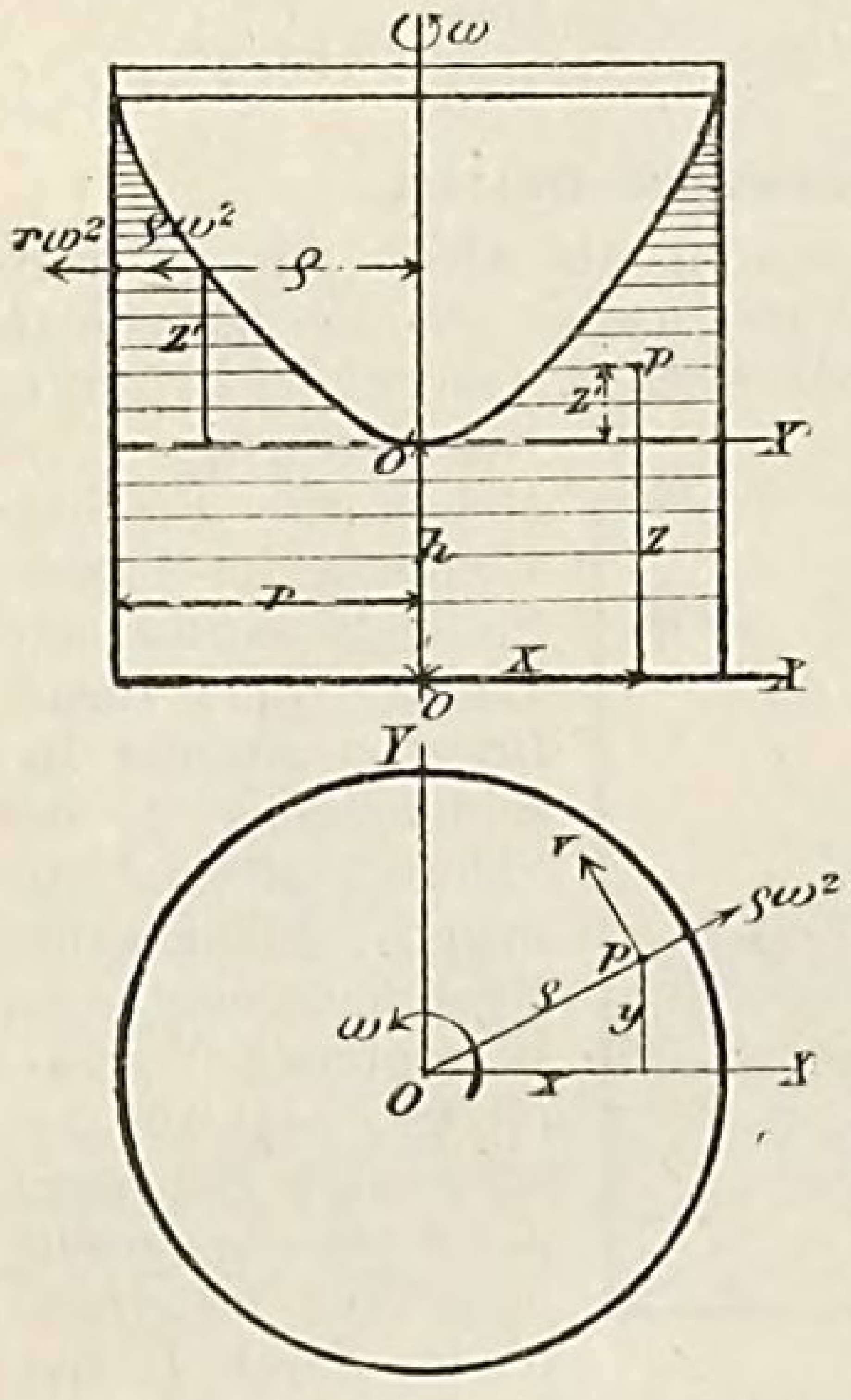
„ $\varphi = 0°$ „ $p = \gamma z\left(1 - \frac{g_1}{g}\right) + p_0$;

Ist im letzten Falle $g_1 = g$, so wird $p = p_0$. D. h. wenn das die Wassermenge enthaltende Gefäss sich vertikal abwärts bewegt, und die Beschleunigung g hierbei = der Fallbeschleunigung ist, so herrscht an jedem Punkte innerhalb der Wassermenge nur die Oberflächen-Pressung $= p_0$.

Rotirt eine Wassermenge nebst dem sie umschliessenden Gefäss mit gleichförmiger Geschw. um die vertikale Symmetrieaxe des Gefässes, so bildet der Flüssigkeits-Spiegel ein Rotations-Paraboloid, Fig. 670, und ebenso sind die

Niveauflächen unter sich und dem Flüssigkeits-Spiegel kongruente Rotations-Paraboloide, deren gemeinschaftliche Axe die Rotationsaxe ist.

Fig. 670.



Mit Rücksicht auf Gleichg. (1) ist, wenn ω die Winkelgeschw. der Drehbeweg. für irgend einen Punkt x, y, z der Flüssigkeitsmenge bezeichnet:

$$X = x\omega^2;\quad Y = y\omega^2;\quad Z = -g,$$

also: $dp = \mu\,[\omega^2\,(x\,dx + y\,dy) - g\,dz]$, folglich:

$$p = \gamma\left[\frac{\omega^2}{2g}\,(x^2+y^2) - z\right] + C$$

$$= \gamma\left(\frac{(\rho\,\omega)^2}{2g} - z\right) + C = \gamma\left(\frac{v^2}{2g} - z\right) + C.$$

Für $\rho = 0$ u. $z = h$ wird: $p = p_0$, folglich: $C = \gamma h + p_0$, mithin:

$$p = \gamma\left(\frac{v^2}{2g} + h - z\right) + p_0. \qquad (23)$$

Setzt man $h = 0$, verschiebt also den Koordin.-Anfang in den tiefsten Punkt des Wasserspiegels, so wird: $p = \gamma\left(\frac{v^2}{2g} - z^1\right) + p_0$ (24), folglich: $p = p_0$, wenn $z^1 = \frac{v^2}{2g}$. D. h. die vertikale Erhebung z^1 irgend eines Punktes des Wasserspiegels über dem tiefsten Punkte desselben ist = der der Umfangs-Geschw. v dieses Punktes entsprechenden Geschw.-Höhe $\frac{v^2}{2g}$. Aus $z^1 = \frac{v^2}{2g} = \frac{\omega^2}{2g}\rho^2$ ist auch deutlich erkennbar, dass die Meridianlinie des Wasserspiegels eine Parabel mit dem Scheitel O' ist.

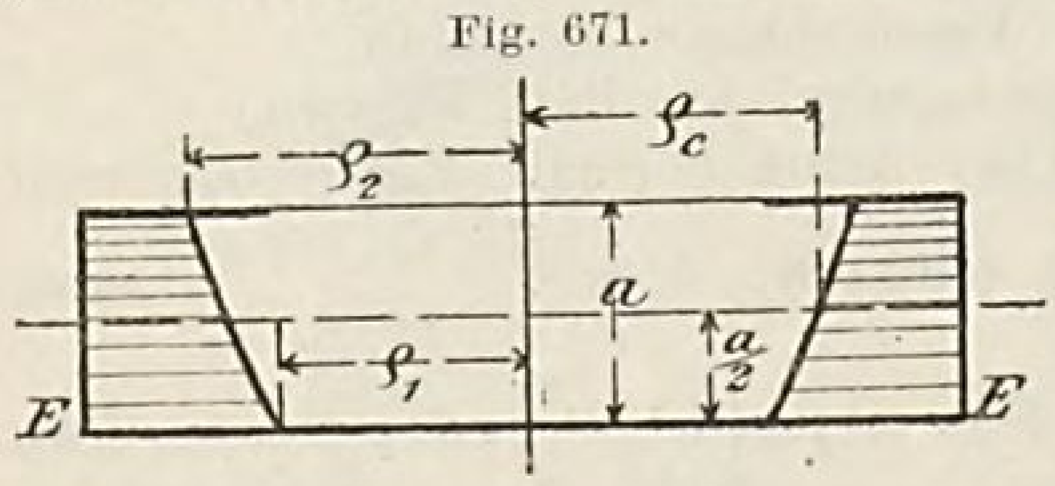
Für einen dicht an der Gefässwand in derselben Höhe z^1 liegenden Punkt der Flüssigkeit ist nach Gleichg. (24):

$$p = \gamma\left[\frac{(r\,\omega)^2}{2g} - z^1\right] + p_0, \text{ oder: } p = \gamma\,\frac{\omega^2}{2g}\,(r^2 - \rho^2) + p_0. \qquad (25)$$

Soll p nur den Ueberdruck über den atmosph. Druck bezeichnen, so ist $p_0 = 0$ zu setzen.

Bei den Zentrifugen, Fig. 671, welche zum Entwässern feuchter Körper (nasser Baumwolle, Wolle, Seide, Leinen), zum Trennen des Zuckers vom Syrup u. s. w. vielfach Verwendung finden, nimmt die freie Oberfläche der im Korbe befindlichen Masse die in der Figur angegebene Gestalt einer zwischen den Kreisen vom Halbmesser ρ_1 u. ρ_2 befindlichen Schicht eines Rotations-Paraboloids an. Die grösste spezif. Pressung tritt an der Kante E des Korbes vom Halbm. r auf, und zwar beträgt dort der Ueberdruck:

Fig. 671.



$$p_{\max.} = \gamma_1\,\frac{\omega^2}{2g}\,(r^2 - \rho_1^2),$$ unter γ_1 das spezif. Gew. des feuchten Körpers verstanden.

Legt man in der Mitte der Korbhöhe a einen Horizontalschnitt und nennt den Halbmesser des Kreises, in welchem dieser das Rotations-Paraboloid schneidet, ρ_c, so ist das Volumen des über diesem Kreise stehenden Zylinders (mit der Höhe a) = dem Volumen der Paraboloid-Schicht, mithin das Volumen V der in den Korb eingetragenen feuchten Masse vom Gewicht G: $V = a\pi\,(r^2 - \rho_c^2)$.

Da ferner: $\rho_1^2 = \rho_c^2 - \frac{a}{2}\,\frac{2g}{\omega^2}$, so wird:

$$p_{\max.} = \gamma_1\,\frac{\omega^2}{2g}\,(r^2 - \rho_c^2) + \gamma_1\,\frac{a}{2} = \frac{G}{a\pi}\,\frac{\omega^2}{2g} + \gamma_1\,\frac{a}{2}.$$

Bezeichnet n die minutliche Umdrehungszahl, so ist: $\omega = \frac{\pi}{30}\,n$, folglich für $g = 9{,}81^{\mathrm{m}}$

$$p_{\mathrm{max.}} = 0{,}000178\,n^2\,\frac{G}{a} + \gamma_1\,\frac{a}{2}. \qquad (26)$$

Die Pressung an der obern Kante des Korbes ist:

$$p = 0{,}000178\,n^2\,\frac{G}{a} - \gamma_1\,\frac{a}{2} \qquad (26\,\mathrm{a})$$

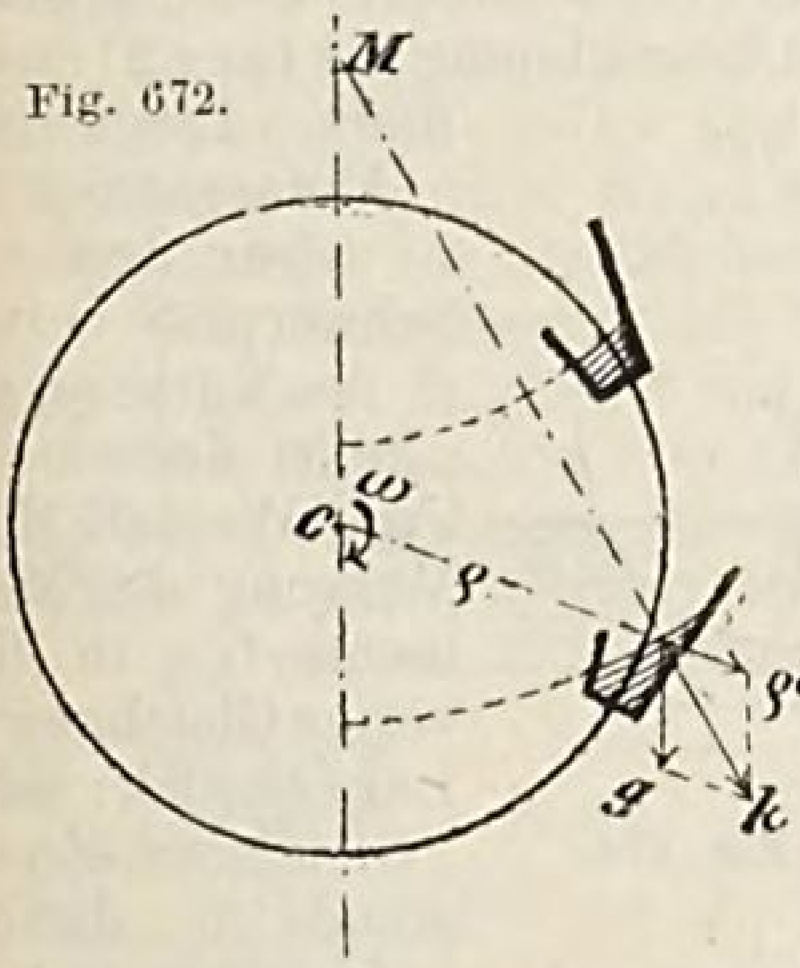
und diejenige in der Mitte der Korbhöhe: $p_m = 0{,}000178\,n^2\,\frac{G}{a}$. (26 b)

Für ein bestimmtes Gewicht G der in den Korb der Zentrifuge eingetragenen feuchten Masse ist die spezif. Pressung unabhängig vom Halbmesser des Korbes; und der Mittelwerth p_m derselben umgekehrt proportional der Korbhöhe a und direkt proportional dem Quadrat der minutlichen Umdrehungszahl n des Korbes.

Die Gleichg. (26), (26 a) und (26 b) sind natürlich an die Bedingung geknüpft, dass die Umdrehungszahl n des Korbes so gross ist, um eine Erhebung der flüssigen Masse über die ganze Höhe a der Seitenwand hinaus und das Freiwerden des Bodens der Zentrifuge bewirken zu können.

Beispiel. $G = 80^{\mathrm{kg}}$, $a = 0{,}5^{\mathrm{m}}$, $\gamma_1 = 1200^{\mathrm{kg}}$ u. $n = 1200$. Dafür wird: $p_{\mathrm{max.}} = 41011 + 300 = 41311^{\mathrm{kg}}$ pro $^{\mathrm{qm}}$, oder $= 4{,}1311$ Atmosph. Ueberdruck.

Fig. 672.



Durch die Wirkung der Zentrifugalkr. wird der Wasserspiegel in den Zellen oberschlächtiger Wasserräder derart beeinflusst, dass die Wasserspiegel in sämmtlichen Zellen Zylinderflächen bilden, Fig. 672, deren gemeinschaftliche Axe parallel zur Radaxe und normal über derselben in der Entfernung $\frac{g}{\omega^2}$ liegt. Denn auf ein in dem Flüssigkeitsspiegel irgend einer Zelle in dem beliebigen Abstande ρ von der Radaxe befindliches Wassertheilchen wirkt die Beschleunigung g der Schwerkraft und die Beschleunigung $\rho\omega^2$ der Zentrifugalkraft, deren Resultirende k die Normale zum Flüssigkeitsspiegel in dem fraglichen Punkte angiebt. Verlängert man k rückwärts bis M, so ist:

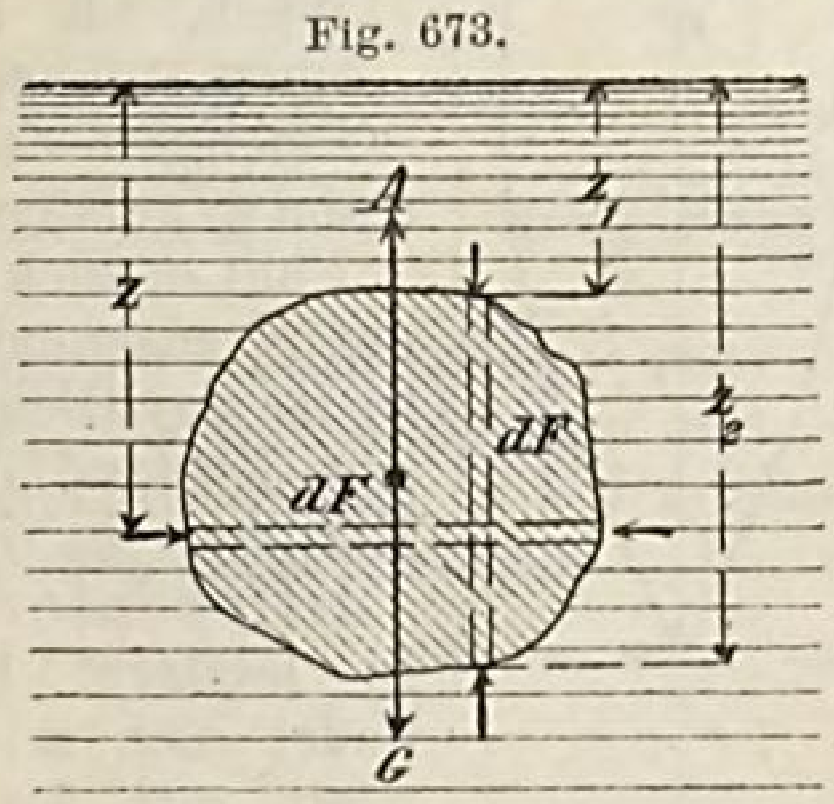
$$\frac{CM}{\rho} = \frac{g}{\rho\,\omega^2},\ \text{folglich:}\ CM = \frac{g}{\omega^2} = \frac{894{,}6}{n^2} \qquad (27)$$

n minutliche Umdrehungszahl des Rades.

h. Auftrieb.

Bei einem in eine Flüssigkeit eingetauchten Körper heben sich die horizontalen Seitenkräfte sämmtlicher von der Flüssigkeit gegen die Oberflächen-Elemente des Körpers ausgeübten Druckkräfte gegenseitig auf, während die algebr. Summe der vertikalen Seitenkräfte dieser Flächenpressungen eine vertikal aufwärts wirkende Kraft darstellt, Fig. 673, welche Auftrieb genannt wird. Es ist:

Fig. 673.



also: $A = \Sigma\,[\gamma\,(z_2 - z_1)\,dF] = \gamma\,V$, (28)

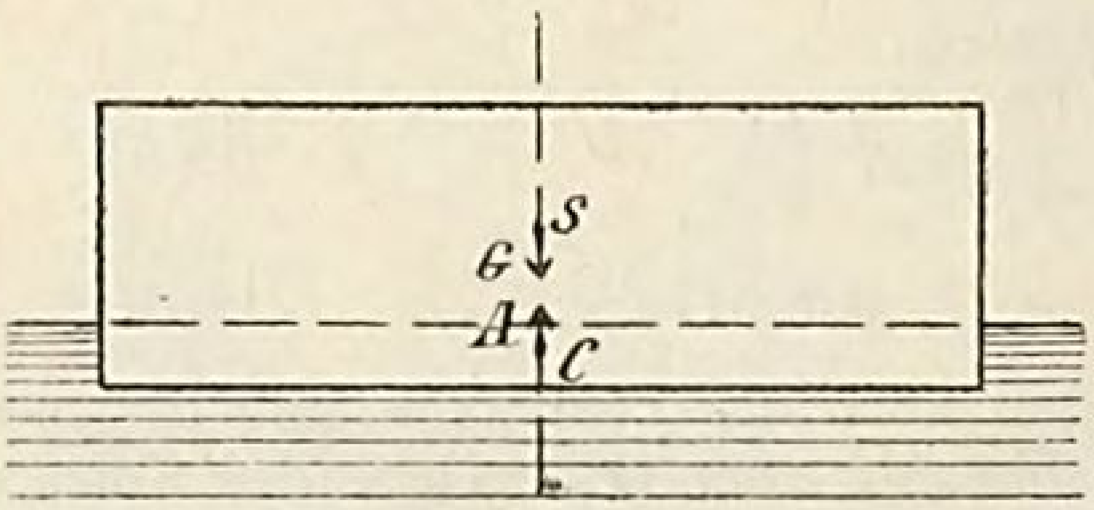
d. h. es ist der Auftrieb $A =$ dem Gew. der von dem eingetauchten Körper verdrängten Wassermenge und der Angriffsp. desselben liegt im Schwerp. dieser Wassermenge.

Ist die Masse des eingetauchten Körpers homogen, so fällt der Schwerp. des Körpers mit dem Angriffsp. des Auftriebs zusammen. Ist dabei das Gew. des Körpers $G = A$, so befindet sich der Körper in jeder belieb. Tiefe unter dem Flüssigkeitsspiegel und in jeder belieb. Lage im Gleichgew.; er schwimmt im Wasser.

Ist $G > A$, so sinkt der Körper so weit, bis der Gew.-Ueberschuss $G - A$ durch den Gegendruck einer anderweiten Unterstützung aufgenommen wird.

Ist $G < A$, so steigt der Körper und tritt zum Theil aus dem Wasser heraus, bis sich zwischen G und A Gleichgew. eingestellt hat. Dies findet statt, sobald das Gew. des von dem eingetauchten Theil des Körpers verdrängten Wassers $= G$ geworden ist: der Körper schwimmt auf dem Wasser. Der Schwerp. S des Körpers liegt hierbei vertikal über dem Angriffsp. C des Auftriebs, Fig. 674. Die durch SC gelegte Linie heisst die Schwimmaxe des Körpers.

Fig. 674.



i. Gleichgewicht schwimmender Körper; Metacentrum.

Der Gleichgewichts-Zustand eines schwimmenden Körpers ist entweder ein indifferenter, ein labiler oder ein stabiler.

Wird dem Körper durch ein Moment $\mathfrak{M}$ eine Drehung ertheilt, welche seine ursprüngliche Gleichgew.-Lage verändert, Fig. 675, so verlegt sich der Schwerp. des Körpers nach S_1 und der Angriffsp. des Auftriebs nach C_1. Eine Vertikale aus C_1 schneidet die Schwimmaxe des Körpers in einem Punkte M, welcher die Bezeichnung Metacentrum führt. Liegt das Metacentrum über dem Schwerp. S bezw. S_1 des Körpers, so kehrt derselbe nach Wegfall der Wirkung des Moments Gx in die vorige Gleichgew.-Lage zurück: sein Gleichgew.-Zustand in dieser Lage ist ein stabiler.

Fig. 675.

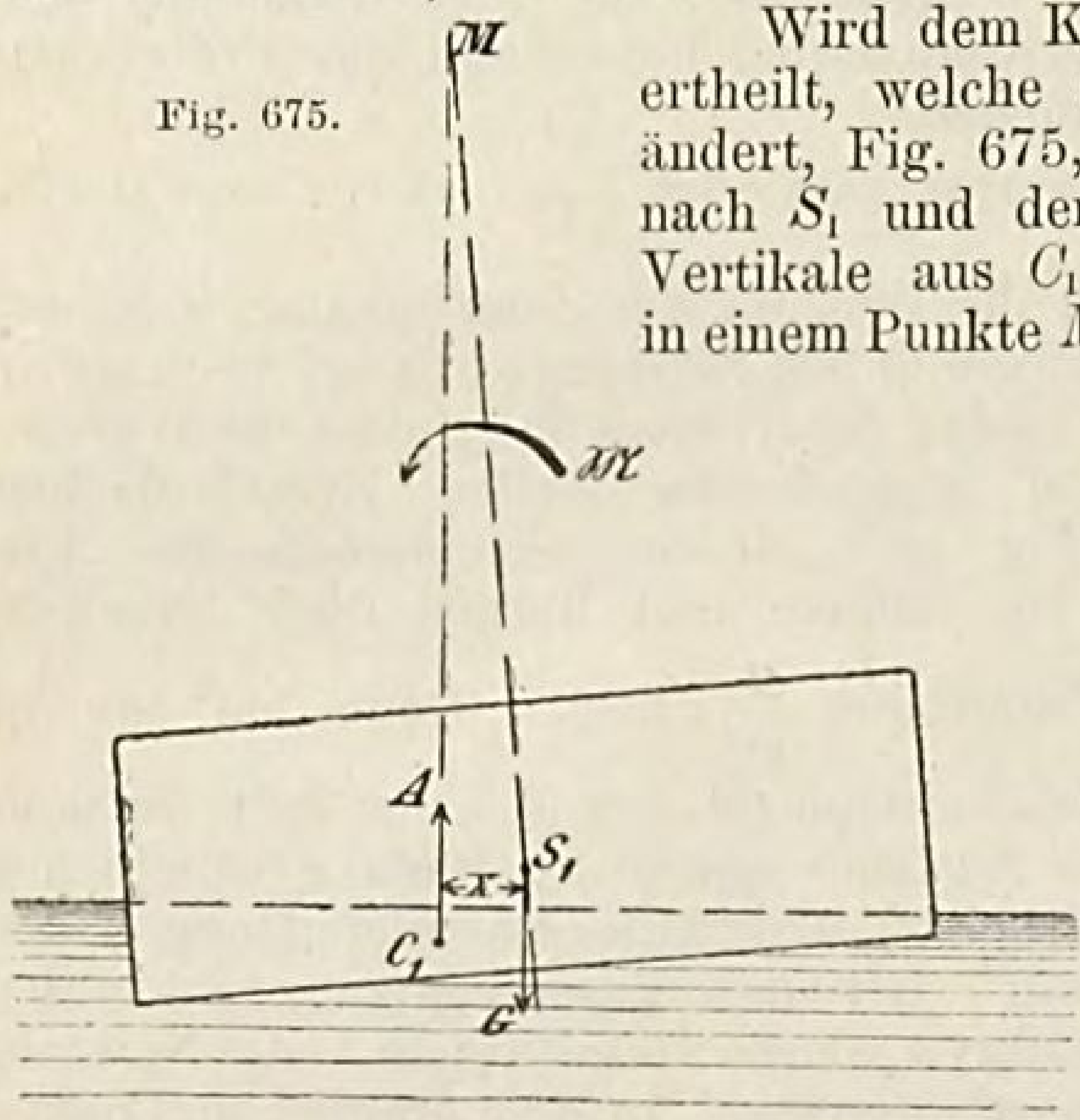
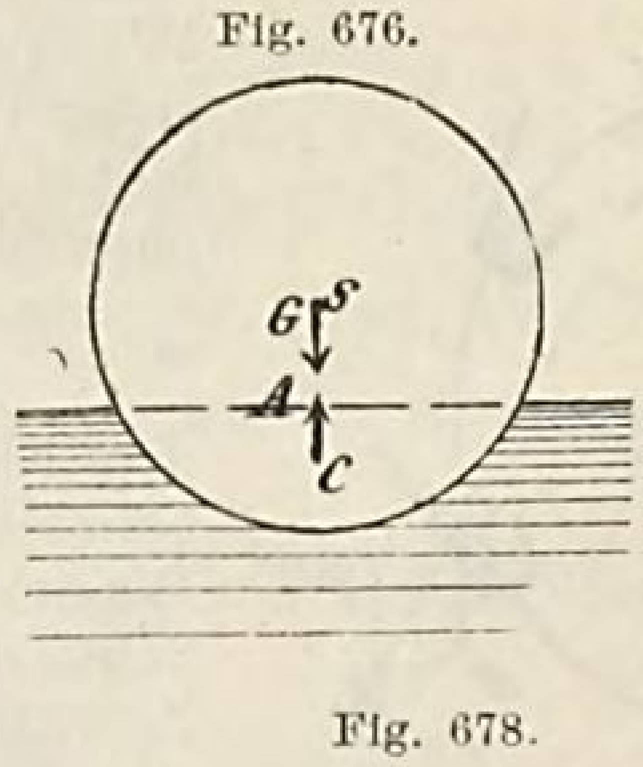


Fig. 676.



Liegt M unter S, so ist sein ursprünglicher Gleichgew.-Zustand ein labiler; er wird weiter umkippen, um in einen stabilen Gleichgew.-Zustand zu gelangen. Fällt endlich M mit S zusammen, so ist der Gleichgew.-Zustand des Körpers ein indifferenter. In letzterm befindet sich z. B. ein auf der Flüssigkeit schwimmender Zylinder oder eine Kugel, Fig. 676.

Fig. 677.

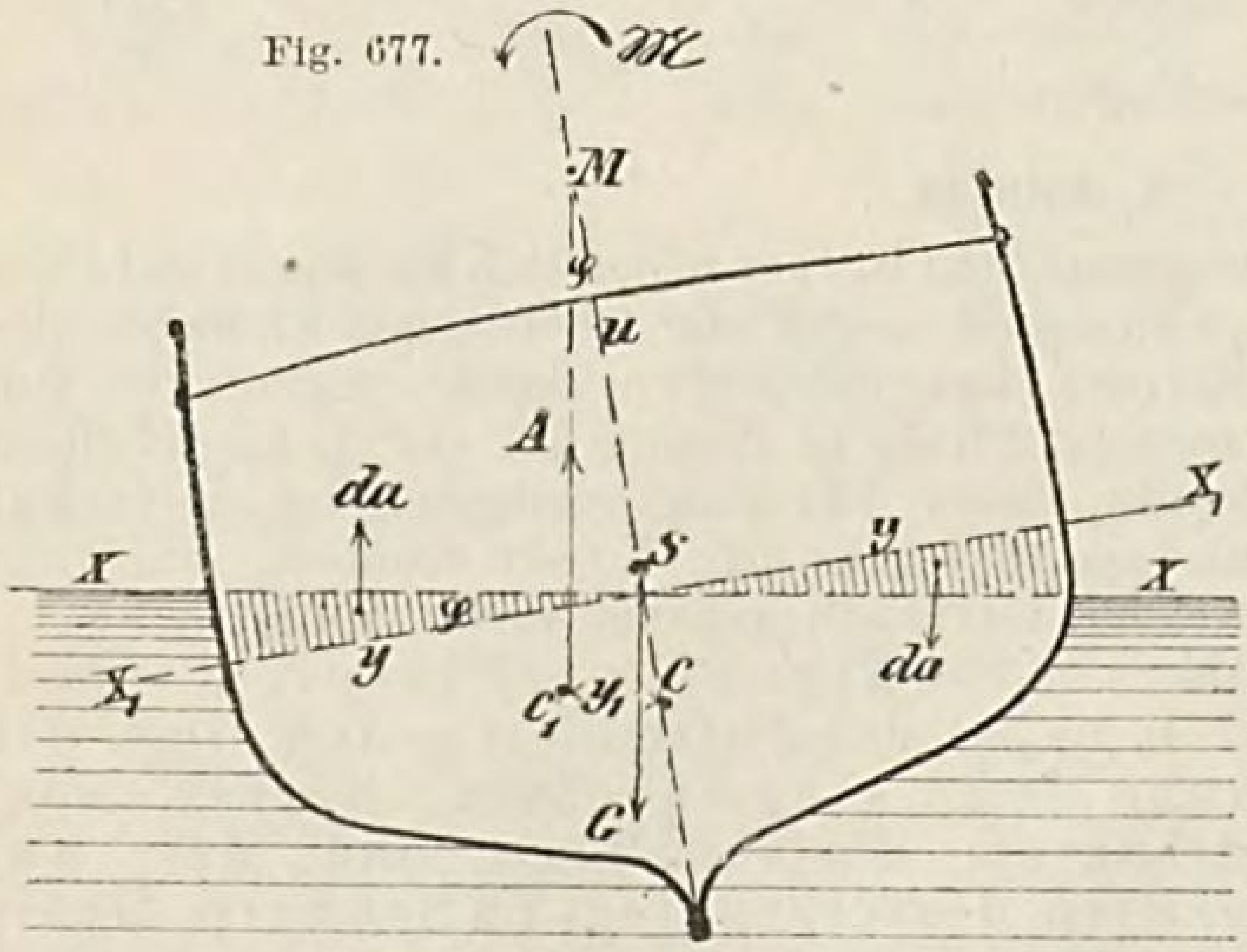
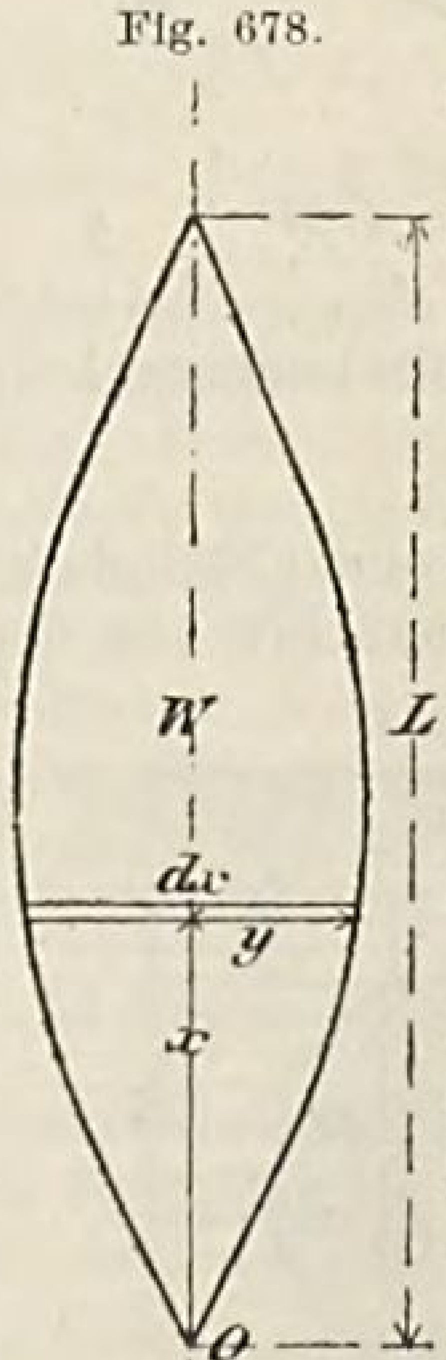


Fig. 678.



Metacentrum. Es seien: MSC, Fig. 677, die Schwimmaxe eines Schiffsquerschn., der im Abstande x vom Vordersteven liegt; $2y$ die Breite des Querschn. in der Wasserlinie; L die Länge des Schiffs in der Wasserlinie, Fig. 678, und $X_1 X_1$ die

Lage der Schwimmfläche, wenn die Schwimmaxe vertikal steht; hierbei sei C der Angriffsp. des Auftriebs $A = \gamma V$, unter V das Deplacement des Schiffes verstanden. ($\gamma = 1000$ kg für Flusswasser und $= 1026$ kg für Seewasser.) Wird nun der Schiffskörper durch ein Mom. $\mathfrak{M}$ um den Winkel φ gedreht, so dass die Schwimmfläche nach $X_1 X_1$ kommt, so verlegt sich der Angriffsp. des Auftriebs nach C_1. Für kleine Werthe von φ ist: $A y_1 = \int \frac{4}{3} y\, da$, worin: $da = \gamma \frac{y^2}{2} \varphi\, dx$. Ferner ist d. Abstand d. Metacentrums (M) vom Deplacem. Schwerp. (C): $MC = \frac{y_1}{\varphi}$, folglich: (29)

$$MC = \frac{\frac{2}{3} \int_0^L y^3\, dx}{V}$$

und: $\mathfrak{M} = \gamma V u \varphi$, worin: $u = MC - CS$ (30). Der Zähler im Ausdruck für MC ist das Trägheitsmom. des Areals der sogen. Konstruktions-Wasserlinie, bezogen auf die Mittellinie derselben. Die Stabilität ist also um so grösser, je grösser dieses Trägheitsmom. im Vergleich zum Deplacement, d. h. je schärfer das Schiff gebaut und je kleiner CS ist, d. h. je tiefer der Schwerp. des Schiffskörpers liegt.

k. Dichte; spezifisches Gewicht.

Das Verhältniss des Gew. eines (festen oder flüssigen) Körpers zu dem Gewicht eines gleich grossen Volumens Wasser nennt man die Dichtigkeit oder Dichte δ des Körpers bezogen auf Wasser $= 1$. Das spezif. Gew. γ des Körpers (Gew. von 1 cbm) ist: $\gamma = 1000\, \delta$.

Ermittelung der Dichtigkeit fester und flüssiger Körper mittels der Aräometer oder Senkwaagen. Man unterscheidet Gewicht-Aräometer, (Nicholson'sche Senkwagen) und Skalen-Aräometer; letztere dienen vorzugsweise zur Bestimmung der Dichte von Flüssigkeiten.

Alle Aräometer sind Schwimmkörper von grosser Stabilität, bei denen also der Schwerp. möglichst tief unter dem Angriffsp. des Auftriebs liegt.

Das Eintauchen des Gewicht-Aräometers, Fig. 679, bis zu einer bestimmten Marke 0 wird durch Auflegen eines bestimmten Gewichts Q_0 auf die obere flache Schale bewirkt. Bringt man nun den zu untersuchenden Körper G auf diese Schale, so wird nur noch ein Gewicht q ebendaselbst hinzu zu fügen sein, um das Aräometer wieder bis zur Marke 0 eintauchen zu lassen. Demnach ist: $G = Q_0 - q$.

Fig. 679.

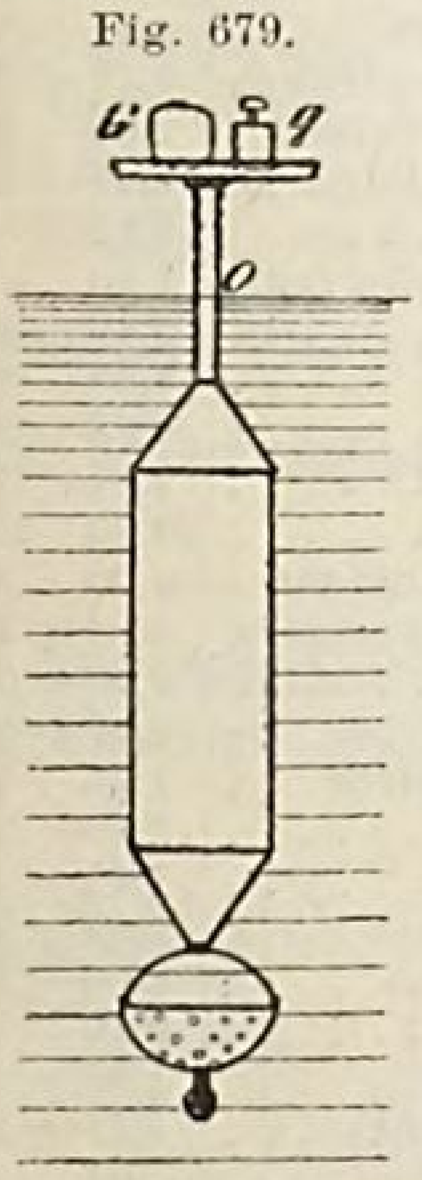
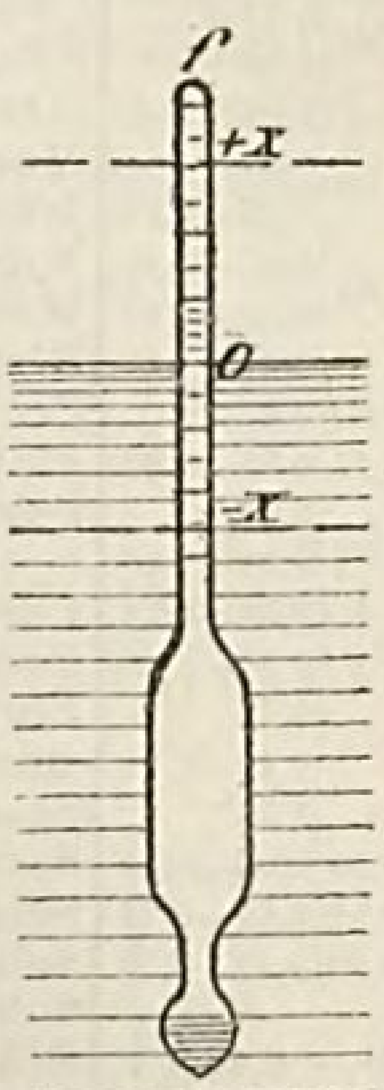


Fig. 680.



Zu demselben Zweck ist ein Gewicht Q auf die Schale zu setzen, wenn G in das untere Schälchen gelegt wird. Das Gewicht des durch G verdrängten Wassers ist demnach $= Q - q$, und dem zufolge: $\delta = \frac{Q_0 - q}{Q - q}$. (31)

Beispiel. Es sei $Q_0 = 100$ g; $q = 30$ g, also das Gewicht eines aufgelegten Stückes Kupfer: $G = 70$ g, ferner: $Q = 37{,}85$ g, so wird:

$$\delta = \frac{100 - 30}{37{,}85 - 30} = \frac{70}{7{,}85} = 8{,}917.$$

Bei d. Skalen-Aräometern, Fig. 680, liegt der Nullp., bis zu welchem dieselben eintauchen, etwa in der Mitte des obern dünnen Halses vom Querschn. f; das Gew. des hierbei verdrängten Wasservolumens V ist $=$ dem Gew. G_0 des Aräometers, also $G_0 = \gamma_0 V$. Sinkt nun das Aräometer in einer spezif. leichtern Flüssigkeit bis zum Theilstrich $+ x$ der Skala ein, so ist wieder das Gewicht des verdrängten Flüssigkeits-Volumens $= G_0$, also: $G_0 = \gamma\,(V + xf)$, folglich ist:

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = \delta = \frac{1}{1 + \frac{f}{V}} = \frac{1}{1 + \mu x}. \qquad 32)$$

Sinkt andererseits das Aräometer in einer spezif. schwereren Flüssigkeit bis zum Theilstrich $- x$, so ergiebt sich analog die Dichtigkeit derselben:

$$\delta = \frac{1}{1 - \mu x} \qquad (32\text{a}).$$

Der Koeffiz. μ ist durch Versuche zu bestimmen und hiernach die Skala einzurichten. Die Skalen-Aräometer werden in der Praxis besonders viel zur raschen Bestimmung und Kontrolirung des spezif. Gewichts bestimmter Flüssigkeiten (Zuckerlösungen, Rübensaft, Alkohol, Milch, Bier u. a. m.) gebraucht und sind alsdann deren Skalen dem speziellen Zwecke entsprechend eingetheilt.

Ausser den Aräometern dient zur Bestimmung der Dichte auch die sogen. hydrostatische Waage, eine empfindliche Waage, welche gewöhnlich mit gleich langen Hebelarmen ausgeführt wird. Hat der auf seine Dichte zu untersuchende Körper das Gewicht Q bei dem Volumen V und ergiebt sich, wenn derselbe, ohne die Waage ins Wasser eintauchend, abermals gewogen wird, sein Gewicht $= q$, so ist: $Q = \gamma V$; $Q - q = \gamma_0 V$ und mithin: $\gamma : \gamma_0 = Q : (Q - q) = \delta$.

Die Bestimmung der Dichte fein pulverisirter Körper bietet Schwierigkeiten, weil die Bestimmung des Körpervolumens — bezw. der von dem Körper verdrängten Feuchtigkeitsmenge — eine nicht leicht zu lösende Aufgabe ist.

Für letztern Zweck hat Schumann das sogen. „Volumenometer" angegeben, welches aus einer Glasröhre mit genau zylindrischer Höhlung und einer am untern Ende angesetzten Hohlkugel besteht; die Röhre trägt eine Skala, welche oberhalb der Kugel mit 0 beginnt und von hieraus fortschreitend 0,01 ccm angiebt.

Wird der Behälter bis zum Nullpunkte der Skala mit Flüssigkeit gefüllt und sodann eine genau bestimmte Gewichtsmenge G des pulverförmigen Körpers eingeschüttet, so giebt die Skala direkt das Volumen V des Körpers an, und sein spezif. Gew. wird erhalten aus dem Ausdruck: $\gamma = G : V$.

Ueber die Konstruktion der Volumenometer von Regnault und von Kopp, mittels welcher das Volumen der Körper durch Verdichten und Verdünnen einer in Glasgefässen eingeschlossenen Luftmenge, in der sich der fragliche Körper befindet, ermittelt wird, vergl. Wüllner; Experimental-Physik, Bd. I.

Tabelle 1. **Dichte fester Körper (ohne Zwischenräume).** Bezogen auf Wasser bei 4° C. = 1.

Alabaster	2,70	Harz, Fichten-	1,07		Lava	2,76
Alaun	1,70— 1,80	Holz	grün.	lufttrock.	Lehm	1,50— 2,80
Alaunschiefer	2,30— 2,60	Ahorn	0,90	0,70	Marmor	2,52— 2,85
Aluminium	2,50— 2,70	Birke	0,90	0,70	Mauerwerk	
Anthrazit	1,30— 1,70	Buche, Roth-	0,97	0,75	von Bruchstein	2,40— 2,46
Antimon	6,60— 6,70	„ Weiss-	1,00	0,72	von Sandstein	2,05— 2,12
Arsenik	5,60— 5,90	Buchsbaum	1,00	0,97	von Ziegeln	1,47— 1,70
Asbest	2,10— 2,80	Ceder	—	0,57	Meersalz	2,21
Asphalt	2,00— 2,20	Ebenholz	—	1,19—1,21	Menschliche Leib	1,10
Basalt	2,70— 3,20	Eiche	1,03	0,62—0,85	Mergel	2,40— 2,60
Bimstein	0,90— 1,60	Erle	0,90	0,50—0,60	Messing	8,40— 8,70
Blei	11,35—11,37	Esche	0,85	0,64	Nickel	8,28— 9,26
Bleiglätte	8,00— 9,50	Fichte	0,80—0,92	0,47	Pech	1,07— 1,15
Bleiglanz	7,40— 7,60	Kiefer	0,86—0,91	0,55—0,62	Platin	20,90—21,70
Braunkohle	1,20— 1,50	Kork	—	0,24	Portlandzement	3,00— 3,15
Bronze	8,30— 8,60	Lärche	0,83	0,52—0,59	(—)Romanzement	unter 3,0
Diamant	3,50	Linde	0,82	0,56—0,59	Porphyr	2,40— 2,80
Eis (bei 0°)	0,91— 0,93	Mahagoni	—	0,56—1,06	Porzellan	2,40— 2,50
Eisen, Schmiede-	7,60— 7,79	Nussbaum	0,88	0,66	Porzellanerde	1,15— 1,20
„ Guss-	7,00— 7,50	Pappel	0,77	0,40—0,50	Quarz	2,50— 2,80
„ -Draht	7,60— 7,80	Pockholz(Guajak)	—	1,33	Sand	1,40— 1,90
Elfenbein	1,80— 1,92	Tanne	0,80—0,90	0,50—0,60	Sandstein	1,90— 2,70
Erde	1,35— 2,40	Ulme	0,93—0,99	0,66—0,74	Schiefer	2,60— 2,70
Feldspath	2,60	Weide	0,76—0,99	0,42—0,58	Schnee	0,10
Feldstein im Mittel	2,50	Holzkohle			Schwefel	1,96— 2,07
Fett im Mittel	0,93	von Nadelholz	0,28— 0,40		Schwerspath	4,48— 4,72
Feuerstein	2,60	von hartem Holz	0,47		Serpentin	2,55
Galmei	3,38	von Eichenholz	0,57		Silber, gegossen	10,10—10,47
Gips, gegossen	0,97	Kalk, gebrannt	2,30— 3,18		„ gehämmert	10,51—10,62
Glas, Fenster- (i. M.)	2,60	„ ungebrannt	2,40— 2,80		Stahl, Cement-	7,26— 7,80
„ Flint-	3,20— 3,80	Kalkmörtel	1,60— 1,80		Stahl, Frisch-	7,50— 7,80
„ Crown-	2,45— 2,65	Kalkspath	2,70		„ Guss-	7,80— 7,90
„ Kristall-	2,89	Kautschuk	0,93		Steinkohlen	1,20— 1,50
„ Spiegel-	2,46	Kiesel	2,30— 2,70		Talkerde	2,35
Glockenmetall	8,80	Knochen	1,60		Thon	1,80— 2,63
Gneis	2,40— 2,70	Koke	1,40		Wachs	0,96
Gold, gediegen	18,60—19,10	Kochsalz	2,10— 2,20		Wismuth	9,80
„ gehämmert	19,30	Kreide	1,80— 2,66		Ziegel	1,40— 2,20
„ geschmolzen	19,25	Kupfer, gegossen	8,60— 8,90		Zink, gegossen	6,86
Granit	2,50— 3,00	„ gehämmert }	8,80— 9,00		„ gewalzt	7,20
Graphit	1,80— 2,30	„ gewalzt }			Zinn	7,18— 7,30
Gutta percha	0,96— 0,98	Kupfer-Draht	8,80— 9,00		Zinnober	8,10

Tabelle 2. **Dichte von Flüssigkeiten**. Bezogen auf Wasser bei 4° C. = 1.

Aether	0,736	Leinöl bei 12° C.	0,940	Salzsäure bei 15° C.	1,192
Alkohol abs. bei 20° C.	0,792	Meerwasser	1,02 – 1,04	Schwefelsäure engl.	1,843
„ bei grösster Dichte	0,927	Milch	1,02 – 1,04	„ Nordhäuser	1,90
Bier	1,023 – 1,034	Olivenöl bei 15° C.	0,915 – 0,918	Terpentinöl	0,869
Glyzerin	1,26	Quecksilber b. 0° C.	13,59593	Weine, Rhein-	0,992 – 1,002
Kochsalzlauge, gesättigt bei 18° C.	1,208	Rüböl bei 15° C.	0,913	„ französ.	0,991 – 0,994
		Steinöl bei 24° C.	0,798		
		Salpetersäure bei 12° C.	1,522		

II. Dynamik.

a. Allgemeines.

Bei der Untersuchung des Bewegungs-Zustandes tropfb. flüssiger Körper sind folgende Voraussetzungen zu machen:

1. Der Wasser-Strom ist entweder allseitig oder zum Theil von festen Wänden umschlossen, deren Form für die Bewegungsbahn massgebend ist. Fehlt diese Umschliessung, wie z. B. bei frei fliessenden Wasserstrahlen, so lassen sich die Bewegungs-Gesetze für irgend einen Strahltheil, mit Ausnahme desjenigen an der Ausflussöffnung selbst, rechnungsmässig nur unter bestimmten beschränkenden Voraussetzungen verfolgen.

2. Die Aenderung der Querschn. des Wasser-Stroms ist stets eine allmälige, wobei dieselbe rasch oder langsam stattfinden kann. Wird diese Bedingung durch die Form der den Wasser-Strom einschliessenden Wandungen nicht erfüllt, sondern kommen in der Leitung plötzliche Querschn.-Aenderungen vor, so vollzieht sich die allmälige Querschn.-Aenderung des Wasser-Stroms dadurch von selbst, dass die in den vorhandenen Ecken befindlichen Wassermengen nur Wirbel-Bewegungen ausführen, wobei aber nicht ausgeschlossen ist, dass zwischen den in den Ecken wirbelnden Wasser-Elementen und den an der strömenden Bewegung Theil nehmenden ein stetiger Austausch stattfindet.

3. An allen Punkten jedes Querschn. des Wasser-Stroms findet gegenseitige Berührung der Wasser-Elemente statt, so dass also an keinem Punkte die Stetigkeit des Wasser-Stroms unterbrochen ist.

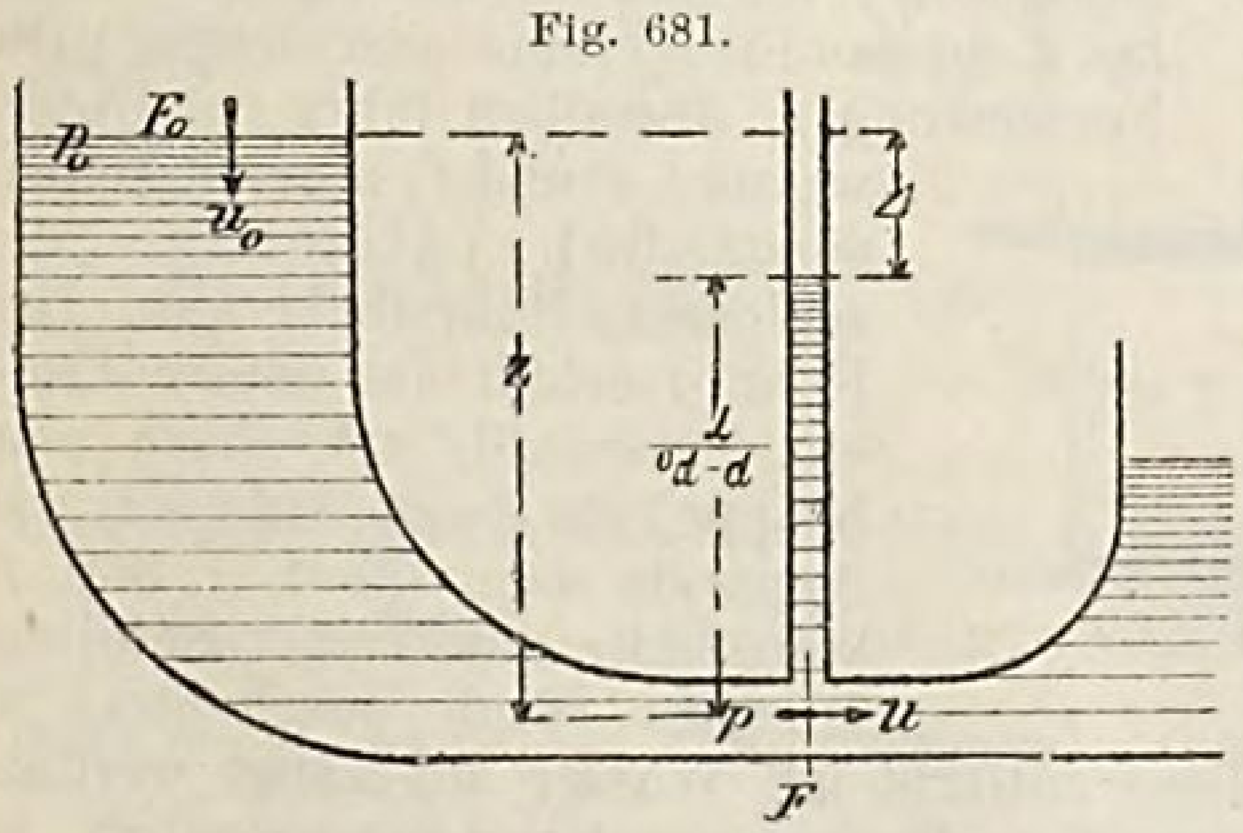
Bezeichnet u die in sämmtlichen Punkten eines Querschn. F gleich grosse normal zu F gerichtete Geschw. der Wassertheilchen — oder den mittleren Werth der Geschw. in den einzelnen Punkten — G das Gew. der in 1 Sek. durch F fliessenden Wassermenge, $v = \frac{1}{\gamma}$ deren spezif. Volumen (Volumen von 1 kg), so ist, unter Voraussetzung des Beharrungs-Zustandes, die Stetigkeits-Gleichg.:

$$F u = G v. \qquad (1)$$

b. Hydraulischer Druck.

Die spezif. Pressung p in irgend einem Punkte einer in Bewegung befindlichen Wassermenge heisst der hydraulische Druck in diesem Punkte. Wirkt auf die Massentheilchen der bewegten Wassermenge nur die Schwerkraft, so ist (abgesehen von dem Auftreten von Stosswirkungen in Folge plötzlicher Geschw.-Aenderungen) der hydraulische Druck stets kleiner, als der hydrostatische, der an demselben Punkte auftreten würde. Und zwar ist die Pressungs-Höhe $= \frac{p}{\gamma}$, die dem hydraul. Druck p entspricht, an einem Punkte in der Tiefe z unter dem Oberwasser-Spiegel, Fig. 681, woselbst die Wassertheilchen mit der Geschw. u den Querschn. F durchfliessen, während sie im Wasserspiegel die Geschw. u_0 besitzen:

Fig. 681.



$$\frac{p}{\gamma} = z + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{u_0^2}{2g} - \frac{u^2}{2g} - B \qquad (2)$$

unter B die Summe der Widerstandshöhen für die Bewegung der Wassertheilchen vom Wasserspiegel bis zum Querschn. F verstanden.

Wenn man die Gleichg. (2) wie folgt ordnet:

$$\frac{u^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} = \frac{u_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + z - B$$

so drückt dieselbe den Satz aus:

Geschwindigkeitshöhe + Pressungshöhe an irgend einem Punkte eines stetigen Wasser-Stroms ist = Geschwindigk.-Höhe + Pressungshöhe an einem höher gelegenen Punkte + Druckhöhe — Widerstandshöhe.

Die Abhängigkeit zwischen u und u_0 ergiebt sich aus der Stetigkeits-Gleich.:

$$G v = F u = F_0 u_0, \text{ zu: } \frac{u}{u_0} = \frac{F_0}{F} \tag{3}$$

Bringt man bei F ein vertikales Rohr an, dessen Einmündung rechtwinklig zur Richtung von u steht, so wird in demselben das Wasser bis zur Höhe $\frac{p - p_0}{\gamma}$ steigen. Ein solches Rohr heisst Piëzometer. Kennt man also die Druckhöhe z und ermittelt durch Messung die Höhendifferenz Δ zwischen dem Wasserspiegel im Piëzometer und dem Oberwasserspiegel, so ist der hydraul. Druck oder die spezif. Pressung p an dem betr. Punkte des Querschn.: $p = \gamma (z - \Delta) + p_0$. (4) Unter Umständen kann die spezif. Pressung p kleiner sein als die atmosph. Pressung p_0 und es kann alsdann der mit der zugehörigen Geschw. u fliessende Wasser-Strom dazu benutzt werden, eine von einem tiefer liegenden Wasserspiegel herauf geleitete Wassermenge zu heben, wie auch anderweite mechanische Arbeit zu verrichten. Derartige Einrichtungen heissen Strahlapparate und in dem besondern Falle, dass sie zur Förderung von Wasser benutzt werden, Wasserstrahlpumpen. Die allgemeine Form des Apparats wird durch Fig. 682 dargestellt, eine besondere durch Fig. 683. Letztere Ausbildungsweise (von Nagel angegeben) ist für den Fall geeignet, dass das an einem Freigerinne etc., von welchem f das letzte Stück bildet, zur Verfügung stehende Wasser zum Schöpfen aus einer benachbart liegenden Baugrube benutzt werden soll*); in der Figur bezeichnet g das dahin führende Saugerohr, welches an der engsten Stelle bei K an das Freigerinne anschliesst. Die Fortsetzung f_1 desselben führt ins Unterwasser. f und f_1 müssen selbstverständlich allseitig geschlossene Rohrstücke sein. Das Rohr g erhält am untern Ende ein Fussventil, am obern eine Klappe, die beim Anlassen des Apparats dazu dient, f und f_1 vollständig mit Wasser zu füllen. Ist dies vorab geschehen, so wird aus G zunächst Luft und, wenn diese entfernt ist, Wasser angesaugt werden.

Fig. 682.

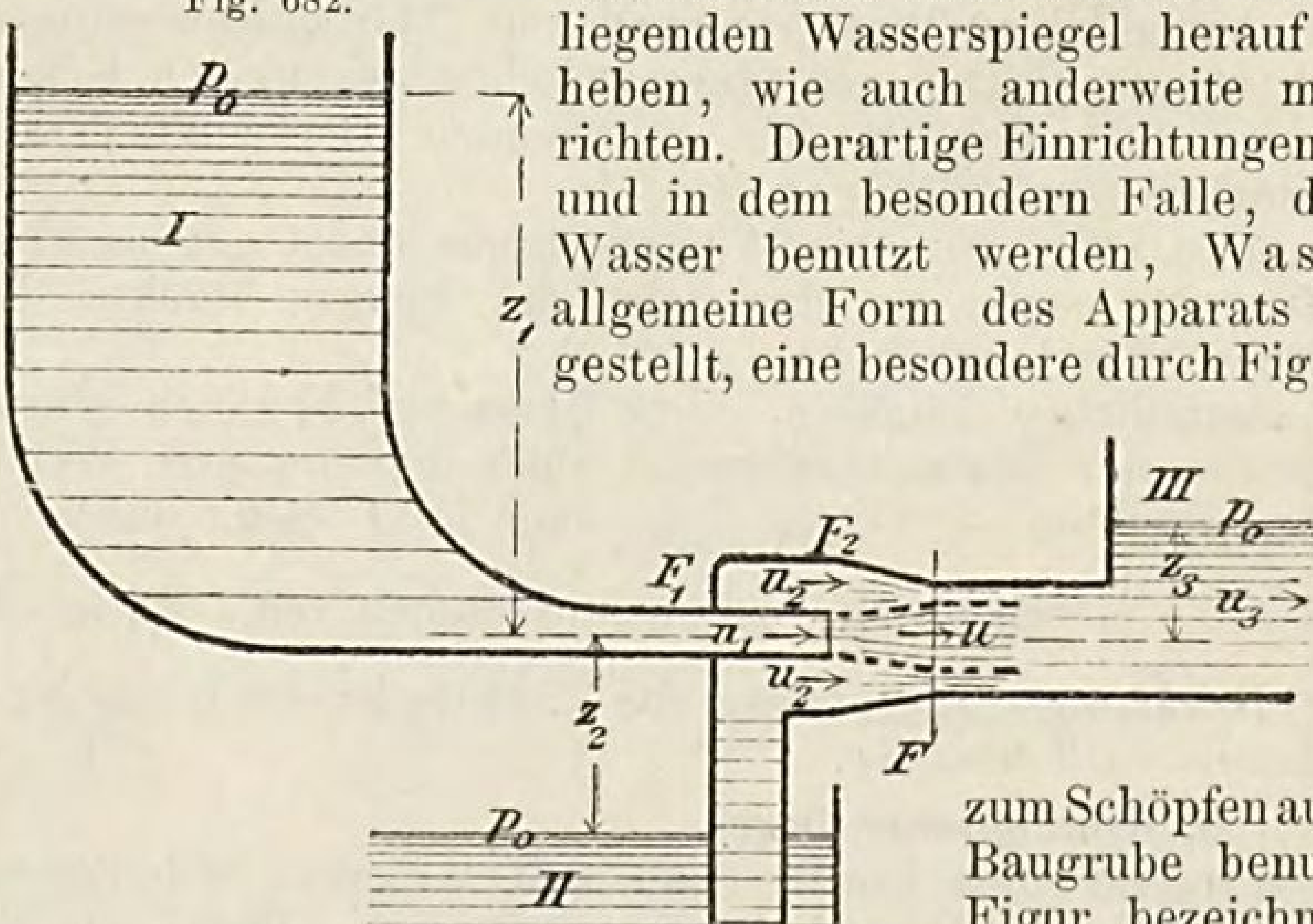
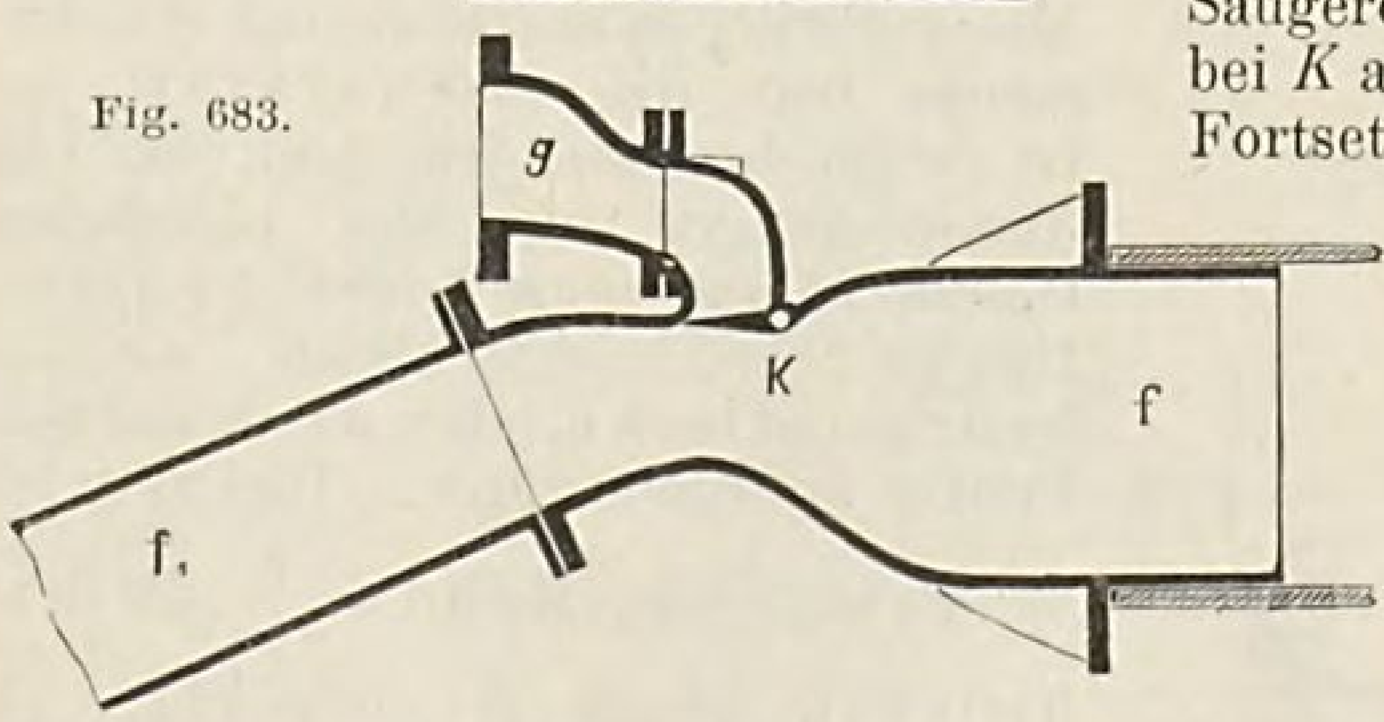


Fig. 683.



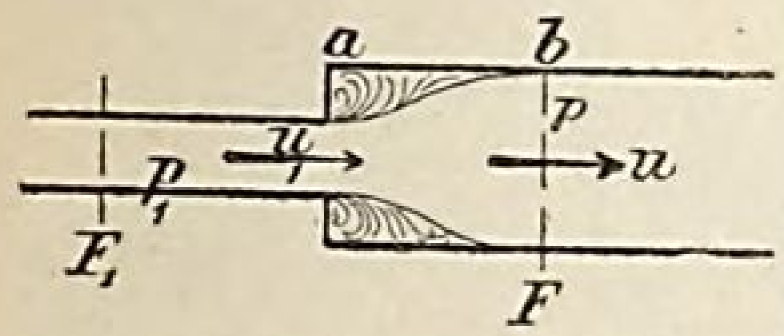
Zur Untersuchung der hier auftretenden Bewegungs-Erscheinungen ist es zweckmässig, vorab den durch eine plötzliche Querschn.-Vergrösserung

*) Zeitschr. d. Archit.- u. Ingen.-V. f. Hannover 1873.

in einer Rohrleitung hervor gerufenen Arbeitsverlust, sowie denjenigen Arbeitsverlust zu untersuchen, welcher bei der Vereinigung zweier Flüssigkeits-Ströme entsteht.*)

Der aus dem engern Rohr F_1, Fig. 684, mit der Geschw. u_1 u. d. spezif. Pressung p_1 austretende Strahl breitet sich im Rohr F allmälig aus und nimmt im Querschn. b die Geschw. u und die spezif. Pressung p an. Zwischen a und b finden in der ausserhalb des Strahls sich ansammelnden Wassermenge nur unregelmässige Wirbelbewegungen statt, so dass die im Strahlquerschn. bei a vorhandene Pressung p_1 als über den ganzen Rohrquerschn. F daselbst ausgedehnt angenommen werden muss. Bezeichnet nun t die Zeit, während welcher die Wassertheilchen des Strahls von a nach b gelangen, so ist nach einem allgem. Satze der Mechanik:

Fig. 684.



$$(p_1 - p)\, F t = m\,(u - u_1).$$

Bezeichnet nun G das konstante, in 1 Sek. durch jeden Querschn. fliessende Wassergewicht, so ist: $m = \frac{G t}{g} = \gamma \frac{F u t}{g}$, mithin: $\frac{p - p_1}{\gamma} = \frac{u\,(u_1 - u)}{g}$.

Nach Gleichg. (2) ist ferner (da $z = 0$): $\frac{p - p_1}{\gamma} = \frac{u_1^2 - u^2}{2g} + B$, folglich die dem Arbeitsverlust entsprechende Druckhöhe:
$$B = \frac{(u_1 - u)^2}{2g} = \zeta \frac{u^2}{2g} \quad (5)$$
und der Widerstandskoeffiz.:
$$\zeta = \left(\frac{u_1}{u} - 1\right)^2 = \left(\frac{F}{F_1} - 1\right)^2. \quad (6)$$

Für die Vereinigung zweier Flüssigkeits-Ströme, Fig. 682, sei:
$$G_1 = \gamma F_1 u_1;\quad G_2 = \gamma F_2 u_2;\quad G = G_1 + G_2 = \gamma F u. \quad (7)$$

An der Mündung von F_1 ist die spezif. Pressung p_1 in beiden Flüssigkeits-Strömen gleich gross. Im Querschn. F, wo beide Ströme dieselbe Geschw. u erlangt haben, sei die Pressung $= p$; dann ergiebt sich mit Anwendung derselben Grundsätze wie oben:
$$\frac{p - p_1}{\gamma} = \frac{G_1}{G}\frac{u\,(u_1 - u)}{g} + \frac{G_2}{G}\frac{u\,(u_2 - u)}{g} \quad (8)$$
und die hierbei verlorene, d. h. in Wärme umgesetzte Arbeit in $^{\text{mkg}}$:
$$B = G_1 \frac{(u_1 - u)^2}{2g} + G_2 \frac{(u_2 - u)^2}{2g} \quad (9)$$

Ferner ergiebt sich für die Bewegung des Wassers von I nach F_1:
$$\frac{u_1^2}{2g} = \frac{1}{1 + \zeta_1}\left(z_1 + \frac{p_0 - p_1}{\gamma}\right). \quad (10)$$

Für die Bewegung des Wassers von II nach F_2 wird:
$$\frac{p_0 - p_1}{\gamma} = z_2 + (1 + \zeta_2)\frac{u_2^2}{2g}, \quad (11)$$
folglich:
$$\frac{u_1^2}{2g} = \frac{1}{1 + \zeta_1}\left[z_1 + z_2 + (1 + \zeta_2)\frac{u_2^2}{2g}\right] \quad (12)$$

Aus Gleichg. (8) folgt:
$$\frac{G_1}{G_2} = \frac{u\,(u - u_2) + \frac{g}{\gamma}(p - p_1)}{u\,(u_1 - u) - \frac{g}{\gamma}(p - p_1)} \quad (13)$$
und für die Beweg. des Wassers von F nach III:
$$\frac{p - p_0}{\gamma} = z_3 + \frac{u_3^2 - u^2}{2g} + \zeta_3 \frac{u^2}{2g}. \quad (14)$$

Für praktische Fälle kann gewöhnlich $u_3 = u$ und $z_3 = 0$ gesetzt werden, so dass $\frac{p - p_0}{\gamma} = \zeta_3 \frac{u^2}{2g}$, oder genügend genau: $p = p_0$ (15) gesetzt werden darf.

Als gegeben sind anzusehen: G_2, z_2 und z_1. Nimmt man nun u_2 an, so ergiebt sich aus Gleichg. (11): $\frac{p_0 - p_1}{\gamma}$ und aus (12) u_1.

*) Grashof. A. a. O. Bd. I, S. 418 — 425.

In Gleichg. (13) erscheint $\frac{G_1}{G_2}$ als Funktion von u und man erhält auf bekannte Weise denjenigen u-Werth, für welchen $\frac{G_1}{G_2}$ ein Minimum wird, aus:

$$\frac{u^2}{2g} = \frac{1}{2} \frac{p - p_1}{\gamma} \quad (16) \quad \text{und damit:} \quad \frac{G_1}{G_2} = \frac{2u - u_2}{u_1 - 2u}. \quad (17)$$

Da $\frac{p - p_1}{\gamma} = \frac{p_0 - p_1}{\gamma}$ gesetzt werden darf, so wird:

$$\frac{u^2}{2g} = \frac{1}{2} z_2 + \frac{1}{2} (1 + \zeta_2) \frac{u_2^2}{2g}. \quad (18)$$

Endlich ist: $F = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{G}{\gamma u}$; $F_1 = \frac{\pi}{4} d_1^2 = \frac{G_1}{\gamma u_1}$ und $F_2 = \frac{G_2}{\gamma u_2}$. (19)

Der Wirkungsgrad des Apparats ist: $\eta = \frac{G_2 z_2}{G_1 z_1}$. (20)

Beispiel. Es sei: $G_2 = 30\,l = 30$ kg pro Sek.; $z_2 = 3$ m; $z_1 = 12$ m; $u_2 = 1{,}4$ m, also: $\frac{u_2^2}{2g} = 0{,}1$.

Setzt man der Einfachheit wegen sämmtliche ζ-Werthe $= 0$, so wird: $\frac{p_0 - p_1}{\gamma} = 3{,}1$ m

$\frac{u_1^2}{2g} = 15{,}1$ m also: $u_1 = 17{,}2$ m; $\frac{u^2}{2g} = 1{,}55$, also: $u = 5{,}52$ m, folglich: $\frac{G_1}{G_2} = 1{,}565$.

Also: $G_1 = 46{,}95$ kg und: $G = 76{,}95$ kg.

$F = \frac{76{,}95}{5520} = 0{,}01394$ qm; $d = 0{,}133$ m; $F_1 = \frac{46{,}95}{17200} = 0{,}00273$ qm; $d_1 = 0{,}059$ m und: $F_2 = \frac{30}{1400} = 0{,}02143$ m.

Wird die Mündung des Rohrs d_1 zugeschärft, so ist:

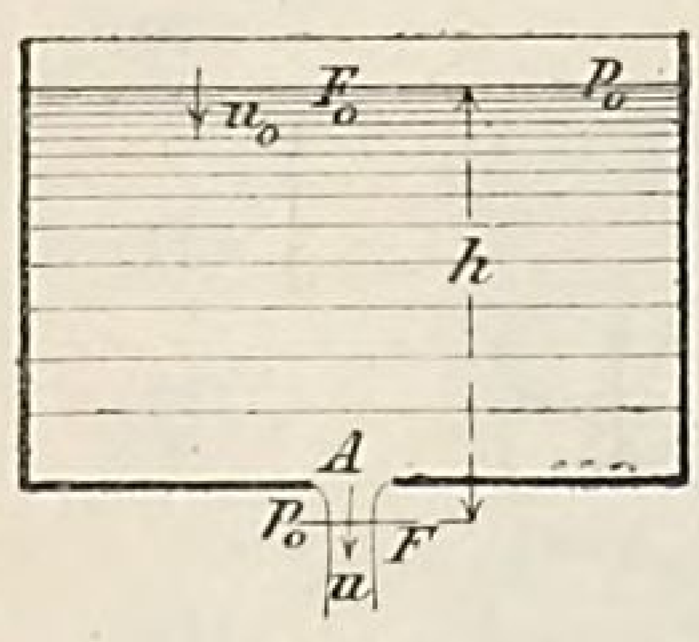
$$D^2 \frac{\pi}{4} = F_1 + F_2 = 0{,}02416 \text{ qm}; \; D = 0{,}175 \text{ m}; \; \eta = \frac{30 \,.\, 3}{46{,}95 \,.\, 12} = 0{,}16, \text{ also sehr gering.*)}$$

c. Ausfluss unter konstantem Druck.

α. Ausfluss durch eine Oeffnung im Gefässboden, Fig. 685.

Ist h die Druckhöhe, gemessen von F_0 bis F_1, u_0 die vertikale Geschw. an der Oberfläche F_0, A der Ausflussquerschn., $F = \alpha A$ der kleinste Querschn. des kontrahirten („eingeschnürten") Strahls, u die mittlere Geschw. der Wassertheilchen in diesem Querschn. oder die wirkliche Ausflussgeschw., so ist:

Fig. 685.



$$\frac{u^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} = \frac{u_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + h - \zeta \frac{u^2}{2g}, \text{ folglich mit: } \frac{1}{1+\zeta} = \varphi^2,$$

$$u = \varphi \sqrt{2gh + u_0^2} \quad (21)$$

und die sekundl. Ausflussmenge:

$$V = Fu = \alpha \varphi A \sqrt{2gh + u_0^2} = \mu A \sqrt{2gh + u_0^2} \quad (22)$$

Setzt man: $V = F_0 u_0$, so wird:

$$V = \mu A \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{\mu A}{F_0}\right)^2}} \quad (23)$$

$$\text{woraus: } u = \frac{V}{\alpha A} = \varphi \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{\mu A}{F_0}\right)^2}}. \quad (24)$$

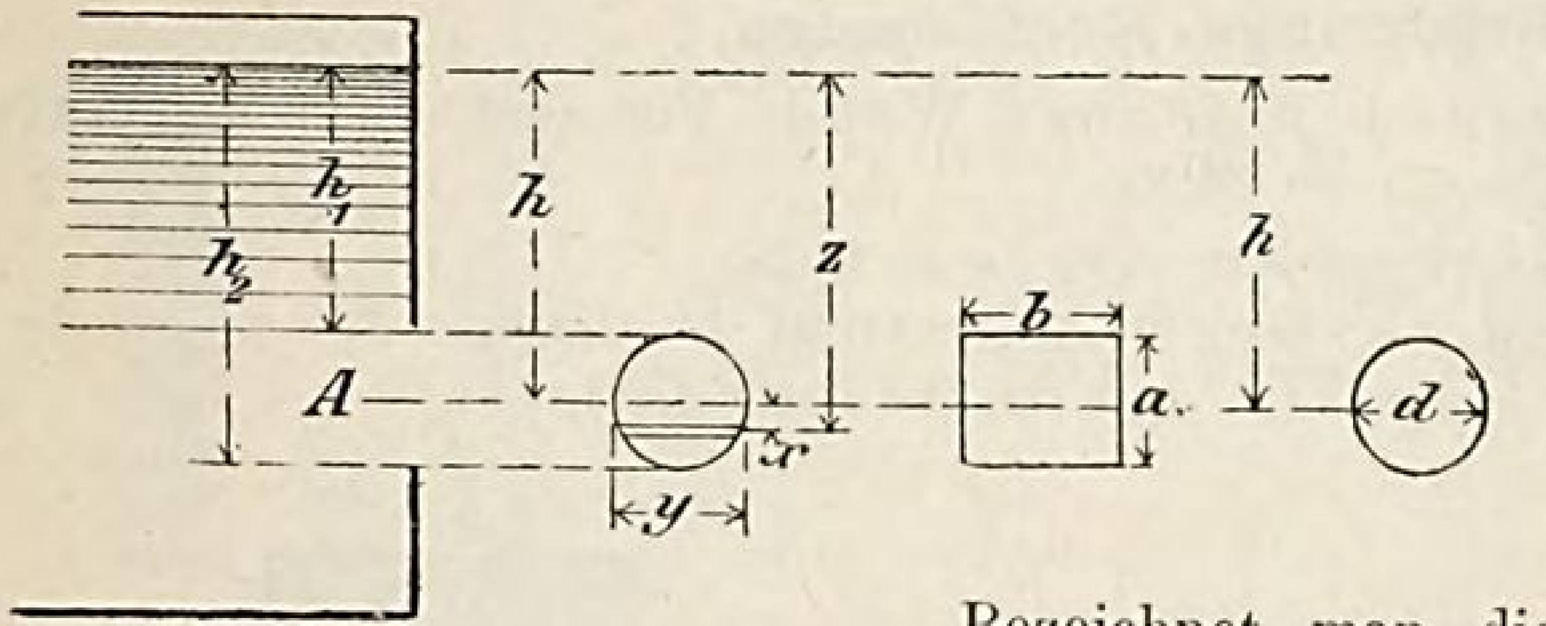
In den meisten Fällen ist A gegen F_0 so klein, dass ohne merklichen Fehler $\left(\frac{\mu A}{F_0}\right)^2$ gegen 1 vernachlässigt werden, also: $u = \varphi \sqrt{2gh}$ (25) und: $V = \mu A \sqrt{2gh}$ (26) gesetzt werden kann.

*) Vergl. auch: A. Ritter. Lehrb. d. Ing.-Mechanik, S. 476—479; und R. Werner; Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing., 1866, S. 121—130.

β. Ausfluss durch eine Oeffnung in vertikaler Seitenwand; Fig. 686.

Die Geschw. in den einzelnen Horizontalschichten des ausfliessenden Wasserstrahls sind verschieden; mit Rücksicht auf die Kontraktion („Einschnürung") des Strahlquerschn. ist:

Fig. 686.



$$u = \varphi \sqrt{2gz} \text{ und:}$$

$$V = \alpha \int_{h_1}^{h_2} y\,dz\,u$$

$$= \mu \sqrt{2g} \int_{h_1}^{h_2} y \sqrt{z}\,dz. \quad (27)$$

Bezeichnet man die Entfernung des Schwerp. der Ausflussöffnung A vom Oberwasser-Spiegel mit h, so ist $z = h + x$, folglich:

$dz = dx$ und: $\sqrt{z} = \sqrt{h}\sqrt{1 + \frac{x}{h}}$ oder annäherungsweise genau:

$$\sqrt{z} = \sqrt{h}\left[1 + \frac{1}{2}\frac{x}{h} - \frac{1}{8}\frac{x^2}{h^2}\right].$$

Setzt man: $y\,dz = dA$, so wird: $V = \mu\sqrt{2gh}\left[A + \frac{1}{2}\int\frac{x\,dA}{h} - \frac{1}{8}\int\frac{x^2\,dA}{h^2}\right]$.

Nun ist: $\int x\,dA = 0$ und: $\int x^2 dA$ das Trägheitsmoment von A, bezogen auf die horizontale Schwerp.-Axe $= A k^2$, folglich: $V = \mu A \sqrt{2gh}\left(1 - \frac{1}{8}\frac{k^2}{h^2}\right)$*) (28)

Die mittlere Ausflussgeschw. ist: $u_m = \frac{V}{\alpha A} = \varphi\sqrt{2gh}\left(1 - \frac{1}{8}\frac{k^2}{h^2}\right)$ (29)

Ist A ein Rechteck der Breite b und der Höhe a und liegt die Seite a vertikal, so wird wegen $A k^2 = \frac{1}{12} b a^3$, also $k^2 = \frac{1}{12} a^2$:

$$V = \mu a b \sqrt{2gh}\left(1 - \frac{1}{96}\frac{a^2}{h^2}\right) \text{ und: } u_m = \varphi\sqrt{2gh}\left(1 - \frac{1}{96}\frac{a^2}{h^2}\right).$$

Ist A ein Kreis vom Durchmesser d, mithin: $k^2 = \frac{1}{16} d^2$, so wird:

$$V = \mu \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2gh}\left(1 - \frac{1}{128}\frac{d^2}{h^2}\right) \text{ und: } u_m = \varphi\sqrt{2gh}\left(1 - \frac{1}{128}\frac{d^2}{h^2}\right).$$

In den meisten Fällen ist a bezw. d gegen h so klein, dass ohne merkbaren Fehler die Klammerwerthe $= 1$ gesetzt werden und für u bezw. V die Gleichg. (25) u. (26) benutzt werden dürfen.

Liegt dagegen die obere Seite des Rechtecks bh im Wasserspiegel, Fig. 687, so ergiebt Gleichg. (27): $V = \frac{2}{3}\mu b h \sqrt{2gh}$. — Ist der Wandeinschnitt ein Trapez der Höhe h und der Seiten b_1 und b_2, so wird: $V = \frac{2}{15}\mu(2b_1 + 3b_2)h\sqrt{2gh}$.

Fig. 687.

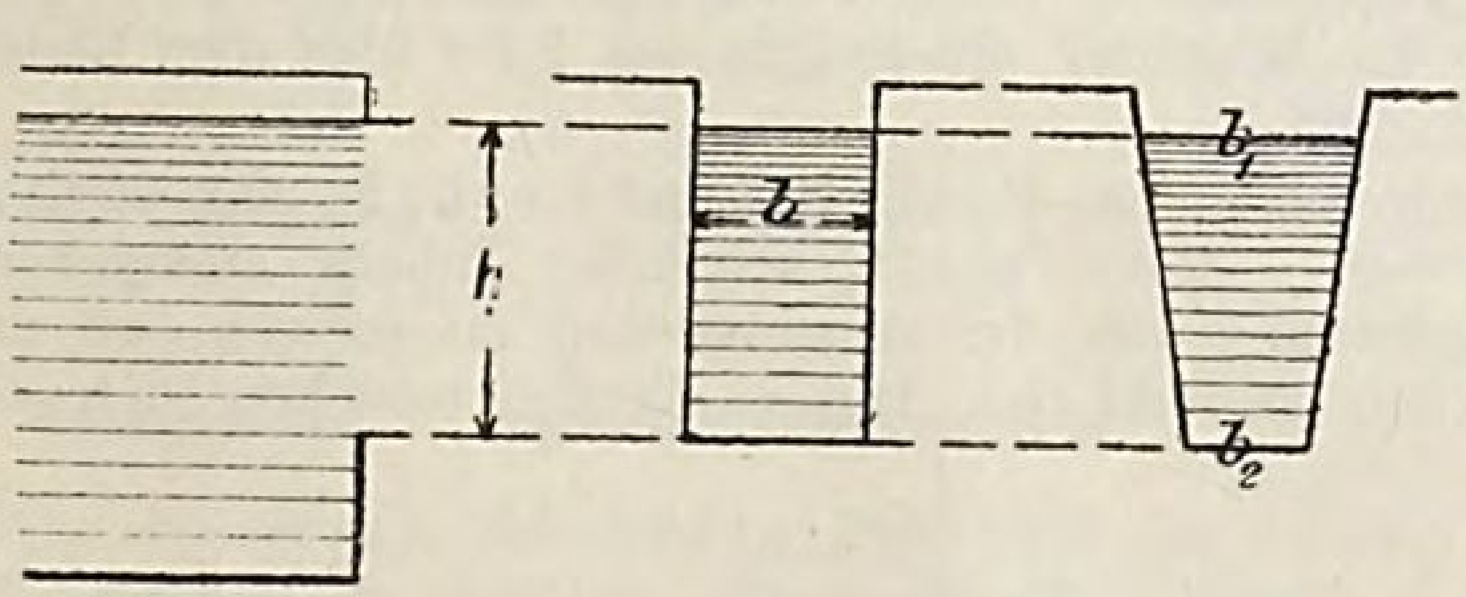
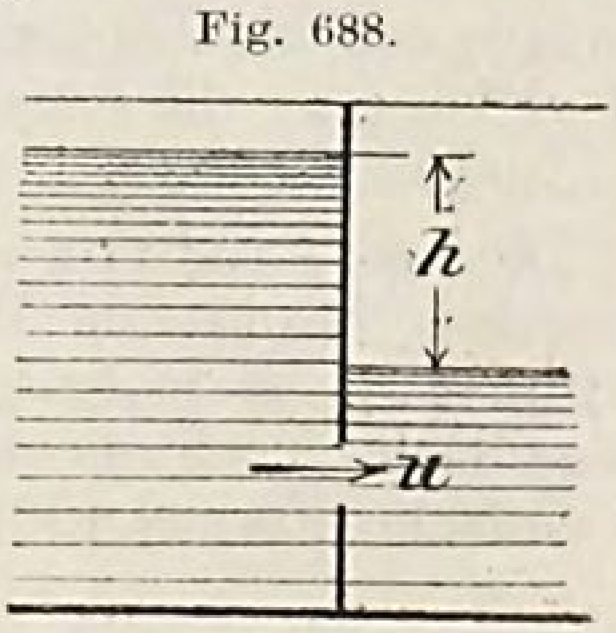


Fig. 688.



Liegt die Ausflussöffnung vollständig unter dem Unterwasserspiegel, Fig. 688, so

*) Grashof. A. a. O., Bd. I, S. 432.

ist die Geschw. in allen Horizontalschichten des ausfliessenden Strahls gleich gross und zwar: $u = \varphi \sqrt{2gh}$. (30) Demnach die Ausflussmenge: $V = \mu A \sqrt{2gh}$. (31)

γ. Erfahrungs-Koeffizienten.

Kreisförmige Mündungen in dünner Wand, Fig. 689. Für normale Einschnürung fand Weisbach im Mittel:

den Einschnürungs-Koeffiz. $\alpha = 0{,}64$,
den Geschwindigk.-Koeffiz. $\varphi = 0{,}97$ bis $0{,}98$,
den Ausfluss-Koeffiz. $\mu = 0{,}621$ bis $0{,}627$*).

Fig. 689.

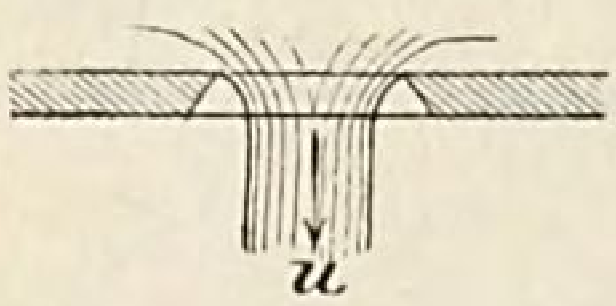


Fig. 690a. und b.

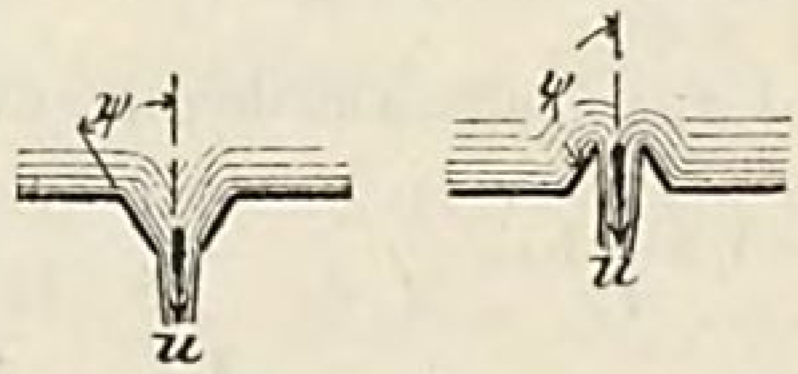
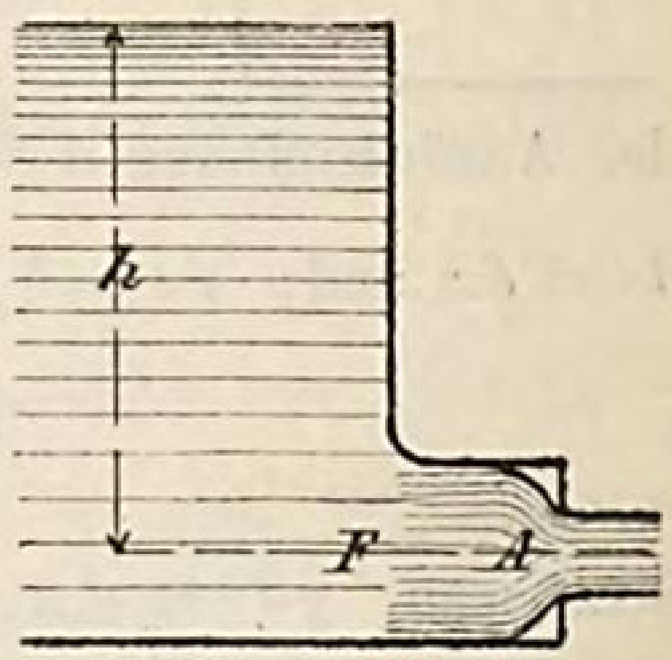


Fig. 691.



Geschwächte bezw. verstärkte Einschnürung tritt dann ein, wenn die Wandfläche rings um die kreisförmige Mündung die in Fig. 690a. und b. angegebene Gestalt hat.

Die von Weisbach ermittelten μ-Werthe sind in folgender Tabelle zusammen gestellt:**)

$\psi = 180^0$	$157\frac{1}{2}{}^0$	135^0	$112\frac{1}{2}{}^0$	90^0	$67\frac{1}{2}{}^0$	45^0	$22\frac{1}{2}{}^0$	$11\frac{1}{4}{}^0$	$5\frac{3}{4}{}^0$	0^0
$\mu = 0{,}541$	0,546	0,577	0,606	0,632	0,684	0,753	0,882	0,924	0,949	0,966

Unvollkommene Einschnürung tritt in dem in Fig. 691 dargestellten Falle ein; dabei ist unter μ_0 der Koeffiz. für normale Einschnürung verstanden,

$$\mu = \mu_0 [1 + 0{,}04564 (14{,}821^n - 1)] \text{ mit } n = \frac{A}{F}.$$

$n = 0{,}05$	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55
$\frac{\mu}{\mu_0} = 1{,}007$	1,014	1,023	1,034	1,045	1,059	1,075	1,092	1,112	1,134	1,161

$n = 0{,}60$	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
$\frac{\mu}{\mu_0} = 1{,}189$	1,223	1,260	1,303	1,351	1,408	1,471	1,546 ***)

δ. Ausfluss durch rechteckige Mündungen in dünner Wand.

Normale Einschnürung findet statt, wenn die seitlichen Begrenzungen der Mündung von den Seitenwänden des Ausfluss-Gefässes wenigstens um $2{,}7\,b$ entfernt sind und gleichzeitig die Unterkante der Mündung mindestens um $2{,}7\,a$ über dem Boden des Ausfluss-Gefässes liegt, Fig. 686.

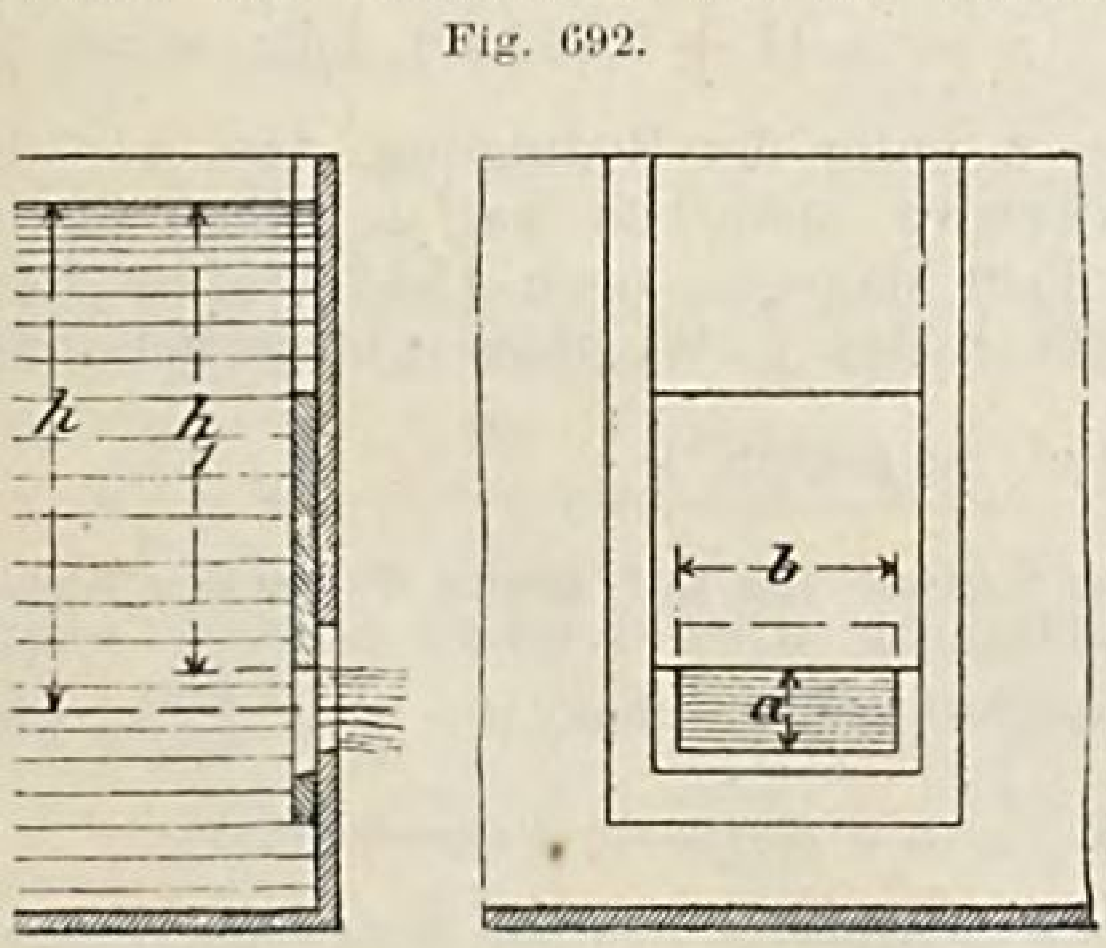
Die von Lesbros aus zahlreichen, von Poncelet und Lesbros angestellten Versuchen, ermittelten Werthe von μ finden sich in folgender Tabelle angegeben; h_1, Fig. 686, ist in einiger Entfernung von der Ausflusswand zu messen, wo die Spiegelfläche noch nicht merklich gesenkt ist. Die μ-Werthe beziehen sich auf die einfache Formel (26).†)

*) Weisbach-Herrmann. A. a. O., Bd. I., S. 970–973. — Grashof. A. a. O., Bd. I., S. 446.
**) Weisbach-Herrmann. A. a. O., S. 985. —
***) Weisbach-Herrmann. A. a. O., S. 989. — Grashof. A. a. O., S. 448.
†) Weisbach-Herrmann. A. a. O., S. 979. — Grashof. A. a. O., S. 450.

h_1	Mündungsbreite $b = 0{,}20$ m						$b = 0{,}60$ m	
	Mündungshöhe a m							
m	0,20	0,10	0,05	0,03	0,02	0,01	0,20	0,02
0,010	—	—	0,607	0,630	0,660	0,701	—	0,644
0,015	—	0,593	0,612	0,632	0,660	0,697	—	0,644
0,020	0,572	0,596	0,615	0,634	0,659	0,694	—	0,643
0,030	0,578	0,600	0,620	0,638	0,659	0,688	0,593	0,642
0,040	0,582	0,603	0,623	0,640	0,658	0,683	0,595	0,642
0,050	0,585	0,605	0,625	0,640	0,658	0,679	0,597	0,641
0,060	0,587	0,607	0,627	0,640	0,657	0,676	0,599	0,641
0,070	0,588	0,609	0,628	0,639	0,656	0,673	0,600	0,640
0,080	0,589	0,610	0,629	0,638	0,656	0,670	0,601	0,640
0,090	0,591	0,610	0,629	0,637	0,655	0,668	0,601	0,639
0,100	0,592	0,611	0,630	0,637	0,654	0,666	0,602	0,639
0,120	0,593	0,612	0,630	0,636	0,653	0,663	0,603	0,638
0,140	0,595	0,613	0,630	0,635	0,651	0,660	0,603	0,637
0,160	0,596	0,614	0,631	0,634	0,650	0,658	0,604	0,637
0,180	0,597	0,615	0,630	0,634	0,649	0,657	0,605	0,636
0,200	0,598	0,615	0,630	0,633	0,648	0,655	0,605	0,635
0,250	0,599	0,616	0,630	0,632	0,646	0,653	0,606	0,634
0,300	0,600	0,616	0,629	0,632	0,644	0,650	0,607	0,633
0,400	0,602	0,617	0,628	0,631	0,642	0,647	0,607	0,631
0,500	0,603	0,617	0,628	0,630	0,640	0,644	0,607	0,630
0,600	0,604	0,617	0,627	0,630	0,638	0,642	0,607	0,629
0,700	0,604	0,616	0,627	0,629	0,637	0,640	0,607	0,628
0,800	0,605	0,616	0,627	0,629	0,636	0,637	0,606	0,628
0,900	0,605	0,615	0,626	0,628	0,634	0,635	0,606	0,627
1,000	0,605	0,615	0,626	0,628	0,633	0,632	0,605	0,626
1,100	0,604	0,614	0,625	0,627	0,631	0,629	0,604	0,626
1,200	0,604	0,614	0,624	0,626	0,628	0,626	0,604	0,625
1,300	0,603	0,613	0,622	0,624	0,625	0,622	0,603	0,624
1,400	0,603	0,612	0,621	0,622	0,622	0,618	0,603	0,624
1,500	0,602	0,611	0,620	0,620	0,619	0,615	0,602	0,623
1,600	0,602	0,611	0,618	0,618	0,617	0,613	0,602	0,623
1,700	0,602	0,610	0,617	0,616	0,615	0,612	0,602	0,622
1,800	0,601	0,609	0,615	0,615	0,614	0,612	0,602	0,621
1,900	0,601	0,608	0,614	0,613	0,612	0,611	0,602	0,621
2,000	0,601	0,607	0,613	0,612	0,612	0,611	0,602	0,620
3,000	0,601	0,603	0,606	0,608	0,610	0,609	0,601	0,615

Nach Beobachtungen von Lesbros wird μ vorwiegend durch die kleinere Dimension der Mündung, gleichviel ob dies die Höhe a oder die Breite b ist, bestimmt, derart, dass μ sich nicht wesentlich ändert, wenn bei gleichen Werthen von h das Verhältniss der grössern zur konstant bleibenden kleinern Dimension zwischen den Grenzen 1 bis 20 variirt. In praktischen Fällen ist meist $a < b$; mithin können die Tabellenwerthe mit einiger Sicherheit auch für andere Werthe von b benutzt werden.*)

Fig. 692.



Bei dem Ausfluss des Wassers aus rechteckigen Schützen-Oeffnungen in einer vertikalen Wand, bei welchen die obere Begrenzung der Oeffnung durch die Unterkante eines verstellbaren Schiebers gebildet wird, welch letztere zwischen Leisten geführt wird, Fig. 692, findet, durch die fehlende Zuschärfung der Kanten veranlasst, nur unvollkommene Einschnürung statt, wodurch μ grösser wird. Versuche von Lesbros, bei welchen $b = 0{,}60$ m, die Dicke der Wand, der Schützentafel und der Leisten, sowie die Entfernung jeder Leistenkante von dem betr. Rande der Mündung $= 0{,}05$ m, ergaben für μ folgende Werthe.**)

*) Grashof. A. a. O., S. 451. — **) Grashof. A. a. O., S. 453.

$b = 0{,}60^{m}$

h_1	$a = 0{,}03$	0,05	0,20	0,40	h_1	$a = 0{,}03$	0,05	0,20	0,40
0,1	0,694	0,664	0,665	0,644	1,3	0,701	0,693	0,673	0,624
0,2	0,704	0,687	0,672	0,653	1,5	0,699	0,692	0,673	0,620
0,3	0,709	0,693	0,675	0,656	1,7	0,698	0,692	0,672	0,618
0,6	0,710	0,695	0,676	0,649	2,0	0,696	0,691	0,671	0,615
1,0	0,704	0,694	0,674	0,632	3,0	0,693	0,689	0,669	0,611

Wird die Unvollkommenheit der Einschnürung durch die in Fig. 691 angegebene Einrichtung veranlasst, so ist nach Versuchen von Weisbach:

$$\mu = \mu_0 [1 + 0{,}076 (9^n - 1)], \text{ mit: } n = \frac{A}{F}.$$

$n =$	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45
$\frac{\mu}{\mu_0} =$	1,000	1,009	1,019	1,030	1,042	1,056	1,071	1,088	1,107	1,128
$n =$	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
$\frac{\mu}{\mu_0} =$	1,152	1,178	1,208	1,241	1,278	1,319	1,365	1,416	1,473	1,537

Unter μ_0 sind in dieser Tabelle die μ-Werthe der Tabelle S. 735 zu verstehen.

Fig. 693.

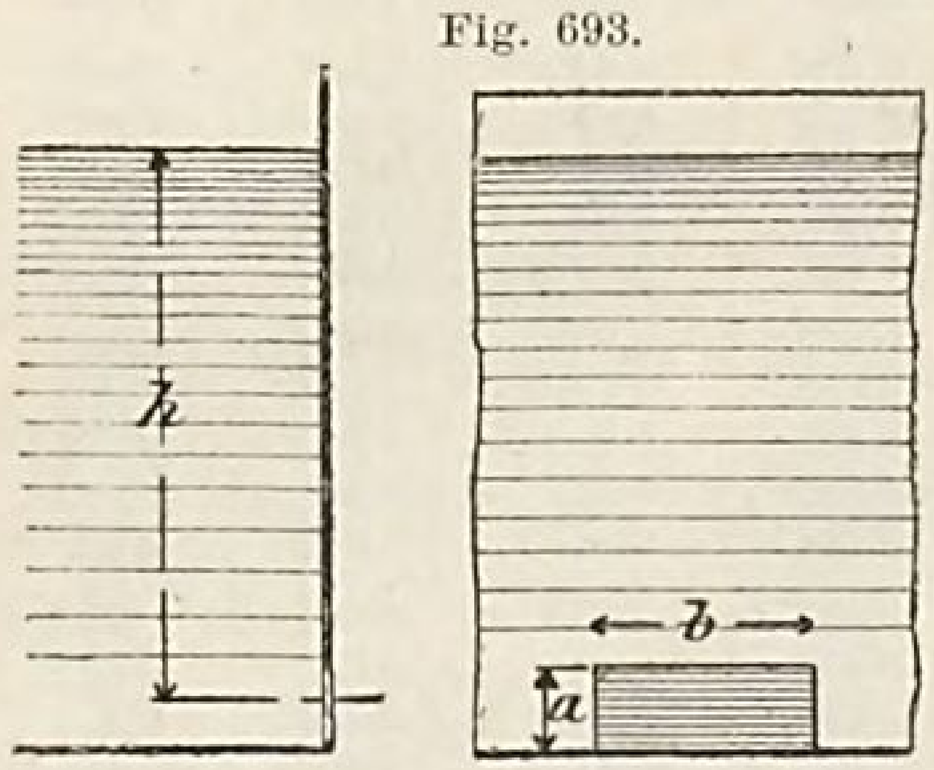


Fig. 694.



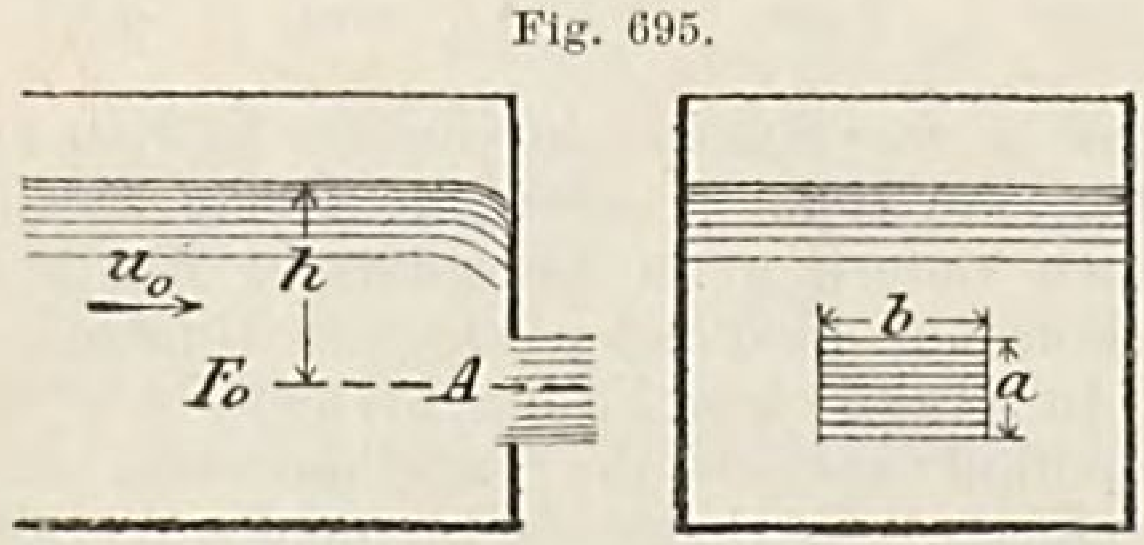
Bei theilweiser Einschnürung, d. h. in dem Falle, dass auf einer oder auf drei Seiten einer rechteckigen Oeffnung ab die Einschnürung aufgehoben ist, Fig. 693 u. 694, ist nach Versuchen von Bidone und von Weisbach:

$$\mu = \mu_0 (1 + 0{,}155\, p) \text{ wenn:}$$

$$p = \frac{b}{2(a+b)}, \text{ Fig. 693, oder:}$$

$$p = \frac{b + 2a}{2(a+b)}, \text{ Fig. 694.}$$

Fig. 695.



Für den Ausfluss durch eine Oeffnung A in einer ebenen vertikalen am Ende eines Gerinnes vom Querschnitt F_0 befindlichen Wand, Fig. 695, ist: $V = \mu' A \sqrt{2gh}$; wenn: $\mu' = \mu_0 (1 + 0{,}641\, n^2)$, mit: $n = \frac{A}{F_0}$ u. unter der Bedingung, dass $n < 0{,}5$.

Findet übrigens normale Einschnürung statt, so hat μ_0 einen der in der Tab. S. 735 angegebenen Werthe. Tritt dagegen noch theilweise Einschnürung ein, so ist eine weitere Korrektur des μ-Werthes erforderlich; und zwar ist dann: $\mu'' = \left(1 + \frac{1-\mu'}{1-\mu_0} 0{,}155\, p\right) \mu'$ zu setzen*).

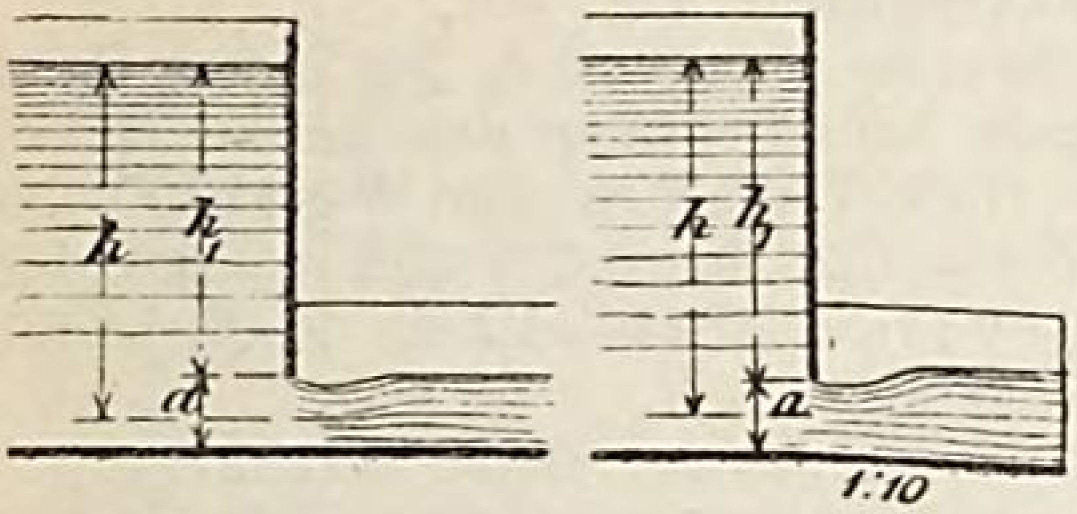
Beispiel: Es sei der Querschn. des in einem Gerinne von $1{,}0^{m}$ Breite fliessenden Wasserstroms $F_0 = 1{,}0 \,.\, 0{,}7 = 0{,}70^{m}$, der Querschn. der Wandöffnung: $A = ba = 0{,}6 \,.\, 0{,}4 = 0{,}24^{qm}$, $h_1 = 0{,}2^{m}$, also $h = 0{,}4^{m}$, so ist zunächst (nach Tab. S. 735) $\mu_0 = 0{,}600$ (etwa); da nun: $n = \frac{A}{F} = \frac{12}{35}$ so wird: $\mu' = 0{,}6 \left(1 + 0{,}641 \frac{12^2}{35^2}\right) = 0{,}645$ und die in 1 Sek. durch A fliessende Wassermenge: $V = 0{,}645 \,.\, 0{,}24 \sqrt{2g \,.\, 0{,}4} = 0{,}435^{cbm}$. — Läge dieselbe Oeffnung A dicht am Boden des Gerinnes, und wäre dabei $h_1 = 0{,}3^{m}$, also $h = 0{,}5^{m}$, so wäre: $p = \frac{0{,}6}{2{,}0} = 0{,}3$. Da nun auch für $h_1 = 0{,}3^{m}$ $\mu_0 = 0{,}6$, also $\mu' = 0{,}645$, so wird: $\mu'' = \left(1 + \frac{0{,}355}{0{,}400} 0{,}155 \,.\, 0{,}3\right) 0{,}645 = 0{,}672$ und demnach: $V = 0{,}672 \,.\, 0{,}24 \sqrt{2g \,.\, 0{,}5} = 0{,}505^{cbm}$.

*) Grashof. A. a. O., S. 458.

ε. Ausfluss aus rechteckigen Mündungen mit Ansatz-Gerinnen

Die Breite des Ansatz-Gerinnes, Fig. 696a u. b, sei = der Breite b der Mündung $a\,b$, welche dicht am Boden des Gefässes liegt. Der Boden des Ansatz-Gerinnes sei entweder horizontal, Fig. 696a, oder mit 1 : 10 geneigt, Fig. 696b; die Einschnürung sei an der untern Kante ganz aufgehoben, an den Seitenkanten sehr unvollkommen und an der obern Kante normal; dann ist nach Versuchen v. Lesbros der Koeffiz. μ der Formel: $V = \mu a b \sqrt{2 g h}$ mit: $h = h_1 + \frac{a}{2}$ aus folgender Tabelle zu entnehmen.

Fig. 696a und b.



h_1	$a = 0{,}05$ m Boden horiz.	$a = 0{,}05$ m Boden 1 : 10 geneigt	$a = 0{,}20$ m Boden horiz.	$a = 0{,}20$ m Boden 1 : 10 geneigt	h_1	$a = 0{,}05$ m Boden horiz.	$a = 0{,}05$ m Boden 1 : 10 geneigt	$a = 0{,}20$ m Boden horiz.	$a = 0{,}20$ m Boden 1 : 10 geneigt
0,1	0,621	0,639	0,560	0,593	1,5	0,647	0,656	0,633	0,641
0,2	0,637	0,649	0,589	0,617	2,0	0,644	0,656	0,632	0,642
0,5	0,647	0,656	0,618	0,632	3,0	0,639	0,656	0,630	0,641
1,0	0,649	0,656	0,630	0,638					

Bei den Versuchen hatte das horizont. Gerinne 3 m, das geneigte 2,5 m Länge.

Für den Ausfluss durch eine Mündung $a\,b$ unter einer schräg stehenden Schützentafel (Spannschützen) mit anschliessendem Ansatz-Gerinne, wobei die Breite des Zuflussgerinnes = b, also die Einschnürung an 3 Seiten der Mündung völlig aufgehoben war, Fig. 697, fand Poncelet:

Fig. 698.

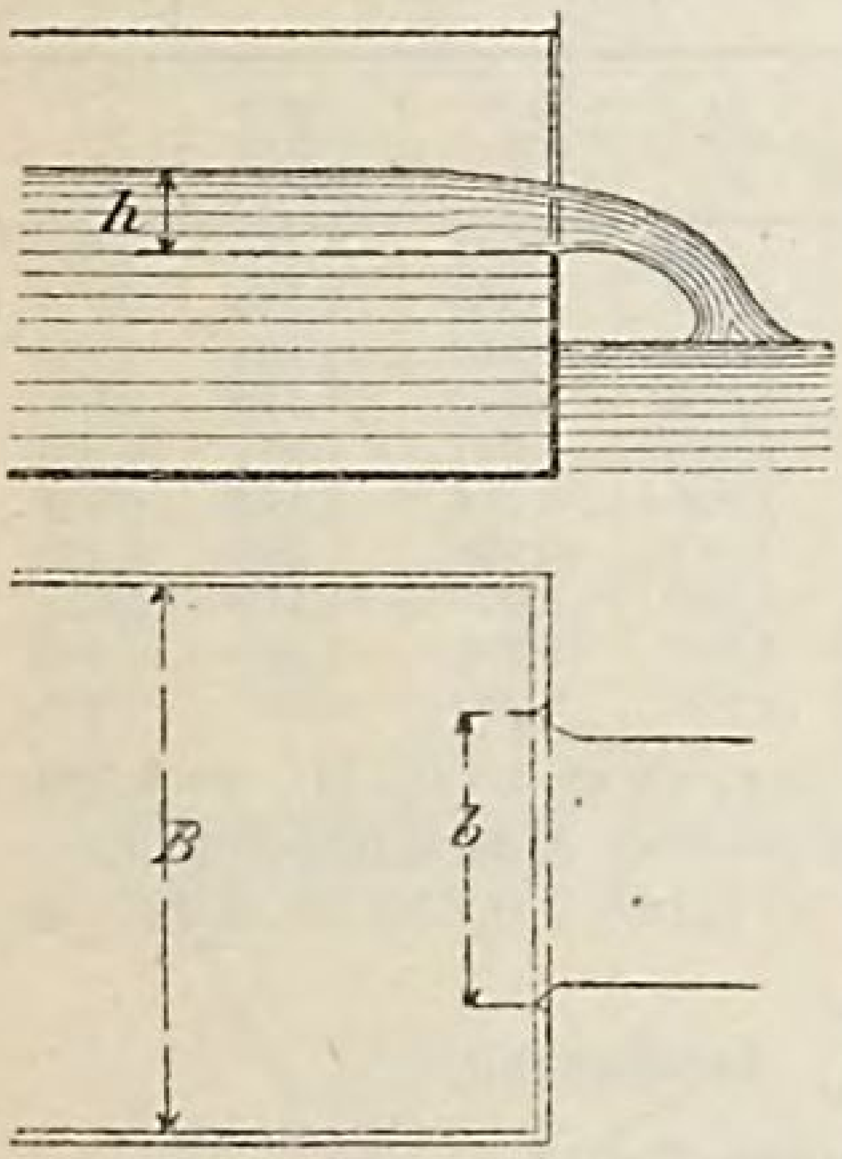
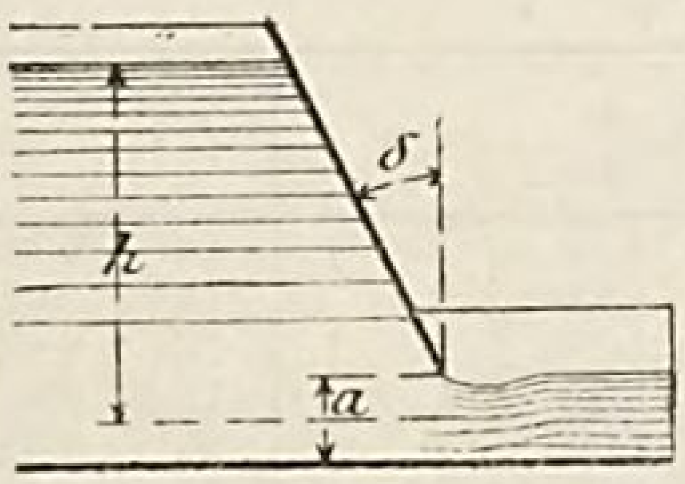


Fig. 697.



für $\delta = 63{,}5^0$, $\tan\delta = 0{,}5$, $\mu = 0{,}74$,
für $\delta = 45^0$, $\tan\delta = 1{,}0$, $\mu = 0{,}80$.

Ist auch an der obern Kante durch zweckmässige Abrundung derselben die Einschnürung aufgehoben, so wird $\mu = 0{,}93$.

ζ. Ueberfall mit rechteckiger Mündung.

Wenn in Folge Zuschärfung der Kanten an 3 Seiten vollkommene Einschnürung stattfindet, Fig. 698, so wird:

$$V = {}^2/_3\,\mu\, b\, h \sqrt{2 g h} = \mu' b\, h \sqrt{2 g h}$$

wobei nach Braschmann:*)

$$\mu' = 0{,}3838 + 0{,}0386\,\frac{b}{B} + 0{,}00052\,\frac{1}{h}$$

Die nachstehende Tabelle enthält eine Anzahl von Werthen für μ':

h m	$\frac{b}{B} = 0{,}1$	0,5	0,8	1,0	h m	$\frac{b}{B} = 0{,}1$	0,5	0,8	1,0
	$\mu' =$	$\mu' =$	$\mu' =$	$\mu' =$		$\mu' =$	$\mu' =$	$\mu' =$	$\mu' =$
0,01	0,4397	0,4551	0,4667	0,4744	0,16	0,3909	0,4063	0,4179	0,4256
0,02	0,4137	0,4291	0,4407	0,4484	0,18	0,3905	0,4059	0,4175	0,4252
0,03	0,4050	0,4204	0,4320	0,4397	0,20	0,3902	0,4056	0,4172	0,4249
0,04	0,4007	0,4161	0,4277	0,4354	0,22	0,3900	0,4054	0,4170	0,4247
0,05	0,3981	0,4135	0,4251	0,4328	0,24	0,3898	0,4052	0,4168	0,4245
0,06	0,3963	0,4117	0,4233	0,4310	0,26	0,3897	0,4051	0,4167	0,4244
0,07	0,3951	0,4105	0,4221	0,4298	0,28	0,3895	0,4049	0,4165	0,4242
0,08	0,3942	0,4096	0,4212	0,4289	0,30	0,3894	0,4048	0,4164	0,4241
0,09	0,3934	0,4088	0,4204	0,4281	0,35	0,3892	0,4046	0,4162	0,4239
0,10	0,3929	0,4083	0,4199	0,4276	0,40	0,3890	0,4044	0,4160	0,4237
0,12	0,3920	0,4074	0,4190	0,4267	0,45	0,3888	0,4042	0,4158	0,4235
0,14	0,3914	0,4068	0,4184	0,4261	0,50	0,3887	0,4041	0,4157	0,4234

*) Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ingen. 1868. S. 699.

Die μ'-Werthe für $b:B = 1$ entsprechen dem Falle, dass an den Seiten keine Einschnürung stattfindet; h ist in einer Entfernung vor der Ueberfallkante zu messen, wo der Wasserspiegel noch keine Senkung zeigt.

η. Kurze zylindrische Ansatzröhren, Fig. 699.

$V = \mu A \sqrt{2gh}$. Die Länge der Ansatzröhre ist etwa $= 3\,d$, der innere Rand scharfkantig, so dass normale Einschnürung des in die Röhre tretenden Strahls stattfindet. Nach Versuchen von Weisbach ist für $h = 0{,}23$ bis $0{,}6^{\mathrm{m}}$ und $d = 0{,}01$ bis $0{,}04^{\mathrm{m}}$: $\mu = 0{,}854 - 1{,}1\,d$. Z. B. ist für $d = 0{,}03$:

$$\mu = 0{,}854 - 0{,}033 = 0{,}821.$$

Diesen Werthen entspricht ein Einschnür.-Koeffiz.: $\alpha = 0{,}672 - 1{,}2\,d$. Z. B. für: $d = 0{,}03$ ist $\alpha = 0{,}672 - 0{,}036 = 0{,}636$.

Fig. 699.

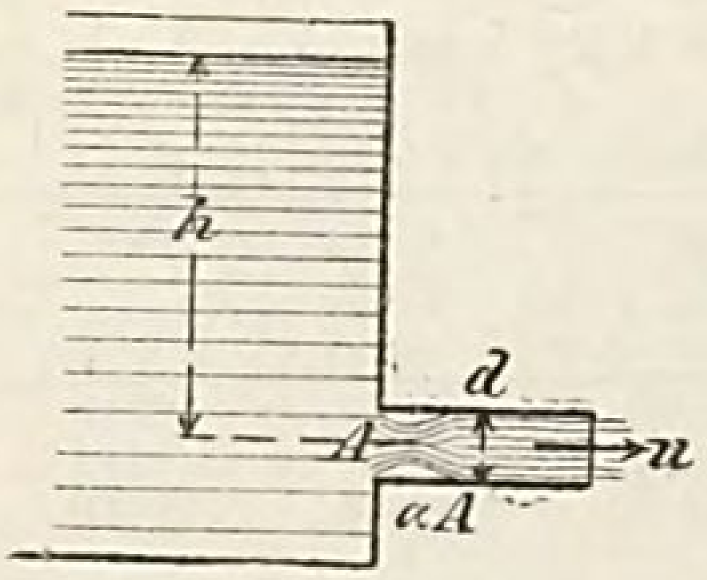
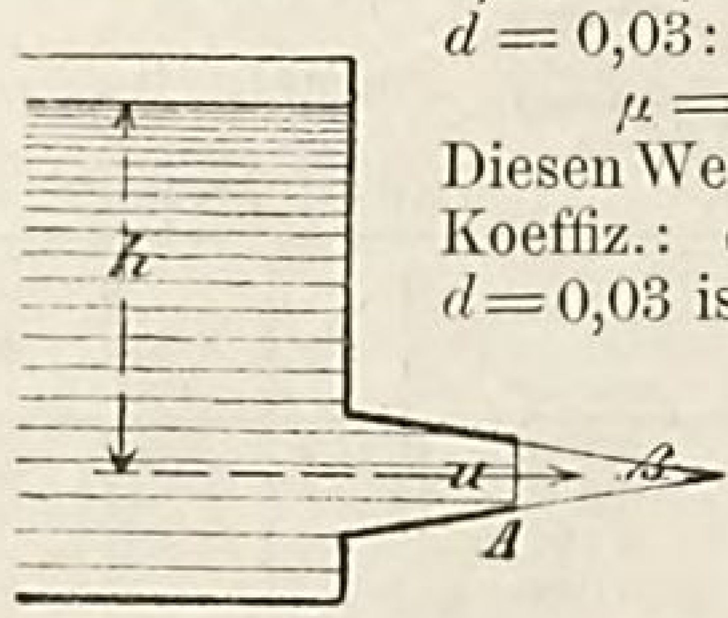


Fig. 700.



ϑ. Kurze konische Ansatzröhren, Fig. 700.

$V = \mu A \sqrt{2gh}$; $u = \varphi \sqrt{2gh}$; α Koeffiz. der äussern Einschnürung des Strahls; β Konvergenzwinkel an der Spitze des Kegels.

Aus Versuchen von d'Aubuisson und Castel mit Röhren von $0{,}04^{\mathrm{m}}$ Länge und dem Mündungsdurchm. $0{,}0155^{\mathrm{m}}$ ergaben sich folgende Werthe von μ, φ und α*):

β^0	μ	$\frac{\mu}{\mu_0}$	φ	$\frac{\varphi}{\varphi_0}$	α	β^0	μ	$\frac{\mu}{\mu_0}$	φ	$\frac{\varphi}{\varphi_0}$	α
0	0,829	1	0,829	1	1	13	0,945	1,140	0,961	1,159	0,983
1	0,852	1,028	0,852	1,028	1	14	0,943	1,138	0,965	1,164	0,977
2	0,873	1,053	0,873	1,053	1	16	0,938	1,131	0,969	1,169	0,968
3	0,892	1,076	0,892	1,076	1	18	0,931	1,123	0,970	1,170	0,960
4	0,909	1,097	0,909	1,097	1	20	0,922	1,112	0,971	1,171	0,950
5	0,920	1,110	0,920	1,110	1	25	0,908	1,095	0,974	1,175	0,932
6	0,925	1,116	0,925	1,116	1	30	0,896	1,081	0,975	1,176	0,919
8	0,931	1,123	0,933	1,125	0,998	35	0,883	1,065	0,977	1,179	0,904
10	0,937	1,130	0,949	1,145	0,987	40	0,871	1,051	0,980	1,182	0,889
12	0,942	1,136	0,955	1,152	0,986	45	0,857	1,034	0,983	1,186	0,872

Wäre für eine kurze zylindr. Ansatzröhre ($\beta = 0^0$): $\mu_0 = \varphi_0 = 0{,}810$, so würde für eine konische Ansatzröhre derselben Länge und desselben Mündungs-Durchm.-, wenn $\beta = 10^0$, $\mu = 1{,}130 \,.\, 0{,}810 = 0{,}915$ und $\varphi = 1{,}145 \,.\, 0{,}810 = 0{,}927$ zu nehmen sein.

d. Ausfluss unter veränderlichem Druck; Ausflusszeit.

α. Gefässe von konstantem Querschnitt.

Aus einem Gefäss vom konstanten Querschn. F soll das Wasser durch eine Mündung A, die unter dem konstanten Unterwasser-Spiegel liegt, abfliessen; die zur Senkung d. Wasser-Spiegels im Gefäss um die Grösse $h_1 - h_2$, Fig. 701, erforderliche Zeit (Sek.) ist:

$$t = \frac{2F}{\mu A \sqrt{2g}} \left(\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}\right). \quad (32)$$

Für $h_2 = 0$ wird die Zeit:

$$t_0 = \frac{2Fh_1}{\mu A \sqrt{2gh_1}}. \quad (33)$$

Fig. 701.

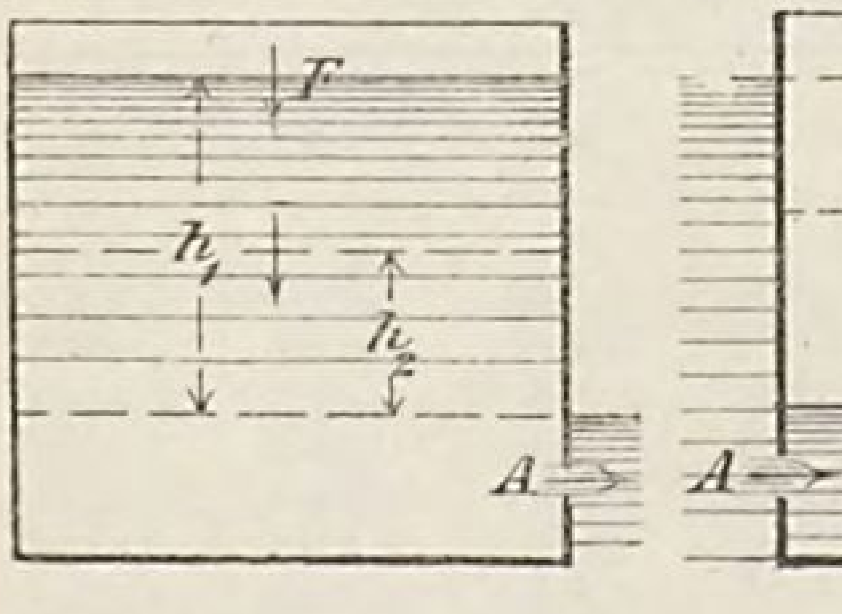
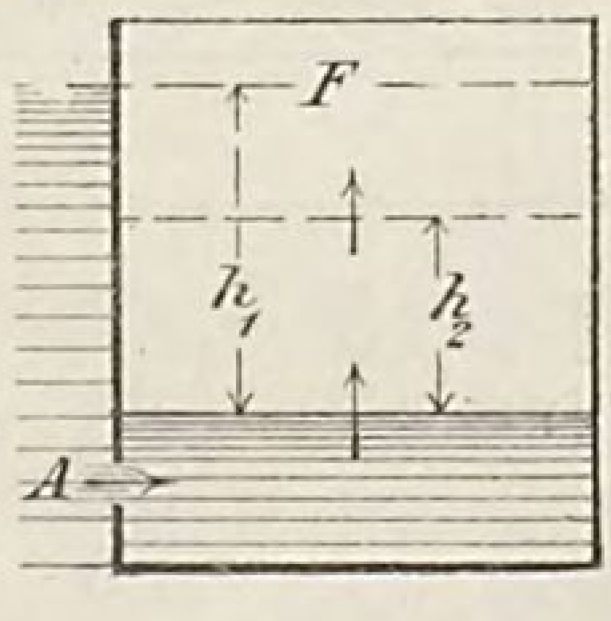


Fig. 702.



Dieselben Zeiten t bezw. t_0 verfliessen bei dem Füllen eines Gefässes vom Querschn. F durch eine Einflussmündung A von einem Raume her, in welchem der Wasserspiegel konstant ist, Fig. 702.

*) Grashof. A. a. O., S. 473.

Beispiel 1. Für das Entleeren einer Schleusenkammer von 11^m Breite und 50^m Länge durch 2 ganz im Unterwasser liegende Schützöffnungen von je 0,7^m Höhe und 0,9^m Breite ist: $F = 550^{qm}$, $A = 0{,}63^{qm}$. Die anfängliche Differenz zwischen Ober- und Unterwasser-Spiegel sei $h_1 = 4^m$; darnach ist (mit $\mu = 0{,}6$): $t_0 = \frac{2 \cdot 550 \cdot 4}{2 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}63 \sqrt{2g \cdot 4}} = 657$ Sek., rd. 11 Min.

Beispiel 2. Die Zeit für das Füllen derselben Schleusenkammer durch 2 ebenso grosse Schützöffnungen in den obern Thorflügeln wird dieselbe sein, sobald auch hier die Oeffnungen ganz im Unterwasser liegen. Wenn jedoch bei geändertem Wasserstand die Oeffnungen anfänglich ganz über dem Unterwasser liegen, so erhält man ein für praktische Zwecke hinreichend genaues Resultat, wenn man die zum Füllen der Schleusenkammer erforderliche Zeit t_0 in 2 Theile t_1 und t_2 getheilt denkt, von denen der 1. Theil t_1 die Dauer vom Beginn des Füllens bis zu dem Augenblicke umfasst, wo der Wasserspiegel die halbe Höhe der Schützöffnung erreicht hat, der 2. Theil t_2 die Dauer von hier ab bis zum Ende der Füllung. Man kann dann annehmen, dass während der Zeit t_1 freier Ausfluss des Wassers stattfindet und während der Zeit t_2 Ausfluss unter Wasser. Nennt man den ursprünglichen Abstand der Wasserspiegel h_1, die Entfernung vom Oberwasserspiegel bis Mitte Schützöffnung h, so ist:

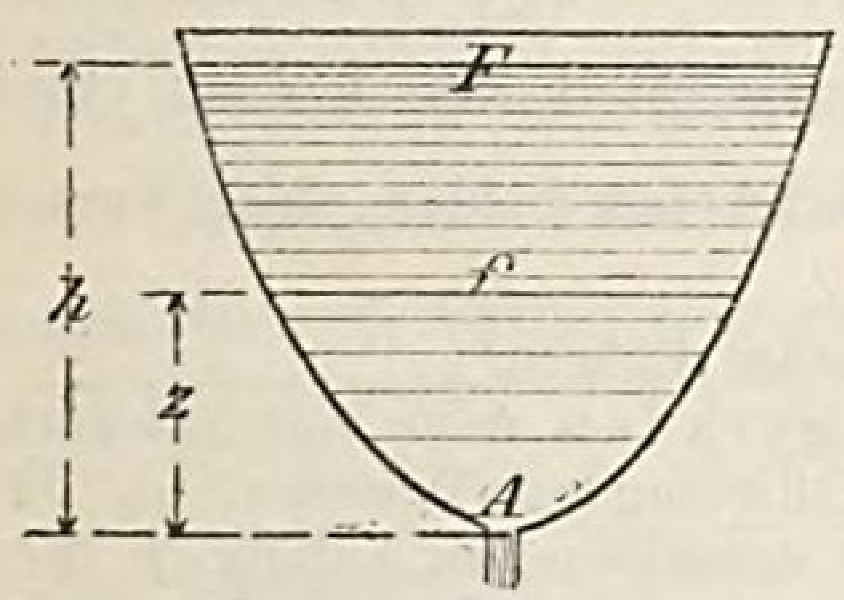
$$t_1 = \frac{F(h_1 - h)}{\mu A \sqrt{2gh}} \text{ und: } t_2 = \frac{2Fh}{\mu A \sqrt{2gh}}\text{; folglich: } t_0 = t_1 + t_2 = \frac{F(h_1 + h)}{\mu A \sqrt{2gh}}.$$

Für $h_1 = 4^m$ und $h = 3^m$ wird (mit $\mu = 0{,}6$): $t_0 = \frac{550 \cdot 7}{2 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}63 \sqrt{2g \cdot 3}} = 664$ Sek., rd. 11 Min.

β. Ausfluss aus Gefässen mit veränderlichem Querschnitt.

Nimmt die Grösse des Wasserspiegels bei der Senkung ab und besteht für die Grösse desselben das Verhältniss $\frac{f}{F} = \frac{z^n}{h^n}$, so ist die Zeit, während welcher der Wasserspiegel sich um die Höhe $h - z$ senkt:

Fig. 703 a.



$$t = \frac{F\left(h^{n+\frac{1}{2}} - z^{n+\frac{1}{2}}\right)}{\mu\left(n + \frac{1}{2}\right) A h^n \sqrt{2g}} \qquad (34)$$

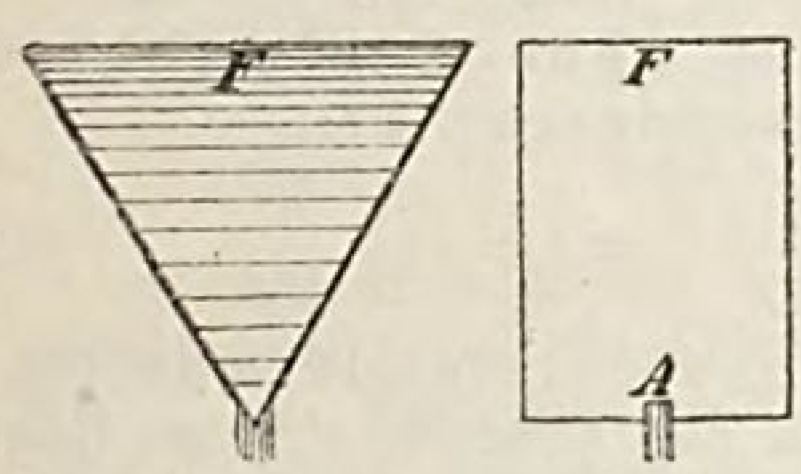
und die Zeitdauer der Entleerung des Gefässes:

$$t_0 = \frac{Fh}{\mu\left(n + \frac{1}{2}\right) A \sqrt{2gh}}. \qquad (35)$$

Da der Rauminhalt d. Gefässes: $C = \int_0^h f dz = \frac{Fh}{n+1}$,

so wird: $$t_0 = \left(\frac{2n+2}{2n+1}\right) \frac{C}{\mu A \sqrt{2gh}}. \qquad (36)^{*})$$

Fig. 703 b.



Beispiel 1. Das Gefäss hat die Form eines Rotations-Paraboloids, Fig. 703 a, mit vertikaler Axe oder auch eines dreiseitigen Prismas in der Lage, wie Fig. 703 b zeigt, so ist $n = 1$ zu setzen und darnach: $t_0 = \frac{4}{3} \frac{C}{\mu A \sqrt{2gh}}$.

Beispiel 2. Hat das Gefäss die Form eines verkehrt gestellten geraden Kegels oder einer eben so gestellten geraden Pyramide, so wird $n = 2$ und darnach: $t_0 = \frac{6}{5} \frac{C}{\mu A \sqrt{2gh}}$.

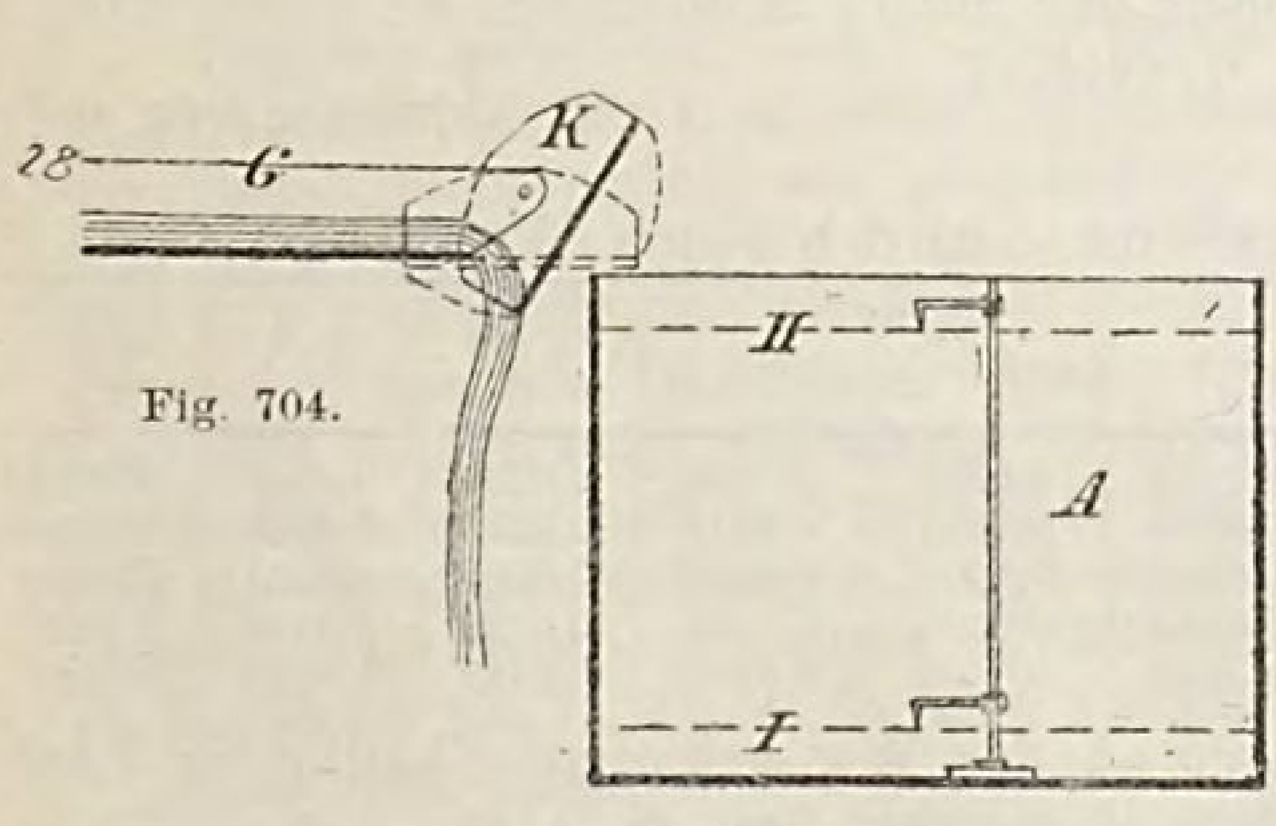


Fig. 704.

e. Bestimmung kleinerer Wassermengen.

α. Durch Aichung, mittels Ausflusses in kalibrirte Gefässe.

Es sei in Fig. 704, A das Aichgefäss, dessen zwischen den Spiegeln I und II befindlicher Rauminhalt C durch Abwägen ermittelt ist; am Ende eines Gerinnes G, durch welches das zu messende Wasserquantum abfliesst, befindet sich eine Drehklappe K, welche zunächst so steht, dass in das Aichgefäss kein Wasser gelangen kann; letzteres selbst ist bis zum Spiegel I mit Wasser gefüllt. In einem bestimmten Moment wird die Klappe K in die punktirte Lage gedreht und dadurch

*) Vergl. Ritter. Ingen.-Mechanik, S. 471—472.

das Wasser so lange in das Aichgefäss eingelassen bis der Spiegel II erreicht ist, in welchem Augenblick die Klappe K rasch wieder in die Anfangs-Lage zurück geführt wird. Die während des Einlaufs verflossene Zeit wird mittels einer Sekundenuhr beobachtet; ist dieselbe $= t$, so ergiebt sich die pro 1 Sek. durch das Gerinne fliessende Wassermenge zu: $V = \frac{C}{t}$. (37)

Man wird eine grössere Zahl von Beobachtungen ausführen und das arithmet. Mittel der einzelnen V-Werthe als den wahrscheinlichsten Werth von V ansehen müssen.

β. Mittels des sogen. Brunnenzolls.

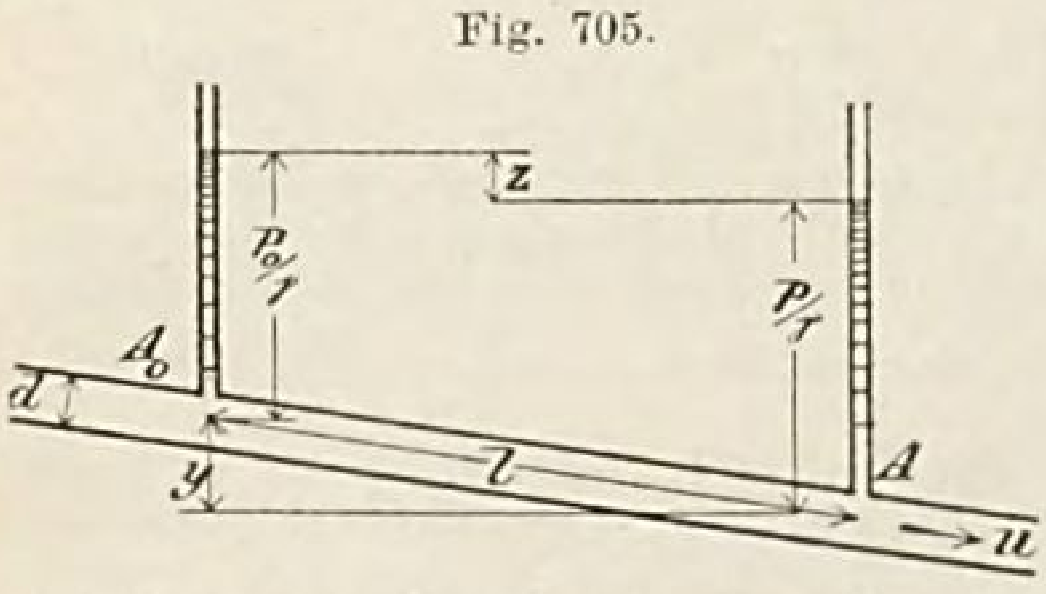
Bei dieser sich durch grosse Einfachheit auszeichnenden Bestimmung wird ein Gefäss benutzt in dessen Seitenwänden in einer beliebigen — aber genau übereinstimmenden — Höhenlage über dem Boden eine grössere Zahl kreisförmiger Oeffnungen von 20 mm Durchmesser mit scharfkantiger Umgrenzung angebracht ist. Man lässt bei Offenerhaltung zunächst einer beliebigen Anzahl der kreisförmigen Oeffnungen — mittelst einer Zuflussrinne das Wasser in das Gefäss einströmen und den Spiegel in demselben bis auf 50 mm über die durch die Mitte der Wand-Oeffnungen gelegten Ebene sich heben. Es müssen alsdann so viele Oeffnungen verschlossen werden, dass jene Spiegelhöhe erhalten bleibt, d. h. dass Zufluss- und Ausflussmenge in Uebereinstimmung stehen.

Durch Beobachtung ist nun gefunden, dass durch 1 Oeffnung der angegebenen Grösse und Art bei der Druckhöhe von 50 mm während 24 Stunden die Wassermenge von 20 cbm zum Ausfluss gelangt. Wenn also n Löcher geöffnet waren beträgt die Ausflussmenge für 24 Stunden: $Q = n\,20$ (cbm) oder die sekundliche Abflussmenge: $V = \frac{n\,20}{86400}$. — Noch andere Bestimmungs-Methoden können, weil weniger einfach oder weniger sicher als die beschriebenen beiden, hier ausser Betracht bleiben.

f. Leitungswiderstand gerader zylindrischer Röhren.

Ist l die Länge und d der Durchmesser einer geraden oder nur schwach gekrümmten Rohrstrecke, u die Geschw. des durchfliessenden Wassers, p_0 die spezif. Pressung desselben am Anfang, p diejenige am Ende der Strecke l und y die vertikal gemessene Höhe von A über A_0, Fig. 705, so ist ohne Rücksicht auf Widerstände besonderer Art:

Fig. 705.



$$y + \frac{p_0 - p}{\gamma} = z = \lambda \frac{l}{d} \frac{u^2}{2g} \qquad (39)$$

Der Leitungswiderstands-Koeffiz. λ ist abhängig von der Geschw. u, vom Rohrdurchmesser d und von der Beschaffenheit der innern Rohrfläche.

Weisbach setzt: $\lambda = 0{,}01439 + \frac{0{,}0094711}{\sqrt{u}}$, d. h. λ nur abhängig von u.*)

Zusammengehörige Werthe von λ und u (nach Weisbach).

u m	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	—	0,0443	0,0356	0,0317	0,0294	0,0278	0,0266	0,0257	0,0250	0,0244
1	0,0239	0,0234	0,0230	0,0227	0,0224	0,0221	0,0219	0,0217	0,0215	0,0213
2	0,0211	0,0209	0,0208	0,0206	0,0205	0,0204	0,0203	0,0202	0,0201	0,0200
3	0,0199	0,0198	0,0197	0,0196	0,0195	0,0195	0,0194	0,0193	0,0193	0,0192
4	0,0191	0,0191	0,0190	0,0190	0,0189	0,0189	0,0188	0,0188	0,0187	0,0187

Darcy folgerte dagegen aus seinen an der Wasserleitung Chaillot in Paris angestellten sehr ausführlichen Versuchen (Litteratur-Ang. S. 718)

$$\lambda = 0{,}01989 + \frac{0{,}0005078}{d} \qquad (40)$$

worin d in Metern zu nehmen.

*) Vergl. Weisbach-Herrmann. A. a. O., S. 1015.

Zusammengehörige Werthe von λ und d (nach Darcy).

d	0,010	0,020	0,030	0,040	0,050	0,060	0,070	0,080	0,090	0,100
λ	0,07067	0,04528	0,03682	0,03258	0.03005	0,02835	0,02714	0,02624	0,02553	0,02497
d	0,110	0,120	0,130	0,140	0,150	0,160	0,170	0,180	0,190	0,200
λ	0,02451	0,02412	0,02380	0,02352	0,02327	0,02306	0,02288	0,02271	0,02256	0,02243
d	0,210	0,220	0,230	0,240	0,250	0,260	0,270	0,280	0,290	0,300
λ	0,02231	0,02220	0,02210	0.02201	0,02192	0,02184	0,02177	0,02170	0,02164	0,02158
d	0,310	0,320	0,330	0,340	0,350	0,360	0,370	0,380	0,390	0,400
λ	0,02153	0.02148	0,02143	0,02138	0,02134	0,02130	0,02126	0,02123	0,02119	0,02116
d	0,410	0,420	0,430	0,440	0.450	0.460	0,470	0,480	0,490	0,500
λ	0.02113	0,02110	0.02107	0,02104	0,02102	0,02099	0,02097	0,02095	0,02093	0,02091
d	0,510	0,520	0,530	0,540	0,550	0,560	0,570	0,580	0,590	0,600
λ	0,02089	0,02087	0,02085	0,02083	0,02081	0,02080	0,02078	0,02077	0,02075	0,02074
d	0,610	0,620	0,630	0,640	0,650	0,660	0,670	0,680	0,690	0,700
λ	0,02072	0,02071	0,02070	0,02068	0,02067	0,02066	0,02065	0,02064	0,02063	0,02062
d	0,710	0,720	0,730	0,740	0,750	0,760	0,770	0,780	0,790	0,800
λ	0,02061	0,02060	0,02059	0,02058	0,02057	0,02056	0,02055	0,02054	0,02053	0,02052
d	0,810	0,820	0,830	0,840	0,850	0,860	0,870	0,880	0,890	0,900
λ	0,02052	0,02051	0,02050	0,02049	0,02049	0,02048	0,02047	0,02047	0,02046	0,02045
d	0,910	0,920	0,930	0,940	0,950	0,960	0,970	0,980	0,990	1,000
λ	0,02045	0,02044	0,02044	0,02043	0,02042	0,02042	0,02041	0,02041	0,02040	0,02040

Hagen nimmt auf Grundlage der Darcy'schen Versuche, und mit Berücksichtigung eigner über den Einfluss der Temperatur des Wassers auf den Leitungswiderstand früher angestellter Versuche, λ als gleichzeitig von u und d abhängig an und stellt diese Abhängigkeit dar durch die Gleichg.*): $\lambda = \alpha + \frac{\beta}{ud}$, (41)

mit: $\alpha = 0{,}023577$ und $\beta = 0{,}00011519 - 0{,}000004191\,\tau + 0{,}00000009229\,\tau^2$, unter τ d. Temperat. d. Wassers (in Graden Cels.) verstanden.

In folgender Tabelle sind für $\tau = 10^0$ die zu verschiedenen Werthen von $\frac{1}{ud}$ gehörigen λ-Werthe zusammen gestellt.**)

$\frac{1}{ud}$	λ	$\frac{1}{ud}$	λ	$\frac{1}{ud}$	λ	$\frac{1}{ud}$	λ	$\frac{1}{ud}$	λ	$\frac{1}{ud}$	λ
1	0,02366	8	0,02424	15	0,02481	22	0,02539	29	0,02597	35	0,02646
2	0,02374	9	0,02432	16	0,02490	23	0,02547	30	0,02605	36	0,02655
3	0,02382	10	0,02440	17	0,02498	24	0,02556	31	0,02613	37	0,02663
4	0,02391	11	0,02448	18	0,02506	25	0,02564	32	0,02622	38	0,02671
5	0,02399	12	0,02457	19	0,02514	26	0,02572	33	0,02630	39	0,02679
6	0,02407	13	0,02465	20	0,02523	27	0,02580	34	0,02638	40	0,02688
7	0,02415	14	0,02473	21	0,02531	28	0,02589				

Grashof empfiehlt, bei der praktischen Anwendung obiger λ-Werthe dieselben mit Rücksicht auf die Abweichungen von der genauen zylindrischen Form um etwa 20%, mit Rücksicht auf die Verunreinigung und Verengung der Röhren durch Niederschläge aus dem Wasser um mindestens 50% zu vergrössern. —

Um fest zu stellen, welche der bisher in Anwendung befindlichen Formeln für λ am besten mit der Praxis überein stimmende Resultate gebe, und um wie viel wohl der Druckhöhen-Verlust bei gusseisernen Rohrleitungen sich in Folge der allmäligen Inkrustation der innern Wandflächen vermehre, wurden in neuster Zeit auf Anregung des Verbandes deutscher Archit.- und Ingen.-Vereine in Folge eines Antrags des Hamburger Archit.- und Ingen.-Vereins von mehreren Seiten Versuche in der oben erwähnten Richtung angestellt. Von diesen sind besonders die in Hamburg und in Stuttgart ausgeführten Versuche wegen der Reichhaltigkeit des gewonnenen Materials und der Sorgfalt der Durchführung hervor zu heben. Sämmtliche Versuchs-Resultate wurden im Auftrage des Archit.- und Ingen.-Vereins zu Hamburg von O. Jben in einer Denkschrift veröffentlicht. (Litter.-Ang. S. 718.)

Aus den Resultaten der verschiedenen Versuche (mit vorläufiger Ausnahme der Stuttgarter) zieht Jben folgende Schlüsse:

*) Hagen. Ueber die Bewegung des Wassers in zylindrischen, nahe horizontalen Leitungen. Aus den Abhandl. der königl. Akademie der Wissensch. zu Berlin 1869.

**) Vergl. Grashof. A. a. O. S. 487 – 488.

a. Für neue, bezw. reine Leitungen stimmt unter den bekannten theoret. Formeln zur Bestimmung des Rohrleitungs-Widerstandes diejenige von Darcy (Gleichg. 40) innerhalb der in der Praxis gewöhnlich vorkommenden Wassergeschwindigkeiten noch am besten mit den Erfahrungs-Resultaten überein und kann auch auf Leitungen der grössten Durchmesser Anwendung finden.

b. Dagegen wird es ein vergebliches Bemühen sein und stets bleiben, ein Gesetz für die fortschreitende Veränderung des Rohrleitungs-Widerstandes einer bestehenden Leitung finden zu wollen, weil die Ablagerungen aus einem mehr oder weniger unreinen Wasser je nach Umständen an einzelnen Stellen einer Leitung stärker, an andern wieder schwächer auftreten werden, weil ferner die Inkrustation bald in Rostbildung, bald in Schlammbildung und bald in Muschelbildung bestehen kann. Es ist deshalb unzweifelhaft, dass die Abnahme der Leitungsfähigkeit eines Rohrstranges bald rasch, bald langsam erfolgen wird.

Aus den Untersuchungen über den Leitungswiderstand alter Leitungen ergab sich im allgemeinen, dass für das Maass der Zunahme des Leitungswiderstandes besonders noch die Grösse des Rohrdurchmessers d von Bedeutung ist, da unter sonst gleichen Umständen bei weiten Leitungen die Widerstände langsamer wachsen, als bei engen*).

Die Stuttgarter Versuche bezogen sich zum grössten Theil auf neue, bezw. reine Rohrleitungen; es konnten aus denselben folgende Schlüsse gezogen werden**):

1. Der grössere Theil der wirklich konstatirten Druckverluste war grösser, als solche sich nach den bekannten Formeln von Prony, Weisbach und Darcy berechnen; insbesondere bei engern Leitungen ($d \leq 0{,}101$ m). Indess liegen hierbei theilweise örtliche Verhältnisse zu Grunde.

2. Für die weitern ($d = 0{,}202$ m und $0{,}252$ m) unter günstigeren Verhältnissen angelegten Leitungen ergeben die Formeln von Weisbach und Prony bezüglich der Druckverluste höhere Resultate, als die gemessenen, zeigen also für solche Fälle genügende Sicherheit. Bei den engen Leitungen ($d \leq 0{,}050$ m) ergiebt die Formel von Darcy grössere Sicherheit.

3. Der Werth von λ nach Darcy (Gleichg. 40) mit etwas erhöhten Werthen der Konstanten würde den gemachten Beobachtungen am besten entsprechen, wogegen sich eine Abhängigkeit zwischen λ und u für gleiche d-Werthe in nur geringem Grade bemerkbar machte.

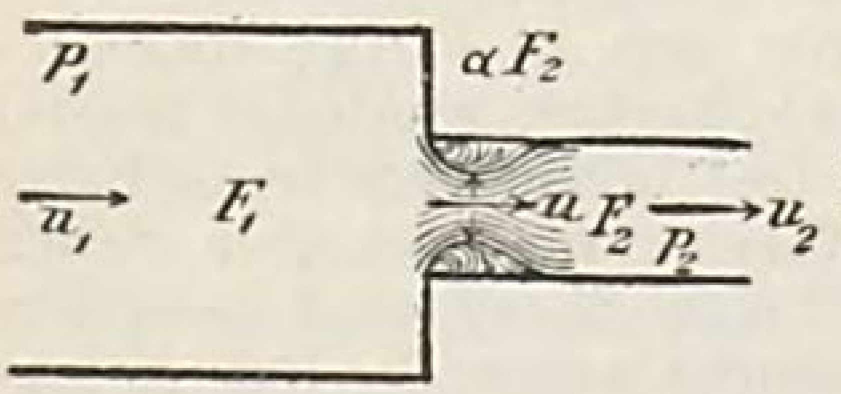
In den vorstehend besprochenen Versuchen ist noch unaufgeklärt geblieben, in welcher Weise bei neuen, bezw. reinen Leitungsröhren mit ziemlich glatter Innenfläche der gleichzeitige Einfluss von u und d auf den Werth λ sich geltend macht, ob namentlich die von Hagen gewählte Formel für λ bei Fortfall aller besondern Widerstände, also bei einer durchaus geraden Rohrstrecke mit der Praxis überein stimmende Werthe liefert oder nicht.

g. Besondere Widerstände.

α. Plötzlicher Querschn.-Wechsel im allgemeinen.

Der Wasserstrom gehe aus einem Rohr vom Querschn. F_1 in ein kleineres vom Querschn. F_2 über; an der Uebergangstelle finde vollkommene Einschnürung statt, Fig. 706. Nach Gleichg. (1) und (2) ist:

Fig. 706.



$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + B \text{ und: } F_1 u_1 = F_2 u_2 = \alpha F_2 u,$$

ferner die Widerstandshöhe B für den Eintritt des Wassers in das Rohr F_2 nach Gleichg. (5):

$$B = \frac{(u - u_2)^2}{2g} = \zeta \frac{u_2^2}{2g},$$

folglich:

$$\zeta = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2. \qquad (42)$$

Mit $\alpha = 0{,}64$ wird: $\zeta = 0{,}316$ Wegen der Widerstände beim Eintritt des Wassers in die Mündung selbst, ist ζ grösser und zwar $\zeta = 0{,}505$ (43) zu setzen. Dieser Werth ist namentlich als Widerstandskoeffiz. für den Eintritt des Wassers in Röhrenleitungen aus grösseren Sammelbehältern zu benutzen.

*) Jben. A. a. O., S. 53. — **) Jben. A. a. O., S. 80–81.

Beim Uebergang des Wasserstroms aus einem engen Rohre F_1 in ein weites F_2, Fig. 707 wird wieder: $\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + B$ und $F_1 u_1 = F_2 u_2$,

ferner nach (5): $B = \frac{(u_1 - u_2)^2}{2g} = \zeta \frac{u_1^2}{2g}$, folglich: $\zeta = \left(1 - \frac{F_1}{F_2}\right)^2$, (44)

Es ist hier ζ auf die der Wassergeschw. im engern Rohre entsprechende Geschw.-Höhe bezogen.

Ist z. B. $\frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{5}$, so wird $\zeta = 0{,}64$. Ist F_2 sehr gross gegen F_1, so ist $\zeta = 1$ zu setzen, beispielsw. beim Eintritt des Wassers in grössere Gefässe, welche in eine zusammen hängende Rohrleit. eingeschaltet sind. (Oefen einer Niederdruck-Wasserheizung etc.).

Fig. 707.

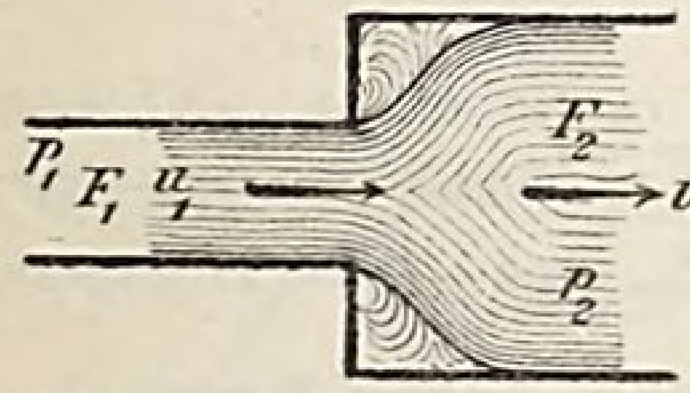
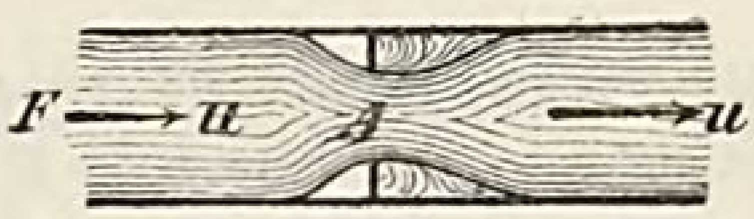


Fig. 708.



Für den Durchfluss des Wassers durch eine in ein zylindr. Rohr vom Querschn. F eingebaute Verengung A von kreisförm. Querschn., Fig. 708, ist die Widerstandshöhe: $B = \zeta \frac{u^2}{2g}$ mit $\zeta = \left(\frac{F}{\alpha A} - 1\right)^2$. (45)

Die nachstehend angegebenen Koeffiz. sind von Weisbach auf Grund zahlreicher Versuche ermittelt.

$\frac{A}{F} =$	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
$\alpha =$	1	0,892	0,813	0,755	0,712	0,681	0,659	0,643	0,632	0,624
$\zeta =$	0	0,06	0,29	0,80	1,80	3,75	7,80	17,5	47,8	226

β. Besondere Fälle.

1. Verengung des Rohrquerschnitts durch Schieber.

Bei einem zylindrischen Rohr, Fig. 709, wird:

bei der Stellhöhe	7/8	6/8	5/8	4/8	3/8	2/8	1/8
für $\frac{A}{F} =$	0,948	0,856	0,740	0,609	0,466	0,315	0,159
$\zeta =$	0,07	0,26	0,81	2,06	5,52	17,0	97,8

Bei einem Rohr von rechteck. Querschn., Fig. 710, ist:

für $\frac{A}{F} =$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
$\zeta =$	0,09	0,39	0,95	2,08	4,02	8,12	17,8	44,5	193

Fig. 709.

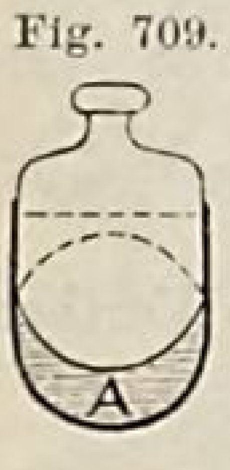


Fig. 710.

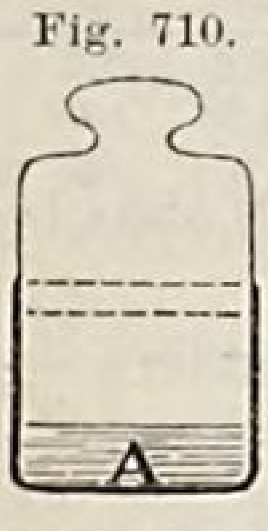
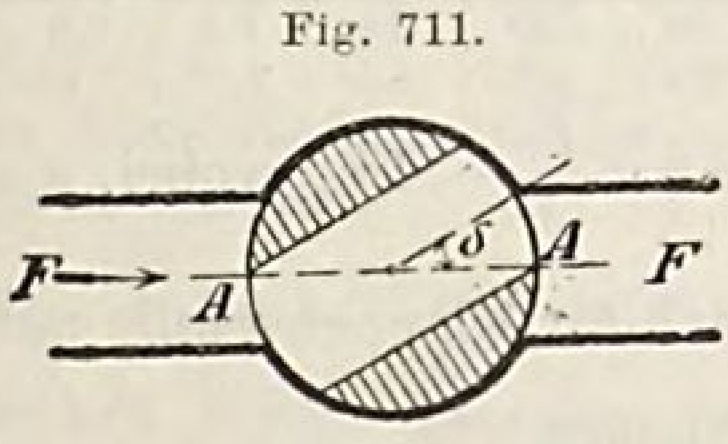


Fig. 711.



2. Verengung des Rohrquerschnitts durch Hähne, Fig. 711.

Für ein Rohr mit rechteck. Querschn. ist bei einem Stellwinkel δ:

	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°
$\frac{A}{F} =$	0,926	0,849	0,769	0,687	0,604	0,520	0,436	0,352	0,269	0,188	0,110
$\zeta =$	0,05	0,31	0,88	1,84	3,45	6,15	11,2	20,7	41,0	95,3	275

Bei $\delta = 67°$ war der Durchfluss des Wassers durch den Hahn ganz gehemmt. Für ein zylindr. Rohr mit zylindr. Hahnbohrung ist beim Stellwinkel δ:

$\delta =$	5^0	10^0	15^0	20^0	25^0	30^0	35^0	40^0	45^0	50^0	55^0	60^0	65^0
$\frac{A}{F} =$	0,926	0,850	0,772	0,692	0,613	0,535	0,458	0,385	0,315	0,250	0,190	0,137	0,091
$\zeta =$	0,05	0,29	0,75	1,56	3,10	5,47	9,68	17,3	31,2	52,6	106	206	486
$\zeta_0 =$	0,02	0,15	0,39	0,85	1,62	2,89	5,05	8,72	15,4	27,9	53,9	113	276

Bei $\delta_1 = 82^0$ war der Hahn geschlossen; die hinzu gefügten ζ_0-Werthe entsprechen dem Falle einer durch Fig. 708 dargestellten Querschn.-Verengung des zylindr. Rohres für die gleichen Verhältnisse von $\frac{F}{A}$. Mit Hülfe derselben können die zu bestimmten δ-Werthen gehörigen ζ-Werthe schätzungsweise für solche Hähne berechnet werden, welche bei einem Stellwinkel δ_2 (verschieden von δ_1) eben geschlossen werden.

Beispiel. Für einen Hahn (II.), bei welchem $\delta_2 = 75^0$, soll der zu $\delta = 50^0$ gehörige ζ-Werth gefunden werden. Dem Stellwinkel 50^0 entspricht beim Hahn I. ein Stellwinkel $\delta = \frac{50}{75}\,82 = 54^2/_3$, wofür nach obiger Tabelle: $\zeta_0 = 52$. Für $\delta = 50^0$ dagegen ist: $\zeta - \zeta_0 = 52,6 - 27,9 = 25$ (nahezu), folglich der gesuchte Werth: $\zeta = 52 + 25 = 77$*).

Fig. 712.



3. Verengung des Rohrquerschn. durch Drosselklappen, Fig. 712.

Die ζ-Werthe für Rohre von rechteck. (□) und kreisförm. (○) Querschn. enthält nachstehende Tabelle.

	Stellwinkel $\delta =$														
	5^0	10^0	15^0	20^0	25^0	30^0	35^0	40^0	45^0	50^0	55^0	60^0	65^0	70^0	90^0
$\frac{A}{F} =$	0,913	0,826	0,741	0,658	0,577	0,500	0,426	0,357	0,293	0,234	0,181	0,134	0,094	0,060	0
ζ(□)=	0,28	0,45	0,77	1,34	2,16	3,54	5,72	9,27	15,07	24,9	42,7	77,4	158	368	∞
ζ(○)=	0,24	0,52	0,90	1,54	2,51	3,91	6,22	10,8	18,7	32,6	58,8	118	256	751	∞

Fig. 713.

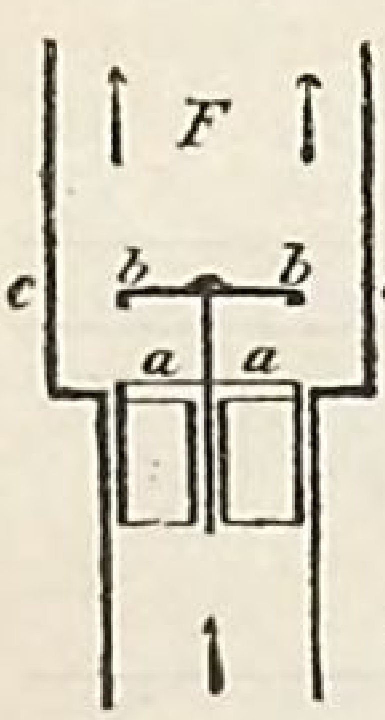
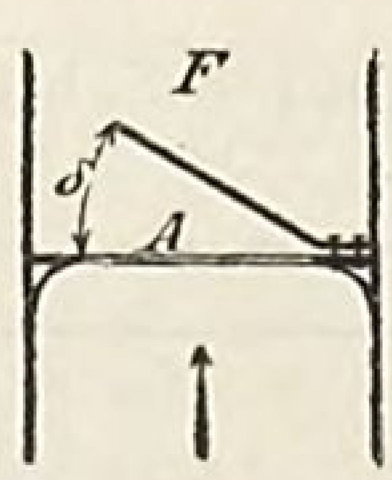


Fig. 714.



4. Verengung des Rohrquerschn. durch Teller- oder Kegel-Ventile, Fig. 713.

Voraus gesetzt wird, dass der ringförmige Querschn. A_1 (bei bc) mindestens = ist dem Durchfluss-Querschn. A (bei aa) des Ventilsitzes und der Ventilhub = dem Halbmesser der Oeffnung im Ventilsitz. Dann ist, unter F den Querschn. des Ventilgehäuses verstanden:

nach Weisbach: $\zeta = \left(1,645\,\frac{F}{A} - 1\right)^2$

nach Grashof: $\zeta = \left(1,537\,\frac{F}{A} - 1\right)^2$ **)

Die von Weisbach gefundenen ζ-Werthe bei Klappenventilen, Fig. 714, bei welchen $A = 0,535\,F$ war, enthält folgende Tabelle.

Oeffnungswinkel $\delta = 15^0$	20^0	25^0	30^0	35^0	40^0	45^0	50^0	55^0	60^0	65^0	70^0
$\zeta =$ 90	62	42	30	20	14	9,5	6,6	4,6	3,2	2,3	1,7
$x = 5,61$	4,75	4,00	3,47	2,93	2,54	2,18	1,91	1,68	1,49	1,35	1,23

Grashof setzt ausserdem: $\zeta = \left(x\,\frac{F}{A} - 1\right)^2$, wobei: $x = 0,535\,(1 + \sqrt{\zeta})$; diese x-Werthe können dazu dienen, auch für Klappenventile mit andern $\frac{F}{A}$-Werthen die zu δ gehörigen ζ-Werthe zu bestimmen***).

Beispiel. $A = 0,64\,F$; bei $\delta = 50^0$ würde sein: $\zeta = \left(\frac{1,91}{0,64} - 1\right)^2 = 4$

5. Knierohre und Rohr-Verkröpfungen.

Für den Durchgang des Wassers durch ein Knie, Fig. 715, von $0,03^m$ lichtem Durchmesser fand Weisbach: $\zeta = 0,9457\,\sin^2\frac{\delta}{2} + 2,047\,\sin^4\frac{\delta}{2}$,

*) Grashof. A. a. O., S. 503—504. — **) Grashof. A. a. O., S. 506—507. — ***) Grashof A. a. O., S. 497—498.

also für:

$\delta = 20^0$	40^0	60^0	80^0	90^0
$\zeta = 0{,}046$	0,139	0,364	0,740	0,984

Bei Kropfröhren (Krümmern), Fig. 716 ist, wenn ρ der mittlere Halbm. der Krümmung, d der Rohrdurchmess. und $\beta = 90^0$, nach Weisbach:

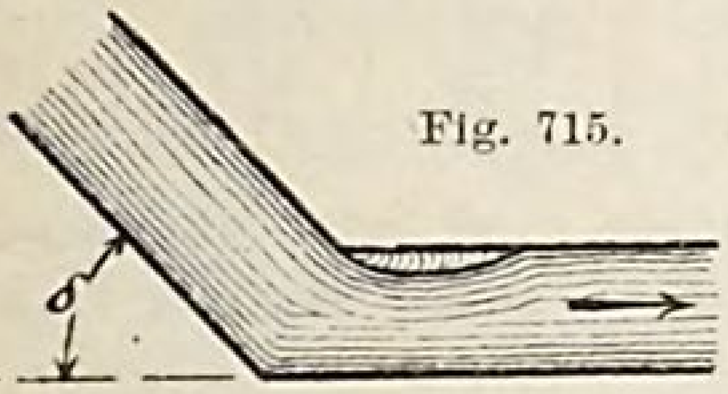
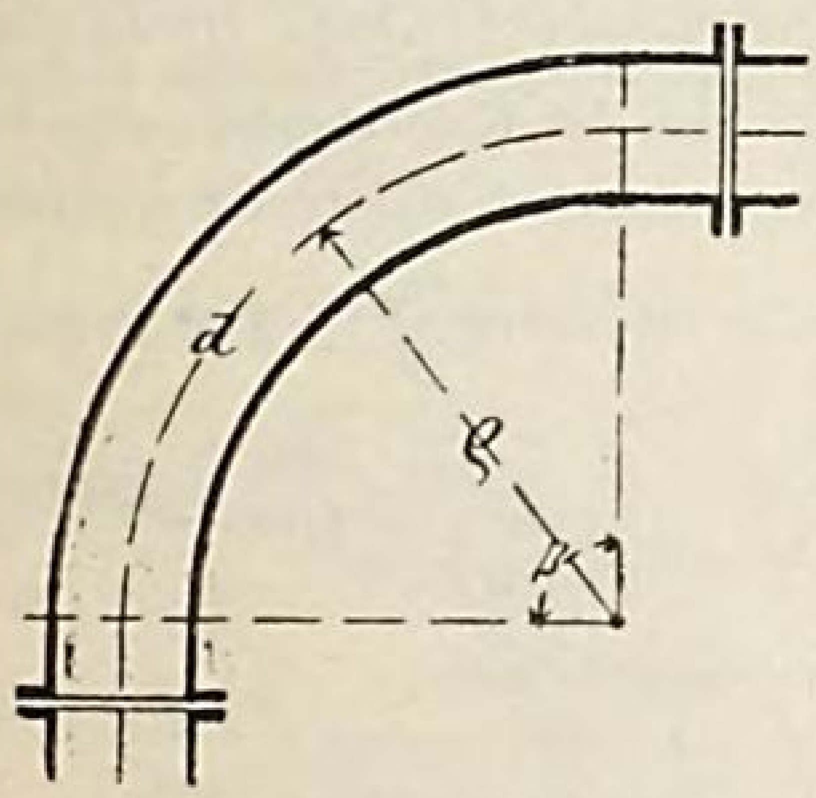


Fig. 715.

$$\zeta = 0{,}131 + 0{,}163\left(\frac{d}{\rho}\right)^{3,5}$$

Grashof empfiehlt, den Gebrauch dieser Gleichg. auf solche Krümmer zu beschränken, bei welchen $\frac{\rho}{d} \leqq 2{,}5$, bei solchen dagegen, für die $\frac{\rho}{d} > 2{,}5$, zur Bestimmung von ζ die Gleichg. anzuwenden:

Fig. 716.



$$\zeta = 0{,}337\ \frac{\beta}{\psi}\sin^2\frac{\psi}{2},\ \text{mit}\ \cos\frac{\psi}{2} = \frac{\frac{\rho}{d}}{\frac{\rho}{d} + 0{,}5}.$$

Für $\beta = 90^0 = \frac{\pi}{2}$, ergiebt sich:

$$\zeta = \frac{0{,}52936}{\psi}\sin^2\frac{\psi}{2}.^{*)}$$

Hiernach ist folgende Tabelle berechnet:

$\frac{\rho}{d} = 1$	1,25	1,5	1,75	2	2,5	3	4	5	6	8	10
$\zeta = 0{,}294$	0,206	0,171	0,154	0,145	0,138	0,130	0,117	0,107	0,099	0,088	0,079

Nach Weisbach ändern sich die ζ-Werthe nicht wesentlich, wenn β bis 180^0 wächst, oder andererseits nur wenig kleiner als 90^0 ist. Für Werthe von $\beta < 45^0$ soll die Hälfte obiger ζ-Werthe genommen werden. Die Grashof'sche Formel berücksichtigt den Einfluss der Grösse von β auf den Werth von ζ direkt.

h. Steighöhe springender Strahlen.

Ist u die Ausfluss-Geschw. eines vertikal steigenden Strahls aus einem der unten näher bezeichneten Mundstücke, also $H = \frac{u^2}{2g}$ die Geschw.-Höhe, so ist die Steighöhe s des Strahls stets kleiner als H; und zwar ist nach Versuchen von Weisbach:

für kreisförm. Mündungen in dünner Wand (normale Einschnürung) von 10 mm Durchm.: (I.) $\frac{H}{s} = 1 + 0{,}011578\,H + 0{,}00058185\,H^2$;

bei eben solchen von 14,1 mm Durchm.: (II.) $\frac{H}{s} = 1 + 0{,}007782\,H + 0{,}00060377\,H^2$.

Für ein kurzes konoidisches Mundstück von 10 mm Mündungsweite mit innen sehr gut abgerundeten Kanten:

$$\text{(III.)}\quad \frac{H}{s} = 1{,}0272 + 0{,}000476\,H + 0{,}00095614\,H^2.$$

Für ein konisches Mundstück von 145 mm Länge bei 10 mm Mündungsweite und 30 mm Weite der untern gut abgerundeten Einmündung:

$$\text{(IV.)}\quad \frac{H}{s} = 1{,}0453 + 0{,}000373\,H + 0{,}000859\,H^2,$$

und bei demselben auf 105 mm Länge verkürzten konischen Mundstück mit jetzt 14,1 mm Mündungsweite: (V.) $\frac{H}{s} = 1{,}0216 + 0{,}002393\,H + 0{,}00032676\,H^2$.

*) Grashof. A. a. O., S. 497—498.

Hiermit ergeben sich folgende Werthe:

Für $H =$	3	5	8	10	12	15	20 m
ad I. $s =$	2,89	4,66	7,08	8,53	9,82	11,49	13,66
„ II. $s =$	2,92	4,74	7,26	8,79	10,16	11,97	14,32
„ III. $s =$	2,89	4,75	7,33	8,87	10,26	12,01	14,10
„ IV. $s =$	2,85	4,68	7,26	8,81	10,24	12,06	14,32
„ V. $s =$	2,91	4,80	7,54	9,28	10,93	13,26	16,67

Hiernach empfiehlt es sich, konische Mundstücke mit gut abgerundeter Einmündungskante anzuwenden, deren Länge = dem 6- oder 7-fachen Durchm. der Mündung ist.

Beispiel. Für einen Springbrunnen mit einem konischen Mundstück von $d_0 = 0{,}014^{\mathrm{m}}$ lichter Weite sei die Länge des Zuleitungsrohrs $l = 100^{\mathrm{m}}$, dessen Durchm. $d = 0{,}080^{\mathrm{m}}$ und die Höhe des Wasserspiegels im Sammelbehälter über der Mündung des Strahlrohrs: $h = 20^{\mathrm{m}}$. Die Leitung enthalte 2 Krümmer von $\varrho = 0{,}8^{\mathrm{m}}$ Halbm. mit $\beta = 90^0$; der Widerstandskoeffiz. für den Eintritt des Wassers aus dem Sammelbehälter in die Rohrleitung sei: $\zeta = 0{,}5$, der Widerstandskoeffiz. für jeden Krümmer, da $\frac{\varrho}{d} = 10$, $\zeta_k = 0{,}08$. Bezeichnet man die Ausflussgeschw. aus dem Mundstück mit u_0 und die Geschw. des Wassers in der Rohrleitung mit u, so ist $u = u_0 \frac{d_0^2}{d^2}$, folglich wenn vorläufig $\lambda = 0{,}04$ angenommen wird:

$$\frac{u_0^2}{2g} = H = \frac{h}{1 + \frac{d_0^4}{d^4}\left(\zeta + 2\zeta_k + \lambda \frac{l}{d}\right)} = \frac{20}{1 + \left(\frac{14}{80}\right)^4 \left(0{,}5 + 0{,}16 + 0{,}04 \frac{100}{0{,}08}\right)} = \frac{20}{1{,}048} = 19{,}08^{\mathrm{m}}.$$

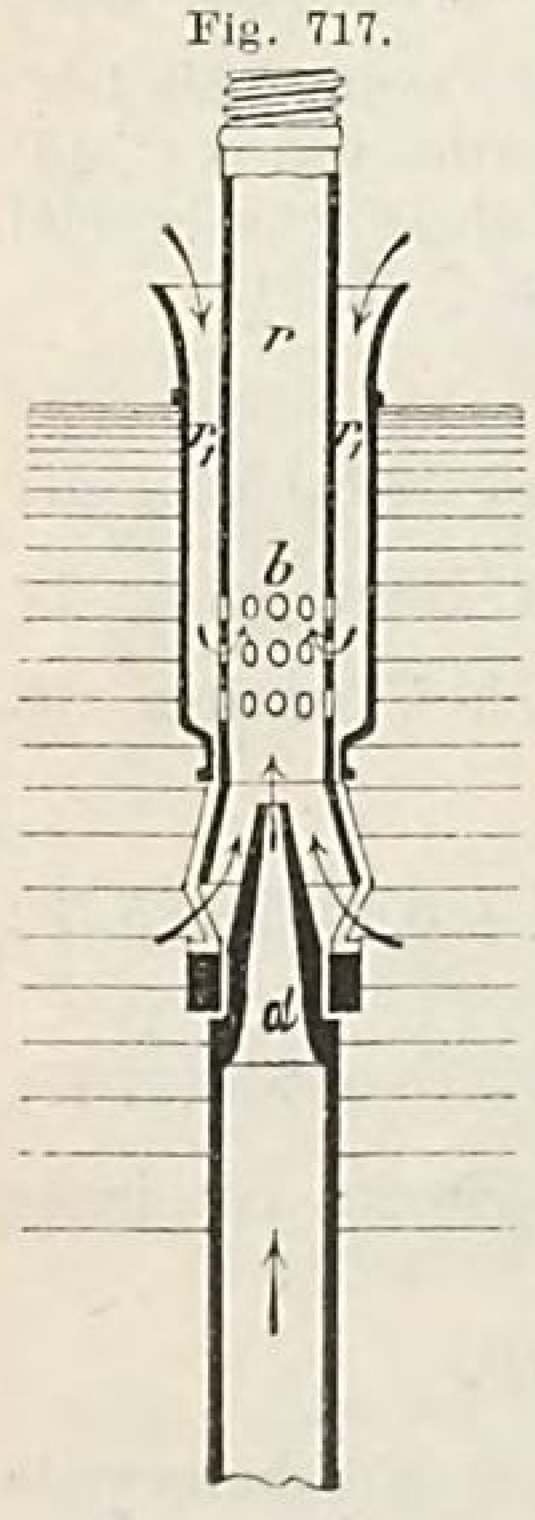
Mithin ist die Geschwindigk.-Höhe $\frac{u^2}{2g}$ des Wassers in der Rohrleitung:

$$\frac{u^2}{2g} = 19{,}08 \left(\frac{14}{80}\right)^2 = 0{,}584^{\mathrm{m}} \text{ und folglich: } u = 3{,}39^{\mathrm{m}} \text{ sowie: } \frac{1}{ud} = \frac{1}{3{,}39 \cdot 0{,}08} = 3{,}68.$$

Hiermit ergiebt sich: $\lambda = 0{,}0239$, abger. 0,024. Vergrössert man jedoch diesen Werth aus den oben angegebenen Gründen um 66%, so wird $\lambda = 0{,}0398$ rd. 0,04, wie oben angenommen. Endlich erhält man auf Grundlage der Weisbach'schen Versuche die muthmassliche Steighöhe des Strahls:

$$s = \frac{H}{1{,}0216 + 0{,}002393\,H + 0{,}00032676\,H^2} = \frac{19{,}08}{1{,}186214} = 16{,}08^{\mathrm{m}}.$$

Fig. 717.



Um den Strahl eines Springbrunnens voluminös erscheinen zu lassen, ohne den Wasserverbrauch erheblich zu vermehren, konstruirt Böckmann*) das Strahlmundstück nach dem Prinzip der Wasserstrahlpumpe, Fig. 717, so dass der aus der konischen Düse d hervor tretende Strahl einen Theil des Bassin-Wassers ansaugen und mit in die Höhe nehmen muss. Ausserdem wird der in dem Rohr r aufsteigenden Wassersäule durch die Rohrhülse r_1 und die bei b in der Wandung von r befindlichen Löcher Luft zugeführt, um hierdurch den geworfenen Strahl spezifisch leichter zu machen. Es soll möglich sein, bei starker Luftzuführung eine nahezu ebenso grosse Wurfhöhe des kombinirten Strahls zu erzielen, als die direkte Ausströmung aus d ergeben würde, wobei der Verbrauch an Druckwasser nur um $^1/_{10}$ bis $^1/_5$ grösser ausfällt, als bei dem einfachen Strahl des Mundstücks d. Die Rohrhülse r_1 ist vertikal verschiebbar, um den Luftzutritt reguliren, bezw. auch ganz aufheben zu können.

Durch Aufsetzen verschiedener Mundstücke auf das obere Ende von r können dem austretenden Strahl verschiedene Formen — natürlich nur auf Kosten der Steighöhe — gegeben werden.

i. Stoss des Wassers in Röhrenleitungen.

Wird die Geschwindigkeit u der in einer Röhrenleitung befindlichen Wassermenge vom Gewicht G durch sehr raschen Abschluss der Ausflussöffnung aufgehoben, ist demnach die negative Beschleunigung des Wassergewichts G sehr gross, so wird eine sehr bedeutende Steigerung des hydraul. Drucks — der spezif. Pressung — im Wasser hervor gerufen, deren Maximalwerth eintritt, sobald die

*) Deutsche Bauzeitg. 1881, S. 573.

Wasser-Geschw. = 0 geworden ist. Da hierbei diese Pressung leicht eine Höhe erreicht, welche der Festigkeit der Rohrwandung gefährlich wird, so ist bei längern Rohrleitungen entweder die Möglichkeit eines raschen Abschlusses der Ausflussöffnungen ganz auszuschliessen, oder wenn dies unthunlich ist, in möglichster Nähe derjenigen Ausflussöffnung, deren rascher Schluss erfolgen kann, ein hinreichend grosser Windkessel einzuschalten, dessen für den hydrostat. Druck p_s bemessenes Luftvolumen V_s sich ergiebt zu: $V_s = \frac{G}{g} u_1^2 \frac{p_1 p_2}{p_s (p_2 - p_1)(p_2 - p_s)}$ *) (46)

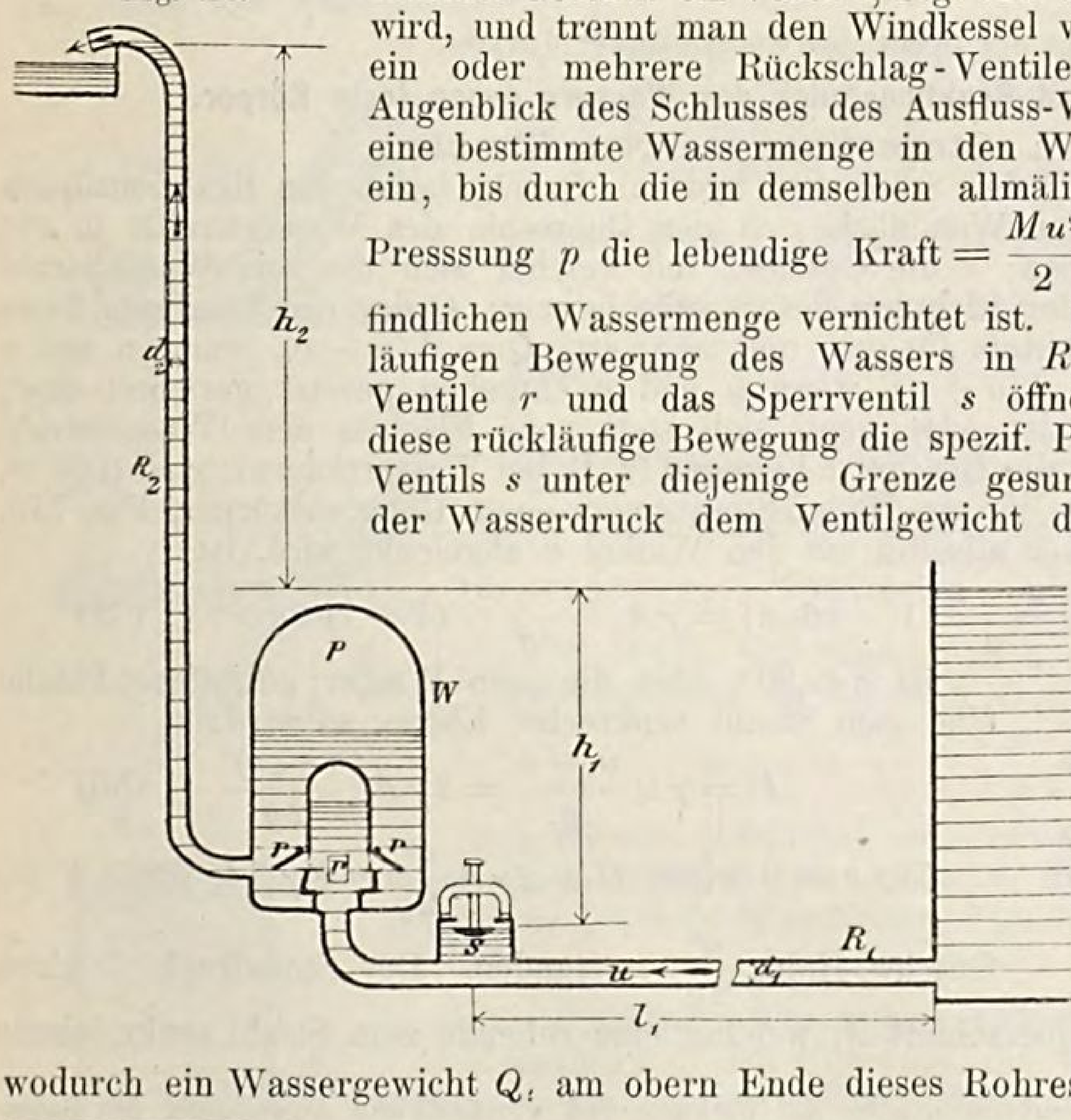
p_1 spezif. Pressung im Wasser bei Beginn der Stosswirkung, also während die Wasser-Geschw. eben noch den normalen Werth u_1 besitzt; p_2 Maximalwerth der spezif. Pressung, sobald $u = 0$ geworden ist; p_s spezif. Pressung im Wasser für den Ruhezustand der Wassermenge G; (sämmtliche p-Werthe sind absolut zu nehmen). Damit bei der rückläufigen Bewegung, welche das Wasser nach Erreichung der Maximal-Pressung p_2 annimmt, nicht Luft aus dem Windkessel in die Rohrleitung übertrete, und sich auf solche Weise der Luftinhalt des Windkessels vermindere, muss der Gesammtinhalt des Windkessels sein: $V_k \geqq V_s \left(2 - \frac{p_s}{p_2}\right)$. (47)

Beispiel. Die Länge einer Wasserleitung v. 0,5 m Durchm. sei 2550 m, ihr totales Gefälle 140 m; der atmosph. Druck = 10 m Wassersäule; die Wassergeschw. $u_1 = 0{,}35$ m. Dafür wird: $p = 150000$ kg pro 1 qm. Ist nun $p_1 = 148600$ kg und der höchstens zulässige Werth $p_2 = 160000$ kg, so wird, da $\frac{G}{g} = \frac{1000 \,.\, 2550 \,.\, 0{,}1963}{9{,}81} = 51000$ kg, der erforderliche Luftinhalt des Windkessels: $V_s = 51000 \,.\, 0{,}35^2 \frac{148600 \,.\, 160000}{150000 \,.\, 11400 \,.\, 10000} = 8{,}7$ cbm und $V_k \geqq 8{,}7 \left(2 - \frac{150000}{160000}\right) \geqq 9{,}24$ cbm.

Hydraulischer Widder (Stossheber).

Führt man bei einer Wasserleitung von mässigem Gefälle den plötzlichen Abschluss der Ausflussöffnung dadurch herbei, dass durch die allmälig wachsende Ausfluss-Geschw. ein Ventil s, Fig. 718 selbstthätig geschlossen wird, und trennt man den Windkessel von der Leitung durch ein oder mehrere Rückschlag-Ventile r, welche sich im Augenblick des Schlusses des Ausfluss-Ventils öffnen, so tritt eine bestimmte Wassermenge in den Windkessel W so lange ein, bis durch die in demselben allmälig anwachsende spezif. Presssung p die lebendige Kraft $= \frac{M u^2}{2}$ der im Rohre R_1 befindlichen Wassermenge vernichtet ist. Mit Beginn der rückläufigen Bewegung des Wassers in R_1 schliessen sich die Ventile r und das Sperrventil s öffnet sich, sobald durch diese rückläufige Bewegung die spezif. Pressung unterhalb des Ventils s unter diejenige Grenze gesunken ist, bei welcher der Wasserdruck dem Ventilgewicht das Gleichgewicht hält. Hierauf beginnt das Spiel des Apparats von neuem.

Fig. 718.



Während des Wassereintritts durch r in den Windkessel W, und noch einige Zeit nach Schluss der Ventile r, veranlasst die erhöhte Pressung p im Windkessel ein Aufsteigen d. Wassers im Steigerohr R_2, wodurch ein Wassergewicht Q_1 am obern Ende dieses Rohres zum Ausfluss kommt.

*) Vgl. Michaud. Ueber die Stösse des Wassers in den Rohrleitungen; übersetzt von E. Wolff, Zeitschr. f. Bauwesen. 1881, S. 422 ff.

Der maschinelle Wirkungsgrad dieses Apparates ist: $\eta = \frac{Q_2 h_2}{Q_1 h_1}$ (48) wenn unter Q_1 das während eines Spiels durch das Sperrventil s ausfliessende und somit verloren gehende Wassergewicht bezeichnet.

Nach sehr umfassenden Versuchen von Eytelwein über die Wirkung des Stosshebers ist: $\eta = 1{,}12 - 0{,}2 \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$. Hiernach ist folgende Tabelle berechnet:

$\frac{h_2}{h_1} =$	1	2	3	4	5	6	8	10	12	15	20
$\eta =$	0,920	0,837	0,774	0,720	0,673	0,630	0,555	0,488	0,427	0,345	0,226

Für die Konstruktion giebt Eytelwein folgende Regeln:

1. Der Durchmesser des Leitungsrohrs R_1 (^{mm}) sei: $d_1 = 9{,}6 \sqrt{Q_1 + Q_2}$ unter Q_1 und Q_2 die oben bezeichneten Wassermengen, (Liter pro Min.) verstanden.

2. Die Länge l_1 des Rohres R_1 (^{m}) sei: $l_1 = h_2 + 0{,}3 \frac{h_2}{h_1}$.

3. Der Durchmesser des Steigrohres sei: $d_2 = \frac{1}{2} d_1$.

4. Der freie Querschnitt des Sperrventils s (welches übrigens auch unter dem Unterwasserspiegel stehen kann), sei $= \frac{\pi}{4} d_1^2$; das Ventil selbst habe ein möglichst geringes Gewicht.

5. Die Ventile s und r sollen so nahe als möglich an einander stehen.

6. Der Inhalt des Windkessels W soll wenigstens = dem des Steigrohrs R_2 sein.*)

Beispiel. Es sei: $h_1 = 1{,}5^m$; $h_2 = 9^m$; $Q_2 = 40^l$ pro 1 Min. Da $\frac{h_2}{h_1} = 6$ wird: $\eta = 0{,}63$ und demnach: $Q_1 = \frac{40 \cdot 6}{0{,}63} = 381^l$; $Q_1 + Q_2 = 421^l$; $d_1 = 9{,}6 \sqrt{421} = 197^{mm}$, rund 200^{mm}; $d_2 = 100^{mm}$; $l_1 = 9 + 0{,}3 \cdot 6 = 10{,}8^m$ und der Inhalt des Windkessels $\geqq 0{,}071^{cbm}$.

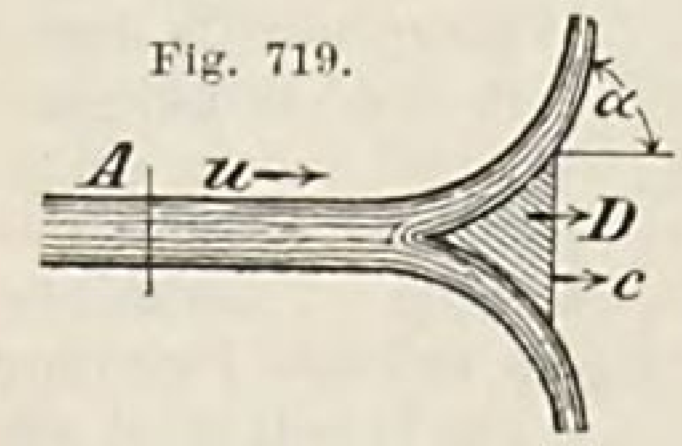
k. Stoss und Reaktionsdruck des Wassers gegen feste Körper.

α. Stoss eines isolirten Strahls.

Es bezeichnen: D den Stoss oder hydraul. Druck, bezw. den Reaktionsdruck des Wassers gegen eine Wandfläche; A den Querschn. des Wasserstrahls in ^{qm}; u die Geschw. desselben; c die Geschw., mit welcher sich die vom Wasserstrahl getroffene Fläche in der Richtung des Strahls bewegt; Q das pro Sek. zum Stoss gelangende Wasserquantum (in ^{cbm}) und zwar ist: $Q = A(u - c)$, wenn u und c gleich gerichtet, $Q = A(u + c)$, wenn u und c entgegen gesetzt gerichtet sind; $Q = Au$, wenn $c = 0$ ist, oder wenn sich stets neue Flächen dem Wasserstrahl darbieten, die sich mit der Geschw. c bewegen (z. B. bei Wasserrädern); $\gamma = 1000^{kg}$, das Gewicht von 1^{cbm} Wasser. Beim Stoss gegen einen Rotationskörper, Fig. 719, an welchem das Wasser allseitig um den Winkel α abgelenkt wird, ist:

$$D = \gamma Q \frac{u - c}{g} (1 - \cos \alpha) = \gamma A \frac{(u - c)^2}{g} (1 - \cos \alpha). \qquad (49)$$

Fig. 719.



Ist $\alpha = 90^0$, also die vom Wasser getroffene Fläche eine zum Strahl senkrechte Ebene, so wird:

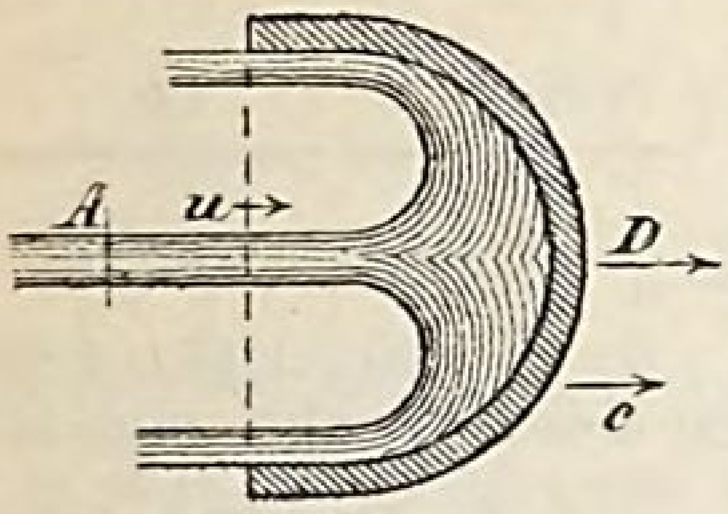
$$D = \gamma Q \frac{u - c}{g} = 2 \gamma A \frac{(u - c)^2}{2g} \qquad (50)$$

Für $c = 0$ wird: $D = 2\gamma A \frac{u^2}{2g} = 2 \gamma A h$, unter h die Geschw.-Höhe $\frac{u^2}{2g}$ verstanden. Der Stossdruck D eines isolirten Strahls vom Querschnitt A, welcher eine ruhende zum Strahl senkr. ebene

*) Eytelwein. Bemerkungen über die Wirkung und vortheilhafte Anwendung des Stosshebers. Berlin 1805. — Weisbach-Herrmann. Ingenieur-Mechanik. Thl. III 2. Abthlg. S. 1008 — 1018. — Rühlmann. Allgemeine Maschinenlehre. Bd. 4. S. 583 — 584. — Wochenschr. des Ver. deutsch. Ingen. 1877. S. 108 — 109. — Zeitschr. des Ver. deutsch. Ingen. 1877. S. 429.

Wand mit der einer Druckhöhe h entsprechenden Geschw. u trifft, ist also doppelt so gross, als der hydrostat. Druck gegen einen Flächentheil A einer ebenen Wand, welche um die Höhe h unter dem Wasserspiegel liegt.

Fig. 720.



Ist $\alpha = 180^0$, Fig. 720, so wird:

$$D = 2\gamma Q \frac{u-c}{g} = 4\gamma A \frac{(u-c)^2}{2g}. \qquad (51)$$

Die Arbeitsleistung des Stossdruckes: $L = Dc$ wird ein Maximum für $c = \frac{1}{3} u$, wenn das pro Sek. zum Stoss gelangende Wasserquantum $Q = A\,(u - c)$ gesetzt, also als Funktion von c betrachtet wird; es ist hiernach allgemein:

$$L = Dc = \gamma A \frac{(u-c)^2 c}{g} (1 - \cos\alpha) \ (52) \ \text{und} \ L_{max.} = \frac{\gamma A}{g} \frac{4}{27} u^3 (1 - \cos\alpha) \ (52).$$

Wird dagegen Q unabhängig von c angenommen, also $Q = Au$ gesetzt, was statthaft ist, wenn stets neue Flächen, die sich mit der Geschw. c bewegen den Wasserstoss empfangen, so erscheint der Maximalwerth von L für $c = \frac{1}{2} u$, und es ist dann allgemein:

$$L = Dc = \gamma Q \frac{(u-c)\,c}{g} (1 - \cos\alpha); \qquad (52\text{a})$$

$$\text{und:} \ L_{max.} = \frac{1}{2} \gamma Q \frac{u^2}{2g} (1 - \cos\alpha). \qquad (53\text{a})$$

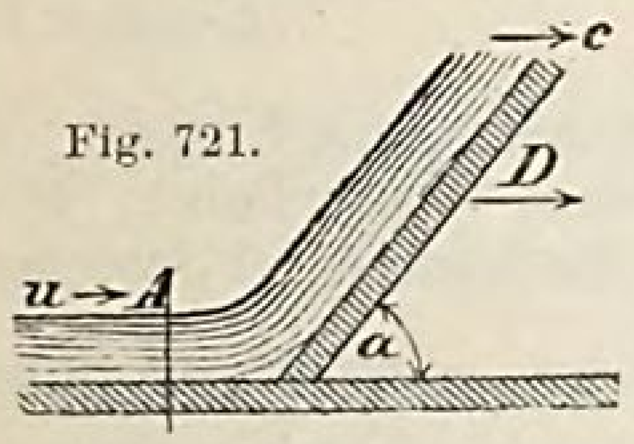
Beispiel. Es sei: $A = 0{,}01^{qm}$; $u = 6^m$; $\alpha = 90^0$, so ist nach (53):

$$L_{max.} = \frac{1000 \,.\, 0{,}01}{9{,}81} \frac{4}{27} 6^3 = 32{,}62^{mkg},$$

wobei das pro Sek. zum Stoss gelangende Wasserquantum $Q = 0{,}01 \,.\, 4 = 0{,}04^{cbm}$ ist und die gestossene Ebene sich mit $c = 2^m$ Geschw. bewegt.

Darf dagegen Gleichg. (53a) angewendet werden, so wird mit: $Q = 0{,}01 \,.\, 6 = 0{,}06^{cbm}$, $L_{max.} = 500 \,.\, 0{,}06 \,.\, 1{,}835 = 55{,}05^{mkg}$.

Fig. 721.

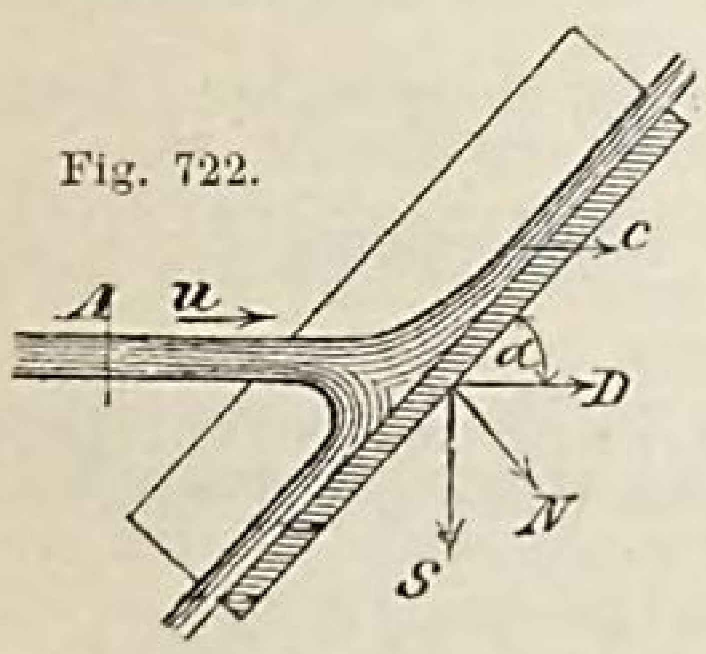


Trifft der Wasserstrahl vom Querschn. A eine ebene Fläche unter dem Winkel α, so ist der Stossdruck D gegen dieselbe:

1. wenn das Wasser nur nach einer Richtung ausweichen kann, Fig. 721: $D = \gamma Q \frac{u-c}{g} (1 - \cos\alpha)$; (54)

2. wenn das Wasser nach zwei Seiten ausweichen kann, Fig. 722: $D = \gamma Q \frac{u-c}{g} \sin^2\alpha$; (55)

Fig. 722.



der Seitenstoss: $S = \gamma Q \frac{u-c}{2g} \sin 2\alpha$; (56)

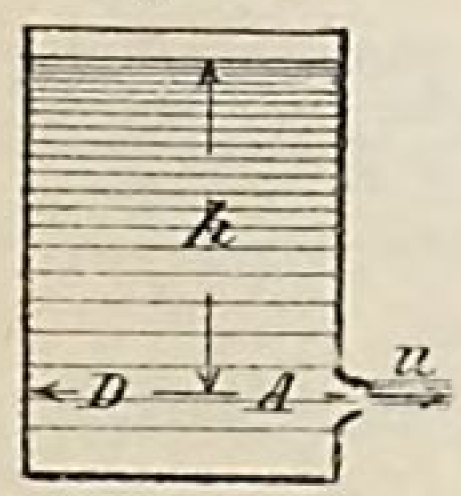
und der Normalstoss gegen die Ebene:

$$N = \gamma Q \frac{u-c}{g} \sin\alpha; \qquad (57)$$

3. wenn das Wasser nach allen Richtungen ausweichen kann, ist für eine Kreisfläche nach Broch:

$$D = \gamma Q \frac{u-c}{g} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \text{tang}\,\alpha. \qquad (58)$$

Fig. 723.



Der Reaktionsdruck eines mit der Geschw. $u = \sqrt{2gh}$ ausfliessenden Strahls vom Querschn. A gegen die der Oeffnung gegenüber liegende Wandfläche, Fig. 723, ist:

$$D = 2\gamma A h \qquad (59)$$

β. Stoss des unbegrnezten Wassers.

Bezeichnen F den Querschn. der vom Wasser getroffenen Fläche in ^{qm}; u die relative Geschw. des Wassers gegen den festen Körper; ϑ einen Erfahrungs-Koeffiz.; D und γ dasselbe wie unter α, S. 748 so ist:

$$D = \vartheta \gamma F \frac{u^2}{2g}. \qquad (60)$$

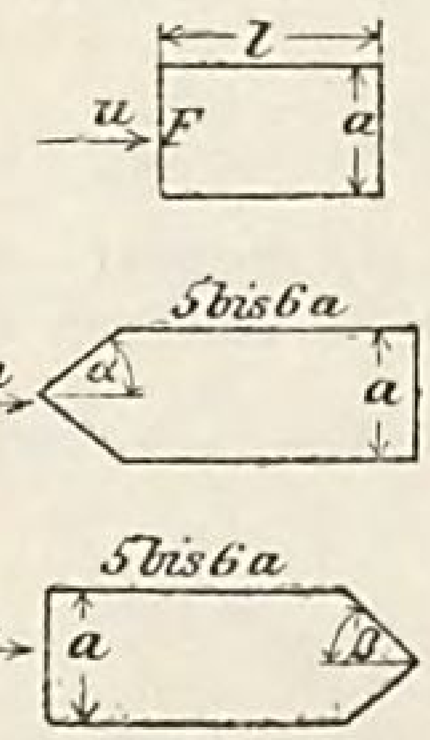
Befindet sich der Körper ganz unter Wasser und in Ruhe, während die Wassergeschw. $= u$ ist, so ist nach Dubuat und Duchemin für ein Prisma von der Länge l mit geraden quadrat. Endflächen: $F = a^2$, Fig. 724:

wenn $\frac{\lambda}{a} =$	0,03	1	2	3	6
$\vartheta =$	1,86	1,46	1,35	1,33	1,46

Wird das Prisma, Fig. 724, mit der Geschw. u in ruhendem Wasser fortbewegt so ist, nach Dubuat für:

$\frac{l}{a} =$	0,03	1	3
$\vartheta =$	1,43	1,17	1,10

Fig. 724, 725, 726.



Mit Rücksicht auf die Unsicherheit dieser Werthe empfiehlt Grashof für $\frac{l}{a}$ oder allgemeiner $\frac{l}{\sqrt{F}} < 3$ den Werth $\vartheta = 1{,}3$ anzunehmen.

Für zum Theil eingetauchte, schwimmende Prismen, deren Länge $l = 5a$ bis $6a$ ist, wird bei zugeschärfter Vorderseite, Fig. 725, für:

$\alpha =$	90°	78°	66°	54°	42°	30°	18°	6°
$\vartheta =$	1,10	1,06	0,93	0,76	0,59	0,48	0,45	0,44

und bei zugeschärfter Hinterseite, Fig. 726, für:

$\beta =$	90°	69°	48°	24°	12°
$\vartheta =$	1,10	1,03	0,98	0,95	0,92

Vorstehende Tabellen können auch zur Schätzung des Wasserdrucks gegen Brückenpfeiler benutzt werden. Ist z. B. die Vertikalprojektion des vom Wasser bespülten Theils eines Brückenpfeilers (normal zur Stromrichtung gemessen) $= F$, die mittlere Stromgeschw. $= u$ und der Brückenpfeiler an der Vorder- und Hinterfläche zugeschärft (vergl. Fig. 725 und 726), wobei $\alpha = \beta = 45°$, so würde $\vartheta = 0{,}64 \frac{0{,}98}{1{,}10} = 0{,}57$ (etwa) gesetzt werden können.

I. Schiffswiderstände.*)

Bezeichnen: L_1 die Länge des Vorderschiffs, L_2 die des Hinterschiffs, $L = L_1 + \theta L_2$ die ganze Länge des Schiffs (gemessen in der Konstruktions-Wasserlinie); B die grösste Breite des Schiffs; T den Tiefgang desselben (bis Oberkante Kiel gemessen); D das Deplacement; $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{W}{BL}$ den Völligkeitsgrad der Wasserlinie W (hierbei bezieht sich α_1 auf den zum Vorderschiff und α_2 auf den zum Hinterschiff gehörigen Theil desselben); $\beta = \frac{A}{BT}$ den Völligkeitsgrad des eingetauchten Areals A des Hauptspants; $\delta = \frac{D}{LBT}$ den Völligkeitsgrad des Deplacements D; u die Fahrgeschw. des Schiffes in ^{m} pro Sek., so ist:

1. für gewöhnliche Seeschiffe mit scharfen oder mittelvölligen Wasserlinien (α_1 und $\alpha_2 = 0{,}55$ bis $0{,}79$; $\beta = 0{,}50$ bis $0{,}95$) der Totalwiderstand in ^{kg}:

$$R = 20\, B\, T \left[\left(\frac{B}{2L_1}\right)^2 (C_1 - 1) G_1 + \left(\frac{B}{2L_2}\right)^2 (C_2 - 1) G_2 \right] u^{2,5} + 0{,}127\, L\, T \left(2 + \alpha \frac{B}{T}\right) u^{1,83}$$

und es bedeutet hierin:

$$C_1 = \frac{n_1^3}{(3n_1 - 2)} \quad \frac{1{,}1}{1 + n_1^2 \left(\frac{B}{2L_1}\right)^2}, \text{ mit: } n_1 = \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1};$$

$$C_2 = \frac{n_2^3}{(3n_2 - 2)} \quad \frac{1{,}1}{1 + n_2^2 \left(\frac{B}{2L_2}\right)^2}, \text{ mit: } n_2 = \frac{\alpha_2}{1 - \alpha_2};$$

*) Vergl. W. Riehn. Die Berechnung des Schiffswiderstandes. Hannover 1882.

$$G_1 = a + \frac{k}{C_1 - 1}; \quad G_2 = a + \frac{k}{C_2 - 1};$$

$$\text{mit } k = 1 - \frac{3}{m+1} + \frac{3}{2m+1} - \frac{1}{3m+1};$$

$$m = \frac{\beta_1}{1-\beta_1}, \text{ wenn } \beta_1 = \beta\left(1{,}1 - 0{,}125\,\beta\,\frac{B}{T}\right);$$

$$a = \frac{1}{3} - \frac{19}{3m+3} + \frac{3}{2m+1} - \frac{1}{3m+1} + \frac{6}{m+2} + \frac{2}{3m+2} - \frac{3}{m+3} + \frac{3}{2m+3};$$

(Tabellen der Werthe von n_1, n_2, $\frac{n^3}{3n-2}$, k u. a, sowie von $u^{2,5}$ u. $u^{1,83}$ finden sich in dem zit. Werke von Riehn, S. 10—12.

2. für gewöhnliche Seeschiffe mit sehr völliger oberer Wasserlinie im Hinterschiff ($\alpha_2 = 0{,}80$ bis $0{,}87$; $\alpha_1 < 0{,}80$; $\beta = 0{,}50$ bis $0{,}95$):

$$R = 20\,BT\left[\left(\frac{B}{2L_1}\right)^2 (C_1 - 1)\,G_1 + \left(\frac{B}{2L_2}\right)^2 (a_2 C_2 - 1)\,G_2\right] u^{2,5} + 0{,}127\,LT\left(2 + \frac{\alpha B}{T}\right) u^{1,83}$$

C_1, C_2, G_1, a und k haben dieselbe Bedeutung wie oben; dagegen ist hier:

$$G_2 = a + \frac{k}{a_2 C_2 - 1} \quad \text{mit:}$$

a_2	wenn a_2
0,9	0,80 — 0,81
0,8	0,82 — 0,83
0,7	0,84 — 0,87

3. Für Flussdampfer mit plattem Boden, jedoch abgerundeter Kimm im Vorder- und Hinterschiff:

$$R = 20\,BT\left[i_1 C_1 \left(\frac{B}{2L_1}\right)^2 + i_2 C_2 \left(\frac{B}{2L_2}\right)^2\right] u^{2,5} + 0{,}153\,LT\left(2 + \alpha\,\frac{B}{T}\right) u^{1,83},$$

mit C_1 und C_2 wie oben: $i_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2C_1}$; $i_2 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3C_2}$.

4. Für ganz flach gehende Fluss- und Kanaldampfer mit plattem Boden und nahezu scharfem Knick in der Kimm auf der ganzen Länge des Schiffes:

$$R = 20\,BT\left[C_1 \left(\frac{B}{2L_1}\right)^2 + C_2 \left(\frac{B}{2L_2}\right)^2\right] u^{2,5} + 0{,}17\,LT\left(2 + \alpha\,\frac{B}{T}\right) u^{1,83}.$$

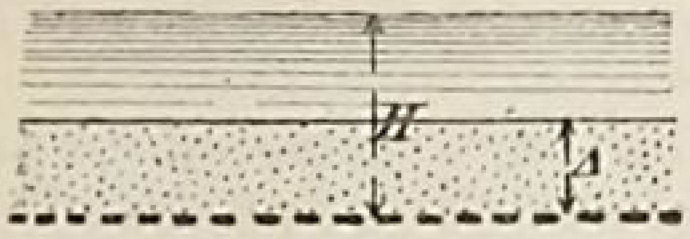
Beispiel. Für einen grossen Postdampfer sei: $L = 130$ m; $B = 13{,}72$ m; $\frac{B}{L} = \frac{1}{9{,}47}$; $\alpha = 0{,}77$; $\alpha_1 = 0{,}74$; $\alpha_2 = 0{,}79$; $\beta = 0{,}86$; $L_1 = L_2 = \frac{L}{2}$ dann wird: $C_1 = 3{,}65$; $C_2 = 5{,}42$; $\beta_1 = 0{,}78$; $G_1 = 0{,}54$; $G_2 = 0{,}446$ und demnach für $u = 8{,}2$ m: $R = 15180 + 19440 = 34620$ kg.

m. Druck des Wellenschlags.

Die Stosskraft der Wellen gegen nahezu vertikale Wandflächen ist von Th. Stevenson in Edinburg auf dynamometrischem Wege durch einen Apparat gemessen worden, dessen 6″ engl. i. Durchm. haltende Stossplatte durch 4 starke Spiralfedern gestützt war. Die Verschiebung der Stossplatte wurde selbstthätig markirt und danach der grösste Werth des während eines Sturmes stattgehabten Wellendrucks nachträglich mittels direkter Belastung der Dynamometer-Platte ermittelt*). Es wurden Stossdrücke pro qm beobachtet:

im Atlantischen Ozean von 3000, 10 000, sogar bis 30 000 kg,
in der Nordsee bis zu 15 000 kg,
in der Ostsee bis zu 10 000 kg.

Fig. 727.



n. Bewegung des Wassers durch Sandfilter, Fig. 727.

Bezeichnet F die Grösse der Filteroberfläche in qm, $\triangle$ die Schichtdicke, H die wirksame Druckhöhe (in m) und wird $\frac{H}{\triangle} = a$ gesetzt, so ist nach Grashof**) die in 1 Minute das Filter passirende Wassermenge (in Liter): $V = F(xa - ya^2)$. (61)

*) Handbuch d. Ingen.-Wissensch. Bd. III, 3. Abth. S. 16—17.

**) Grasshof. A. a. O., S. 540—546.

Aus den von Darcy in Dijon angestellten Versuchen*) leitet Grasshof als Mittelwerthe $x = 16,5$ und $y = 0,232$ ab, wobei jedoch bemerkt wird, dass diese Zahlen nur beschränkten Werth haben, da die mittlere Beschaffenheit des zu den Darcy'schen Versuchen verwendeten Sandes zu wenig bestimmt definirt war.

Weiss zieht aus seinen Untersuchungen**) den Schluss, dass:

$$V = k F \frac{H}{\triangle^{1,77}} \tag{62}$$

gesetzt werden könne, worin auf Grundlage der Darcy'schen Versuche $k = 11,65$ anzunehmen wäre.

In neuester Zeit hat C. Kröber in Stuttgart in dieser Richtung Versuche angestellt***), wobei gut gewaschener Quarzsand von verschiedener Korngrösse zur Verwendung kam. Für Korngrössen $d = 0,54^{mm}$ bis $5,63^{mm}$, Schichtendicken $\triangle = 0,04^{m}$ bis $0,50^{m}$ und Druckhöhen $H = 0,05^{m}$ bis $1,20^{m}$ ergab sich:

$$V = 103680\, F \left(\frac{d H}{d + 900 \triangle} \right)^{\frac{8+d}{8+2d}}. \tag{63}$$

Kröber hebt ausdrücklich hervor, dass seine Formel nur für solche Filter anwendbar ist, bei welchen Sand von sehr gleichmässiger Korngrösse zur Verwendung kommt, das auf das Filter geleitete Wasser bereits nahezu rein ist und bei welchen die Werthe von H, $\triangle$ und d innerhalb der oben genannten Grenzen liegen.

Beispiel. Es sei $H = 1,0^{m}$, $\triangle = 0,80^{m}$, $d = 1^{mm}$, dann wird nach Gleichg. (61) $V = 20,26\,F$; nach Gleichg. (62) $V = 17,29\,F$ und nach Gleichg. (63) $V = 277,6\,F$.

Die erhebliche Differenz zwischen den aus Gleichg. (63) und den aus Gleichg. (61) und (62) erhaltenen Werthen erklärt sich aus der Beschaffenheit des Filtersandes und des Wassers, welches Kröber zu seinen Versuchen verwendete.

*) Darcy. *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*; 1856.

**) Th. Weiss. Studien über die Filtration des Wassers im Grossen und Theorie derselben. Civilingenieur, Bd. 11, 1865; S. 17—36 u. S. 175—228.

***) C. Kröber. Versuche über die Bewegung des Wassers durch Sandschichten. Zeitschr. d. Ver. Deutsch. Ingen. 1884, S. 593—595 u. S. 617—619.

VII.
Hydrometrie.

Bearbeitet von **W. Frauenholz**, Professor an der technischen Hochschule zu München.

Litteratur.

v. Bauernfeind. Elemente der Vermessungskunde. — Belgrand. *La Seine.* — Darcy et Bazin. *Recherches hydrauliques.* — Grebenau. Theorie der Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen. — Derselbe. Die internationale Rheinstrom-Messung bei Basel. — Haas. Ueber Höhenaufnahmen-Organisation, Betrieb und Kosten derselben. — Hagen. Untersuchungen über die gleichförmige Bewegung des Wassers. — Harder. Die Theorie der Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen. — Harlacher. Die Messungen in der Elbe und Donau und die hydrometr. Apparate und Methoden des Verfassers. — Derselbe. Die hydrometr. Arbeiten in der Elbe bei Tetschen. — Kutter. Die neuen Formeln für die Bewegung des Wassers in Kanälen und regelmässigen Flussstrecken. — Rance. *The Water Supply of England and Wales.* — Rühlmann. Hydromechanik; 2. Aufl. — J. v. Wagner. Hydrologische Untersuchungen an der Weser, Elbe, dem Rhein und mehreren kleinen Flüssen. — Technische Vorschriften für den Wasserbau an den öffentlichen Flüssen in Bayern.

Von den benutzten Zeit- und periodischen Schriften sind besonders zu erwähnen: Deutsche Bauzeitung; *Engineering; Excerpt Minutes of Proceedings of the Institution of Civil-Engineers; Transactions of the American Society of Civil-Engineers;* Zeitschr. f. Baukunde; Zeitschr. f. Bauwesen; Zeitschr. d. Archit.- u. Ingen.-Ver. zu Hannover.

I. Nivellement.

a. Längen-Eintheilungen.

Bei unkorrigirten Flüssen wird die Längen-Eintheilung vom fest gesetzten Ausgangspunkte als Nullpunkt der Theilung, wo thunlich dem linkseitigen Ufer des Rinnsals entlang mit Abständen der Hauptprofile von 1000 m, der Zwischenprofile von 200 m, durch -Eichen, in den Boden genügend tief eingeschlagene Pfähle fest gelegt. Bei unvermeidlichen Uebergängen von einem Ufer zum andern oder bei Zurück-Verlegungen des Linienzuges beginnt die Weiterführung desselben an einem geeignet gewählten Punkte des rechtwinklig zum fraglichen Linienstücke gestellten End-Querprofils. An diese Haupt-Längeneintheilungen werden die für projektirte oder ausgeführte Korrektionen erforderlichen Längentheilungen angebunden. In angemessenen Abständen sind künstliche Fixpunkte — auf Mauerwerk oder Beton unter Frosttiefe fundirte Steine an hinreichend gesicherten Stellen — zu schaffen, wenn die vorhandenen natürlichen Fixpunkte nicht ausreichen.

Bei korrigirten Flüssen wird die kilometrische Eintheilung so durchgeführt, dass alle 1000 m derartige künstliche Fixpunkte — Kilometersteine — mit Angabe der Hauptprofil-Nummer und alle 200 m Unterabtheilungs-Steine, in der Regel 3 m vom Uferbord entfernt, gesetzt werden. Auf der obern Seite werden alle Steine ebenflächig bearbeitet, oder es werden besondere Höhenmarken an einer Seite der Steine angebracht.

b. Höhenmessungen.

Sämmtliche natürliche oder künstliche Fixpunkte und Eintheilungs-Zeichen werden unter sich und auf die nächst gelegenen Höhenpunkte der europäischen Gradmessung, bezw. eines andern Präzisions-Nivellements einnivellirt.

Die Aufnahme des Nivellements des Wasserspiegels wird durch eine dem Ufer entlang herzustellende, mit der Längen-Eintheilung korrespondirende Verpfählung vorbereitet; die horizontal abzugleichenden, 20 bis 30 cm über dem Wasserspiegel stehenden Köpfe der im Flussbett zu setzenden Pfähle werden auf die entsprechenden Abtheilungs-Steine einnivellirt.

Während eines niedrigen Beharrungs-Zustandes sind alsdann die Stichmaasse von den Pfahlköpfen bis zum Wasserspiegel in der Reihen- und Zeitfolge von oben nach unten an abzunehmen, dass die Ablesung für die gleiche Wasserwelle erfolgt. Die Wasserstände der benachbarten Pegel werden während der Messungszeit beobachtet und notirt.

An den für Wassermengen-Bestimmungen ausgewählten Flussstrecken wird dieses Verfahren zur Ermittelung des Spiegelgefälles in der Regel erweitert werden müssen.

Gesucht wird eigentlich das Gefälle im Stromstrich. Ist eine Abweichung desselben von dem Spiegel-Gefälle an einem Ufer zu vermuthen, so wird unter ähnlichen Vorbereitungen auch ein Nivellement des Spiegels am andern Ufer aufgenommen. Wurden hierbei die absoluten Spiegel-Gefälle zwischen den Anfangs- und Endprofilen mit a und bezw. a', die zutreffenden Längen mit l und l' ermittelt, so wird als relatives Stromstrich-Gefälle: $\varphi = \frac{a + a'}{l + l'}$ angesehen, oder wenn die Länge l_0 des Stromstrichs von $\frac{l + l'}{2}$ nennenswerth abweichen sollte, wird $\varphi = \frac{a + a'}{2 l_0}$ gesetzt.

Die hie und da angewendeten Verfahren, das Nivellement des Stromstrichs direkt aufzunehmen, wie z. B. unter Benutzung von gekuppelten und verankerten Schiffen, von denen aus die Nivellirlatten bei lothrechter Haltung bis zum Wasserspiegel hinab gelassen werden, können selten Nachahmung finden.

Die Nivellements der Wasserspiegel bei mittlern und Hochwasserständen werden am besten unter Benutzung aufgestellter Interims-Pegel, welche den Längeneintheilungs-Zeichen korrespondirend gesetzt und deren Nullpunkte auf diese einnivellirt werden, aufgenommen. Zur Zeit der betr. Wasserstände sind die Ablesungen an den Pegeln zu machen und daraus die Kotirungen des Wasserspiegels abzuleiten.

c. Auftragen der Längenprofile.

Die Längen sind im Maassstabe der Flusskarten (etwa in 1 : 5000), die Höhen i. M. 1 : 100 event. 1 : 50 anzugeben.

Im Längenprofil sollten eingetragen werden:

1. die Wasserspiegel (Niedrig-, Mittel- und Hochwasser) zur Zeit der Aufnahme, unter Angabe der Zeit der Aufnahme und der hierbei herrschenden Pegelstände; der höchste Wasserstand nach einnivellirten Hochwasser-Marken; die Pegel-Eintheilung (am Anfange der Darstellung) und an dem Pegel die seitherigen niedrigsten und höchsten, wie der amtlich fest gesetzte Mittelwasserstand;
2. alle im Fluss-Rayon befindlichen Fixpunkte, daher ausser jenen der Längen-Eintheilung besonders auch die Fixpunkte der Pegel, die Koten der Schleusendrempel, Wehrkronen, Aichpfähle, Schwellen, Brückenfahrbahn-Unterkanten u. s. w., die beim Antragen gewählten Zuschlags-Stücke am Anfang und Ende des Plans;
3. die Stromrinne (der Thalweg) des Hauptflusses und der Seitenflüsse, die beiderseitigen Uferborde, Korrektionsbauten und Deiche;
4. die relativen Gefälle der Wasserspiegel zwischen den Brechungspunkten; bei Gefälle-Messungen auf beiden Seiten die verglichenen Gefälle; die Längen der Geraden und Kurven (unter Angabe der Grösse und Charakterisirung der Richtung und Lage der Halbmesser) bei bestehenden oder projektirten Korrektionen; die wichtigern Wassertiefen im Thalwege bei Niedrigwasser.

II. Querprofile; Tiefen-Messungen.

a. Aufnahme der Querprofile.

Diese wird an jene der Längenprofile angebunden. Die Messung erfolgt in Ebenen, welche senkrecht zur Längeneintheilung, bezw. zur Stromrichtung (bei Wassermessungen) gestellt werden. Aus den Querprofilen ist die Stromrinne für die Situation und das Längenprofil abzuleiten; es soll durch sie Gestalt, Grösse und Beschaffenheit des Flussbetts und bezw. des Ueberschwemmungs-Gebiets an der betr. Stelle deutlich dargestellt werden.

An unkorrigirten Flüssen mit veränderlichen Flussbetten begnügt man sich oft mit Tiefen-Messungen im Stromstrich oder im Thalwege; die in die Situation an den zugehörigen Stellen einzutragenden Wassertiefen werden entweder auf den während der Messung stattgehabten Pegelstand bezogen oder auch auf den niedrigsten oder auf jenen Beharrungszustand reduzirt, welcher bei Aufnahme des Längen-Nivellements geherrscht hat. Querprofil-Aufnahmen sind nothwendig, wenn es sich um die Frage der Umbildung des Flussbetts, um die Ermittelung der bei Bestimmung der Normalbreite zu Grunde zu legenden mittlern Tiefe, besonders aber um Mengen-Messungen handelt. Je nach dem Wechsel der Flusssohle und dem Zweck der Aufnahme sind die Abstände der Querprofile unter sich in jedem einzelnen Falle besonders zu bestimmen.

Aehnliches gilt auch bei korrigirten Flüssen. Als Norm ist anzusehen, dass nach erfolgter Ausbildung einer korrigirten Flussstrecke bei jedem Längen-Theilpunkte Querprofile aufgenommen werden. Die meisten Querprofile erstrecken sich nur auf mässige Breite über das eigentliche Rinnsal hinaus (Flussprofile); nur einzelne Profile müssen auf das ganze Inundations-Gebiet ausgedehnt werden (Inundations-Profile).

Die Zeit der Aufnahme und der während der letztern herrschende Pegelstand werden notirt; die anzutragenden Wasserstände sind auf die im Längen-Nivellement angegebenen zurück zu führen.

Mit dem Peilen sind Sondirungen über die Untergrund-Beschaffenheit (ob Erde, Sand, feiner oder grober Kies, gebundene Schichten) zu verbinden.

Ist der Wasserspiegel auf den nächst liegenden Längeneintheilungs-Punkt bei Beginn der Messung einnivellirt, so handelt es sich bei Aufnahme des eigentlichen Flussproflls lediglich um Längen- (Breiten-) und Tiefen-Messungen.

Die gewöhnlich vom Längeneintheilungs-Zeichen aus (oder einem Punkte der Basis) zu rechnenden Längen werden bei kleinern Flüssen auf Stegen mit Messlatten oder Messbändern und, wenn Stege nicht benutzbar sind, mittels entsprechend eingetheilter Profilleinen oder Drahtseile — event. durch einzelne kleine verankerte Nachen unterstützt — von Nachen aus, welche an jener Leine selbst geführt oder durch Anker (Pfähle) und Seile gehalten und an den Profilleinen vorüber geführt werden, gemessen. — Das bei Flüssen von grösserer Breite, an Küsten etc. anzuwendende Messungs-Verfahren wird im Abschn. über Messkunde behandelt.

Die Tiefen-Messungen werden gewöhnlich bis zu 6 m Wassertiefe mit Peilstangen, bei grösserer Tiefe mit dem Senkblei ausgeführt. Bei sehr kleinen Tiefen und Geschwindigkeiten kann man die Sohle auch direkt einnivelliren; in besondern Fällen können selbstregistrirende Peilapparate Verwendung finden; bei Tiefen-Messungen in der See benutzt man Patentlothe*).

Können bei den Flussquerprofil-Aufnahmen Stege nicht benutzt werden, so wird man die Tiefen-Messungen sofort, wenn die entsprechenden Längen-Messungen vom Nachen aus gemacht sind, nachfolgen lassen, um die wiederholte Einstellung des Nachens zu vermeiden.

Zur genauen Ermittelung des Querprofils sind die Peilungen im allgem. in Abständen von 2—3 m, unter Umständen auch in solchen bis zu 20 m, jedenfalls aber an allen Brechpunkten zu machen. Die an Profilleinen gemessenen Längen sind einer Korrektur dann zu unterziehen, wenn die freie Länge des Seils beträchtlich ist**). Eine genaue Messung des Abstandes der beiden Ufer im Querprofil (auf trigonometrischem Wege) bietet die beste und einfachste Handhabe für diese Korrektur.

Die Untersuchung des Fluss-Untergrundes geschieht nach Einsetzen und mässigem Eintreiben von hölzernen oder eisernen Futterröhren unter Anwendung von Bohr- und Räumwerkzeugen (Lettenbohrer, Meissel-, Kronenbohrer, Räumlöffel). Mit der Herausnahme des Materials Hand in Hand hat event. das weitere Eintreiben der Futteröhren zu erfolgen.

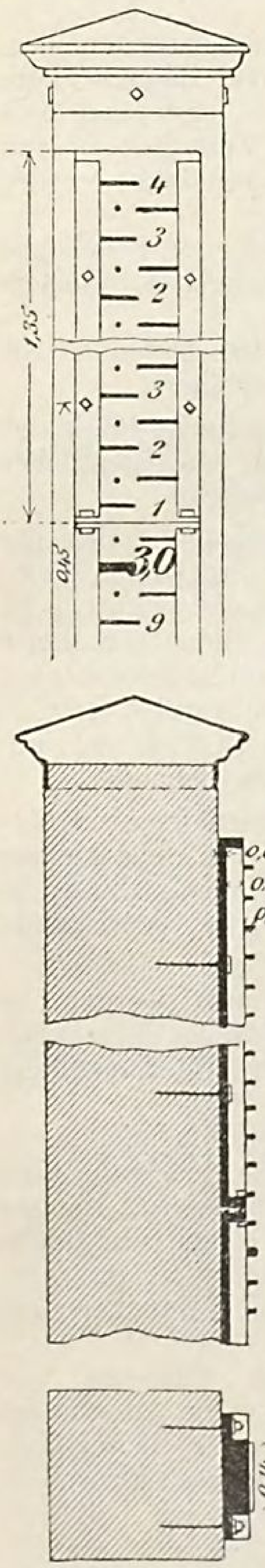
*) Zu erwähnen ist der Brooke'sche Apparat, das Bathometer von Siemens (Zeitschr. d. Arch.- u. Ingen.-Ver. zu Hannover 1877) und das auch zu Tiefen-Messungen verwendete Patentlog, dessen Zählapparat den durchs Wasser zurückgelegten Weg angiebt.

**) Zeitschr. f. Bauw. 1884, S. 39—50. Ueber Peilungen mittels Drahtseils im Rhein.

b. Auftragen der Querprofile.

Fluss-Querprofile werden gewöhnlich in verzerrtem Maasse aufgetragen; die Längen im 5 bis 10 mal so grossen Maassst. als in der Flusskarte (also 1 : 1000 bis 1 : 500), die Höhen im Maassst. 1 : 100 und bezw. 1 : 50. In der grafischen Darstellung sind vorzugsweise anzugeben: die Schnitte der Querprofil-Ebenen mit dem Wasserspiegel, mit dem Flussbett und dem nächst angrenzenden Gelände, der Horizont des bezügl. Längeneintheilungs-Punkts und dessen Kote über dem Generalhorizont, die Koten des Wasserspiegels und die Wassertiefen.

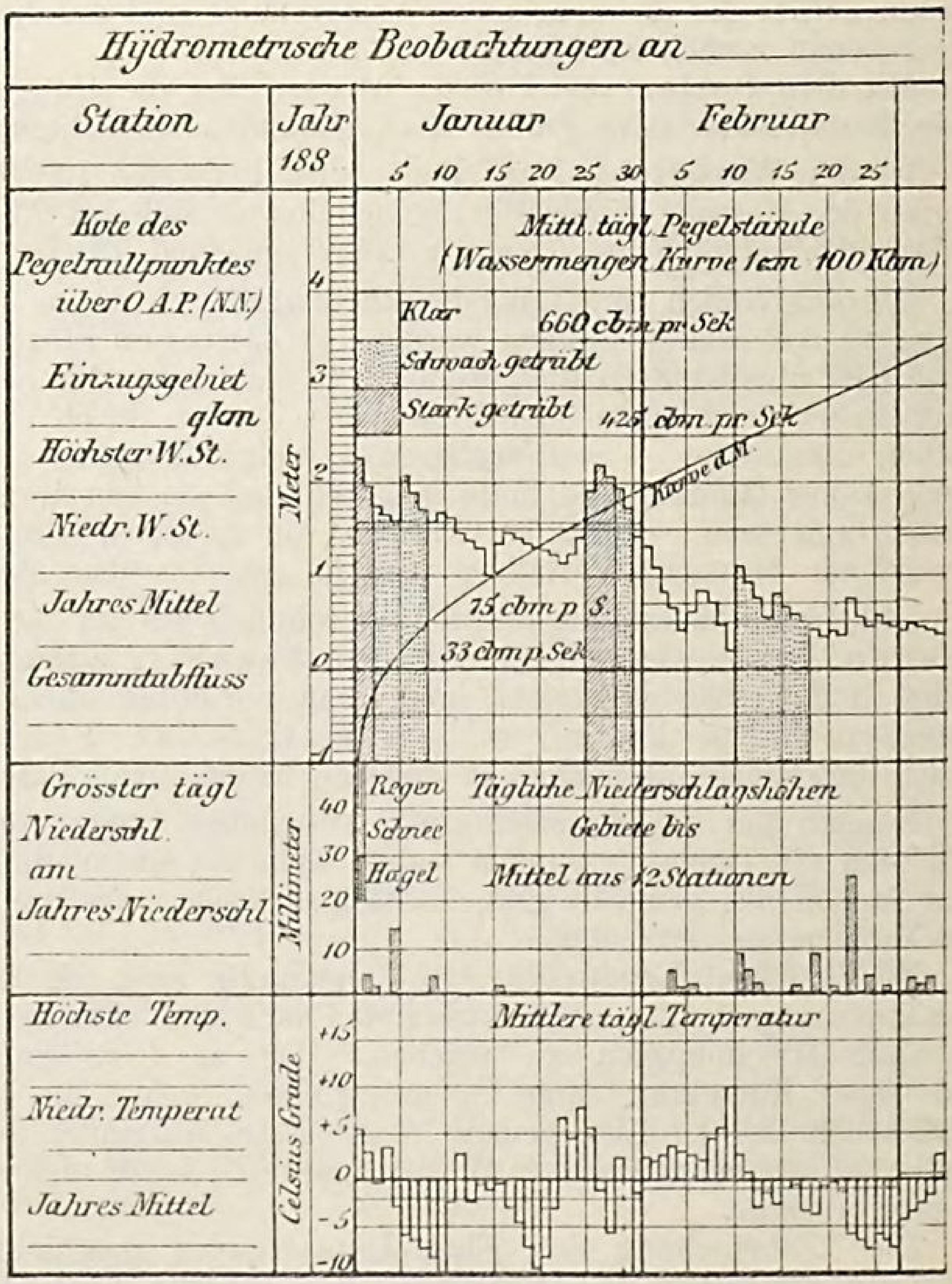
Fig. 727, 728.



Bei Inundations-Profilen werden die Längen, wohl auch im Maasstabe der Situation, die Höhen wie bei Flussprofilen angetragen.

Mengenmessungs-Profile bringt man in grösserem Maassstabe: Längen 1 : 500 bis 1 : 100, Höhen 1 : 50 bis 1 : 10, zur Darstellung; bei solchen ist das Gefälle im Stromstrich auf kurze Strecke ober- und unterhalb des Profils zu erheben, um die mittlere Profil-Geschwindigkeit auch berechnen zu können.

Fig. 729.



III. Pegel-Beobachtungen.

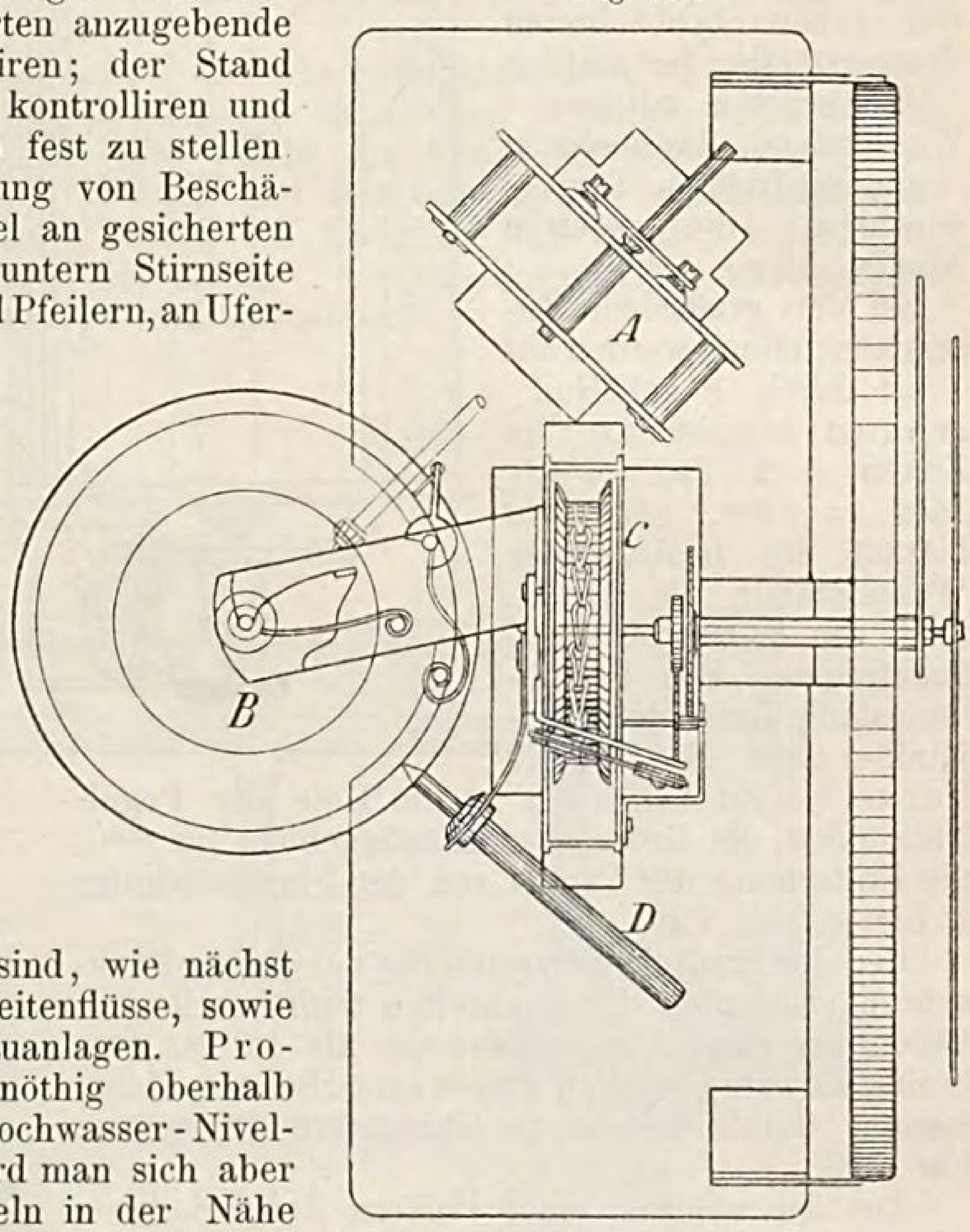
Regelmässige Wasserstands-Beobachtungen haben allgemeinen Werth; daher ist die zweckmässige Eintheilung, die richtige und gesicherte Aufstellung und Erhaltung der Pegel, die genaue Beobachtung derselben und die zweckentsprechende Verwerthung der Beobachtungs-Resultate von grosser Wichtigkeit.

a. Eintheilung und Aufstellung der Pegel.

Die Theilung der Pegel ist nach Centimetern (von 5 zu 5 oder von 2 zu 2 ^{cm} fortschreitend) mit deutlicher Markirung der Decimeter und Meter auf den (aus Holz, Gusseisen oder Porzellan gefertigten) Pegellatten durch Oelfarbe oder Emaillirung besser noch in Relief und Farbe oder Emaillirung, anzugeben, Fig. 727. Der amtlich fest gesetzte Mittelwasserstand — abgeleitet aus dem Mittel aller während mehrerer Jahre gleichmässig an jedem Tage gemachten Beobachtungen unter allenfallsiger Berücksichtigung der sogen. Vegetationsgrenze — ist besonders zu markiren.

Bei neu zu setzenden Pegeln wird der Nullpunkt der Theilung — 0 P. — gewöhnlich in der Höhe des bekannnten niedrigsten Wasserstands angenommen, zuweilen auch noch etwas tiefer. Um möglichen Fluss-Veränderungen Rechnung zu tragen, hat jedoch die Theilung sowohl unter 0 herab — als über den seither bekannten höchsten Wasserstand hinaus zu reichen.

Fig. 730.



Die Nullpunkte aller Pegel sind auf benachbarte, in den Flusskarten anzugebende Fixpunkte genau einzunivelliren; der Stand der Pegel ist jedes Jahr zu kontrolliren und der jeweilige Befund amtlich fest zu stellen. Zur bestmöglichen Vermeidung von Beschädigungen sind die Hauptpegel an gesicherten Stellen anzubringen: an der untern Stirnseite von Brücken-Widerlagern und Pfeilern, an Ufermauern, an starken Eichen-Pfählen, welche in ungefährdeten Buchten genügend tief eingerammt werden, wobei in allen Fällen besonders zu beachten ist, dass das Ablesen der Pegelstände, das Reinigen und Abeisen der Pegel thunlichst erleichtert ist. An flachen Ufern werden sogen. korrespondirende Pegel benutzt. Pegel sollten überall da aufgestellt werden, wo wesentliche Unterschiede in den Fluss-Verhältnissen auftreten oder zu erwarten sind, wie nächst der Einmündung grösserer Seitenflüsse, sowie ober- und unterhalb von Stauanlagen. Provisorische Pegel sind nöthig oberhalb wichtiger Baustellen, für Hochwasser-Nivellements etc. Gewöhnlich wird man sich aber auf die Aufstellung von Pegeln in der Nähe grösserer Orte und an Flussübergängen beschränken müssen.

Bei vorkommenden Beschädigungen, z. B. durch Eisgang, sind sofort Nothpegel aufzustellen, deren Nullpunkte auf die Fixpunkte einnivellirt werden; die Interims-Ablesungen sind auf 0 des wieder zu errichtenden Hauptpegels zu reduziren. Die einmal vorhandenen oder gewählten Pegel-Nullpunkte sind für alle Zeiten beizubehalten. Werden in der Nähe der Pegel Bauten hergestellt, welche auf den Wasserstand unmittelbar einwirken, so sind hierüber amtliche Vormerkungen zu machen.

b. Zeit und Auftragen der Beobachtungen.

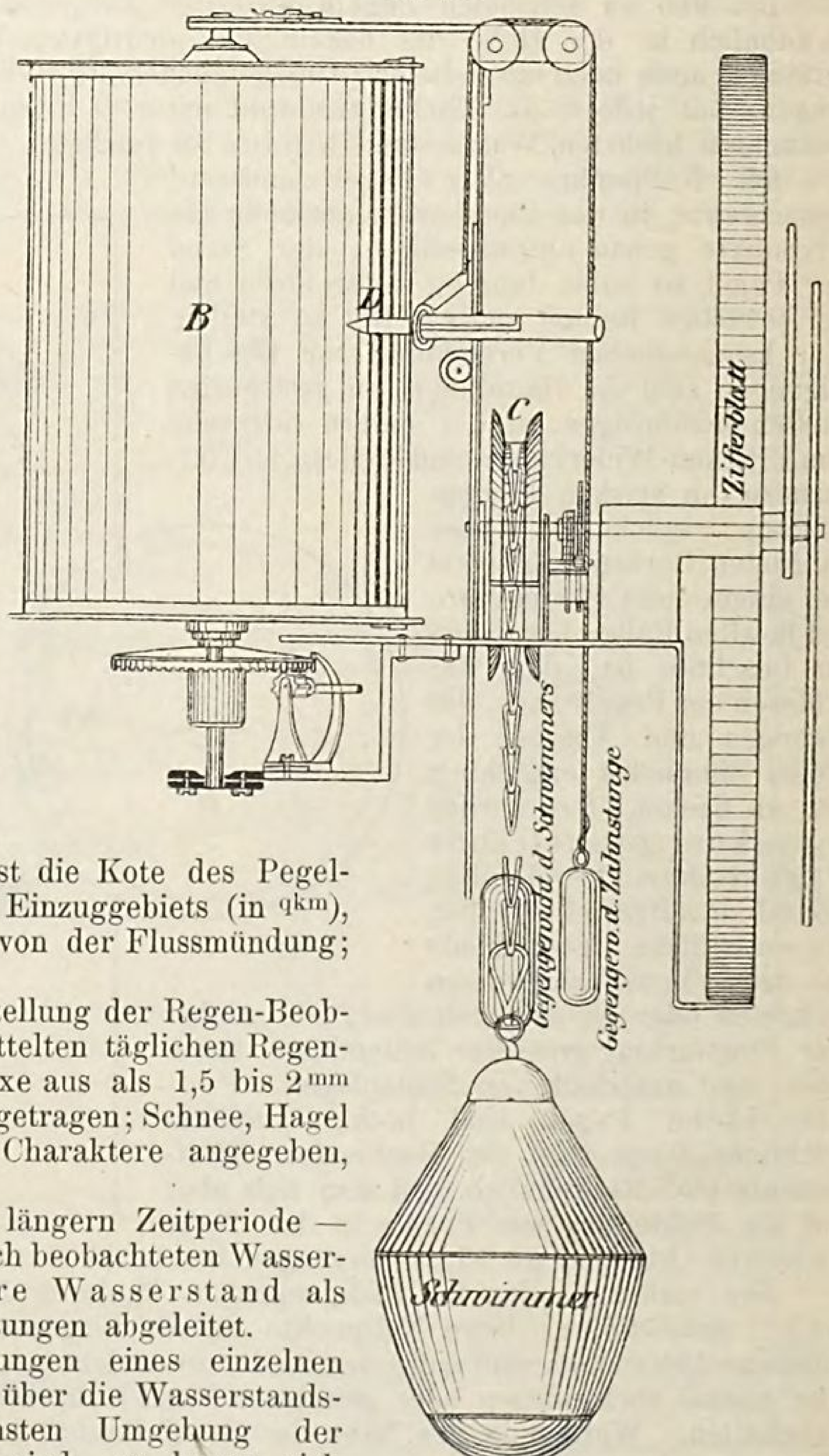
Bei gewöhnlichen Wasserständen haben die Pegel-Ablesungen täglich einmal zur gleichen Zeit statt zu finden; bei rasch wechselnden Wasserständen, bei Hochwasser und Eisgang sind öftere Ablesungen nöthig.

Die Ablesungen werden tabellarisch und grafisch zusammen gestellt, am besten in Verbindung mit Regen- und Temperatur-Beobachtungen. Die mittlere

tägliche Regenhöhe des Flussgebiet-Abschnitts oberhalb der Pegelstation wird aus allen einschlägigen Regen-Beobachtungen mit Rücksicht auf die Bezirke gleicher Regen-Intensität abgeleitet und aufgetragen.

In den einzelnen Pegel-Tabellen, in welchen für den gleichen Pegel zweckmässig je die Beobachtungen während eines Monats oder eines Jahres zusammen gefasst werden, sind in der Rubrik „Bemerkungen" alle besondern meteorologischen Erscheinungen und alle besondern Vorkommnisse auf dem Flusse wie Eisgang, Eisstoss u. s. w. zu erwähnen; das aus allen aufgeführten Wasserständen berechnete, arithmetische Monats- und Jahresmittel, die höchsten und niedrigsten Wasserstände während der Beobachtungs-Perioden sind anzugeben, desgl. die höchsten und niedrigsten von jeher beobachteten Wasserstände, der amtlich fest gesetzte mittlere Wasserstand, die höchsten und niedrigsten Temperaturen, die grössten Niederschläge.

Fig. 731.



Bei der grafischen Zusammenstellung werden auf der durch Pegel-Null gelegten Abszissenaxe die Zeiten — 1 Tag = 1,5, oder = 2^{mm}, senkrecht hierauf die beobachteten Wasserstände als Ordin. i. M. von 1 : 100 bis 1:75 angetragen. Die Verbindungslinie der Ordin.-Endpunkte giebt die Pegelkurve.*) Zu bemerken ist die Kote des Pegel-Nullpunkts, die Grösse des Einzuggebiets (in ^{qkm}), die Entfernung des Pegels von der Flussmündung; s. hierzu Fig. 729.

Bei der grafischen Darstellung der Regen-Beobachtungen werden die ermittelten täglichen Regenhöhen von einer Abszissenaxe aus als 1,5 bis 2^{mm} breite, schwarze Streifen aufgetragen; Schnee, Hagel werden durch besondere Charaktere angegeben, Fig. 729.

Aus den während einer längern Zeitperiode — mindestens 10 Jahre — täglich beobachteten Wasserständen wird der mittlere Wasserstand als Mittel aus allen Beobachtungen abgeleitet.

Wie aus den Beobachtungen eines einzelnen Pegels wichtige Aufschlüsse über die Wasserstands-Verhältnisse in der nächsten Umgebung der Pegelstation zu entnehmen sind, so lassen sich durch geeignete Kombinationen der Beobachtungen an den oberhalb einer Station befindlichen Pegel die an dieser zu gewärtigenden Wasserstände auf einige Zeit vorher ermitteln.**)

*) Diese Kurve wird blau ausgezogen bei fliessendem Wasser, mit blau gestrichelter Linie bei Eisgang (Treibeis), mit blau strich-punktirter Linie bei vorhandener Eisdecke, mit — + — + Linie bei abgehendem Eis.

**) Vergl. hierzu eine Mittheilung von Sasse: Deutsche Bauzeitg. 1885, S. 78 ff.

c. Besondere Pegeleinrichtungen.

Ausser den seither genannten einfachern Pegeln werden verwendet:

α. Schwimmende Pegel,

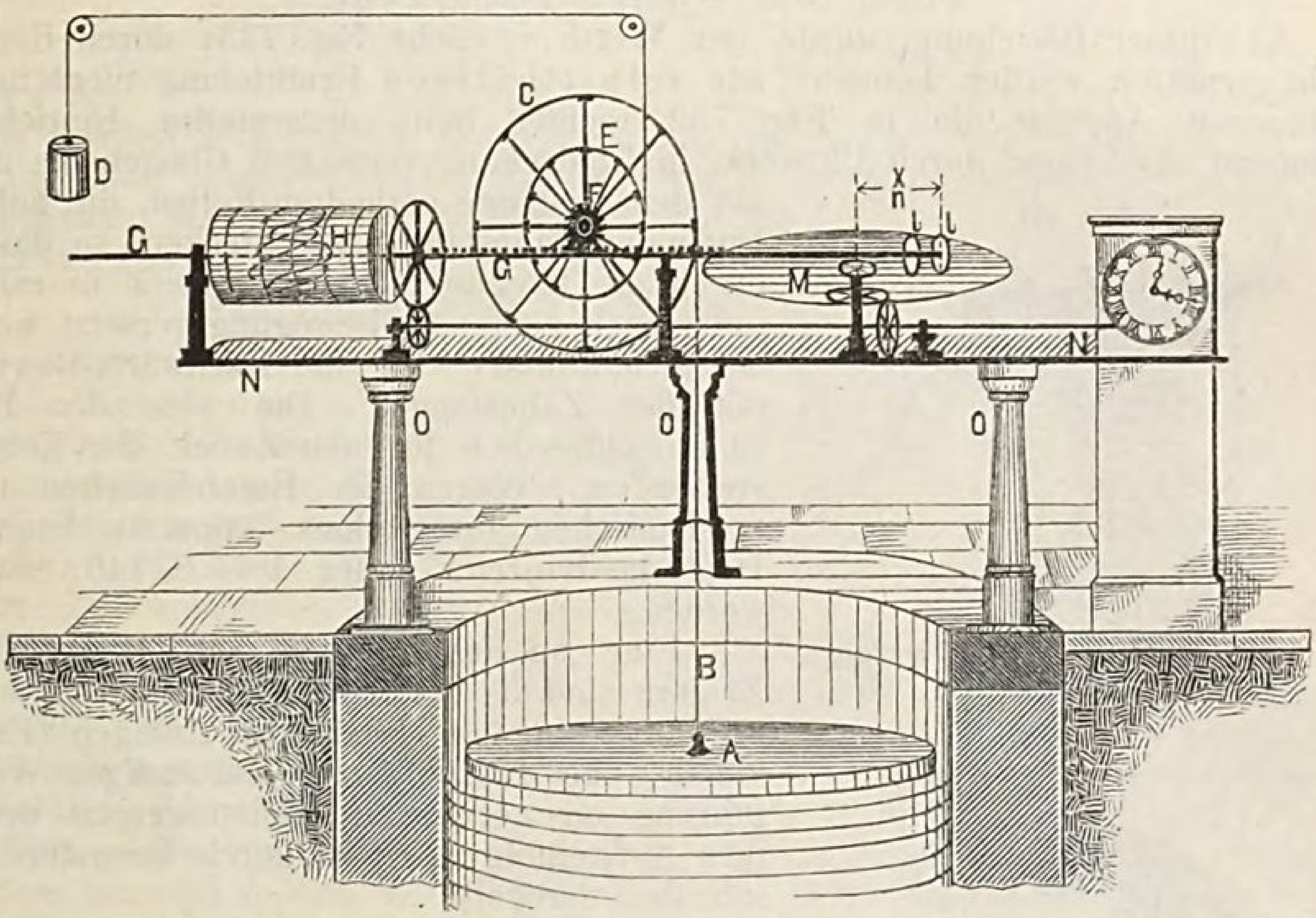
welche auch zur automatischen Markirung der niedrigsten und höchsten Wasserstände eingerichtet werden („Limnigraphen").

β. Selbstregistrirende Pegel.

In den Details wechselnd haben alle Konstruktionen das Gemeinsame, dass der Wechsel in der Höhenlage des Wasserspiegels zum vollen Betrage oder verkleinert mittels eines Schwimmers auf einen Zeichenstift übertragen wird, der seine Bewegung auf einem Papier-Blatte verzeichnet, welches auf einem Zylinder gelegt ist. Dieser Zylinder wird durch ein Uhrwerk gedreht, gewöhnlich so, dass in 24 Stunden 1 volle Umdrehung stattfindet. Das Papier ist mit entsprechender horizontaler und vertikaler Linientheilung versehen und wird in der Regel so lang genommen, dass eine Auswechselung erst in Zwischenräumen von mehren Tagen erforderlich ist. Im Interesse der bequemen Uebersicht kann man für jeden einzelnen Tag einen Zeichenstift anderer Färbung benutzen.

Eine Konstruktion, welche mehrfach wiederholt ist, geben die Fig. 730 u. 731*). Fig. 730 zeigt den Grundriss des Apparats. *A* ist das zur Drehung des Zylinders *B* dienende Uhrwerk, *C* die Rolle, über welche die Kette des Schwimmers geht; *D* der Schreibe-Apparat, dessen Hebung und Senkung mittels einer Zahnstange bewirkt wird, die ihre Bewegung durch ein kleines Trieb erhält, welches auf dem vordern Ende der Achse *A* der Rolle *C* steckt. Sowohl das Gewicht des Schwimmers als das der Zahnstange sind ausbalanzirt.

Fig. 732.



Einen Nebenzweck erfüllt der Apparat, indem auf einem Zifferblatt der jeweilige Stand des Wasserspiegels durch 2 Zeiger ablesbar gemacht ist. Dies Zeigerwerk wird durch einen Mechanismus aus Rollen und Hebeln in Bewegung gesetzt, welcher auf dem hintern Theil der Achse der Rolle *C* sich befindet, die für diesen Zweck hohl hergestellt ist. Für die Sicherheit der Angaben des Apparats ist es erforderlich, dass heftige Bewegung des Wassers von dem Schwimmer fern gehalten werde.

γ. Mareographen.

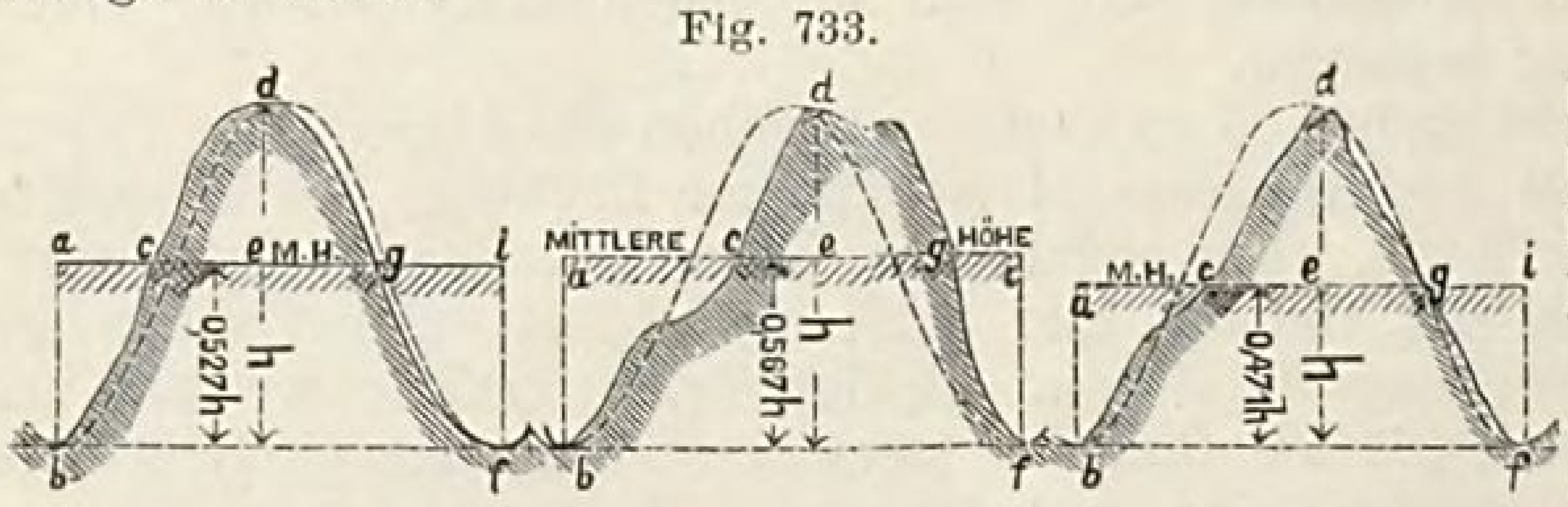
Die von der Europäischen Gradmessungs-Kommission an verschiedenen Küstenpunkten Europas aufgestellten „Mareographen" erfüllen neben dem Zweck einer

*) Selbstregistrirender Pegel an der Börsenbrücke zu Bremen; Zeitschr. f. Bauw. Jahrg. 1870.

genauen Verzeichnung der periodischen Hebungen und Senkungen des Meeresspiegels (Bestimmung der Fluthkurven) auch denjenigen der selbstthätigen Bestimmung der mittlern Meereshöhe an den Aufstellungspunkten.

Das von Reitz erfundene — von der Firma Dennert & Pape in Altona ausgeführte — System der Mareographen Fig. 732 enthält in liegender Anordnung den Zylinder mit Papierbelag, welcher durch Wirkung des in der Figur rechts stehenden Uhrwerks in je 24 Stunden 1 Umdrehung macht; der Papierbelag bedarf indess nur in Perioden von je 1 Monat der Auswechslung. Der Zeichenstift wird bei fallendem Wasser durch Sinken eines Schwimmers A bewegt, dessen Bewegung durch einen Kupferdraht auf die Scheibe C und von da mittels eines kleinen Zahnrädchens F auf eine Zahnstange H übertragen wird, an welcher der Zeichenstift direkt befestigt ist. Bei steigendem Wasser wird die Bewegung des Zeichenstifts durch Sinken eines Gewichts D hervor gerufen, welches auf Drehung der Scheibe E und dadurch ebenfalls auf die Bewegung der Zahnstange G wirkt.

Fig. 733.

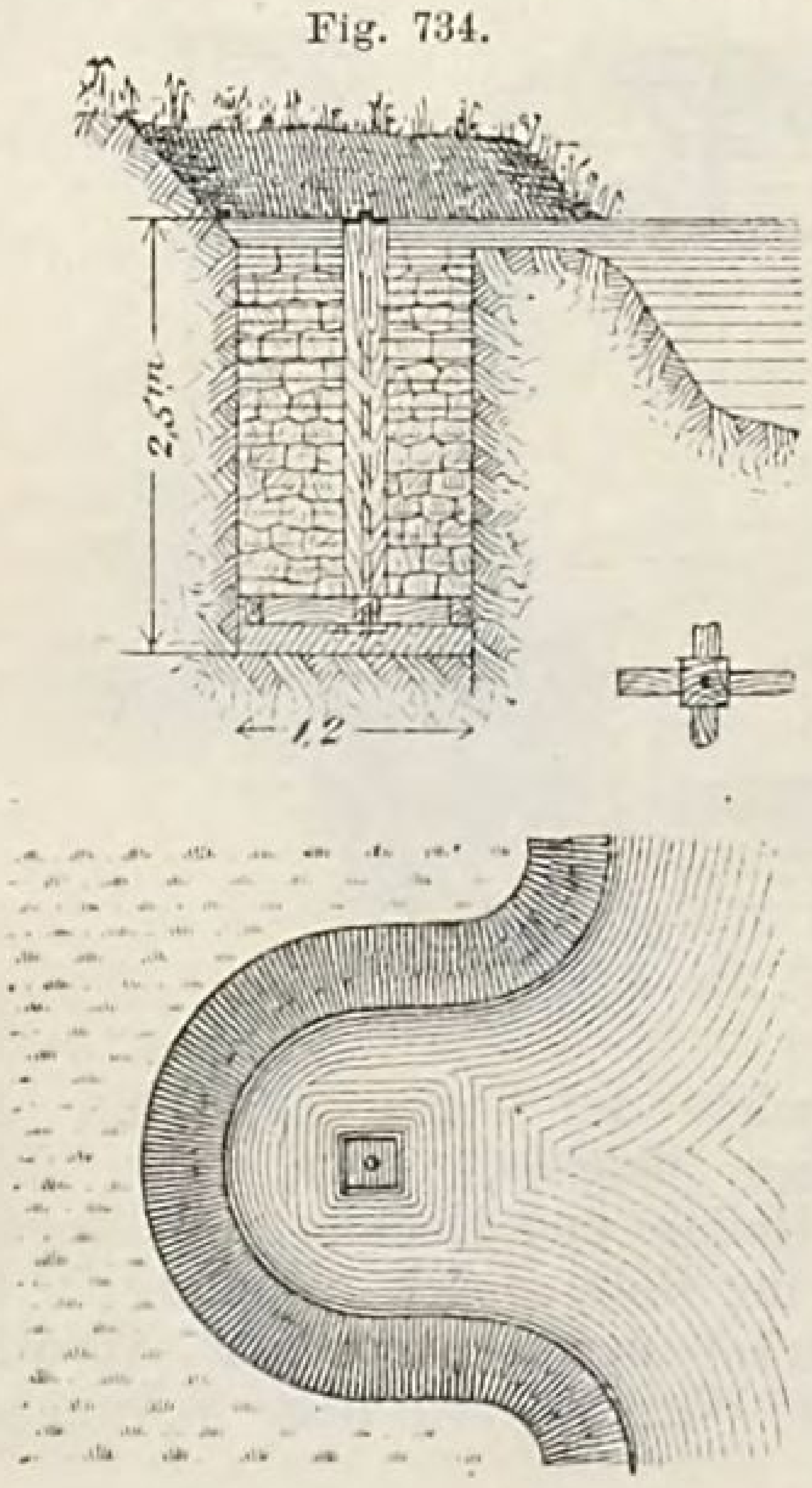


Die mittlere Meereshöhe ergiebt sich aus der besondern Gestalt der Fluthkurve; in Fig. 733 sind 3 Fluthkurven für 3 verschied. Küstenpunkte Europas, welche gleichen Fluthwechsel h haben, dargestellt*). Die mittlere Höhe x der Fluthöhe ist durch die Bedingung bestimmt, dass:

Fläche $(abc + gfi) =$ Fläche $cdge$.

Aus dieser Beziehung würde der Werth x (siehe Fig. 733) durch Rechung leicht ermittelt werden können; zur selbstthätigen Ermittelung dient in dem Reitz'schen Apparat die in Fig. 732 rechter Seits dargestellte Einrichtung, bestehend aus einer durch Uhrwerk in Umdrehung versetzten Glasscheibe und 2 auf dem Umfange getheilten Rollen, die auf dem Ende der Zahnstange lose stecken, so dass sie durch die Drehung der Glasscheibe in rollende (oder auch gleitende) Bewegung versetzt werden, bei gleichzeitiger Vor- und Rückwärts-Bewegung mit der Zahnstange. Die eine der Rollen ist ausschliesslich für den Zweck der Kontrolle vorhanden. Wegen der Besonderheiten dieses mechanischen Integrations-Apparats kann auf Deutsche Bauzeitg. Jahrg. 1877 S. 146 verwiesen werden. —

Fig. 734.



Eine spezielle Klasse von Wasserstands-Zeigern sind die Aichpfähle, Fig. 734, welche im Oberwasser der Triebwerks-Anlagen (Fabrikkanäle) zur Fixirung der zuständigen Wasserführung an geeigneten Stellen gesetzt werden; ihre Aufstellung ist meist durch besondere Vorschriften geregelt.

IV. Geschwindigkeits- und Mengen-Messungen.

Bei diesen Messungen handelt es sich gewöhnlich um die Bestimmung der mittlern Profil-Geschwindigkeit v und bezw. der in der Sekunde durch ein senkr. zur Stromrichtung gestelltes Querprofil F abfliessenden Wassermenge M. Die mittlere Profil-Geschw. pro Sek. ist: $v = \frac{M}{F}$.

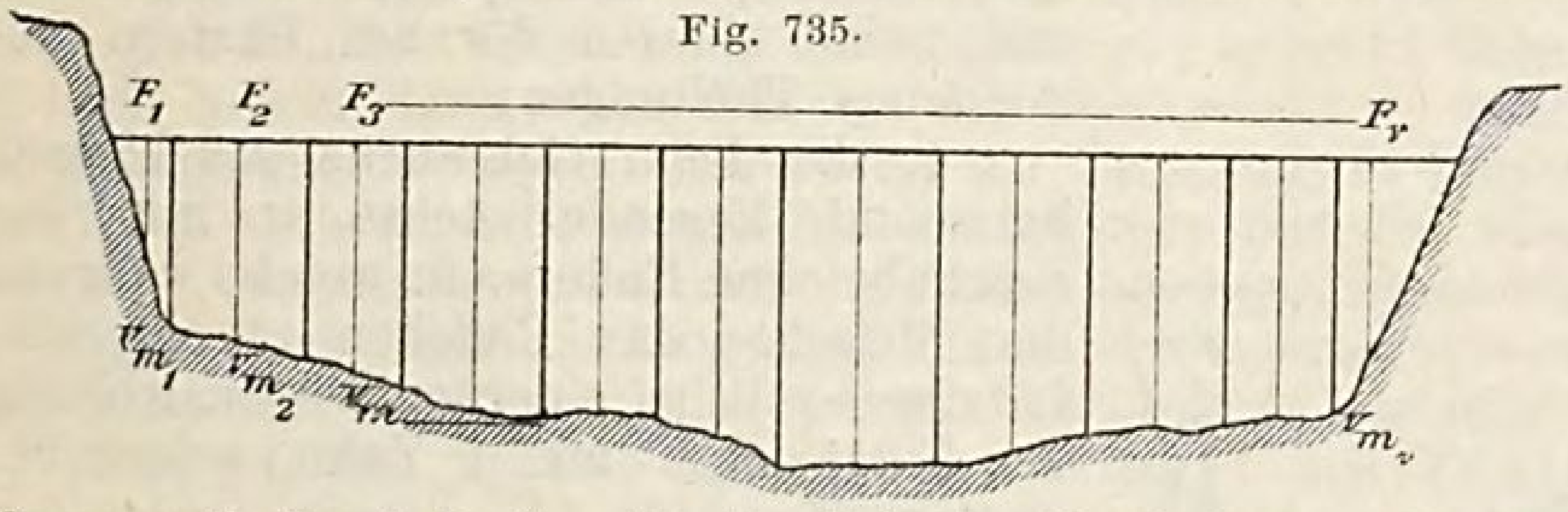
*) Die Figur enthält in punktirter Angabe auch die ideellen Fluthkurven, für welche $x = 0{,}5\,h$ sein würde, während bei den stattfindenden Unregelmässigkeiten sich für die 3 dargestellten Fluthkurven x zu bezw. $0{,}527\,h$, $0{,}567\,h$ und $0{,}471\,h$ ergiebt.

Kleinere Wassermengen, etwa bis 1 ^{cbm} pr. Sek., werden direkt unter Benutzung von Aichgefässen oder unter Verwendung des Brunnenzolls oder kleiner (Poncelet-) Ueberfälle oder sonstwie gemessen und bezw. berechnet*). Grössere Mengen misst man indirekt durch Bestimmung des Abflussprofils und der Geschw.; letztere lässt sich unmittelbar oder mittelbar auffinden.

a. Unmittelbare Bestimmung der Geschwindigkeit.

Die Geschw. einzelner Stromfäden kann mit Apparaten und Instrumenten gemessen werden; die Lage der mit der mittlern Profil-Geschw. fliessenden Stromfäden ist aber zunächst nicht bekannt. Man verfährt desh. zur Bestimmung der mittlern Profil-Geschw. in der Weise, dass man das ganze senkr. zur Stromrichtung gestellte Querprofil durch Lothrechte in einfache Abschnitte — Dreiecke, Trapeze etc. — mit den durch Längen- und Tiefen-Messungen leicht zu findenden Flächen F_1, F_2, $F_3 \ldots F_v$ zerlegt und die diesen Abschnitten zukommenden mittlern Geschw. v_{m_1}, $v_{m_2} \ldots v_{m_v}$ aufsucht, hierdurch die Theil-Wassermengen $F_1 v_{m_1}$, $F_2 v_{m_2} \ldots F_v v_{m_v}$ und sodann die mittlere Profil-Geschw.:

Fig. 735.



$$v = \frac{F_1 v_{m_1} + F_2 v_{m_2} + - - - + F_v v_{m_v}}{F_1 + F_2 + - - - + F_v}$$

erhält, Fig. 735.

Es handelt sich hierbei um geeignete Auswahl, zweckmässige Einrichtung und rechten Gebrauch der Geschw.-Messinstrumente, ferner um die verschiedenen Messungs-Methoden und schliesslich um die Verwerthung der Messungs-Ergebnisse.

α. Wahl, Einrichtung und Gebrauch der Apparate.

Gegenwärtig benutzt man fast ausschliesslich hydrometrische (Woltmann'sche) Flügel, Reichenbach'sche Strommesser, Darcy'sche Doppel-Röhren und Oberflächen-Schwimmer. Mit dem Woltmann'schen Flügel und mit Schwimmern werden die Wege einzelner Stromfäden in einer bestimmten Zeitlänge, bei den zwei andern Apparaten die Wirkungen des Wasserstosses in einem einzelnen Moment gemessen. Im ersten Falle sind zur Ermittelung der Geschw. Zeitbeobachtungen nöthig, im letztern nicht.

Der hydrometr. Flügel lässt sich vortheilhaft verwenden bei Geschw. bis ca. 3,5 ^{m} und bei Wassertiefen bis zu 6 ^{m}; nicht benutzbar ist derselbe zur Messung der Geschw. der nahe über der Sohle fliessenden Stromfäden und nur unsicher ergiebt sich mit ihm die Oberflächen-Geschw.**) Er ist übrigens das verlässlichste und wichtigste Instrument und soll deshalb hier in zwei verschiedenen Konstruktionen vorgeführt werden; zunächst in jener, in der er bis jetzt die weiteste Verbreitung gefunden hat und sodann in einer zweiten, für welche eine grössere Verbreitung noch zu erwarten ist.

1. Hydrometrischer Flügel.

Nach v. Bauernfeinds „Elementen der Vermessungskunde" sind die wesentlichen Bestandtheile des Woltmann'schen Flügels, Fig. 736:

1. eine hölzerne oder eiserne, jedenfalls hinreichend starke, gewöhnlich von 5 zu 5 ^{cm} eingetheilte Stange A zum Festhalten des Flügels und Einstellen desselben ins Wasser;

2. ein mit dem Lager C durch die Hülse h verbundenes Steuerruder B, welches die Achse x des durch die Hülse h um die Stange A drehbaren Messapparats

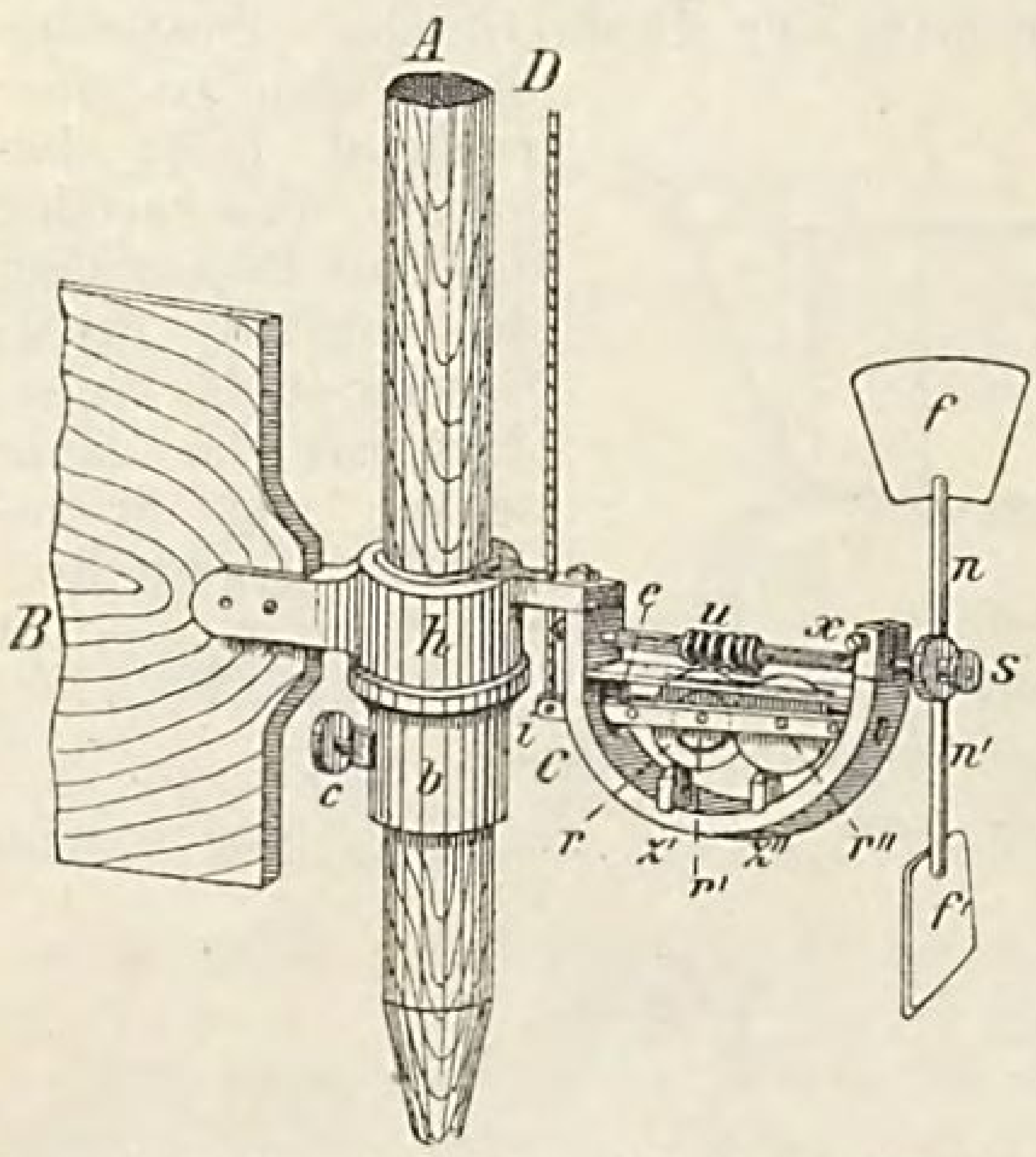
*) Worüber S. 739, 740 zu vergleichen.

**) Versuche, den hydrometr. Flügel zur Messung an allen Stellen umzugestalten, haben den erhofften Erfolg bisher nicht gehabt.

in die Stromrichtung einstellt; vor dem Abgleiten von der Stange schützt der mit der Schraube *c* in der gewünschten Höhe fest gestellte Klemmring *b*;

3. Lager *C* für die Flügelachse *x* und für den die Achsen der Zählrädchen tragenden Hebel *i*. Das Rädchen *r'* giebt die einzelnen Flügel-Umdrehungen an und befindet sich mit *r* auf derselben Achse; das Rädchen *r* greift in *r''* ein. Hat *r'* und *r''* 100, *r* 20 Zähne, so entsprechen einer ganzen Umdrehung von *r''* 5 Umdrehungen von *r'* und 500 Umdrehungen der Flügel. Die Zeiger *z'*, *z''* auf dem Lager *C* dienen zum Sperren der Rädchen und beim Ablesen der auf letztern befindlichen Theilungen;

Fig. 736.



4. die beim Gebrauche des Flügels horizontal liegende Achse *x* mit der Schraube ohne Ende *u*, in welche während der Messung das Rädchen *r'* eingreift. Letzteres soll bei einer ganzen Umdrehung der Flügelachse um 1 Zahn weiter bewegt werden;

5. ein oder mehrere Paare von Flügeln *f*, *f'* mit den senkrecht zur Achse *x* stehenden Flügelruthen *n*, *n'*, durch welche die Aufsteckung der Flügel auf die Achse vermittelt wird; ein Schräubchen *s* sichert die Flügelruthen vor dem Abgleiten;

6. eine Schnur *D*, um das Zählrädchen *r'* in die Schraube ohne Ende *u* einzurücken, oder dasselbe auszurücken.

Bei der in Fig. 736 angegebenen Stellung des Zählapparats ist derselbe in Ruhe. Vor dem Einstellen des Flügels ins Wasser sind die Nullpunkte der auf den Rädchen *r'* und *r''* angebrachten Theilungen auf die Zeiger *z'* und *z''* zu bringen oder die Theilstriche abzulesen. Kurz nach der Einstellung wird die Messung begonnen und zwar gleichzeitig mit dem Einrücken des Zählwerks durch Anziehen der vorher lose gehaltenen Schnur und der Ablesung des Zeitpunktes, in welchem die Einrückung erfolgte, auf einem Chronometer (Sekundenzähler). Die Zeitdauer der einzelnen Messung soll in der Regel nicht weniger als 1 Min., bei Präzisions-Messungen bis zu 5 Min. betragen. Nach Ablauf der gewählten Zeit wird die Schnur nachgelassen. Eine geeignet angebrachte Spiralfeder *e* drückt den Hebel *i* und somit das Zählwerk sofort in die in der Figur angegebene Stellung zurück. Nach Herausnahme der Stange mit dem Flügel wird wieder abgelesen. Die Zahl der Umdrehungen folgt aus der Differenz der Ablesungen am Ende und Anfang jeder Beobachtung. —

Die wesentlicheren Abänderungen und Verbesserungen, welche der Woltmann'sche Flügel besonders in neuester Zeit erfahren hat, bestehen in der Wahl schraubenförmiger Flügel, in der thunlichsten Verminderung der Achsen-Reibung, in der Anbringung des Zählwerks über Wasser und in der Verwendung sogen. stehender Stangen auch für jene Flügel, deren Zählwerk wie früher im Wasser sich befindet.

An den Zählwerken über Wasser wird gewöhnlich eine bestimmte Anzahl von Flügel-Umdrehungen — 50 bis 100 Umdr. — auf elektrischem Wege durch optische oder auch durch Glockensignale angezeigt und es ist die Zeit von einer Signalgebung zur andern zu beobachten. Bei Harlacher's elektr. Integrator,*) dessen spezielle Zuthaten in einem Tourenzähler, Chronographen und in einer Vorrichtung zur gleichmässigen Senkung und Hebung des Messapparats im Wasser bestehen, kann man jede einzelne Flügelumdrehung und die zugehörige Zeit fest stellen.

Statt elektr. Uebertragung hat Prof. v. Wagner durch seinen Hydrometer mit Schallleitung akustische Uebertragung in Vorschlag und zur Anwendung gebracht.**)

*) Harlacher. Die Messungen in der Elbe und Donau und die hydrometr. Apparate und Methoden des Verfassers, Leipzig 1881.

**) v. Wagner, Hydrol. Untersuchungen an der Weser, Elbe etc.; Braunschweig 1881. — Auch Deutsche Bauzeitung 1880, S. 229 u. 230.

Prof. Hele Shaw konstruirte einen selbstregistrirenden hydrom. Flügel, welcher auch bei kontinuirl. Messungen in Tideströmen, jedoch nicht ohne Anstände, verwendet wurde. Der Apparat steht mit einem Uhrwerk in Verbindung, durch welches eine mit Zinnfolie belegte Trommel in 1 Stunde ein mal mit gleichförmiger Geschw. gedreht wird. Je eine bestimmte Anzahl von Flügelumdrehungen wird selbstthätig durch eine Nadel auf der Trommel markirt und so nicht nur die Geschw. durch die Anzahl der Punkte in einer gegebenen Zeit registrirt, sondern auch der Zeitpunkt, zu welcher die Geschw. stattfand. Die Markirnadel wird der Länge der Trommel nach durch eine Schraube langsam fortbewegt, damit die ganze Fläche der Zinnfolie benutzt und die Registrirung während längerer Zeit (12 Stunden) vor sich gehen kann. Um die Zeit der Fluthwende zu markiren, ist eine zweite Nadel angebracht, die bei Umkehrung der Strömung in Funktion tritt.*)

Wenn auch an grösseren Messungs-Stationen und bei wissenschaftlichen Untersuchungen elektrische und akustische Flügel vorzugsweise zu verwenden sein werden, so dürften doch noch auf lange Zeit hinaus verbesserte hydrometr. Flügel mit dem Zählwerke unter Wasser eine grössere Verbreitung als jene finden.

Hier soll der neueste hydrometr. Flügel mit Zählrad nach Harlacher beschrieben werden; es lässt sich an ihm die Messung mit fester Stange, das Integrations-Verfahren und überhaupt derjenige Theil des ganzen (auch elektrischen) Messapparats und Messungsgeschäfts beschreiben, für welchen schriftliche Erläuterungen besonders wünschenswerth erscheinen.

Die zum festen Einbohren in den Boden unten mit einer Spitze versehene Stange A, Fig. 737, welche während der Messung in einer Vertikalen nicht heraus genommen wird, ist eine eiserne (32 mm starke, gewöhnlich 4 m lange) Röhre, mit einer der ganzen Länge nach ausgehobelten 5 mm breiten Nuth a, die bei lothrechter Stellung der Stange während der Messung stromabwärts gekehrt ist, Fig. 738. Die Stange hat hierbei an der Sohle und über Wasser, bei m, eine feste Unterstützung. An der Stange lässt sich der mit der Hülse b, Fig. 739, verbundene und mit einem als Gegengewicht dienenden Steuerruder g versehene Flügel B mittels des unten am Arm h befestigten und oben über eine Rolle r gegen eine Klemme k führenden, also von h bis r, Fig. 740, im Innern der Röhre befindlichen Draht- oder Hanfseils — Aufhängeseil — s auf- und abwärts bewegen. Der mit der Hülse b fest verbundene Arm h dient bei der Bewegung des Flügels gleichzeitig zur Führung. Das den Flügel bei h haltende, nach Decim., mit Markirung von 0,5 und 1,0 m eingetheilte, vor dem Wasserstoss geschützte und durch das angehängte Flügelgewicht genügend gespannte Aufhängeseil s dient gleichzeitig zur Tiefenmessung und zur Einstellung des Flügels in bestimmter Tiefe. Die Hülse b ist zur leichtern Bewegung mit 3 obern und 3 untern Laufrollen versehen, Fig. 738, 739, wovon je 2 federnde Lager haben; sie endet unten in einer kreisförmigen Scheibe f, über welcher die Flügelachse noch so hoch (0,15 bis 0,2 m) liegt, dass beim Aufstehen der Scheibe auf der Flusssohle die Flügel sich noch frei bewegen können. Durch das Gewicht der Scheibe wird zugleich das Senken des Flügels erleichtert.

Die Klemme k ist verstellbar. Beim Beginn der Einstellung des Flügels in bestimmte Tiefen senkt man die Flügelachse bis zum Wasserspiegel, verschiebt die Klemme an der Stange so weit, dass sie mit einem 0,5 oder 1 m Theilstrich des Seils zusammen fällt und befestigt nunmehr die Hülse der Klemme. Lässt man nach Oeffnen der Klemme das Seil um ν (dm) nach, so liegt die Flügelachse um eben so viel unter dem Wasserspiegel und wird in dieser Stellung nach Einklemmen des Seils erhalten.

Ruht bei der Tiefe y des Flügels unter dem Wasserspiegel die Scheibe f auf der Flusssohle, so befindet sich die Flügelachse um die Konstante $c = 0{,}15$—$0{,}20$ m über derselben; die Wassertiefe d ist $= y + c$, Fig. 737.

Soll die Messung an der Sohle beginnen, so bringt man beim Aufruhen der Scheibe auf derselben die Klemme k mit einem 0,5 oder 1,0 m Theilstrich zusammen, zieht das Seil um die Länge y' an; es liegt sodann die Flügelachse um $y' + c$ über der Sohle.

*) *Excerpt Minutes of Proceedings of the Institution of Civil Engeniers. Session 1881—82.*

Fig. 739.

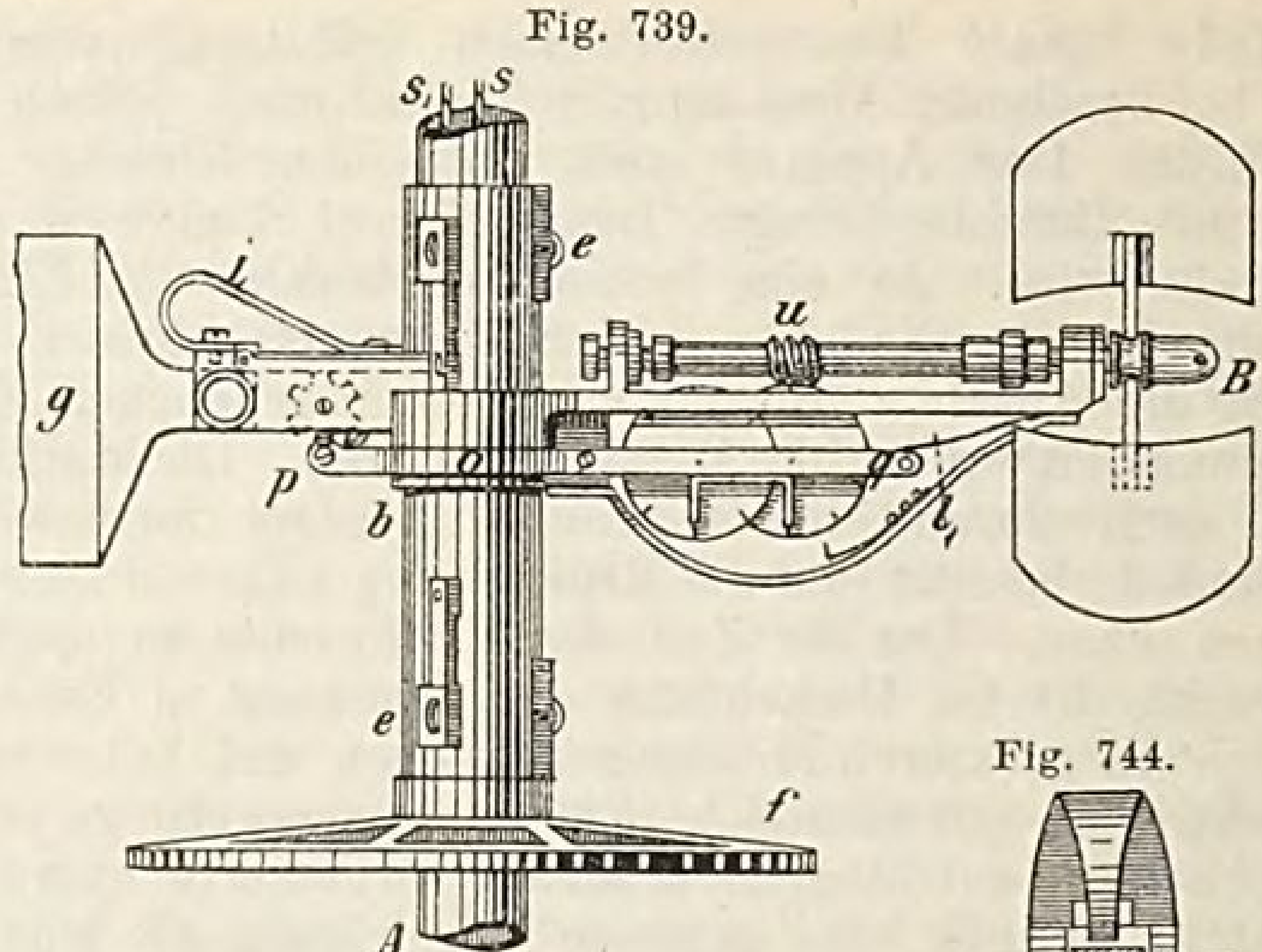


Fig. 737.

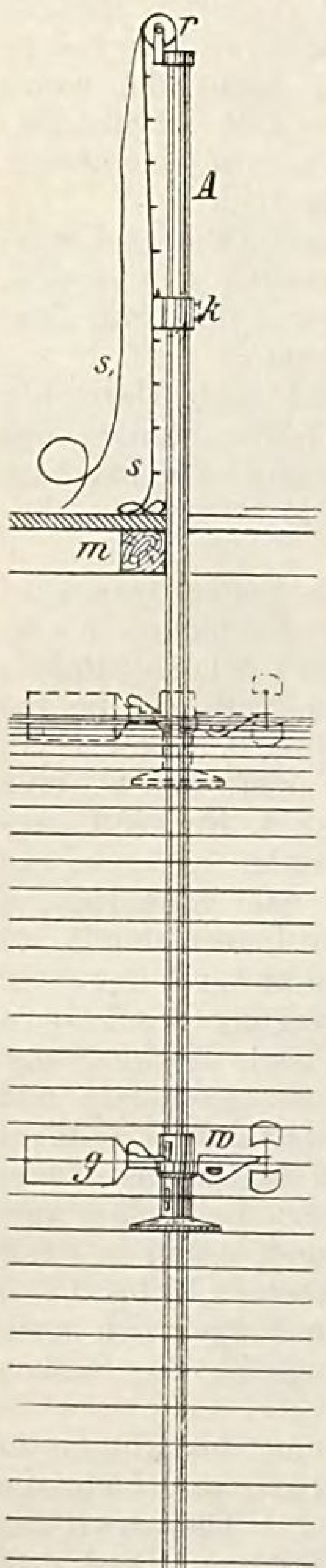


Fig. 744.

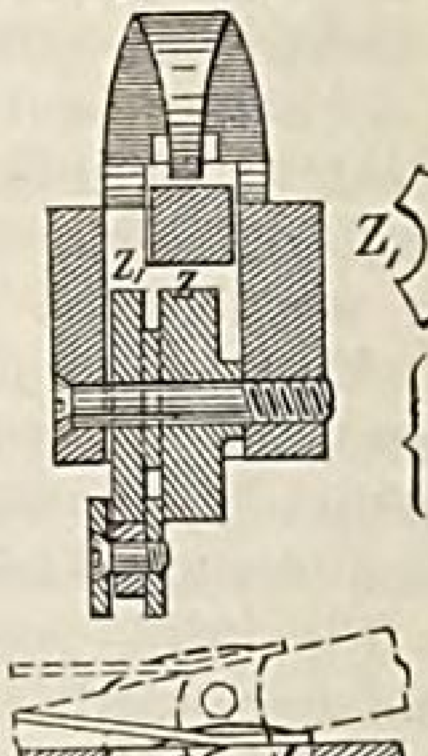
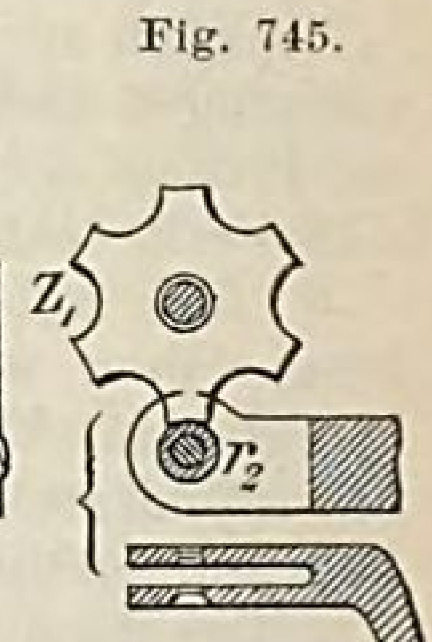


Fig. 745.



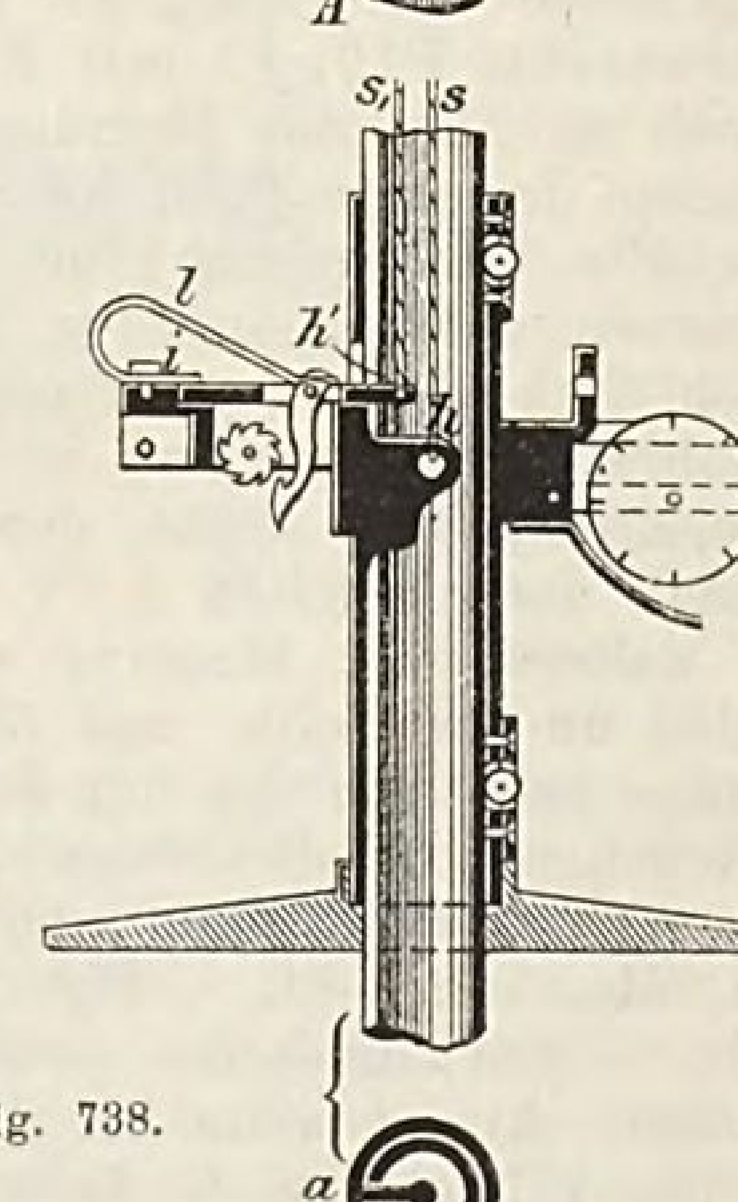


Fig. 738.

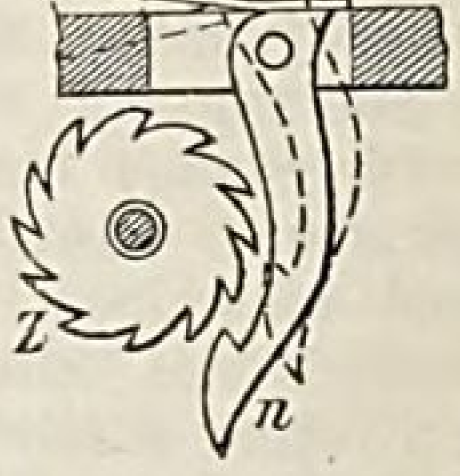


Fig. 743.

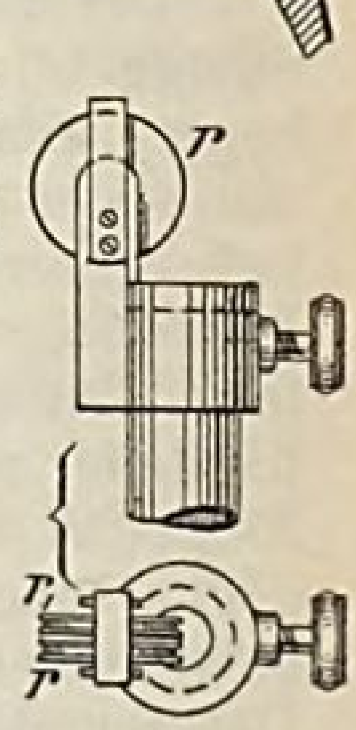
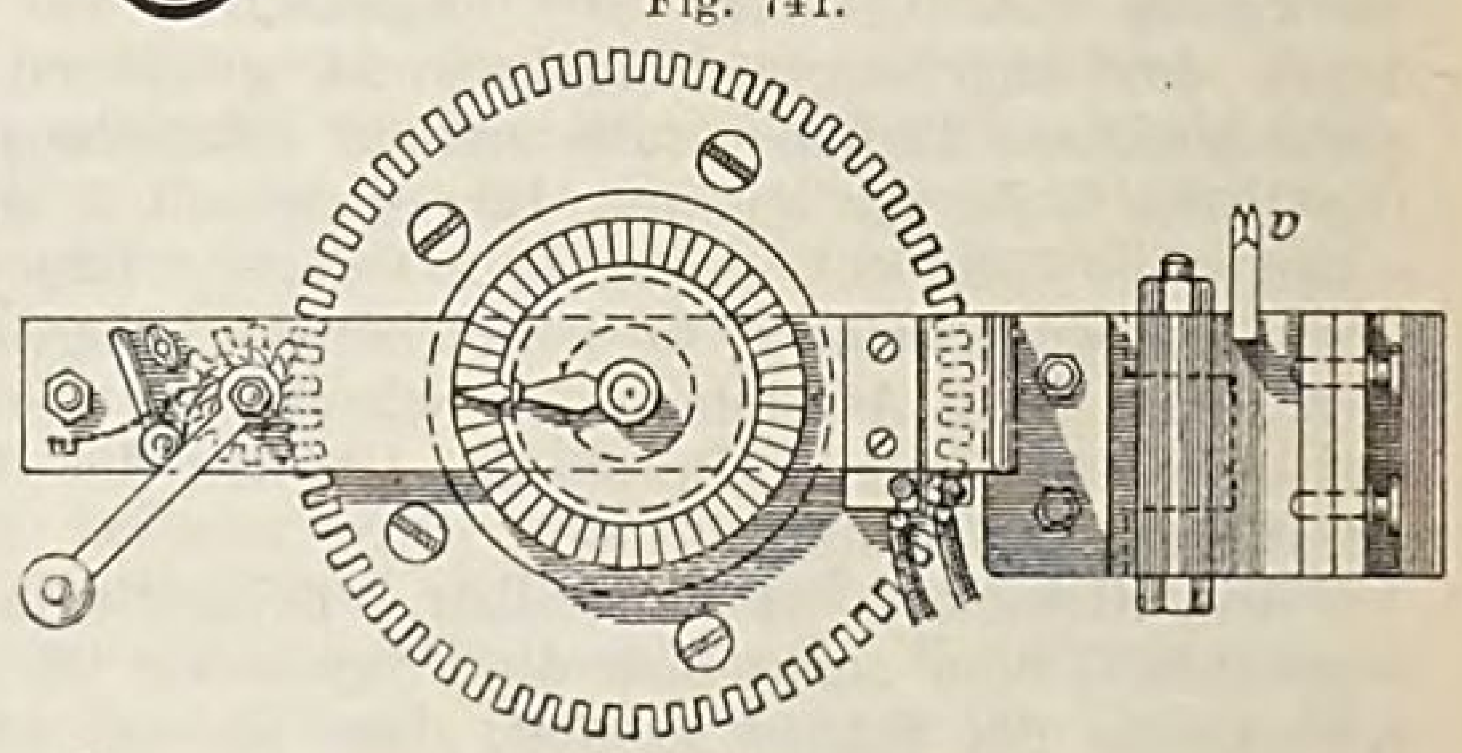


Fig. 740.

Fig. 741.



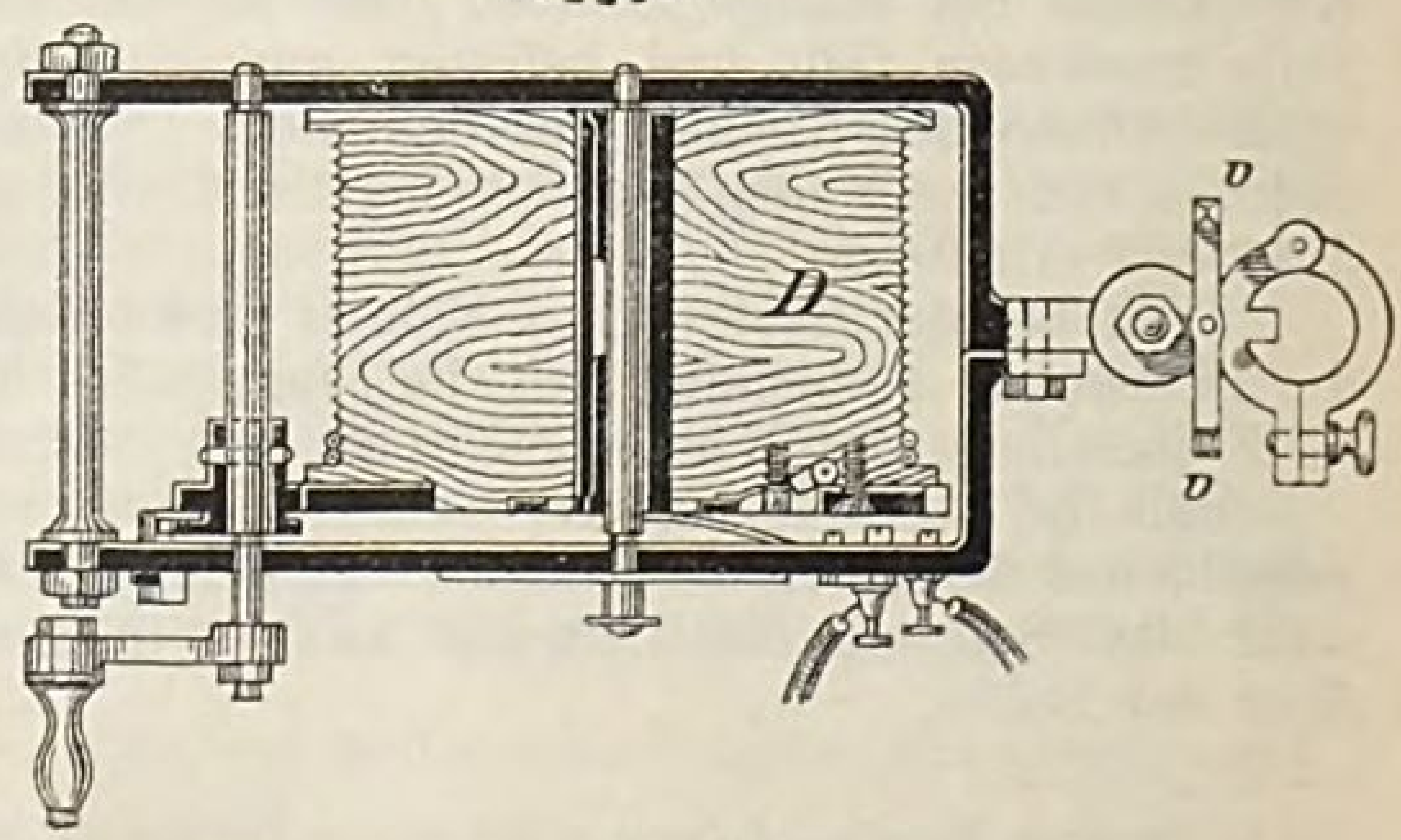


Fig. 742.

Bei der **mechanischen Integration** muss der Flügel mit **gleichförmiger Geschw. auf- oder abwärts** bewegt werden. In diesem Falle wird das Aufhängeseil *s* von der Rolle *r* weg zu einer an Stelle der Klemme tretenden, mit einer Kurbel drehbaren Trommel *D*, Fig. 741, 742 geführt, auf welche es bequem auf- oder abgewickelt werden kann. Die Ruhelage der Trommel, und also auch die des Flügels wird durch Sperrrad und Klinke fixirt, Fig. 741. Die Trommel hat schraubenförmige Rillen, deren in der Mittellinie des aufgewickelten Seils gemessener Umfang 0,5 ^{m} oder auch 1 ^{m} betragen soll. Sonach entspricht 1 Trommelumdrehung je nach der Einrichtung eine Hebung oder Senkung des Flügels von 0,5 oder 1,0 ^{m}. Wird die Trommel mit einem in 50, bezw. 100 Theile gleichförmig getheilten Zifferblatte und einem Zeiger versehen, so entspricht der Bewegung des Zeigers von einem Theilstrich zum andern eine Aenderung der Höhenlage des Flügels von 1 ^{cm}. Die Anzahl der Trommel-Umdrehungen wird notirt oder durch einen 2. Zeiger registrirt. Das Aufhängeseil *s* hat in diesem Falle **keine** Längentheilung.

Die Flügelachse ist bei Verwendung eines Apparats mit stehender Stange senkr. zur Querprofil-Ebene einzustellen; hierzu dient ein auf der die Klemme *k* tragenden Hülse oder auf der Trommel angebrachtes Visir *v*, Fig. 741, 742, dessen Visirlinie normal auf der durch die Mitte der Röhre und Nuth gehenden Richtung der Flügelachse steht. Die Stange wird so eingestellt, dass die Visirlinie des Diopters in die Lothebene der das Querprofil fixirenden Signale zu liegen kommt.

Während man bei andern hydrometr. Flügeln eine freie horizontale oder (wie Grebenau) eine freie horizontale und vertikale Bewegung verlangte, damit sich unter Mitwirkung des Steuerruders die Flügelachse in die Richtung der Stromfäden einstelle, ist an dem Harlacher'schen Flügel eine feste Führung und die Einstellung der Flügelachse senkr. auf das Querprofil vorgesehen. Die Gegensätze in der Behandlung der Instrumente heben sich am besten und von selbst dann auf, wenn möglichst regelmässige Messungs-Profile ausgewählt werden, welche senkrecht zur Strömung stehen.

Die Schaufeln des Flügelrades *B* sind nach Schraubenflächen von bestimmter Ganghöhe geformt. Das Ein- und Ausrücken des Räderzählwerks gegen die Schraube ohne Ende *u*, Fig. 739, erfolgt durch einen Ruck an der im Innern der Röhre *A* vorhandenen, bei *h'* an dem Hebel *h'i* befestigten und über die Rolle r_1 laufenden Ausrückschnur s_1; r_1 ist auf die Achse der Rolle *r* lose aufgesteckt; von r_1 ab hängt s_1 ausserhalb der Röhre gewöhnlich frei herab. Aus den Figuren ist zu entnehmen, wie durch Anziehen der Schnur der Hebel *h'* gehoben, beim Nachlassen derselben der Hebel durch eine Feder *l* wieder niedergedrückt wird, ferner wie beim Heben des Hebels eine Klinke *n*, Fig. 743, in das 12 Zähne besitzende Rädchen *z*, gegen welches sie durch *l* angedrückt wird, eingreift und dasselbe um 1 Zahn, bezw. um 30° dreht. Mit *z* ist ein 2. Rädchen z_1, Fig. 744, 745, von 6 Zähnen fest verbunden, welches also bei jedem Zuge an der Ausrückschnur ebenfalls um 30° gedreht wird, in Folge wovon abwechselnd ein Zahn und eine Zahnlücke unter der Achse liegen und mit der Rolle r_2 in Berührung stehen. Die in das gabelförmig konstruirte Ende des Hebels *poq*, Fig. 739, eingesetzte Rolle r_2 wird durch die Feder l_1 gegen Zahn oder Zahnlücke entsprechend angedrückt. Im ersten Falle ist das am Hebel *poq* befestigte Zählwerk ein-, im andern ausgerückt, da sich der Arm *oq* des um *o* drehbaren Hebels das eine mal hebt, das andere mal senkt. Der Arm *po* des Hebels ist um die zylindrische Hülse herum geführt. Axe und Zählwerk sind durch den mit einem kleinen Fenster versehenen Blechmantel *w*, Fig. 737, geschützt. —

Bei der gewöhnlichen Verwendung dieses Geschw.-Messapparats wird nach jedesmaliger Beobachtung in einer bestimmten Tiefe der Flügel mittels des Hängeseils über Wasser gebracht, abgelesen und bei unveränderter Stellung der Stange, so lange es sich um Messungen in der gleichen Vertikalen handelt, an dem Seile wieder in eine andere Tiefe hinab gelassen. —

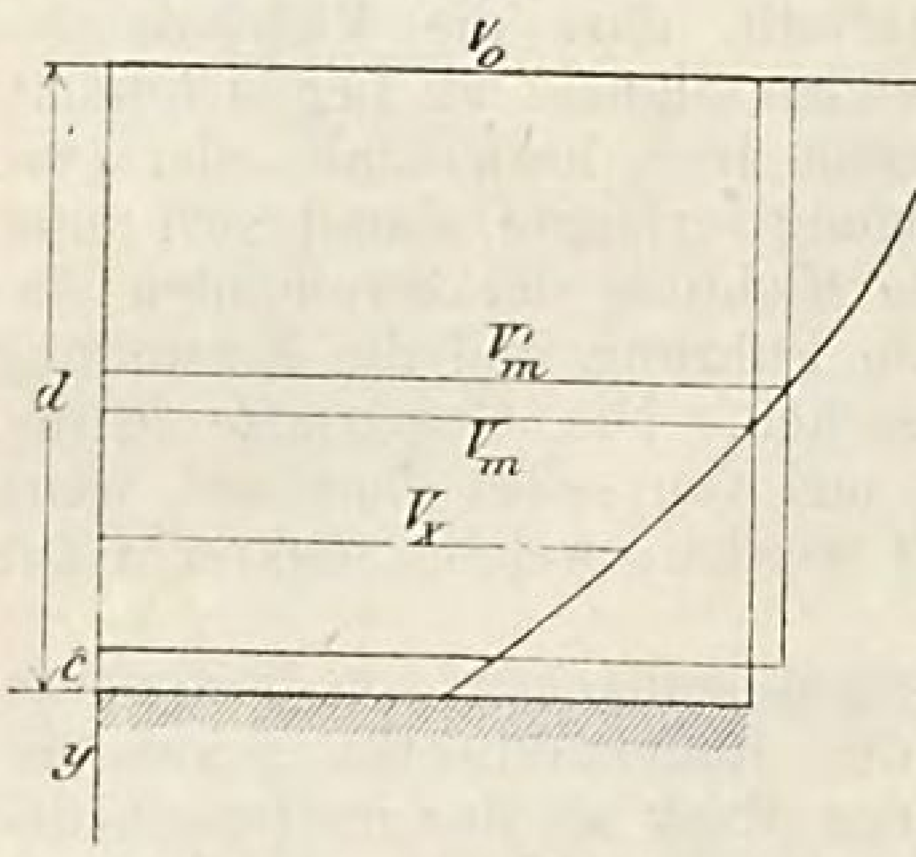
Durch mechanische Integration lässt sich die mittlere Geschw. v_m in einer Vertikalebene mit dem — schon oben erwähnten — elektr. Integrator Harlacher's oder mit dem so eben beschriebenen Instrument bestimmen. Nicht geeignet hierzu ist der elektr., hydrometr. Flügel mit Läutewerk, der sogen. Glocken-

apparat, bei welchem es sich nur um Geschw.-Beobachtungen in einzelnen Punkten handeln kann. Beim Glockenapparat reicht deshalb eine einfache Klemme zum Festhalten des alsdann eingetheilten Hängeseils aus, wiewohl der bequemen Bewegung wegen eine Trommel angebracht werden kann; zum Integriren ist eine Trommel unentbehrlich.

Beim mechanischen Integriren mittels des vorstehend beschriebenen Instruments mit Zählrad stellt man zunächst nach Ablesung an dem Zählwerk und bei gehemmtem Gange desselben die Flügelachse im Wasserspiegel ein, setzt sodann unter Beobachtung der Zeit das Zählwerk durch einen Ruck an der Schnur in Gang und beginnt mit dem gleichmässigen Senken des Flügels durch Drehen an der Trommel. Mit dem Aufstossen der Scheibe auf die Sohle wird das Zählwerk ausgelöst und der Chronometer angehalten. Es ist nunmehr die Zeit τ der Senkung und nach Herausnahme des Flügels mittels des Aufhängeseils die Anzahl der Flügel-Umdrehungen ν während des Senkens fest zu stellen. Wie vom Wasserspiegel zur Sohle abwärts kann umgekehrt die Messung von der Sohle bis zum Wasserspiegel aufwärts durchgeführt werden.

Dividirt man die Tourenzahl ν durch die Beobachtungszeit τ, so erhält man die mittlere sekundl. Tourenzahl und daraus, bei bekannten Flügel-Koeffizienten, die mittlere Geschw. v'_m innerhalb der Tiefe $d-c$, Fig. 74 :. Es ist nämlich:

Fig. 746.



$$v'_m = \frac{\int_0^{d-c} v_x \, dy}{d-c}.$$

Hieraus wird die gesuchte mittlere Geschw. v_m in der ganzen Vertikalebene von der Tiefe d erhalten, wenn man $v_m = \zeta v'_m$ setzt, worin ζ ein empirisch zu bestimmender Koeffiz. ist, welcher jedoch bei grösseren Tiefen genau genug $= 1$ genommen werden darf.

Tarirung der Flügel. Die richtige Bestimmung der Geschw. aus den gemachten Beobachtungen und Messungen ist nur möglich, wenn man sich eine genaue Kenntniss der Flügelkoeffizienten verschafft hat.

Wurden in τ Sek. im ganzen μ Umdrehungen beobachtet und entspricht 1 Umdrehung die Weglänge k, so wird die sekundl. Geschw. eines einzelnen Wasserfadens: $v' = k\frac{\mu}{\tau} = k\alpha$ (1), wenn α die Anzahl Umdrehungen in 1 Sek. bezeichnet.

Trägt man verschiedene Werthe α als Abszissen (1 Umdrehung etwa durch eine Länge von 15 mm) und die zugehörigen Werthe v' als Ordin. (Maassst. etwa 1 : 20) auf, so sollte die Verbindungslinie der Ordin.-Endpunkte nach Gleichg. (1) eine durch den Koordin.-Ursprung gehende Gerade sein.

Mehrfach wird jedoch die nach Messungs-Resultaten angetragene Verbindungslinie der Gleichg. (1) nicht entsprechen. Abgesehen von andern Aufstellungen soll hier der jetzt gewöhnlich angenommenen Anschauung Raum gegeben werden, wonach jene Linie als eine nicht durch den Koordin.-Anfang gehende Gerade angesehen und also $v' = k'\alpha + k''$ (2) gesetzt wird, in welcher Gleichg. k'' diejenige geringe Geschw. angiebt, bei der die Bewegung des Flügels durch die Reibung gehemmt wird.*)

Die Tarirung der Flügel, d. h. die Bestimmung der Werthe k und bezw. k' und k'', geschieht am besten an hydrometr. Prüfungsstationen.

Man benutzt gewöhnlich einen kleinern See oder Teich, um den Flügel von einem geeignet eingerichteten Nachen oder auch von einem auf einem Gerüst

*) Die Gleichg. (1) u. (2) setzen voraus, dass die Flügelruthen verhältnissmässig lang, die Flügelflächen aber klein sind, wie dies bei den üblichen Konstruktionen auch der Fall ist. Für hydrometr. Flügel, bei denen diese Voraussetzungen nicht erfüllt sind, hat Zeuner die Gleichg. aufgestellt: $v' = k'\alpha + \sqrt{k'' + k'''\alpha^2}$, welche eine parabolische Linie repräsentirt.

befindlichen Wagen aus mit gleichförmiger Geschw. v' auf eine genau abgemessene und durch Absteckung gekennzeichnete Länge s durchs Wasser bei eingerücktem Zählwerke zu führen*).

Lässt man Gleichg. (1) gelten, so ist, weil die Weglänge $s = v'\tau = k\mu$ und sonach $k = \frac{s}{\mu}$, nur die Anzahl μ der Flügelumdrehungen bei Zurücklegung des Weges s fest zu stellen und nunmehr k, und zwar ohne Zeitbeobachtung, aber zweckmässig aus einer grössern Anzahl von Fahrten als Mittel aller Beobachtungen abzuleiten.

Die zur Befestigung und Führung der Flügel dienenden Nachen oder die gleichen Zwecken dienenden, auf Gleisen der Gerüstanlage laufenden Wagen werden mittels Seil und Trommel durch Personen oder Maschinen bewegt.**) Mit besonderer Sorgfalt ist jeder Aufstau des Wassers durch geeignet gewählte Rüstungen zu vermeiden. Auf den Fahrzeugen befinden sich die Beobachter, welche auch die Ein- und Auslösung des Flügels zu besorgen haben, falls solches nicht automatisch geschieht.

Handelt es sich um Bestimmung der Werthe k' und k'' der Gleichg. (2), so treten zu den vorgenannten Anlagen und Beobachtungen solche für eine genaue Bestimmung der zum Durchfahren des Wegs s erforderlichen Zeit τ hinzu (elektrische Zeitzählung mit Chronographen und Intermittern). Es wird eine grössere Anzahl — etwa 20 bis 30 Fahrten mit verschiedenen Geschw. von 0,2 m bis 3,5 oder 4 m gemacht und für jede Fahrt die Anzahl Flügel-Umdrehungen und die zum Durchfahren des Wegs — 30 bis 100 m — erforderliche Zeit beobachtet; hierauf wird nach den oben erwähnten Maassstäben das aus der Verbindung der Ordin.-Endpunkte entstehende Polygon und sodann jene Gerade eingetragen, für welche die Werthe k' und k'' nach der Methode der kleinsten Quadrate und bezw. der Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen berechnet worden sind.

Hat man für ν Versuchs-Fahrten die jedesmaligen sekundl. Umdrehungszahlen α und die ihnen entsprechenden Werthe $v' = \frac{s}{\tau}$ ermittelt, so findet sich (vergl. S. 474) k' und k'' aus:

$$k' = \frac{\nu \Sigma(\alpha v') - \Sigma(\alpha)\Sigma(v')}{\nu \Sigma(\alpha^2) - (\Sigma(\alpha))^2} \text{ und } k'' = \frac{\Sigma(v')\Sigma(\alpha^2) - \Sigma(\alpha)\Sigma(\alpha v')}{\nu \Sigma(\alpha^2) - (\Sigma(\alpha))^2}.$$

Damit die Koeffiz. der hydrometr. Flügel nicht zu grossen Aenderungen ausgesetzt sind, sollen die feinern Bestandtheile der Flügel aus dauerhaftem, nicht oxydirendem Material von genügender Härte angefertigt werden. Die Möglichkeit einer Revision dieser Theile ist bei der Anfertigung vorzusehen. Schmiermittel für Achse und Räder dürfen nicht verwendet werden. —

Das Einbringen des hydrometr. Flügels ins Wasser, bezw. die Unterstützung der Flügelstange am obern Ende geschieht von Stegen oder von entsprechend eingerüsteten Doppelpontons aus***). Die an 2 bis 3 Oberankern und 1 bis 2 Unterankern fest zu legenden Pontons erhalten einen lichten Abstand von 1 bis 5 m, je nachdem der Flügel oberhalb oder in der Mitte derselben eingehalten werden soll. Unter allen Umständen soll sich der durch die Nachen bewirkte Aufstau des Wassers an der Messungsstelle nicht mehr bemerklich machen. Bei geringem Abstand der Kähne muss deshalb ein genügend weit vorspringendes Podium hergestellt werden, von dem aus der Flügel eingebracht wird.****)

2. Reichenbach'scher Strommesser und Darcy'sche Doppelröhre.

Der Reichenbach'sche Strommesser und die Darcy'sche Doppelröhre sind aus der Pitot'schen Röhre hervor gegangen. Da Einrichtung und Gebrauch der erstern in vielen Beziehungen überein stimmen, so soll hier nur die Darcy'sche Röhre beschrieben und an der geeigneten Stelle die abweichende Einrichtung des Reichenbach'schen Strommessers mitgetheilt werden.

Die gemeinschaftlichen Vorzüge dieser Apparate bestehen darin, dass mit ihnen die Geschw. nahe am Wasserspiegel und an der Sohle gemessen werden können. Der weitere Vorzug, dass man bei der Geschw.-Messung unabhängig von

*) Vergl. u. a. v. Wagner: Deutsch. Bauztg. 1879, S. 231.

**) Vergl. v. Wagner. A. a. O.

***) Vergl. hierzu insbes. v. Wagner. A. a. O.

****) Hinzuweisen ist bezüglich Einrichtung, Prüfung und Gebrauch hydrometr. Flügel auf: „*Transactions of the American of Civil Engineers*“; August 1883.

der Zeitmessung ist, wird durch den hieraus folgenden Missstand, dass die Geschw. eines Wasserfadens je nur für einen Moment angezeigt wird, mehr als aufgewogen.

Fig. 747, 748, 749.

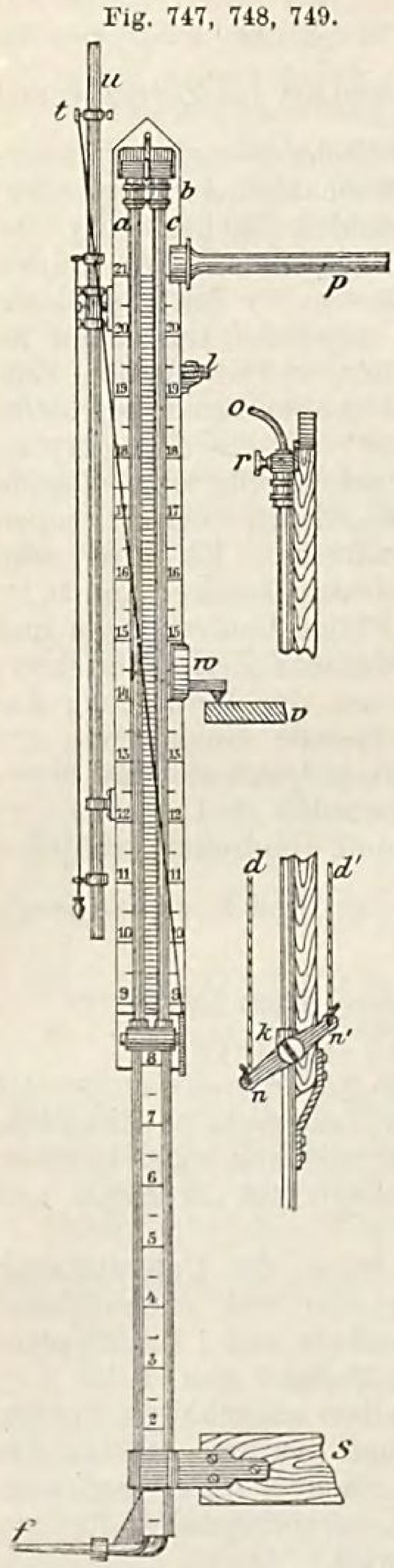
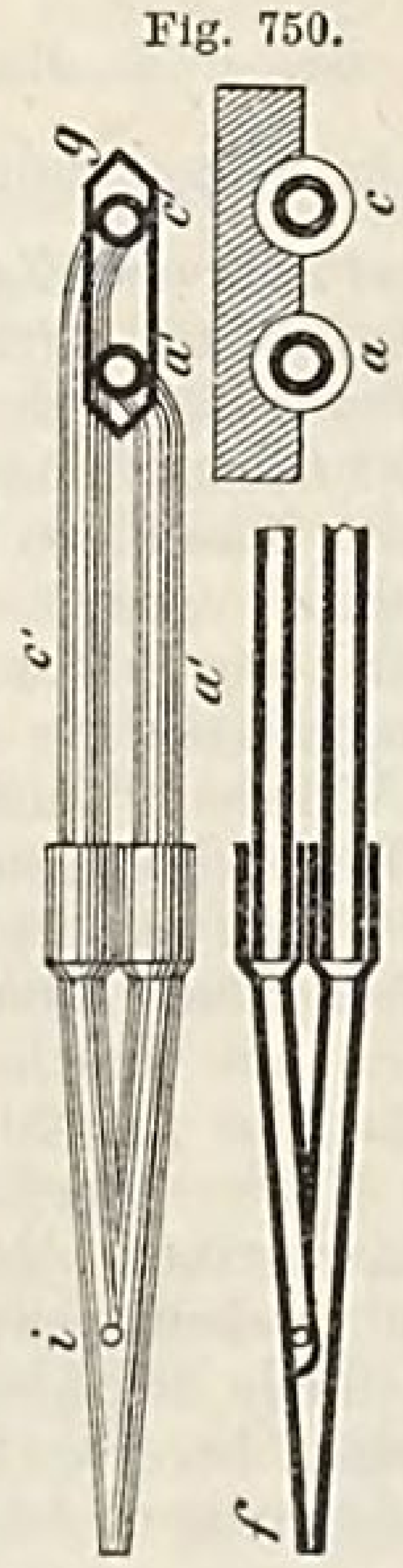


Fig. 750.



Nach Fig. 747 — 750 besteht die Darcy'sche Doppelröhre*) aus zwei, oben in einen metallenen Kanal *b* und unten in kupferne Röhren *a'*, *c'* luftdicht gekitteten Glasröhren *a* und *c*, Fig. 750, welche in eine Tafel aus Eichenholz eingelassen sind. Die in einem schmalen Gehäuse *g* aus Kupferblech eingeschlossenen Röhren *a'*, *c'* sind unten umgebogen. Durch die 1 — 3 ^{mm} weite Mündung *f* der Röhre *a'a* gelangt in die letztere eine dem Wasserstoss auszusetzende Wassersäule und durch die nach oben gekehrte feinere Mündung *i* tritt das Wasser unter Einwirkung des hydrost. Drucks in die Röhre *c'c* ein. Der Unterschied *h'* der Wassersäulen in beiden Röhren giebt ein Maass für die Grösse der Geschw. des der Mündung *f* zuströmenden Wassers.

Um die Ablesung des Unterschiedes bei unveränderter Stellung der Röhre in bequemer Höhe über dem Wasser vornehmen und den Messapparat richtig ins Wasser einstellen zu können, ist derselbe mit folgenden weitern Zuthaten ausgestattet: Durch ein Mundstück *o*, Fig. 748, kann die Luft nach Oeffnen des Hahnes *r* aus beiden kommunizirenden Röhren so weit ausgesaugt werden, als dies nach den jeweiligen Verhältnissen zur Hebung der Wassersäulen gewünscht wird, voraus gesetzt nämlich, dass auch der Hahn *k*, unterhalb der Verbindungsstelle der gläsernen und kupfernen Röhren, welcher durch den gleicharmigen Hebel *nn'*, Fig. 749, mit der über eine verstellbare Rolle *t* laufenden Schnur *dd'* bedient werden kann, gleichfalls geöffnet ist.

Befinden sich die Wassersäulen in gewünschter Höhe, so wird Hahn *r* geschlossen; kurze Zeit darauf kann der Unterschied der Wassersäulen-Höhen nach Abschluss des Hahns *k* an dem angebrachten festen oder beweglichen Maassstab abgelesen und notirt werden. Bei unveränderter Stellung wird sodann *k* geöffnet und kurze Zeit darauf wieder geschlossen etc. Der Abschluss ist nöthig während der Ablesung, um ruhige Wassersäulen zu erhalten. Den Werth *h'* wird man immer als Mittel aus einer grössern Anzahl von Ablesungen — 30 bis 60 —, welche in 5 bis 10 Min. ermöglicht werden können, bestimmen, um die pulsirende Bewegung des Wassers trotz der Moment-Ablesungen zu berückichtigen.

Zum richtigen Einstellen und Halten des Instruments dienen das Steuerruder *s* am untern, die verstellbare Handhabe *p* und die eiserne Stange *u* am obern Ende — erstere mit der rechten, letztere mit der linken Hand zu fassen —, die verstellbare, mit einem auf dem Messungssteg oder einem Schiffspodium *v* aufzusetzenden Arm versehene Klemme *w* in einer der jedesmaligen Eintauchung des Instruments entsprechenden Höhenlage, ferner eine Dosenlibelle *l* oder ein an der Stange *u* aufzuhängender Senkel zur lothrechten Aufstellung des um den Stützpunkt bei *v* leicht drehbaren Apparats.

Beim **Reichenbach'schen Strommesser** sind die Glasröhren oben stets

*) Darcy u. Bazin. — A. a. O. v. Bauernfeind. — A. a. O. Dtsch. Bauztg. Jahrg. 1872 u. 1873.

offen; zur Ablesung des Wassersäulen-Unterschiedes muss der Apparat nach Abschluss des vorhandenen untern Absperrhahns aus dem Wasser gehoben werden.

Es ist leicht ersichtlich, dass die Darcy'sche Röhre manche Vorzüge vor dem Reichenbach'schen Strommesser voraus hat. —

Die Geschw. v' eines Wasserfadens bestimmt sich bei beiden Instrumenten aus der Relation: $v' = \mu \sqrt{2gh'} = k \sqrt{h'}$, worin g die Beschleunigung der Schwere, h' der abgelesene Wassersäulen-Unterschied, μ und bezw. $k = \mu \sqrt{2g}$ von der Einrichtung der Instrumente abhängige Koeffizienten sind.

Zur Tarirung seiner Instrumente benutzte Darcy die folgenden, von einander unabhängigen Methoden: 1. Es wurde die Oberflächen-Geschw. eines Wasserlaufs mit Oberflächen-Schwimmern gemessen, hierauf mit der Röhre der Werth h' ermittelt und also $k = \frac{v_0'}{\sqrt{h'}}$ erhalten; 2. der Apparat wurde mit einer bekannten Geschw. durch stehendes Wasser gezogen und h' beobachtet; 3. man maass in einem Wasserlauf von genau bestimmtem Querschn. und bekannter Wassermenge die Geschw.-Höhen an vielen Punkten des Querschn. mit der Röhre und konnte sodann k berechnen. Das Mittel aus einer grossen Anzahl der nach den einzelnen Beobachtungs-Methoden angestellten Untersuchungen ist als Konstante des Instruments anzusehen; ihr Werth weicht nur wenig von 1 ab. —

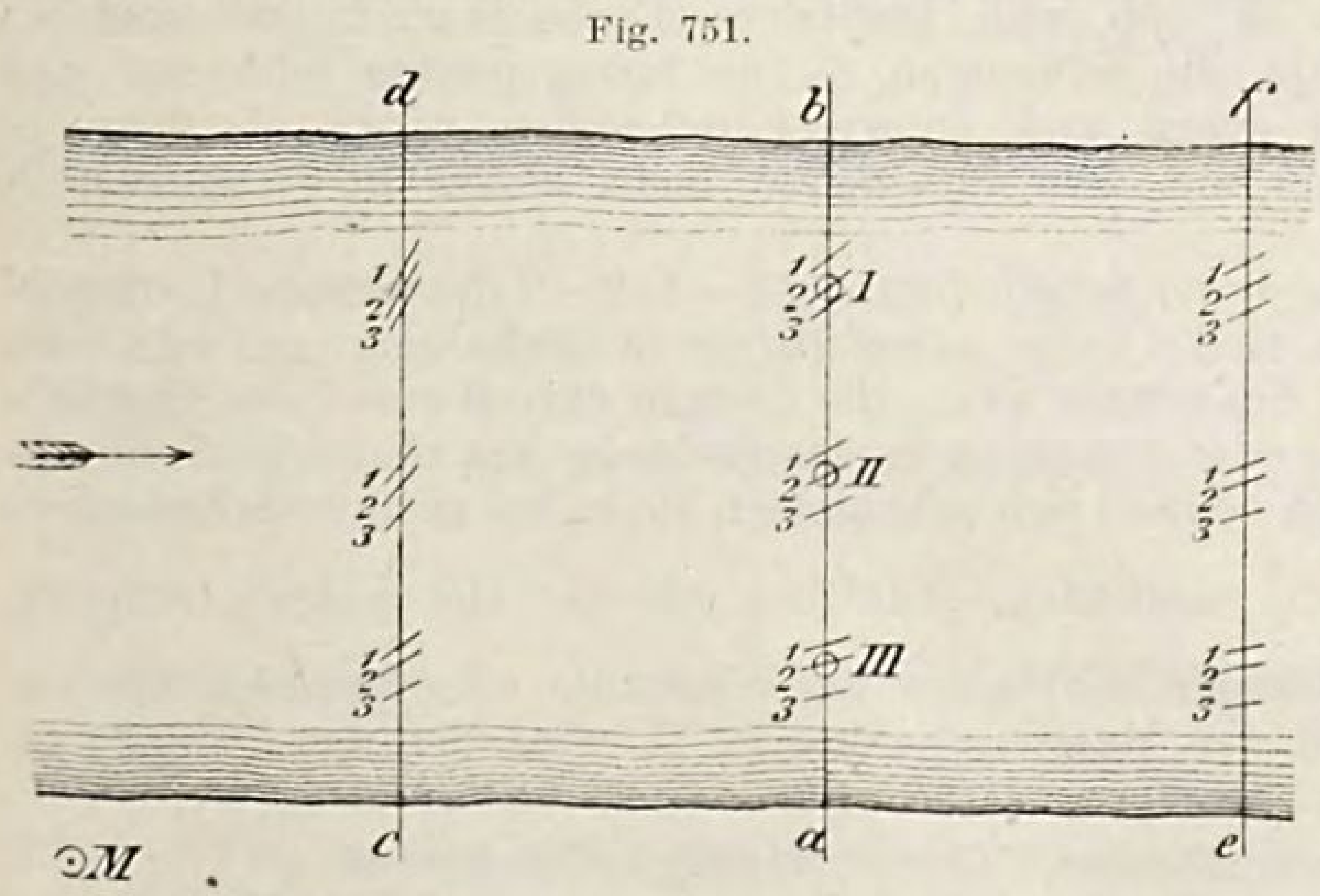
Zur Konservirung der Darcy'schen Röhre gehört die sorgfältige Reinhaltung namentlich der Glasröhren. Nach längerer Unterbrechung müssen die Röhren vor der Wiederbenutzung mit reinem, lauwarmen Wasser (mit etwas Seifenzusatz) ausgespült werden. Ein luftdichter Verschluss in den Metallkapseln ist nothwendig und event. durch Nachstopfen von Watte u. Talg oder Wachs wieder herzustellen.

Durch Verdichtung der Luft in den Röhren kann man bei mässiger Länge — ca. 2 m — des Instruments Messungen bei grossen Geschw. ermöglichen.

3. Oberflächen-Schwimmer.

Bei Geschw. über 3 m werden die Messungen mit dem hydrometr. Flügel und der Darcy'schen Doppel-Röhre sehr schwierig und zeitraubend. Man benutzt sodann gewöhnlich nur Oberflächen-Schwimmer. Tiefenschwimmer, Cabeo'sche Stäbe, Flaschenschwimmer, auch Doppelschwimmer kommen in neuerer Zeit nur selten zur Anwendung, da sich die mittlere Geschw. in einer Vertikalen bei ihrer Anwendung doch nicht mit ausreichender Genauigkeit ergiebt. Oberflächen-Schwimmer verwendet man übrigens auch bei kleinerer Geschw. zur Ergänzung der Messungen mit dem hydrometrischen Flügel in den einzelnen Vertikalen und zur Kontrole anderweitiger Messungen. Statt der Schwimm-Kugeln benutzt man aber jetzt einfache Schwimm-Klötze, nämlich Abschnitte von Rundholz, ungefähr 1 dm hoch und 3 dm im Durchmesser, auf welchen Stäbchen mit rothen oder schwarzen Papierfähnchen, welche sich vom Wasserspiegel gut abheben, befestigt werden. Man verwendet als Schwimmer auch Stangen-Abschnitte von 4 bis 10 cm Durchmesser und bis zu 50 cm Länge, welche am untern Ende mit angebundenen Steinen etc. so weit beschwert werden, dass sie sich im Wasser vertikal einstellen und ca. 3 dm tief eintauchen.

Fig. 751.



Derartige Schwimmer lassen sich in kurzer Zeit in grosser Anzahl anfertigen und brauchen wegen ihres geringen Werths und der Ersparniss an Zeit, nachdem sie die Beobachtungsstrecke durchlaufen, nicht aufgefangen zu werden.

An einer regelmässigen Flussstrecke, Fig. 751, wird das Messungsprofil ab senkrecht zur Stromrichtung

durch Signalstäbe abgesteckt. Die Schwimmerwege sollen bei kleinen Flüssen mindesten 25 m, bei grössern wo möglich 100 m betragen. Man steckt deshalb in Abständen von ca. 12,5 m und bezw. 50 m ober- und unterhalb des Messungsprofils zwei weitere Querprofile *cd* und *ef*, am besten parallel zum Messungsprofil ab. Handelt es sich, wie an hydrometr. Stationen, um wiederholte, möglichst genaue und mit verschiedenen Apparaten durchzuführende Messungen, so wird eine Messtisch-Aufnahme i. M. 1 : 1000 bis 1 : 500 von der betr. Flussstrecke mit Angabe der Querprofil-Ebene gefertigt, um die Schwimmerwege auf dem Messtischblatte genau verzeichnen zu können. Für einen solchen Fall soll das weitere Verfahren hier beschrieben werden; die bei gewöhnlichen Messungen zulässigen Vereinfachungen lassen sich daraus leicht ableiten.

Es ist vortheilhaft, in der Breite des zu untersuchenden Wasserspiegels nicht zu viele Punkte, in welchen die Geschw. ermittelt werden soll, zu wählen, an jedem dieser Punkte aber mit einer grössern Anzahl (5 — 7) von Schwimmern zu operiren. Diese Punkte sind durch jene Vertikalen, in welchen die Geschw. mit dem hydrometr. Flügel zwischen Wasserspiegel und Sohle gemessen werden sollen, meistens schon im voraus bestimmt. Sämmtliche Schwimmer werden, wo nicht Stege zur Verfügung stehen, von Nachen aus, die ca. 20 bis 40 m oberhalb vom Querprofil *cd* verankert sind, unter allen Umständen aber ca. 10 m über dem genannten Profile eingesetzt. Damit nun die für die Punkte I, II... ausersehenen Gruppen von Schwimmern wenigstens annähernd an diesen (vorüber gehend durch Stangen bezeichneten) Punkten das Querprofil passiren, wird durch abgelassene Probeschwimmer deren Weg und hierdurch auch die in der Stellung des Nachens etc. vorzunehmende Aenderung ermittelt. Oft genügt es bei anfänglich guter Lage des Nachens, die Schwimmer rechts statt links von demselben oder umgekehrt einzusetzen. Die der Messung dienenden Schwimmer sind nach Gruppen und für jede Gruppe mit fortlaufenden Zahlen, nach welchen sie auch nach einander zur Verwendung kommen, numerirt.

Kann der Messtisch ober- oder unterhalb der drei Profile günstig aufgestellt werden, ist derselbe richtig orientirt, auch auf dem Messtischblattte der Aufstellungspunkt *M*, Fig. 751, angegeben, so wird der Beobachter *A* an der Kippregel von dem Einsetzen eines Schwimmers durch ein kurzes Signal verständigt; derselbe visirt, die Kippregel um *M* so weit als nöthig drehend, mit dem Fernrohre das Fähnchen des Schwimmers an und bemerkt, von einem weitern, in der Richtung *cd* stehenden Beobachter *B* durch ein Signal in Kenntniss gesetzt, durch einen Bleistrich den Durchgang des Schwimmers durch *cd*. Der Beobachter *B* liest im gleichen Moment am Chronometer ab, eilt nach *ab*, um dort wieder den Durchgang signalisiren und die Zeit ablesen zu können und verfährt ebenso bezüglich des Profils *ef*; der Beobachter *A* aber schneidet die Durchgangspunkte in den Profilen *ab* und *ef* gleichwie in *cd* ein.

Von der Geschw. des Wassers, von dem zulässigen Zeitaufwand und andern Nebenumständen hängt es ab, ob man besondere Beobachter in *ab* und *ef* anstellen, ob man überhaupt die genannten 3 Durchgangspunkte oder nur den mittlern oder auch je die obern und untern einschneiden wird, ob dann in letzterm Falle die Kippregel mit dem Messtische nicht besser in *ab* aufgestellt wird und Anderes.

Ist die Zeit τ, in welcher je der Schwimmerweg 1—1, 2—2 der Gruppe I. zurückgelegt wurde, beobachtet, sind, unter allenfallsiger Ausschaltung zu weit vom Messungspunkte abliegender Schwimmerwege, die Längen derselben — als Abstände der Querprofile von einander oder gemessen in der Richtung des thatsächlich durchlaufenen Wegs — fest gestellt, so lässt sich sehr einfach die wahre mittlere Schwimmergeschw. dieser Gruppe: $v_0 = \frac{s}{\tau}$, auffinden. Gleiches gilt für alle andern Gruppen.

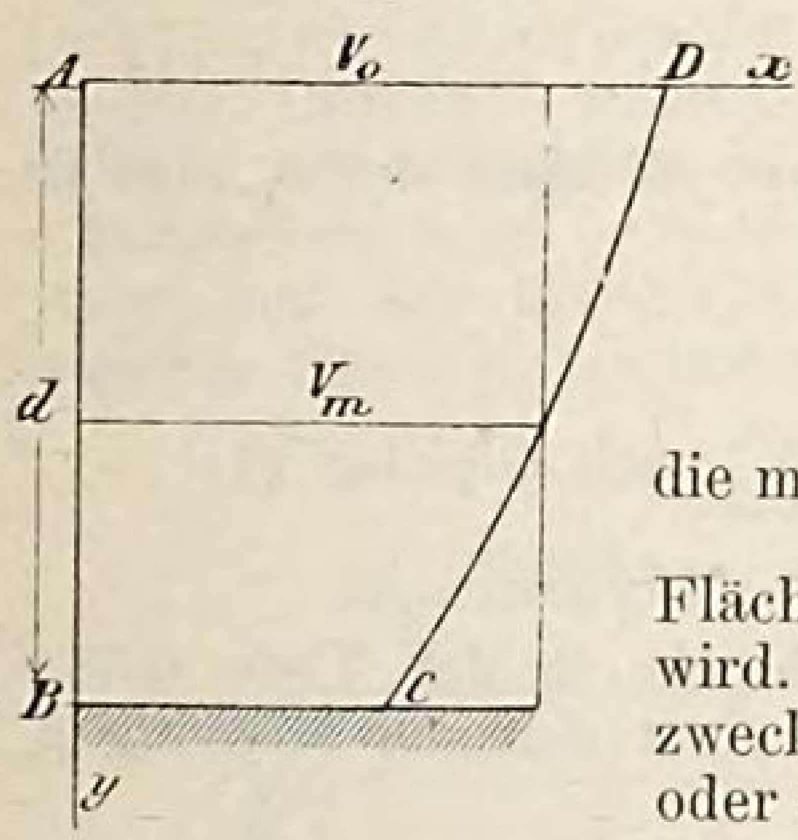
Solche Schwimmer-Messungen dürfen nur bei Windstille vorgenommen werden. Ueber die Wahl und Anzahl der Messungspunkte I., II. wird bei den „Messungsmethoden" Einiges angeführt werden.

β. Messungsmethoden; Geschwindigkeits-Skala.

Wenn man in einer zum Querprofil senkrechten, zur Stromrichtung also parallelen Lothebene — d. h. in einer Vertikalebene — die Geschw. einer grösseren

Anzahl von Wasserfäden vom Wasserspiegel gegen die Sohle hin gemessen hat, wenn man sodann von dem in der lothrechten Schnittlinie der Querprofil- und Vertikalebene und am Wasserspiegel gelegenen Koordin.-Ursprung A die Tiefen der einzelnen Wasserfäden an der Lothrechten und die ihnen zugehörigen Geschw. in der Richtung der Wasserfäden — also in der Vertikalebene und zureichend genau als Horizontale anträgt, wenn man endlich die Endpunkte dieser Horizontalen durch einen möglichst stetigen Linienzug mit einander verbindet, so entsteht die **Geschw.-Skala**, Vertikalkurve oder auch Geschw.-Kurve genannt CD, Fig. 752. Ist dieselbe ermittelt, so ergiebt sich die mittlere Geschw. v_m in einer Vertikalebene: $v_m = \frac{F}{d}$, wenn Fläche $ABCD = F$ und die örtliche Flusstiefe $= d$ gesetzt wird. Die Geschw.-Messungen in einer Vertikalebene bezwecken entweder Untersuchungen über die Geschw.-Skala oder nur die Bestimmung von v_m, oder sie dienen gleichzeitig beiden Zwecken.

Fig. 752.



Wiewohl die seitherigen Untersuchungen über die Geschw.-Skalen zu einem allseitig gültigen Resultate nicht geführt haben, so sind die auf Messungen und Kombinationen gegründeten Hypothesen nichts desto weniger von hoher Bedeutung, und zwar schon deshalb, weil sie durch ihre Verschiedenheiten Aufschluss über die wahrscheinliche Genauigkeit der einschlägigen Messung bieten.

Die wichtigsten jener Hypothesen sollen kurz mitgetheilt werden:

Weisbach folgt ältern Aufstellungen, betrachtet die Geschw.-Skala als eine Gerade, deren Gleichg. mit Bezug auf Fig. 753: $v_x = \left(1 - 0{,}17 \frac{y}{d}\right) v_0$ zu setzen ist. Es ist hiernach: $v_m = 0{,}915\ v_0$ und $v_d = 0{,}83\ v_0$, wenn v_0 die Oberflächen- und v_d die Sohlen-Geschw. bedeutet; v_m liegt in **halber** Flusstiefe.

Nach Bazin ist die Gleichg. der Geschw.-Skala, sofern die grösste Geschw. in der Vertikalebene nahe an der Oberfläche liegt: $v_x = v_0 - \frac{c}{d^2} \sqrt{r \varphi}\ y^2$, worin der konstante Koeffiz. $c = 20$ für Metermaass zu setzen ist, $r = \frac{F}{p}$ den mittlern Radius $\left(\text{mittlere hydraul. Tiefe oder} = \frac{\text{Fläche des Querprofils}}{\text{Benetzter Umfang}}\right)$, $\varphi = \frac{h}{l}$ das relative Gefälle ist.

Nach Humphreys-Abbot ist die Geschw.-Skala eine **Parabel**, deren Axe unter dem Wasserspiegel und parallel zu diesem liegt, und deren Parameter eine Funktion der mittlern Flussgeschw. wie der Wassertiefe d ist. Die Lage der Parabelaxe soll wesentlich von der Windrichtung abhängen, bei aufwärts wehendem Winde tiefer, bei abwärts wehendem höher, im allgem. aber in $^1/_3$ der Flusstiefe d liegen.

Fig. 753.

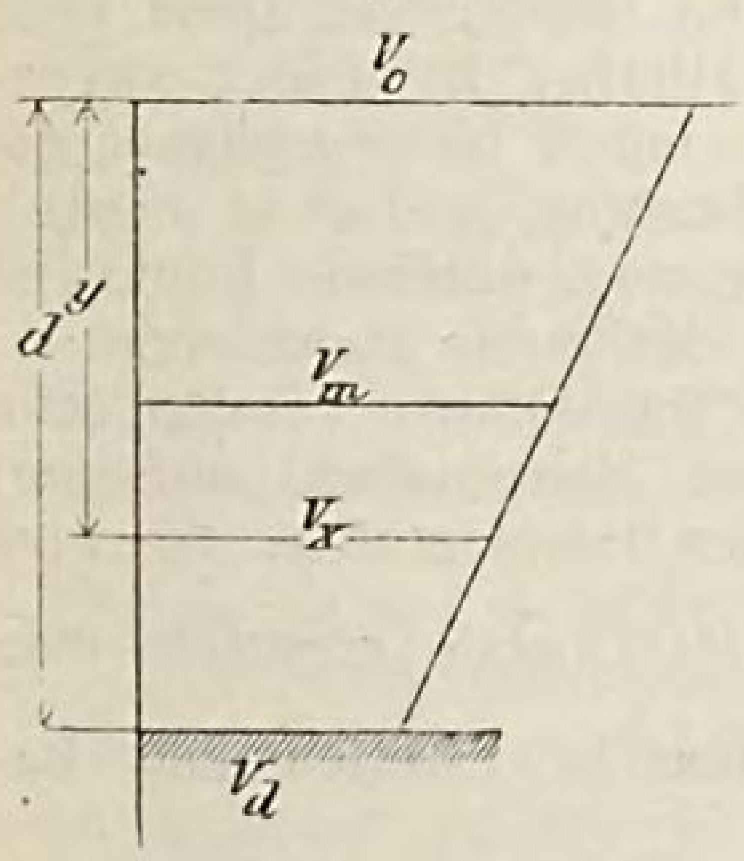
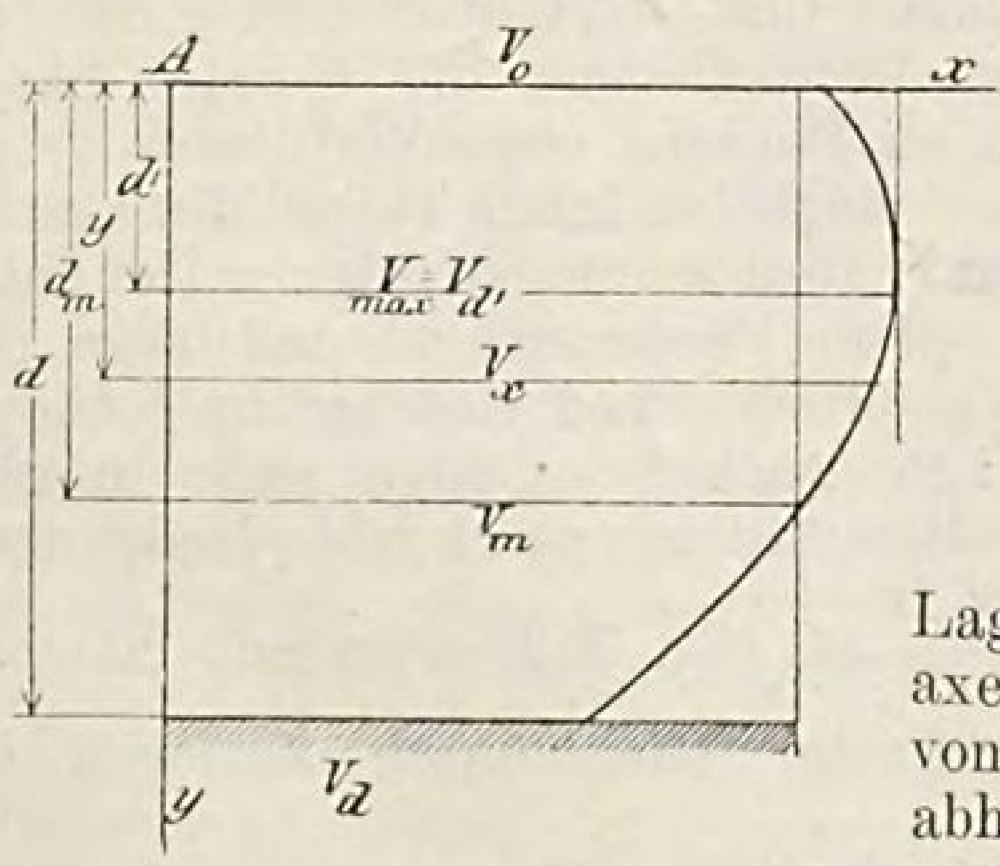


Fig. 754.



Mit Bezug auf die in Fig. 754 angegebenen Bezeichnungen lautet die Gleichg. der Geschw.-Parabel:

$$v_x = v_{d'} - (b\,v)^{1/2}\left(\frac{y - d'}{d}\right)^2, \text{ worin: } b = \frac{0{,}2844}{\sqrt{d} + 0{,}457} \text{ für Metermaass zu setzen.}$$

Liegt, wie bei den meisten Flüssen und Strömen, die grösste Geschw. am, oder ganz nahe am Wasserspiegel, so ist: $v_{d'} = v_0$ und $d' = 0$ und es wird:

$$v_x = v_0 - (b\,v)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{y}{d}\right)^2. \qquad (1)$$

Der Werth b bleibt unverändert. Bezeichnet d_m die Abszisse der v_m, so ist:

$$v_m = v_0 - (b\,v)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{d_m}{d}\right)^2.$$

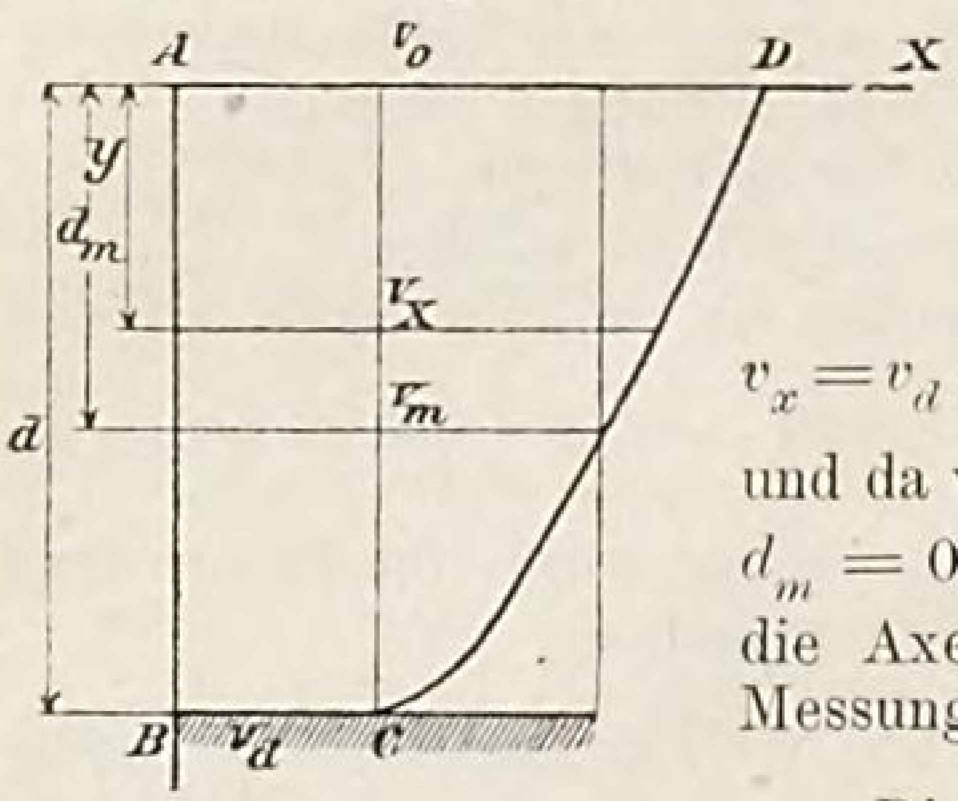
Ferner ist nach Fig. 752: $v_0 - v_m = \frac{1}{3}(v_0 - v_d)$; nach Gleichg. (1):

$$v_0 - v_d = (b\,v)^{\frac{1}{2}} \text{ und schliesslich: } d_m = 0{,}5773\,d.$$

Hiernach wäre die Axe des hydrometrischen Flügels in der Tiefe $0{,}58\,d$, vom Wasserspiegel aus gemessen, einzustellen, um mit einer einzigen Messung v_m zu erhalten.

Nach Hagen ist die Geschw.-Skala eine Parabel mit lothrechter Axe, deren Scheitel an der Flusssohle im Abstande v_d von der Y-Axe liegt. Mit Bezug auf Fig. 755 ist die Gleichg. dieser Parabel:

Fig. 755.



$$v_x = v_d + \sqrt{p\,(d - y)},$$

der Parameter: $p = \frac{(v_0 - v_d)^2}{d}$, also auch:

$$v_x = v_d + (v_0 - v_d)\sqrt{\frac{d - y}{d}};\quad v_m = v_d + (v_0 - v_d)\sqrt{\frac{d - d_m}{d}}$$

und da wieder $v_m\,d =$ Fläche $ABCD$, so wird schliesslich: $d_m = 0{,}555\,d$ erhalten. In dieser Tiefe wäre hiernach die Axe des Flügels einzustellen, um durch eine einzige Messung v_m zu erhalten. —

Die verschiedenen Methoden, die mittlern Geschw. v_m in der Vertikalebene zu messen und bezw. zu bestimmen, lassen sich auf Grund aller vorstehenden Auseinandersetzungen dahin zusammen fassen:

1. Man misst mit dem hydrometr. Flügel oder dem Reichenbach'schen (Darcy'schen) Strommesser in $\frac{14}{25} = 0{,}56$ der Flusstiefe die Geschw. und betrachtet dieselbe als die mittlere v_m.

2. Man benutzt die mechanische Integration und erhält nach S. 766: $v_m = \zeta\,v_{m'}$.

3. Man bestimmt (mit dem hydrometrischen Flügel) durch genügend viele Messungen in der Vertikalebene die Geschw.-Skala. Hierbei ist jedoch zweckmässiger in wenigen Punkten einer Vertikalen — meist nur 3 bis 5 geeignet gewählten Punkten — möglichst lange (je 5 Min.) zu beobachten, anstatt in vielen Punkten mit kurzer Beobachtungs-Dauer. Der oberste und unterste Punkt ist 0,1 bis 0,2 ^{m} unter dem Wasserspiegel und bezw. über der Sohle zu nehmen.

Trägt man Wassertiefen und Geschw. in geeigneten Maassstäben (Tiefen etwa 1 : 50, Geschw. 1 : 25, nach Umständen auch in gleichen Maassstäben) auf, legt eine möglichst stetige Kurve durch die Endpunkte der Horizontalen, so wird $v_m = \frac{\text{Fläche } ABCD}{d}$ (s. Fig. 752) erhalten; Fläche $ABCD$ aber ermittelt man mit dem Polarplanimeter oder durch Zerlegen in einzelne Streifen und Berechnen derselben.

4. Sind, wie bei sehr hohen Wasserständen und grossen Geschw., nur Schwimmer-Messungen möglich gewesen, so kann annähernd: $v_m = 0{,}84\,v_0$, oder $= 0{,}85\,v_0$*)

*) v. Wagner. A. a. O. S. 36. — Harlacher, Hydrometr. Arb. in der Elbe bei Tetschen S. 22.

gesetzt werden, wenn v_0 die Oberflächen-Geschwindigkeit in der betr. Vertikalen bezeichnet. —

Isotachen. Der in 1 Sek. ein Querprofil passirende Wasserkörper ist begrenzt durch die ebene Profilfläche, durch den Wasserspiegel, die nahezu horizontale Zylinderfläche der Sohlen- und Uferabschnitte und durch eine krumme Fläche (nach Grebenau: Geschw.-Paraboloid), welche die Endpunkte aller aufgetragen gedachten Geschw. enthält. Schneidet man einen solchen Wasserkörper durch ein System von lothrechten und zur Querprofil-Ebene parallelen Ebenen, die in Abständen von 5 zu 5 ^{cm} oder auch von 1 ^{dm} zweckmässig genommen werden, so entstehen auf der Geschw.-Fläche — ähnlich den Horizontalkurven — die Kurven gleicher Geschw., die Isotachen. Eine einfache Ueberlegung zeigt, wie die Isotachen aus den Vertikalkurven konstruirt, wie die Kurven der Oberflächen - Geschw. und der mittlern Geschw. in den einzelnen Vertikalen etc. in dem Querprofil angetragen werden können. Durch beistehende Fig. 756, 757 ist die Art der Darstellung im wesentlichen grafisch erläutert. Der Maassstab der Breiten wird 1 : 250 bis 1 : 500, jener der Wassertiefen und Ge-

Fig. 756.

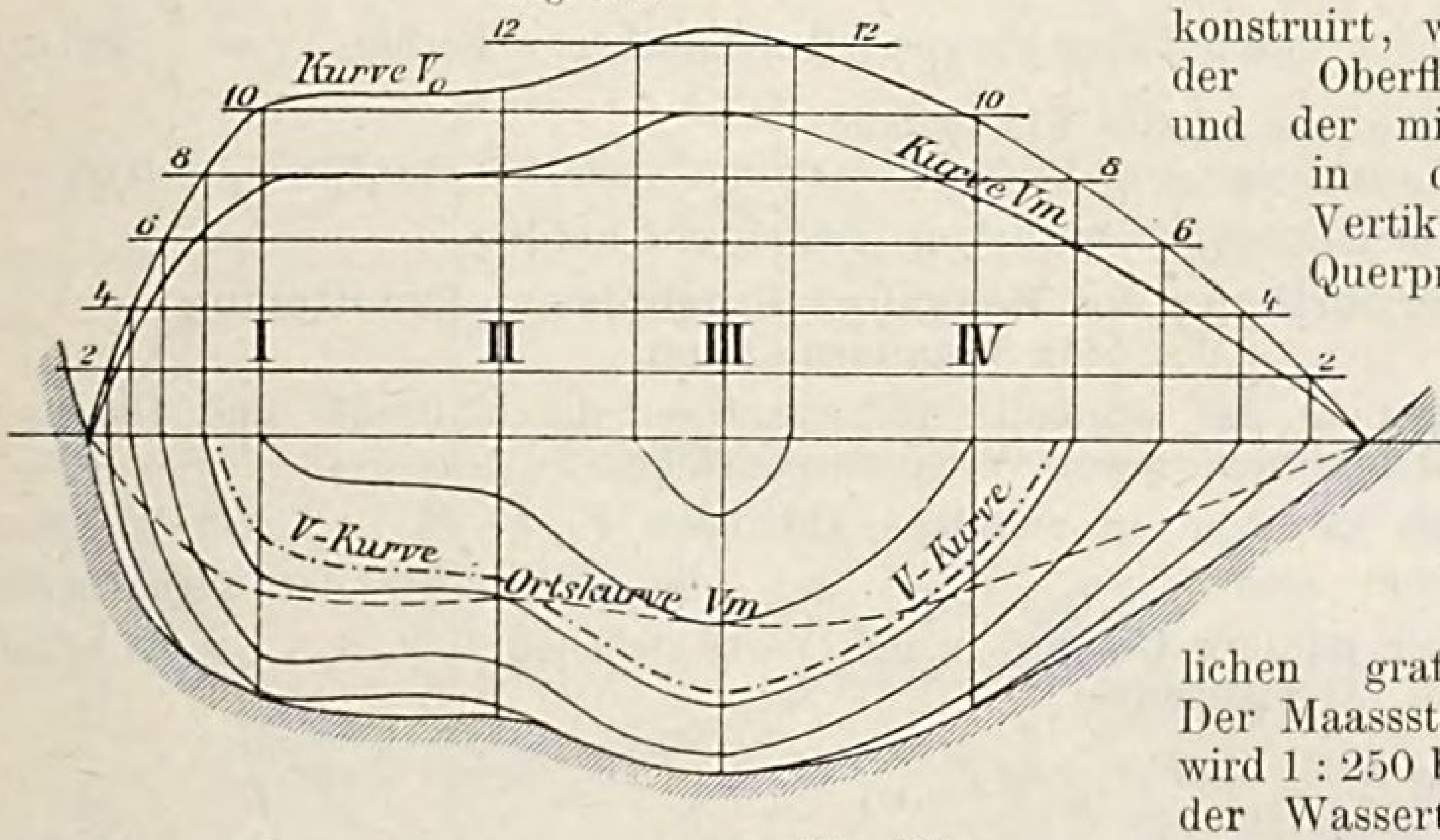
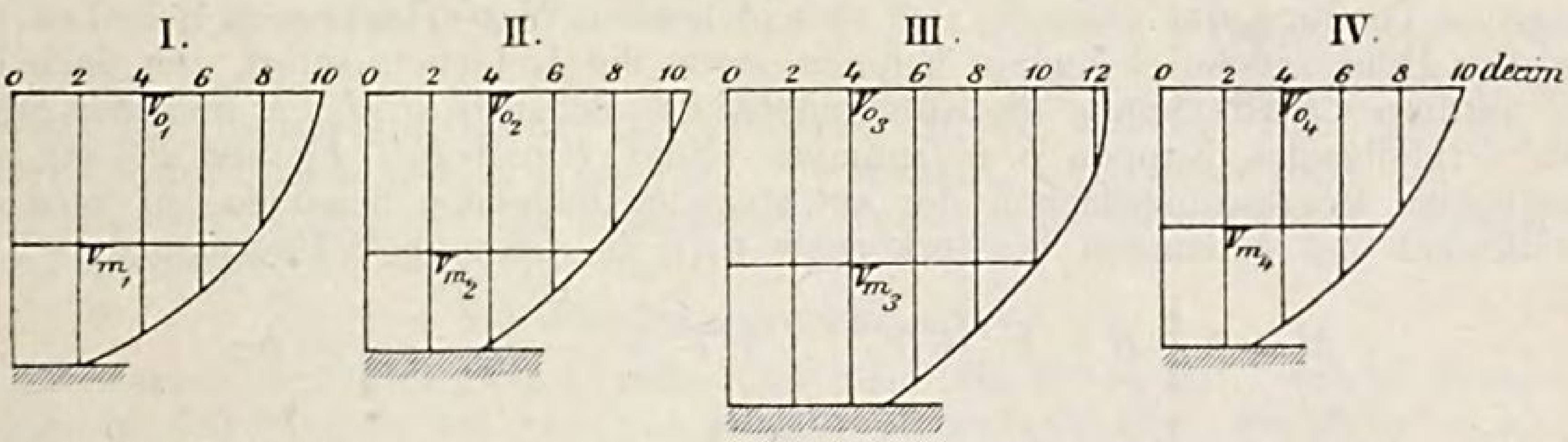


Fig. 757.



schwindigkeiten wie oben angegeben, genommen (1 : 50 oder 1 : 25); in den beistehenden Figuren wurden bestimmte Maassstäbe nicht zu Grunde gelegt. Aus den nach Messungen aufgetragenen Darstellungen geht deutlich hervor, dass die Kurven v_0 und v_m ähnliche Linienzüge geben, wie die Sohle.

Sind durch viele und sorgfältige Peilungen die Sohlen der Messungsprofile genau aufgetragen, so kann man sich in den meisten Fällen begnügen, die mittlere Geschw. in einer geringern Anzahl von Vertikalen, welche den Querprofil-Formen entsprechend zu wählen sind, nach einer der oben angegebenen Methoden zu bestimmen. Die Abstände der Vertikalen braucht man nicht gleich gross zu nehmen; bei regelmässigen Profilformen genügen wenige Vertikalen. Zweckmässig werden ihre Abstände gegen die Ufer hin wegen der stärkern Krümmung der Kurven kleiner als in der Mitte genommen; dieselben wechseln zwischen 2 und 20 ^{m}.

Die eingemessenen und aufgetragenen Geschwindigkeiten dienen sodann zum Antragen der v_m- und bezw. v_0-Kurven; die Verbindungslinien sind möglichst stetig unter Rücksicht auf die Sohlenform zu ziehen.

γ. Mittlere Profil-Geschw. und Geschw. einzelner Stromfäden.

Insofern das allerdings keineswegs unveränderliche Verhältniss der mittlern Profil-Geschw. v zur direkt zu messenden Geschw. eines besondern Stromfadens — der grössten Oberflächen-Geschw. v_0 oder der Geschw. v_s im Schwerpunkt der

Querprofil-Fläche — zur approximativen Bestimmung der Durchflussmenge benutzt werden darf, hat man es mit einer sehr einfachen Art einer unmittelbaren Wassermessung zu thun, über welche einige Angaben beizufügen sind.

de Prony setzte: $\frac{v}{v_0'} = \frac{v_0' + 2{,}372}{v_0' + 3{,}153}$ (m). v_0' wird im Stromstrich, gewöhnlich mit Schwimmern, gemessen.

Bazin findet: $v = v_0' - 14\sqrt{r\varphi}$ und hieraus in Verbindung mit der Gleichg.: $v = \sqrt{\frac{r\varphi}{\alpha + \frac{\beta}{r}}}$ das Verhältniss: $\frac{v}{v_0'} = \frac{1}{1 + 14\sqrt{\alpha + \frac{\beta}{r}}}$ (m).

Ueber die Werthe α und β folgen die speziellen Angaben weiterhin. $r = \frac{F}{P}$ ist der mittlere Radius, φ das relative Flussgefälle.

Nach v. Wagner ist: $v = 0{,}705\, v_0' + 0{,}01\, v_0'^2$ oder: $v = 0{,}738\, v_s + 0{,}05\, v_s^2$. Noch andere Aufstellungen können hier übergangen werden.

δ. Verwerthung der Messungs-Ergebnisse; Ermittelung der Wassermengen.

Die Bestimmung der sekundl. Abflussmengen durch Profil- und Geschw.-Messungen wird in verschiedener Weise durchgeführt.

1. Ist F das ganze, in die einzelnen Abschnitte $F_1, F_2, F_3 \ldots . F_\nu$ geeignet zerlegte Querprofil, sind $v_{m_1}, v_{m_2}, v_{m_3} \ldots . v_{m_\nu}$ die nach einer der angegebenen Arten gefundenen mittlern Geschw. in den Vertikalebenen 1, 2, 3 ν, so erhält man die sekundl. Abflussmenge:

$$M = F_1 v_{m_1} + F_2 v_{m_2} + F_3 v_{m_3} + \ldots . F_\nu v_{m_\nu} \text{ und: } v = \frac{M}{F}.$$

2. Bei einem 2. Verfahren benutzt man die zur Konstruktion der Isotachen dienende Theilung des sekundl. sich verschiebenden Wasserkörpers in Scheiben von gleicher Höhe (Dicke) h und in Kuppen sowie die Isotachen selbst, um nach Art der mittlern Profilrechnung die Kubikinhalte der Scheiben $J_1, J_2 \ldots$ und der allenfalls verbleibenden Kuppen K aufzufinden. Sind F und F_1', F_1' und F_2' etc. die lothrechten Begrenzungsflächen der auf einander folgenden Scheiben, so wird der Kubikinhalt des genannten Wasserkörpers d. i. die sekundl. Wassermenge:

$$M = h\left[F + F_1' + F_2' \ldots + F_\nu - \frac{F + F_\nu}{2}\right] + K;$$

$$M = h\left[\Sigma(F) - \frac{F + F_\nu}{2}\right] + K;$$

Kuppe K ist $= \frac{F_\nu h'}{3}$, wenn h' ihre Höhe. Da sich die Flächen $F, F_1', F_2' \ldots .$ durch Planimetriren einfach und rasch, nachdem ihre Perimeter theils durch die Isotachen und Bestandtheile des Messungs-Profils eingetragen sind, auffinden lassen, verdient dieses Verfahren alle Beachtung. Von einem Punkte des Messungs-Profils mit dem Fahrstift des Polarplanimeters ausgehend umfährt man nach vorheriger Ablesung an der Trommel oder Einstellung auf 0 den Perimeter der F, liest ab, umfährt sodann alle übrigen Perimeter der $F_1', F_2' \ldots$ bis zum letzten der F_ν', liest vor dessen Umfahren wieder ab, umfährt hierauf den Umfang der F_ν' und bringt die Linie, welche der Fahrstift beim Uebergang vom Ausgangspunkte zum Endpunkte beschrieben, durch Zurückfahren auf ihr in Abzug. Man erhält so F, $\Sigma(F)$, F_ν', und in der durch obige Gleichg. angedeuteten Ergänzung schliesslich die Wassermenge M.

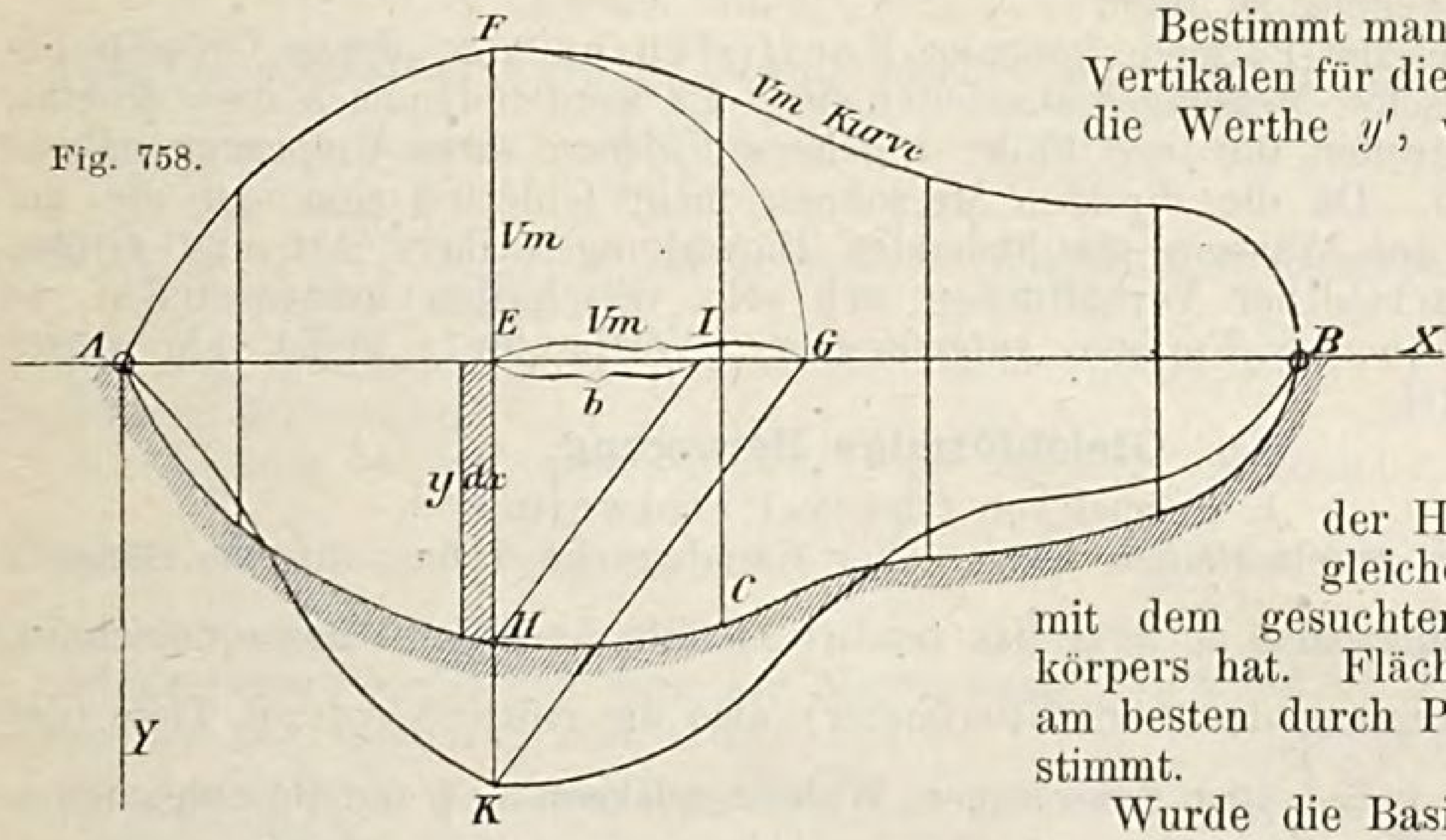
3. Ein weiteres, durch Eleganz und Genauigkeit ausgezeichnetes Verfahren rührt von Prof. Harlacher her. Das Messungsprofil sei in entsprechenden Maassstäben — etwa die Breite 1 : 500, die Tiefe 1 : 50 — und über AB seien an den gewählten Vertikalen die zugehörigen mittlern Geschw. v_m im Maassst. etwa 1 : 25

aufgetragen und es seien die v_m-Kurven mit Rücksicht auf den Verlauf der Linie ACB möglichst stetig gezogen. Es ist: $dM = v_m\, y\, dx = \frac{b\, v_m\, y\, dx}{b}$.

Setzt man: $\frac{y\, v_m}{b} = c$, so dass $dM = b\, c\, dx$, so erhält man die ganze Wassermenge M pro Sek. aus der Gleichg.: $M = b \int c\, dx = b\, F_0$. Trägt man nach Fig. 758 beispielsw. in der Vertikalebene EH den örtlichen Werth $EF = v_m$ von E nach G, ferner von E aus gegen G die zu wählende — etwa zu 2 m anzunehmende und mit den Werthen v_m im gleichen Maassstabe anzugebende — Verwandlungs-Basis $b = EJ$ an, so ist, weil:

$$b : v_m = y : EK;\ EK = y' = \frac{v_m\, y}{b} = c.$$

Fig. 758.



Bestimmt man in allen andern Vertikalen für die gleiche Basis b die Werthe y', verbindet deren Endpunkte durch eine stetige Linie, so ist $ABKA$ die Grundfläche eines Zylinders von der Höhe b, welcher gleichen Kubikinhalt mit dem gesuchten des Wasserkörpers hat. Fläche $ABKA$ wird am besten durch Planimetrien bestimmt.

Wurde die Basis $b = 2$ m oder im Maassst. 1 : 25 = 80 mm, der Maassst. der Breiten 1 : 500, der der Tiefen 1 : 50, der Geschw. 1 : 25 gesetzt, so stellt 1 qcm der Fläche $ABKA$ ($= F_0$) 5 cbm sekundl. Durchflussmenge vor.

4. Handelt es sich nur um angenäherte Wassermengen-Bestimmung, so wird v aus v_0' abgeleitet und $M = Fv$ erhalten.

ε. Wassermengen-Kurve.

In neuerer Zeit drängt sich mehr und mehr die Frage auf, welche Wassermengen in den Flüssen bei verschiedenen Pegelständen abgeführt werden. So weit als zulässig wird man diese Frage auf Grund unmittelbarer Geschw.-Messungen zu beantworten suchen. Man wählt ein Messungs-Profil mit hohen Ufern, zwischen denen auch wo thunlich die Hochwasser-Mengen abgeführt werden, und bestimmt die Abflussmengen bei einer grössern Anzahl von Pegelständen, besonders für sehr kleine, sehr grosse und mittlere Wasserstände.

Trägt man die Wassertiefen als Abszissen an eine Lothrechte, die Wassermengen als Ordinaten an den betr. Horizontalen an, verbindet die Endpunkte der letztern durch eine stetige Linie, so erhält man die Kurve der Abflussmengen oder die Wassermengen-Kurve (Kurve der M, Fig. 729). Es ist einleuchtend, dass bei einer guten Bestimmung dieser Kurve die den verschiedensten Wasserständen zugehörigen Wassermengen sofort abgelesen und mit geringer Mühe eine Reihe wichtiger Fragen beantwortet werden können.*) In Fig. 729 ist die Beziehung zwischen Wassermenge und Pegelstand zur Anschauung gebracht. Ausführliche

*) Prof. Harlacher findet als Wassermengen-Kurve in der Elbe eine aus 2 Parabelstücken zusammen gesetzte Linie. Andere gehen von einer Wassermengen-Parabel aus; s. Sasse: „Die Parabeltheorie in ihrer Anwendung auf die Bewegung des Wassers in der Saale und Unstrut“ in der Zeitschr. d. Arch.- u. Ingen.-Ver. zu Hannover 1870 S. 193 und „Ueber die Geschw.-Formeln in Bezug auf die Bewegung des Wassers in Flüssen“; Deutsch. Bauzeitg. 1871 S. 242 u. 249, ferner J. Schlichting: „Die Wassermassen-Kurve der Memel bei Tilsit“; Deutsch. Bauzeitg. 1875 S. 142.

Mittheilungen über das zur genauen Bestimmung der Kurve anzuwendende Verfahren, sowie über die Korrektionen bei Wassermessungen, sofern sich während der Messung die Wasserstände merklich ändern, finden sich in den Schriften: Harlacher. Die hydrometr. Arbeiten in der Elbe bei Tetschen und: Die Messungen in der Elbe und Donau etc., so wie in v. Wagner. Hydrologische Untersuchungen etc.

b. Mittelbare Bestimmung der Geschwindigkeit.

In vielen Fällen hat man zur mittelbaren Bestimmung der Profil-Geschw. v mittels „Formeln" zu greifen. In diesen werden die Ursachen der Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen — nämlich die Wirkung der Schwerkraft auf die Wassertheilchen und die Neigung des Wasserspiegels — mit den Bewegungs-Widerständen in Beziehung gesetzt. Je nach der Grösse der Widerstände hat man es mit einer gleichförmigen oder ungleichförmigen (beschleunigten oder verzögerten) Bewegung zu thun.

In allen Geschw.-Formeln kommen Koeffizienten vor, deren Grössen gewöhnlich aus Geschw.-Messungen abzuleiten sind. Es werden demnach diese Koeffiz. vorzugsweise zutreffen für jene Fälle, welche mit denen ihres Ursprungs nahezu überein stimmen. Da die direkten Messungen nicht fehlerfrei sind und die auf die Bewegung des Wassers stattfindenden Einwirkungen ihrer Art und Grösse nach unter verschiedenen Verhältnissen sich sehr verschieden heraus stellen, so können die mit Geschw.-Formeln aufgefundenen Werthe für v keine sehr grosse Genauigkeit bieten.

α. Gleichförmige Bewegung.

1. Formel von Chezy-Eytelwein.

Ist in einer regelmässigen Fluss- oder Kanalstrecke h das auf die Länge l gemessene absolute, also $\frac{h}{l} = \varphi$ das relative Gefälle, ist F der Wasserquerschnitt, p der benetzte Umfang des Profils (Perimeter), also die mittlere hydraul. Tiefe (der mittlere Radius) $r = \frac{F}{p}$, ist ζ der sogen. Widerstandskoeffiz., g die Beschleunigung der Schwere, so lautet die älteste (monomische), die Chezy-Eytelwein'sche Formel:

$$h = \zeta \frac{lp}{F} \frac{v^2}{2g} \quad (1); \quad v = \sqrt{\frac{F}{\zeta l p} 2gh} = \sqrt{\frac{2g}{\zeta}} r\varphi = k\sqrt{r\varphi}. \quad (2)$$

Hierin ist: $\sqrt{\frac{2g}{\zeta}} = k$ als Koeffiz. der Geschw.-Formel gesetzt und somit der Widerstandskoeffiz. $\zeta = \frac{2g}{k^2}$.

Eytelwein bestimmte den Koeffiz. k vorzugsweise aus Messungen an regelmässigen kleinen Kanälen. Nach ihm ist k für Metermaass $= 50{,}9$ und $\zeta = 0{,}007565$.

Bei zweckentsprechender Anwendung dieser Formel auf Flüsse hat man für eben herrschende Wasserstände die Werthe v, r, φ (Gefälle im Stromstrich) durch Messungen fest gestellt und aus mehreren Messungen: $k = \frac{v}{\sqrt{r\varphi}}$, als arithm. Mittel derselben, abgeleitet.

Es entspricht also dem Thatbestande keineswegs, dass man früher $k = 50{,}9$ und somit für alle Fälle konstant genommen habe, wie dies in neuern Schriften zu gunsten anderer Formeln vielfach behauptet wird. Allerdings trifft es zu, dass Werthe v, welche auf Grund des bei einem herrschenden Wasserstande ermittelten Werthes k, auch für andere Wasserstände berechnet wurden, gewöhnlich sehr ungenau ausfielen.

2. Formel von de Prony.

Wie die Eytelwein'sche Formel in Deutschland lange Zeit mit Vorliebe verwendet wurde, so geschah dies mit der Prony'schen Formel in Frankreich. Sie ist eine binomische und lautet:

$$h = (\alpha v + \beta v^2) \frac{lp}{F}, \quad (3)$$

worin für Metermaass: $\alpha = 0{,}00004445$ und $\beta = 0{,}00030931$ zu setzten ist und: danach ist: $v = \sqrt{0{,}005159 + 3233\, r\varphi} - 0{,}07185$ (4)

wenn hier, wie später wieder, $\frac{F}{p} = r$ und $\frac{h}{l} = \varphi$ gesetzt wird.

Bringt man zum Vergleich die Prony'sche Formel auf die Form der monomischen: $v = k\sqrt{r\varphi}$, so ist: $k = \frac{1}{\sqrt{\frac{0{,}00004445}{v} + 0{,}00030937}}$.

Die k-Werthe wechseln demnach zwischen den Grenzen $k = 36{,}4$ bis $54{,}9$, sofern v zwischen $1{,}0^{\text{m}}$ und $2{,}0^{\text{m}}$ wechselt. Der Widerstandskoeffiz. $\zeta = \frac{2g}{k^2}$ ist leicht zu finden.

3. Formel von Humphreys-Abbot.

Die (unverkürzte) Formel der amerikanischen Ingenieure Humphreys und Abbot (für Metermaass) lautet: $v = \left[\sqrt{0{,}0025\, b' + \sqrt{68{,}72\, r_1 \sqrt{\varphi}}} - 0{,}05\sqrt{b'}\right]^2$, (5)

worin: $b' = \frac{0{,}933}{\sqrt{d_m} + 0{,}457}$. d_m ist die mittlere Tiefe des Messungsprofils; $r_1 = \frac{F}{p + w}$ = dem sog. mittlern Hauptradius; w die Wasserspiegel-Breite; v, F, p, φ haben die frühere Bedeutung.

Grebenau hat an dieser Formel eine zulässige Abkürzung vorgenommen, indem er setzte: $v = \beta c \sqrt{\frac{F}{p+w}} \sqrt[4]{\frac{h}{l}} = \beta c \sqrt{r_1} \sqrt[4]{\varphi}$. (6)

Ausser den schon erklärten Zeichen ist hierin c ein für ein bestimmtes Maasssystem unveränderlicher Werth und zwar für Metermaass: $c = 8{,}28972$; β hängt von der Grösse des Querprofils ab und es ist:

a. für kleine Wassergräben	unter	1^{qm}	Querschnittsfläche:	$\beta = 0{,}8543$,
b. „ Bäche	von	$1-5^{\text{qm}}$	„	$\beta = 0{,}8796$,
c. „ grössere Bäche	von	$5-10^{\text{qm}}$	„	$\beta = 0{,}889$,
d. „ kleine Flüsse	von	$20-400^{\text{qm}}$	„	$\beta = 0{,}9223$,
e. „ grosse Flüsse	über	400^{qm}	„	$\beta = 0{,}9459$.

Bringt man die Grebenau'sche Formel auf die Form: $v = k\sqrt{r\varphi}$, wobei mit Ausnahme rechteckiger Querprofile, annähernd $\sqrt{r_1} = \sqrt{\frac{r}{2}}$ gesetzt werden darf, so wird: $k = \frac{0{,}707\,\beta c}{\sqrt[4]{\varphi}} = \frac{5{,}86\,\beta}{\sqrt[4]{\varphi}}$; es hängt also nach Grebenau und bezw. Humphreys-Abbot der Koeffiz. k ab von der Grösse des Querprofils (veränderlich mit β) und dem Flussgefälle.

4. Formel von Darcy-Bazin.

Nach den Beobachtungen und Messungen der französischen Ingenieure Darcy und Bazin übt die Rauhheit des Rinnsals einen grossen Einfluss bei der Bewegung des Wassers aus. Um diesen Einfluss in den Formeln zum Ausdruck zu bringen, war eine Trennung nach Kategorien nöthig. Die Formel in allgemeinen Zeichen lautet:

$$v = \sqrt{\frac{1}{\alpha + \frac{\beta}{r}}\, r\varphi}. \qquad (7)$$

Hierin erscheint k unter der Form:

$$k = \sqrt{\frac{1}{\alpha + \frac{\beta}{r}}}; \text{ da: } k = \sqrt{\frac{2g}{\zeta}}, \text{ wird: } \zeta = \frac{2g(\alpha r + \beta)}{r}.$$

Darcy-Bazin stellen 4 Kategorien auf. Zur Katg. I. gehören Gerinne mit sehr glatten Wänden und Zementputz ohne Sandzusatz oder aus glatt gehobeltem und gut gefügtem Holze. Für solche ist:

$$v = \sqrt{\frac{r\varphi}{0{,}00015 + \frac{0{,}0000045}{r}}}, \quad \text{oder: } v = \sqrt{\left(6667 - \frac{200}{r + 0{,}03}\right) r\varphi}.$$

Zur Kateg. II. gehören Gerinne mit Fassungen aus Zementputz mit Sandzusatz und behauenen Steinen, Ziegeln oder gewöhnlichen Brettern; hierfür ist:

$$v = \sqrt{\frac{r\varphi}{0{,}00019 + \frac{0{,}0000133}{r}}} \quad \text{oder: } v = \sqrt{\left(5286 - \frac{370}{r + 0{,}07}\right) r\varphi}.$$

Zur Kateg. III. gehören Gerinne aus Bruchstein-Mauerwerk; hierfür ist:

$$v = \sqrt{\frac{r\varphi}{0{,}00024 + \frac{0{,}00006}{r}}} \quad \text{oder: } v = \sqrt{\left(4160 - \frac{1040}{r + 0{,}25}\right) r\varphi}.$$

Zur Kateg. IV. gehören Rinnsale mit Erdwänden, und es ist:

$$v = \sqrt{\frac{r\varphi}{0{,}00028 + \frac{0{,}00035}{r}}} \quad \text{oder: } v = \sqrt{\left(3568 - \frac{4460}{r + 1{,}25}\right) r\varphi}.$$

Diesen 4 Kategorien haben die schweizerischen Ingen. Kutter und Ganguillet auf Grund ihrer Messungen eine 5. für Geschiebe führende Flüsse angefügt.

Kateg. V. für Geschiebe führende Flüsse mit:

$$v = \sqrt{\frac{r\varphi}{0{,}0004 + \frac{0{,}0007}{r}}} \quad \text{oder: } v = \sqrt{\left(2500 - \frac{4375}{r + 1{,}75}\right) r\varphi}.$$

Eine Tabelle der Werthe k für die genannten 5 Kategorien, die unter Annahme verschiedener Werthe r aus der Gleichg.: $k = \sqrt{\frac{1}{\alpha + \frac{\beta}{r}}}$ berechnet ward, ist im „Anhang" S. 794 mitgetheilt. Wie bedeutend k mit r sowie α und β variiren, geht daraus hervor, dass für $r = 0{,}01$ und Kateg. V.: $k = 3{,}8$, dagegen für $r = 1{,}0$ und Kateg. I.: $k = 80{,}4$ wird. Alle Zahlen sind auf Metermaass bezogen.

5. Formeln von Gauckler.

Bei Gefällen $\varphi < 0{,}0007$, bei welchen eine gleitende Fortbewegung des Wassers stattfinden soll, wird:

$$v = (\beta \sqrt[3]{r}\ \sqrt[4]{\varphi})^4, \tag{8}$$

bei Gefällen $> 0{,}0007$, bei denen auch eine rollende Bewegung auftritt, wird:

$$v = (\alpha \sqrt[3]{r}\ \sqrt[4]{\varphi})^2. \tag{9}$$

In Formel (8) ist: $k = \beta^4 r^{5/6} \varphi^{1/2}$ und in Formel (9): $k = \alpha^2 \sqrt[6]{r}$.

α und β sind mit dem Rauhheitsgrade variirende Koeffiz. Gauckler stellt folgende Werthe für α und β (für Metermaass) auf:

1. Für Mauerwerk von behauenen Quadern und für Zementputz:	$\alpha = 8{,}5 - 10{,}0$;	$\beta = 8{,}5 - 9{,}0$.
2. Für gutes gewöhnliches Mauerwerk:	$\alpha = 7{,}6 - 8{,}5$;	$\beta = 8{,}0 - 8{,}5$.
3. Für gemauerte Seitenwände, die Sohle in Erde:	$\alpha = 6{,}8 - 7{,}6$;	$\beta = 7{,}7 - 8{,}0$.
4. Für Kanäle in Erde ohne Pflanzenwuchs:	$\alpha = 5{,}7 - 6{,}7$;	$\beta = 7{,}0 - 7{,}7$.
5. Für Kanäle in Erde mit Pflanzenwuchs:	$\alpha = 5{,}0 - 5{,}7$;	$\beta = 6{,}6 - 7{,}0$.
6. Für Flüsse:	$\alpha = 5{,}0 - 5{,}7$;	$\beta = 6{,}4 - 7{,}0$.

6. Formeln von Hagen.

Die neuesten Hagen'schen Formeln*) (1876) lauten:

Für kleine Wasserläufe: $v = 4{,}9\, r \sqrt[5]{\varphi}$ (in Metern). (10)

*) Eine ältere Hagen'sche Formel (1869), welche für kleinere Gefälle als $^1/_{500}$ bei Profilen in Erde gute Werthe liefert, lautet: $v = 2{,}425 \sqrt{r}\ \sqrt[6]{\varphi}$.

Für Flüsse und Ströme: $v = 3{,}34 \sqrt{r} \sqrt[5]{\varphi}$. (11)

In Formel (10) ist: $k = \frac{4{,}9 \sqrt{r}}{\varphi^{3/10}}$, in Formel (11): $k = \frac{3{,}34}{\varphi^{0{,}3}}$.

7. Allgemeine Geschwindigkeits-Formel von Ganguillet und Kutter.

Aus Vorstehendem ergiebt sich, dass eine allgemeine Formel der Konstitution: $v = k \sqrt{r \varphi}$ aufgestellt werden kann, sofern k mit den seinen jeweiligen Werth bestimmenden Grössen in das richtige Verhältniss gesetzt wird.

Der Werth k hängt aber ab:

1. von dem mittlern Flussradius $r = \frac{F}{p}$; mit r wächst k;

2. von der Rauhheit des benetzten Umfangs; unter sonst gleichen Verhältnissen wird k bei grösserer Rauhheit kleiner;

3. von dem Gefälle; bei grossen Gewässern nimmt k mit Zunahme des Gefälles ab; bei kleinen Gewässern wächst k mit dem Gefälle;

4. von der Querprofil-Form und von der Menge und Beschaffenheit der Sinkstoffe.

Um allen diesen Einflüssen möglichst Rechnung zu tragen, setzen die schweizerischen Ingenieure Ganguillet und Kutter:

$$k = \left[\frac{23 + \frac{1}{\mu} + \frac{0{,}00155}{\varphi}}{1 + \left(23 + \frac{0{,}00155}{\varphi}\right)\frac{\mu}{\sqrt{r}}}\right] \text{ und } v = \left[\frac{23 + \frac{1}{\mu} + \frac{0{,}00155}{\varphi}}{1 + \left(23 + \frac{0{,}00155}{\varphi}\right)\frac{\mu}{\sqrt{r}}}\right]\sqrt{r\varphi} \quad (12)$$

Der Rauhheitsgrad wird durch μ repräsentirt; derselbe ist nach den folgenden 6 Kategorien unterschieden. Den Werthen μ sind die Reziproken $\frac{1}{\mu}$ angefügt.

	μ	$\frac{1}{\mu}$
1. Kanäle von sorgfältig gehobeltem Holz oder von glatter Zementverkleidung	0,010	100,00
2. Kanäle aus Brettern	0,012	83,33
3. Kanäle aus behauenen Quadersteinen oder gut gefugten Backsteinen	0,013	76,91
4. Kanäle von Bruchsteinen	0,017	58,82
5. Kanäle in Erde; Bäche und Flüsse	0,025	40,00
6. Gewässer mit gröbern Geschieben und mit Wasserpflanzen	0,030	33,33

8. Formel von Harder.

Dieselbe lautet: $v = k_1 \sqrt{r \varphi} + k_2 r \sqrt{\varphi}$ (13)

und es ist in dem Theil: $v = k \sqrt{r \varphi}$ der Koeffizient $k = k_1 + k_2 \sqrt{r}$.

k_1 ist vorzugsweise von der Rauhheit der benetzten Wände, k_2 fast nur von den Bewegungs-Widerständen im Wasser selbst abhängig.

Nach den 3 von Harder aufgestellten Kategorien ist:

1. für Kanäle mit sehr glatten Wänden (z. B. mit Zementputz):
$k_1 = 70{,}5$; $k_2 = 7{,}254$;

2. für Kanäle mit glatten Wänden (von Brettern, Quader- und Bruchsteinen):
$k_1 = 56$; $k_2 = 7{,}254$;

3. für Flüsse, sowie Kanäle in Erde und in rauhem Bruchstein-Mauerwerk:
$k_1 = 36{,}27$; $k_2 = 7{,}254$.

In wichtigen Fällen wird man die mittlere Geschw. v nach mehreren der neuern Zeit angehörenden Formeln (5 — 13) berechnen, das Mittel aus den erhaltenen Werthen bestimmen und sodann jenen Einzelwerth v, welcher dem Mittel am nächsten liegt, als den wahrscheinlichsten ansehen.

β. Wassermengen bei verschiedenen Wasserständen in Kanälen u. Flüssen.

Die Wassermenge bei einem bestimmten Wasserstande ist:

$$M = Fv = kF\sqrt{\frac{F}{p}\frac{h}{l}}.$$

Bei einem andern, diesem nahe liegenden Wasserstande und einer näherungsweisen Bestimmung der Abflussmengen nimmt man mehrfach an, dass die Werthe k und die Gefälle $\frac{h}{l}$ gleich bleiben. Unter dieser, allerdings willkürlichen Voraussetzung erhält man:

$$\frac{v}{v_1} = \sqrt{\frac{F}{F_1}\frac{p_1}{p}} \text{ und: } \frac{M}{M_1} = \frac{F}{F_1}\sqrt{\frac{F}{F_1}\frac{p_1}{p}},$$

wenn v_1, F_1, p_1, M_1 die bezüglichen Grössen bei dem geänderten Wasserstande vorstellen.

Durch Umformungen und Vernachlässigung kleiner Werthe ergiebt sich:

$$\frac{v_1 - v}{v} = \frac{1}{2}\frac{t_1 - t}{t} \text{ und: } \frac{M_1 - M}{M} = \frac{3}{2}\frac{t_1 - t}{t},$$

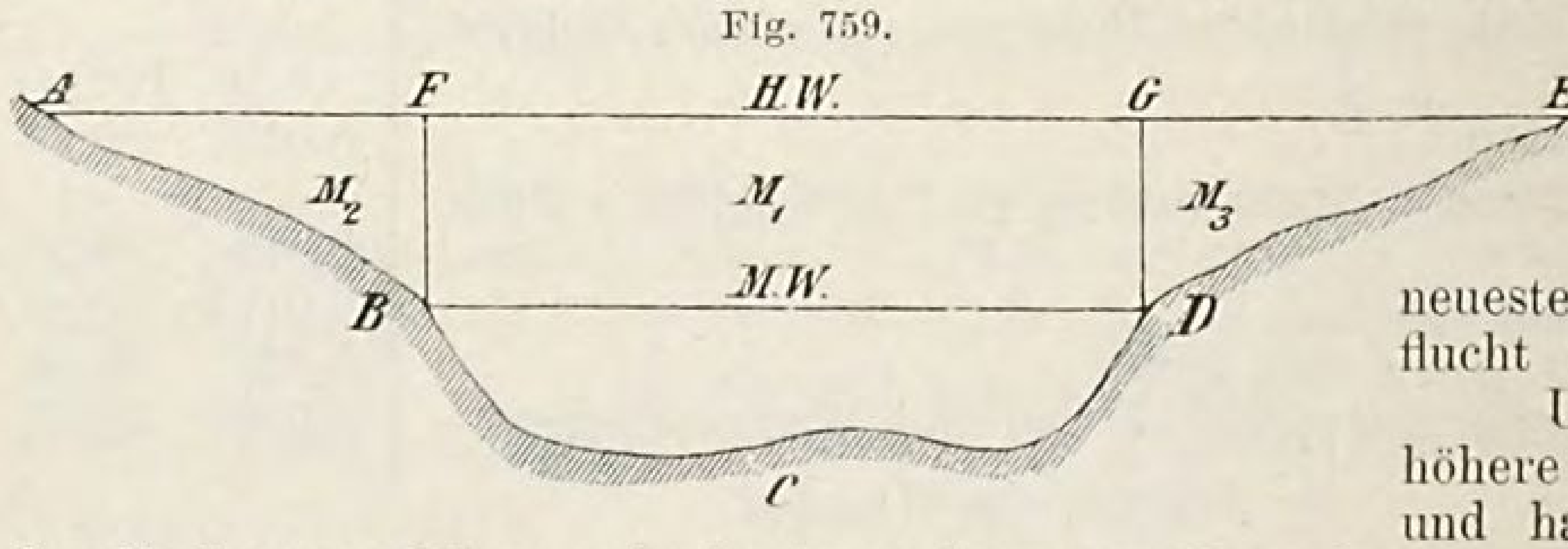
worin t_1 die neue Wassertiefe und $t_1 - t$ die Tiefen-Aenderung vorstellt. In Worten lauten diese Gleichg.: Die relative Geschw.-Aenderung = der halben relativen Tiefen-Aenderung und die relative Wassermengen-Aenderung = der $1\frac{1}{2}$fachen Tiefen-Aenderung. Diese Gleichg. sind mit einiger Berechtigung bei regelmässigen Gerinnen (Kanälen) und kleinen Tiefen-Aenderungen verwendbar.

Bei Flüssen ist die mittlere Tiefe $t = \frac{F}{w}$, worin w die Wasserspiegel-Breite, verhältnissmässig klein; der benetzte Umfang p ist annähernd = der mittlern Breite b und, da $F = bt$, wird $r = t$. Aendert sich b bezw. w von einem zum andern Wasserstande nicht merklich, so erhält man: $\frac{v}{v_1} = \left(\frac{t}{t_1}\right)^{1/2}$ und $\frac{M}{M_1} = \left(\frac{t}{t_1}\right)^{3}$.

Genauer wäre M_1 aus der Gleichg.: $M_1 = k_1 b \sqrt{t_1{}^3 \varphi_1}$ zu erhalten; φ_1, welches nicht nur bei verschiedenen Wasserständen, sondern auch bei dem gleichen Wasserstande für steigendes und fallendes Wasser verschieden ist, müsste durch sorgfältige und ausgedehnte Nivellements ermittelt werden.

Die hierzu erforderliche Arbeit ist aber kaum geringer, als die zur unmittelbaren Bestimmung d. Wassermengen-Kurven, zu welcher man, wie S. 775 mitgetheilt, in neuester Zeit seine Zuflucht nimmt.

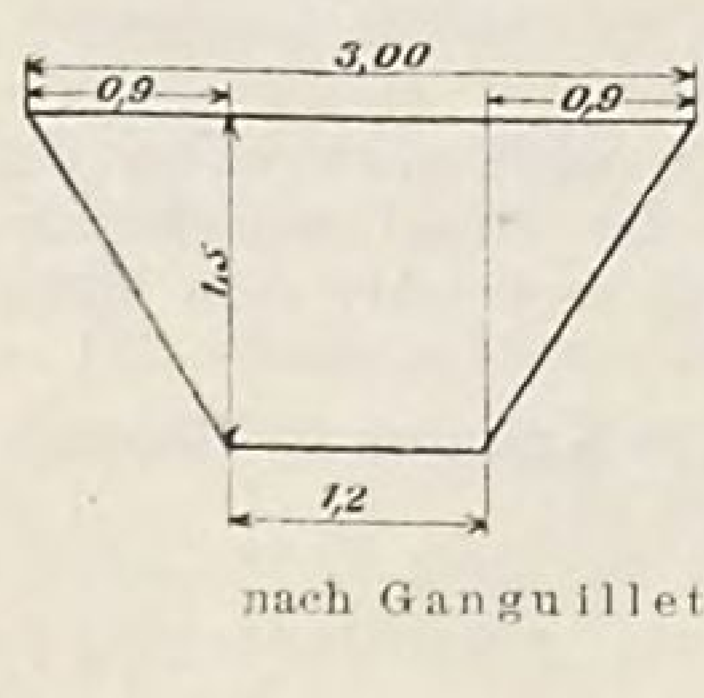
Fig. 759.



Ueberschreitet das höhere Wasser die Ufer und hat die Ermittelung der Hochwasser-Menge mittels Anwendung von Formeln statt zu finden, so ist das Profil, Fig. 759, in die Abschnitte ABF, $FBCDG$ und GDE zu zerlegen; der benetzte Umfang ist nach einander: Linie AB, BCD, DE zu berechnen. Sind die Wassermengen M_1, M_2, M_3 für die Abschnitte bestimmt, so ist die gesammte Wassermenge: $M_0 = M_1 + M_2 + M_3$ und die mittlere Profil-Geschwindigkeit: $v_0 = \frac{M_0}{F_0}$.

Beispiel. Welche Wassermenge liefert ein Kanal mit Erdfassungen von trapezförmigem Querschnitt, dessen Tiefe $1{,}5^m$, obere Breite 3^m, untere Breite $1{,}2^m$ und Gefälle $^1/_{1600}$ ist, Fig. 760

Fig. 760.



Es ist: $\frac{F}{p} = \frac{2{,}1 \,.\, 1{,}5}{1{,}2 + 2\sqrt{0{,}9^2 + 1{,}5^2}} = \frac{1}{1{,}5}$, und nun

nach Eytelwein: $v = 50{,}9\sqrt{\frac{1}{1{,}5}\,\frac{1}{1600}} = 1{,}04^m$

$M = 3{,}15 \,.\, 1{,}04 = 3{,}276^{cbm}$ pr. Sek.;

„ Prony: $v = 1{,}09^m$; $M = 3{,}43^{cbm}$ „ „

„ Humphreys-Abbot (unverkürzte Formel): $v = 0{,}763^m$; $M = 2{,}5^{cbm}$ „ „

„ Grebenau: $v = 0{,}74^m$; $M = 2{,}33^{cbm}$ „ „

„ Darcy-Bazin (Kateg. IV): $v = 0{,}72^m$; $M = 2{,}27^{cbm}$ „ „

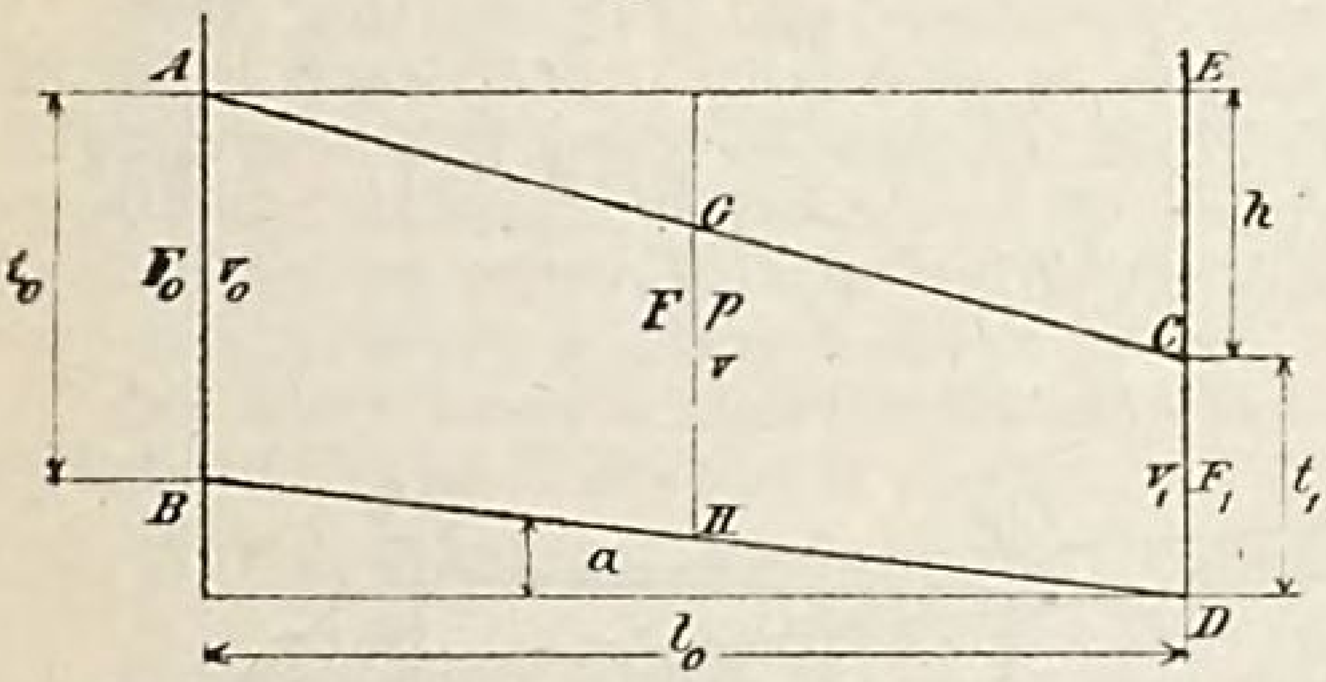
„ Hagen (kleine Wasserläufe): $v = 0{,}75^m$; $M = 2{,}36^{cbm}$ „ „

nach Ganguillet u. Kutter (allgem. Formel): $v = 0{,}75^m$ und $M = 2{,}36^{cbm}$.

γ. Ungleichförmige Bewegung; Stau- und Wehranlagen.

Voraus gesetzt sei eine stetige Bewegung des Wassers, so dass $M = F_0 v_0 = F_1 v_1 = F_2 v_2$, also durch die aufeinander folgenden Querprofile dieselbe Wassermenge abfliesst; ferner ein allmäliger Uebergang der Profilform und -Grösse in den aufeinander folgenden Querschnitten. Es handelt sich entweder um Berechnung der sekundl. abfliessenden Wassermengen bei sonst gegebenen oder ermittelten Grössen, oder um Berechnung der Senkung und Hebung des Wasserspiegels bei bekannter Wassermenge.

Fig. 761.



Auf nicht zu grosse Längen — etwa 100 m — darf der Widerstand näherungsweise als konstant betrachtet werden.

Für die **beschleunigte** Bewegung ergiebt sich unter Bezug auf Fig. 761, wenn F_0 der Querschn., t_0 die Tiefe, v_0 die Geschw. im Anfange, F_1, t_1, v_1 die bezügl. Grössen am Ende der betrachteten Flussstrecke der Länge l_0 und dem absol. Gefälle h sind und wenn (wegen des stets kleinen Werthes α): $\sin\alpha = \operatorname{tang}\alpha$ und somit: $t_0 - t_1 = h - l_0 \sin\alpha$ gesetzt wird:

$$M = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2} + \frac{\zeta l_0 p}{F_0 + F_1}\left(\frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2}\right)}} \qquad (1)$$

$$t_0 - t_1 - \frac{M^2}{2g}\left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2}\right) = \left(\zeta \frac{p}{F_0 + F_1}\left(\frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2}\right)\frac{M^2}{2g} - \sin\alpha\right) l_0 \qquad (2)$$

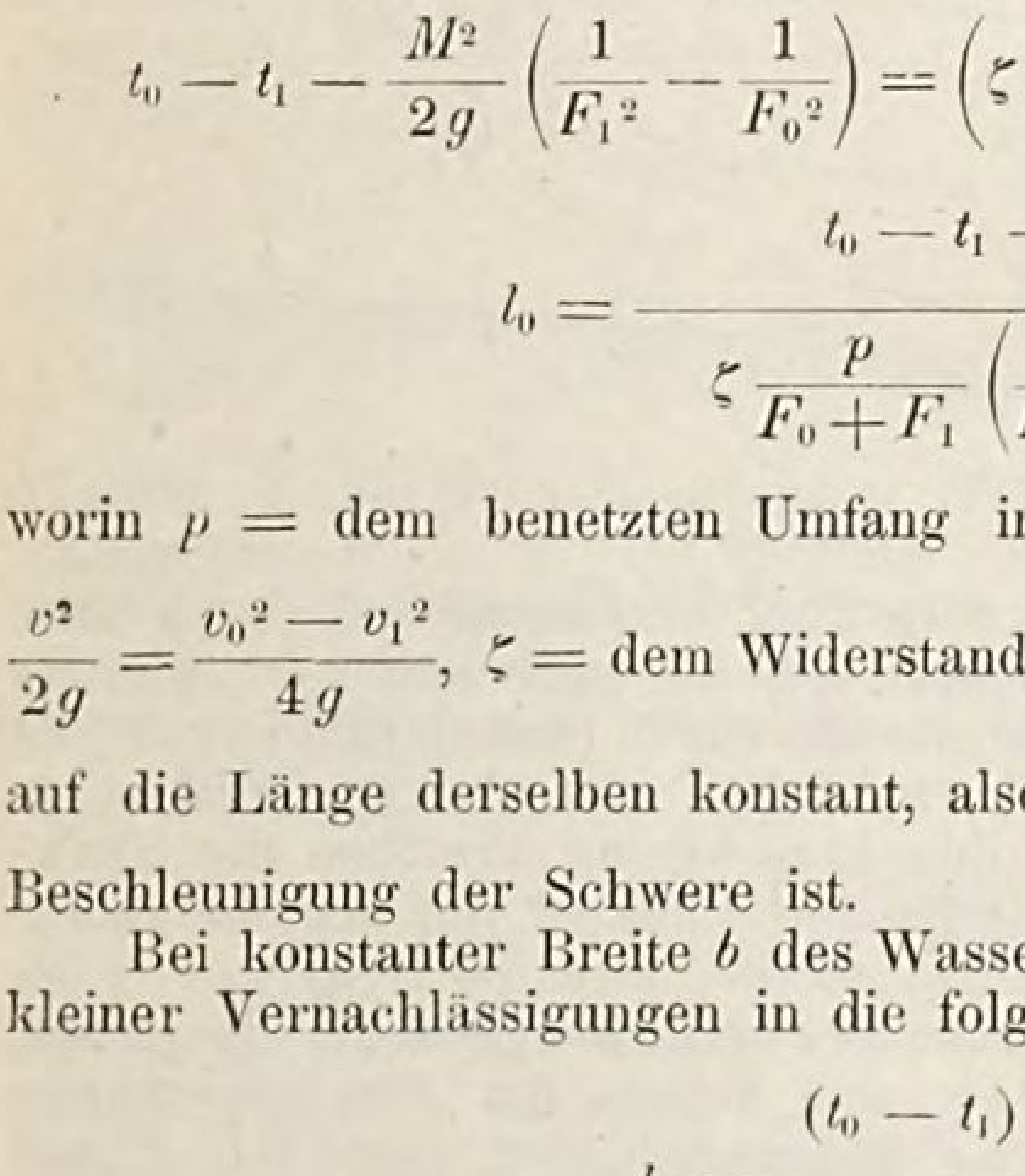
$$l_0 = \frac{t_0 - t_1 - \frac{M^2}{2g}\left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2}\right)}{\zeta \frac{p}{F_0 + F_1}\left(\frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2}\right)\frac{M^2}{2g} - \sin\alpha} \qquad (3)$$

worin p = dem benetzten Umfang in dem mittlern Profil GH, $\frac{F_0 + F_1}{2} = F$, $\frac{v^2}{2g} = \frac{v_0^2 - v_1^2}{4g}$, ζ = dem Widerstands-Koeffiz. in der betrachteten Abtheilung und auf die Länge derselben konstant, also auch: $\zeta = \frac{2g}{k^2}$ (s. S. 776 ff.), und g die Beschleunigung der Schwere ist.

Bei konstanter Breite b des Wasserlaufs lässt sich Gleichg. (3) unter Zulassung kleiner Vernachlässigungen in die folgende vereinfachen:

$$l_0 = \frac{(t_0 - t_1)\left(1 - \frac{2}{t_0}\frac{v_0^2}{2g}\right)}{\zeta \frac{p}{t_0 b}\frac{v_0^2}{2g} - \sin\alpha}. \qquad (4)$$

Fig. 762.



Es empfiehlt sich, k und bezw. ζ nach Darcy-Bazin (S. 777) einzusetzen.

Für den **Abfluss des gestauten Wassers**, also bei **verzögerter Bewegung**, erhält man unter Bezug auf Fig. 762:

$$M = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{\frac{1}{F_0^2} - \frac{1}{F_1^2} + \frac{\zeta l_0 p_0}{F_0 + F_1}\left(\frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2}\right)}} \qquad (5)$$

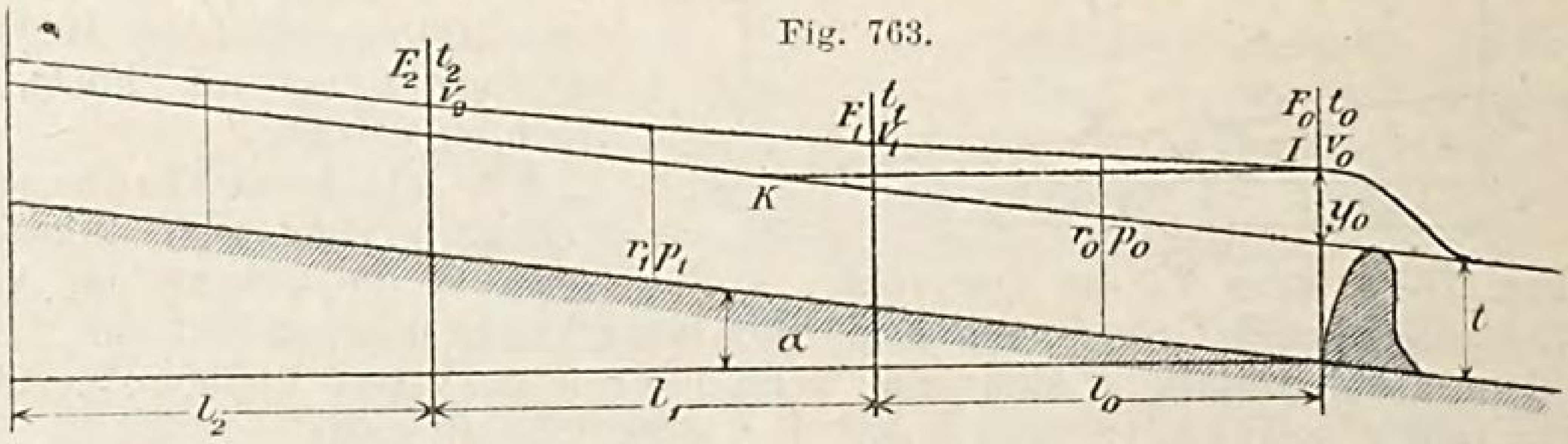
Theilt man die oberhalb einer Stauanlage gelegene Fluss- oder Kanalstrecke in die mässig langen Strecken $l_0, l_1, l_2 \ldots l_p$, er-

gänzt die Bezeichnungen in der durch Fig. 763 angegebenen Art, so lassen sich folgende Gleichg. aufstellen:

$$l_0 = \frac{t_0 - t_1 - \left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2}\right)\frac{M^2}{2g}}{\sin\alpha - \zeta_0 \frac{p_0}{F_0 + F_1}\left(\frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2}\right)\frac{M^2}{2g}} \tag{6}$$

$$l_1 = \frac{t_1 - t_2 - \left(\frac{1}{F_2^2} - \frac{1}{F_1^2}\right)\frac{M^2}{2g}}{\sin\alpha - \zeta_1 \frac{p_1}{F_1 + F_2}\left(\frac{1}{F_1^2} + \frac{1}{F_2^2}\right)\frac{M^2}{2g}}, \text{ u. s. w.} \tag{6a}$$

Fig. 763.



Bei gleicher Breite b des Wasserlaufs vor und nach dem Aufstau auf die ganze fragliche Strecke wird:

$$t_0 - t_1 = \frac{\sin\alpha - \zeta_0 \frac{p_0}{t_0 b}\frac{v_0^2}{2g}}{1 - \frac{2}{t_0}\frac{v_0^2}{2g}}\, l_0, \tag{7}$$

$$t_1 - t_2 = \frac{\sin\alpha - \zeta_1 \frac{p_1}{t_1 b}\frac{v_1^2}{2g}}{1 - \frac{2}{t_1}\frac{v_1^2}{2g}}\, l_1 \tag{7a}$$

und allgemein:

$$t_\nu - t_{\nu+1} = \frac{\sin\alpha - \zeta_\nu \frac{p_\nu}{b t_\nu}\frac{v_\nu^2}{2g}}{1 - \frac{2}{t_\nu}\frac{v_\nu^2}{2g}}\, l_\nu. \tag{7b}$$

Mit diesen Gleichg. lassen sich, wenn die ursprüngliche Flusstiefe t, der grösste Aufstau unmittelbar vor der Stauanlage $= y_0$, somit: $t_0 = t + y_0$, bekannt ist, die den Längen l_0, l_1, l_2 u. s. w. entsprechenden Tiefen-Aenderungen und deshalb auch der Aufstau in verschiedenen Abständen berechnen, sofern die übrigen Grössen ermittelt worden sind. Man kann ferner mit den berechneten Werthen die **Staukurven** auftragen und auch den Abstand desjenigen Punktes von der Stauanlage auffinden, in welcher der Aufstau nahezu verschwindet, also die **Stauweite** bestimmen; die so erhaltene Stauweite wird die **hydraulische** genannt. Legt man im Punkte J, Fig. 763, eine Horizontale JK bis zum Schnitt mit dem ungestauten Wasserspiegel, so ist JK die **hydrostatische** Stauweite; wird diese mit x' und das ursprüngliche Flussgefälle mit φ bezeichnet, so ist: $x' = \frac{y_0}{\varphi}$.

Vielfach wurde die hydraul. Stauweite x_0 bei regelmässigen Gerinnen $= \frac{2 y_0}{\varphi}$ gesetzt, was jedoch nicht zutrifft.

Beispiel. In einen 24 m breiten und 1,2 m tiefen, Geschiebe führenden Flusse, welcher bei Niederwasser ein Gefälle $\varphi = 0{,}0015$ hat und hierbei 35 cbm Wasser pro Sek. mit gleichförmiger Geschw. abführt, soll ein Wehr eingebaut werden, um einen grössten Aufstau von 0,9 m bei Niederwasser zu erzielen. Gesucht die Stauverhältnisse?

Ohne Aufstau ist: $v = \frac{35}{24 \,.\, 1{,}2} = 1{,}243$ m; desgl. ist (wegen Gleichförmigkeit der Bewegung) $\varphi = \sin\alpha = 0{,}0015$ und $t_0 = 1{,}2 + 0{,}9 = 2{,}1$ m. Sucht man die Entfernung, in welcher die Tiefe noch 2,0 m beträgt unter Benutzung von Gleichg. (6), so ist hierin zu setzen: $t_0 - t_1 = 0{,}1$ m; $F_0 = 24 \,.\, 2{,}1 = 52{,}4$ qm; $F_1 = 24 \,.\, 2 = 48$ qm; $p_0 = 28{,}1$ (angenähert); $r_0 = \frac{F_0 + F_1}{2 p_0} = 1{,}78$; daher nach

Kateg. 5 der Darcy-Bazin'schen Formel: $k_0 = 35{,}1$ und $\zeta_0 = \frac{19{,}62}{1232} = 0{,}016$;

$$l_0 = \frac{0{,}1 - (0{,}000434 - 0{,}000364)\,62{,}4}{0{,}0015 - 0{,}016 \,.\, 0{,}28\,(0{,}000434 + 0{,}000364)\,62{,}4} = 76^{\text{m}}.$$

Zur Berechnung der einer Wassertiefe von 1,8 m entsprechenden Entfernung, hat man $t_1 - t_2 = 2{,}0 - 1{,}8 = 0{,}2^{\text{m}}$; $F_2 = 43{,}29^{\text{qm}}$; $p_1 = 27{,}8$; $r_1 = 1{,}64$; k_1 findet man zu 34,2 u. $\zeta_1 = 0{,}017$ Es wird $l_1 = 161{,}4^{\text{m}}$ und sonach in der Entfernung von 238 m oberhalb des Wehrs die Wassertiefe 1,8 m und der Aufstau 0,6 m. In gleicher Weise ist die Berechnung weiter durchzuführen.

Sehr unsicher wird die Bestimmung der Stauverhältnisse in weniger regelmässigen Wasserläufen. Bestehen in solchen bereits Wehre, so wird man sich durch genaue und genügend ausgedehnte Nivellements über die vorhandenen Stauverhältnisse Aufschluss verschaffen; wo Wehre nicht vorhanden, wird man die bei Herstellung des ersten Wehres bestehende Unsicherheit durch Messungen vor und nach der Ausführung einzuschränken suchen.

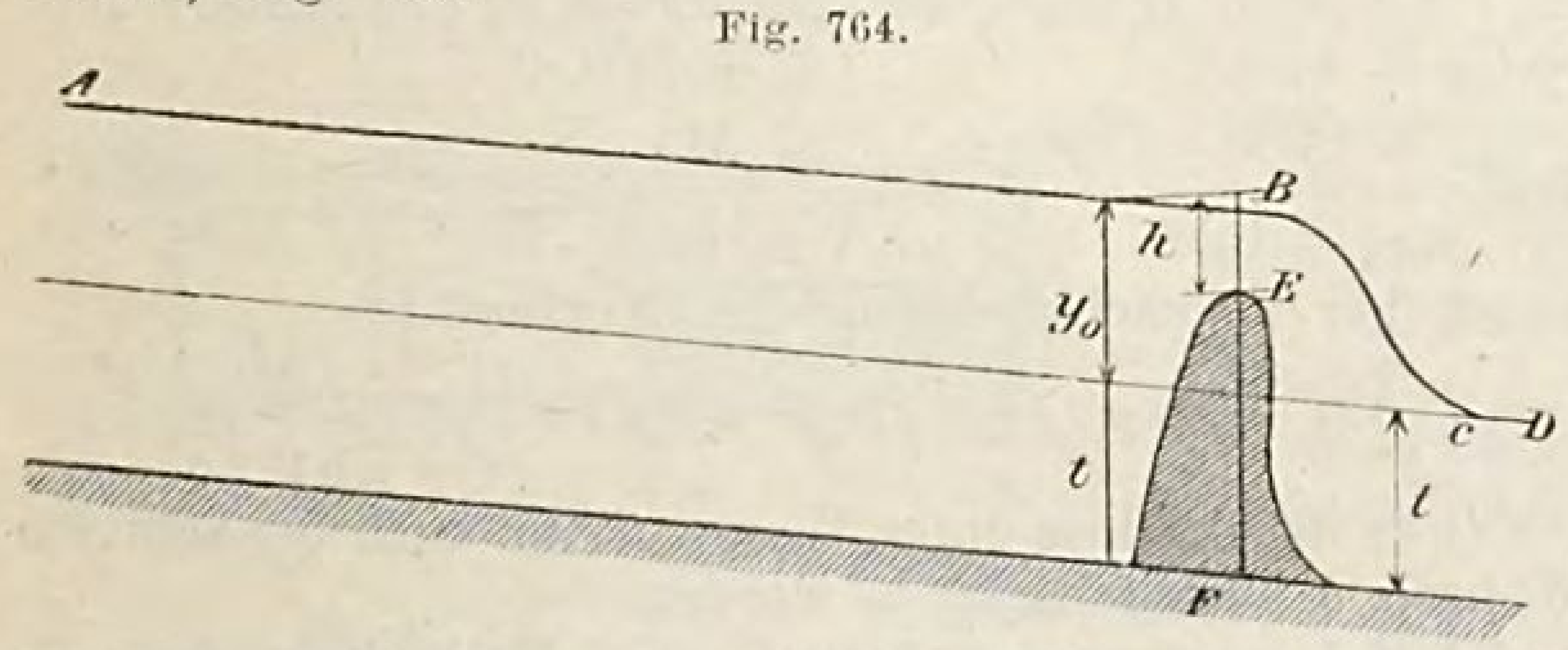
Bei Fluss-Kanalisirungs-Projekten bringt man der Sicherheit wegen nur die hydrostatische Stauweite in Ansatz.

1. Abfluss bei vollkommenen Ueberfallwehren. Berechnung der Stauhöhe, Wehrhöhe etc.

Ueberfälle von solcher Kleinheit wie sie zum Messen geringer Wassermengen (z. B. für Wasserversorgungen) benutzt werden, bleiben hier ausser Betracht*). Es sind hiernach die Angaben über die sogen. Ausfluss-Koeffizienten zu beurtheilen.

Beim vollkommenen Ueberfalle liegt der ursprüngliche, also auch der Unterwasserspiegel (cD) unter der Wehrkrone E oder reicht höchstens bis zu dieser hinauf, Fig. 764.

Fig. 764.



Bezeichnet M die pro Sek. zu- und über das Wehr abfliessende Wassermenge, t die ursprüngliche (ausgeglichene) Wassertiefe $\left(\text{bei Flüssen } t = \frac{F}{b_0}\right)$; b_0 die Fluss- oder Kanalbreite; b die Wehrlänge; y_0 die Stauhöhe vor dem Wehre; h die Wasserstandshöhe BE — eigentlich Höhenunterschied des Oberwasserspiegels ca. 2—4 m ober der Wehrkrone und dieser letztern; w die Wehrhöhe über der Kanalsohle und bezw. über der ausgeglichenen Flusssohle; c die Geschw. des vor dem Wehre ankommenden Wassers in einer zur Wehrkrone senkrechten Richtung; g die Beschleunigung der Schwere; μ den Ausflusskoeffiz., so erhält man:

$$M = {}^2/_3\, \mu\, b \sqrt{2g} \left[\left(h + \frac{c^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(\frac{c^2}{2g}\right)^{3/2} \right].$$

Setzt man $\frac{c^2}{2g} = k$ und beachtet, dass nach Fig. 764: $t + y_0 = w + h$ und dass: $c = \frac{M}{b_0\,(t + y_0)}$, so finden sich die zu berechnenden Grössen h, w, y_0 oder b, sofern alle andern bekannt sind, aus den Gleichg.:

$$h = \left[{}^3/_2 \frac{M}{\mu b \sqrt{2g}} + k^{3/2} \right]^{2/3} - k;\quad w = t + y_0 + k - \left[\frac{3}{2} \frac{M}{\mu b \sqrt{2g}} + k^{3/2} \right]^{2/3}$$

$$y_0 = w - t - k + \left[\frac{3}{2} \frac{M}{\mu b \sqrt{2g}} + k^{3/2} \right]^{2/3};\quad b = \frac{3}{2} \frac{M}{\mu \sqrt{2g}\,[(h + k)^{3/2} - k^{3/2}]}.$$

Die Geschw. c des gestauten Wassers ist oft so gering, dass sie vernachlässigt werden darf, wodurch dann die Gleichg. sich vereinfachen. Wird die Stauhöhe y_0 gesucht und darf k nicht $= 0$ gesetzt werden, so berechnet man zunächst einen Werth y_0' ohne k und verbessert sodann durch eine zweite Berechnung dieses y_0' unter Berücksichtigung von: $k = \frac{1}{2g} \left(\frac{M}{b_0 (t + y_0')}\right)^2$.

*) Vergl. darüber S. 737.

Bei schiefen Wehren, Fig. 765, ist: $b > b_0$, die Geschw. $c = v \cos \alpha$*).

Bezüglich des Ausflusskoeffiz. μ ist die zur Zeit noch bestehende Unsicherheit in den Angaben zu erwähnen. Nach Eytelwein hat man für vollkommene Ueberfälle mit Flügelwänden, bei guter Abrundung der Wehrkrone im allgem. $\mu = 0{,}855$, nach Weisbach $\mu = 0{,}8$ zu setzen. Bei Ueberfällen ohne Flügelwände räth Eytelwein $\mu = 0{,}632$ zu nehmen.

Fig. 765.

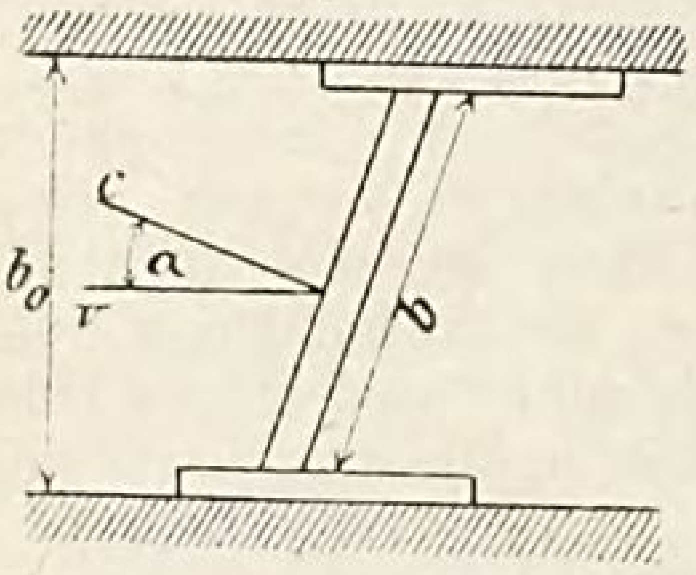
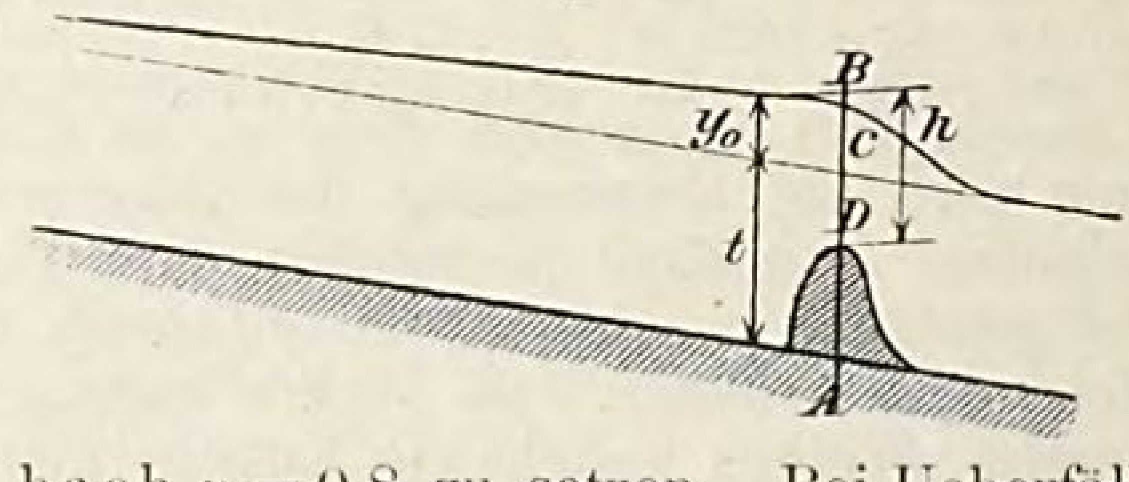


Fig. 766.



2. Abfluss bei unvollkommenen Ueberfallwehren (Grundwehren, Stauschwellen).

Die Wehrkrone liegt unter dem Unterwasserspiegel; der Abfluss erfolgt im obern Theile BC, wie beim freien Ueberfall, im untern Theile CD dagegen wie bei einer Mündung unter Wasser, Fig. 766. Es ist:

$$M = b\sqrt{2g}\left[{}^2/_3\,\mu\left((y_0 + k)^{3/2} - k^{3/2}\right) + \mu_1 (h - y_0)(y_0 + k)^{1/2}\right].$$

Nach Weisbach ist: $\mu = \mu_1 = 0{,}8$. Redtenbacher setzt: $\mu = 0{,}855$ und: $\mu_1 = 0{,}62$.

Nimmt man $\mu = \mu_1$, so erhält man, da wieder: $t + y_0 = w + h$ und:

$$h = \frac{M}{\mu b \sqrt{2g(y_0 + k)}} + y_0 - {}^2/_3\,\frac{(y_0 + k)^{3/2} - k^{3/2}}{(y_0 + k)^{1/2}},$$

$$w = t + {}^2/_3\,\frac{(y_0 + k)^{3/2} - k^{3/2}}{(y_0 + k)^{1/2}} - \frac{M}{\mu b \sqrt{2g(y_0 + k)}};$$

ferner bei Vernachlässigung des Werthes k:

$$y_0^3 + 3(t - w)\,y_0^2 + {}^9/_4\,(t - w)^2\,y = \left({}^3/_2\,\frac{M}{\mu b \sqrt{2g}}\right)^2.$$

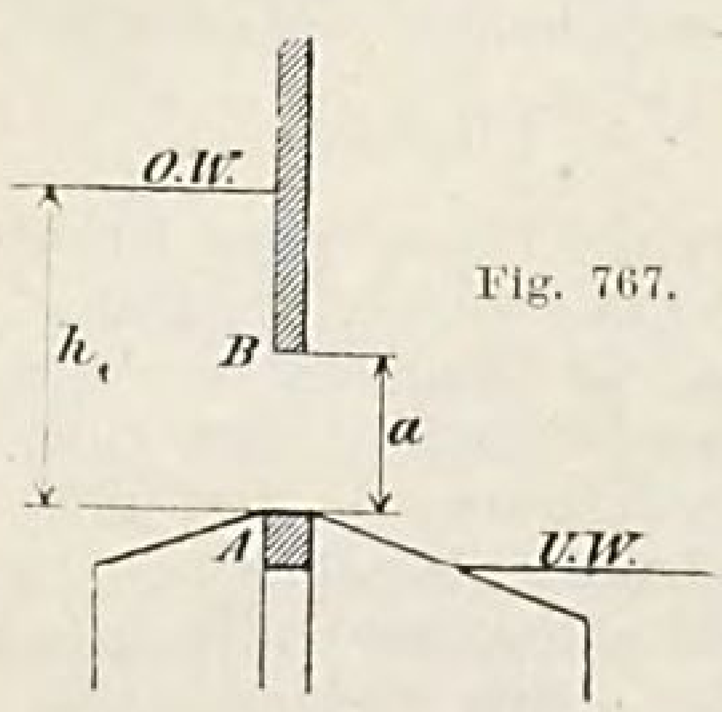


Fig. 767.

Für den Abfluss unter Wasser kann auch bei schiefen Wehren b höchstens $= b_0$ werden. —

Lesbros hat auf Grund von Versuchen für die Wassermenge M folgende einfache Formel aufgestellt**):

$$M = \mu b h \sqrt{2g h - (h - y_0)}.$$

Darin ist der Werth von μ abhängig von dem Verhältniss: $\frac{h - (h - y_0)}{h} = \frac{y_0}{h}$ und schwankt für Werthe dieses Verhältnisses, die zwischen 0,002 und 0,008 liegen, zwischen den Grenzen 0,295 und 0,605; für Werthe, die zwischen 0,609 und 1,00 liegen, dagegen — in abnehmender Weise — zwischen den Grenzen 0,600 und 0,390. Diese vereinfachte Formel findet weiterhin (S. 788) für einen speziellen Fall Anwendung. —

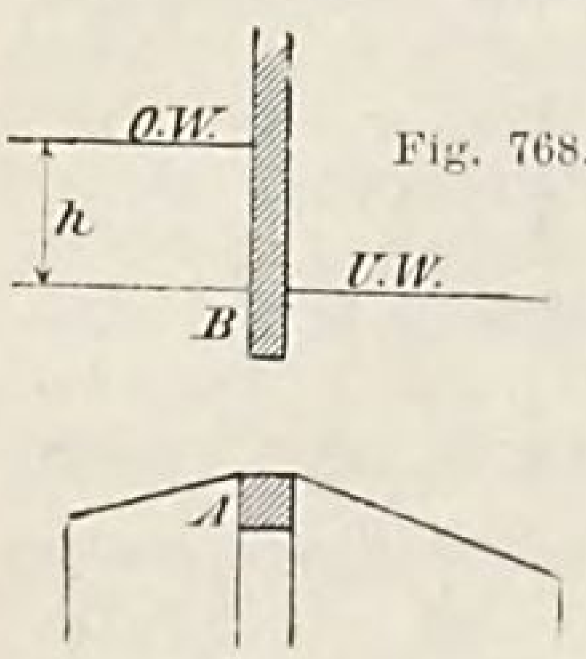


Fig. 768.

Vollkommene Ueberfälle gehen bei steigendem Wasser, sofern die Wehrkrone unter den Unterwasserspiegel zu liegen kommt, in unvollkommene über.

3. Abfluss unter Schleusenwehren.

Liegt der Fachbaum A über Unterwasser, Fig. 767, ist a die Höhe und b die Breite der Schützenöffnung, h_1 der Abstand des Oberwassers über dem Fachbaum, so ist bei Vernachlässigung der Geschw. des dem Wehre zuströmenden Wassers:

$$M = \mu' b a \sqrt{2g\left(h_1 = \frac{a}{2}\right)};$$

hierin ist: $\mu' = 0{,}65$, wenn der Fachbaum nicht über den Schleusenboden vortritt, andernfalls $\mu' = 0{,}62$. Liegt die Schützen-Unterkante B unter dem Unterwasserspiegel, Fig. 768, und ist h die Stauhöhe, so wird: $M = \mu' b a \sqrt{2gh}$ und: $\mu' = 0{,}65$.

*) Vergl. eine Betrachtung über schiefe Wehre auf S. 53 ff., Jahrg. 1875 d. Deutsch. Bauztg.
**) Rühlmann. A. a. O. S. 316.

Liegt endlich der Unterwasserspiegel zwischen AB, Fig. 769, ist $BC = a_1$, $AC = a_2$ und die Stauhöhe $= h$, so wird:

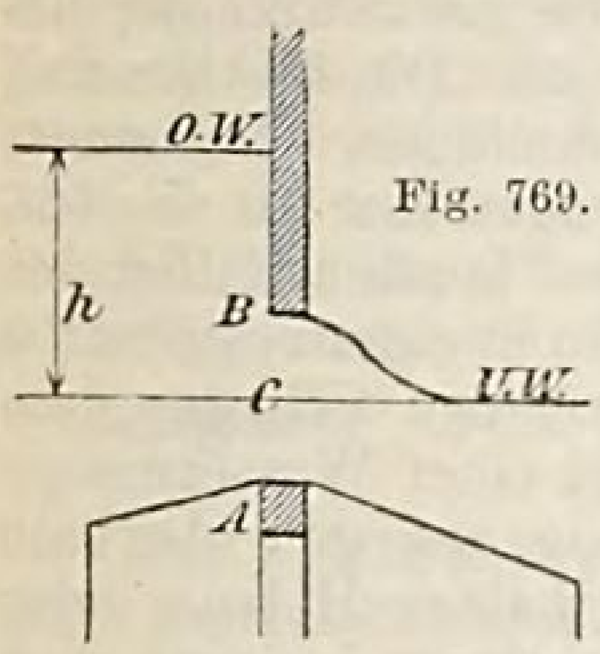


Fig. 769.

$$M = b\sqrt{2gh}\left[\mu' a_1 \sqrt{h - \frac{a_1}{2}} + \mu'' a_2 \sqrt{h}\right],$$

worin $\mu' = 0{,}65$ bis $0{,}7$ zu setzen ist und μ'' zwischen 0,62 und 0,7 je nach Umständen (vortretende Fachbäume, Griessäulen etc.) wechseln kann.

4 Abfluss bei Profil-Verengungen durch Buhnen-Einbauten und Brückenpfeiler.

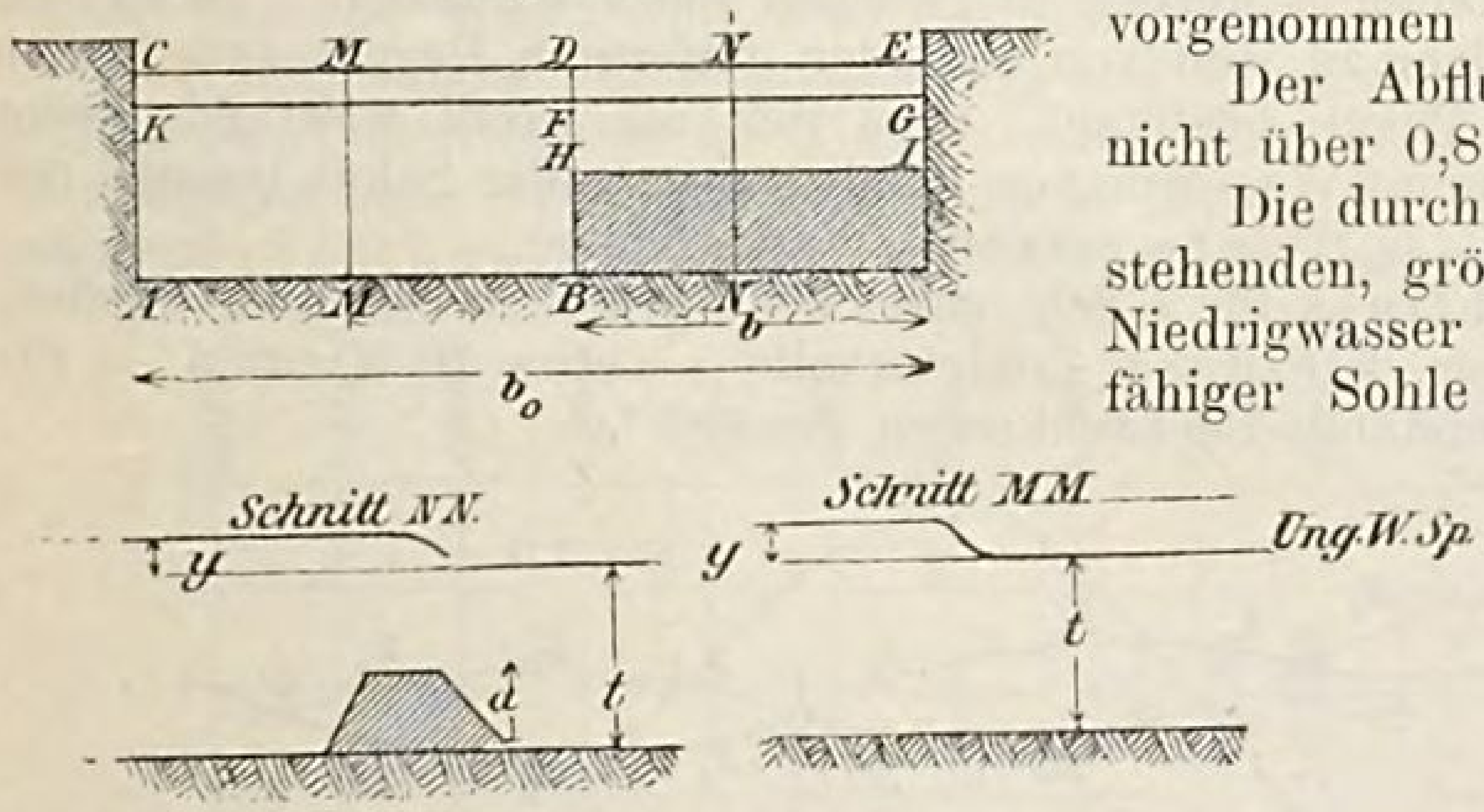
Die Formeln für Grundwehre finden auch Anwendung bei Berechnung der Abfluss-Verhältnisse an Brücken, bei sog. lichten Wehren und Buhnen. Ist b die bei dem grössten zulässigen Aufstau und einer ermittelten sekundl. Wassermenge zu bestimmende Gesammt-Lichtweite zwischen den Brücken-Widerlagern, nach Abzug der Pfeiler-Dicken, und t die ursprüngliche (mittlere) Wasssertiefe, so wird:

$$b = \frac{M}{\mu\sqrt{2g}\left[{}^2/_3\left((y+k)^{3/2} - k^{3/2}\right) - t(y+k)^{1/2}\right]}.$$

Angaben über Werthe des Ausflusskoeffiz. μ finden sich auf S. 750.

Wird bei dem zulässigen Aufstau y und einer den Verhältnissen entsprechend gewählten Gesammt-Lichtweite b die Wassermenge nicht vollständig abgeführt, so lässt sich nach der obigen Gleichg. auch die Weite der Fluthöffnungen zur Ableitung der restirenden Wassermenge berechnen, sofern die Höhenlage des Vorlandes bekannt oder, wenn Terrain-Umgestaltungen vorgenommen werden, fest gestellt ist.

Fig. 770.



Der Abflusskoeffizient sollte hierbei nicht über 0,8 gewählt werden. —

Die durch Buhnen-Einbauten entstehenden, grössten Stauhöhen, welche bei Niedrigwasser und genügend widerstandsfähiger Sohle erreicht, aber bei Hochwasser nicht überschritten werden sollen, lassen sich nach Analogie des in Fig. 770 dargestellten und in den folgenden Gleichgn. voraus gesetzten Falles rechnerisch auffinden.

Die frei durch $CEKG$ abströmende Wassermenge: $M_1 = {}^2/_3\,\mu b_0\sqrt{2g}\left[(y+k)^{3/2} - k^{3/2}\right]$,

die durch $ABKF$ abfliessende Wassermenge: $M_2 = \mu\,(b_0 - b)\,t\,\sqrt{2g(y+k)}$,

die durch $FGHJ$ fliessende Wassermenge: $M_3 = \mu b\,(t - a)\,\sqrt{2g\,(y+k)}$; sonach:

die Gesammt-Wassermenge: $M = \mu\sqrt{2g}\left[{}^2/_3 b_0\left((y+k)^{3/2} - k^{3/2}\right) + (b_0 - b)t\,(y+k)^{1/2} + b\,(t-a)\,(y+k)^{1/2}\right]$.

Nimmt man für y zunächst einen Näherungswerth an, sucht sodann k und berechnet bei sonst bekannten Grössen den numerischen Werth der rechten Seite der Gleichg., so ergiebt sich durch Vergleich desselben mit M, ob und in welchem Sinne Aenderungen des Werths y eintreten müssen. Bei Buhnen ist der Werth μ 0,8 bis 0,85 zu nehmen.

δ. Wassermengen-Bestimmung an Strömen im Fluthgebiet*).

Die Wassermengen, welche ein im Fluthgebiet gelegenes Querprofil ab- oder aufwärts durchströmen, ändern sich in jedem Augenblick; dieselben sind nächstdem für verschiedene Profile zu gleicher Zeit ungleich gross. Das oberhalb der Fluthgrenze vom Strom zugeführte Wasser, das Oberwasser, bildet nur einen Theil der gesammten, im Fluthgebiete sich bewegenden Wassermenge. Das Oberwasser

*) Vergl. Dalmann. Ueber Stromkorrektionen im Fluthgebiet; Hamburg 1856; ferner Franzius, Projekt zur Korrektion der Unterweser; Leipzig 1882.

wird durch die Fluthwelle auf eine bestimmte Ausdehnung nicht nur aufgestaut, sondern auch zurück gedrängt, stromaufwärts bewegt. Die bei der Fluth aufwärts strömende Wassermenge ist um so grösser und andrerseits die Ebbeströmung um so lebhafter, je weniger Bewegungs-Hindernisse zu überwinden sind. Die Bestimmung der Oberwasser-Mengen ist aus dem Vorangeschickten zu entnehmen. Besonders ist bezüglich des Oberwassers die Ermittelung der Wassermengen-Kurven (S. 756 und 775) zu empfehlen, da die Kenntniss der Oberwasser-Mengen in allen Fällen der Bestimmung der Fluthwasser-Mengen voraus gehen muss, weil die in einer bestimmten Zeit ein Querprofil im Fluthgebiet passirende Gesammt-Wassermenge sich aus dem in dieser Zeit erfolgenden Gesammt-Zufluss des Oberwassers und einer Wassermenge zusammen setzt, welche = ist der algebr. Summe der Produkte aus den oberhalb des Profils bis zur Fluthgrenze vorhandenen, je nach stattgehabter Hebung oder Senkung entsprechend ausgeschiedenen Wasseroberflächen mit ihren in jener Zeit vorgekommenen Hebungen und Senkungen, insofern alle Hebungen mit negativen, alle Senkungen mit positiven Vorzeichen angesetzt werden.

Es kommen nämlich in den einzelnen Abschnitten, in welche man sich den Tidestrom zerlegen kann, Hebungen dann vor, wenn in den untern Profilen weniger Wasser ab- als zuströmt und Senkungen dann, wenn in den untern Profilen die Abströmung grösser ist als die Zuströmung im obern. Das während einer bestimmten Zeit den Zuwachs — die Hebung — in einer Abtheilung angebende Theilprodukt aus der betr. Wasseroberfläche dieser Abtheilung in die eingetretene Erhöhung des Wasserspiegels ist sonach bei Ermittelung der Abflussmenge von der Zuflussmenge in diese Abtheilung während der gleichen Zeit abzuziehen; das einer Senkung entsprechende Theilprodukt ist als Abflussmenge hinzu zu fügen.

Die Hebungen und Senkungen werden in gleichen Zeitabschnitten — etwa von Stunde zu Stunde — an nicht zu weit von einander entfernten Pegeln (am besten mittels selbstregistrirender Pegel) bestimmt. Aus der ein Profil während dieser Zeit durchströmenden Gesammt-Wassermenge dividirt durch die Sekundenzahl des Zeitintervalls erhält man die mittlere sekundl. Wassermenge.

Um den Maximal-Abfluss für 1 Sek. zureichend genau zu erhalten, werden, bei sonst gleichem Vorgehen, kleinere Zeitintervalle — etwa 10 Minuten — für die vorzunehmenden Wasserstands-Beobachtungen gewählt*).

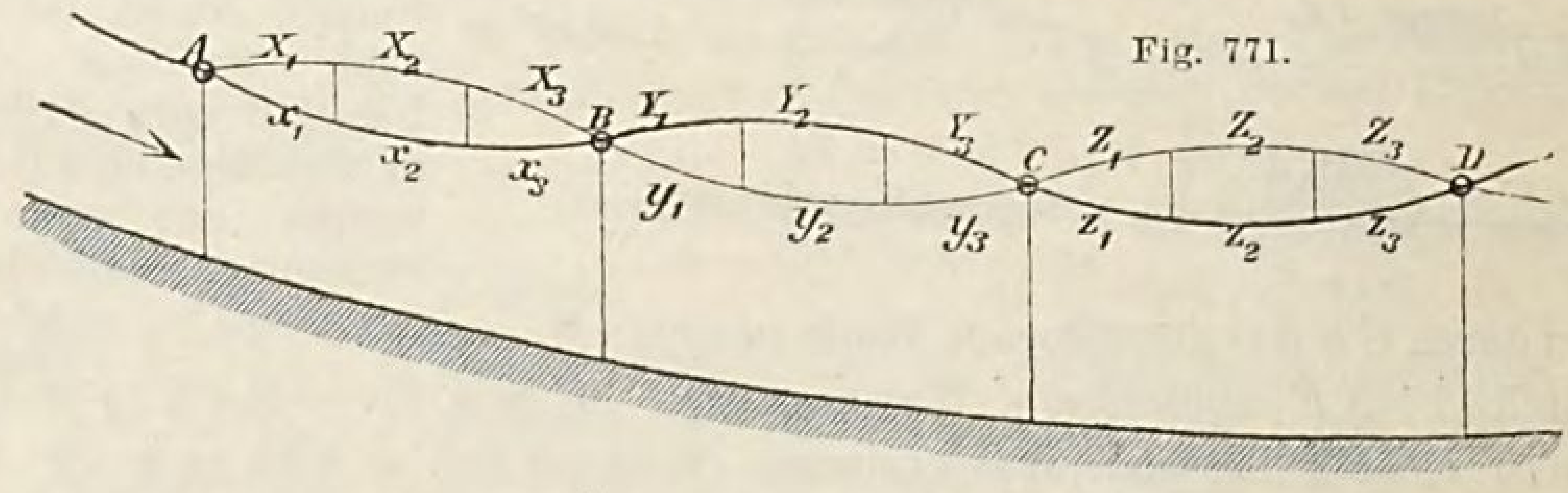


Fig. 771.

Wenn in Fig. 771 A die Fluthgrenze bezeichnet und die stärker ausgezogene Linie $ABCD$ die Wasserspiegel-Linie am Anfange, die schwächer ausgezogene dieselbe Linie für das Ende der Beobachtungs-Zeit — gewöhnlich 1 Stunde — angiebt, wenn ferner M_0 die in derselben zufliessende Oberwasser-Menge, M_1 die in Profil B, M_2 die in C und M_3 die in D durchströmenden Wassermengen sind, $x_1, x_2, x_3 \ldots, z_1, z_2, z_3 \ldots z_n$ die in AB und CD beobachteten Hebungen der zu ihnen gehörenden betr. Wasserspiegel-Abschnitte $X_1, X_2, X_3 \ldots Z_1, Z_2, Z_3 \ldots$ und $y_1, y_2, y_3 \ldots$ die beobachteten Senkungen der Abschnitte $Y_1, Y_2, Y_3 \ldots$ so erhält man:

$$M_1 = M_0 - X_1 x_1 - X_2 x_2 - X_3 x_3 = M_0 - \Sigma(Xx);$$
$$M_2 = M_0 - \Sigma(Xx) + \Sigma(Yy);\; M_3 = M_0 - \Sigma(Xx) + \Sigma(Yy) - \Sigma(Zz).$$

Es wird die mittlere sekundl. Wassermenge M z. B. in D zu $\frac{M_3}{t}$ erhalten, wenn die Beobachtungs-Zeit $= t$ Sek. war.

*) Es ist hier von Bestrebungen, passende Instrumente zu kontinuirlichen Geschwindigkeits-Messungen zur Zeit der Ebbe, Fluth und der Kehr der Strömung zu konstruiren, Notiz zu nehmen. Vergl. dazu Engineering, 1883, II. S. 331. Anscheinend ist die Aufgabe jetzt gelöst in einem Instrument, bei welchem der Geschwindigkeits-Druck des Wassers mittels einer Feder gemessen wird.

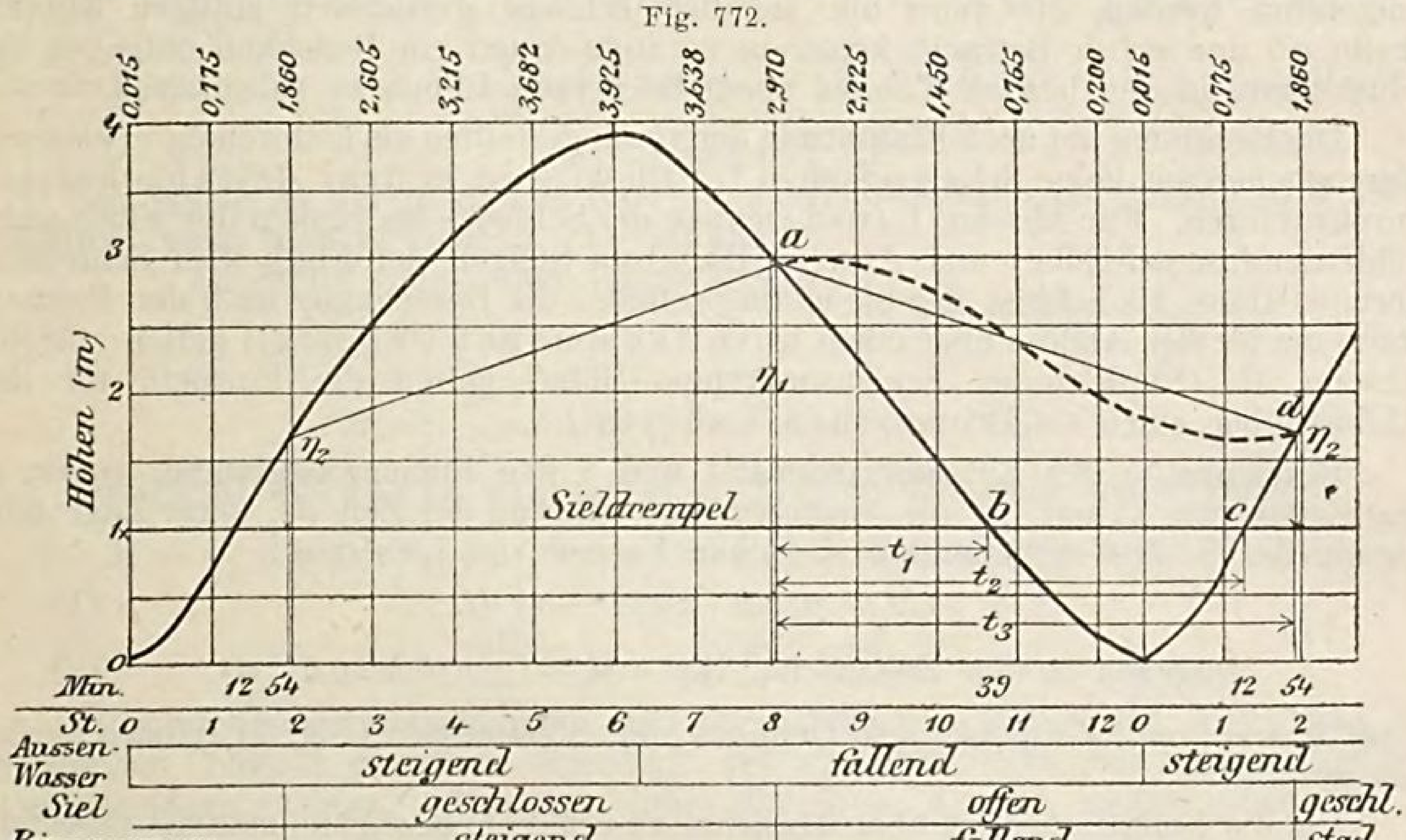
Nach demselben Verfahren können die Wassermengen für irgend welche Profile ermittelt werden. Ergiebt die algebr. Summe der rechten Seite obiger Gleichg. einen negativen Werth für ein Profil, so hat während der Beobachtungs-Zeit die Einströmung von unten herauf den obern Zufluss übertroffen, also Fluthstrom geherrscht. Bei Ebbestrom fliesst durch das untere Profil einer betrachteten Abtheilung mehr ab, als durch das obere Profil zugeflossen ist. Bei einiger Längen-Ausdehnung des Fluthgebiets findet für die obern Profile eines Tidestroms Fluthströmung statt, während in den untern schon wieder Ebbeströmung eingetreten ist*).

Aufgabe. Bestimmung der Abflussmenge eines im Fluthgebiet liegenden Entwässerungs-Siels.**)

Der Entwässerungs-Graben einer eingedeichten Marsch mündet mittels eines mit Stemmthoren versehenen Siels in einen Tidestrom oder in eine Seebucht aus. Die Stemmthore öffnen sich selbstthätig, sobald der Binnenwasserstand höher ist, als derjenige im Tidestrom und von diesem Zeitpunkte ab findet Ausfluss des Wassers statt, der unterbrochen wird, wenn durch das Steigen der Fluth die Thore sich wieder schliessen. Es mag angenommen werden, dass beim Oeffnen und Schliessen der Thore sofort die ganze Siel-Oeffnung frei gemacht, bezw. geschlossen wird. Der Wasserstand im Entwässerungs-Graben ist veränderlich in Folge der beständigen Zuflüsse, welche derselbe empfängt; während des Schlusses der Schleuse steigt also das Binnenwasser. Es soll aber während jeder einzelnen Ausfluss-Periode zwischen 2 Tiden die ganze während eines Fluth-Intervalls dem Kanal zugeführte Wassermenge entfernt werden. Der Schleusen-Drempel liege um eine gegebene Grösse über dem tiefsten Ebbestand. Es ist die Aufgabe, die erforderliche Schleusenweite zu bestimmen (bezw. diejenige Wassermenge, welche während einer Tide zum Abfluss gelangt).

Die Berechnung der Ausflussmenge des Wassers setzt die Höhe des Binnen- sowohl als Aussenwassers als Funktionen der Zeit voraus. Das Gesetz der Veränderung des Aussenwasserstandes ist durch die dem betr. Küstenpunkt angehörende Fluthkurve gegeben, welche durch Beobachtung ermittelt ist, Fig. 772.***)

Fig. 772.



Derjenige Stand des Binnenwassers, auf welchem dasselbe in jeder Tide gesenkt werden muss, ist durch die örtlichen Verhältnisse bestimmt, also gegeben. Seine Höhe sei $= \eta_2$, bezogen auf eine durch Oberkante-Schleusendrempel gelegte Abzsissen-Axe. Sobald der Stand y_2 erreicht ist, schliesst das Thor.

*) Ein spezielles Zahlenbeispiel ist von Franzius, a. a. O. mitgetheilt.

**) Die Bearbeitung dieser Aufgabe rührt von Regier.-Baumstr. F. Posern her.

***) In dieser Figur ist, um an konkrete Verhältnisse anzuknüpfen, die für einen bestimmten Küstenpunkt am Jadebusen geltende gemittelte Fluthkurve dargestellt.

Durch den Endpunkt von η_2 lege man die (ebenfalls durch Beobachtung zu ermittelnde) Kurve, welche das Ansteigen des Binnenwassers während des Schlusses der Thore darstellt. Die Wassermenge $\mathfrak{M}$ pro Zeiteinheit, welche dem Entwässerungs-Graben zufliesst, kann indess als konstant betrachtet werden, und es wird demzufolge im vorliegenden Falle für jene Kurve eine gerade Linie substituirt, welche um den Winkel α gegen die Abzissenaxe geneigt ist. Ist die Oberfläche des Entwässerungs-Grabens (bezw. des sogen. Binnentiefs) $= A$, so ist: darnach: $\tang \alpha = \frac{\mathfrak{M}}{A}$.

Der Schnitt dieser Binnenwasserstands-Linie mit dem folgenden abfallenden Ast der Fluthkurve liefert den Zeitpunkt $t = 0$ bezw diejenige Fluthhöhe η_1, bei deren Erreichung die Schleuse wieder öffnet. Diese Grösse sei $t = 0$.

Durch das so erhaltene Linien-Diagramm *abcd* sind alle zur Lösung der Aufgabe erforderlichen Daten bestimmt, weil die Kurve der Binnenwasserstände während des Ausflusses jetzt bedingt ist. Die Gleichg. derselben würde durch Integration der Differentialgleichg.: $d\xi = \frac{1}{A}\left(\mu_b \sqrt{2g}\, \xi \sqrt{\xi - y} - \alpha\right) dt$ zu ermitteln sein, worin ξ die Binnenwasserstände und $\eta = \varphi(t)$ die durch die Fluthkurve gegebenen Aussenwasserstände bezeichnen.

Man kann indessen von vorn herein auf die Integration dieser Gleichg. verzichten, da die Einführung jeder andern Kurvengleichg. als einer solchen vom 1. Grade die Schluss-Resultate für den praktischen Gebrauch viel zu verwickelt macht; daher wird man sich begnügen müssen, die Binnenwasserstände während des Ausflusses durch eine Gerade *ad* darzustellen. Man übersieht übrigens leicht, dass jene Kurve etwa eine Form, wie in Fig. 772 punktirt dargestellt, haben muss und dass also die dafür substituirte Gerade eine theilweise Ausgleichung der Ungenauigkeit der Rechnung liefern wird.

Auch für die Fluthkurve muss eine für die Rechnung bequeme Kurven-Gleichung eingeführt werden. Da nur die ziemlich schlank gestalteten mittlern Kurventheile *ab* und *cd* in Betracht kommen, so steht kaum ein Bedenken entgegen der Fluthkurve, in den bezügl. Theilen ebenfalls gerade Linien zu substituiren.

Die Rechnung hat nach Einführung der voran gestellten als nothwendig erwiesenen Vereinfachungen keine Schwierigkeiten.*) Dieselbe ist in drei Zeitabschnitten durchzuführen. Für Abschn. I. (vom Oeffnen der Schleuse bis Sinken der Fluth unter Schleusendrempel-Höhe) und Abschn. III. (vom Steigen der Fluth über Schleusendrempel-Höhe bis Schluss der Stemmthore) findet die Berechnung nach den Formeln statt, die für den Abfluss über einen unvollkommenen Ueberfall gelten; für den Abschn. II. (Fluth unter Schleusendrempel-Höhe) gelten die Formeln für den Abfluss über einen vollkommenen Ueberfall.

Bezeichnet η den Aussenwasserstand und ξ den Binnenwasserstand, so ist in den Zeitabschn. I. und III. die Ausflussmenge während der Zeit dt, unter Zugrundelegung der S. 784 mitgetheilten einfachen Formel von Lesbros:

$$dM = \mu_1 b \xi \sqrt{2g(\xi - \eta)}\, dt. \tag{1}$$

Dagegen in dem Zeitabschn. II.: $$dM = \frac{2}{3} \mu_2 b \sqrt{2g}\, \xi^{2/3}\, dt \tag{2}$$

t sei immer vom Zeitpunkt des Oeffnens der Stemmthore (Fig. 772) nach rechts hin gezählt.

Um die Endgleichungen übersichtlicher zu erhalten, bezeichne man die (ebenfalls gegebenen) Höhen des Binnenwasserstandes am Ende von Zeitabschnitt I. mit ξ_1 und am Anfang des Zeitabschn. III. mit ξ_2, wobei also:

$$\xi_1 = \eta_1 - (\eta_1 - \eta_2)\frac{t_1}{t_3}; \quad \xi_2 = \eta_1 - (\eta_1 - \eta_2)\frac{t_2}{t_3}.$$

*) Die Lösung des umgekehrten Problems, welche ebenfalls auf das Schlussresultat erheblich einwirkende Vereinfachungen zu Hülfe nimmt, s. in Rühlmann, a. a. O., S. 330 ff. — Praktische Formeln, deren Begründung und Anwendbarkeit aber nicht kontrollirbar erscheint, sind mitgetheilt in Deutsch. Bauzeitg. 1884, S. 54 ff.

Zeitabschnitt I.

$$\xi = \eta_1 - \frac{\eta_1 - \eta_2}{t_3} t; \quad \eta = \eta_1 - \frac{\eta_1}{t_1} t; \quad \xi - \eta = \left[\eta_1 - (\eta_1 - \eta_2) \frac{t_1}{t_2} \right] t = \frac{\xi_1}{t_1} t.$$

Durch Einführung dieser Werthe in Gleichg. (1) erhält man:

$$M_1 = \mu_1 b \sqrt{2g} \sqrt{\frac{\xi_1}{t_1}} \int_0^{t_1} \left(\eta_1 t^{1/2} - \frac{\eta_1 - \eta_2}{t_3} t^{3/2} \right) dt$$

und die Integration liefert:

$$\int_0^t \left(\eta_1 t^{1/2} - \frac{\eta_1 - \eta_2}{t_3} t^{3/2} \right) dt = \frac{2}{3} \eta_1 t_1^{3/2} - \frac{2}{5} \frac{\eta_1 - \eta_2}{t_3} t_1^{5/2}$$

$$= \frac{2}{15} t_1^{3/2} \left[5\eta_1 - 3(\eta_1 - \eta_2) \frac{t_1}{t_3} \right] = \frac{2}{15} t_1^{3/2} (2\eta_1 + 3\xi_1)$$

wonach:

$$M_1 = \frac{2}{15} \mu b \sqrt{2g\xi_1}\, t_1 (2\eta_1 + 3\xi_1). \qquad \text{(I.)}$$

Zeitabschnitt II.

Durch Einsetzung des vorhin entwickelten Werthes von ξ in Gleichg. (2) erhält man:

$$M_2 = \frac{2}{3} \mu_2 b \sqrt{2g} \int_{t_1}^{t_2} \left(\eta_1 - \frac{\eta_1 - \eta_2}{t_3} t \right)^{3/2} dt$$

und die Integration liefert:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left(\eta_1 - \frac{\eta_1 - \eta_2}{t_3} t \right)^{3/2} dt = - \frac{t_3}{\eta_1 - \eta_3} \frac{2}{5} \left[\left(\eta_1 - \frac{\eta_1 - \eta_2}{t_3} t \right)^{5/2} \right]_{t_1}^{t_2}$$

$$= \frac{2}{5} \frac{t_3}{\eta_1 - \eta_2} \left[\left\{ \eta_1 - \frac{\eta_1 - \eta_2}{t_3} t_1 \right\}^{5/2} - \left\{ \eta_1 - \frac{\eta_1 - \eta_2}{t_3} t_2 \right\}^{5/2} \right] = \frac{2}{5} \frac{t_3}{\eta_1 - \eta_2} (\xi_1^{5/2} - \xi_2^{5/2})$$

Darnach ist:

$$M_2 = \frac{4}{15} \mu_2 b \sqrt{2g} \frac{t_3}{\eta_1 - \eta_2} (\xi_1^{5/2} - \xi_2^{5/2}). \qquad \text{(II.)}$$

Zeitabschnitt III.

Der Werth M_3 der in diesem Intervall ausgeflossenen Wassermenge wird sofort erhalten, wenn man in Gleichg. (1) einführt:

An Stelle von t_1 den Werth $t_3 - t_2$
„ „ „ η_1 „ „ η_2
„ „ „ ξ_1 „ „ ξ_2
Man erhält dann:

$$M_3 = \frac{2}{15} \mu_1 b \sqrt{2g\xi_2}\, (t_3 - t_2)(2\eta_2 + 3\xi_2). \qquad \text{(III.)}$$

Sonach ist die ganze während einer Tide ausfliessende Wassermenge:

$$M = \frac{2}{15} b \sqrt{2g} \left\{ \mu_1 \left[t_1 (2\eta_1 + 3\xi_1) \sqrt{\xi_1} + (t_3 - t_2)(2\eta_2 + 3\xi_2) \sqrt{\xi_2} \right] \right.$$

$$\left. + 2\mu_2 \frac{t_3}{\eta_1 - \eta_2} (\xi_1^{5/2} - \xi_2^{5/2}) \right\}. \qquad \text{(IV.)}$$

In vorstehender Entwickelung sind die Koeffiz. μ_1 und μ_2 als konstant angenommen, obwohl dieselben eigentlich mit der Druckhöhe und der Grösse der Ausflussmenge variiren. Man hat daher für diese Koeffiz. gemittelte Werthe einzusetzen.

Benutzt man für μ_1 die Angaben von Lesbros*), so hat man:

für Zeitabschnitt I.

Am Anfang des Zeitabschnitts: $\eta = \eta_1$; $\xi = \eta_1$; $\frac{\xi - \eta}{\xi} = 0$

„ Ende „ „ $\eta = 0$; $\xi = \xi_1$; $\frac{\xi - \eta}{\xi} = 1$

*) Rühlmann: a. a. O. S. 316 — vergl. auch S. 784 oben.

für Zeitabschnitt III.

Am Anfang des Zeitabschnitts: $\eta = 0$; $\xi = \xi_2$; $\frac{\xi - \eta}{\xi} = 1$

„ Ende „ „ $\eta = \eta_2$; $\xi = \eta_2$; $\frac{\xi - \eta}{\xi} = 0$.

Der Mittelwerth für $\frac{\xi - \eta}{\xi}$ ist also im 1. und 3. Zeitabschnitt jedesmal $= \frac{1}{2}$; dem entspricht in der Lesbros'schen Tabelle der Koeffiz. $\mu_1 = 0{,}474$.

Der Koeffiz. μ_2 für den Abschn. II. wird $= 0{,}60$ gesetzt werden können.

Wenn die Veränderung des Binnenwasserstandes so gering ist, dass die Höhe desselben als konstant $= \xi_1$ gesetzt werden kann, so ist:

$$\xi_1 = \xi_2 = \eta_1 = \eta_2$$

und durch Einsetzen in Gleichg. (I) und (III) erhielte man sofort die betr. Näherungswerthe M_1' und M_3'. Der Werth nach Gleichg. (II) wird für die eben gemachte Voraussetzung unbestimmt, man findet aber sofort aus Gleichg. (2):

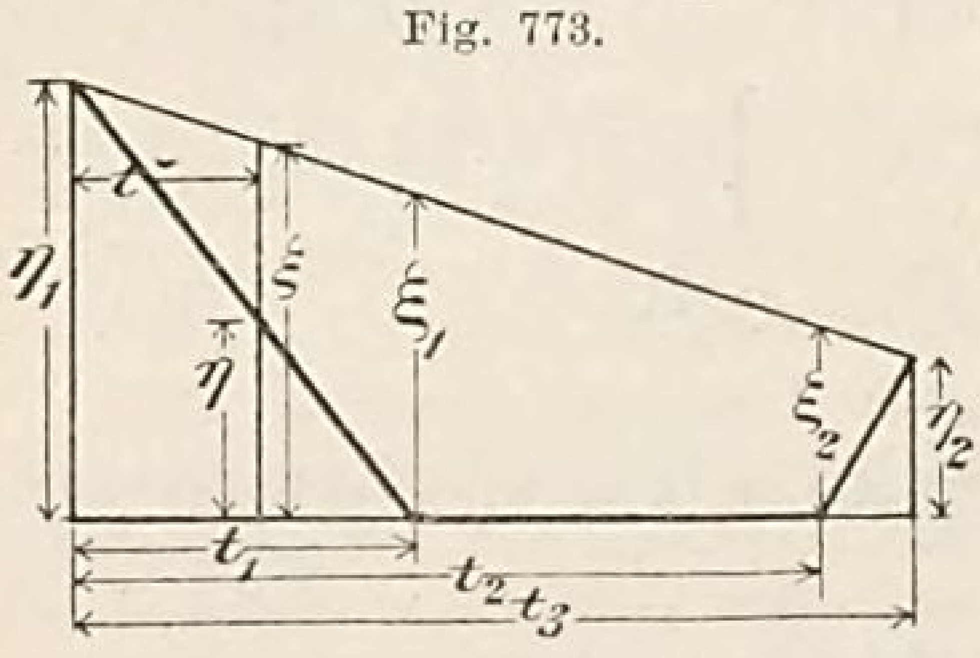
$$M_2' = \frac{2}{3}\mu b \sqrt{2g}\,\xi_1^{3/2} \int_{t_1}^{t_2} dt = \frac{2}{3}\mu b \sqrt{2g}\,\xi_1^{3/2}(t_2 - t_1).$$

Benutzt man für μ_1 und μ_2 die Werthe 0,47 bezw. 0,60 so erhält man:

$$M = \frac{2}{3} b \sqrt{2g}\,\xi^{3/2} \Big[0{,}47\,t_3 + 0{,}13\,(t_2 - t_1) \Big]. \qquad \text{(V)}$$

Ist t_0 die Zeitdauer einer Tide, so ist die in dieser Zeit dem Entwässerungs-Graben zugeführte Wassermenge $= \mathfrak{M}\,t_0$. Man erhält also zur Bestimmung die Sielweite b die Beziehung: $M = \mathfrak{M}\,t_0$.

Fig. 773.



Zahlen-Beispiel. Die Fluthkurve sei durch die in Fig. 772 verzeichnete Kurve gegeben. Der Schleusen-Drempel liege 1,0 über tiefstem Ebbestand; das Binnenwasser soll während einer Ausfluss-Periode auf 1,75 m über den Ebbestand gesenkt werden. Die Oberfläche des Entwässerufigs-Grabens (bezw. d. Binnentiefs) = 30000 qm; der stündliche Zufluss, den derselbe erhält, = 6000 cbm, daher das Steigen des Binnenwassers während des Schleusenschlusses = 0,2 m pro Stunde. Hiernach ist das Liniendiagramm in Fig. 773 aufgetragen.

Wenn der Werth g auf die Sekunde als Zeiteinheit bezogen ist, müssen die Zeitlängen t ebenfalls in Sek. ausgedrückt werden. Man erhält dann aus der grafischen Konstruktion und durch weitere Rechnung:

$t_1 = 10$ St. 39 M. — 8 Std. = 9540 Sek.
$t_2 = 13$ St. 42 M. — 8 Std. = 20520 „
$t_3 = 14$ St. 24 M. — 8 Std. = 23040 „

$\eta_1 = 2{,}97 - 1{,}00 = 1{,}97$
$\eta_2 = 1{,}75 - 1{,}00 = 0{,}75$
$\eta_1 - \eta_2 = 1{,}22$

$\frac{t_1}{t_3} = 0{,}414$; $(\eta_1 - \eta_2)\frac{t_1}{t_3} = 0{,}51$; $\xi_1 = 1{,}46$; $\sqrt{\xi_1} = 1{,}21$; $\xi_1^{5/2} = 2{,}58$;

$\frac{t_2}{t_3} = 0{,}891$; $(\eta_1 - \eta_2)\frac{t_2}{t_3} = 1{,}09$; $\xi_2 = 0{,}88$; $\sqrt{\xi_2} = 0{,}94$; $\xi_2^{5/2} = 0{,}73$;

$2\eta_1 = 3{,}94$ / $3\xi_1 = 4{,}38$ / $2\eta_1 + 3\xi_1 = 8{,}32$ $2\eta_2 = 1{,}50$ / $3\xi_2 = 2{,}64$ / $2\eta_2 + 3\xi_2 = 4{,}14$ $\frac{t_3}{\eta_1 - \eta_2} = 18885$

$$M = b\,\frac{2}{15}\,4{,}43\,\Big\{0{,}47\,(96038 + 9802) + 2 \,.\, 0{,}6 \,.\, 18885 \,.\, 1{,}85\Big\} = 54145\,b.$$

Die Dauer der Tide ist 12,5 Std. Daher der Zufluss während desselben = 6000 . 12,5 = 75000 cbm. Sonach: 75000 = 54145 b und darnach: b rund = 1,4 m.

V. Günstigste Querprofile bei Kanälen; Sinkstoffe; Normalprofile bei Flüssen.

Bei Fabrik- und Bewässerungs-Kanälen und bei den Speisegräben der Schiff-fahrts-Kanäle hat man es mit künstlichen Wasserläufen von nahezu gleich bleibenden Wassermengen und Wasserständen zu thun. Das Wasser und die Wasserkräfte sollen bei billiger und betriebssicherer Anlage möglichst ausgenützt und die Unterhaltungskosten gering werden. Meist wird es sich um Kanäle mit symmetrisch-trapezförmigem Profil handeln, was hier voraus gesetzt wird.

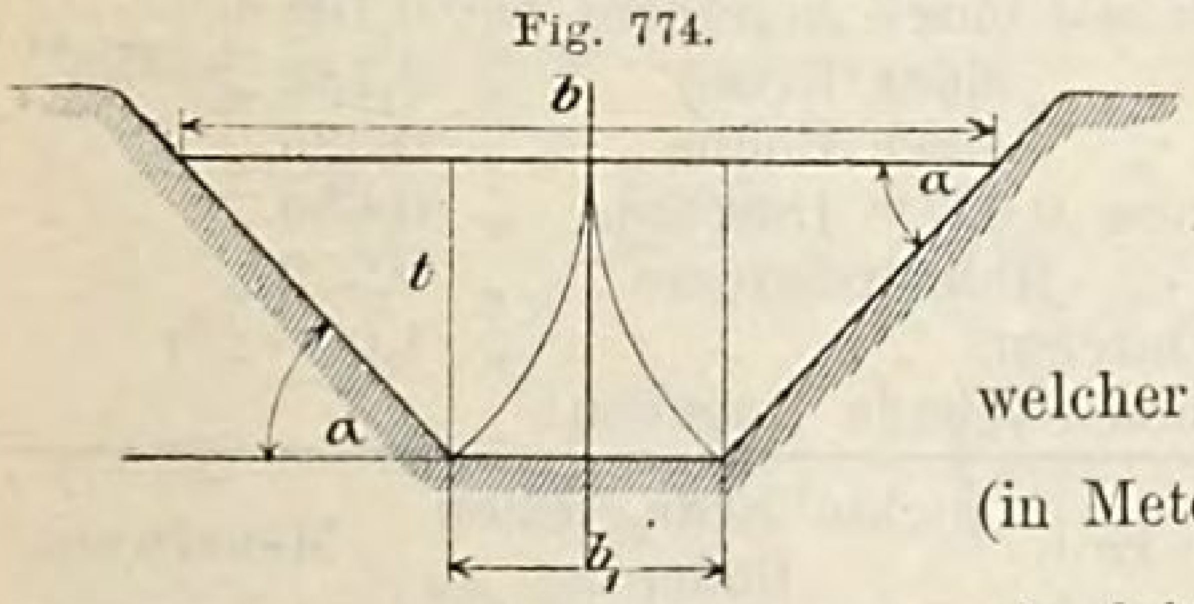
Die mittlere Profilgeschw. v ist so klein zu nehmen, dass einem schädlichen Angriff der Sohle und der Ufer vorgebeugt wird; andererseits darf v nicht so gering sein, dass Ablagerungen veranlasst, Eisbildungen befördert, grosse und kostspielige

Profile nöthig werden. Die Geschw. v wird zwischen 0,5 m und 1,0 m gewählt und bei bekannter sekundl. Abflussmenge M nunmehr das Querprofil $F = \frac{M}{v}$, allerdings immer mit Rücksicht auf alle maassgebenden Verhältnisse, bestimmt werden.

Bezüglich der Spiegelbreite b, der Wassertiefe t und der Sohlenbreite b_1 ist häufig die Forderung zu beachten, dass bei bekanntem F, bei einem der Bodenbeschaffenheit entsprechenden Böschungswinkel α der mittlere Flussradius $r = \frac{F}{p}$ möglichst gross, also p ein Minimum werden soll.

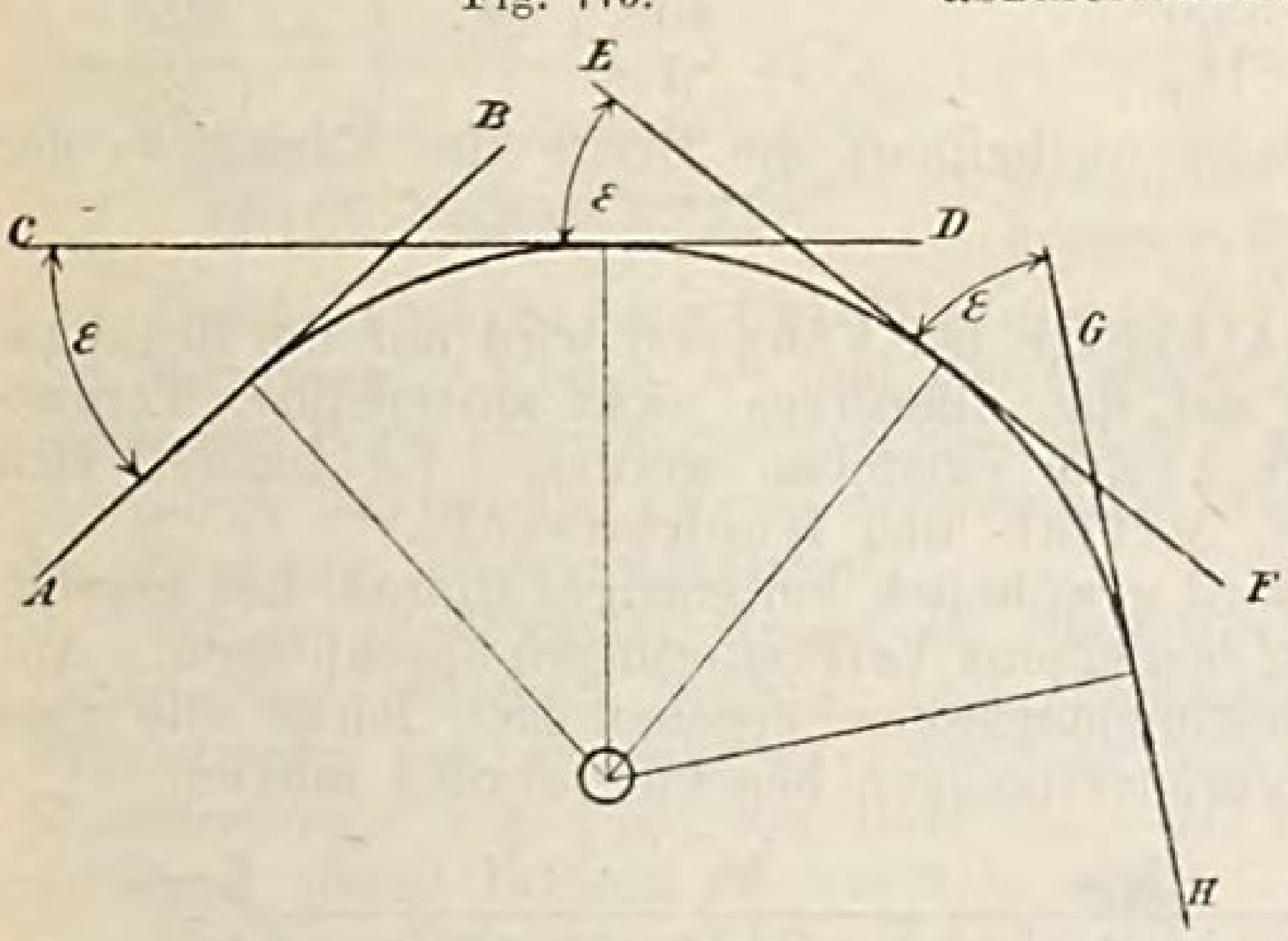
Es ist: $b = \frac{F}{t} + t \operatorname{cotg} \alpha$. Für ein Minimum von p muss: $t = \sqrt{\frac{F \sin \alpha}{2 - \cos \alpha}}$, daher auch $\frac{b}{t} = \frac{2}{\sin \alpha}$ werden. Letztere Beziehung ist in Fig. 774 benutzt, um auf der angetragenen Böschung je den Endpunkt der Sohllinie zu fixiren.

Fig. 774.



Bei solcher Bestimmungsweise kommt man aber auf beträchtliche Werthe t, die nicht immer zugelassen werden können. Es mag deshalb eine empirische Regel Redtenbachers angefügt werden, nach welcher bei Fabrikkanälen $\frac{b_1}{t} = 2{,}7 + 0{,}9\ F$ (in Metern) zu setzen und mit der aus Fig. 774 abzuleitenden Gleichg.: $t = \sqrt{\frac{F}{\frac{b_1}{t} + \operatorname{cotg} \alpha}}$ zu verbinden ist.

Fig. 775.



Nächsdem sei erwähnt, dass für solche Kanäle unter gewöhnlichen Verhältnissen t zwischen 1,0 bis 1,5 m gesetzt werden kann (Tiefe des Oberkanals etwa 1,5 m, des Unterkanals 1,0 m).

Nach Festsetzung des Profils berechnet man das nöthige Gefälle aus: $v = k\sqrt{r\varphi}$, worin also, wenn M bekannt, v angenommen, F und dann: $r = \frac{F}{p}$ und bezw. nach Darcy-Bazin k ermittelt und φ berechnet wird. Die Werthe φ bei solchen Kanälen liegen, die extremen Fälle ausgenommen, zwischen 1 : 1000 und 1 : 5000; vielfach wird das Gefälle 1 : 2500 möglich und zweckmässig sein.

Der Unterkanal erhält gewöhnlich ein stärkeres Gefälle als der Oberkanal, nämlich zwischen 1 : 1000 und 1 : 2000.

Zur Ueberwindung der Widerstände an gut abgerundeten Einmündungen von Kanälen ist eine Druckhöhe von etwa $1{,}5\ \frac{v^2}{2g}$ dem absol. Gefälle hinzu zu fügen.

Die Krümmungshalbmesser der Kanalaxe sind möglichst gross zu nehmen; die zur Ueberwindung der Widerstände in krummen Kanalstrecken nöthigen Gefälle ergeben sich angenähert aus: $h_1 = \frac{v^2 \Sigma (\sin^2 \varepsilon)}{40}$, in Metern, wobei $\varepsilon = 40^0$ gesetzt, also $\sin^2 \varepsilon = 0{,}413$ genommen und $\Sigma\ (\sin^2 \varepsilon)$ nach einer durch Fig. 775 angegebenen Zerlegung der krummen Kanalaxe in einzelne Abschnitte ermittelt wird.*) Im vorliegenden Falle ist $\Sigma(\sin^2 \varepsilon) = 3 \sin^2 \varepsilon$. AB, CD tangiren die Axe AH.

*) Formel von Dubuat, Zahlenkoeffiz. nach Humphreys-Abbot.

Ueber die in einzelnen Fällen zulässigen Werthe v und Böschungswinkel α ist Folgendes zu bemerken:

Es fehlt nicht an Beobachtungs-Resultaten über die Grösse der Geschw. im Wasserspiegel und bezw. an der Sohle, bei welcher Sinkstoffe von bestimmter Grösse in Bewegung gesetzt werden. Bei den hier in Betracht gezogenen Kanälen bestehen Ufer und Sohle aus in einander gelagerten Materialien von verschiedener Grösse; es dürfen demnach meist grössere Werthe v zugelassen werden, als nach jenen Beobachtungs-Resultaten allein sich ergeben würden. Als grösste zulässige Sohlengeschw. sind verwendbar: in sandigem Boden je nach der Korngrösse und den Lagerungs-Verhältnissen: 0,3 bis 0,75 m,
in Lehmboden . 0,2 bis 0,9 m,
in Kiesboden . 0,75 bis 1,2 m.

Wegen der hierbei bestehenden Unsicherheit sind da, wo andere Anhaltspunkte fehlen, Versuche an Probegräben zu empfehlen.

Für Sinkstoffe aus gleich grossen Bestandtheilen gelten folgende Angaben.

Es bewegen sich:	Sinkstoffe von der Grösse eines Aniskorns	bei 0,108 m
	" " " " einer Erbse	" 0,189 "
	" " " " einer Bohne	" 0,325 "
	Abgerundete Steine von 0,027 m Durchm.	" 0,650 "
	" " " Hühnereigrösse	" 0,950 "
	Steine von 0,052 m Durchm.	" 1,0 "*)

Zur Bestimmung des Winkels α dienen folgende Angaben:

für lockere Erde aus Sand	gewöhnliche Erde	dichte Erde, festen Boden	Mauerwerk
$\alpha = 22$ bis $26{,}5^0$	$33{,}5^0$	45^0	90^0
$\cot g\, \alpha = 2^1/_2$ " 2	$1^1/_2$	1	0

Bei lothrechten Seitenwänden wird vortheilhaft die Breite des Kanals = der doppelten Wassertiefe genommen. —

Die Berechnung der Normalbreite bei Flüssen wird auf die Resultate verschiedener Vor-Erhebungen und auf die, allerdings nicht zutreffende, Voraussetzung gestützt, dass trapezförmige Profile entstehen werden. Es handelt sich um die Normalbreite bei Niedrig-, Mittel- und Hochwasser.

Für Niedrig- und Mittelwasser wird gewöhnlich ein einziges Rinnsal fest gesetzt, dem sich für Hochwasser einer- oder beiderseits Verbreiterungen anschliessen. Aus der im Nachfolgenden gezeigten Bestimmungsweise ergeben sich leicht alle jene Modifikationen, welche bei andern Voraussetzungen beachtet werden müssen.

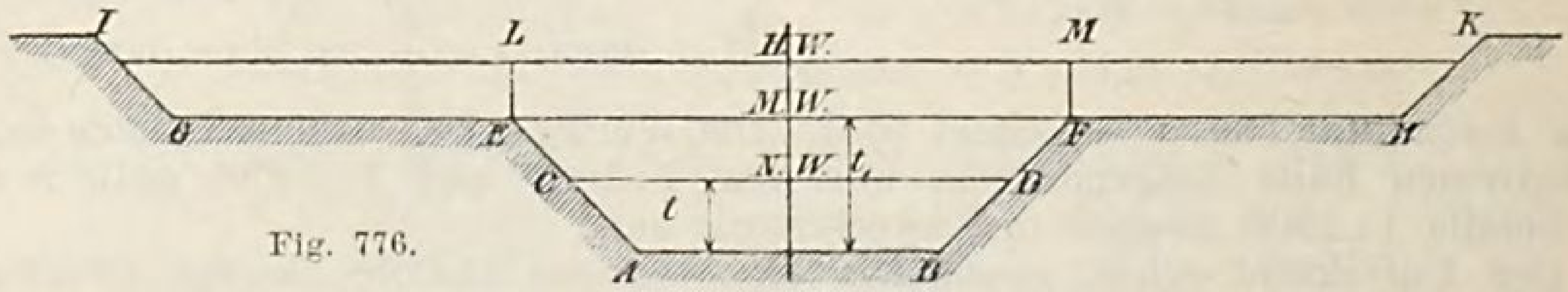


Fig. 776.

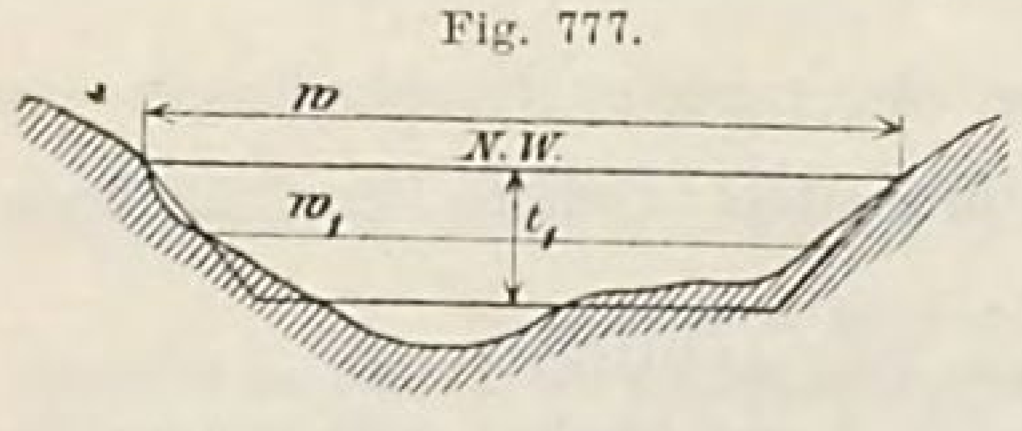


Fig. 777.

Es sei zunächst die Normalbreite $CD = b$ und das Normalprofil $ABCD = F$ für Niedrigwasser zu bestimmen, Fig. 776. Hierfür ist zu ermitteln die Wassermenge M bei Niedrigwasser, die mittlere Wassertiefe t, das der betr. Flussstrecke entsprechende relative Gefälle φ, das verwendbare Böschungsverhältniss ν. Es sind also die bestehenden Flussverhältnisse geeignet zu berücksichtigen und es kann deshalb eine bestimmte Normalbreite nur für jenen Theil eines Flusslaufs gelten, in welchem diese Verhältnisse durch Einmündung von Seitenflüssen etc. nicht wesentlich alterirt werden. Um die Tiefe t zu finden, misst man eine grössere Anzahl einheitlicher und möglichst regelmässiger Querprofile, in welchen der Wasserstand auf Niedrigwasser reduzirt wird, Fig. 777. Ist w die

*) Vergl. hierzu als ein spezielles Beispiel eine Mittheilung über die Bewegung der Geschiebe des Oberrheins; Deutsch. Bauzeitg. 1883, S. 331.

Wasserspiegel-Breite, F_1 der Wasser-Querschn. eines Profils, ist ν das zulässige Böschungs-Verhältniss des trapezförmigen Profils, welches mit dem aufgetragenen Profil gleichen Flächeninhalt F_1 und gleiche Wasserspiegel-Breite w hat, ferner $\delta_1 = \frac{w_1}{t_1}$ (Verhältniss der mittlern Profilbreite w_1 : Tiefe t_1 des substituirten Trapezes),

so wird:
$$\delta_1 = \frac{F_1}{\left(\frac{w - \sqrt{w^2 - 4\nu F}}{2\nu}\right)^2}.$$

Aus mehreren, ähnlich erhobenen Werthen δ ist ein Mittelwerth δ_m abzuleiten und der weitern Berechnung der Normalbreite b zu Grunde zu legen*).

Es ist:
$$v = k\sqrt{r\varphi}; \quad M = Fk\sqrt{r\varphi};$$

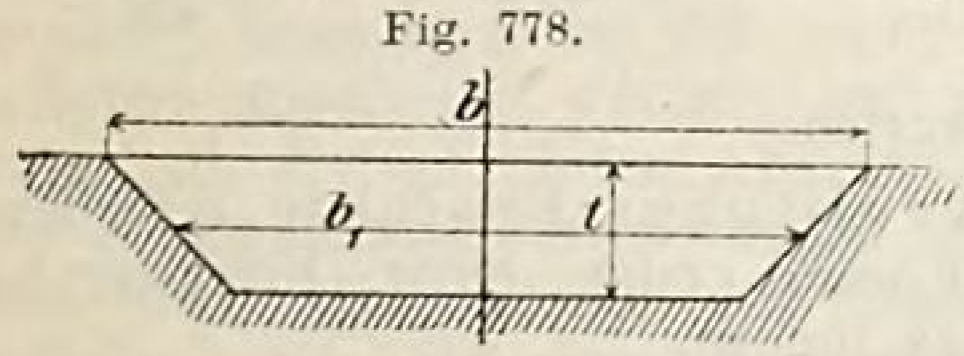
die Normalbreite: $b = (\delta_m + \nu)\,t$, wenn: $\delta_m = \frac{b_1}{t}$, Fig. 778; ferner der benetzte

Umfang:
$$p = \frac{b(\delta_m - \nu + 2\sqrt{1+\nu^2})}{\delta_m + \nu}; \quad F = \frac{b^2\delta_m}{(\delta_m + \nu)^2};$$

$$r = \frac{F}{p} = \frac{b\,\delta_m}{(\delta_m + \nu)(\delta_m - \nu + 2\sqrt{1+\nu^2})};$$

$$M = \frac{b^2\delta_m}{(\delta_m + \nu)^2}\,k\sqrt{\frac{b\,\delta_m}{(\delta_m + \nu)(\delta_m - \nu + 2\sqrt{1+\nu^2})}\,\varphi},$$

Fig. 778.



aus welcher letztern Gleichg., wenn k aus Messungen $\left(k = \frac{v}{\sqrt{r\varphi}}\right)$ od. nach Darcy-Bazin, Ganguillet u. Kutter etc. ermittelt, die Normalbreite b zu berechnen sein wird.

Die Normalbreite bei Mittelwasser EF, Fig. 776, zu deren Bestimmung die Mittelwasser-Menge M' und das Gefälle φ' zu erheben ist, kann man durch vorläufige Wahl einer muthmasslichen Tiefe t' annähernd annehmen. Man berechnet die durch das gewählte Profil abströmende Wassermenge und verbessert t' so lange bis diese mit M' übereinstimmt.

Ist die Hochwasser-Menge M_0, das Hochwasser-Gefälle φ_0 und der Höhen-Unterschied zwischen Niedrig- und Hochwasser in einer ziemlich regelmässigen Flussstrecke fest gestellt, so berechnet man die durch $AELMFB$ abfliessende Wassermenge, Fig. 776; der Rest $M_0 - M_1$ ist durch die Seiten-Abtheilungen abzuführen, deren Breiten zu ermitteln sind.

Die Einschränkung auf die Hochwasser-Normalbreite JK geschieht durch Dämme, deren Kronen genügend hoch, im allgem. 0,6 bis 1,0 m, über dem bekannten Hochwasser angelegt werden müssen, um das Binnenland möglichst vor schädlichen Ueberschwemmungen zu sichern**).

*) Die für einen Fluss-Abschnitt aus mehreren einheitl. Profilen abzuleitende, zulässige Niedrigwasser-Tiefe t lässt sich auch in anderer Art fest stellen. Näheres hierzu an anderer Stelle im Abschn. „Wasserbau“.

**) Ueber Profil-Formen vergl. Spezielleres u. a. Rühlmann. A. a. O. S. 436; ferner Deutsche Bauzeitg. 1875, S. 455 ff. u. 1878 S. 519.

VI. Anhang.*)

a. Tabelle der Werthe $k = \sqrt{\frac{1}{\alpha + \frac{\beta}{r}}}$

in der Geschwindigkeits-Formel von Darcy-Bazin (zu S. 777, 778).

Kategorie:	I.	II.	III.	IV.	V.
r	k	k	k	k	k
0	0	0	0	0	0
0,01	40,8	25,7	12,6	5,3	3,8
0,03	57,7	39,7	21,1	9,2	6,5
0,05	64,6	46,8	26,4	11,7	8,3
0,07	68,3	51,3	30,2	13,8	9,8
0,10	71,6	55,6	34,5	16,3	11,6
0,15	74,5	59,9	39,5	19,6	14,0
0,2	76,1	62,4	43,0	22,2	16,0
0,3	77,9	65,3	47,7	26,3	19,1
0,4	78,8	66,9	50,6	29,4	21,6
0,5	79,3	67,9	52,7	31,9	23,6
0,6	79,7	68,7	54,2	34,0	25,3
0,7	80,0	69,2	55,4	35,8	26,7
0,8	80,2	69,6	56,3	37,3	28,0
0,9	80,3	69,9	57,1	38,7	29,1
1,0	80,4	70,1	57,7	39,8	30,1
2,0	—	—	—	46,9	36,5
3,0	—	—	—	50,2	39,7
4,0	—	—	—	52,2	41,7
5,0	—	—	—	53,5	43,0

b. Fluss- oder Stromkarten.

Diese zur Aufstellung einheitlicher Flussregulirungs-Projekte erforderlichen Karten sollen ein treues Bild eines Flusses oder einer Flussstrecke innerhalb des Ueberschwemmungs-Gebiets liefern.

Neuaufnahmen sind auf eine Triangulirung zu stützen; zur Detailirung dienen Messtisch- oder Theodolith-Aufnahmen.

Bei den aus Kataster-Blättern (Flurkarten) angefertigten Stromkarten handelt es sich nur um Ergänzungen, also um Detail-Messungen, durch welche die nach der Zeit der Flur-Aufnahmen eingetretenen Aenderungen fest zu stellen sind.

Als Maassstab der Darstellungen wird im allgem. 1 : 5000 gewählt; grössere Maassstäbe, 1 : 1000, verwendet man bei kleinern, kleinere Maassstäbe, 1 : 10000 bei grossen Flüssen.

Die Original-Flusskarten werden auf Leinwand aufgezogen; sie erstrecken sich, wenn thunlich, auf den ganzen Flusslauf, sind aber wegen bequemer Handhabung in Sektionen von ca. 3^{m} Kartenlänge zu zerlegen.

Oft wird die Kartirung nur auf die zu regulirenden Flussstrecken mit entsprechender Abgrenzung nach oben und unten ausgedehnt, manchmal auch das Inundations-Gebiet nicht der ganzen Breite nach kartirt. —

Die Aufnahmen sollen bei niedrigen Wasserständen gemacht und die Hauptwasserläufe von links nach rechts gerichtet aufgetragen werden.

Auf einer Flusskarte sind anzugeben:

1. Die Haupt- und Nebenrinnen und die Altwasser des Hauptflusses und der einmündenden Bäche und Flüsse; die Inundations-Grenzen; die Zeit der Aufnahme und die während derselben herrschenden Wasserstände, bezogen auf den benachbarten Hauptpegel; die Uferborde bezogen auf den mittlern Niedrigwasserstand während der Aufnahme;

2. die im Flussbett liegenden Sand- und Kiesbänke, Inseln und Felsen; die in und an dem Flusse liegenden Korrektions-Bauten, Grundschwellen, Wehre, Schleusen, Brücken, Stege, Fähren, Furthen, Landungsplätze, Hafenanlagen, Leinpfade, Pegel, Fixpunkte und Längeneintheilungs-Zeichen (s. Nivellement S. 753); die im Inundations-Gebiet vorhandenen Häuser, Kanäle, Triebwerke, Kulturen etc.;

*) Vergl. hierzu auch den Abschn. „Bauführung“, S. 35 ff.

die Hochwasser-Dämme, die Lage der Steinbrüche und Steinablagerungs-Plätze, ferner Eigenthums-, Orts-, Bezirksgrenzen etc.;

3. die Normal- (Korrektions-) Linien und die Bauprojekte.*)

Wo thunlich sind die Rinnsale der Wasserläufe und die Inundations-Gebiete durch Horizontalkurven in Abständen von 1^{m} darzustellen.

Zweckmässig ist es, nach den Original-Flusskarten autographirte Pläne anzufertigen und auf solchen Belegen die sich von Jahr zu Jahr ergebenden Aenderungen, die jeweiligen Lagen des Stromstrichs und der Stromrinne mit den auf Niedrigwasser bezogenen Wassertiefen zu vermerken.

Besonders wichtige Flussstrecken, z. B. die für Mengen-Messungen ausgewählten, werden auf mässige Ausdehnung in grösserm Maassstabe, 1 : 1000 oder auch 1 : 500, aufgetragen. Auf solchen Plänen sind die Horizontalkurven der Flusssohlen in Abständen von 1^{dm}, die der Inundations-Gebiete in Abständen von 5^{dm} anzugeben, um eintretende Aenderungen genügend sicher konstatiren zu können.

c. Uebersichts- und Flussgebiets-Karten.**)

Zu hydrologischen Untersuchungen eignen sich Karten in kleinen Maassstäben. Zu unterscheiden sind: hydrographische Uebersichts-Karten und Flussgebiets-Karten.

Die hydrographischen Uebersichts-Karten (Maassstab 1 : 500 000 bis 1 : 2 000 000) sollen sämmtliche innerhalb eines ganzen Landes, einer Provinz oder auch nur eines Stromgebiets gelegenen Wasserläufe, die Flussgebiete und deren Grenzen (Wasserscheiden), die Landesgrenzen, die Gradeintheilung, die meteorologischen und Pegel-Stationen enthalten. Sie können aus den vorhandenen Kartenwerken, besonders aus den topographischen Karten, unter Benutzung von Pantographen angefertigt werden, und sollen ein naturgetreues Bild aller Wasserläufe innerhalb der gewählten Abgrenzung liefern und besonders auch zur Bestimmung der Flussgebiets-Grössen dienen. Auf der Karte selbst oder in zugehörigen Tabellen sind die Flächen-Inhalte der einzelnen Becken niederer und höherer Ordnung, aus welchen sich die einschlägigen Fluss- und Stromgebiete zusammen setzen, anzugeben.***)

Mit den hydrographischen Uebersichts-Karten in der Gesammt-Disposition übereinstimmend sind hydrologisch-geognostische Karten anzufertigen, in welchen die Durchlässigkeits-Verhältnisse des Bodens innerhalb der Flussgebiete dargestellt werden sollen. Auf solchen Karten werden in entsprechenden Abstufungen, die Terrains gleicher Durchlässigkeit mit gleicher Lavirung behandelt. Die Flächeninhalte der einzelnen Abtheilungen sind durch Planimetriren zu bestimmen.

Auf den Karten können ohne Schädigung der Deutlichkeit auch die Kurven gleicher mittlerer (jährlicher oder monatlicher) Regenintensität — die Isohyeten — von 10—10 ^{mm} oder 20—20 ^{mm} angegeben werden; event. ist eine dritte Karte im gleichen Maassstabe wie die Uebersichtskarte als Regenkarte auszuarbeiten. Die Bestimmung der jährlichen oder monatlichen Regenmengen geschieht durch Planimetriren der Flächen und Berechnung der Kubikinhalte der Scheiben und Kuppen.****) —

Auf den Flussgebiets-Karten sollen ausser sämmtlichen Wasserläufen mit ihren Gebiets-Grenzen besonders die Kulturen des Bodens und die Terrain-Neigungen dargestellt werden. Zur bequemen Handhabung sind solche Karten

*) Abweichend von den im Abschn. „Bauführung" gegebenen Signaturen gebraucht man zur Bezeichnung der Korrektions-Bauten mitunter in mässigen Abständen neben die flussseitigen Begrenzungslinien gesetzte Zeichen: bei Steinbauten ○○○○, Faschinen-Bauten ××××, bei gemischten Bauten ⊗⊗⊗⊗⊗. Bestehende Bauten werden in schwarzen Linien, unvollendete in punktirten Linien angegeben.

**) Die einzelnen Fluss-Gebiete sind mit verschiedenen Farben und innerhalb dieser Gebiete die Wasserscheiden der Zuflüsse möglichst deutlich durch roth ausgezogene oder punktirte Linien anzugeben. Bei den Pegel-Stationen soll die Höhenkote des Pegel-Nullpunktes, der Flächeninhalt des gesammten Zuflussgebiets bis zur Station in ^{qkm} und die sekundl. Abflussmenge bei kleinstem und grösstem Wasser erwähnt werden. Die Flächeninhalte sind durch Planimetriren zu bestimmen.

***) S. auch A. Frank. „Zur Frage der bessern Behandlung und Ausnutzung des Wassers etc." Zeitschr. f. Baukde. 1882.

****) S. „Ermittelung der Wassermengen" S. 774, 2. Verfahren.

in kleinerm Maassstabe als die Flusskarten, zur Erzielung genügender Genauigkeit in grösserm Maassstabe als die Uebersichts-Karten anzufertigen. Es empfiehlt sich ein solcher von 1 : 25000.

Zur Uebersicht über die Lage der einzelnen Blätter im Atlas dienen Kartennetze, die nach Schichten und Nummern getheilt sind; auf den Blättern wird die Grad-Eintheilung angegeben und die Grösse der einzelnen Blätter zweckmässig mit 6 auf 10 Min. fest gesetzt.

Es empfiehlt sich, die Karten mindestens dreifarbig zu behandeln, z. B. die Situation (Ortschaften, Wälder, Wiesen, Felder, Wege etc.) schwarz; die Gewässer, Wasserscheiden, Pegel-Stationen blau; die Höhenkurven, meteorologischen Stationen roth oder rothbraun. Die Höhenkurven werden in Abständen von 10 zu 10 ^{m}, bei flachem Terrain auch punktirte Zwischenkurven, angegeben. Die 100 ^{m} Linien sind kräftiger zu halten; bei grösseren Gewässern sind auch Tiefenlinien einzutragen. Zu bemerken sind alle natürlichen und künstlichen Anlagen zur Zurückhaltung des Wassers im und über dem Boden.

Wo Höhenkurven-Karten vorhanden, werden sie zur Anfertigung der Flussgebiets-Karten verwendet; die ganze Karte wird zur bequemen Benutzung in Sektionen von ca. 3 ^{m} Länge — entsprechend 75 ^{km} natürl. Länge — zerlegt.

Die Original-Aufnahmen sind am besten im Maassstabe 1 : 5000 aufzutragen und aus diesen die Flussgebiets-Karten durch Reduktion anzufertigen. Die nivellitischen Arbeiten schliessen sich an die Präzisions-Nivellements an. Ist für die einzelnen Blätter eine grössere Anzahl gut gewählter Punkte mit feinern Nivellir-Instrumenten genau eingemessen, so dienen zur Vervollständigung der Kurven-Aufnahmen Messungen mit kleineren Nivellir-Instrumenten oder auch, wenn zugleich die Situation der Punkte zu bestimmen ist, Messungen mit dem Distanzmesser (bezw. Universal-Instrument), also trigonometr. Messungen; seltener werden Aneroid-Aufnahmen die erforderliche Genauigkeit bieten.

Nach vorstehenden Angaben angefertigte Flussgebiets-Karten sind von ganz allgemeinem Werthe; sie sind vorzüglich verwendbar zu Uebersichts-Karten für Fluss-Regulirungen und bei Fluss-Bereisungen. In Verbindung mit den hydrographischen Uebersichtskarten, mit den hydrologisch-geognostischen und Regenkarten oder genügend vielen Regen-Beobachtungen und mit entsprechenden Wassermengen-Messungen bieten sie das Mittel, die Abflusskoeffiz. in den verschiedenen Fluss-Gebieten und somit auch die Einwirkung der Ausdehnung, der Neigung, der Durchlässigkeit und Kultur des Gebiets auf den Wasserabfluss näher fest zu stellen.

VIII.
Mechanik der Wärme.

Bearbeitet von **L. Pinzger**, Professor an der techn. Hochschule in Aachen.

Litteratur.

Péclet. *Traité de la chaleur. Tom. I. 3me Edit.; 1860.* — Grashof. Theoret. Maschinenlehre, Bd. I; Mechanische Wärmetheorie; 1875. — Zeuner. Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie; 2. Aufl.; 1877. — Ferrini. Technologie der Wärme; Deutsch von Schröter; 1878. — H. Valérius. *Les applications de la chaleur; 3me Edit.; 1880.* — Paul. Lehrbuch der Heiz- und Lüftungstechnik 6. Abschn.; Erwärmung und Abkühlung; 1885. — Wüllner. Experimentalphysik; 4. Aufl.; Bd. III. Die Lehre von der Wärme; 1885. — Wolpert. Theorie und Praxis der Ventilation und Heizung. Bd. I., 3. und 7. Abschn.; 1879.

I. Grundbegriffe.

Unter Wärme versteht man die Ursache solcher Aenderungen des innern Zustandes eines Körpers, welche Aenderungen der Aggregat-Form, des spezif. Volumens (Vol. der Gew.-Einheit), oder des Spannungs-Zustandes sind. Insoweit der innere Zustand eines Körpers durch die Aggregat-Form, das spezif. Volumen und den Spannungs-Zustand charakterisirt, also durch die Wärme bedingt ist, heisst er Wärme-Zustand.

Ist der Spannungs-Zustand und das spezif. Volumen eines homogenen Körpers in allen Punkten gleich gross, so ist der Wärme-Zustand desselben ein gleichförmiger.*)

Geht man von dem Grundsatze aus, dass der innere Zustand eines Körpers durch die Art der Bewegung seiner Moleküle bedingt wird, so ist die Wärme als Ursache der Aenderung dieser Molekular-Bewegung, mithin die Molekülar-Bewegung selbst als das Wesen der Wärme zu definiren.

Zwei Wärmegrössen verhalten sich $= 1 : n$, wenn die Massen gleichartiger Körper von gleichförmigen und gleichen Wärme-Zuständen, in denen sie gleiche Aenderungen der Wärmezustände verursachen, sich $= 1 : n$ verhalten. Statt „Wärmegrösse" ist in Folge der frühern Auffassung vom Wesen der Wärme die Bezeichnung „Wärmemenge" gebräuchlich.

Zwei Körper von gleichförm. Wärme-Zuständen haben gleiche Temperatur, wenn lediglich in Folge ihrer gegenseitigen Berührung die Wärme-Zustände derselben sich nicht ändern; z. B. hat ein Körper die Temperatur des schmelzenden Eises oder des gefrierenden Wassers, wenn in Berührung mit einem Gemisch von Eis und Wasser sein Wärme-Zustand keine Aenderung erfährt.**)

Die Temperat. tropfbar flüssiger und gasförmiger Körper wird durch Thermometer gemessen, d. h. durch Instrumente, welche gestatten, die Aenderung des Volumens einer bestimmten Quecksilber- oder Weingeist-Menge, die in Folge der Aenderung der Temperat. derselben eintritt, mit Hilfe einer Skala zu erkennen.

Für wissenschaftliche Zwecke bedient man sich der Thermometer mit Celsius'scher Skala, bei welcher durch die Temperat. des schmelzenden Eises der Theilstrich 0 und durch die Temperat. des bei einem Barometerstand von 760^{mm} Quecksilber-Säule siedenden Wassers der Theilstrich 100 fest gelegt wird; der hundertste Theil des Unterschiedes der beiden genannten Temperaturen wird als 1 „Grad" (^{0}) bezeichnet, so dass die Temperat. des schmelzenden Eises mit 0^0, diejenige des siedenden Wassers mit 100^0 bezeichnet wird.

*) Grashof. A. a. O. Bd. I. S. 34.

**) Grashof. A. a. O. S. 34 und 35.

Ausserdem sind in Gebrauch Thermometer mit Skalen nach Réaumur und nach Fahrenheit. Der Nullpunkt der Skala nach Réaumur fällt mit dem Nullpunkt der Celsius'schen Skala zusammen, während die Theilungen in der Weise von einander verschieden sind, dass 80° Réaumur = 100° Celsius sind. Bei der Skala nach Fahrenheit ist der Nullpunkt der Celsius'schen Skala — der Gefrierpunkt — mit + 32° und der Siedepunkt des Wassers (+ 100° Cels.) mit + 212° bezeichnet. Zur Vergleichung dieser drei Skalen dienen die Formeln:

$$x^0\,\mathrm{C}\ (\mathrm{Cels.}) = {}^4/_5\, x^0\,\mathrm{R}\ (\mathrm{Réaum.}) = 32 + \frac{9}{5}\, x^0\,\mathrm{F}\ (\mathrm{Fahrenh.})$$

$$y^0\,\mathrm{R} = \frac{5}{4}\, y^0\,\mathrm{C} = 32 + \frac{9}{4}\, y^0\mathrm{F};\quad z^0\,\mathrm{F} = \frac{5}{9}\,(z - 32)^0\,\mathrm{C} = \frac{4}{9}\,(z - 32)^0\,\mathrm{R}.$$

Tabelle zur Vergleichung der Thermometer-Skalen.

Celsius	Réaumur	Fahrenh.	Celsius	Réaumur	Fahrenh.	Celsius	Réaumur	Fahrenh.	Celsius	Réaumur	Fahrenh.	Celsius	Réaumur	Fahrenh.	Celsius	Réaumur	Fahrenh.
— 20	— 16	— 4	— 9	— 7,2	15,8	1	0,8	33,8	11	8,8	51,8	21	16,8	69,8	31	24,8	87,8
— 19	— 15,2	— 2,2	— 8	— 6,4	17,6	2	1,6	35,6	12	9,6	53,6	22	17,6	71,6	32	25,6	89,6
— 18	— 14,4	— 0,4	— 7	— 5,6	19,4	3	2,4	37,4	13	10,4	55,4	23	18,4	73,4	33	26,4	91,4
— 17	— 13,6	+ 1,4	— 6	— 4,8	21,2	4	3,2	39,2	14	11,2	57,2	24	19,2	75,2	34	27,2	93,2
— 16	— 12,8	3,2	— 5	— 4,0	23	5	4	41	15	12	59	25	20	77	35	28	95
— 15	— 12	5	— 4	— 3,2	24,8	6	4,8	42,8	16	12,8	60,8	26	20,8	78,8	36	28,8	96,8
— 14	— 11,2	6,8	— 3	— 2,4	26,6	7	5,6	44,6	17	13,6	62,6	27	21,6	80,6	37	29,6	98,6
— 13	— 10,4	8,6	— 2	— 1,6	28,4	8	6,4	46,4	18	14,4	64,4	28	22,4	82,4	38	30,4	100,4
— 12	— 9,6	10,4	— 1	— 0,8	30,2	9	7,2	48,2	19	15,2	66,2	29	23,2	84,2	39	31,2	102,2
— 11	— 8,8	12,2	0	0	32	10	8	50	20	16	68	30	24	86	40	32	104
— 10	— 8	14															

II. Wärmeeinheit; spezifische Wärme.

Unter Wärmeeinheit (Kalorie) versteht man diejenige Wärmemenge, welche die Temperat. von 1 kg Wasser von 0° auf 1° erhöht.

Spezifische Wärme (c) einer Substanz nennt man diejenige Wärmemenge (Anzahl Wärmeeinh.), welche die Temperat. der Substanz von t^0 auf $(t + 1)^0$ erhöht. c ist bei festen und flüssigen Körpern mehr oder weniger von der Temperat. derselben abhängig; z. B. ist c, nach Regnault, für Wasser:

$$c = 1 + 0{,}000\,04\, t + 0{,}000\,000\,9\, t^2.$$

Bei Gasen ist dagegen c unabhängig von der Temperatur.

Es darf indess auch für feste und flüssige Körper sofern es sich nicht um einen sehr hohen Grad der Genauigkeit der durchzuführenden Rechnung handelt, angenommen werden, dass c konstant sei.

Tabelle der spezif. Wärme (bezw. Wärmekapazität) fester und tropfbar flüssiger Substanzen; nach Regnault*).

Substanz	Spezif. Wärme c	Wärme-kapazität für 1 cbm $c\gamma$	Substanz	Spezif. Wärme c	Wärme-kapazität für 1 cbm $c\gamma$
Antimon	0,05077	340	Schmiedeisen ...	0,11379	882
Blei	0,03140	357	Schwefel	0,20259	—
Glas, gekühltes ...	0,1937	494	Silber	0,05701	—
Glas, sprödes	0,1923	490	Stahl, harter ...	0,11750	} 916
Gold	0,03244	—	Stahl, weicher...	0,11650	}
Graphit	0,1960	400	Ziegelstein	0,1890 — 0,2410	340 — 434
Gusseisen	0,12983	941	Zink	0,09555	688
Gips	0,19656	191	Zinn	0,05623	410
Holz, Birnbaum- ..	0,500	350			
Holz, Eichen-	0,570	439	Aether	0,5200	—
Holz, Fichten	0,650	280	Alkohol, absoluter	0,7000	—
Kalk, kohlensaurer	0,20460	350	Olivenöl	0,3096	—
Kupfer	0,09515	833	Terpentinöl	0,4720	—
Messing	0,09391	803	Quecksilber	0,0330	—
Platin	0,03243	—	Wasser	1,0000	1000
Quarz	0,18940	502			

Erfährt also ein Körper vom Gewicht G (kg) eine positive oder negat. Temperat.-Aenderung $= \Delta t$, so nimmt derselbe auf, bezw. giebt er ab die Wärmemenge: $Q = c\,G\,\Delta t$. Das Produkt $c\,G$ heisst das auf Wasser reduzirte Gewicht, oder der Wasserwerth des betr. Körpers, da dasselbe ein Wassergewicht darstellt,

welches durch die Wärmemenge Q die Temperat.-Aenderung Δt erfahren würde, sofern die spezif. Wärme des Wassers = 1 gesetzt wird.

Bezeichnet γ das Gewicht von 1 cbm eines festen Körpers, so giebt $c\gamma$ die Wärmemenge an, welche erforderlich ist, die Temperat. von 1 cbm des fraglichen Körpers um 1° zu verändern; der Werth $c\gamma$ wird Wärmekapazität pro cbm genannt. Um also eine Temperat.-Aenderung Δt eines festen Körpers vom Vol. V (cbm) hervor zu rufen, ist die Wärmemenge: $Q = (c\gamma)\ V\Delta t$ erforderlich.

III. Ausdehnung der Körper durch die Wärme.

a. Ausdehnung fester Körper.

Erfährt ein fester Körper vom Volumen V eine Temperat.-Erhöhung $= t^0$, so erfolgt eine Volumen-Vergrösserung desselben, welche für praktische Zwecke genau genug, proportional der Temperat.-Erhöhung gesetzt werden darf; sein Volumen wird demnach:

$$V_1 = V(1 + \beta t).$$

Bezieht man den Körper auf ein rechtwinkl. Koordin.-System, so gehen seine den Axen parallelen Dimensionen x, y, z über in: $x(1+\alpha t)$; $y(1+\alpha t)$ und $z(1+\alpha t)$.

Folglich ist: $(1+\beta t) = (1+\alpha t)^3$, wofür, wegen der Kleinheit von α selbst für grössere Temperat.-Unterschiede, abgekürzt: $1+\beta t = 1 + 3\alpha t$, also $\beta = 3\alpha$ gesetzt werden darf. Jede Querschn.-Fläche F des Körpers erfährt hierbei eine Vergrösserung auf $F_1 = F\ (1 + 2\alpha t)$.

Tabelle der Ausdehnungs-Koeffizienten für das Temperat.-Intervall von 0° bis 100° (oder für $t = 100°$).

Substanz	Volumen-Ausdehnung $100\beta = 300\alpha$	Flächen-Ausdehnung 200α	Längen-Ausdehnung 100α		Bestimmt von
Blei	0,008545	0,005697	0,002848	$\frac{1}{351}$	Lavoisier und Laplace
Glas, bleihaltiges	0,002616	0,001744	0,000872	$\frac{1}{1147}$	Lavoisier und Laplace
Glas, englisches	0,002435	0,001623	0,000812	$\frac{1}{1243}$	Lavoisier und Laplace
Flintglas-Röhren, bleifreie	0,002691	0,001794	0,000897	$\frac{1}{1115}$	Lavoisier und Laplace
Glas	0,002584	0,001723	0,000861	$\frac{1}{1161}$	Dulong und Pétit
Gold, ausgeglüht	0,004541	0,003027	0,001514	$\frac{1}{661}$	Lavoisier u. Laplace
Gusseisen	0,003330	0,002220	0,001110	$\frac{1}{901}$	Roy
Kupfer	0,005152	0,003435	0,001717	$\frac{1}{582}$	Lavoisier u. Laplace
Messing, gegossen	0,005625	0,003750	0,001875	$\frac{1}{533}$	Smeaton
Messingdraht	—	—	0,001933	$\frac{1}{517}$	Smeaton
Platin	0,002652	0,001768	0,000884	$\frac{1}{1131}$	Dulong und Pétit
Silber	0,005726	0,003817	0,001909	$\frac{1}{524}$	Lavoisier und Laplace
Schmiedeisen	0,003661	0,002441	0,001220	$\frac{1}{819}$	Lavoisier und Laplace
Schmiedeisen-Draht, weich	—	—	0,001235	$\frac{1}{812}$	Lavoisier und Laplace
Stahl, gehärtet	0,003719	0,002479	0,001240	$\frac{1}{807}$	Lavoisier und Laplace
Stahl, weich	0,003237	0,002158	0,001079	$\frac{1}{927}$	Lavoisier und Laplace
Zink	0,008825	0,005883	0,002942	$\frac{1}{340}$	Smeaton
Zinn	0,005813	0,003875	0,001938	$\frac{1}{516}$	Lavoisier u. Laplace

*) Die in der Tabelle angegebenen Zahlen sind nur Mittelwerthe. Es sind nur solche Stoffe berücksichtigt worden, für welche die Angaben von Bedeutung in der Praxis sein könnten.

Die Ausdehnungs- oder Zusammenziehungs-Kraft P einer prismatischen Stange vom Querschn. F, deren Material den Ausdehnungskoeffiz. α und den Elastizitätskoeffiz. E besitzt, ist bei t^0 Temperat.-Aenderung: $P = \alpha t E F$.

b. Ausdehnung flüssiger Körper.*)

Die Abhängigkeit der Volumen-Ausdehnung der Flüssigkeiten von der Temperat. t wird, wenn V_0 das Flüssigk.-Vol. bei 0^0, V_t dasjenige bei t^0 Temperat. bezeichnet, allgemein ausgedrückt durch: $V_t = V_0 (1 + at + bt^2 + ct^3 + dt^4)$.

Für eine Anzahl von Flüssigkeiten sind die Werthe der Koeffiz. a, b ... in folgender Tabelle zusammen gestellt:

Für	a	b	c	d	Bestimmt von
Aether bis 120°	0,001348906	0,000006554	− 0,000000034491	0,00000000338	Hirn
Alkohol bis 160°	0,000738923	0,000010552	0,000000092481	0,000000000404	Hirn
Olivenöl	0,000798	− 0,0000007726	0,000000008274	—	Kopp
Terpentinöl . . .	0,0009003	0,0000019595	0,000000004499	—	Kopp
Terpentinöl bis 160° . . .	0,0006866135	0,000005002	− 0,000000025536	0,000000000069	Hirn
Quecksilber bis 300° . . .	0,00017905	0,0000000252	—	—	Regnault

Bei Quecksilber kann für eine Temperatur t zwischen 0^0 und 100^0: $V_t = V_0 (1 + \alpha t)$ gesetzt werden, wobei, nach Regnault, der mittlere Ausdehn.-Koeffiz. $\alpha = 0{,}00018153 = \frac{1}{5509}$.

Für die Ausdehnung des Wassers zwischen den Temperat.-Grenzen 0^0 und 100^0 lassen sich allgemein gültige Werthe von a, b und c nicht aufstellen.

Die grösste Dichtigkeit besitzt Wasser bei $+ 4^0$; setzt man das Volumen der Gewichtseinh. bei dieser Temperat. = 1, so sind die Vol. derselben bei andern Temperat., nach Jolly, die in folgender Tabelle zusammen gestellten:

Temperat.	Volumen V_t	Dichtigkeit δ	Temperat.	Volumen V_t	Dichtigkeit δ	Temperat.	Volumen V_t	Dichtigkeit δ	Temperat.	Volumen V_t	Dichtigkeit δ
0	1,000126	0,999874	25	1,011877	0,988262	55	1,002856	0,997152	80	1,029003	0,971814
4	1,000000	1,000000	30	1,014320	0,985882	60	1,004234	0,995784	85	1,032346	0,968667
5	1,000006	0,999994	35	1,016954	0,983328	65	1,005823	0,994211	90	1,035829	0,965410
10	1,000257	0,999743	40	1,019752	0,980631	70	1,007627	0,992431	95	1,039483	0,962017
15	1,000847	0,999154	45	1,022384	0,978106	75	1,009641	0,990451	100	1,043116	0,958666
20	1,001732	0 998271	50	1,025770	0,974877						

Für die Vol. des Wassers zwischen den Temperat.-Grenzen 100^0 und 200^0 ergeben sich nach der von Hirn auf Grund seiner Versuche aufgestellten Formel: $V_t = 1 + at + bt^2 + ct^3 - dt^4$, in welcher: $a = 0{,}0001086788$, $b = 0{,}000003007365$3 $c = 0{,}0000000287304$ und $d = 0{,}0000000000066457$, die Werthe in folg. Tabelle:

Temperat. Grad	Volumen V_t	Dichtigkeit δ	Temperat. Grad	Volumen V_t	Dichtigkeit δ	Temperat. Grad	Volumen V_t	Dichtigkeit δ	Temperat. Grad	Volumen V_t	Dichtigkeit δ
100	1,04315	0,958635	130	1,06936	0,935139	160	1,10179	0,907614	190	1,14026	0,876993
110	1,05119	0,951303	140	1,07949	0,926363	170	1,11395	0,897706	200	1,15438	0,866266
120	1,05993	0,943458	150	1,09030	0,917179	180	1,12678	0,887485			

c. Volumen-Aenderung gasförmiger Körper.

Die Volumen-Zunahme der Gase bei Erwärmung derselben unter konstanter Pressung kann proportional der Temperat. t angenommen werden innerhalb derjenigen Temperat.-Grenzen, in welchen der vollkommen gasförmige Zustand erhalten bleibt. Bezeichnet also V_t das Volumen eines bestimmten Gasgewichts bei t^0, V_0 dasselbe bei 0^0, so ist: $\frac{V_t - V_0}{V_0} = \alpha t$ oder: $V_t = V_0 (1 + \alpha t)$.

Für atmosph. Luft ist, nach Regnault, $\alpha = 0{,}003665$, welcher Werth auch annähernd für andere Gase angenommen werden darf.

*) Wüllner. Experimentalphysik. 4. Aufl. Bd. 3, S. 54—80.

Sind die Vol. V_1 und V_2 eines bestimmten Luftgewichts und die Temperat. t_1 und t_2 zusammen gehörige Werthe, so ist unter Voraussetzung konstanter Pressung:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t_2} = \frac{\frac{1}{\alpha} + t_1}{\frac{1}{\alpha} + t_2} = \frac{273 + t_1}{273 + t_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Die Temperat. $T_1 = 273 + t_1$ und $T_2 = 273 + t_2$ heissen absolute Temperaturen; die Temperat. = — 273° wird dem entsprechend als „absoluter Nullpunkt" bezeichnet.

IV. Aenderung der Aggregat-Form der Körper durch die Wärme.

Wird einem festen Körper stetig Wärme zugeführt, so steigt seine Temperat. bis zu einem gewissen Grade, bei dem die einzelnen Theile aus der festen in die tropfbar flüssige Aggregat-Form übergehen, ohne dass hierbei eine weitere Steigerung der Temperat. stattfindet, während doch zur Umwandlung sämmtlicher Theile der Gew.-Einheit des Körpers in die tropfbar flüssige Aggregat.-Form eine gewisse Wärmemenge verbraucht wird. Die genannte Temperat.-Grenze nennt man Schmelz-Temperatur oder Schmelzpunkt, die zum Schmelzen der Gewichtseinh. (1 kg) verbrauchte Wärmemenge die Schmelzwärme des betr. Körpers.

Tabelle der Schmelz-Temperat. und der Schmelzwärme verschieden. Substanzen

	Schmelz-temperat. nach Pouillet Grad	Schmelz-wärme nach Person W.-E.		Schmelz-temperat. nach Pouillet Grad	Schmelz-wärme nach Person W.-E.		Schmelz-temperat. nach Pouillet Grad	Schmelz-wärme nach Person W.-E.
Schmiedeisen	1500 — 1600	—	Silber. . . .	1000	21,07	Stearin . . .	43 — 49	—
Stahl, strengflüssig . . .	1400	—	Bronze . . .	900	—	Paraffin . .	46	—
			Antimon . .	432	—	Phosphor .	44	5,034
Stahl, leichtflüssig . . .	1300	—	Zink	360	28,13	Talg	40	—
			Blei	330	5,369	Butter . . .	32	—
Gusseisen, graues . . .	1100 — 1200	—	Wismuth .	260	12,640	Olivenöl . .	5	—
			Zinn	235	14,251	Rüböl . . .	1	—
Gusseisen, weisses . .	1050 — 1100	—	Schwefel .	115	9,368	Eis	0	79,25
			Gelb.Wachs	61	—	Terpentinöl	— 10	—
Gold	1200	—	Wallrath . .	48	—	Quecksilber	— 39	2,83
Kupfer	1090	—						

Tabelle der Schmelz-Temperat. einiger leicht flüssiger Metall-Legirungen.

Grad	Gewichtstheile Zinn	Blei	Wismuth	Kadmium	Grad	Gewichtstheile Zinn	Blei	Wismuth	Kadmium
70	1	2	4	1	135	3	3	—	—
77	3	5	8	—	144	3	1	—	—
94	1	1	4	—	151	1	1	—	—
99	1	1	1	—	155	6	1	—	—
116	2	2	1	—	183	1	2	—	—
124	3	3	1	—	207	1	4	—	—

Tabelle der Verdampfungs-Temperat. und der Verdampfungs-Wärme verschiedener Substanzen bei einer Oberflächen-Pressung von 10333 kg pro qm (Atm.-Druck bei 760 mm Quecksilbersäule von 0°):

Substanz	Verdampfungs-Temperat. Grad	Spezif. Verdampfungs-Wärme (nach Regnault) W.-E.	Substanz	Verdampfungs-Temperat. Grad	Spezif. Verdampfungs-Wärme (nach Regnault) W.-E.
Schweflige Säure . . .	— 10	—	Wasser	100	536,5 **)
Aethyläther	+ 34,956 *)	90,2 **)	Terpentinöl	157	76,8 (nach
Schwefelkohlenstoff .	46,254 *)	84,8 **)	Leinöl	316	Despretz)
Alkohol	78,299 *)	214,4 **)	Schwefelsäure . . .	325	—
Benzol (Benzin)	80,4	—	Quecksilber	357,347 *)	—

*) Zeuner. Mech. Wärmetheorie. 2. Aufl. S. 254 u. 255.
**) Derselbe. Ebenda. S. 267. — Wüllner. Experimentalphysik; Bd. 3. S. 640 u. 641.

Tropfbar flüssige Substanzen gehen bei einer bestimmten Temperat. in die gasförmige Aggregat-Form (Dampf-Form) über, wobei zur Verdampfung der Gewichtseinh. (1^{kg}) die Zuführung einer gewissen Wärmemenge erforderlich ist, ohne dass hierdurch eine Erhöhung der Temperat. eintritt.

Jene Wärmemenge heisst spezif. Verdampfungs-Wärme, nach der ältern — als unklar aufzugebenden — Bezeichnungsweise: latente oder gebundene Wärme.

Die Verdampfungs-Temperat. (Siede-Temperat., Siedepunkt) ist, ebenso wie die Verdampfungs-Wärme, ausser von der Substanz wesentlich abhängig von der spezif. Pressung, welche der Flüssigkeits-Spiegel erleidet.

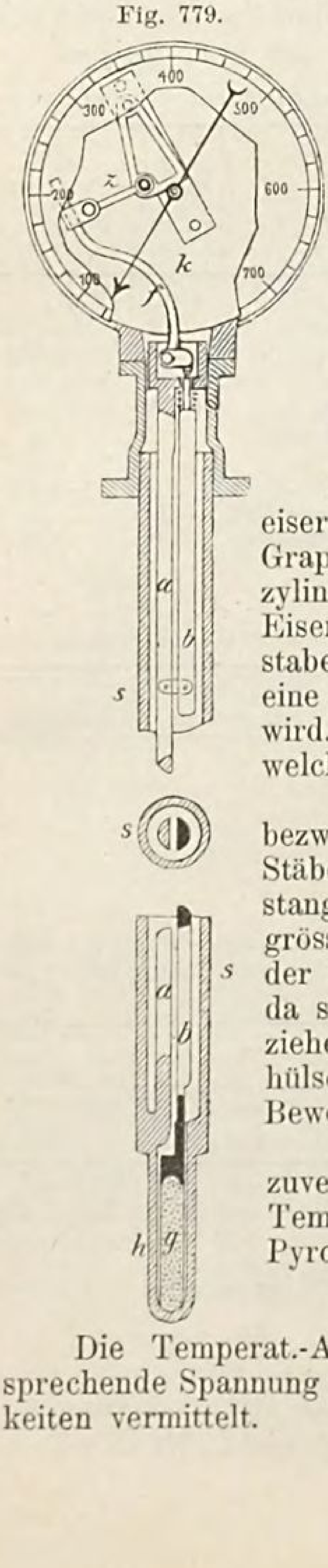
V. Apparate zur Messung höherer Temperaturen tropfbar flüssiger und gasförmiger Körper; Pyrometer und Kalorimeter.

a. Pyrometer, deren Angaben auf der Ausdehnung von Metallen beruhen.

α. Quecksilber-Pyrometer.

Das bekannte Quecksilber-Thermom. mit Skala, deren Theilung bis 350° fortgesetzt ist, kann zur Messung von Temperat. bis 300° benutzt werden, wenn das Thermom.-Rohr mit Stickstoff gefüllt ist, der bei steigendem Quecksilber-Spiegel in Folge seiner Kompression das durch Bildung von Quecksilber-Dämpfen herbei geführte Zerreissen des Quecksilber-Fadens verhütet. Die Angaben eines solchen Thermom. sind sehr zuverlässig.

Fig. 779.



β. Metall-Pyrometer.

Hier wird die Differenz der Ausdehnungen zweier verschiedenen Metalle (z. B. Kupfer und Stahl) durch einen Fühlhebel auf einen Zeiger übertragen, dessen Spitze die fragliche Temperat. auf einer Skala anzeigt. Pyrom. dieser Gattung sind wenig zuverlässig, da sich nach jeder Erhitzung der Molekular-Zustand der Metalle etwas verändert.

γ. Graphit-Pyrometer von Steinle u. Hartung, Fig. 779.

Hier wird der Unterschied der Ausdehnung des schmiedeisernen Hohlzylinders *h* und des in demselben befindlichen Graphitstabes *g* als Maass für die Temperatur, welcher der Eisenzylinder *h* ausgesetzt wird, benutzt. Der Stab *a* ist mit dem Eisenzylinder *h* verbunden, während auf den Kopf des Graphitstabes der aus demselben Material wie *a* bestehende Stab *b* durch eine am obern Ende desselben befindliche Spiralfeder gedrückt wird. Beide Stäbe werden von der Schutzhülse *s* umschlossen, welche an ihrem obern Ende das Skalen-Gehäuse *k* trägt.

Die bei einer Temperat.-Aenderung erfolgende Ausdehnung, bezw. Verkürzung von *h* bewirkt eine Relativ-Bewegung der Stäbe *a* und *b*, welche durch den Fühlhebel *f* und die Zugstange *z* auf das Zahn-Segment und die Zeiger-Axe in vergrössertem Maasse übertragen wird. Eine theilweise Erwärmung der Stäbe *a* und *b* bleibt ohne Einfluss auf die Zeiger-Bewegung, da sich beide Stäbe stets gleichmässig ausdehnen oder zusammen ziehen. Ebenso beeinflusst eine Längen-Aenderung der Schutzhülse *s*, in Folge der Einschaltung einer Zugstange *z*, die Zeiger-Bewegung wenig oder gar nicht.

Die Angaben des Graphit-Pyrom. sind für praktische Zwecke zuverlässig genug, sofern die Skala desselben für höhere Temperat. nach den Angaben eines Luft-Pyrom. oder des elektr. Pyrom. von Siemens (siehe weiter unten) getheilt ist.

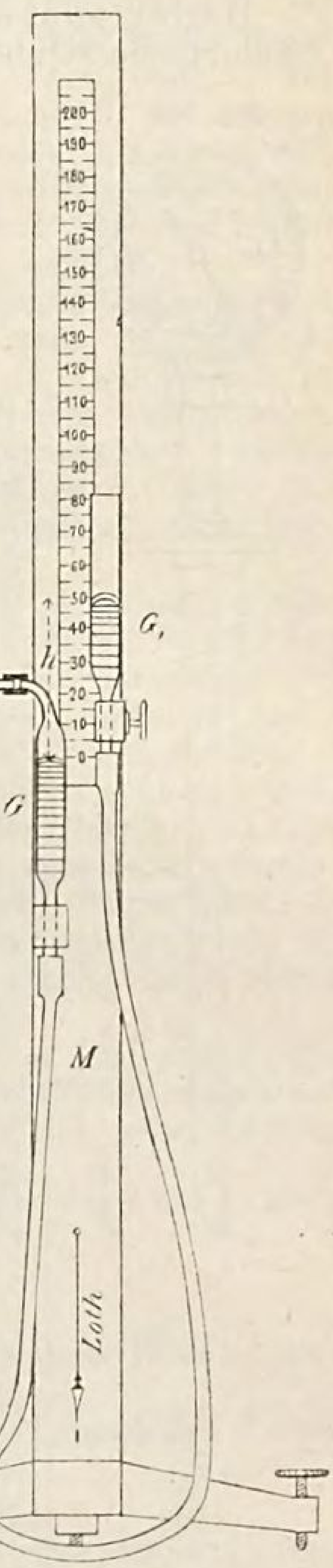
b. Spannungs-Pyrometer.

Die Temperat.-Angabe wird hierbei durch die der fragl. Temperat. entsprechende Spannung trockner Luft oder gesättigter Dämpfe verschiedener Flüssigkeiten vermittelt.

α. Das Luftpyrometer.

Es besteht aus einem mit absolut trockner Luft gefüllten Platingefäss P, Fig. 780; dasselbe ist durch ein enges Platinrohr r mit einem Quecksilber-Manometer M, bestehend aus einer festen Glasröhre G und einer verschiebbaren G_1 mit zwischengeschaltetem Gummischlauch, verbunden. Beim Gebrauch wird durch Verschieben der Röhre G_1 bewirkt, dass der Quecksilber-Spiegel in G stets auf dem Nullpunkt der Skala bleibt; der Höhenunterschied h der beiden Quecksilber-Spiegel + dem augenblickl. Barometerstande b giebt die Grösse der absol. Pressung (in ^{mm} Quecksilber-Säule) der in P eingeschlossenen Luft an.

Fig. 780.





Ist z. B. bei einer bekannten Temperat. t_1 (oder $T_1 = 273 + t_1$), welche dem Platingefäss P, dem Verbindungsrohr r und den Glasgefässen G und G_1 gemeinschaftlich sein möge, das Vol. des Platingefässes $P = V_1$, dasjenige des Verbindungsrohrs r bis zum Nullp. des Gefässes $G = V'$ und die Pressung der in P und r eingeschlossenen trockenen Luft $= p_1$, entsprechend der Quecksilber-Säule h_1 + dem Barometerstand b, so wird, wenn nun das Platingefäss P der zu bestimmenden Temperat. $T_2 = 273 + t_2$ ausgesetzt wird, während die übrigen Theile des Apparats die Temperat. T_1 behalten, das Platingefäss in Folge der Ausdehnung das Vol.:

$$V_2 = V_1 [1 + \beta (T_2 - T_1)]$$

annehmen, mit $\beta = 0{,}00002652$, und die Pressung der eingeschlossenen Luft $= p_2$ (entsprechend $h_2 + b$ (^{mm} Quecksilber-Säule) werden. Mit Anwendung der Zustands-Gleichung der Luft ergiebt sich nun:

$$\frac{p_1 (V_1 + V')}{T_1} = p_2 \left\{ \frac{V_1 [1 + \beta (T_2 - T_1)]}{T_2} + \frac{V'}{T_1} \right\},$$

folglich:

$$\frac{T_2}{1 + \beta (T_2 - T_1)} = \frac{T_1 (h_2 + b)}{(h_1 + b) - \frac{V'}{V_1} (h_2 - h_1)},$$

woraus die gesuchte Temperat. T_2 berechnet werden kann.

Für die Zwecke der Praxis ist das Luftpyrom. wenig geeignet; doch liefert dasselbe bei Anwendung der nöthigen Sorgfalt während der Beobachtungen sehr zuverlässige Resultate, weshalb es zur Kontrole bezw. Eintheilung der Skalen anderer Pyrometer benutzt wird*).

β. Thalpotasimeter.

Die sogen. Thalpotasimeter bestehen aus einem Messing- oder Schmiedeisen-Rohre, welches dampfdicht mit einem Federmanom. verbunden ist, Fig. 781. Das Rohr ist zum Theil mit Aether, Wasser oder Quecksilber gefüllt, je nachdem die obere Grenze der zu messenden Temperat. niedriger oder höher liegt. Wird nun das Rohr der betr. Temperat. ausgesetzt, so verdampft ein Theil der Füllung und die Spannung der entwickelten Dämpfe bewirkt eine Biegung der Manometer-Feder, welche die Bewegung des Zeigers hervor ruft. Da die Spannkraft gesättigter Dämpfe in genauer Beziehung zur Temperat. derselben steht, werden die Angaben der Thalpotasimeter einigermaassen zuverlässig sein, so lange das Manometer zuverlässig funktionirt.

*) Ausführlicheres über Luftpyrometer s. in Dr. Ferd. Fischer; Chemische Technologie der Brennstoffe S. 32—40.

Die bekannte Fabrik von Schaeffer und Budenberg in Buckau-Magdeburg fertigt Thalpotasimeter mit Aether-Füllung für Temperat.-Angaben von 40° bis 120°, mit Wasser-Füllung für Temperat. von 100° bis 360° und mit Quecksilber-Füllung für Temperat. von 360° bis 650° (höchstens 750°).

c. Elektrisches Widerstands-Pyrometer von C. W. Siemens.

Hierbei wird der mit der Temperat. wachsende Leitungs-Widerstand einer Platin-Spirale verglichen mit einem konstanten Widerstande einer Neusilber-Spirale

Fig. 781.

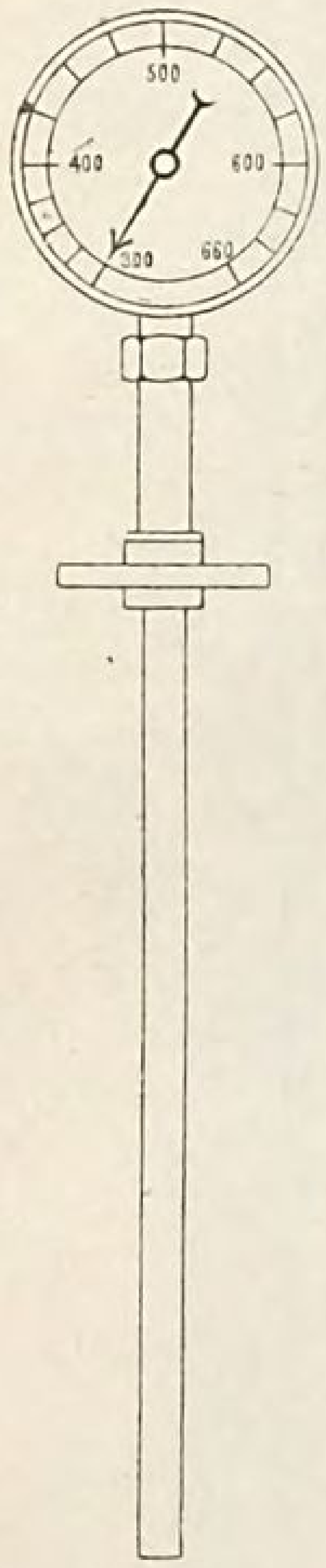


Fig. 782.

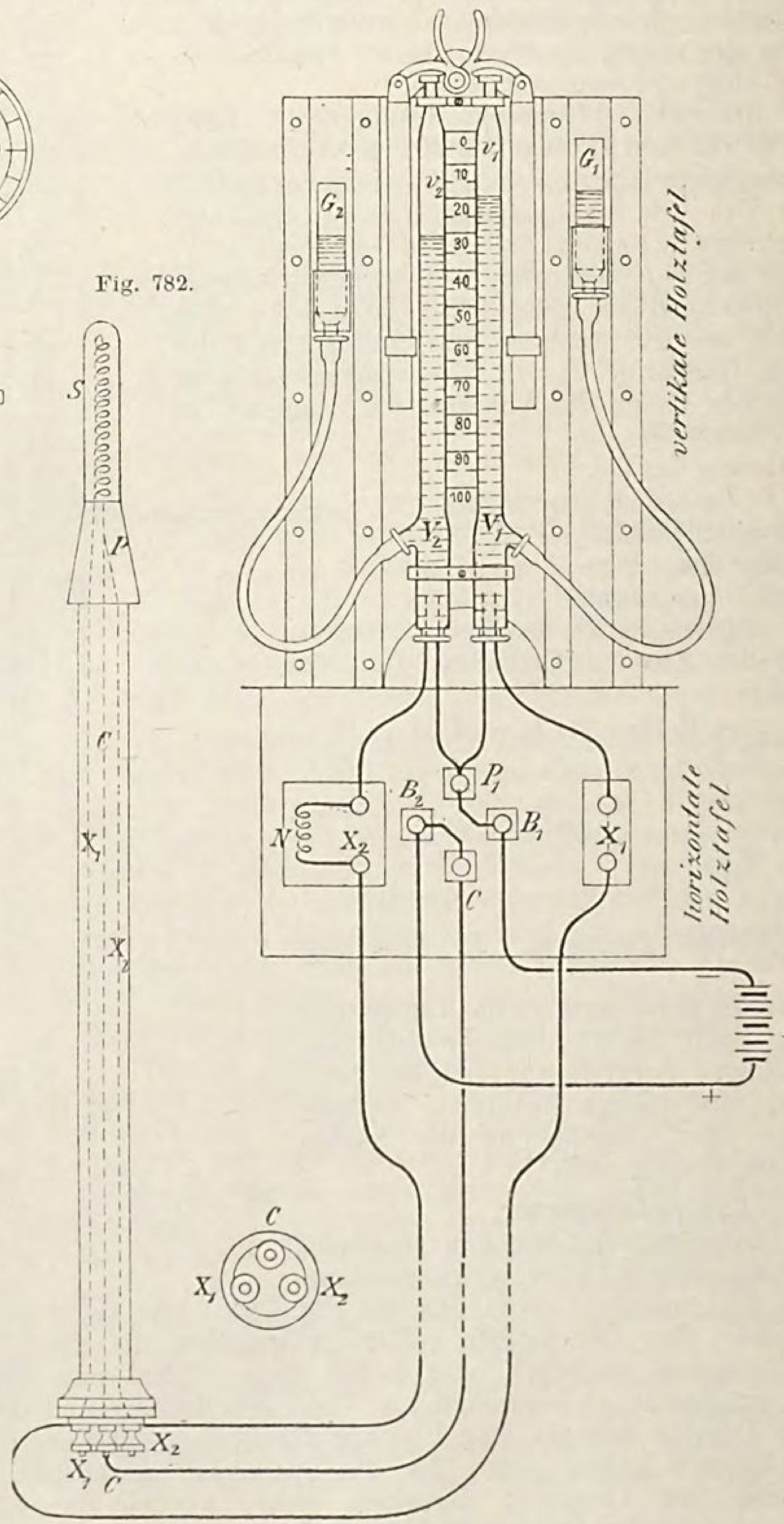
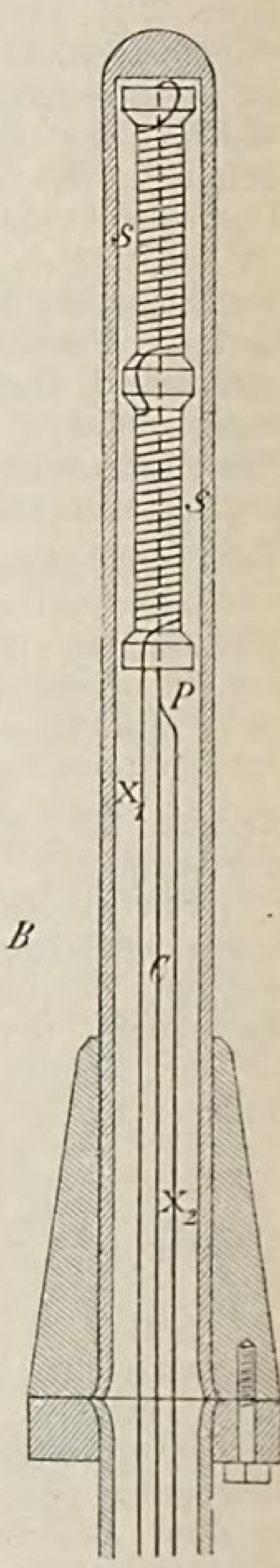


Fig. 783.



und aus der hierdurch ermittelten Grösse des erstern die Temperat. der Platin-Spirale berechnet. In einem starkwandigen, am Ende geschlossenen Schmiedeisenrohr, Fig. 783 befindet sich eine um einen Porzellan-Zylinder gewickelte Platin-Spirale S

aus 0,4 mm starkem Draht, welche bei 0° einen Widerstand von 10 Siemens-Einheiten besitzt; das eine Ende dieser Spirale ist mittels eines angeschmolzenen stärkern Platindrahts X_1 mit der Klemmschraube X_1, das andere Ende mit den beiden bei P zusammen geschmolzenen Platindrähten C und X_2 verbunden, welche in den Klemmschrauben C und X_2 endigen. Die 3 Platindrähte X_1, C und X_2 sind innerhalb des Schmiedeisen-Rohres durch übergeschobene Thon-Zylinder gut isolirt. Die Klemmschrauben X_1, C und X_2 werden mittels dreier in ein Kabel vereinigter isolirter Kupferdrähte mit den Klemmschrauben X_1, C und X_2 des Differenz-Voltameters, Fig. 782, und die Klemmschrauben B_1 und B_2 des letztern mit den Polen einer mässig starken galvan. Batterie B verbunden; bei X_2 ist eine Neusilber-Spirale N mit konstantem Widerstande von 17 Siemens-Einh. eingeschaltet und von X_1 bezw. X_2 aus ebenso wie von der Klemmschraube P_1 aus sind Platindrähte durch die Bodenverschlüsse der Glasröhren V_1 und V_2 geführt.

Die Füllung der Glasröhren V_1 und V_2 mit stark verdünnter Schwefelsäure (1 Vol. Säure + 9 Vol. Wasser) schliesst die Leitung zwischen X_1, bezw. X_2 und P_1, während der Strom zwischen den Klemmschrauben C, B_1, B_2 und P_1 durch einen Kommutator unterbrochen, geschlossen und gewechselt werden kann. Das obere Ende der Glasröhren V_1 und V_2 ist durch Gummipolster, welche durch Hebel-Belastung niedergedrückt werden, luftdicht geschlossen, damit das beim Strom-Durchgang in den Glasgefässen entwickelte Knallgas nicht entweichen kann.

Man setzt nun das Rohrende, welches die Platin-Spirale S enthält, der zu messenden Temperat. aus, stellt die Wasserspiegel in V_1 und V_2 durch Verschieben der mit diesen Röhren durch Gummischläuche kommunizirenden Glasgefässe G_1 und G_2 nach Lüften der Gummipolster auf 0 ein und schliesst nunmehr durch entsprechendes Drehen des Kommutators den Strom. Derselbe, von B_2 über C nach P geleitet, theilt sich dort in 2 Zweige; der eine derselben geht durch X_2 zurück, durchläuft die Neusilber-Spirale N und entwickelt in der Glasröhre V_2 eine gewisse Menge Knallgas v_2, um sich schliesslich in P_1 mit dem andern Stromzweige wieder zu vereinigen. Dieser 2. Zweig geht von P durch die Platin-Spirale S, wo er den veränderlichen Widerstand R zu überwinden hat, gelangt durch X_1 nach der Glasröhre V_1, woselbst sich das Knallgas-Volumen v_1 durch seine Wirkung entwickelt, und kehrt durch P_1 und B_1 zur Batterie B zurück.

Die in gleicher Zeit entwickelten Knallgas-Mengen v_2 und v_1 sind den Stromstärken direkt, also den in den Leitungen vorhandenen Widerständen umgekehrt proportional. Bezeichnet man daher den konstanten Widerstand jeder Leitung einschl. den des zugehörigen Voltameters mit W, so ist: $\frac{R + W}{17 + W} = \frac{v_2}{v_1}$, also:

$$R = (17 + W)\frac{v_2}{v_1} - W.$$

Der Widerstand W ist für einige Apparate $W = 1$, für andere $W = 3$; derselbe wird für jedes Instrument besonders angegeben.

Bezeichnet endlich t die augenblickl. Temperat. der Platinspirale S und $T = 273 + t$ die absolute Temperat. derselben, so ist:

$$R = 0{,}039369\sqrt{T} + 0{,}00216407\,Tt - 0{,}24127.$$

Eine jedem Instrument beigegebene Tabelle lässt die zu beobachteten Werthen v_1 und v_2 gehörige Temperat. t leicht auffinden.

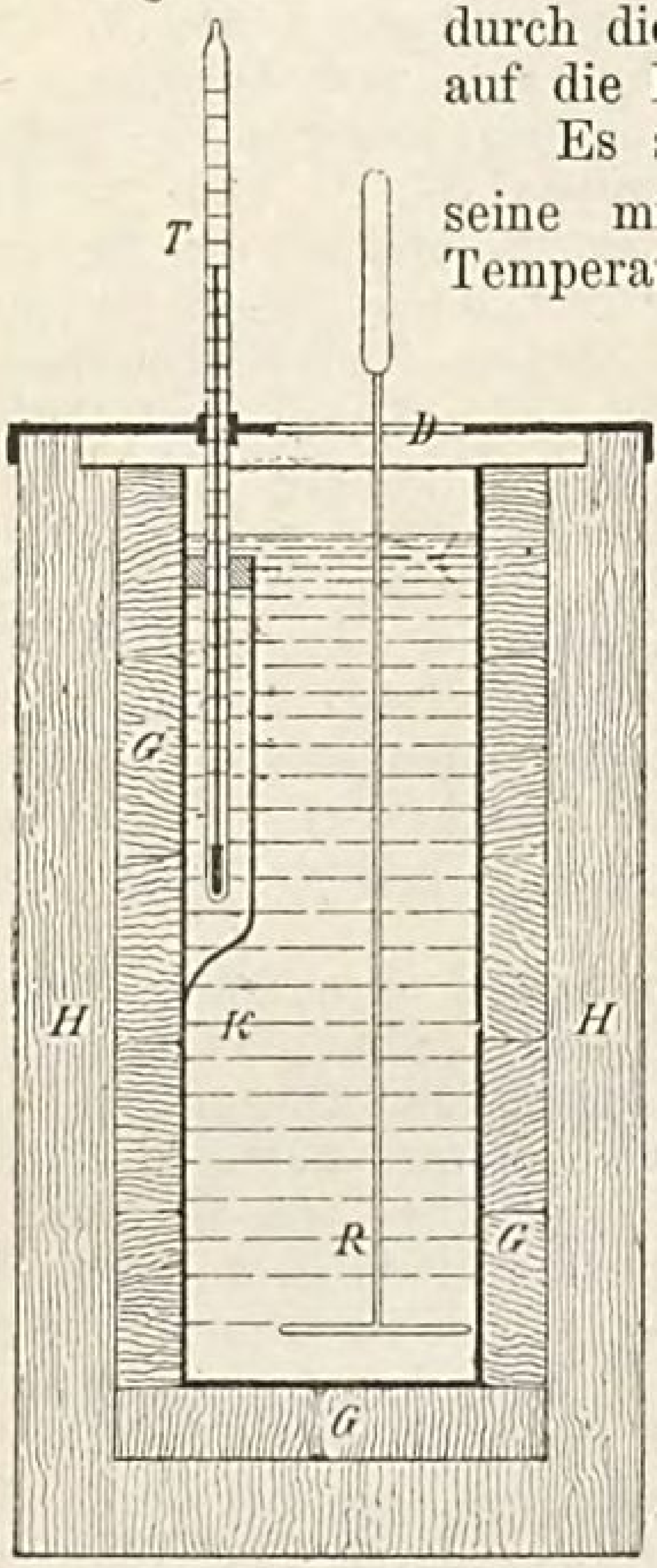
Das elektr. Pyrom. liefert sehr zuverlässige Werthe und ist auch in der Handhabung höchst einfach; nur hat es den Mangel, eintretenden Temperat.-Schwankungen nicht rasch folgen zu können.

d. Kalorimeter.

Bei Ermittelung hoher Temperat. durch das Kalorimeter wird ein kleiner Platin- oder Eisenkörper so lange der betr. Temperatur ausgesetzt bis er dieselbe durchweg angenommen hat, hierauf rasch in ein kupfernes mit Wasser gefülltes Gefäss geworfen, woselbst er bald seine Wärme an das Wasser abgiebt. Die hierdurch hervor gerufene Temperat.-Erhöhung = Δt wird mittels eines sehr empfindlichen Thermom. gemessen und aus derselben die vorherige Temperat. des Platin- oder

Eisenkörpers berechnet. In Fig. 784 bezeichnet K das Kupfergefäss, welches in einem Holzkasten H steht und durch eine Isolirschicht G aus Glaswolle gegen Abkühlung gut geschützt ist, T das Thermom., R einen Rührer. Die Platin- oder Eisenkörper, kleine mehrfach durchbohrte Zylinder, werden durch die Oeffnung D des Deckels eingeworfen und fallen stets auf die Platte des Rührers.

Fig. 784.



Es sei G das Gewicht des Platin- oder Eisenkörpers, c_m seine mittlere spezif. Wärme, t die zu berechnende hohe Temperat. desselben, W_1 das Gew. des Kühlwassers, W_k der Wasserwerth (S. 798) des Kupfergefässes nebst Rührer und Thermom., also $W = W_1 + W_k$ der Wasserwerth des ganzen Kalorimeters, t_a die Anfangs-Temperat. und t_e die End-Temperat. des Kühlwassers, so ist: $t = \frac{W}{c_m G}(t_e - t_a) + t_e$.

Wählt man zur Bestimmung von t einen Eisenkörper, so ist bei genauern Messungen zu berücksichtigen, dass die spezif. Wärme des Schmiedeeisens mit der Temperat. zunimmt; und zwar ist die mittlere spezif. Wärme c_m desselben für die Temperat.-Grenzen t und t_e nach Weinhold:

$$c_m = 0{,}105907 + 0{,}00003269\,(t + t_e) + 0{,}00000001108\,[t^2 + t_e^2 + (t + t_e)^2].\text{*)}$$

C. H. Schneider in Leipzig hat Tabellen berechnet,**) welche die Ermittelung von t sehr erleichtern, da mit Hilfe des Werthes:

$$c_m(t - t_e) = \frac{W}{G}(t_e - t_a)$$

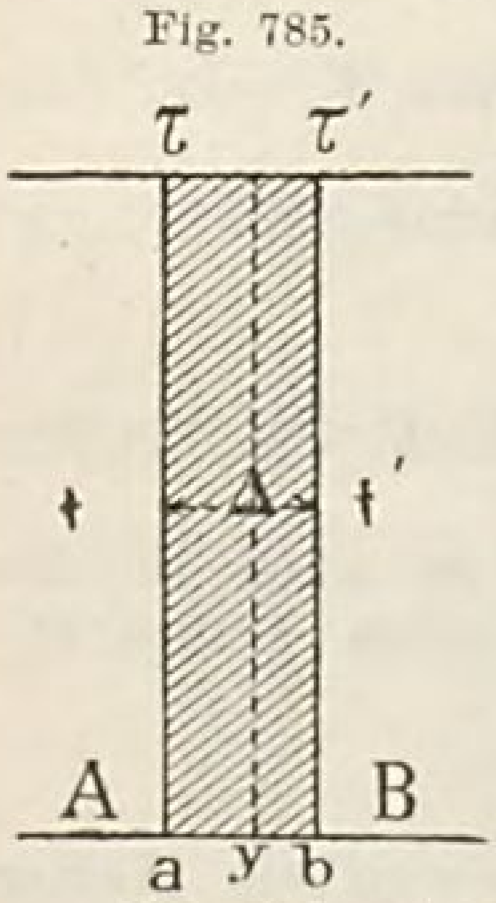
und t_e ein erster Näherungswerth von t abgelesen werden kann und eine weitere Interpolation der Tabellen den genauen Werth von t liefert.

VI. Wärmedurchgang.

a. Durch ebene feste Wände von überall gleicher Dicke.

Die Trennungswand der Räume A und B, Fig. 785, habe die Dicke Δ, im Raume A herrsche an allen Punkten die Temperat. t, im Raume B an allen Punkten die Temperat. t', so wird unter der Voraussetzung, dass $t > t'$ ist, Wärme von A nach B hin durch die feste Wand übergehen. Für den Beharrungszustand werden die Temperat. t und t', ebenso wie die Temperat. τ und τ' der Wandflächen a und b konstant sein und es wird in der Zeiteinh. durch die Wandfläche a vom Raume A her eine ebenso grosse Wärmemenge Q in die feste Wand eintreten, wie durch die Wandfläche b nach dem Raume B hin austritt, so dass durch jede parallel zu a und b innerhalb der festen Wand gelegte Schnittfläche y in der Zeiteinh. dieselbe oben erwähnte Wärmemenge Q in der Richtung von a nach b durchgeht. Aus Obigem folgt, dass allgemein: $t > \tau > \tau' > t'$ sein muss:

Fig. 785.



Hierbei ist die für die praktische Anwendung der nachstehenden theoret. Formeln durchaus zulässige Annahme gemacht, dass ein Wärmeübergang innerhalb der festen Wand in andrer Richtung, als von a nach b hin, nicht stattfindet.

Bezeichnet man die Grösse der einander gleichen ebenen Wandflächen mit F, so ist für den Eintritt der Wärmemenge Q vom Raum A in die Wandfläche a:

$$Q = \alpha F (t - \tau)$$

*) Zeitschr. d. Ver. deutscher Ingen. 1875, S. 15.

**) A. a. O. S. 74—86; im Auszuge in F. Fischer; Technologie der Brennstoffe, S. 60, 62 u. 63.

und für die Bewegung der Wärmemenge Q durch die feste Wand von der Fläche a bis zur Fläche b:
$$Q = \frac{\lambda}{\Delta} F(\tau - \tau')$$
endlich für den Austritt der Wärmemenge Q aus der Wandfläche b in den Raum B:
$$Q = \alpha' F(\tau' - t');$$
durch Vereinigung dieser 3 Gleichg. ergiebt sich:
$$Q = \frac{F(t - t')}{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'} + \frac{\Delta}{\lambda}} = kF(t - t'); \ (1) \ \text{wenn:} \ \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'} + \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{1}{k} \ (2) \ \text{gesetzt wird.}$$
k heisst der Wärmetransmissions-Koeffiz. der Wand; derselbe ist abhängig von dem Wärmeleitungs-Koeffiz. λ und den Wärmeübergangs-Koeffiz. α und α'.

Für die weiter unten angegebenen Zahlenwerthe von λ, α und α', bezw. k ist als Zeit-Einheit die Stunde angenommen, während Δ in $^{\mathrm{m}}$ und F in $^{\mathrm{qm}}$ in die Formeln einzusetzen sind.

Für die Temperat. τ und τ' der Wandflächen a und b ergiebt sich:
$$\tau = t - \frac{k}{\alpha}(t - t'); \ (4) \ \text{und:} \ \tau' = t' + \frac{k}{\alpha'}(t - t'). \ (3)$$
Ist Δ mehr oder weniger gross und λ klein, die Wand also nicht gut leitend, so wird τ nur wenig verschieden von t und τ' nur wenig verschieden von t' sein. Wird die Wärme abgebende Fläche von stark bewegter Luft berührt, wie dies bei dem Winde ausgesetzten Mauerflächen der Fall ist, so muss für praktische Rechnungen der Sicherheit wegen angenommen werden, dass $\tau' = t'$ wird, was nach Gleichg. (4) dem Werth $\alpha' = \infty$ entspricht*).

Ist die Wanddicke Δ klein und λ sehr gross, wie dies bei gut leitenden Metallwänden der Fall ist, so ist sehr angenähert: $\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'}$, also: $k = \frac{\alpha\alpha'}{\alpha + \alpha'}$, wobei: $\tau = \tau' = \frac{\alpha t + \alpha' t'}{\alpha + \alpha'}$, wonach für $\alpha = \alpha'$ wird: $\tau = \tau' = \frac{1}{2}(t + t')$. Ist hierbei ausserdem α' sehr gross, welcher Fall eintritt, wenn die Wandfläche b von einer stark bewegten tropfbaren Flüssigkeit berührt wird, z. B. von dem Wasserinhalt eines Dampfkessels, so wird nahezu: $k = \alpha$ und: $\tau = \tau' = t' + \frac{\alpha}{\alpha_1} t$, d. h. nur wenig grösser als t'.

Ist andrerseits α sehr gross, wie bei Dampfheizungs-Röhren oder Dampföfen der Fall, wo durch die Kondensation der Dampftheilchen eine sehr bedeutende Wärmemenge in der Zeiteinh. an die Innenwand übertragen wird, so ist nahezu:
$$k = \alpha' \ \text{und:} \ \tau' = \tau = t^{**}).$$
Ueber die Grösse der Koeffiz. λ, α und α' herrscht noch grosse Unsicherheit, besonders über diejenige von α und α'.

Péclet giebt für den Wärmeleitungs-Koeffiz. λ auf Grund seiner Versuche und derjenigen von Despretz folgende Werthe an***).

	λ		λ		λ
Kupfer	69	Glas	0,75—0,88	Quarzsand	0,27
Eisen	28	Gebrannter Thon	0,5 —0,7	Kokspulver	0,16
Zink	28	Gipsmörtel (Stuck)	0,4 —0,63	Ziegelpulver, fein	0,16
Zinn	23	Eichenholz, senkrecht zu den Fasern	0,21	Ziegel, grob zerstossene	0,14
Blei	14	Tannenholz, parallel zu den Fasern	0,17	Kreidepulver	0,09
Gasretorten-Graphit	5	Tannenholz, senkrecht zu den Fasern	0,10	Holzasche	0,06
Grauer Marmor, feinkörnig	3,48	Kork	0,14	Wolle, Baumwolle; Flaum, (im Mittel)	0,04
Weisser Marmor, grobkörnig	2,78	Kautschuk und Guttapercha	0,17	Leinwand	0,04
Feinkörniger Kalkstein	1,7—2,1			Papier	0,04
Grobkörniger Baustein	1,3			Stagnirende Luft	0,04

*) Paul. A. a. A. S. 186 und 187.
**) Grashof. A. a. O. Bd. I., S. 935—938.
***) Péclet. A. a. O. Bd. I., S. 391, 406—407.

Neuere Versuche von Wiedemann und Franz, von Forbes, von F. Neumann, von Angström, von H. Weber, von Kirchhoff und Hansemann und von Lorenz haben ergeben, dass die innere Wärmeleitungs-Fähigkeit der Metalle wesentlich grösser ist, als die Péclet'sche Zahlen angeben, dass ferner geringe physikal. Verschiedenheiten die Wärmeleitungsfähigk. eines und desselben Körpers wesentlich beeinflussen, und dass sich die Wärmeleitungsfähigk. mit der Temperat. ändert, und zwar bei einigen Metallen mit wachsender Temperat. zunimmt, bei andern abnimmt.*)

Relative Wärmeleitungs-Fähigkeit einiger Metalle (nach Wiedemann und Franz).

Silber	1000	Messing	231	Platin	84
Kupfer	736	Zinn	145	Neusilber	63
Gold	532	Eisen	119	Wismuth	18
Zink	278	Blei	85		

Folgende Tabelle giebt die Werthe von λ, bezogen auf die oben genannten Zeit- und Maasseinh., nach den Untersuchungen von Lorenz für 0° und 100° (λ_0 und λ_{100}), von Kirchhof und Hansemann für 0° (λ_0) und von Weber ebenfalls für 0° (λ_0).**)

	Nach Lorenz λ_0	Nach Lorenz λ_{100}	Nach Kirchhoff u. Hansemann λ_0	Nach Weber λ_0		Nach Lorenz λ_0	Nach Lorenz λ_{100}	Nach Kirchhoff u. Hansemann λ_0	Nach Weber λ_0
Kupfer	259	260	148	295	Blei	30	27,5	32	26
Messing (roth)	89	102	—	—	Neusilber	25	32	—	—
Messing (gelb)	73,5	91,5	—	54	Antimon	16	14,3	—	—
Eisen	60	58,6	53	—	Wismuth	6,4	6	—	4
Zinn	55	51	58	52	Zink	—	—	92	110

Wie ersichtlich, zeigen die Zahlen der letzten Tabelle weder eine befriedigende Uebereinstimmung unter einander, noch die aus denselben gebildeten Verhältnisse eine solche mit den Zahlen der vorher gehenden Tabelle. —

Der Eintritt der Wärme in eine feste Wand, ebenso wie ihr Austritt aus derselben kann zum Theil durch Berührung, zum Theil durch Strahlung vermittelt werden. Die durch Berührung übertragene Wärmemenge ist abhängig von der Art der die Wand berührenden Flüssigkeit und von der Schnelligkeit, mit welcher die Flüssigkeits-Theilchen, nachdem sie Wärme an die Wand abgegeben oder von ihr aufgenommen haben, durch andere Theilchen zur Wiederholung desselben Vorganges an der Wandfläche ersetzt werden. Die durch Strahlung übertragene Wärmemenge dagegen ist, ausser von der Art der die Wand berührenden Flüssigkeit, wesentlich von der Oberflächen-Beschaffenheit der Wand abhängig.***)

Hiernach werden also die Werthe der Koeffiz. α und α' im allgem. von den oben erwähnten Umständen abhängig sein und es erhellt hieraus, das die hierunter angeführten Werthe von α und α' einen erheblichen Grad von Zuverlässigkeit nicht beanspruchen können.

Für den Eintritt der Wärme aus gesättigtem Wasserdampf in eine reine Metallwand kann $\alpha = 5000$, für den Austritt der Wärme aus einer reinen Metallwand in siedendes Wasser kann ebenfalls $\alpha' = 5000$ angenommen werden; für den Uebergang der Wärme aus heissem (nicht siedendem) Wasser in eine reine Metallwand oder umgekehrt: $\alpha = \alpha' = 400 + 10\,(t - \tau)$, unter $(t - \tau)$ die Differenz zwischen der Temperat. des Wassers und derjenigen der von demselben berührten Wandoberfläche verstanden****).

Nach Versuchen von Dulong und Petit ist die Wärmemenge Q_1, welche aus einer festen Wand von der Oberflächen-Temperat. τ' in Luft von der Temperat. t' pro 1 Stunde und pro 1 qm Oberfläche austritt, wenn gleichzeitig einer zweiten festen Wand von der Oberflächen-Temperat. τ'' Wärme zugestrahlt wird:

$$Q_1 = 0{,}55\,b\,(\tau' - t')^{1{,}233} + 125\,s\,(1{,}0077^{\tau'} - 1{,}0077^{\tau''})$$

*) Wüllner. A. a. O. 4. Aufl., Bd. III, S. 286 — 309.

**) Wüllner. A. a. O. S. 309.

***) Grashof. A. a. O. Bd. I. S. 939.

****) Grashof. A. a. O. S. 940—942.

folglich: $\alpha' = 0{,}55\, b\, (\tau' - t')^{0{,}233} + 125\, s\, \frac{1{,}0077^{\tau'} - 1{,}0077^{\tau''}}{\tau' - t'}$.

Zur Erleichterung der Berechnung von α' dient folgende Tabelle*).

t	$1{,}0077^t$	$t^{0{,}233}$	t	$1{,}0077^t$	$t^{0{,}233}$	t	$1{,}0077^t$	$t^{0{,}233}$	t	$1{,}0077^t$	$t^{0{,}233}$
10	1,080	1,710	60	1,584	2,596	110	2,325	2,990	160	3,412	3,263
20	1,165	2,010	70	1,711	2,691	120	2,510	3,051	170	3,684	3,309
30	1,259	2,209	80	1,847	2,776	130	2,711	3,108	180	3,978	3,353
40	1,359	2,362	90	1,994	2,853	140	2,927	3,163	190	4,295	3,396
50	1,467	2,488	100	2,153	2,924	150	3,160	3,214	200	4,637	3,437

Der Koeffiz. b, welchem die durch Berührung übertragene Wärmemenge proportional ist, liegt nach Angaben von Valérius zwischen 3 und 6; und zwar kann im Mittel $b = 4$ für eingeschlossene Luft, $b = 5$ bis 6 für freie Luft gesetzt werden. Der von der Beschaffenheit der Oberfläche wesentlich abhängige Strahlungskoeffiz. s ist nach Péclet**):

	s		s		s
Kupfer	0,16	Neues Gusseisen	3,17	Seidenzeug	3,71
Zinn	0,22	gerostetes Gusseisen	3,36	Oelanstrich	3,71
Zink	0,24	Kohlenstaub	3,42	Papier (Tapete)	3,77
Messing, polirt	0,26	Sägespähne	3,53	Russ	4,01
Eisenblech, polirt	0,45	Holz, Gips, Bausteine	3,60	Wasser	5,31
gewöhnliches Eisenblech	2,77	Feiner Sand	3,62	Oel	7,24
gerostetes Eisenblech	3,36	Baumwollenzeug	3,65		
Glas	2,91	Wollenzeug	3,68		

Für Temperat.-Differenzen bis etwa 60° kann, nach Péclet, die von Dulong und Petit aufgestellte Gleichg. ersetzt werden durch: $Q_1 = \beta(\tau' - t') + \sigma(\tau' - \tau'')$, wenn: $\beta = b\,[1 + 0{,}0075\,(\tau' - t')]$ und $\sigma = s\,(0{,}9556 + 0{,}0037\,\tau'')\,[1 + 0{,}0056\,(\tau' - \tau'')]$, oder noch einfacher: $\sigma = s\,[1 + 0{,}0056\,(\tau' - \tau'')]$.

In den Fällen der praktischen Anwendung dieser Gleichg. ist meist entweder: $\tau'' = t'$ oder $\tau'' = \tau'$. Für $\tau'' = t'$ wird: $\alpha' = \beta + \sigma = b + s + \frac{75\, b + 56\, s}{10000}\,(\tau' - t')$.

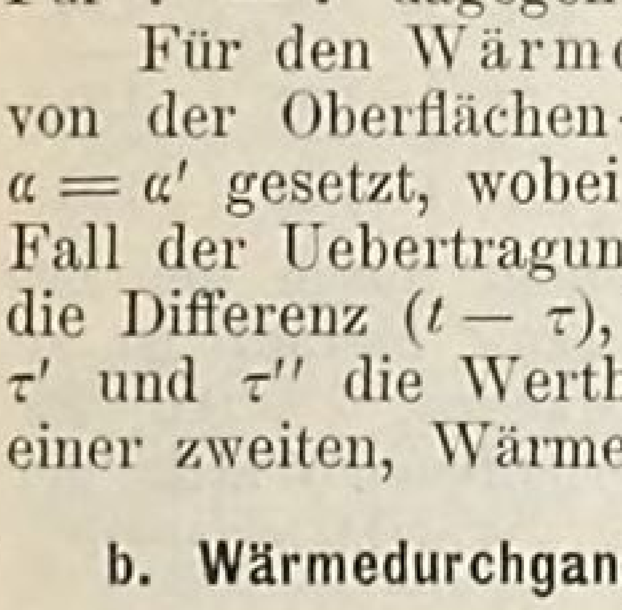
Für $\tau'' = \tau'$ dagegen wird: $\alpha' = \beta = b\,[1 + 0{,}0075\,(\tau' - t')]$.***)

Für den Wärme-Eintritt aus Luft von der Temperat. t in eine feste Wand von der Oberflächen-Temperat. τ wird, in Ermangelung spezieller Erfahrungen, $\alpha = \alpha'$ gesetzt, wobei in den zur Bestimmung von α' dienenden Gleichgn. für den Fall der Uebertragung der Wärme durch Berührung statt der Differenz $(\tau' - t')$ die Differenz $(t - \tau)$, und für den Fall der Wärme-Einstrahlung statt der Werthe τ' und τ'' die Werthe τ_0 und τ einzutragen sind, unter τ_0 die höhere Temperat. einer zweiten, Wärmestrahlen aussendenden Fläche verstanden.

b. Wärmedurchgang durch eine aus n Schichten von ungleicher Beschaffenheit zusammen gesetzte ebene Wand.

Besteht die Trennungswand der Räume A und B, Fig. 786, in welchen die Temperat. t bezw. t' herrschen, aus mehreren, z. B. 5 Schichten von den Dicken Δ_1, Δ_2, Δ_3, Δ_4 und Δ_5, deren Wärmeleitungskoeffiz. λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 und λ_5 sein mögen, während die Wärmeübergangskoeffiz. für die Endflächen a und b wiederum $= \alpha$ und α', dagegen für die zwischenliegenden Berührungsflächen der einzelnen Schichten $= \alpha_1$, α_2, α_3 und α_4 gesetzt werden sollen, so ist die pro 1 Stunde von A nach B übertragene Wärmemenge: $Q = k\, F\, (t - t')$, (5)

Fig. 786.



wobei: $$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'} + \left(\frac{\Delta_1}{\lambda_1} + \frac{\Delta_2}{\lambda_2} + \frac{\Delta_3}{\lambda_3} + \frac{\Delta_4}{\lambda_4} + \frac{\Delta_5}{\lambda_5}\right) + \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_3} + \frac{1}{\alpha_4}\right). \quad (6)$$

Ist n die Anzahl der einzelnen Schichten und der Wärme-

*) Grashof. A. a. O. S. 943.
**) Péclet. A. a. O. Bd. I., S. 373 und 374.
***) Grashof. A. a. O. S. 943 und 944.

übergangskoeffiz. zwischen je 2 Schichten allgmein $= \alpha_x$, so wird:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'} + \sum_1^n \left(\frac{\Delta}{\lambda}\right) + \sum_1^{n-1} \left(\frac{1}{\alpha_x}\right). \qquad (6a)$$

Es ist hierbei der Fall mit einbegriffen, dass eine oder mehrere der *n* Schichten durch eine von festen Wänden eingeschlossene Luftschicht gebildet wird.

α. Wärmedurchgang durch Mauern.

Für Backstein-Mauerwerk ist: $\lambda = 0{,}7$.

Bei Zwischen- (Scheide-) Mauern wird: $\alpha = \alpha' = 4 + 3{,}8 + 0{,}2 = 8$.

Bei Aussenmauern: $\alpha = 8$ und: $\alpha' = 6 + 3{,}6 + 0{,}4 = 10$, und wenn letztere von starkem Wind bestrichen werden, $\alpha' = \infty$.

Für Bruchstein-Mauerwerk ist: $\lambda = 1{,}3$, 1,7 bis 2,1 je nach der Dichtheit der angewendeten Steingattung.

Tabelle I. Wärmetransmissions-Koeffizienten k_m (für Mauern).

Mauerstärke Δ	Backst.-Mauerw. ($\lambda = 0{,}7$)			Bruchstein-Mauerwerk (Aussenmauern)					
				$\lambda = 1{,}3$; $\alpha = 8$		$\lambda = 1{,}7$; $\alpha = 8$		$\lambda = 2{,}1$; $\alpha = 8$	
	Zwischenmauern. $\alpha = \alpha' = 8$	Aussenm. $\alpha = 8$; $\alpha' = 10$	Aussenm. bei starkem Wind $\alpha = 8$; $\alpha' = \infty$	bei Windstille $\alpha' = 10$	bei starkem Wind $\alpha' = \infty$	bei Windstille $\alpha' = 10$	bei starkem Wind $\alpha' = \infty$	bei Windstille $\alpha' = 10$	bei starkem Wind $\alpha' = \infty$
m	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*k*
0,10	2,54	2,72	3,73	—	—	—	—	—	—
0,15	2,16	2,28	2,95	—	—	—	—	—	—
0,20	1,87	1,96	2,43	—	—	—	—	—	—
0,25	1,65	1,72	2,08	—	—	—	—	—	—
0,30	1,47	1,53	1,81	2,19	2,81	2,49	3,32	2,72	3,73
0,35	1,33	1,38	1,60	—	—	—	—	—	—
0,40	1,22	1,26	1,44	1,88	2,31	2,17	2,78	2,40	3,16
0,45	1,12	1,15	1,30	—	—	—	—	—	—
0,50	1,04	1,06	1,19	1,64	1,96	1,93	2,39	2,16	2,75
0,55	0,97	0,99	1,10	—	—	—	—	—	—
0,60	0,91	0,93	1,02	1,46	1,70	1,73	2,09	1,96	2,43
0,65	0,85	0,87	0,95	—	—	—	—	—	—
0,70	0,80	0,82	0,89	1,31	1,51	1,57	1,86	1,79	2,18
0,75	0,76	0,77	0,84	—	—	—	—	—	—
0,80	0,72	0,73	0,79	1,19	1,35	1,44	1,68	1,65	1,98
0,85	0,68	0,69	0,75	—	—	—	—	—	—
0,90	0,65	0,66	0,71	1,09	1,22	1,33	1,53	1,53	1,81
0,95	0,62	0,63	0,68	—	—	—	—	—	—
1,00	0,60	0,61	0,65	1,01	1,12	1,23	1,40	1,43	1,66

Der Grad der Zuverlässigkeit obiger k_m-Werthe ist bedingt durch die Zuverlässigkeit der gewählten Werthe für α, α' und λ. In Bezug hierauf ist zu erwähnen, dass z. B. Grashof $\alpha = \alpha' = 10$, für Backstein-Mauerw. $\lambda = 0{,}6$, für Bruchstein-Mauerw. $\lambda = 0{,}8$, 1,2 und 1,6 setzt und die hiermit erhaltenen Werthe der Sicherh. halber noch um 10% vergrössert, wodurch sich folgende k_m-Werthe ergeben*):

Tabelle II.

Mauerstärke Δ m	Backsteinmauer $\lambda = 0{,}6$	Bruchsteinmauer $\lambda = 0{,}8$	Bruchsteinmauer $\lambda = 1{,}2$	Bruchsteinmauer $\lambda = 1{,}6$	Mauerstärke Δ m	Backsteinmauer $\lambda = 0{,}6$	Bruchsteinmauer $\lambda = 0{,}8$	Bruchsteinmauer $\lambda = 1{,}2$	Bruchsteinmauer $\lambda = 1{,}6$
0,3	1,57	1,91	2,44	2,84	0,7	0,80	1,02	1,40	1,73
0,4	1,27	1,57	2,06	2,44	0,8	0,72	0,91	1,27	1,57
0,5	1,07	1,33	1,78	2,15	0,9	0,65	0,82	1,16	1,26
0,6	0,91	1,15	1,57	1,91					

H. Fischer**) setzt: $\alpha = 8{,}3$, $\alpha' = 10{,}25$, für Backst.-Mauern $\lambda = 0{,}7$ und für Bruchst.-Mauern $\lambda = 1{,}6$. Hiermit berechnen sich nachstehende Werthe von k_m.

Tabelle III.

Mauerstärke Δ m	Aussenmauern Backsteinmauer	Aussenmauern Bruchsteinmauer	Zwischenmauern Backsteinmauer	Zwischenmauern Bruchsteinmauer
0,14	2,31	—	2,20	—
0,27	1,66	—	1,62	2,14
0,30	—	2,45	—	—
0,40	1,27	2,12	1,23	1,74
0,50	—	1,87	—	—

Mauerstärke Δ m	Aussenmauern Backsteinmauer	Aussenmauern Bruchsteinmauer	Zwischenmauern Backsteinmauer	Zwischenmauern Bruchsteinmauer
0,53	1,03	—	—	—
0,60	—	1,68	—	—
0,66	0,86	—	—	—
0,70	—	1,52	—	—
0,79	0,74	—	—	—

Mauerstärke Δ m	Aussenmauern Backsteinmauer	Aussenmauern Bruchsteinmauer	Zwischenmauern Backsteinmauer	Zwischenmauern Bruchsteinmauer
0,80	—	1,39	—	—
0,90	—	1,28	—	—
0,92	0,66	—	—	—
1,00	—	1,18	—	—
1,05	0,59	—	—	—

*) Redtenbacher-Grashof. Resultate für den Maschinenbau. 6. Aufl., S. 210.

**) Handb. d. Archit. Theil III, Bd. 4, S. 51 u. 65.

Paul nimmt für Backst.-Mauerwerk $\lambda = 0{,}63$ und setzt: $\alpha = 2{,}13 + 3{,}6 = 5{,}73$, bezw.: $\alpha = 2{,}13 + 3{,}77 = 5{,}9$, je nachdem die innere Wandfläche ohne oder mit Tapeten-Bekleidung versehen ist, und: $\alpha' = 3{,}78 + 3{,}71 = 7{,}49$ bezw.: $\alpha' = 3{,}78 + 3{,}6 = 7{,}38$, je nachdem die äussere Wandfläche einen Oelfarben-Anstrich trägt oder nicht.*)

Mittels dieser Werthe sind sehr ausführliche Tabellen berechnet und zwar ohne und mit Rücksicht auf die Luftdurchlässigkeit der Mauern.**)

Beispiel. Die Wärmemenge Q_1, welche pro 1 Stunde und pro 1 qm ($F = 1$) durch eine $1\frac{1}{2}$ Stein starke Gebäudemauer mit beiderseitigem Mörtelverputz, wofür $\Delta = 0{,}42$, bei einer Innentemperat. $t = +20^0$ und einer Aussentemperat. $t' = -15^0$ bei mässiger Luftbewegung geht, ist: $Q_1 = k \cdot 1 \cdot 35$. Nach Tab. I, Kol. b. ergiebt sich durch Interpolation $k = 1{,}22$, folglich wird: $Q_1 = 1{,}22 \cdot 35 = 43$ W. E.

β. Wärmedurchgang durch Hohl-Mauern und Mauern mit Isolirschicht.

Besteht die Mauer aus zwei parallelen Schichten von den Dicken Δ_1 und Δ_3, welche durch eine Luftschicht von der Dicke Δ_2 getrennt sind, so ist ihr Wärmetransmissionskoeffiz. k'_m aus Gleichg. (6) zu berechnen, wobei zu beachten, dass $\lambda_1 = \lambda_3 = 0{,}7$, da diese Schichten aus demselben Material (Backst.-Mauer) bestehen, und dass der Sicherheit halber, wegen der Bewegung der Lufttheilchen in der vertikalen Luftschicht, $\lambda_2 = \infty$ zu setzen, d. h. der Widerstand, welchen die Luftschicht der Wärmeleitung entgegen setzt, zu vernachlässigen ist. Ferner wird, wie oben, für Aussenmauern: $\alpha = 8$, $\alpha' = 10$, dagegen $\alpha_1 = \alpha_2 = 8$ zu setzen sein, folglich: $\frac{1}{k'_m} = \frac{3}{8} + \frac{1}{10} + \frac{\Delta_1 + \Delta_3}{0{,}7} = 0{,}475 + \frac{\Delta_1 + \Delta_3}{0{,}7}$, bezw. bei starkem gegen die Aussenwand wehendem Winde mit $\alpha' = \infty$, $\frac{1}{k'_m} = 0{,}375 + \frac{\Delta_1 + \Delta_3}{0{,}7}$.

Besteht z. B. jede Schicht aus 1 Ziegelstein mit äusserm Mörtelverputz, ist also $\Delta_1 = \Delta_3 = 0{,}27$ m und beträgt die Dicke der Luftschicht $\Delta_2 = 0{,}14$ m, so wird: $k'_m = 0{,}8$ bezw. $k'_m = 0{,}87$.

Bei einer massiven Mauer von der Stärke $\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 = 0{,}68$ m würde laut Tab. I.: $k_m = 0{,}84$ bezw. $k_m = 0{,}91$ sein.

Wäre dagegen der Zwischenraum mit Kokepulver, für welches $\lambda_2 = 0{,}16$, ausgefüllt, so würde mit denselben Werthen für α:

$\frac{1}{k''_m} = 0{,}475 + \frac{\Delta_1 + \Delta_3}{0{,}7} + \frac{\Delta_2}{0{,}16}$, also: $k''_m = 0{,}47$, bezw. $\frac{1}{k''_m} = 0{,}375 + \frac{\Delta_1 + \Delta_3}{0{,}7} + \frac{\Delta_2}{0{,}16}$, also: $k''_m = 0{,}50$ ausfallen, sofern Δ_1, Δ_2 und Δ_3 die oben genannten Werthe besitzen.

γ. Wärmedurchgang durch Holzwände.

Für Eichenholz ist $\lambda = 0{,}21$, für Tannenholz $\lambda = 0{,}1$. Bei Oelfarben-Anstrich auf beiden Wandflächen: $\alpha = \alpha' = 4 + 3{,}7 + 0{,}3 = 8$, wenn zu beiden Seiten der Wand sich geschlossene Räume befinden; dagegen: $\alpha = 8$, $\alpha' = 6 + 3{,}7 + 0{,}6 = 10{,}3$, wenn die eine Seite von freier Luft berührt wird und $\alpha' = \infty$, wenn die Luft stark bewegt ist; hiermit ergeben sich folgende Werthe für k_h:

Stärke der Holzwand (Thür) qm	Eichenholz; $\lambda = 0{,}21$			Tannenholz; $\lambda = 0{,}10$		
	$\alpha = \alpha' = 8$	$\alpha = 8;\ \alpha' = 10{,}3$	$\alpha = 8;\ \alpha' = \infty$	$\alpha = \alpha' = 8$	$\alpha = 8;\ \alpha' = 10{,}3$	$\alpha = 8;\ \alpha' = \infty$
0,020	2,90	3,15	4,55	2,22	2,37	3,08
0,030	2,55	2,74	3,73	1,82	1,92	2,35
0,040	2,27	2,43	3,17	1,54	1,61	1,90
0,050	2,05	2,17	2,75	1,33	1,39	1,60
0,060	1,87	1,97	2,43	1,18	1,22	1,38

Bei doppelten Holzwänden (Doppelthüren) mit zwischen liegender Luftschicht ist k'_h in ganz ähnlicher Weise zu berechnen, wie k'_m bei hohlen Mauern.

Ist z. B. die mittlere Dicke jeder Thür $\Delta_1 = \Delta_3 = 0{,}030$ und grenzt die äussere Thürfläche an freie Luft, so wird bei Thüren aus Tannenholz:

$$\frac{1}{k'_h} = \frac{3}{8} = \frac{1}{10{,}3} + \frac{\Delta_1 + \Delta_3}{0{,}10} = 0{,}472 + \frac{0{,}06}{0{,}10} = 1{,}072, \text{ mithin } k'_h = 0{,}93$$

und wenn die äussere Thürfläche starker Windströmung ausgesetzt ist:

$$\frac{1}{k'_h} = 0{,}375 + \frac{0{,}06}{0{,}10} = 0{,}975, \text{ folglich: } k'_h = 1{,}03.$$

*) Paul. A. a. O. S. 181 und 182.
**) Derselbe. A. a. O. S. 730—733.

δ. Wärmedurchgang durch Zwischendecken.

1. In der Richtung von unten nach oben.

a. Es befinde sich unterhalb der Balken der durch Pliesterlatten gehaltene Stuck, oberhalb der Fussbodenbelag aus Tannenholz; der Zwischenraum zwischen den Balken sei frei, Fig. 787. Wegen des raschen Ersatzes der an der Decke abgekühlten Lufttheilchen durch wärmere und der starken Bewegung der zwischen Stuck und oberm Fussbodenbelag befindlichen Luftschicht, wird sowohl die Wärmeaufnahme, als auch die Wärmeabgabe der 4 in Betracht kommenden Flächen ziemlich bedeutend sein, weshalb: $\alpha = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha' = 10$ gesetzt werden soll. Für den Wärmeleitungskoeffiz. der Stuckdecke soll, mit Rücksicht auf die Pliesterlatten, $\lambda_1 = 0{,}5$ gesetzt werden, während für Tannenholz $\lambda_3 = 0{,}1$ ist. Hiernach ergiebt sich für die Flächen zwischen den Balken, wenn $\Delta_1 = 0{,}040$, $\Delta_3 = 0{,}030$

$$\frac{1}{k} = \frac{4}{10} + \frac{0{,}04}{0{,}50} + \frac{0{,}03}{0{,}10} = 0{,}78, \text{ mithin: } k = 1{,}28$$

und für die durch die Balken gedeckten Flächen, wenn die Balkenhöhe $\Delta_2 = 0{,}200$ und die α-Werthe wie oben $= 10$ angenommen werden:

$$\frac{1}{k} = \frac{4}{10} + \frac{0{,}04}{0{,}50} + \frac{0{,}23}{0{,}10} = 2{,}78, \text{ folglich: } k = 0{,}36;$$

Fig. 787.

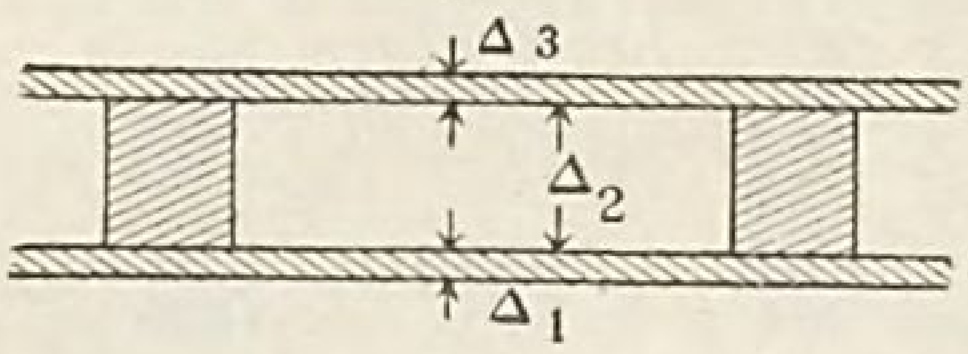
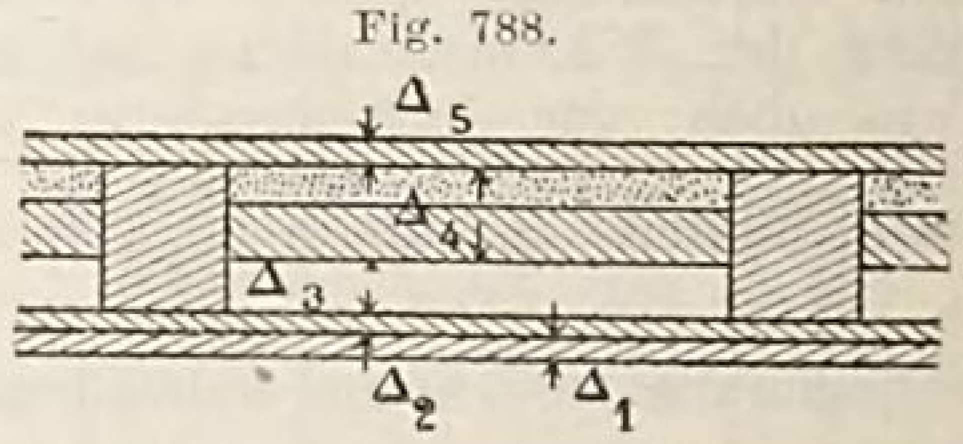


Fig. 788.



Da nun durchschnittlich die erst genannte Fläche 80%, die letzt genannte 20% der ganzen Deckenfläche umfasst, so ergiebt sich für derartig konstruirte Decken ein mittlerer Wärmetransmissionskoeffiz.:

$$k_d = 0{,}8 \,.\, 1{,}28 + 0{,}2 \,.\, 0{,}36 = 1{,}09 \text{ oder abgerdt.: } 1{,}10.$$

b. Bei der Deckenkonstruktion, Fig. 788, sei Δ_1 die Dicke des Gipsputzes, Δ_2 diejenige der unter die Balken genagelten Bretterschalung, Δ_3 die Luftschicht, Δ_4 Gesammtdicke der Wellerung nebst aufgetragener Fülllage, Δ_5 Dicke des Fussbodenbelags. Aus den oben angegebenen Gründen wird auch hier: $\alpha = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha' = 10$ zu setzen sein, ferner:

$$\lambda_1 = 0{,}6;\ \lambda_2 = 0{,}1;\ \lambda_3 = \infty;\ \lambda_4 = 0{,}2\ \lambda_5 = 0{,}1.$$

Wird nun $\Delta_1 = 0{,}020$, $\Delta_2 = 0{,}020$, $\Delta_3 = 0{,}050$; $\Delta_4 = 0{,}150$ und $\Delta_5 = 0{,}030$ gesetzt, so ergiebt sich für die Flächen zwischen den Balken

$$\frac{1}{k} = \frac{6}{10} + \frac{0{,}02}{0{,}60} + \frac{0{,}02}{0{,}10} + \frac{0{,}15}{0{,}20} + \frac{0{,}03}{0{,}10} = 1{,}883, \text{ folglich: } k = 0{,}53$$

und für die durch die Balken gedeckten Flächen, bei welchen:

$$\alpha = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha' = 10 \text{ und:}$$

$(\Delta_3 + \Delta_4)$ durch die Balkenhöhe $= 0{,}200$ ersetzt wird,

$$\frac{1}{k} = \frac{5}{10} + \frac{0{,}02}{0{,}60} + \frac{0{,}02}{0{,}10} + \frac{0{,}20}{0{,}10} + \frac{0{,}03}{0{,}10} = 3{,}033, \text{ folglich: } k = 0{,}33;$$

mithin analog, wie oben, der mittlere Wärmetransmissionskoeffiz.:

$$k_d = 0{,}8 \,.\, 0{,}53 + 0{,}2 \,.\, 0{,}33 = 0{,}49 \text{ oder abgerdt.: } 0{,}50.$$

2. In der Richtung von oben nach unten.

Während die λ-Werthe der festen Theile dieselbe Grösse wie vorher behalten, dürfen die α-Werthe kleiner angenommen werden; und zwar wird es angemessen sein: $\alpha = \alpha_1 = \alpha_2 \ldots\ldots = \alpha' = 8$ zu setzen.

a. Bei der Deckenkonstruktion, Fig. 787, kann nicht voraus gesetzt werden, dass die eingeschlossene Luftschicht in vollkommenem Ruhezustande sich befindet, weshalb der Sicherheit wegen $\lambda_2 = 0{,}40$ angenommen werden möge; hiermit wird für die Balkenfelder-Flächen:

$$\frac{1}{k} = \frac{4}{8} + \frac{0{,}03}{0{,}10} + \frac{0{,}20}{0{,}40} + \frac{0{,}04}{0{,}50} = 1{,}38, \text{ mithin: } k = 0{,}72$$

und für die durch die Balken gedeckten Flächen:

$$\frac{1}{k} = \frac{4}{8} + \frac{0,03}{0,10} + \frac{0,20}{0,10} + \frac{0,04}{0,50} = 2,88, \text{ mithin: } k = 0,35,$$

folglich wird, analog wie oben, der mittlere Wärmetransmississionskoeffiz.

$$k = 0,8 \,.\, 0,72 + 0,2 \,.\, 0,35 = 0,65.$$

b. Die Konstruktion, Fig. 788, bietet eher die Gewähr dafür, dass die eingeschlossene Luftschicht sich in völligem Ruhezustande befindet, weshalb hier $\lambda_3 = 0,04$ gesetzt werden darf. Dadurch erhält man für die Balkenfelder-Flächen:

$$\frac{1}{k} = \frac{6}{8} + \frac{0,03}{0,10} + \frac{0,15}{0,20} + \frac{0,05}{0,04} + \frac{0,02}{0,10} + \frac{0,02}{0,60} = 2,608, \text{ mithin: } k = 0,38$$

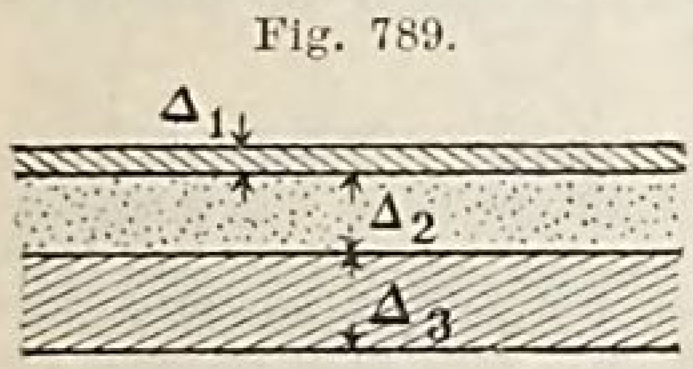
und für die von den Balken gedeckten Flächen:

$$\frac{1}{k} = \frac{5}{8} + \frac{0,03}{0,10} + \frac{0,20}{0,10} + \frac{0,02}{0,10} + \frac{0,02}{0,60} = 3,158, \text{ mithin: } k = 0,32,$$

folglich als mittleren Transmissionskoeffiz.: $k = 0,8 \,.\, 0,38 + 0,2 \,.\, 0,32 = 0,37$.

Besteht die horizontale Trennungswand der Räume aus dem Fussbodenbelag $\varDelta_1$, einer Fülllage $\varDelta_2$ und Backstein-Untermauerung $\varDelta_3$, etwa ein flaches Kellergewölbe, Fig. 789, so wird: $\alpha = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha' = 8$, ferner: $\lambda_1 = 0,10$, $\lambda_2 = 0,20$, $\lambda_3 = 0,07$ anzunehmen sein, folglich wird, wenn $\varDelta_1 = 0,030$, $\varDelta_2 = 0,100$, und $\varDelta_3 = 0,125$,

Fig. 789.

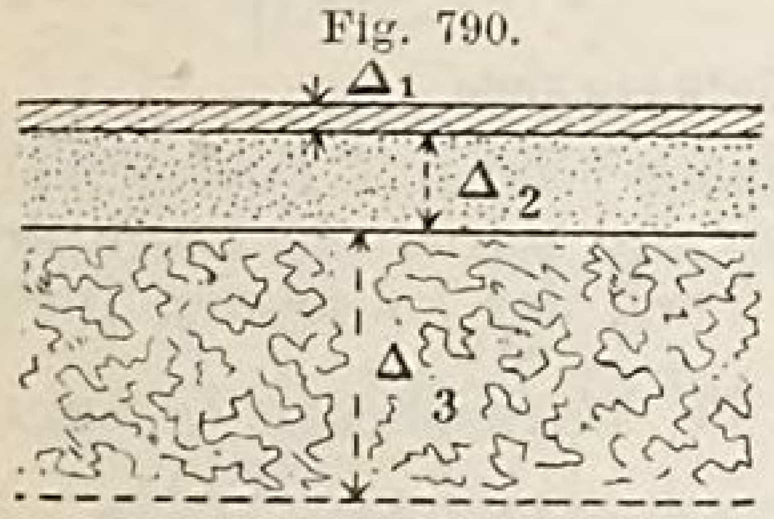


$$\frac{1}{k_f} = \frac{4}{8} + \frac{0,03}{0,10} + \frac{0,10}{0,20} + \frac{0,125}{0,70} = 1,48, \text{ mithin:}$$

$$k_f = 0,68 \text{ oder abger. } 0,70.$$

Der Wärmetransmissionskoeffiz. für einen nicht unterkellerten Fussboden, Fig. 790, kann in folgender Weise berechnet werden.*)

Fig. 790.



Es sei $\varDelta_1$ die Dicke des Holzbelags, $\varDelta_2$ diejenige der Fülllage und $\varDelta_3$ die Dicke einer Sand- oder Erdschicht, an deren unterer Begrenzung eine konstante Temperat. besteht, so wird:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'} + \frac{\varDelta_1}{\lambda_1} + \frac{\varDelta_2}{\lambda_2} + \frac{\varDelta_3}{\lambda_3}$$

gesetzt werden dürfen, sofern ein Temperat.-Unterschied zwischen der Grundfläche der Fülllage und der Oberfläche der Sand- oder Erdschicht nicht angenommen wird. Setzt man nun:

$$\alpha = \alpha_1 = 8; \; \lambda_1 = 0,1; \; \lambda_2 = 0,2; \; \lambda_3 = 4,$$

ferner: $\varDelta_1 = 0,030$; $\varDelta_2 = 0,150$ und $\varDelta_3 = 0,600$,

so wird: $\dfrac{1}{k_f'} = \dfrac{2}{8} + \dfrac{0,03}{0,10} + \dfrac{0,15}{0,20} + \dfrac{0,60}{4} = 1,45$, also: $k_f' = 0,69$ abger. $= 0,70$.

Beispiel. Die Decke bezw. der Fussboden eines Wohnzimmers habe einen Flächeninhalt $F = 35^{\text{qm}}$, so wird die stündlich durch die Zwischendecke gehende Wärmemenge sein:

$$Q = k\,F\,(t - t') = k\,35\,(t - t')$$

Die mittlere Zimmertemperat. sei $+ 20^0$, die Lufttemperat. des oberhalb, bezw. unterhalb angrenzenden Raumes: $t' = + 5^0$. Für den Wärmedurchgang durch die Zimmerdecke ist für t die Lufttemperat. in unmittelbarer Nähe derselben, also $t = 25^0$, einzuführen.

Bei einer Konstruktion nach Fig. 787 wird: $Q = 1,1 \,.\, 35\,(25 - 5) = 770$ W.-E., bei der Konstruktion nach Fig. 788 dagegen: $Q = 0,5 \,.\, 35\,(25 - 5) = 350$ W.-E.

Für den Wärmedurchgang durch den Zimmer-Fussboden wird man der Sicherheit wegen $t = 20^0$ setzen; dafür wird bei der Konstruktion nach Fig. 787: $Q = 0,65 \,.\, 35\,(20 - 5) = 341$ W.-E., bei der Konstruktion nach Fig. 788 dagegen: $Q = 0,37 \,.\, 35\,(20 - 5) = 194$ W.-E. und bei der Konstruktion nach Fig. 789: $Q = 0,7 \,.\, 35\,(20 - 5) = 368$ W.-E.

c. Wärmedurchgang durch Glastafeln.

Hierbei ist für Fensterglas: $\varDelta = 0,0015$ bis $0,003\,(^{\text{m}})$ und $\lambda = 0,88$, $\alpha = 4 + 2,91 + 1,02$, abger. $= 8$ und bei mässiger Luftbewegung: $\alpha_1 = 6 + 2,91 + 1,1$, abger. $= 10$. Es wird hiermit im Mittel:

für einfache Fenster $\dfrac{1}{k} = \dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{10} + 0,0025 = 0,2275$, also: $k_g = 4,4$.

Bei stark bewegter äusserer Luft wird man vielleicht $\alpha' = 50$ bis 100 setzen können und erhält damit:

*) Paul. A. a. O. S. 216 — 217.

$\frac{1}{k} = 0{,}1475$ bis $0{,}1375$, also: $k = 6{,}8$ bis $7{,}3$ oder im Mittel: $k'_g = 7{,}0$, welch letzterer Werth auch für nahezu oder ganz horizontal liegende einfache Fenster (Oberlichter) der Sicherheit wegen stets anzunehmen ist.

Bei Doppelfenstern ist einerseits der Unterschied zwischen der mittlern Temperat. jeder Glasscheibe und den Temperat. der angrenzenden Luftschichten geringer, als vorher, demnach:
$\alpha = 4 + 2{,}91 + 0{,}51$ abger.: $= 7{,}5$ und: $\alpha' = 6 + 2{,}91 + 0{,}55$ abger.: $= 9{,}5$, andrerseits aber die von der innern der äussern Glasscheibe zugestrahlte Wärmemenge grösser, als die durch Berührung der eingeschlossenen Luftschicht mit den beiderseitigen Glasflächen überführte Wärmemenge*). Und zwar kann mit Rücksicht auf die Bedeutung der Werthe α_1 und α_2 in Gleichg. (6) gesetzt werden:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 4 + 5{,}82 + 0{,}63 \text{ abger.: } = 10{,}5.$$

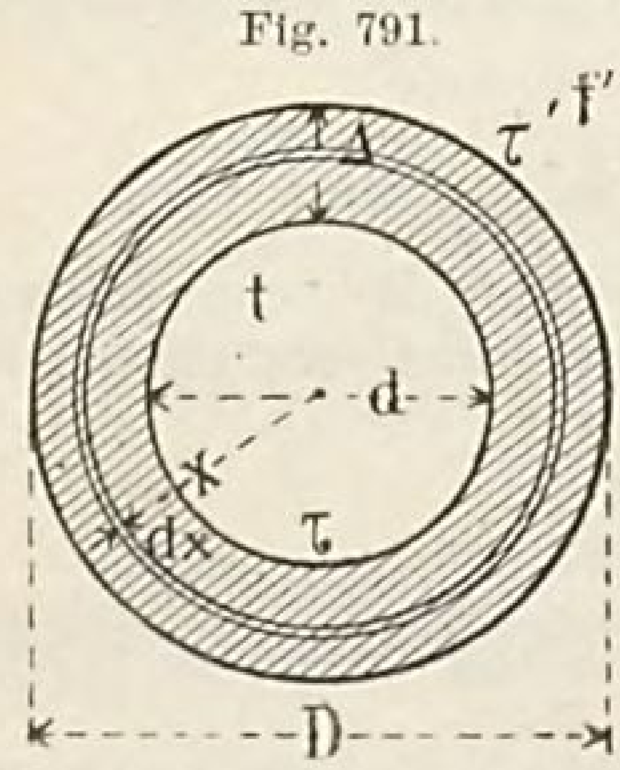
Hiermit wird: $\frac{1}{k} = \frac{1}{7{,}5} + \frac{1}{9{,}5} + \frac{2}{10{,}5} + 0{,}005 = 0{,}434$, also: $k_{g_1} = 2{,}3$ und bei stark bewegter äusserer Luft, mit $\alpha_1 = \alpha_2 = 12$ (wegen der grösseren Temperat.-Differenzen) und $\alpha' = 100$, $k'_{g_1} = 3{,}2$, welcher Werth auch für doppelte Oberlicht-Fenster in Ansatz gebracht werden kann.

Beispiel. Bei einer Zimmertemperat. von $t = +20^0$ und einer äussern Lufttemperat. von $t' = -15^0$ transmittirt bei einfachen Fenstern durch 1 qm Glasfläche die Wärmemenge $Q = 4{,}4 \,.\, 35 = 154$ W.-E. bei mässig bewegter und $Q = 7 \,.\, 35 = 245$ W.-E., bei stark bewegter Luft, und bei Doppelfenstern eine solche von: $Q = 2{,}3 \,.\, 35 = 80{,}5$ W.-E. bei mässig bewegter und $Q = 3{,}2 \,.\, 35 = 112$ W.-E. bei stark bewegter Luft. Bei Oberlicht-Fenstern wird man je nach der Höhe des Raumes, für t einen um 5 bis 10^0 höhern Werth als die mittlere Temperat. des Raumes einzuführen haben.

d. Wärmedurchgang durch zylindrische Gefässwände.

Innerhalb des Rohres, Fig. 791 herrsche die konstante Temperat. t, ausserhalb desselben die konstante Temperat. t' (wobei $t > t'$), so wird durch ein Stück der Rohrwandung von der Länge l und der konstanten Dicke $\Delta = \frac{1}{2}(D - d)$ in 1 Stunde die Wärmemenge Q durchgehen, für welche folgende Gleichg. bestehen, sofern wie oben die Oberflächen-Temperat. wieder mit τ und τ' bezeichnet werden: $Q = \alpha \pi d l (t - \tau)$; $Q = \alpha' \pi D l (\tau' - t',)$ und für eine unendlich dünne, innerhalb der Rohrwandung befindliche Schicht, deren Begrenzungsflächen den Wandoberflächen parallel liegen: $Q = \frac{\lambda}{dx} 2\pi x l (-d\tau_x)$, unter $d\tau_x$ die Aenderung der Temperat. für die Dicke dx verstanden.

Fig. 791.



Durch Integration der letzten Gleichg. und Verbindung des Resultats mit den obigen beiden Gleichg. ergiebt sich:

$$Q = \frac{\pi d l (t - t')}{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'} \frac{d}{D} + \frac{d}{2\lambda} ln\left(\frac{D}{d}\right)} = k F (t - t'), \qquad (7)$$

wenn unter $F = \pi d l$ die Grösse der innern, Wärme aufnehmenden Fläche verstanden und:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'} \frac{d}{D} + \frac{d}{2\lambda} ln\left(\frac{D}{d}\right) \qquad (8)$$

gesetzt wird, oder: $Q = \frac{\pi D l (t - t')}{\frac{1}{\alpha} \frac{D}{d} + \frac{1}{\alpha'} + \frac{D}{2\lambda} ln\left(\frac{D}{d}\right)} = k' F' (t - t')$, (7a)

wenn $F' = \pi D l$ die Grösse der äussern, Wärme abgebenden Fläche bezeichnet und:

$$\frac{1}{k'} = \frac{1}{\alpha} \frac{D}{d} + \frac{1}{\alpha'} + \frac{D}{2\lambda} ln\left(\frac{D}{d}\right) \quad (8a) \text{ ist.}$$

*) Paul. A. a. O., S. 179—180.

Ist $\frac{\Delta}{d} \leqq 0{,}1$, so kann mit genügender Annäherung:

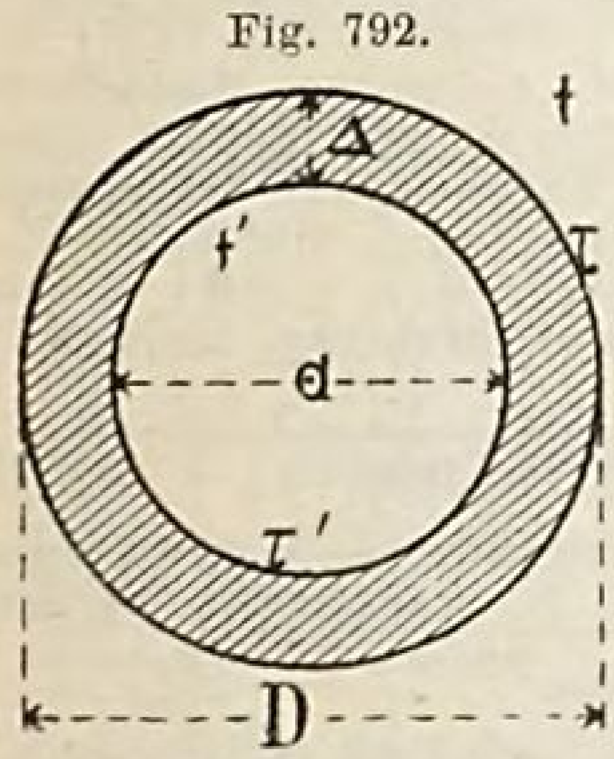
$$ln\left(\frac{D}{d}\right) = ln\left(\frac{d + 2\Delta}{d}\right) = 2\frac{\Delta}{d} - 2\left(\frac{\Delta}{d}\right)^2 + \frac{8}{3}\left(\frac{\Delta}{d}\right)^3 = 2\frac{\Delta}{d}\left\{1 - \frac{d}{\Delta} + \frac{4}{3}\left(\frac{\Delta}{d}\right)^2\right\}$$

gesetzt werden, womit der Werth $\frac{1}{k}$ (Gleichg. 8) die Form annimmt:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'}\frac{d}{D} + \frac{\Delta}{\lambda}\left\{1 - \frac{\Delta}{d} + \frac{4}{3}\left(\frac{\Delta}{d}\right)^2\right\}. \qquad (9)$$

Wenn $\frac{\Delta}{d} \leqq 0{,}05$, so genügt es mit Rücksicht auf die unsichere Kenntniss der genauen Werthe von α, α' und λ zu setzen: $\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'} + \frac{\Delta}{\lambda}$. (9a)

Fig. 792.



Wenn ausserhalb des Rohrs die höhere Temperat. t und innerhalb desselben die niedrigere Temperat. t' herrscht, Fig. 792, so geht in 1 Stunde eine Wärmemenge Q durch ein Stück der Rohrwandung von der Länge l und der Dicke $\Delta = \frac{1}{2}(D - d)$:

$$Q = \frac{\pi D l (t - t')}{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'}\frac{D}{d} + \frac{D}{2\lambda} ln\left(\frac{D}{d}\right)} = kF(t - t'). \qquad (10)$$

mit $F = \pi D l$ und:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'}\frac{D}{d} + \frac{D}{2\lambda} ln\left(\frac{D}{d}\right) \qquad (11) \text{ oder:}$$

$$Q = \frac{\pi d l (t - t')}{\frac{1}{\alpha}\frac{d}{D} + \frac{1}{\alpha'} + \frac{d}{2\lambda} ln\left(\frac{D}{d}\right)} = k'F'(t - t') \qquad (10a)$$

mit $F' = \pi d l$ und: $\frac{1}{k'} = \frac{1}{\alpha}\frac{d}{D} + \frac{1}{\alpha'} + \frac{d}{2\lambda} ln\left(\frac{D}{d}\right)$. (11a)

Für $\frac{\Delta}{d} \leqq 0{,}1$ kann auch hier:

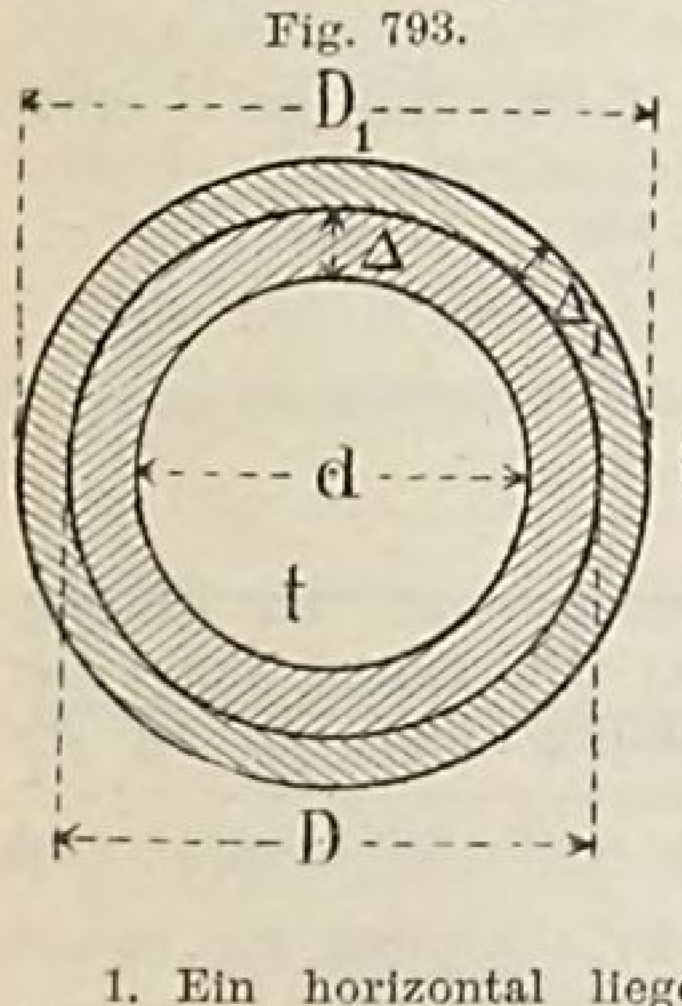
$$\frac{1}{k'} = \frac{1}{\alpha}\frac{d}{D} + \frac{1}{\alpha'} + \frac{\Delta}{\lambda}\left\{1 - \frac{\Delta}{d} + \frac{4}{3}\left(\frac{\Delta}{d}\right)^2\right\} \qquad (12)$$

und für $\frac{\Delta}{d} \leqq 0{,}05$: $\frac{1}{k'} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'} + \frac{\Delta}{\lambda}$ (12a)

gesetzt werden, wobei es für $\Delta \leqq 0{,}025\,d$ gleichzeitig zulässig ist, k' mit k und F' mit F zu vertauschen.

Besteht die zylindr. Wandung des Rohres aus mehreren konzentrischen Schichten, deren Wärmeleitungsfähigkeit verschieden ist, z. B. aus 2 Schichten von der Dicke $\Delta = \frac{1}{2}(D - d)$ und $\Delta_1 = \frac{1}{2}(D_1 - D)$, Fig. 793, mit den Wärmeleitungs-Koeffiz. λ und λ_1, dem Wärmeübergangs-Koeffiz. α_1 in der Berührungsfläche der beiden Schichten und dem Wärmeeintritts- bezw. Wärmeaustritts-Koeffiz. α und α', so ist für den Wärmedurchgang von innen nach aussen:

Fig. 793.



$Q = kF(t - t')$ (13), wobei: $F = \pi d l$ und:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha_1}\frac{d}{D} + \frac{1}{\alpha'}\frac{d}{D_1} + \frac{d}{2\lambda} ln\left(\frac{D}{d}\right) + \frac{d}{2\lambda_1} ln\left(\frac{D_1}{D}\right) \qquad (14)$$

oder wenn auf die äussere Oberfläche $F' = \pi D l$ der innern Schicht Bezug genommen wird, welche gewöhnlich die eigentliche Wandung des Rohrs bildet:

$Q = k'F'(t - t')$ (13a), wobei:

$$\frac{1}{k'} = \frac{1}{\alpha}\frac{D}{d} + \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha'}\frac{D}{D_1} + \frac{D}{2\lambda} ln\left(\frac{D}{d}\right) + \frac{D}{2\lambda_1} ln\left(\frac{D_1}{D}\right) \qquad (14a)$$

Beispiele.

1. Ein horizontal liegendes gusseisernes Dampfheizrohr habe einen lichten Durchm. $d = 0{,}150^m$, eine Wandstärke $\Delta = 0{,}010^m$, und werde mit Dampf von $t = 120^0$ (etwa 1 Atm. Ueber-

druck) gespeisst; die Temperat. der an die äussere Wandfläche des Rohres tretenden Lufttheilchen sei $t' = +18^0$ (Werkstättenraum).

Nach Früherm ist: $\alpha = 5000$ und $\lambda = 60$; α' berechnet sich mit Hülfe der Formel von Dulong und Petit, in welcher $b = 6$ (wegen der lebhaften Bewegung der Lufttheilchen), $s = 3{,}36$, $\tau' = 118^0$ und $\tau'' = t' = 18^0$ gesetzt werden darf, zu:

$$\alpha' = 0{,}55 \,.\, 6 \,.\, 100^{0{,}233} + 125 \,.\, 3{,}36 \frac{1{,}0077^{118} - 1{,}0077^{18}}{100} = 15{,}2.$$

Gewöhnlich wird die äussere Rohroberfläche als Heizfläche in Rechnung gestellt, so dass als Wärmetransmissions-Koeffiz. der aus Gleichg. (8a) zu berechnende Werth k' in die Rechnung einzuführen ist; dies giebt:

$$\frac{1}{k'} = \frac{1}{5000}\frac{170}{150} + \frac{1}{15{,}2} + \frac{0{,}170}{120}\, ln\left(\frac{17}{15}\right) = 0{,}0662 \text{ oder: } k' = 15{,}1 \text{ abgerdt.} = 15.$$

Die pro 1 qm Heizfläche in 1 Stunde überführte Wärmemenge ist demnach: $Q_1 = 15\,(120 - 18)$ $= 1530$ W.-E., entsprechend einer kondensirten Dampfmenge von: $\frac{1530}{522} = 2{,}93^{kg}$.

Könnte ein sehr rascher Ersatz der erwärmten Lufttheilchen durch kältere nicht angenommen werden, so würde b vielleicht nur $= 5$ zu setzen sein, womit sich unter obigen Verhältnissen k' auf etwa 13,5 ermässigte.*)

2. Ein Dampfleitungsrohr von $d = 0{,}150^m$ lichtem Durchm. und $\Delta = 0{,}010^m$ Wandstärke enthalte Dampf von $t = 158^0$ (entsprechend 5 Atm Ueberdruck); dasselbe sei zum Schutz gegen Abkühlung mit einer 15^{mm} dicken Filzhülle umkleidet ($\Delta_1 = 0{,}015$), die Lufttemperat. des Raumes (Maschinenstube) sei $t' = 25^0$.

Hiernach ist: $D = 0{,}170$ und $D_1 = 0{,}200$; setzt man nun: $\alpha = 5000$, $\lambda = 60$, $\lambda_1 = 0{,}05$, $\alpha_1 = 10$ nd $\alpha' = 8$, mit Rücksicht auf die Wärmeübertragung durch Leitung und Strahlung, für welche $= 4$ und $s = 3{,}7$ angenommen werden kann, so wird:

$$\frac{1}{k'} = \frac{1}{5000}\frac{17}{15} + \frac{1}{10} + \frac{1}{8}\frac{17}{20} + \frac{0{,}17}{120}\, ln\left(\frac{17}{15}\right) + \frac{0{,}17}{0{,}10}\, ln\left(\frac{20}{17}\right) = 0{,}483, \text{ folglich: } k' = 2{,}07,$$

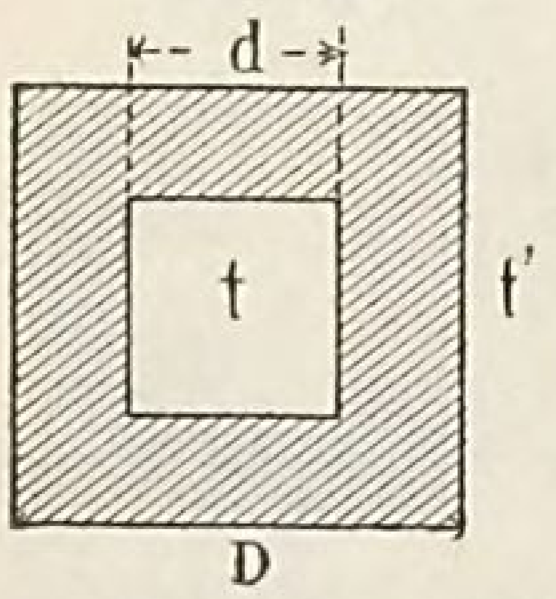
abgerdt. $= 2{,}1$; es wird also pro 1 Stunde und pro qm Oberfläche der eigentlichen Rohrwandung eine Wärmemenge von: $Q_1 = 2{,}1\,(158 - 25) = 279$ abgerdt. $= 280$ W. E. transmittirt werden, welche einer kondensirten Dampfmenge von $\frac{280}{495} = 0{,}565^{kg}$ entsprechen.

Wäre das Rohr nicht umhüllt, so würde mit $b = 6$ der Transmissions-Koeffiz. k' in runder ahl $= 17$, also 8 mal so gross als bei vorhandener Umhüllung ausfallen.**)

e. Wärmedurchgang durch die Wände eines Kanals von quadratischem Querschnitt.

Sind, Fig. 794, die Seitenlängen der beiden konzentrischen Quadrate d bezw. D und herrscht innen die höhere Temperat. t, aussen die Temperat. t', wie z. B. bei einem frei stehenden Dampfkessel-Schornstein, so ist die in 1 Stunde von innen nach aussen durch die Kanalwände gehende Wärmemenge, sofern die Temperat. t auf die Länge l des Kanals als konstant angenommen wird:

Fig. 794.



$$Q = \frac{4\,d\,l\,(t - t')}{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'}\frac{d}{D} + \frac{d}{2\lambda}\, ln\left(\frac{D}{d}\right)} = k\,F\,(t - t'), \qquad (15)$$

wenn $F = 4\,d\,l$ die Wärme aufnehmende Fläche bezeichnet und:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'}\frac{d}{D} + \frac{d}{2\lambda}\, ln\left(\frac{D}{d}\right). \qquad (16)$$

Nach Grashof***) kann $\alpha = 7$, $\alpha' = 9$ und $\lambda = 0{,}8$ angenommen werden.

Ist z. B. die mittlere lichte Weite eines solchen Schornsteins $d = 1{,}300^m$, die mittlere Wandstärke $= 0{,}500^m$, also der mittlere Werth $D = 2{,}300^m$, so wird:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{7} + \frac{1}{9}\frac{13}{23} + \frac{1{,}3}{1{,}6}\, ln\left(\frac{23}{13}\right) = 0{,}669, \text{ folglich: } k = 1{,}5.$$

Bei runden Formstein-Kaminen ist die Wandstärke im Verhältniss zu d etwas kleiner, so dass es zweckmässig erscheint, hier $\alpha' = 10$ anzunehmen.

Ist für einen runden Formstein-Kamin z. B. $d = 1{,}300^m$ und $D = 2{,}000^m$, so wird:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{7} + \frac{1}{10}\frac{13}{20} + \frac{1{,}3}{1{,}6}\, ln\left(\frac{20}{13}\right) = 0{,}558, \text{ demnach: } k = 1{,}8.$$

Für die weitere Berechnung von Q würde (ohne Rücksicht auf die Veränderlichkeit von t) Gleichg. (7) anzuwenden sein.

VII. Strom-Heizflächen.

Befindet sich, entgegen gesetzt den bisherigen Annahmen, eine der Flüssigkeiten, welche den Raum A oder B anfüllt, in strömender Bewegung längs der dem fraglichen Raume zugekehrten Oberfläche der Trennungswand, so ist die

*) Ueber verschiedene für k gefundene Werthe, s. Paul. A. a. O. S. 613 — 614, auch H. Fischer, Polyt. Journal. 1878, Bd. 288. S. 1 — 9.

**) Ueber Vers.-Resultate mit Umhüllungen zum Schutz gegen die Abkühlung von Dampfleitungen vergl. Wochenschr. d. Ver. deutsch. Ingen. 1880. S. 59.

***) Grashof. A. a. O. Bd. I. S. 964 bis 965.

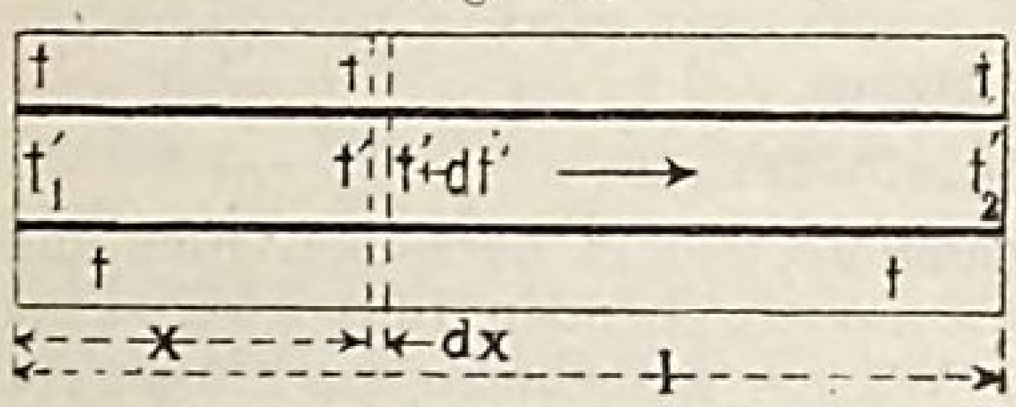
Temperat. sämmtlicher diese Wand berührenden Flüssigkeits-Theilchen nicht mehr gleich gross, sondern dieselbe nimmt in der Richtung der Bewegung des Flüssigkeitsstroms stetig ab oder zu, je nach dem die Wärme abgebende oder die Wärme aufnehmende Flüssigkeit die in strömender Bewegung befindliche ist. Die eine der beiden Wandflächen, und zwar je nach Umständen entweder die Wärme aufnehmende oder die Wärme abgebende, führt den Namen Heizfläche und ist im vorliegenden Falle eine sogen. einfache Strom-Heizfläche oder Einstrom-Heizfläche.

Befinden sich beide die Räume A und B erfüllenden Flüssigkeiten in strömender Bewegung längs der Oberflächen der Trennungswand, so heisst die Heizfläche eine Doppelstrom-Heizfläche, und zwar eine Parallelstrom-Heizfläche, wenn die Bewegungsrichtung beider Flüssigkeitsströme dieselbe ist, und eine Gegenstrom-Heizfläche, wenn die Bewegung der einen Flüssigkeit derjenigen der andern entgegen gesetzt gerichtet ist.

a. Einstrom-Heizflächen.

a. Die Heizfläche $F_0 = Pl$, Fig. 795, werde gebildet durch eine dünne zylindr. Metallwand vom Umfang P und der Länge l, welche von aussen durch eine Flüssigkeit von konstanter Temperat. t (z. B. Dampf) umspült wird. Durch jeden Querschn. des zylindr. Rohres ströme in 1 Stunde ein Flüssigkeits-Gewicht G_0 (kg), dessen spezif. Wärme $= c$ ist (z. B. Wasser). Die Anfangstemperat. desselben sei t_1', die Endtemperat. t_2'; der Wärmetransmissions-Koeffiz. sei für sämmtliche Heizflächen-Elemente = einem mittlern Werthe k.

Fig. 795.



Hier ist $t_1' < t_2'$ und $t \geq t_2'$ und die gesammte in 1 Stunde dem Flüssigkeitsstrome zugeführte Wärmemenge ist: $Q_0 = c\,G_0\,(t_2' - t_1')$.

Die demselben in 1 Stunde durch das Heizflächen-Element $= P\,dx = dF$ zugeführte Wärmemenge ist einerseits:

$$d\,Q = c\,G_0\,dt' \text{ und andererseits: } d\,Q = k\,dF\,(t - t').$$

Aus diesen 3 Gleichg. ergiebt sich:

$$G_0 = \frac{Q_0}{c\,(t_2' - t_1')} \qquad (17)$$

und:

$$Q_0 = k\,F_0\,\frac{(t - t_1') - (t - t_2')}{ln\,(t - t_1') - ln\,(t - t_2')}.\text{*)} \qquad (18)$$

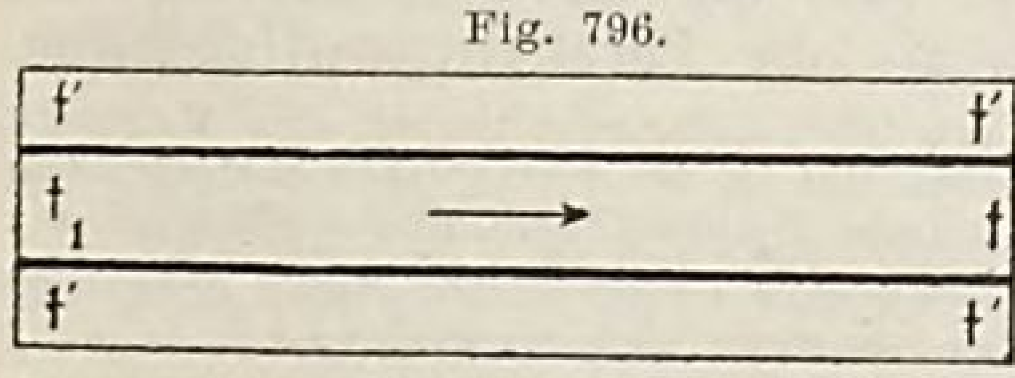
Beispiel. Der aus einer Kondensations-Dampfmaschine abströmende Dampf von 0,2 Atm. Spannung (wofür $t = 60^0$) soll durch einen Oberflächen-Kondensator zu Wasser von 60^0 verdichtet werden; das Kühlwasser habe die Anfangs-Temperat. $t_1' = 15^0$.

Um 1 kg Dampf von 60^0 zu kondensiren, müssen demselben $r = 564,66$ W. E. entzogen werden; setzt man also $Q_0 = x\,r = x\,.\,564,66$ unter x das stündlich kondensirte Dampfgewicht verstanden, so bezeichnet $\frac{x}{F_0}$ das durchschnittlich pro 1 qm Kühlfläche und pro 1 Stunde kondens. Dampfgewicht und $\frac{G_0}{x}$ das zur Kondensation von 1 kg Dampf erforderliche Wassergewicht. Setzt man nun $\alpha = 5000$, $\alpha' = 700$, $\lambda = 60$ und $\Delta = 0,0015$, so wird: $k = 600$ und hiermit ergeben sich, da $c = 1$, für verschiedene Werthe von t_2' die nebenstehenden Werthe von $\frac{x}{F_0}$ und $\frac{G_0}{x}$:

$t_2' = 25^0$	30^0	35^0	40^0	
$\frac{x}{F_0} = 42$	39	36	32,5	kg Dampf pr. 1 qm Kühlfläche
$\frac{G_0}{x} = 56,5$	37,6	28,2	22,6	kg Wasser pr. 1 kg Dampf.

b. Die in gleicher Weise, wie vorher gebildete Heizfläche $F_k = Pl$ werde von aussen durch eine Flüssigkeit von konstanter Temperat. t' (z. B. den Wasserinhalt eines Dampfkessels) umgeben, Fig. 796, während durch jeden Querschn. des Rohres in 1 Stunde ein Flüssigkeits-Gewicht G (kg) von der spezif. Wärme c strömt, dessen Anfangstemperat. t_1 und dessen Endtemperat. t_2 ist (wie z. B. bei den Heizgasen einer Feuerung). Hier ist: $t_1 > t_2$ und $t_2 > t'$.

Fig. 796.



*) Der Zähler kann natürlich auch $(t_2' - t_1')$ geschrieben werden.

In analoger Weise wie vor erhält man für die pro 1 Stunde durch die Heizfläche überführte Wärmemenge: $Q_k = c\,G\,(t_1 - t_2)$, und für die durch ein Heizflächen-Element transmittirte Wärmemenge:

$$d\,Q = c\,G\,(-\,d\,t) \text{ und: } d\,Q = k\,d\,F\,(t - t').$$

Nimmt man auch hier für sämmtliche Heizflächen-Elemente k gleich gross an, so ergiebt sich:

$$Q_k = k\,F_k \frac{(t_1 - t') - (t_2 - t')}{ln\,(t_1 - t') - ln\,(t_2 - t')}. \quad (19)$$

Es unterliegt indess keinem Zweifel, dass k eine Funktion der Temperat.-Differenz $(t - t')$ ist, etwa von der Form $k = \mu\,(t - t')^x$.

Rankine*) und Werner**) setzen für die Wärme-Uebertragung aus den Heizgasen in das Wasser eines Dampfkessels $x = 1$ und im Mittel: $\mu = 0{,}06$, also $k = \mu\,(t - t') = 0{,}06\,(t - t')$.

Hierdurch wird: $d\,Q = \mu\,d\,F\,(t - t')^2$ und: $Q_k = \mu\,F_k\,(t_1 - t')\,(t_2 - t')$. (20)

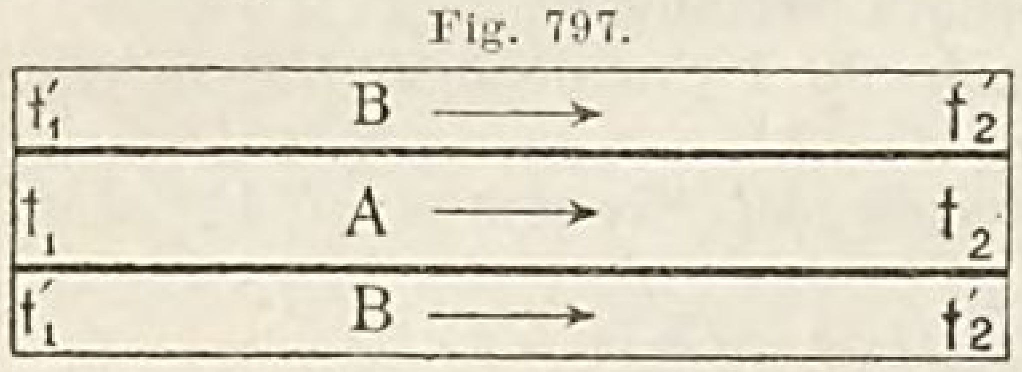
Ob indess diese Annahme Resultate liefert, welche eine bessere Uebereinstimmung mit den thatsächlich bei der genannten Wärme-Uebertragung stattfindenden Vorgängen zeigen, als die durch die ältere Theorie mit $k = 23$ (nach Redtenbacher) erhaltenen, muss heute noch als durchaus offene Frage behandelt werden.

b. Doppelstrom-Heizflächen.

α. Parallelstrom-Heizfläche.

Beide Flüssigkeiten strömen längs der Trennungswand in derselben Richtung, Fig. 797. Die Anfangs- und Endtemperat. der Wärme abgebenden Flüssigkeit seien t_1 und t_2, die Anfangs- und Endtemperat. der Wärme aufnehmenden Flüssigkeit t_1' und t_2'; es ist also: $t_1 > t_2$; $t_1' < t_2'$ und $t_2 > t_2'$. In 1 Stunde ströme durch jeden Querschn. des Rohres A ein Flüssigkeits-Gewicht G (kg) von der spezif. Wärme c und durch jeden Querschn. des Rohres B ein Flüssigkeits-Gewicht G' von der spezif. Wärme c'; hiermit ergeben sich folgende Gleichgn.:

Fig. 797.



Die gesammte, durch die Heizfläche F_p in 1 Stunde transmittirte Wärmemenge ist:

$$Q_p = c\,G\,(t_1 - t_2) = c'\,G'\,(t_2' - t_1'),$$

Ferner ist: $d\,Q = c\,G\,(-\,d\,t) = c'\,G'\,d\,t'$; $d\,Q = k\,d\,F\,(t - t')$.

Durch Vereinigung dieser Gleichg. erhält man für $k =$ Konst.:

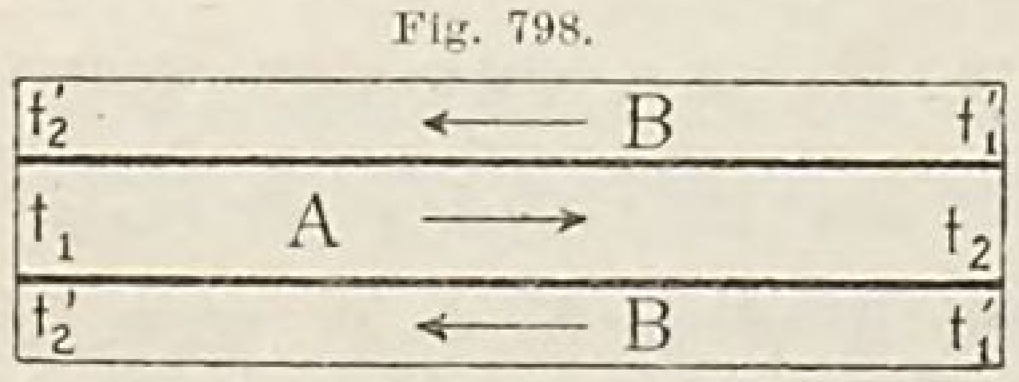
$$Q_p = k\,F_p \frac{(t_1 - t_1') - (t_2 - t_2')}{ln\,(t_1 - t_1') - ln\,(t_2 - t_2')}, \quad (21)$$

dagegen für: $k = \mu\,(t - t')$: $Q_p = \mu\,F_p\,(t_1 - t_1')\,(t_2 - t_2')$. (22)

β. Gegenstrom-Heizfläche.

Die Flüssigkeitsströme A und B haben entgegen gesetzte Bewegungs-Richtung, Fig. 798, also ist: $t_1 > t_2$; $t_1' < t_2'$ und $t_2 > t_1'$.

Fig. 798.



Mit denselben Bezeichnungen wie oben ergiebt sich für $k =$ Konst.:

$$Q_g = k\,F_g \frac{(t_1 - t_2') - (t_2 - t_1')}{ln\,(t_1 - t_2') - ln\,(t_2 - t_1')}, \quad (23)$$

dagegen für $k = \mu\,(t - t')$:

$$Q_g = \mu\,F_g\,(t_1 - t_2')\,(t_2 - t_1'). \quad (24)$$

Ein Vergleich der Gleichgn. (21) und (23) bezw. (22) und (24) ergiebt, dass die Gegenstrom-Heizfläche erheblich wirksamer ist, als die Parallelstrom-Heizfläche.

Ist z. B. bei einer Perkins'schen Hochdruck-Heizung die Anfangstemperat. der Heizgase $t_1 = 1200^0$, ihre Endtemperat. $t_2 = 300^0$, die Anfangstemperat. des in die Heizspirale eintretenden Wasserstroms $t_1' = 60^0$, seine Endtemperat. $t_2' = 180^0$, so würde für eine Parallelstrom-Heizfläche: $Q_p = k\,F_p$ 453, bezw. $Q_p = \mu\,F_p$ 136800 und für eine Gegenstrom-Heizfläche: $Q_g = k\,F_g$ 539, bezw. $Q_g = \mu\,F_g$ 244800 sein; soll nun $Q_p = Q_g$ ausfallen, so muss sich entweder:

*) Ferrini. A. a. O., S. 73.

**) Werner. Eine neue Dampfkessel-Theorie. Separatabdruck aus der Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ingen. 1877. S. 145.

$\frac{F_p}{F_g} = \frac{539}{453} = \frac{1,19}{1}$ oder: $\frac{F_p}{F_g} = \frac{244800}{136800} = \frac{1,79}{1}$ verhalten, je nachdem man das eine oder das andere Gesetz als giltig für die Wärmetransmission ansieht.

Sowohl für die Einstrom-Heizfl. F_k (Kesselheizfl.), als auch für die Parallelstrom- und die Gegenstrom-Heizfl. besteht zudem die Gleichg.: $Q = Gc\,(t_1 - t_2)$. (25)

Bildet die Heizfl. nur einen Theil der die Heizkanäle umschliessenden Wandungen, wie bei stationären Dampfkesseln häufig vorkommt, so ist: $Q = \frac{Gc\,(t_1 - t_2)}{1 + w}$ (25a) zu setzen, worin w stets eine im Vergleich zu 1 kleine Zahl bedeutet*).

VIII. Direkte und indirekte Heizfläche.

Wird ein Theil der bisher betrachteten Heizfläche F durch die Flamme einer Feuerung oder die Oberfläche einer glühenden Brennmaterial-Schicht bestrahlt, so findet ausser der im Vorhergehenden erläuterten Wärmeüberführung durch die gesammte Heizfläche eine weitere Wärmetransmission durch den bestrahlten Theil der Heizfläche statt, welch letzterer die Bezeichnung direkte Heizfläche führt. Der übrige nicht bestrahlte Theil der Heizfläche heisst dann indirekte Heizfläche.

Bezeichnet K die Anzahl Wärme-Einh., welche durch die vollkommene Verbrennung von 1 kg des angewendeten Brennstoffs entwickelt werden können, d. h. also den theoret. Heizeffekt des Brennstoffs, und werden hiervon $\eta_1 K$ wirklich entwickelt (unter η_1 den Wirkungsgrad der Feuerung verstanden), so können pro 1 kg Brennstoff $s\eta_1 K$ Wärmeeinh. der sogen. direkten Heizfläche zugestrahlt werden. Wenn also der stündliche Brennstoff-Verbrauch B (kg) beträgt, so werden in derselben Zeit durch die direkte Heizfläche: $Q_s = s\eta_1 KB$ Wärme-Einh. (26) lediglich in Folge der Wärme-Einstrahlung in die zu erwärmende Flüssigkeit überführt.

Es ist demzufolge die in 1 Stunde im vorliegenden Falle durch die gesammte Heizfläche transmittirte Wärmemenge: $W = Q_s + Q$ (27) unter Q einen der Werthe Q_k, Q_p oder Q_g (Gleichg. 19—24) verstanden.

Ueber die Grösse des Strahlungs-Koeffiz. s herrscht noch grosse Unsicherheit. Grashof empfiehlt, denselben bei Steinkohlen-Feuerung zu 0,20 bis 0,25 anzunehmen, wenn die direkte Heizfläche nur einen Theil der den Feuerraum umschliessenden Wandflächen bildet (also bei sogen. Unterfeuerung) und zu 0,30 bis 0,35, wenn die den Feuerraum umschliessenden Wandflächen zum grössten Theil der direkten Heizfläche angehören (also bei der sogen. Innenfeuerung)**).

Die Anfangstemperat. t_1 der Heizgase ergiebt sich zu: $t_1 = \frac{(1-s)\,\eta_1 KB}{Gc} + t_0$ (28) unter G das stündlich entwickelte Gewicht der Verbrennungs-Produkte, c deren spezif. Wärme und t_0 die Temperat. der dem Roste zuströmenden Luft verstanden.

Als Wirkungsgrad η_2 der gesammten Heizfläche erhält man: $\eta_2 = \frac{W}{\eta_1 KB}$ (29) und als Wirkungsgrad der ganzen Heizanlage: $\eta = \frac{W}{KB} = \eta_1 \eta_2$. (30)

Der Werth von η_2 lässt sich mit Hülfe der Gleichg. (27), (26), (25a) und (28) auf die Form bringen: $\eta_2 = \frac{1-s}{1+w}\,\frac{t_1 - t_2}{t_1 - t_0} + s$ (31) oder: $\eta_2 = 1 - (1-s)\frac{t_2}{t_1}$, (31a) wenn der Werth $(1+w)\left(1 - \frac{t_0}{t_1}\right) = 1$ gesetzt wird, was ohne erheblichen Fehler statthaft ist. Da ferner nach Gleichg. (27), (26) und (29): $\frac{Q}{W} = 1 - \frac{s}{\eta_2}$, so wird schliesslich:

$$\frac{Q}{W} = \frac{t_1 - t_2}{\frac{t_1}{1-s} - t_2}.\text{***)} \qquad (32)$$

Beispiel. In einer mit einem Gegenstrom-Vorwärmer versehenen Dampfkessel-Anlage sollen stündlich durch Verbrennung von B (kg) Kohlen x (kg) Dampf von 6 Atm. Ueberdruck, also einer Temperat. von 164°, erzeugt werden. — Das Speisewasser, welches mit $t'_1 = 50°$ in den Vorwärmer eintritt, soll denselben mit $t'_2 = 164°$ verlassen, so dass es in dem eigentlichen Dampfkessel nur noch in Dampf von derselben Temperat. umzuwandeln ist.

*) Grashof. A. a. O. S. 947. — **) Grashof. A. a. O. S. 921. — ***) Grashof. A. a. O. S. 952.

Die Endtemperat., mit welcher die Heizgase die Heizfläche des Vorwärmers verlassen, sei $t_2 = 200^0$; ihre Anfangstemperat. berechnet sich aus Gleichg. (28), wenn $s = 0{,}20$, $\eta_1 = 0{,}90$, $K = 7480$, $G = G_1 B = 22{,}3 \,.\, B$; $c = 0{,}245$ und $t_0 = 20^0$ angenommen werden, zu $t_1 = 1006^0$. Die stündlich der direkten Heizfläche des Kessels zugestrahlte Wärmemenge beträgt nach Gleichg. (26) $Q_s = 0{,}2 \,.\, 0{,}9 \,.\, 7480\, B = 1346\, B$ W.-Einh. Da die dem Vorwärmer in 1 Stunde zuzuführende Wärmemenge $Q_g = x\,(q_2 - q_1)$, dagegen die dem Dampfkessel stündlich zuzuführende Wärmemenge $W = x r_2$ beträgt, unter q_1 und q_2 die den Temperat. t'_1 und t'_2 entsprechenden Flüssigkeits-Wärmen und unter r_2 die der Temperat. t'_2 entsprechende Verdampfungs-Wärme verstanden, so ist: $\dfrac{W}{Q_g} = \dfrac{r_2}{q_2 - q_1} = \dfrac{490{,}6}{115{,}8} = 4{,}237$.

Nennt man die Temperat., mit welcher die Heizgase von der Heizfläche des Kessels zu derjenigen des Vorwärmers überströmen, t_v, so ist nach Gleichg. (25a) und (27) mit $w = 0$:

$$W = 1346\, B + 22{,}3\, B\, 0{,}245\, (1006 - t_v) \text{ und: } Q_g = 22{,}3\, B\, 0{,}245\, (t_v - 200),$$

$$\text{oder: } \frac{W}{Q_g} = \frac{6842{,}3 - 5{,}4635\, t_v}{5{,}4635\, t_v - 1092{,}7} = 4{,}237, \text{ folglich: } t_v = 401^0.$$

Nach Gleichg. (32) wird nun: $\dfrac{Q_k}{W} = (1006 - 401) : \left(\dfrac{1006}{0{,}8} - 401\right) = 0{,}71$.

Die Heizfläche F_k des Kessels berechnet sich entweder aus Gleichg. (19) oder (20), indem dort $Q_k = 0{,}71\, W = 0{,}71 \,.\, 490{,}6\, x = 348{,}3\, x$ gesetzt wird, mit $k = 23$ (Gleichg. 19) zu: $F_k = 0{,}03173\, x$, oder: $\dfrac{x}{F_k} = 31{,}5$ und mit $\mu = 0{,}06$ (Gleichg. 20) zu: $F_k = 0{,}02909\, x$ oder: $\dfrac{x}{F_k} = 34{,}37$. Die Heizfläche F_g des Vorwärmers erhält man mit Anwendung der Gleichg. (23) oder (24), in welcher $Q_g = 115{,}8\, x$ zu setzen ist, einerseits mit: $k = 23$ (Gleichg. 23) zu: $F_g = 0{,}02647\, x$ oder: $\dfrac{x}{F_g} = 37{,}8$, andrerseits mit: $\mu = 0{,}06$ (Gleichg. 24) zu: $F_g = 0{,}05429\, x$ oder: $\dfrac{x}{F_g} = 18{,}42$.

D. h. auf 1 qm Heizfläche des eigentlichen Kessels können einschl. der Wirkung der in die sogen. direkte Heizfläche eingestrahlten Wärmemenge in 1 Stunde durchschn. 31,5 bezw. 34,37 kg Wasser von 164⁰ in Dampf verwandelt werden, und auf 1 qm Heizfläche des Vorwärmers können in 1 Stunde durchschn. 37,8 bezw. 18,42 kg Speisewasser von 50⁰ auf 164⁰ erwärmt werden. Ferner wird: $F_k + F_g = F = 0{,}05820\, x$, oder: $\dfrac{x}{F} = 17{,}20$, bezw.: $F_k + F_g = F = 0{,}08338\, x$, oder: $\dfrac{x}{F} = 12{,}0$.

D. h. auf 1 qm der gesammten Heizfläche können in 1 Stunde durchschnittlich 17,2 bezw. 12,0 kg Wasser von 50⁰ in Dampf von 164⁰ verwandelt werden, je nachdem die Annahme: $k = \text{Konst.} = 23$ oder: $k = 0{,}06\, (t - t')$ gemacht wird. Ob letztere Annahme Resultate liefert, die mit den wirklichen Vorgängen nahe überein stimmen, lässt sich mit Sicherheit noch nicht entscheiden.

Der Wirkungsgrad der gesammten Heizfläche ist nach Gleichg. (31a): $\eta_2 = 1 - 0{,}80 \dfrac{200}{1006} = 0{,}841$ und demnach der Wirkungsgrad der ganzen Heizanlage: $\eta = 0{,}90 \,.\, 0{,}841 = 0{,}757$.

D. h. die durch Verbrennung von 1 kg Steinkohle nutzbar gemachte Wärmemenge beträgt: $0{,}757 \,.\, 7480 = 5662$ W. E., wodurch: $\dfrac{5662}{606{,}4} = 9{,}337$ kg Wasser von 50⁰ in Dampf von 6 Atm. Ueberdruck (164⁰) verwandelt werden können.

IX. Beziehung zwischen Wärme und mechanischer Arbeit.

Durch Aufwendung von Arbeit kann Wärme gewonnen, also der Wärmezustand eines Körpers verändert werden und umgekehrt durch Aufwendung von Wärme Arbeit verrichtet oder entsprechende lebendige Kraft gewonnen, also der äussere Zustand eines Körpers verändert werden. Es besteht demzufolge eine Aequivalenz zwischen Wärme und mechanischer Arbeit. Man nennt die Wärmemenge A, welche der Arbeit $= 1$ mkg entspricht, den Wärmewerth der Arbeitseinheit oder das kalorische Arbeits-Aequivalent und die Arbeit $\dfrac{1}{A} = W$, welche der Wärmemenge $= 1$ W.-E. entspricht, den Arbeitswerth der Wärme-Einheit oder das mechanische Wärme-Aequivalent.

Im Mittel kann auf Grundlage vieler experimentellen Bestimmungen, besonders derjenigen von Joule:*) $\dfrac{1}{A} = W = 424$ mkg und: $A = \dfrac{1}{424}$ W.-E. gesetzt werden.

*) Wüllner. A. a. O., Bd. III, S. 318 — 330.

IX.
Mechanik der gas- und dampfförmigen Körper.

Bearbeitet von L. Pinzger, Professor an der technischen Hochschule in Aachen.

Litteratur.

Grashof. Theoret. Maschinenlehre. Bd. I. 1875. — Weissbach-Herrmann. Ingen.- u. Maschinen-Mechanik. Theil I. Theoret. Mechanik. 4. u. 6. Kap. 1875. — Zeuner. Grundzüge der mechan. Wärmetheorie. 2. Aufl. 1877. — Ferrini. Technologie der Wärme; deutsch von Schröter. 4. Kap. Prinzipien der mechan. Wärmetheorie. 1878. — Rühlmann. Hydromechanik. 2. Aufl. 1879. — Wüllner. Experimentalphysik. 4. Aufl. Bd. III. Kap. 3. Mechan. Theorie der Wärme. 1885.

I. Statik.

a. Allgemeines.

Unter einem permanenten Gase versteht man einen luftförmigen Körper, welcher uns nur als solcher bekannt ist, indem er bisher durch die uns zu Gebote stehenden Mittel der Druck-Erhöhung und der Wärme-Entziehung nicht in die flüssige oder feste Aggregatform hat gebracht werden können.

Dagegen versteht man unter Dampf einen luftförmigen Körper, welcher durch Wärme-Entziehung oder Druck-Erhöhung flüssig gemacht, sowie umgekehrt aus einer Flüssigkeit durch Wärme-Mittheilung oder Druck-Erniedrigung gebildet werden kann.*)

Gesättigter und überhitzter Dampf. Erfahrungsmässig kann ein bestimmter Raum von einer gewissen Dampfart bei einer bestimmten Temperatur nur eine bestimmte Menge enthalten, wobei jedoch gleichzeitig luftförmige Körper von anderer Art in dem Raume sich mit befinden können, ohne die Kapazität desselben für jene Dampfart durch ihre Gegenwart zu beeinflussen. Ist in solcher Weise ein Raum mit einem Dampfe gesättigt, so heisst letzterer selbst gesättigter Dampf. Sein Zustand ist ein Grenzzustand in Bezug auf den Uebergang in die flüssige Aggregatform. Ein Dampf ist stets gesättigt, wenn er mit Flüssigkeit von derselben Art gemischt, oder überhaupt nur in Berührung ist.

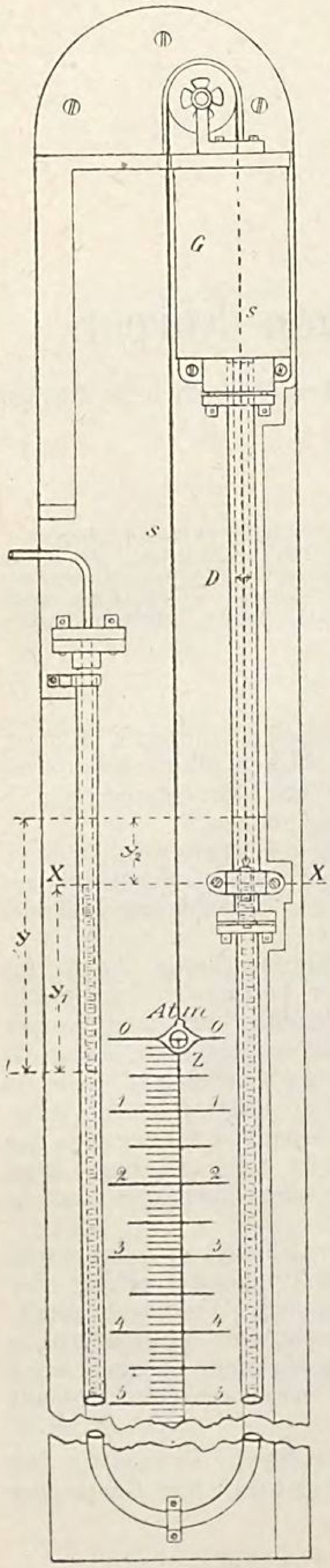
Wird gesättigtem, übrigens aber von gleichartiger Flüssigkeit getrenntem, Dampfe Wärme zugeführt und hierdurch entweder dessen Temperatur erhöht oder dessen ursprüngliches Volumen vergrössert, oder werden beide Wirkungen gleichzeitig herbei geführt, so geht der Dampf aus dem gesättigten in den überhitzten Zustand über. Er nähert sich dabei um so mehr dem Zustande eines permanenten Gases, je weiter er sich von dem oben erwähnten Grenzzustande der Sättigung entfernt.*)

Spezifisches Gewicht, spezif. Volumen, spezifische Pressung der Gase und Dämpfe. Unter dem spezifischem Gewicht (γ) eines Gases oder

*) Grashof. A. a. O. S. 100 u. S. 139–140.

Dampfes versteht man das Gewicht von 1 ^{cbm}, unter seinem spezif. Volumen (v) das Volumen von 1 ^{kg}, und unter seiner spezif. Pressung (p) den Druck, welchen dasselbe auf 1 ^{qm} Fläche ausübt.

Fig. 799.



b. Apparate zur Messung der spezif. Pressung (Spannung) von Gasen und Dämpfen.

Zur Messung der spezif. Pressung der atmosph. Luft dient das bekannte Barometer. Als Normalwerth der atmosph. Pressung wird derjenige Druck angesehen, den eine Quecksilbersäule bei 0 Grad Temperatur von 0,760 ^{m} Höhe auf 1 ^{qm} ausübt; derselbe beträgt $p_0 = 10333$ ^{kg}.

In der Technik dagegen wird unter der Pressung von 1 Atmosphäre ein Druck $p_0 = 10000$ ^{kg} auf 1 ^{qm}, oder 1 ^{kg} auf 1 ^{qcm} verstanden, entsprechend einem Barometerstande von 735,51 ^{mm} Quecksilbersäule.

Um die spezif. Pressung von Gasen und Dämpfen zu messen, welche diejenige der atmosph. Luft mehr oder weniger übersteigt, bedient man sich der Manometer. Alle Manometer geben nur den Ueberschuss der Gas- oder Dampf-Pressung über die spezif. Pressung der atmosph. Luft, den sogen. Ueberdruck, an. Um daher die absolute spezif. Pressung eines Gases oder Dampfes zu erhalten, ist zu der Angabe des Manometers die zur selben Zeit mittels eines Barometers beobachtete Pressung der atmosph. Luft zu addiren.

Als zuverlässiges Instrument ist nur das Quecksilber-Manometer anzusehen. Fig. 799 zeigt ein solches mit verkürzter Skala. Das engere Rohr d (links in der Figur) steht mit dem Dampfkessel bezw. dem das gespannte Gas enthaltenden Gefäss in Verbindung. Ist in diesem der Ueberdruck $= 0$, also $p = p_0$, so stehen in beiden Schenkeln des Manometers die Quecksilberspiegel gleich hoch, etwa in der Horizontalen XX. Der Quecksilberspiegel in dem weitern Rohre D trägt einen eisernen Schwimmer, welcher durch eine seidene Schnur s mit einem Zeiger z verbunden ist. Für die eben erwähnte Lage der beiden Quecksilberspiegel in XX, ist der Zeiger auf den Nullpunkt der Skala einzustellen. G ist ein Gefäss zum Auffangen der etwa aus dem Rohre D durch irgend einen Stoss heraus geworfenen Quecksilbermenge.

Nimmt die spezif. Pressung p innerhalb des Gefässes (Dampfkessels) zu, so wird dadurch der Quecksilberspiegel in d um y_1 herab gedrückt und in D um y_2 gehoben; der Abstand $y = y_1 + y_2$ der beiden Quecksilber-Spiegel ist proportional dem Ueberdruck $p - p_0$.

Ferner ist $\frac{y_1}{y_2} = \left(\frac{D}{d}\right)^2$ u. folglich wird: $y_2 = \frac{y}{\left(\frac{D}{d}\right)^2 + 1}$.

Beispiel. Für $\frac{D}{d} = 3$ wird $y_2 = 0{,}1\,y$. Da nun die Verschiebung des Zeigers z gleich dem Werthe y_2 ist, so beträgt die Entfernung der Theilstriche der Skala für 1 Atmosph. Ueberdruck nur $0{,}1 \cdot 735{,}51 = 73{,}551$ ^{mm}.

Federmanometer müssen in allen solchen Fällen angewendet werden, wo sich die Anbringung von Quecksilber-Manometern verbietet, z. B. an Lokomotiv-, Lokomobil- und Schiffskesseln; auch bei stationären Kesseln finden dieselben häufig Verwendung, obwohl sie weniger zuverlässig sind, als Quecksilber-Manometer.

Fig. 800 und 801 zeigen ein Plattenfeder-Manometer. Die am Umfang festgeklemmte, ringförmig gewellte Stahlplatte P wird durch den im Kessel vor-

Fig. 800.

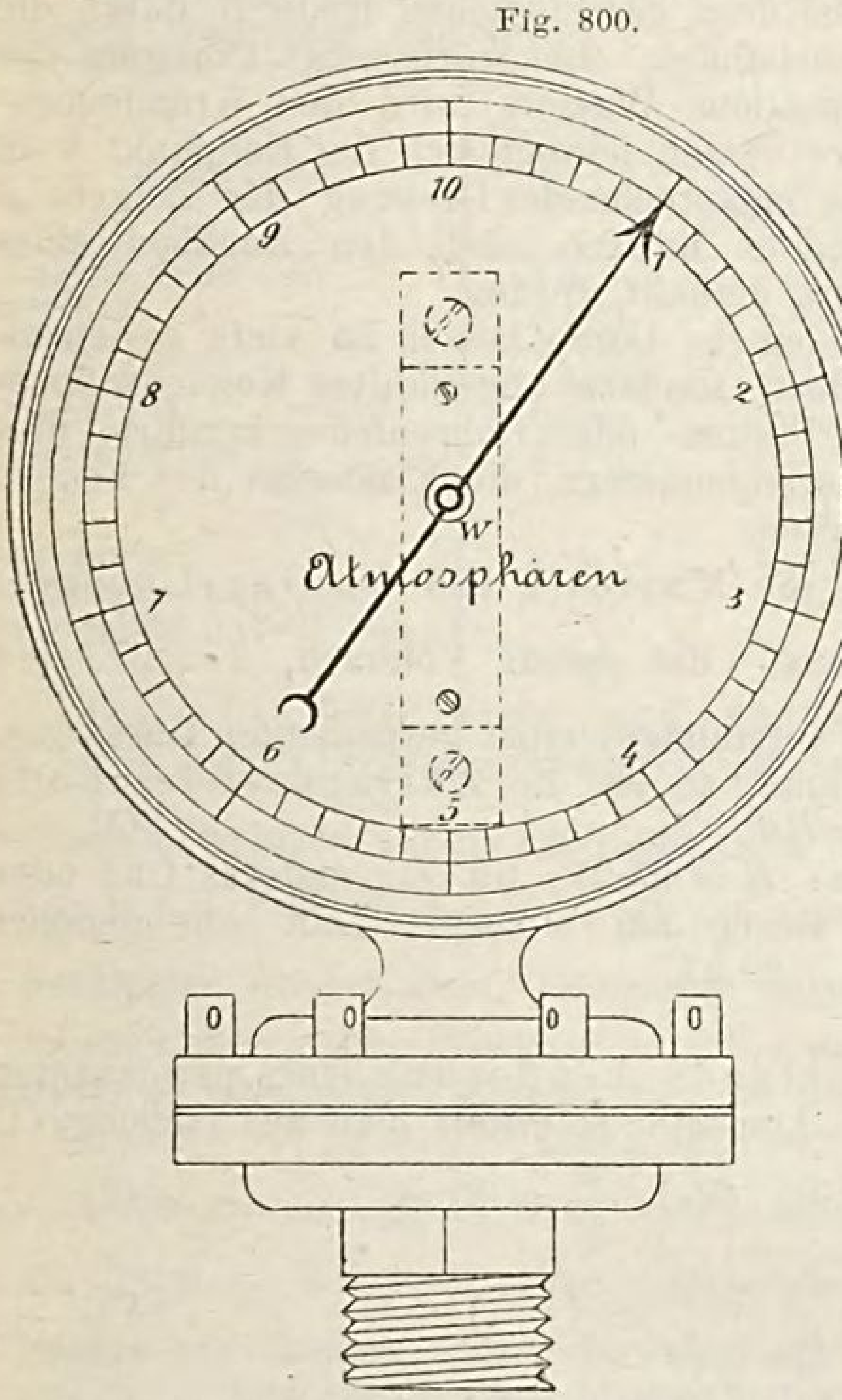


Fig. 801.

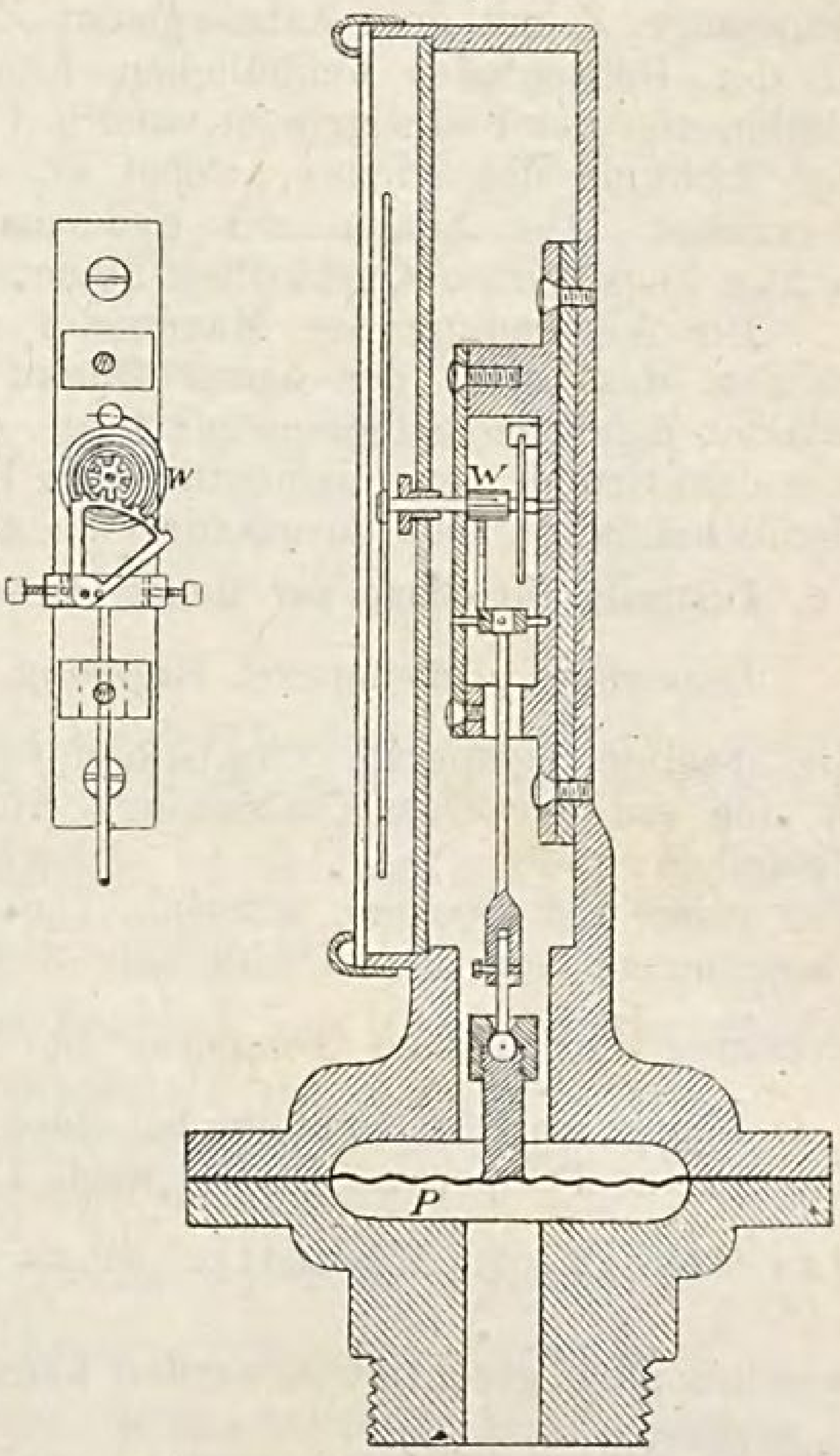


Fig. 802.

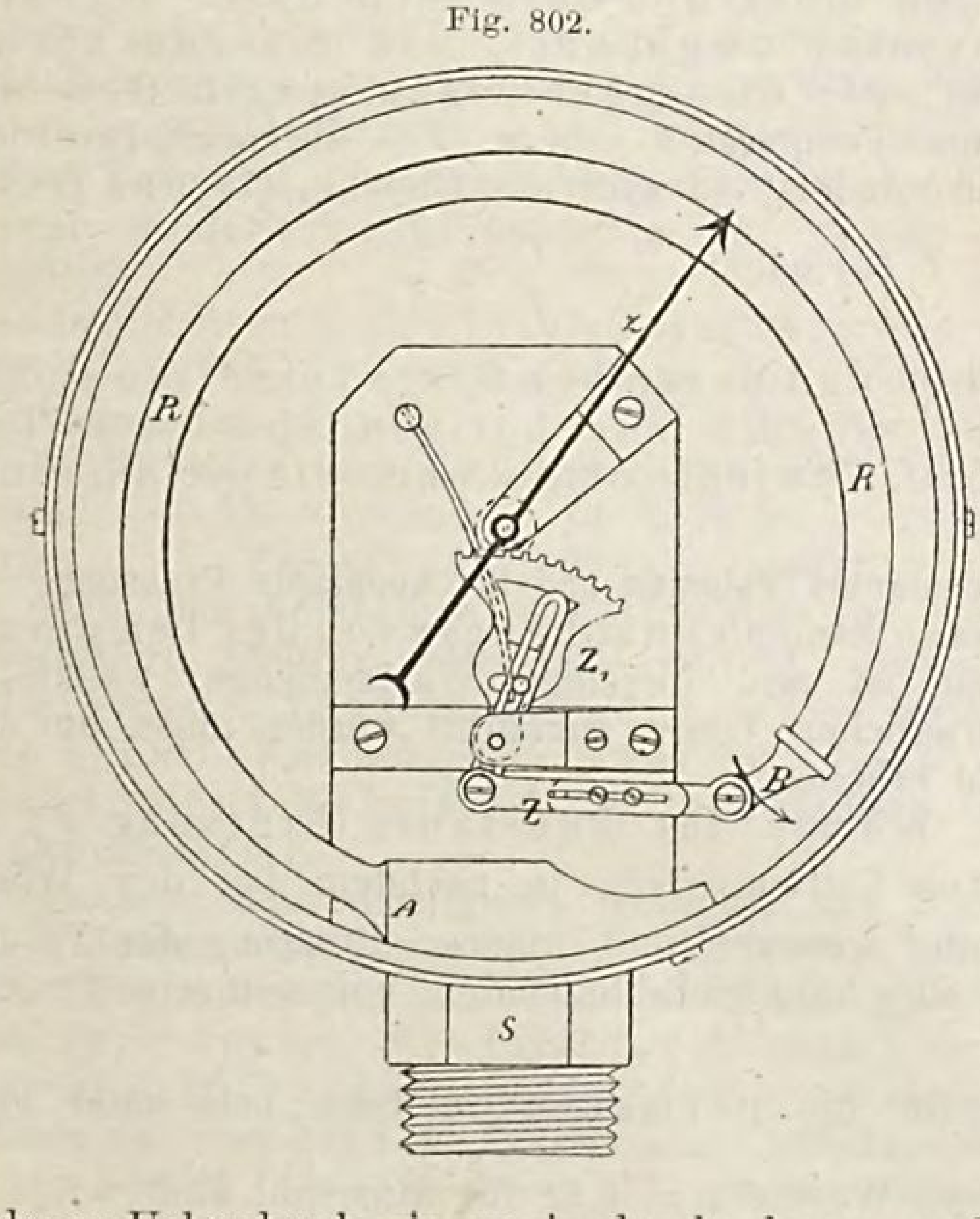
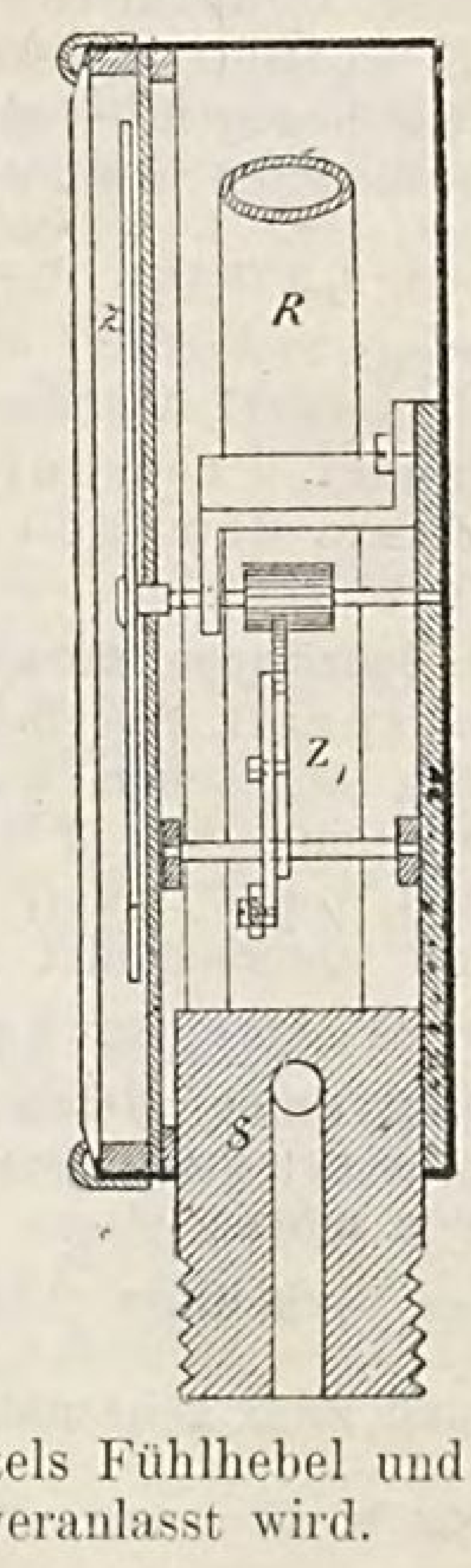


Fig. 803.



handenen Ueberdruck ein wenig durchgebogen, wobei mittels Fühlhebel und Zahnrädchen eine entsprechende Drehung der Zeigerachse w veranlasst wird.

In Fig. 802 u. 803 ist ein Röhrenfeder-Manometer (Bourdon-Manometer) dargestellt. Die Röhrenfeder R von elliptischem Querschnitt ist bei A an den Rohrstutzen S festgelöthet und an dem geschlossenen Ende B durch die Zugstange Z mit dem Zahnsegment Z_1 verbunden. Bei wachsender Pressung des in der Röhrenfeder befindlichen Kondensations-Wassers wird der Krümmungs-Halbmesser der Feder grösser, und in Folge dessen bewegt sich der Endpunkt B in der Richtung des Pfeiles, wobei er eine entsprechende Drehung des Zeigers Z veranlasst. Die Skalen der Federmanometer müssen nach den Angaben eines richtig konstruirten Quecksilber-Manometers getheilt werden.

Die Verbindung der Manometer mit einem Dampfkessel ist stets so einzurichten, dass nicht der heisse Dampf selbst, sondern abgekühltes Kondensations-Wasser den Quecksilberspiegel bezw. die Platten- oder Röhrenfeder berührt; dies aus dem Grunde, um, namentlich bei Federmanometern, die Elastizität der Federn thunlichst lange Zeit unverändert zu erhalten.

c. Zustands-Gleichung der Gase. Gesetz von Mariotte und von Gay-Lussac.

Bezeichnet p die spezif. Pressung, $v = \frac{1}{\gamma}$ das spezif. Volumen, $T = 273 + t$ die absolute Temperat. (t in Graden Cels. verstanden) eines permanenten Gases und R eine von der Gasart abhängige Konstante, so ist die Zustands-Gleichung desselben:

$$pv = RT. \tag{1}$$

Für reine und trockene atmosph. Luft ist: $R = 29{,}27$; für ein anderes Gas oder Gasgemenge von der Dichtigkeit δ in Bezug auf atmosph. Luft von gleicher Pressung und gleicher Temperat. ist: $R = \frac{29{,}27}{\delta}$.

Nimmt man an, es bleibe bei einer Zustands-Aenderung eines permanenten Gases seine Temperat. t — also auch T — konstant, so erhält man aus Gleichg. (1)

das Gesetz von Mariotte: $pv = \text{Konst.}$ oder: $\frac{p}{\gamma} = \text{Konst.}$, (2)

welches auch geschrieben werden kann: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$ (2a)

und in Worten lautet:

Die absoluten Pressungen eines und desselben Gases verhalten sich bei konstanter Temperatur umgekehrt, wie die zugehörigen spezif. Volumina und direkt, wie die zugehörigen spezif. Gewichte.

Bleibt dagegen bei zunehmender Temperat. t — bezw. T — die spezif. Pressung p eines bestimmten Gasgewichts unverändert, so wird aus Gleichg. (1) das Gesetz von Gay-Lussac: $v = \text{Konst.}\, T$ (3) oder: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{T_1}{T_2}$ (3a)

in Worten:

Die spezif. Volumina eines und desselben Gases verhalten sich bei konstanter Pressung direkt wie die zugehörigen absoluten Temperaturen, demnach die spezif. Gewichte umgekehrt wie die absoluten Temperaturen*).

d. Spezifische Wärme für konstantes Volumen und für konstante Pressung.

Die spezif. Wärme der Gase kann als unabhängig von der Temperatur derselben angesehen werden; sie ist also diejenige Wärmemenge, welche der Gewichtsmenge von 1 kg des fraglichen Gases zugeführt werden muss, um seine Temperat. von t^0 auf $(t+1)^0$ zu erhöhen.

Man unterscheidet spezif. Wärme für konstante Pressung c_p und spezif. Wärme für konstantes Volumen c_v, je nachdem bei der Wärmezuführung unter gleich bleibender äusserer und innerer Pressung das Volumen des Gases sich vergrössern kann, oder bei gleich bleibendem Volumen seine Pressung zunehmen muss.

Das Verhältniss $\frac{c_p}{c_v} = n$ ist für die permanenten Gase sehr nahe gleich gross und zwar sehr nahe = dem Werthe $n = 1{,}41$ für atmosph. Luft.

*) Vgl. S. 800 u. 801. c. Volumen-Aenderung gasförmiger Körper.

In folgender Tabelle sind die Werthe von c_p, c_v und n, sowie der Dichtigkeit δ (bezogen auf Luft = 1) einiger für die Praxis wichtigen Gase und Gasgemenge zusammen gestellt:

Substanz	Dichtigkeit bezogen auf Luft = 1	Spezif. Wärme für konst. Pressung c_p	Spezif. Wärme für konst. Volumen c_v	$n = \frac{c_p}{c_v}$	Spezif. Wärme für konst. Pressung bezogen auf die spezif. Wärme der Luft = 1
Atmosphärische Luft	1,0000	0,2375	0,1684	1,410	1
Sauerstoff	1,1056	0,2175	0,1550	1,403	0,9158
Stickstoff	0,9714	0,2438	0,1727	1,412	1,0265
Wasserstoff	0,0693	3,4090	2,4119	1,413	14,3537
Kohlenoxyd	0,9673	0,2450	0,1736	1,411	1,0316
Kohlensäure bei 0°	1,5291	0,1870 }	im Mittel	im Mittel	0,7874
" " 100°	—	0,2145 }	0,1714	1,265	0,9032
" " 200°	—	0,2396 }	—	—	1,0088
Sumpfgas	0,5527	0,5929	0,4679	1,267	2,4964
Oelbildendes Gas	0,9672	0,4040	0,3326	1,215	1,7011
Wasserdampf (mässig überhitzt)	0,6219	0,4805	0,3694	1,301	2,0232

Die Dichtigkeit reiner und trockener atmosph. Luft von 0° Temperat. und einer spezif. Pressung, entsprechend einem Barometerstande von 760 mm Quecksilbersäule, bezogen auf die Dichtigkeit des Wassers = 1 ist $= 0{,}0012932 = \frac{1}{773}$, und demnach hat 1 cbm derartiger Luft das Gewicht = 1,2932 kg.

e. Gesättigter Wasserdampf; Beziehung zwischen Pressung und Temperat. desselben.

Bezeichnet p die Pressung in mm Quecksilbersäule und t die Temperat. des Dampfes in Grad. Cels., so lässt sich die Beziehung zwischen t und p auf Grundlage der Versuche Regnault's durch folgende Formeln ausdrücken:

$$\left.\begin{array}{c}\text{Für } t = 0^0 \text{ bis } 100^0 \\ \log p = 4{,}7393707 - \text{num.}\log(0{,}6117408 - 0{,}003274463\,t) + \text{num.}\log(-1{,}8680093 + 0{,}006864937\,t); \\ \text{Für } t = 100^0 \text{ bis } 200^0 \\ \log p = 6{,}2640348 - \text{num.}\log(0{,}6593123 - 0{,}001656138\,t) - \text{num.}\log(0{,}0207601 - 0{,}005950708\,t).\end{array}\right\} \quad (4)$$

f. Innere und äussere spezif. Verdampfungswärme; Gesammtwärme; spezif. Volumen und spezif. Gewicht gesättigten trockenen Wasserdampfes.

Unter der spezif. Verdampfungswärme r einer Flüssigkeit für eine gewisse Temperat. t versteht man diejenige Wärmemenge, welche der Menge = 1 kg derselben zugeführt werden muss, um die Flüssigkeit in gesättigtem Dampf von derselben Temperat. t umzuwandeln, wenn dabei der spezif. äussere Druck konstant und zwar = derjenigen Pressung p ist, welche der Temperat. t des Dampfes entspricht*).

Addirt man zu r die Flüssigkeitswärme q, d. h. die Wärmemenge, welche erforderlich ist um 1 kg der Flüssigkeit von 0° auf t° zu erwärmen, so erhält man die Gesammtwärme: $Q = q + r$. (5)

Für Wasserdampf ist nach Regnault:
$Q = 606{,}5 + 0{,}305\,t$ (6) und da für Wasser: $q = t + 0{,}00002\,t^2 + 0{,}0000003\,t^3$, (7)
so wird: $r = 606{,}5 - 0{,}695\,t - 0{,}00002\,t^2 - 0{,}0000003\,t^3$, (8)
wofür nach dem Vorschlage von Clausius für Temperat. in der Nähe von 100° der einfachere Ausdruck $r = 607 - 0{,}708\,t$ (8a) gesetzt werden kann.

Die spezif. Verdampfungswärme r zerfällt in die äussere und die innere spezif. Verdampfungswärme. Erstere ist = dem Wärmewerth der Expansions-Arbeit bei der Verdampfung, letztere = dem Zuwachs an Körperwärme.

Bezeichnet man das spezif. Volumen das Wassers mit $w = 0{,}001$ cbm, das spezif. Volumen des Dampfes mit $v = w + \Delta$, die konstante äussere Pressung (kg pro 1 qm) mit p und den Wärmewerth der Arbeitseinheit mit A (S. 820), so ist die äussere spezif. Verdampfungswärme = $Ap\Delta$, demnach, unter ρ die innere spezif. Verdampfungswärme verstanden: $\rho = r - Ap\Delta$. (9)

Nach Zeuner kann für Wasserdampf annäherungsweise $\rho = 575{,}4 - 0{,}791\,t$ (10) und: $Ap\Delta = 31{,}1 + 1{,}096\,t - q$ (11) gesetzt werden**).

*) Vgl. S. 801 und 802. — **) Zeuner. A. a. O. S. 282—283. Grashof. A. a. O. S. 150.

Der Werth Δ ergiebt sich hierauf aus Gleichg. (11) zu: $\Delta = \frac{424}{p}(A p \Delta)$ (12), folglich das spezif. Volumen des Dampfes: $v = 0{,}001 + \Delta$ (13) und sein spezif. Gewicht: $\gamma = \frac{1}{v} = \frac{1}{0{,}001 + \Delta}$. (14)

Hiernach ist folgende Tabelle berechnet*).

Temperatur t	Dampfspannung in mm Quecksilbersäule	Dampfspannung in kg auf 1 qm p	Dampfspannung in Atm. (neu) oder kg pro 1 qcm	Flüssigkeits-Wärme q	Gesammt-Wärme Q	Spezif. Verdampf.-Wärme $r = Q - q = \varrho + Ap\Delta$	Innere spezif. Verdampf.-Wärme ϱ	Aeussere spezif. Verdampf.-Wärme $Ap\Delta$	Spezif. Volumen v cbm	Spezif. Gewicht γ kg
0	4,600	62,54	0,006	0,000	606,500	606,500	575,429	31,071	210,652	0,00475
1	4,940	67,16	0,007	1,000	606,805	605,805	574,653	31,152	196,672	0,00508
2	5,302	72,09	0,007	2,000	607,110	605,110	573,877	31,233	183,699	0,00544
3	5,687	77,32	0,008	3,000	607,415	604,415	573,101	31,314	171,718	0,00582
4	6,097	82,89	0,008	4,000	607,720	603,720	572,325	31,395	160,593	0,00623
5	6,534	88,84	0,009	5,000	608,025	603,025	571,549	31,476	150,224	0,00666
6	6,998	95,14	0,010	6,001	608,330	602,329	570,772	31,557	140,637	0,00711
7	7,492	101,9	0,010	7,001	608,635	601,634	569,993	31,641	134,657	0,00760
8	8,017	109,0	0,011	8,001	608,940	600,939	569,214	31,725	123,408	0,00810
9	8,574	116,6	0,012	9,002	609,245	600,243	568,435	31,808	115,666	0,00865
10	9,165	124,6	0,012	10,002	609,550	599,548	567,656	31,892	108,526	0,00921
11	9,792	133,1	0,013	11,003	609,855	598,852	566,876	31,976	101,863	0,00982
12	10,457	142,2	0,014	12,003	610,160	598,157	566,096	32,061	95,5978	0,01046
13	11,162	151,8	0,015	13,004	610,465	597,461	565,315	32,146	89,7896	0,01114
14	11,908	161,9	0,016	14,005	610,770	596,765	564,534	32,231	84,4108	0,01185
15	12,699	172,7	0,017	15,005	611,075	596,070	563,752	32,318	79,3457	0,01260
16	13,536	184,0	0,018	16,006	611,380	595,374	562,969	32,405	74,6734	0,01339
17	14,421	196,1	0,020	17,007	611,685	594,678	562,186	32,492	70,2540	0,01423
18	15,357	208,8	0,021	18,008	611,990	593,982	561,403	32,579	66,1576	0,01512
19	16,346	222,2	0,022	19,009	612,295	593,286	560,619	32,667	62,3359	0,01604
20	17,391	236,5	0,024	20,010	612,600	592,590	559,835	32,755	58,7245	0,01703
21	18,495	251,5	0,025	21,012	612,905	591,893	559,050	32,843	55,3705	0,01806
22	19,659	267,3	0,027	22,013	613,210	591,197	558,265	32,932	52,2388	0,01914
23	20,888	284,0	0,028	23,014	613,515	590,501	557,479	33,022	49,3015	0,02028
24	22,184	301,6	0,030	24,016	613,820	589,804	556,693	33,111	46,5496	0,02148
25	23,550	320,2	0,032	25,017	614,125	589,108	555,907	33,201	43,9648	0,02275
26	24,988	339,7	0,034	26,019	614,430	588,411	555,120	33,291	41,5535	0,02407
27	26,505	360,4	0,036	27,020	614,735	587,715	554,332	33,383	39,2751	0,02546
28	28,101	382,1	0,038	28,022	615,040	587,018	553,544	33,474	37,1457	0,02692
29	29,782	404,9	0,040	29,024	615,345	586,321	552,756	33,565	35,1493	0,02845
30	31,548	428,9	0,043	30,026	615,650	585,624	551,968	33,656	33,2725	0,03005
31	33,406	454,2	0,045	31,028	615,955	584,927	551,179	33,748	31,5051	0,03174
32	35,359	480,7	0,048	32,030	616,260	584,230	550,390	33,840	29,8495	0,03350
33	37,411	508,6	0,051	33,033	616,565	583,532	549,600	33,932	28,2888	0,03535
34	39,565	537,9	0,054	34,035	616,870	582,835	548,810	34,025	26,8212	0,03728
35	41,827	568,7	0,057	35,037	617,175	582,138	548,019	34,119	25,4388	0,03931
36	44,201	601,0	0,060	36,040	617,480	581,440	547,228	34,212	24,1373	0,04143
37	46,691	634,8	0,063	37,043	617,785	580,742	546,437	34,305	22,9142	0,04364
38	49,302	670,3	0,067	38,045	618,090	580,045	545,645	34,400	21,7608	0,04595
39	52,039	707,5	0,071	39,048	618,395	579,347	544,853	34,494	20,6730	0,04837
40	54,906	746,5	0,075	40,051	618,700	578,649	544,061	34,588	19,6464	0,05090
41	57,910	787,3	0,079	41,054	619,005	577,951	543,268	34,683	18,6795	0,05353
42	61,055	830,1	0,083	42,058	619,310	577,252	542,475	34,777	17,7645	0,05629
43	64,346	874,8	0,087	43,061	619,615	576,554	541,681	34,873	16,9033	0,05916
44	67,790	921,7	0,092	44,064	619,920	575,856	540,887	34,969	16,0874	0,06216
45	71,391	970,6	0,097	45,068	620,225	575,157	540,093	35,064	15,3185	0,06528
46	75,158	1021,8	0,102	46,072	620,530	574,458	539,299	35,159	14,5904	0,06854
47	79,093	1075,3	0,108	47,075	620,835	573,760	538,504	35,256	13,9027	0,07193
48	83,204	1131,2	0,113	48,079	621,140	573,061	537,709	35,352	13,2517	0,07546
49	87,499	1189,6	0,119	49,083	621,445	572,362	536,914	35,448	12,6355	0,07914
50	91,982	1250,6	0,125	50,087	621,750	571,663	536,119	35,544	12,0517	0,08298
51	96,661	1314,2	0,131	51,092	622,055	570,963	535,323	35,640	11,4995	0,08696
52	101,54	1380,5	0,138	52,096	622,360	570,264	534,527	35,737	10,9771	0,09110
53	106,64	1449,9	0,145	53,101	622,665	569,564	533,731	35,833	10,4798	0,09542
54	111,95	1522,1	0,152	54,106	622,970	568,864	532,935	35,929	10,0095	0,09991

*) Die zu den Temperat. 0 bis 100⁰ gehörigen Zahlenwerthe sind mit Benutzung der Original-Tabellen von Regnault nach den von Zeuner aufgestellten Theorien berechnet; die übrigen zu 1 bis 15 Atm. gehörigen Zahlen sind der Tabelle von Fliegner (Civilingenieur 1874) entnommen, bis auf die Werthe v und γ, welche mit $A = \frac{1}{424}$ neu berechnet wurden.

Temperatur t	Dampfspannung in mm Quecksilbersäule	Dampfspannung in kg auf 1 qm p	Dampfspannung in Atm. (neu) oder kg pro 1 qcm	Flüssigkeits-Wärme q	Gesammt-Wärme Q	Spezif. Verdampf.-Wärme $r=Q-q$ $=\varrho+Ap\Delta$	Innere spezif. Verdampf.-Wärme ϱ	Aeussere spezif. Verdampf.-Wärme $Ap\Delta$	Spezif. Volumen v cbm	Spezif. Gewicht γ kg
55	117,48	1597,3	0,160	55,110	623,275	568,165	532,138	36,027	9,5643	0,10456
56	123,24	1675,6	0,168	56,115	623,580	567,465	531,341	36,124	9,1420	0,10939
57	129,25	1757,3	0,176	57,120	623,885	566,765	530,544	36,221	8,7404	0,11441
58	135,51	1842,4	0,184	58,126	624,190	566,064	529,747	36,317	8,3588	0,11963
59	142,02	1930,9	0,193	59,131	624,495	565,364	528,949	36,415	7,9973	0,12504
60	148,79	2023,0	0,202	60,137	624,800	564,663	528,151	36,512	7,6535	0,13066
61	155,84	2118,8	0,212	61,142	625,105	563,963	527,353	36,610	7,3271	0,13648
62	163,17	2218,5	0,222	62,148	625,410	563,262	526,555	36,707	7,0164	0,14252
63	170,79	2322,1	0,232	63,154	625,715	562,561	525,757	36,804	6,7212	0,14878
64	178,71	2429,7	0,243	64,161	626,020	561,859	524,959	36,900	6,4403	0,15527
65	186,95	2541,8	0,254	65,167	626,325	561,158	524,161	36,997	6,1725	0,16201
66	195,50	2658,0	0,266	66,173	626,630	560,457	523,363	37,094	5,9182	0,16897
67	204,38	2778,8	0,278	67,180	626,935	559,755	522,565	37,190	5,6756	0,17619
68	213,60	2904,1	0,290	68,187	627,240	559,053	521,767	37,286	5,4448	0,18366
69	223,17	3034,2	0,303	69,194	627,545	558,351	520,969	37,382	5,2248	0,19139
70	233,09	3169,1	0,317	70,201	627,850	557,649	520,171	37,478	5,0153	0,19939
71	243,39	3309,1	0,331	71,208	628,155	556,947	519,373	37,574	4,8154	0,20767
72	254,07	3454,3	0,345	72,216	628,460	556,244	518,575	37,669	4,6247	0,21623
73	265,15	3605,0	0,361	73,223	628,765	555,542	517,777	37,765	4,4427	0,22509
74	276,62	3760,9	0,376	74,231	629,070	554,839	516,979	37,860	4,2693	0,23423
75	288,52	3922,7	0,392	75,239	629,375	554,136	516,181	37,955	4,1035	0,24369
76	300,84	4090,2	0,409	76,247	629,680	553,433	515,383	38,050	3,9454	0,25346
77	313,60	4263,7	0,426	77,255	629,985	552,730	514,585	38,145	3,7943	0,26355
78	326,81	4443,3	0,444	78,264	630,290	552,026	513,787	38,239	3,6499	0,27398
79	340,49	4629,3	0,463	79,273	630,595	551,322	512,990	38,332	3,5118	0,28475
80	354,64	4821,7	0,482	80,282	630,900	550,618	512,193	38,425	3,3799	0,29587
81	369,29	5020,9	0,502	81,291	631,205	549,914	511,396	38,518	3,2537	0,30734
82	384,44	5226,8	0,523	82,300	631,510	549,210	510,599	38,611	3,1331	0,31917
83	400,10	5439,8	0,544	83,309	631,815	548,506	509,803	38,703	3,0177	0,33138
84	416,30	5660,0	0,566	84,319	632,120	547,801	509,007	38,794	2,9071	0,34399
85	433,04	5887,6	0,589	85,329	632,425	547,096	508,211	38,885	2,8013	0,35698
86	450,34	6122,8	0,612	86,339	632,730	546,391	507,416	38,975	2,7000	0,37037
87	468,22	6365,9	0,637	87,349	633,035	545,686	506,621	39,065	2,6029	0,38419
88	486,69	6617,0	0,662	88,359	633,340	544,981	505,826	39,155	2,5099	0,39842
89	505,76	6876,3	0,688	89,370	633,645	544,275	505,031	39,244	2,4208	0,41309
90	525,45	7144,0	0,714	90,381	633,950	543,569	504,237	39,332	2,3354	0,42819
91	545,78	7420,4	0,742	91,392	634,255	542,863	503,444	39,419	2,2534	0,44377
92	566,76	7705,7	0,771	92,403	634,560	542,157	502,651	39,506	2,1748	0,45981
93	588,41	8000,0	0,800	93,414	634,865	541,451	501,859	39,592	2,0994	0,47633
94	610,74	8303,6	0,830	94,426	635,170	540,744	501,067	39,677	2,0270	0,49334
95	633,78	8616,9	0,862	95,438	635,475	540,037	500,275	39,762	1,9575	0,51086
96	657,54	8939,9	0,894	96,450	635,780	539,330	499,482	39,848	1,8909	0,52885
97	682,03	9272,9	0,927	97,462	636,085	528,623	498,688	39,935	1,8270	0,54735
98	707,26	9615,9	0,962	98,474	636,390	537,916	497,892	40,024	1,7658	0,56632
99,088	735,51	10000,0	1,000	99,576	636,722	537,146	497,048	40,098	1,7012	0,58782
100	760,00	10333,0	1,033	100,500	637,000	536,500	496,295	40,205	1,6508	0,60577
105,410	919,39	12500	1,25	105,984	638,650	532,666	492,001	40,665	1,3804	0,72443
110,763	1103,27	15000	1,50	111,416	640,283	528,867	487,756	41,111	1,1631	0,85977
115,425	1287,14	17500	1,75	116,153	641,705	525,552	484,060	41,492	1,0063	0,99374
119,570	1471,02	20000	2,00	120,369	642,969	522,600	480,776	41,824	0,8877	1,12651
123,310	1654,90	22500	2,25	124,177	644,110	519,933	477,814	42,119	0,7947	1,25834
126,726	1838,78	25000	2,50	127,658	645,151	517,493	475,109	42,384	0,7198	1,38927
129,874	2022,65	27500	2,75	130,869	646,112	515,233	472,618	42,625	0,6582	1,51930
132,798	2206,53	30000	3,00	133,853	647,003	513,150	470,304	42,846	0,6066	1,64853
135,531	2390,41	32500	3,25	136,645	647,837	511,192	468,142	43,050	0,5626	1,77746
138,099	2574,29	35000	3,50	139,271	648,620	509,349	466,111	43,238	0,5248	1,90549
140,523	2758,16	37500	3,75	141,750	649,360	507,610	464,195	43,415	0,4919	2,03293
142,820	2942,04	40000	4,00	144,102	650,060	505,958	462,377	43,581	0,4630	2,15983
145,004	3125,92	42500	4,25	146,339	650,726	504,387	460,651	43,736	0,4373	2,28676
147,088	3309,80	45000	4,50	148,475	651,362	502,887	459,004	43,883	0,4145	2,41254
149,080	3493,67	47500	4,75	150,518	651,969	501,451	457,429	44,022	0,3940	2,53807
150,991	3677,55	50000	5,00	152,480	652,552	500,072	455,917	44,155	0,3754	2,66382
152,827	3861,43	52500	5,25	154,365	653,112	498,747	454,467	44,280	0,3586	2,78862
154,594	4045,31	55000	5,50	156,180	653,651	497,471	453,071	44,400	0,3433	2,91290
156,298	4229,18	57500	5,75	157,932	654,171	496,239	451,724	44,515	0,3292	3,03767
157,944	4413,06	60000	6,00	159,625	654,673	495 048	450,423	44,625	0,3164	3,16056
159,536	4596,94	62500	6,25	161.263	655,158	493,895	449,164	44,731	0,3045	3,28407
161,079	4780,82	65000	6,50	162,852	655,629	492,777	447,945	44,832	0,2934	3,40832
162,575	4964,69	67500	6,75	164,393	656,085	491,692	446,762	44,930	0,2832	3,53107
164,028	5148,57	70000	7,00	165,890	656,529	490,639	445,615	45,024	0,2737	3,65364
165,441	5332,45	72500	7,25	167,347	656,960	489,613	444,498	45,115	0,2648	3,77644
166,815	5516,33	75000	7,50	168,764	657,379	488,615	443,413	45,202	0,2565	3,89864

Temperatur t	Dampfspannung in mm Quecksilbersäule	in kg auf 1 qm p	in Atm. (neu) oder kg pro 1 qcm	Flüssigkeits-Wärme q	Gesammt-Wärme Q	Spezif. Verdampf.-Wärme $r = Q - q = \varrho + Ap\Delta$	Innere spezif. Verdampf.-Wärme ϱ	Aeussere spezif. Verdampf.-Wärme $Ap\Delta$	Spezif. Volumen v cbm	Spezif. Gewicht γ kg
168,154	5700,20	77500	7,75	170,146	657,787	487,641	442,354	45,287	0,2488	4,01929
169.459	5884,08	80000	8,00	171,493	658,185	486,692	441,323	45,369	0,2415	4.14079
170,732	6067,96	82500	8,25	172,808	658,573	485,765	440,316	45,449	0,2346	4,26257
171,976	6251,84	85000	8,50	174,093	658,953	484,860	439,334	45,526	0.2281	4,38404
173,191	6435,71	87500	8,75	175,349	659,323	483,974	438,373	45,601	0,2220	4,50450
174,379	6619,59	90000	9,00	176,578	659,686	483,108	437,434	45,674	0,2162	4,62535
175,541	6803,47	92500	9,25	177,780	660,040	482,260	436,515	45,745	0.2107	4,74608
176,679	6987,35	95000	9,50	178,958	660,387	481.429	435,616	45,813	0,2055	4,86618
177,793	7171,22	97500	9,75	180,111	660,727	480,616	434,735	45,881	0,2005	4,98753
178,886	7355,10	100000	10,00	181,243	661,060	479,817	433,871	45,946	0,1958	5,10725
179,957	7538,98	102500	10,25	182,353	661,387	479,034	433,024	46,010	0,1913	5,22739
181,008	7722,86	105000	10,50	183,442	661.707	478,265	432,193	46,072	0,1870	5,34759
182,040	7906,73	107500	10,75	184,513	662,022	477,509	431,376	46,133	0,1830	5,46448
183,053	8090,61	110000	11,00	185.563	662,331	476,768	430,576	46,192	0,1791	5,58347
184,049	8274,49	112500	11,25	186,597	662,635	476,038	429,788	46,250	0,1753	5,70451
185,027	8458,37	115000	11,50	187,612	662,933	475,321	429,015	46,306	0,1717	5,82411
185,989	8642,24	117500	11,75	188,611	663,227	474,616	428,255	46,361	0,1683	5,94177
186,935	8826,12	120000	12,00	189,594	663,515	473,921	427,506	46,415	0,1650	6,06061
187,866	9010,00	122500	12,25	190,561	663,799	473,238	426,770	46,468	0,1618	6,18047
188,782	9193,88	125000	12,50	191,513	664,079	472.566	426,046	46,520	0,1588	6,29723
189,685	9377,75	127500	12,75	192,452	664,354	471,902	425,331	46,571	0,1559	6,41437
190,573	9561,63	130000	13,00	193,376	664,625	471,249	424,629	46,620	0,1531	6,53168
191,449	9745,51	132500	13,25	194,287	664,892	470,605	423,936	46,669	0,1503	6,65336
192,311	9929,39	135000	13,50	195,184	665,155	469,971	423,254	46,717	0,1477	6,77048
193,162	10113,26	137500	13,75	196,070	665,414	469.344	422,580	46,764	0.1452	6,88705
194,001	10297,14	140000	14,00	196,944	665,670	468,726	421,916	46,810	0,1428	7,00280
194,828	10481,02	142500	14,25	197,806	665,922	468,116	421,261	46,855	0,1404	7,12251
195,644	10664,90	145000	14,50	198,656	666,171	467,515	420,615	46,900	0,1381	7,24113
196,449	10848,77	147500	14,75	199,495	666,417	466,922	419,979	46,943	0,1359	7,35835
197,244	11032,65	150000	15,00	200,324	666,659	466,335	419,349	46,986	0,1338	7,47384

g. Umkehrbare und nicht umkehrbare Zustands-Aenderungen; inneres Arbeitsvermögen; Expansions-Arbeit.

Die Zustands-Aenderung eines gasförmigen oder dampfförmigen Körpers heisst umkehrbar, wenn dieselbe mit nur umkehrbaren Verwandlungen verbunden ist und mit verschwindend kleiner Geschwindigkeit stattfindet, so dass wegen des letztern Umstandes die augenblickliche Pressung und Temperat. in allen Punkten des Körpers gleich gross und zwar gleich der Pressung und der Temperat. an den Oberflächenpunkten angenommen werden darf.

Unter einer umkehrbaren Verwandlung versteht man die gegenseitige Umsetzung von Deformations-Arbeit und Wärme in einander.

Die Umsetzung der Arbeit sekundärer Bewegungs-Widerstände in Wärme dagegen ist eine nicht umkehrbare Verwandlung, und ebenso ist ein unmittelbarer Uebergang der Wärme aus einem Körper oder Körpertheil von höherer Temperatur in einen Körper oder Körpertheil von niederer Temperatur durch Leitung oder Strahlung eine nicht umkehrbare Verwandlung.

Das dem Wärmezustande eines Körpers entsprechende und ihm in Folge davon inne wohnende Arbeitsvermögen heisst sein inneres Arbeitsvermögen und wird, bezogen auf 1 kg des Körpers, sein spezif. inneres Arbeitsvermögen (U) genannt.

Der Wärmewerth des spezif. innern Arbeitsvermögens AU heisst die Körperwärme. Sowohl U, wie AU kann nicht absolut, sondern nur als Differenz in der Form $U - U_1$, bezw. $A(U - U_1)$, entsprechend dem augenblicklichen und einem angenommenen anfänglichen Wärmezustande des Körpers, bestimmt werden.

Aendert bei der Zustands-Aenderung eines Körpers derselbe sein Volumen, so findet hierbei eine Deformations-Arbeit, oder Expansions-Arbeit (im weitern Sinne) statt; den Absolutwerth einer negativen Expansions-Arbeit nennt man Kompressions-Arbeit. Ist hierbei die augenblickliche Pressung in allen Punkten des Körpers gleich gross, also = der spezif. äussern Pressung p, so ist die einer unendlich kleinen Volumen-Aenderung des Körpers entsprechende Expansions-Arbeit, bezogen auf das spezif. Volumen v desselben: $dE = pdv$. (15)

Durch die einem Gase zugeführte (oder entzogene) Wärmemenge Q wird im allgemeinen das spezif. innere Arbeitsvermögen U und das spezif. Volumen v desselben geändert. Demnach ist, unter $W = \frac{1}{A} = 424^{\text{mkg}}$ der Arbeitswerth der Wärmeeinh. verstanden, (S. 820):

$W dQ = dU + p dv$ (16), folglich: $WQ = U_2 - U_1 + \int p dv$. (17)

Die Aenderung des innern Arbeitsvermögens ist: $dU = W c_v dT$ (18), folglich: $U_2 - U_1 = W c_v (T_2 - T_1)$ (19), d. h. proportional der Temperat.-Aenderung.

Mit Rücksicht auf die Zustands-Gleichg. (1) und den Umstand, dass sich aus der ersten Haupt-Gleichg. der mechanischen Wärmetheorie ergiebt:

$$c_p - c_v = c_v (n - 1) = AR, \qquad (20)$$

kann Gleichg. (19) auch geschrieben werden:

$$U_2 - U_1 = \frac{c_v}{AR}(p_2 v_2 - p_1 v_1) = \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{n - 1}. \qquad (21)$$

α. Bei der Zustands-Aenderung bleibe die spezif. Pressung p konstant.

Aus der Zustands-Gleichg. (1) folgt: $v =$ Konst. T oder $\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1}$. Die Expansions-Arbeit ist: $E = p\,(v_2 - v_1)$ und die hierbei pro 1 kg dem Gase zuzuführende Wärmemenge:

$$Q = \frac{n}{n - 1} AE = \frac{n}{n - 1} Ap\,(v_2 - v_1).$$

Beispiel. 1 kg atmosph. Luft habe die Anfangs-Temp. $t_1 = 0^0$, also $T_1 = 273^0$ und die spezif. Pressung $p = 10000^{\text{kg}}$, folglich das spezif. Volumen $v_1 = 0{,}8^{\text{cbm}}$. Durch Wärmezuführung soll das letztere auf den Betrag $v_2 = 3\,v_1 = 2{,}4^{\text{ cbm}}$ bei gleich bleibender Pressung p gebracht werden. Die Temperatur wird alsdann: $T_2 = 3\,T_1 = 3 \,.\, 273 = 819^0$ oder $t_2 = 546^0$; die Expansions-Arbeit beträgt: $E = 10000 \,.\, 1{,}6 = 16000^{\text{mkg}}$ und die hierbei zugeführte Wärmemenge:

$$Q = \frac{1{,}41}{0{,}41}\,\frac{16000}{424} = 129{,}775 \text{ W.-E., wovon } \frac{16000}{424} = 37{,}736 \text{ W.-E.}$$

in Expansions-Arbeit umgewandelt und 92,039 W.-E. zur Vermehrung des innern Arbeitsvermögens verwendet werden.

β. Bei der Zustands-Aenderung bleibe das spezif. Volumen v konstant.

Hierbei ist: $p =$ Konst. T, oder: $\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$, die Expansions-Arbeit $E = 0$ und die pro 1 kg dem Gase zuzuführende Wärmemenge $Q = c_v\,(T_2 - T_1)$. Die gesammte Wärme wird also zur Vermehrung des innern Arbeits-Vermögens verwendet.

γ. Bei der Zustands-Aenderung bleibe die Temperatur (T oder t) konstant.

Aus der Zustands-Gleichg. folgt das Gesetz von Mariotte: $pv =$ Konst. oder: $\frac{p_2}{p_1} = \frac{v_1}{v_2}$. Die Expansions-Arbeit ist: $E = \int_{v_1}^{v_2} p\,dv = p_1 v_1\, ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = p_1 v_1\, ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$.
Wird das Gas komprimirt, so ist die Kompressions-Arbeit:

$$E' = p_1 v_1\, ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right) = p_1 v_1\, ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right).$$

Die hierbei dem Gas pro 1 kg zuzuführende bezw. zu entziehende Wärmemenge ist: $Q = AE$ bezw. $= AE'$.

Beispiel. 1 kg Luft von der Temperat. $t = 20^0$ ($T = 293^0$) und der spezif. Pressung $p_1 = 10\,000^{\text{ kg}}$ (1 Atm.) soll auf 4 Atm. ($p_2 = 40\,000^{\text{ kg}}$) komprimirt werden. Da $v_1 = 0{,}8576^{\text{ cbm}}$ wird $v_2 = \frac{0{,}8576}{4} = 0{,}2144^{\text{ cbm}}$ und die Kompressions-Arbeit $E' = 8576\, ln\, 4 = 11888{,}86^{\text{ mkg}}$.

Die dem Gas hierbei zu entziehende Wärmemenge ist: $Q = \frac{11\,888{,}86}{424} = 28{,}04$ W.-E.

δ. Bei der Zustands-Aenderung soll dem Gas weder Wärme zugeführt noch entzogen werden.

Setzt man in Gleichg. (16) $dQ = 0$, so entsteht: $dU + p\,dv = 0$; hieraus folgt durch Integration nach Berücksichtigung der Gleichgn. (18) (20) und (1) das Gesetz von Poisson: $pv^n =$ Konst. oder:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n; \text{ ferner ist: } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

und die Expansions- bezw. Kompressions-Arbeit:

$$E = \frac{p_1 v_1}{n-1}\left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}\right] = \frac{p_1 v_1}{n-1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right].$$

Dieselbe wird lediglich zur Aenderung des innern Arbeitsvermögens U verwendet; und zwar findet bei Expansion eine Verminderung, bei Kompression eine Vermehrung desselben statt. Allgemein ist: $U_2 - U_1 + \int p\,dv = 0$.

Beispiel. Wie im vorigen Falle soll wieder 1 kg Luft von 20^0 ($T_1 = 293^0$) und der spezif. Pressung $p_1 = 10000$ kg (1 Atm.) auf 4 Atm. ($p_2 = 40000$ kg) komprimirt werden. Da $v_1 = 0{,}8576$ cbm, wird: $v_2 = \frac{0{,}8576}{\sqrt[1{,}41]{4}} = 0{,}32085$ cbm und die absolute Temperat. T_2, welche das Volumen v_2 angenommen hat: $T_2 = 293 \,.\, 4^{\frac{0{,}41}{1{,}41}} = 438{,}46^0$ oder: $t_2 = 165{,}46^0$ und die Kompressions-Arbeit:

$$E' = \frac{8576}{0{,}41}\left(4^{\frac{0{,}41}{1{,}41}} - 1\right) = 10384{,}61 \text{ mkg}.$$

Soll andererseits 1 kg Luft von 20^0 und 1 Atm. ($p_1 = 10000$ kg) so weit komprimirt werden, bis das Volumen $v_2 = \frac{v_1}{4}$ geworden ist, so wird:

$T_2 = 293 \,.\, 4^{0{,}41} = 517{,}26^0$, oder: $t_2 = 244{,}26^0$; $p_2 = 10000 \,.\, 4^{1{,}41} = 70616{,}2$ kg $= 7{,}06162$ Atm.
und die hierzu erforderliche Kompressions-Arbeit:

$$E' = \frac{8576}{0{,}41}\left(4^{0{,}41} - 1\right) = 16010{,}05 \text{ mkg}.$$

Würde nach erfolgter Kompression durch Entziehung von Wärme (äussere Abkühlung) die Temperat. T_2 des Luftvolumens v_2 auf die ursprüngliche Temperat. T_1, also ihr inneres Arbeitsvermögen U_2 wieder auf den ursprünglichen Betrag U_1 zurück geführt, so müsste die spezif. Pressung p_2 auf den Werth $p_2' = p_2 \frac{T_1}{T_2}$ sinken, für das letzte Beispiel also auf den Werth $p_2' = 70616{,}2 \frac{293}{517{,}26} = 40000$ kg (4 Atm.) (Vergl. das Beispiel unter γ).

Die hierbei entzogene Wärmemenge beträgt $Q = A\,E' = \frac{16010{,}05}{424} = 37{,}76$ W.-E., also ebenso wie die aufgewendete Kompressions-Arbeit 1,347 mal so viel, als in dem Falle, in welchem während der Kompression eine kontinuirl. Wärmeentziehung derart stattfindet, dass eine Temperat.-Erhöhung der Luft in keinem Augenblicke eintritt. Man ersieht hieraus, dass es zur Vermeidung von Arbeits-Verlusten erforderlich ist, Luftkompressoren derart zu konstruiren, dass während der Kompression der Luft eine möglichst rasche Wärmeableitung stattfindet.

Findet die Expansion der Luft ohne Zuführung von Wärme statt, so tritt eine sehr bedeutende Abkühlung ein, wie folgendes Beispiel zeigt:

Soll 1 kg Luft von 20^0 auf den 4fachen Betrag seines ursprünglichen Volumens expandiren, ($v_2 = 4\,v_1$), dann wird: $T_2 = 293 \,.\, 0{,}25^{0{,}41} = 165{,}97^0$ oder: $t_2 = -107{,}03^0$ und: $p_2 = p_1\, 0{,}25^{1{,}41} = 0{,}14161\, p_1$ oder: $\frac{p_1}{p_2} = 7{,}06162$. Soll also die Endspannung p_2 nur wenig mehr als 1 Atm. betragen, so müsste die Anfangsspannung p_1 etwa $= 7{,}1$ Atm. sein; die von der Luft geleistete Expansions-Arbeit ist alsdann, mit $v_1 = \frac{29{,}27 \,.\, 293}{71000} = 0{,}12079$ cbm: $E = \frac{8576}{0{,}41}\left(1 - 0{,}25^{0{,}41}\right) = 9068{,}77$ mkg.

Die hier erscheinenden niedrigen Temperaturen würden den Betrieb von Arbeits-Maschinen mittels komprimirter Luft unmöglich machen, wenn nicht durch Wärmezuführung während der Expansion so bedeutenden Temperatur-Erniedrigungen vorgebeugt würde. Bei Anwendung hoher Expansions-Grade leitet man zuweilen die komprimirte Luft, bevor sie in den Arbeits-Zylinder eintritt, durch ein Wasserbad, dessen Temperatur so hoch ist, dass die zugehörige Dampfspannung der anfänglichen Luftpressung entspricht, also bei $p_1 = 7{,}1$ Atm. durch ein Wasserbad von etwa 165^0 Cels.; hierdurch wird die Luft einerseits erwärmt, andrerseits zum Theil mit Dampf gesättigt, welcher alsdann bei der Expansion sich zum Theil kondensirt und hierbei noch Wärme an die Luft abgiebt*).

*) Ein betr. Beispiel bietet der Strassenbahnwagen von Mékarski mit Maschine, welche durch komprimirte Luft getrieben wird. *Bulletin de la soc. d'encouragement.* 1878. S. 585—591.

Bezieht man die Gleichgn.: $pv =$ Konst. und $pv^n =$ Konst. (siehe erläuterte Fälle) Fig. 804, auf ein rechtwinkliges Koordin.-System, so wird eine Zustands-Aenderung nach dem Gesetz $pv =$ Konst. durch die Kurve I, eine solche nach dem Gesetz $pv^n =$ Konst. durch die Kurve II dargestellt; erstere heisst die isothermische, letztere die adiabatische Kurve. Beide Kurven verlaufen asymptotisch zu den Koordin.-Axen, die isothermische Kurve I ist eine gleichseitige Hyperbel.

Die von der Abszisse $v_2 - v_1$, den Ordin. p_1 und p_2 und dem zugehörigen Stück der fraglichen Kurve begrenzte Fläche stellt die mechanische Arbeit dar, welche das Gas bei seiner Expansion von v_1 auf v_2 leistet, oder welche bei der Kompression des Gases von v_2 auf das kleinere Volumen v_1 auf dasselbe übertragen wird.

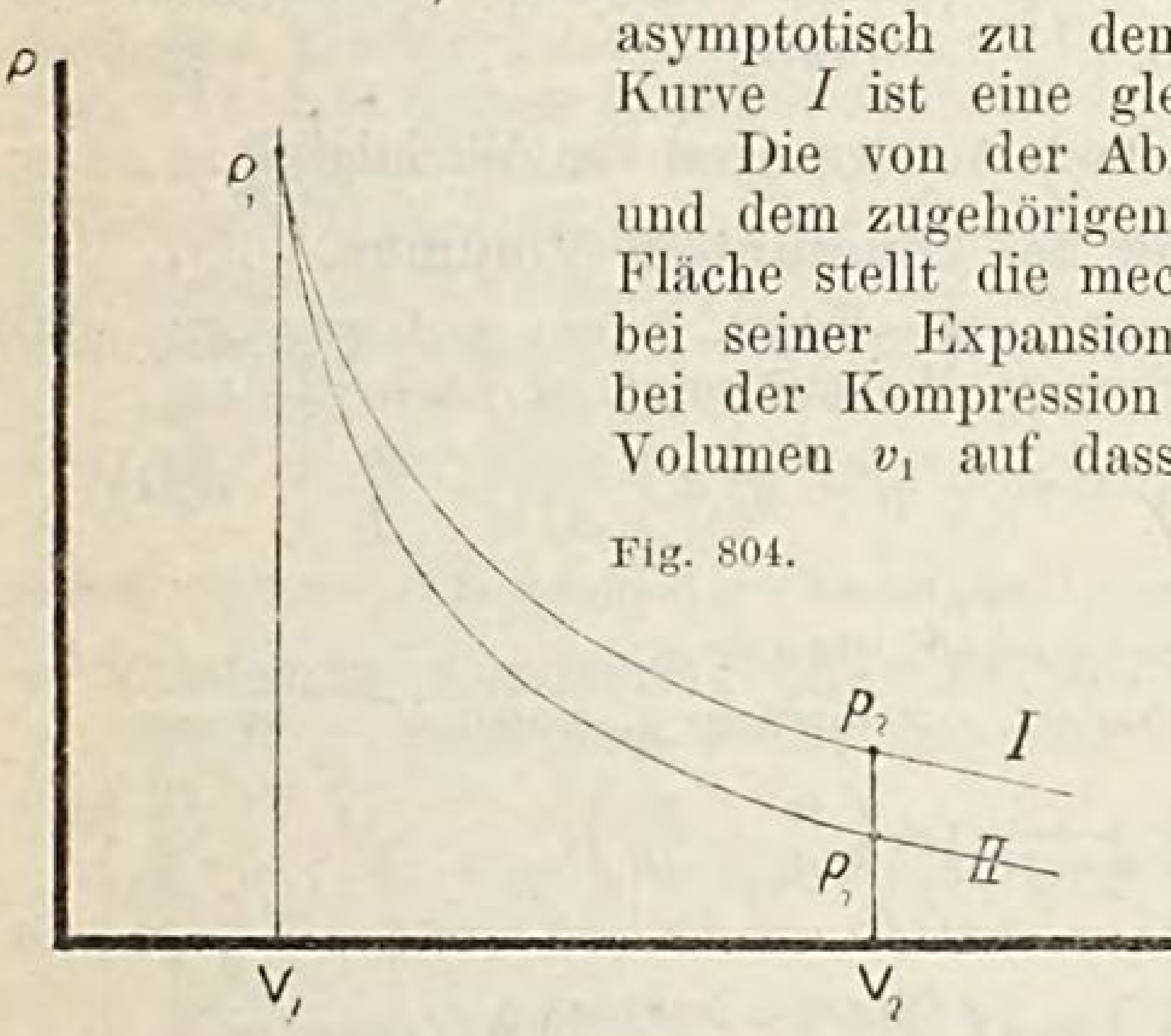


Fig. 804.

h. Zustands-Aenderungen des Wasserdampfes.

Bei den Zustands-Aenderungen des Wasserdampfes ist stets ein Gemisch von Dampf und Wasser derselben Temperat. in Betracht zu ziehen, wenn in jedem Augenblicke der Dampf im Zustande der Sättigung bleiben soll.

Ausser den auf S. 825, 826 eingeführten Bezeichnungen bedeute y k die Dampfmenge, welche in 1 kg des Gemisches von Dampf und Wasser enthalten ist, also $(1 - y)$ k die Wassermenge, w das spezif. Volumen des Wassers (= 0,001 cbm), $w + \Delta$ dasjenige des Dampfes, v das spezif. Volumen des Gemisches und U das spezif. innere Arbeitsvermögen des letzteren, von dem Zustande an gerechnet, in welchem das ganze Gemisch flüssig ($y = 0$) und dessen Temperat. $t = 0$ ist.

Zunächst ist: $$v = w + y\Delta. \qquad (22)$$

Die Werthe Δ ergeben sich aus der Tabelle durch Verminderung der dortigen v-Werthe um den Betrag 0,001; z. B. wird für Dampf von 6 Atm., welcher 10% Wasser enthält ($y = 0{,}9$), $v = 0{,}001 + 0{,}9 \,.\, 0{,}3154 = 0{,}2849$ cbm. Solcher Wassergehalt kann entweder als feiner Nebel in der Dampfmasse schweben (feuchter Dampf), oder als Thau sich auf den innern Wandflächen des den Dampf enthaltenen Gefässes niederschlagen, endlich kann Gleichg. (22) auch auf den Fall bezogen werden, dass ein Gefäss, z. B. ein Dampfkessel, zum Theil mit Wasser und zum Theil mit Dampf, welcher für sich allein gesättigt und trocken, oder mehr oder weniger feucht sein kann, angefüllt ist.

Das spezif. innere Arbeits-Vermögen U gesätttigten, aber trockenen Dampfes ist offenbar proportional dem Werthe $(q + \rho)$, der sogen. Dampfwärme, da von dem Ueberschuss der spezif. Gesammtwärme Q des Dampfes von t^0 über die Wärme von 1 kg Wasser von 0° der Betrag $Ap\Delta$ in mechanische Arbeit umgewandelt worden ist; demnach beträgt der Wärmewerth des spezif. innern Arbeits-Vermögens des feuchten Dampfes: $AU = q + y\rho$. (23)

Die Wärmemenge dQ, welche 1 kg eines Gemisches von Dampf und Wasser behufs einer unendlich kleinen umkehrbaren Zustands-Aenderung mitgetheilt werden muss, ergiebt sich aus der allgemeinen Gleichg.:

$$W dQ = dU + p\,dv \text{ zu: } dQ = d(AU) + Ap\,dv = dq + d(y\rho) + Ap\,dv \qquad (24)$$

woraus nach einigen Umformungen entsteht:

$$dQ = dq + d(yr) - \frac{yr}{T}\,dt = dq + T d\left(\frac{yr}{T}\right). \qquad (25)$$

Setzt man: $dq = c\,dt$ (unter c die spezif. Wärme des Wassers verstanden), so wird nach einigen Umformungen:

$$dQ = (1 - y)\,c\,dt + r\,dy + yh\,dt \quad (26) \quad \text{mit: } h = c + \frac{dr}{dt} - \frac{r}{T};^{*)} \quad (27)$$

hierin giebt an: $(1 - y)\,c\,dt$ die zur Temperatur-Erhöhung dt der Flüssigkeitsmenge $(1 - y)$ erforderliche Wärmemenge, $r\,dy$ die zur Verdampfung der Flüssigkeitsmenge dy nöthige Wärmemenge und $yh\,dt$ die zur Temperatur-Erhöhung dt und entsprechenden Volumenänderung der Dampfmenge y verwendete Wärmemenge.

*) Grashof. A. a. O. S. 158.

Es bedeutet demnach h diejenige spezif. Wärme des Dampfes, welche einer solchen Volumen- und Pressungs-Aenderung bei der Wärme-Mittheilung entspricht, dass dabei der Dampf gerade gesättigt bleibt.*)

Aus Gleichg. (24) folgt die Grösse der Expansions-Arbeit:

$$dE = p\,dv = W\,dQ - dU \quad \text{oder:} \qquad (28)$$

ihr Wärmewerth:

$$A\,dE = T\,d\left(\frac{y\,r}{T}\right) - d\,(y\,\rho). \qquad (29)$$

Für die Praxis sind folgende Zustands-Aenderungen von Wichtigkeit:

α. Zustands-Aenderung bei konstantem Volumen.

Aus Gleichg. (22) folgt, mit v = Konst., $y\Delta$ = Konst., oder: $y_2\Delta_2 = y_1\Delta_1$. (30)

Die je 1 kg des Gemisches zuzuführende Wärmemenge ist nach (24):

$$Q = q_2 - q_1 + y_2\rho_2 - y_1\rho_1 = q_2 - q_1 + y_1\Delta_1\left(\frac{\rho_2}{\Delta_2} - \frac{\rho_1}{\Delta_1}\right). \qquad (31)$$

Beispiel. Der Inhalt V eines Dampfkessels enthalte αV cbm Dampf und $(1-\alpha)V$ cbm Wasser, das Gesammtgewicht von Dampf und Wasser sei $= M^k$, dann ist:

$y_1 = \frac{\alpha V \gamma_1}{M}$ und genügend genau: $M = 1000\,(1-\alpha)\,V$, folglich: $y_1 = 0{,}001\,\frac{\alpha}{1-\alpha}\,\gamma_1$ und:

$$Q = q_2 - q_1 + 0{,}001\,\frac{\alpha}{1-\alpha}\,\gamma_1\Delta_1\left(\frac{\varrho_2}{\Delta_2} - \frac{\varrho_1}{\Delta_1}\right).$$

Soll die Dampfspannung von 1 Atm. auf 6 Atm. gesteigert werden und beträgt $\alpha = \frac{1}{3}$, so wird:

$$Q = 159{,}625 - 99{,}576 + 0{,}0005 \,.\, 0{,}58782 \,.\, 1{,}7002\left(\frac{450{,}423}{0{,}3154} - \frac{497{,}048}{1{,}7002}\right) = 60{,}617 \text{ W.-E.}$$

Ist nun der Wasserinhalt des Kessels $(1-\alpha)\,V = 5$ cbm, also: $M = 5000$ kg, die Heizfläche desselben $= 17{,}5$ qm und dringt durch 1 qm Heizfläche eine Wärmemenge von durchschnittlich 200 W.-E. pro 1 Min., so beträgt die zu erwähnter Spannungserhöhung erforderliche Zeit:

$$\vartheta = \frac{60{,}617 \,.\, 5000}{17{,}5 \,.\, 200} = 86{,}6 \text{ Min.}$$

also rund $1^1/_2$ Stunde.

β. Zustands-Aenderung bei konstantem Gewichts-Verhältniss von Dampf und Flüssigkeit (y = Konst.).

Setzt man nach Zeuner das spezif. Gew. gesättigten trockenen Dampfes $\gamma = \alpha p^\mu$ (32),**) worin p in Atmosphären, $\alpha = 0{,}5877$ und $\mu = 0{,}939$ einzuführen ist, so wird: $\Delta = \frac{1}{\gamma} - w = \frac{1}{\alpha p^\mu} - w$ und nach Gleichg. (22):

$$v = (1-y)\,w + \frac{y}{\alpha p^\mu}. \qquad (33)$$

Die grafische Darstellung dieser Gleichg. giebt die Kurve konstanter Dampfmenge, Fig. 804, *I*, welche zur v-Axe und zu einer im Abstande $(1-y)\,w'$ zur p-Axe gezogenen Parallele asymptotisch verläuft. Für trockenen Dampf ($y = 1$) geht obige Gleichg. in $pv^m = a$ (34) über, mit $m = \frac{1}{\mu} = 1{,}064963$ und $a = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\mu}} = 1{,}76133$.

Die Wärmemenge, welche 1 kg des Gemisches behufs einer unendlich kleinen Zustands-Aenderung mitgetheilt werden muss ist nach Gleichg. (26), da $dy = 0$, $dQ = [(1-y)\,c + y\,h]\,dt$ (35); für $y = 1$ wird: $dQ = h\,dt$ (36).

So lange $[(1-y)\,c + y\,h] < 0$, bleibt d. h. so lange $y > \frac{c}{c-h}$, entspricht einem negativen Werth von dt ein positiver Werth von dQ und umgekehrt. Nun ist aber nach Gleichg. (27) $h = \frac{d\,(q+r)}{dt} - \frac{r}{T} = 0{,}305 - \frac{r}{T}$, d. h. stets negativ (innerhalb der Grenzen der auf S. 826—828 angegebenen Tabelle); zunächst folgt hieraus, dass für $y = 1$, bei abnehmender Temperat., also abnehmender

*) Grashof. A. a. O. S. 159.

**) Zeuner. A. a. O. S. 294. Die Werthe α und μ wurden für die neue Atmosphäre berechnet.

Pressung des Dampfes dQ positiv und bei zunehmender Temperat., also zunehmender Pressung dQ negativ ausfällt. Diese Beziehung bleibt bestehen, so lange $y > 0{,}5$, wenn $p \leqq 2$ Atm. und $y > 0{,}6$, wenn $p \leqq 15$ Atm.

Da nun der im Zylinder einer Dampfmaschine wirkende Dampf niemals einen so bedeutenden Wassergehalt besitzt, dass y den Werth 0,6 erreicht, so folgt hieraus, dass dem hinter dem Kolben expandirenden Dampfe Wärme zugeführt, dem vor dem Kolben komprimirten Dampfe Wärme entzogen werden muss, wenn in beiden Fällen die Dampfmenge konstant bleiben soll. Findet eine derartige Wärme-Zuführung bezw. Entziehung nicht statt, so tritt bei der Expansion eine theilweise Kondensation und bei der Kompression eine theilweise Verdampfung des beigemengten Wassers ein*).

Das innere Arbeitsvermögen U nimmt für $y =$ Konst. bei der Expansion stets ab, bei der Kompression stets zu, denn nach Gleichg. (23) ist:

$$A\frac{dU}{dt} = \frac{dq}{dt} + y\frac{d\rho}{dt} = c - 0{,}791\,y, \text{ also positiv.}$$

γ. Zustands-Aenderung ohne Mittheilung oder Entziehung von Wärme.

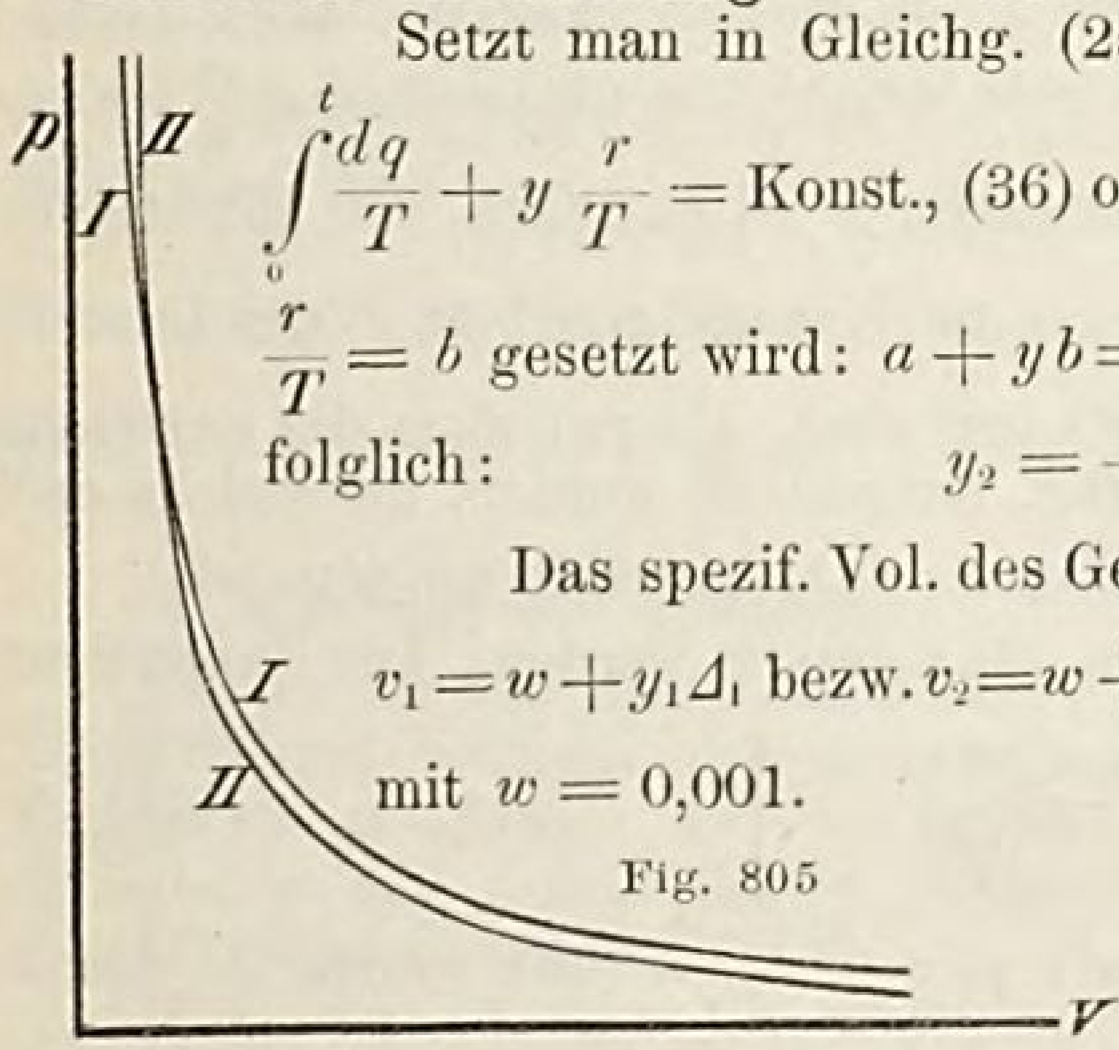


Fig. 805

Setzt man in Gleichg. (25): $dQ = 0$, so ergiebt sich:

$$\int_0^t \frac{dq}{T} + y\frac{r}{T} = \text{Konst.}, \text{ (36) oder wenn abkürzungsweise: } \int_0^t \frac{dq}{T} = a \text{ und}$$

$\frac{r}{T} = b$ gesetzt wird: $a + yb =$ Konst., oder: $a_2 + y_2 b_2 = a_1 + y_1 b_1$, (37)

folglich: $$y_2 = \frac{a_1 + y_1 b_1 - a_2}{b_2}. \quad (38)$$

Das spezif. Vol. des Gemisches von Dampf u. Wasser ist nach (22):

$$v_1 = w + y_1 \Delta_1 \text{ bezw. } v_2 = w + y_2 \Delta_2, \text{ folgl.: } v_2 = w + \frac{a_1 + y_1 b_1 - a_2}{b_2}\Delta_2 \quad (39)$$

mit $w = 0{,}001$.

Da a, b und Δ Funktionen von p sind, so ist durch Gleichg. (39) v als Funktion von p dargestellt. Die Kurve II, Fig. 805, welche der Gleichg. $v = f(p)$ entspricht

Tabelle der Werthe $a = \int_0^t \frac{dq}{T}$, $b = \frac{r}{T}$ und Δ (nach Fliegner)**).

p Atm. kg pro qcm	a	b	Δ	p Atm. kg pro qcm	a	b	Δ	p Atm. kg pro qcm	a	b	Δ
0,1	0,15463	1,8041	14,8904	4,25	0,42958	1,2067	0,4363	9,75	0,50735	1,0662	0,1995
0,2	0,19836	1,6975	7,7354	4,5	0,43467	1,1971	0,4135	10,0	0,50986	1,0618	0,1948
0,3	0,22518	1,6344	5,2798	4,75	0,43953	1,1880	0,3930	10,25	0,51231	1,0576	0,1903
0,4	0,24482	1,5893	4,0279	5,0	0,44416	1,1794	0,3744	10,5	0,51472	1,0534	0,1860
0,5	0,26042	1,5541	3,2656	5,25	0,44860	1,1712	0,3576	10,75	0,51707	1,0494	0,1820
0,6	0,27341	1,5252	2,7510	5,5	0,45285	1,1634	0,3423	11,0	0,51938	1,0454	0,1781
0,7	0,28458	1,5007	2,3796	5,75	0,45694	1,1559	0,3282	11,25	0,52164	1,0415	0,1743
0,8	0,29439	1,4793	2,0984	6,0	0,46088	1,1488	0,3154	11,5	0,52386	1,0378	0,1707
0,9	0,30316	1,4605	1,8779	6,25	0,46467	1,1419	0,3035	11,75	0,52604	1,0340	0,1673
1,0	0,31108	1,4436	1,7002	6,5	0,46834	1,1352	0,2924	12,0	0,52818	1,0304	0,1640
1,25	0,32816	1,4076	1.3794	6,75	0,47188	1,1288	0,2822	12,25	0,53028	1,0268	0,1608
1,5	0,34241	1,3781	1,1621	7,0	0,47531	1,1227	0,2727	12,5	0,53234	1,0234	0,1578
1,75	0,35468	1,3530	1,0053	7,25	0,47864	1,1167	0,2638	12,75	0,53437	1,0199	0,1549
2,0	0,36548	1,3312	0,8867	7,5	0,48187	1,1110	0,2555	13,0	0,53637	1,0166	0,1521
2,25	0,37513	1,3119	0,7937	7,75	0,48501	1,1054	0,2478	13,25	0,53833	1,0133	0,1493
2,5	0,38388	1,2946	0,7188	8,0	0,48806	1,1000	0,2405	13,5	0,54026	1,0100	0,1467
2,75	0,39188	1,2789	0,6572	8,25	0,49102	1,0947	0,2336	13,75	0,54216	1,0068	0,1442
3,0	0,39926	1,2645	0,6056	8,5	0,49392	1,0896	0,2271	14,0	0,54404	1,0037	0,1418
3,25	0,40612	1,2513	0,5616	8,75	0,49673	1,0847	0,2210	14,25	0,54588	1,0006	0,1394
3,5	0,41252	1,2390	0,5238	9,0	0,49948	1,0799	0,2152	14,5	0,54770	0,9976	0,1371
3,75	0,41854	1,2275	0,4909	9,25	0,50217	1,0752	0,2097	14,75	0,54949	0,9946	0,1349
4,0	0,42421	1,2168	0,4620	9,5	0,50479	1,0706	0,2045	15,0	0,55125	0,9917	0,1328

*) Grashof. A. a. O. S. 164—165. — Zeuner. A. a. O. S. 313.

**) Zivilingenieur. 1874. S. 447—454. (Die Δ-Werthe sind für $\frac{1}{A} = 424$ mkg neu berechnet.)

und mit Hülfe von Gleichg. (39) und der folgdn. Tabelle konstruirbar ist, heisst die adiabatische Kurve. Von demselben Anfangspunkte v_1, p_1 aus gezeichnet, nähert sich die adiabat. Kurve *II* rascher der *v*-Axe, als die Kurve *I* konstanter Dampfmenge.

Die Expansions-Arbeit, welche 1 kg des Gemisches bei dem Uebergange aus dem Zustande 1 in den Zustand 2 leistet, ist hier = der dabei stattfindenden Aenderung des inneren Arbeitsvermögens, also:

$E = U_1 - U_2$, folglich wegen: $A\,U = q + y\rho$ (Gleichg. 23):

$$E = 424\,(q_1 - q_2 + y_1\rho_1 - y_2\rho_2). \qquad (40)$$

Beispiel: Der in den Zylinder einer Kondensations-Dampfmaschine eintretende Dampf von 6 Atm. ($p_1 = 60\,000$ kg) führe 5% Wasser mit sich ($y_1 = 0,95$) und expandire, ohne dass ihm Wärme zugeführt oder entzogen werde, bis auf eine Spannung von 0,7 Atm. $p_2 = 7000$ kg). Nach der Tabelle S. 827, ergiebt sich: $q_1 = 159,625$; $\rho_1 = 450,423$; $q_2 = 89,844$ und $\rho_2 = 504,659$. Aus Gleichg. (38) erhält man mit Hülfe der Tabellenwerthe S. 833:

$$y_2 = \frac{0,46088 + 0,95\,.\,1,1488 - 0,28458}{1,5007} = 0,8447$$

und aus Gleichg. (40) die hierbei von 1 kg Dampf geleistete Expansionsarbeit:

$$E = 424\ (159,625 - 89,844 + 0,95\,.\,450,423 - 0,8447\,.\,504,659) = 30272,75\ \text{mkg}.$$

Das anfängliche spezif. Volumen ist: $v_1 = 0,001 + 0,95\,.\,0,3154 = 0,30063$ cbm, dasjenige nach erfolgter Expansion: $v_2 = 0,001 + 0,8447\,.\,2,3796 = 2,01105$, folglich der Expansionsgrad $\frac{v_2}{v_1} = 6,6895$.

Bei Berechnung des Effekts von Dampfmaschinen ist es üblich, den Expansionsgrad $\frac{v_2}{v_1}$ als gegeben anzusehen und hiernach die Expansionsarbeit E des Dampfes zu berechnen, wenn ausserdem p_1 und y_1 bekannt sind. Hierzu muss die Beziehung zwischen p und v durch eine einfache Gleichg. dargestellt werden, für welche nach Rankine's Vorschlag die Form: $pv^m = $ Konst. (41) gewählt worden ist.

Nach Zeuner*) kann $m = 1,035 + 0,1\,y_1$ (42) gesetzt werden. Die Expansions-Arbeit wird alsdann:

$$E = \frac{p_1 v_1}{m-1}\left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{m-1}\right], \qquad (43)$$

die spezif. Pressung $p_2 = p_1\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^m$ (44) und: $y_2 = \frac{v_2 - w}{\Delta_2}$ (45), worin Δ_2 den zu p_2 gehörigen Werth bezeichnet.

Beispiel. Es sei, wie oben, $p_1 = 60000$ kg; $y_1 = 0,95$, also: $v_1 = 0,30063$ und $\frac{v_2}{v_1} = 6,6895$; so wird: $m = 1,035 + 0,095 = 1,130$, folglich:

$$E = \frac{60000\,.\,0,30063}{0,130}\left(1 - \frac{1}{6,6895^{0,13}}\right) = 30374,82\ \text{mkg},$$

$$p_2 = \frac{60000}{6,6895^{1,13}} = 7005,78 \text{ und: } y_2 = \frac{2,01106 - 0,001}{2,3778} = 0,8453.$$

Wie ersichtlich, liefern die Gleichgn. (41), (42) und (43) Resultate, welche mit den genauen Werthen der Gleichgn. (38) bis (40) eine für die Praxis hinreichend grosse Uebereinstimmung zeigen.

i. Ueberhitzter Wasserdampf.

Zustands-Gleichung. Die Beziehung zwischen spezif. Pressung p, spezif. Volumen v und absoluter Temperat. T überhitzten Wasserdampfes (vergl. die Definition S. 821) kann nach Zeuner durch die Gleichg.:

$pv + Sp^{\frac{n-1}{n}} = RT$ (46) dargestellt werden, mit $R = 50,933$, $S = 192,5$ und $n = \frac{4}{3}$.**) Die Gleichg. (46) kann auch geschrieben werden:

$$pv = R\,(T - P) \text{ mit } P = \frac{S}{R}\sqrt[4]{p} = 3,779475\,\sqrt[4]{p}. \qquad (46\text{a.})^{***})$$

*) Zeuner. A. a. O. S. 342. — Grashof. A. a. O. S. 175.

) Zeuner. A. a. O. S. 558—561. — Grashof. A. a. O. S. 200—201. — *) Ders. A. a. O. S. 205.

Beispiel. Es sei: $p = 40000$ (4 Atm.) und $t = 200^0$, also $T = 273 + 200 = 473^0$, so wird: $P = 53{,}45$, folglich: $v = \frac{50{,}933\,(473 - 53{,}45)}{40000} = 0{,}5342^{cbm}$. Für gesättigten Dampf von 4 Atm. ist $t = 142{,}820^0$ und $v = 0{,}4630^{cbm}$.

Die Wärmemenge Q, welche zur Erzeugung von 1^{kg} überhitztem Dampf von der Temperat. t und der spezif. Pressung p aus Wasser der Temp. t_1 bei konstant bleibender Pressung p aufgewendet werden muss, ist:

$$Q = A\,C + c_p\,(T - P) - q_1. \qquad (47)^*)$$

Hierin bedeutet $c_p = 0{,}4805$ die spezif. Wärme des überhitzten Dampfes für konstante Pressung und q_1 die der Temperat. t_1 entsprechende Flüssigkeitswärme.

Für $p \geq 5000^{kg}$ (0,5 Atm.) ist: $A\,C = 476$; für $p < 5000^{kg}$ ($t \leq 80^0$), $A\,C = 478$ und für $p < 1000^k$ (0,1 Atm.), $t \leq 45^0$, $A\,C = 480$ anzunehmen.

Derselbe Werth ergiebt sich durch die Gleichg.:

$$Q = Q_g + c_p\,(t - t_g) - q_1, \qquad (48)$$

unter Q_g die Gesammtwärme und t_g die Temperat. gesättigten Dampfes von der spezif. Pressung p verstanden.

Um 1^{kg} überhitzten Dampf von 4 Atm. und 200^0 aus Wasser von 20^0 zu erzeugen, ist nach (47) eine Wärmemenge $Q = 476 + 0{,}4805\,(473 - 53{,}45) - 20{,}01 = 657{,}584$ W.-E. erforderlich. Nach Gleichg. (48) wird:

$$Q = 650{,}060 + 0{,}4805\,(200 - 142{,}820) - 20{,}01 = 657{,}525 \text{ W.-E.}$$

Erfolgt eine Zustands-Aenderung überhitzten Wasserdampfes bei konstanter Pressung p so ist: $\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2 - P}{T_1 - P}$. (49)

k. Mischung von atmosphär. Luft und Wasserdampf. Gesetz von Dalton.

Der in der atmosphär. Luft stets in grösserer oder geringerer Menge vorhandene Wasserdampf befindet sich gewöhnlich in überhitztem Zustande und hat die Temperat. der Luft. Nur bei rasch eintretenden Temperat.-Erniedrigungen geht derselbe in den gesättigten Zustand über, wobei er als tropfbar flüssiges Wasser zum Theil niederschlägt.

Die, durch das Barom. angegebene, spezif. Pressung der Luft p ist die Summe der Pressungen, welche einerseits die absol. trockne Luft, andererseits der Wasserdampf annehmen würden, wenn sich jeder der beiden Stoffe allein in demselben Raume befände, der von der Mischung angefüllt wird. (Dalton's Gesetz.) Es ist also:

$$p = p_l + p_d. \qquad (50)$$

Die Temperat. t_s, bei welcher der Wasserdampf der Luft in den gesättigten Zustand übergeht, nennt man den Thaupunkt.

Bezeichnet γ_s das spezif. Gew. des bei $t_s{}^0$ gesättigten, γ_d das spezif. Gew. des bei t^0 überhitzten Dampfes, wobei $t > t_s$, so wird mit Rücksicht auf Gleichg. (49)

$\frac{\gamma_d}{\gamma_s} = \frac{T_s - P}{T - P}$ (51), worin: $T_s = 273 + t_s$, $T = 273 + t$ und: $P = 3{,}779475\sqrt[4]{p_s}$.

Die spezif. Pressung p_s des gesättigten Dampfes ist gleichbedeutend mit dem Werth p_d in Gleichg. (50). Mit Hilfe dieser Gleichg. ergiebt sich der Werth p_l und hiermit das spezif. Gew. γ_l der trocknen Luft der Temperat. t, die mit dem überhitzten Dampfe gemischt ist zu: $\gamma_l = \frac{p_l}{29{,}27\,T}$. (52)

Nennt man γ das spezif. Gew. des bei der Lufttemp. t^0 gesättigten Dampfes, so heisst: $\frac{\gamma_d}{\gamma} = s$ (53) der Sättigungsgrad der atmosphär. Luft. (Vergl. übrigens noch S. 1123 ff.).

*) Grashof. A. a. O. S. 214.

II. Dynamik.

a. Gleichung des gesammten Arbeitsvermögens; Wärme-Gleichg.; Gleichg. der lebend. Kraft gas- oder dampfförm. Körper.

Ein in Bewegung befindlicher gas- oder dampfförm. Körper habe die seinem augenblickl. Bewegungs-Zustande entsprechende lebend. Kraft L, welche auch sein äusseres Arbeitsvermögen genannt wird, das seinem augenblickl. Wärme-Zustande entsprechende innere Arbeitsvermögen U (vergl. S. 828), also das gesammte Arbeitsvermögen $L + U$. Dann ist nach dem Prinzip der Aequivalenz von Arbeit, lebend. Kraft und Wärme für irgend eine ∞ kleine Zustands-Aenderung des Körpers der Zuwachs an gesammtem Arbeitsvermögen desselben = der Arbeits-Summe der auf ihn wirkenden äussern Kräfte + dem Arbeitswerth der ihm von aussen mitgetheilten Wärme*).

Bezeichnet man also mit dM die Arbeits-Summe aller auf den Körper einwirkenden Massenkräfte und mit dP diejenige der äussern Druckkräfte, bezogen auf 1 kg des Körpers, so ist die Gleichg. des gesammten Arbeitsvermögens:

$$d(L + U) = dM + dP + W dQ. \qquad (1)$$

Die dem Körper im ganzen zugeführte, nämlich von aussen mitgetheilt, und die durch äussere Reibungen und innere Widerstände erzeugte Wärmemenge wird theils zur Vermehrung des innern Arbeitsvermögens, theils zur Verrichtung von Expans.-Arbeit verwendet. Nennt man also:

dB die Arbeits-Summe sämmtlicher äussern und innern Widerstände und $dE = p dv$ die Expans.-Arbeit, so wird die Wärme-Gleichg.:

$$W dQ + dB = dU + dE; \qquad (2)$$

und hiernach die Aenderung des äussern Arbeitsvermögens, oder die Gleichg. der lebend. Kraft:

$$dL = dM + dP + dE - dB. \qquad (3)$$

b. Bewegung der Gase in Gefässen und Röhren.

Bei der perman. Bewegung eines gasförm. Körpers in Gefässen und Röhren sei: F der Querschn. an irgend einer Stelle vom Gefäss oder Rohr, u die Geschw., mit der sämmtliche Gastheilchen diesen Querschn. durchfliessen, G das unveränderl. Gew. der in 1 Sek. durch jeden Querschn. strömenden Gasmenge, so ist, wenn die Richtung von u mit der Richtg. der Schwerkraft den Winkel ψ einschliesst, wofür $dM = \cos\psi ds$, und sich übrigens das Gefäss im Ruhezustande befindet, die Kontinuitäts-Gleichg.:

$$Fu = Gv, \qquad (4)$$

ferner, bezogen auf 1 kg des Körpers, da nach Gleichg. (18) und (20), S. 829: $dU = \frac{R dT}{n - 1}$, die Gleichg. des gesammten Arbeitsvermögens:

$$\frac{u du}{g} + \frac{R dT}{n - 1} = \cos\psi ds - d(pv) + W dQ, \qquad (5)$$

die Wärmegleichg.: $$W dQ + dB = \frac{R dT}{n - 1} + p dv, \qquad (6)$$

und die Gleichg. der lebend. Kraft oder des äussern Arbeitsvermögens:

$$\frac{u du}{g} = \cos\psi ds - v dp - dB. \qquad (7)$$

α. Bewegung der Gase in Röhren ohne Rücksicht auf Wärmeleitung durch die Rohrwandung.**)

Die Wärmeleitung durch die Rohrwand kann unberücksichtigt bleiben, sobald der Temperat.-Unterschied in und ausserhalb der Röhre nur gering ist, wie z. B. bei Leuchtgas- oder auch Windleitungen. Es werde in der Folge auch überall voraus gesetzt, dass der Röhrenquerschn. $\frac{d^2\pi}{4}$, der Winkel ψ und der Koeffiz. λ der Reibung des Gases an der Rohrwand für die betrachtete Rohrstrecke konstant seien.

*) Grashof. A. a. O. S. 60.
**) Grashof. A. a. O. S. 593—597.

Setzt man abkürzungsweise: $\frac{u^2}{2g} = H$, also: $\frac{u\,du}{g} = dH$ und demzufolge: $dB = \lambda \frac{ds}{d} \frac{u^2}{2g} = \frac{\lambda}{d} H ds$, so ergiebt, mit Rücksicht auf die Zustands-Gleichg. und die Kontinuit.-Gleichg., die Integrat. der Gleichg. (5), da $dQ = 0$:

$$R(T_2 - T_1) = -\frac{n-1}{n}(H_2 - H_1 - s\cos\psi). \qquad (8)$$

Hier und in den folgenden Gleichgn. beziehen sich der Index 1 auf den Anfangsquerschn. ($s = 0$), der Index 2 auf den Endquerschn. der Rohrstrecke s.

Als Gleichg. der lebend. Kraft erhält man aus (7) die lineare Different.-Gleichg. 1. Ordnung:

$$\left[R T_1 + \frac{n-1}{n}(H_1 + s\cos\psi)\right]\frac{dH}{2H} - \frac{n+1}{2n} dH = \left(\lambda \frac{H}{d} - \frac{\cos\psi}{n}\right) ds. \qquad (9)$$

Ist hieraus H_2, also u_2 bestimmt, so ergiebt sich aus Gleichg. (8) T_2 und aus der vereinigten Zustands- u. Kontinuitäts-Gleichg.: $\frac{R T_2}{p_2} = \frac{F u_2}{G}$, (10)

oder aus der hieraus folgenden Gleichg.: $\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2 u_1}{T_1 u_2} = \frac{T_2}{T_1}\sqrt{\frac{H_1}{H_2}}$ (11) der Werth p_2.

Liegt die Röhre horizontal ($\cos\psi = 0$), oder wird der Einfluss der Schwerkraft als unerheblich vernachlässigt, so erhält man aus Gleichg. (9):

$$\left(\frac{R T_1}{H_1} + \frac{n-1}{n}\right)\left(1 - \frac{H_1}{H_2}\right) - \frac{n+1}{n} ln \frac{H_2}{H_1} = 2\lambda \frac{s}{d}. \qquad (12)$$

Die durch äussere Reibungen und innere Widerstände hervor gerufene Temperat.-Differenz $T_2 - T_1$ (Gleichg. 8) ist selbst bei sehr langen Röhren und grossen Geschw. so unbedeutend, dass man dieselbe ebenfalls vernachlässigen darf, und man erhält mit: $T = T_1 = T_2 =$ Konst. aus Gleichg. (7):

$$\frac{2s\cos\psi}{R T_1} = \left(1 - \frac{2d\cos\psi}{\lambda R T_1}\right) ln \frac{H_2 - \frac{d\cos\psi}{\lambda}}{H_1 - \frac{d\cos\psi}{\lambda}} - ln \frac{H_2}{H_1}. \qquad (13)$$

Bei den in der Praxis vorkommenden Fällen sind die Werthe $= \frac{2d\cos\psi}{\lambda R T_1}$ und $\frac{2s\cos\psi}{R T_1}$ stets sehr klein, so dass ausreichend genau Gleichg. (13) ersetzt werden kann durch:

$$\frac{H_1}{H_2} = 1 - \frac{2}{R T_1}\left(\lambda \frac{s}{d} H_1 - s\cos\psi\right). \qquad (14)$$

Sind die Geschwindigk.- und Pressungs-Aenderungen in der Röhre sehr klein, so kann endlich das Verhältn. der Pressungs-Aenderung zur Anfangs-Pressung $\frac{p_1 - p_2}{p_1} = \frac{1}{R T_1}\left(\lambda \frac{s}{d} H_1 - s\cos\psi\right)$ (15) gesetzt werden.

Der Koeffiz. des Leitungswiderstandes ist nach Grashof bis auf weiteres:

$$\lambda = 0{,}01355 + \frac{0{,}001235 + 0{,}01\,d}{d\sqrt{u}} \quad (16) \text{ anzunehmen.}$$

Schliesst sich an die Rohrstrecke s eine weitere Rohrstrecke so an, dass beim Uebergang der Luft aus der 1. in die 2. Strecke besondere Widerstände in Krümmungen, Kniestücken oder plötzlichen Querschnitts-Aenderungen auftreten und beziehen sich die Werthe p_2, v_2, T_2, u_2 bezw. H_2 auf den Zustand des Gases am Ende der 1. und p_3, v_3, T_3, u_3 bezw. H_3 auf denjenigen am Anfang der 2. Strecke, so ergiebt sich mit Rücksicht darauf, dass fast ausnahmslos $T_2 = T_3$ und der Pressungs-Unterschied $p_2 - p_3$ sehr klein ausfällt:

$$\frac{p_3}{p_2} = \frac{\frac{p_2 v_2}{H_2} - 3(1+\zeta)\left(\frac{F_2}{F_3}\right)^2 + 1}{\frac{p_2 v_2}{H_2} - 2(1+\zeta)\left(\frac{F_2}{F_3}\right)^2} \quad (17) \text{ und: } \frac{u_3}{u_2} = \frac{F_2 p_2}{F_3 p_3} \quad (18)^*).$$

*) Grashof. A. a. O. S. 617.

Der Werth ζ ist auf Grundlage der Weisbach'schen Versuche für ein rechtwinkliges Kniestück zu $\zeta = 0{,}908$ bis $1{,}028$, im Mittel $\zeta = 1$ für eine rechtwinklige Röhrenkrümmung (Kropfröhre), deren mittlerer Halbm. etwa = dem Rohrdurchm. ist, zu 0,188 bis 0,296, oder abgerundet zu: 0,2 bis 0,3 anzunehmen, je nachdem die Geschw. u_2 kleiner oder grösser ist. Geht der Gasstrom durch eine in ein Rohr eingebaute Verengung vom Querschn. A, während der Rohrquerschn. hinter der Verengung die Grösse F hat, so kann unter der Voraussetzung, dass: $\frac{F}{A} \leqq 6$, also $\frac{A}{F} \geqq 0{,}167$ ist, $\zeta = \left(\frac{F}{\alpha A} - 1\right)^2$ (19) gesetzt werden, (Gleichg. 45, S. 743). Demzufolge sind die Zahlenwerthe von ζ aus den S. 743 und 744 aufgeführten Tabellen zu entnehmen.

β. Bewegung der Gase in einem Rohr, mit Berücksichtigung der Wärmeleitung durch die Wand desselben.*)

Das spezif. Volumen v, demnach auch die Geschw. u des Gasstroms ist hier in so überwiegend hohem Grade von der Temperat.-Aenderung abhängig, dass der Einfluss der Pressungs-Aenderung auf v, bezw. u, vernachlässigt werden darf. Aus Gleichg. (10) folgt alsdann:

$T = \text{Konst.}\, u$, oder: $\frac{T}{u} = \frac{T_1}{u_1} = \frac{T_2}{u_2}$ und: $\frac{du}{u} = \frac{dT}{T}$ und hiermit aus Gleichg. (7):

$$-\frac{dp}{p} = \frac{2}{RT_1^2}\frac{u_1^2}{2g}dT - \frac{\cos\psi}{R}\frac{ds}{T} + \frac{\lambda}{d}\frac{u_1^2}{2g}\frac{1}{RT_1^2}Tds.$$

Für die Einstrom-Heizfläche (S. 817—818) wird:

$\frac{ds}{T} = -\frac{c_p G}{kP}\frac{dT}{T(T-T')}$ und: $Tds = -\frac{c_p G}{kP}\frac{TdT}{T-T'}$, wobei hier k auf 1 Sek. zu beziehen ist.

Wird abkürzungsweise $\frac{c_p G}{kP} = a$ gesetzt, so ergiebt sich schliesslich da $a\,ln\,\frac{T_1 - T'}{T_2 - T'} = s$ ist:

$$ln\,\frac{p_1}{p_2} = \frac{H_1}{RT_1}\left[\frac{T'}{T_1}\lambda\frac{s}{d} + \frac{T_1 - T_2}{T_1}\left(\lambda\frac{a}{d} - 2\right)\right] + \frac{\cos\psi}{RT'}\left(a\,ln\,\frac{T_1}{T_2} - s\right) \quad (20)$$

Ist die Höhendifferenz zwischen Anfang und Ende des Rohrs gering, so ist $\cos\psi = 0$ zu setzen, wonach das letzte Glied in Gleichg. (20) verschwindet.

Bewegt sich aber der Gasstrom durch ein vertik. Rohr, z. B. durch einen Fabrikschornstein, so wird $\cos\psi = -1$.

Bei Berechnung der Schornstein-Höhe h (gleichbedeutend mit dem Werthe s in Gleichg. (20)) empfiehlt es sich jedoch, zur Herbeiführung einer möglichst einfachen Gleichg. für h, eine mittlere Temp. T_m der Rauchgase, sowie in dem Gliede dB der Gleichg. (7) eine mittlere Geschw. u_m und einem mittlern Schornstein-Durchm. d_m einzuführen. Bezeichnet ferner p_0 die spezif. Pressung und γ_0 das spezif. Gewicht der äussern Luft im Niveau des Rostes, p_2 diejenige im Niveau der Schornstein-Mündung und T_0 die absol. Lufttemp., so ist:

$$RT_m\,ln\,\frac{p_1}{p_2} = h + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \lambda\frac{h}{d_m}\frac{u_m^2}{2g}. \quad (21) \quad \text{und:}$$

$$RT_0\,ln\,\frac{p_0}{p_2} = h \quad (22), \text{ folglich:}$$

$$h = \frac{T_m}{T_m - T_0}\frac{p_0 - p_1}{\gamma_0} + \frac{T_0}{T_m - T_0}\frac{u_2^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{u_1}{u_2}\right)^2 + \lambda\frac{h}{d_m}\left(\frac{u_m}{u_2}\right)^2\right]. \quad (23)$$

c. Ausfluss der Gase aus Gefässen.**)

Es befinde sich das Gas im Innern des Gefässes bereits in strömender Bewegung, wie z. B. in einer Gebläse-Leitung vor dem Ausfluss aus den Düsen, und

*) Grashof. A. a. O. S. 625—630.
**) Grashof. A. a. O. S. 548—566.

es seien daselbst im Querschn. F_0 des Gasstroms die unveränderl. Mittelwerthe der Pressung, des spezif. Volumens, der absol. Temperat., der Geschw. und der Geschwindigk.-Höhe: p_0, v_0, T_0, u_0 und H_0; der Querschn. der Ausflussöffnung sei A, der des ausfliessenden Gasstroms αA an derjenigen Stelle, wo die spezif. Pressung an jedem Punkte des Querschn. gleich gross voraus gesetzt werden darf; daselbst seien die oben erwähnten Werthe: p, v, T, u und H. Der Schwerp. von F_0 liege um die Höhe h über dem Schwerp. des Ausflussquerschn. αA, und das Gefäss befinde sich im Ruhezustande, so folgt aus Gleichg. (1) mit $dQ = 0$, da in der Ausfluss-Mündung dem Gasstrom weder Wärme zugeführt noch entzogen wird:

$$H - H_0 + \frac{n}{n-1} R(T - T_0) = h, \text{ oder } T = T_0 - \frac{n-1}{n} \frac{H - H_0 - h}{R}. \quad (24)$$

Ferner ergiebt sich aus Gleichg. (7) mit Rücksicht auf das Gesetz von Poisson (S. 829), wenn φ den Geschw.-Koeffiz. bezeichnet:

$$\frac{1}{\varphi^2} H = H_0 + h + \frac{n}{n-1} p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right].\text{*)} \quad (25)$$

Das in 1 Sek. ausfliessende Gasgewicht ist: $G = \gamma \alpha A u = \alpha A u \frac{p}{RT}$. (26)

Ist A im Vergleich zu F_0 sehr klein, so kann u_0 bezw. $H_0 = 0$ gesetzt werden. Ist ausserdem $h = 0$, oder sehr klein und daher zu vernachlässigen, so gehen die Gleichgn. (24), (25) und (26) über in:

$$\frac{T}{T_0} = 1 - \frac{n-1}{n} \frac{H}{p_0 v_0} = 1 - \varphi^2 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right] \quad (27)$$

$$u = \sqrt{2gH} = \varphi \sqrt{2g \frac{n}{n-1} p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]} \quad (28) \text{ und:}$$

$$\frac{G}{A} = \alpha \varphi \frac{p}{p_0} \frac{\sqrt{2g \frac{n}{n-1} \frac{p_0}{v_0} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}}{1 - \varphi^2 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]} \quad (29) \text{ oder wenn}$$

zunächst $\alpha = 1$ und $\varphi = 1$ gesetzt und unter μ ein Ausflusskoeffiz. verstanden wird, wobei $\mu < \alpha \varphi$ ist:

$$\frac{G}{A} = \mu \sqrt{2g \frac{n}{n-1} \frac{p_0}{v_0} \left[\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{2}{n}} - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right]}. \quad (30)$$

Ist $p_0 - p$ klein, so dass $\left(\frac{p_0 - p}{p_0} = \delta\right) \leqq 0{,}2$, also: $\left(\frac{p}{p_0} = 1 - \delta\right) \geqq 0{,}8$ so geht, bei Vernachlässigung der Glieder mit δ^3, δ^4 u. s. w., Gleichg. (30) über in:

$$\frac{G}{A} = \mu p_0 \sqrt{\frac{2g}{R T_0} \delta \left(1 - \frac{3}{2n} \delta\right)}. \quad (31)$$

Für atmosphär. Luft ($R = 29{,}3$, $n = 1{,}41$, $g = 9{,}81$) ist:

$$\frac{G}{A} = 0{,}818 \mu p_0 \sqrt{\frac{\delta}{T_0} (1 - 1{,}06 \delta)}. \quad (32)$$

Für $p = 0$ ergiebt sich aus Gleichg. (27) und (28):

$$T_{\text{min.}} = (1 - \varphi^2) T_0; \ (33) \text{ und } u_{\text{max.}} = \varphi \sqrt{2g \frac{n}{n-1} p_0 v_0} = \varphi \sqrt{2g \frac{n}{n-1} R T_0}. \ (34)$$

Bliebe α bei abnehmendem Werth von p unveränderlich, so würde nach Gleichg. (29) für $p = 0$ der Werth $G = 0$.

*) Grashof. A. a. O. S. 550 u. 562—563.

Aus Gleichg. (30) folgt:

$$G_{\max.} = \mu A \sqrt{2g \frac{n}{n+1} \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{2}{n-1}} \frac{p_0}{v_0}} \quad (35), \text{ für } \frac{p}{p_0} = \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n}{n-1}};$$

für atmosphärische Luft ($R = 29{,}3$, $n = 1{,}41$) wird: $p = 0{,}5266\, p_0$ und: $G_{\max.} = 0{,}3972\, \mu A \frac{p_0}{\sqrt{T_0}}$. Direkte Versuche über den Ausfluss der Luft bei starkem Ueberdruck haben ergeben, dass G nahezu konstant bleibt, sobald $p < 0{,}5266\, p_0$ wird. Hieraus ist zu folgern, dass α in diesem Falle stetig zunimmt*).

Anstatt die Bewegungswiderst. durch Einführung eines Geschwindigk.-Koeffi. φ (Gl. 25) zu berücksichtigen, empfiehlt Zeuner, für die Zustands-Aenderung der Gase beim Ausfluss derselben das Gesetz: $p v^m = \text{Konst.}$ (36) als gültig anzusehen, wobei der Ausflussexponent $m = \frac{n(1+\zeta)}{1+n\zeta}$ (37) anzunehmen ist**), unter ζ einen Widerstandskoeffiz. verstanden. Alsdann wird:

$$H = H_0 + h + \frac{n}{n-1} p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{m-1}{m}}\right] (38); \quad \frac{v}{v_0} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{1}{m}} \text{ und } \frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{m-1}{m}} \quad (39)$$

Für $h = 0$ und $H_0 = 0$ wird:

$$u = \sqrt{2g \frac{n}{n-1} p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{m-1}{m}}\right]} \quad (40)$$

und:

$$\frac{G}{A} = \alpha \sqrt{2g \frac{n}{n-1} \frac{p_0}{v_0} \left[\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{2}{m}} - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{m+1}{m}}\right]} \quad (41)$$

Für kleine Werthe von $\delta = \frac{p_0 - p}{p_0}$ wird:

$$\frac{G}{A} = \frac{\alpha}{\sqrt{1+\zeta}} p_0 \sqrt{\frac{2g}{R T_0}}\, \delta \left(1 - \frac{3}{2m} \delta\right). \quad (42)$$

Wird $p = 0$, so geht T und u über in:

$$T_{\min.} = 0 \text{ und } u_{\max.} = \sqrt{2g \frac{n}{n-1} R T_0} \quad (43). \quad \text{Für } \frac{p}{p_0} = \left(\frac{2}{m+1}\right)^{\frac{m}{m-1}}$$

erscheint:

$$G_{\max.} = \alpha A \sqrt{2g \frac{n}{n-1} \frac{m-1}{m+1} \left(\frac{2}{m+1}\right)^{\frac{2}{m-1}} \frac{p_0}{v_0}}. \quad (44)$$

Dieser Werth gilt auch für den Fall, dass $\frac{p}{p_0} < \left(\frac{2}{m+1}\right)^{\frac{m}{m-1}}$.

d. Erfahrungs-Koeffizienten.

Aus den Resultaten der umfangreichen Versuche von Weisbach sind von Grashof die Werthe μ, α, φ, ζ, und m neu berechnet worden***); und zwar können bei einem Verhältniss von $\frac{p_0}{p} = 1$ bis $\frac{p_0}{p} = 2$ hiernach folgende Mittelwerthe angenommen werden:

a. Für eine kreisförm. Mündung von 14 mm Durchm. in dünner ebener Wand: $\mu = 0{,}64$; $\alpha = 0{,}65$; $\varphi = 0{,}981$; $\zeta = 0{,}04$; $m = 1{,}388$.

b. Für eine kurze zylindr. Ansatzröhre von 14 mm Durchm. ohne innere Abrundung:

$\frac{p_0}{p} = 1{,}08$	1,41	1,70	$\varphi = 0{,}821$	0,838	0,866
			$\zeta = 0{,}490$	0,444	0,362
$\mu = 0{,}815$	0,813	0,831	$m = 1{,}243$	1,252	1,271
$\alpha = 1$	1	1			

c. Für ein kurzes konoidisches Mundstück von 10 mm Mündungsdurchm. (im Mittel): $\mu = 0{,}970$; $\alpha = 1$; $\varphi = 0{,}974$; $\zeta = 0{,}034$; $m = 1{,}392$.

*) Grashof. A. a. O. S. 554—556.
**) Grashof. A. a. O., S. 559—565.
***) Grashof. A. a. O. S. 580 — 592.

e. Bewegung des Dampfes in Röhren.*)

α. Bewegung ohne Rücksicht auf die Wärmeleitung der Rohrwandung.

Für gesättigten, wie für überhitzten Dampf erhält man aus Gleichg. (7) S. 836 mit Rücksicht auf die Gleichg. von Rankine (S. 834, Gleichg. [41]) für einen konstanten Rohrquerschn. F:

$$\lambda \frac{s}{d} - \frac{s\cos\psi}{H'} = \frac{m}{m+1}\frac{p_1 v_1}{H_1}\left[1-\left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{\frac{m+1}{2}}\right] - ln\frac{H_2}{H_1}, \quad (45)$$

wobei H' einen konstanten Mittelwerth zwischen H_1 und H_2 bezeichnet.

Das letzte Glied ist im Vergleich zum vorher gehenden stets so klein, dass es vernachlässigt werden kann, wonach sich ergiebt:

$$\left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{\frac{m+1}{2}} = 1 - \frac{m+1}{m}\frac{H_1}{p_1 v_1}\left(\lambda\frac{s}{d} - \frac{s\cos\psi}{H'}\right). \quad (46)$$

Mit $H' = H_1$ ergiebt sich ein erster Näherungswerth von H_2, worauf $H' = \frac{1}{2}(H_1 + H_2)$ eingesetzt und damit H_2 genauer bestimmt wird.

Da nun:

$\frac{v_2}{v_1} = \frac{u_2}{u_2} = \sqrt{\frac{H_2}{H_1}}$ (47) ist, so folgt aus Gleichg. (41), S. 834, $\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{\frac{m}{2}}$. (48)

Sind die Geschwindigk.- und Pressungs-Aenderungen sehr klein, so wird:

$\frac{H_2}{H_1} = 1 + \frac{2}{m p_1 v_1}\left(\lambda\frac{s}{d}H_1 - s\cos\psi\right)$ (49), $\frac{v_2}{v_1} = 1 + \frac{1}{m p_1 v_1}\left(\lambda\frac{s}{d}H_1 - s\cos\psi\right)$ (50)

und: $$\frac{p_2}{p_1} = 1 - \frac{1}{p_1 v_1}\left(\lambda\frac{s}{d}H_1 - s\cos\psi\right); \quad (51)$$

λ ist nach Gleichg. (16) zu berechnen. Für gesättigten Dampf ist $m =$ 1,035 + 0,1 y_1 (Gleichg. 42,), für überhitzten Dampf $m = n = {}^4/_3$ (Gleichg. 46, S.834).

Bei gesättigtem Dampf kann die zu p_2 gehörige Temperat. aus der Tab. (S. 826—828) unmittelbar entnommen und kann y_2 aus Gleichg. (38) oder (45) S. 834 berechnet werden. Bei überhitztem Dampf ergiebt sich T_2 aus Gleichg. (46a) S. 834. Fällt T_2 kleiner aus, als diejenige absol. Temperat., welche gesättigtem Dampfe von der spezif. Pressung p_2 entspricht, so ist hieraus ersichtlich, dass der ursprünglich überhitzte Dampf während seiner Bewegung durch das Rohr in den gesättigten Zustand übergegangen ist.

Der Einfluss besonderer Widerstände kann mit Hülfe der Gleichg. (17) und (18) berechnet werden, wobei für ζ dieselben Werthe, wie dort angegeben, einzusetzen sind.

β. Bewegung mit Rücksicht auf die Wärmeleitung der Rohrwandung.

Bei überhitztem Dampfe ergiebt sich mit Rücksicht auf die geringe Veränderlichkeit von P, Gleichg. (46a) S. 834, im Vergleich zu derjen. von T in analoger Weise, wie bei der Bewegung der Gase Gleichg. (20):

$$ln\frac{p_1}{p_2} = \frac{H_1}{R(T_1 - P)}\left[\frac{T' - P}{T_1 - P}\lambda\frac{s}{d} + \frac{T_1 - T_2}{T_1 - P}\left(\lambda\frac{a}{d} - 2\right)\right] + \frac{\cos\psi}{R(T' - P)}\left(a\,ln\frac{T_1 - P}{T_2 - P} - s\right) \quad (52)$$

wobei: $T_2 = T' + (T_1 - T')e^{-\frac{s}{a}}$ (53). Hierin haben s, d und a dieselbe Bedeutung, wie S. 838. Aus Gleichg. (52) erhält man p_2, wenn zunächst $P = P_1$ gesetzt und alsdann zur Korrektur des hiermit berechneten p_2-Werthes $P = {}^1/_2(P_1 + P_2)$ eingetragen wird. Aus p_2 und T_2 ergiebt sich endlich mit Hilfe der Gleichgn. (10) oder (11) der Werth u_2.

Fällt p_2 grösser aus, als die zu der absolut. Temperat. T_2 gehörige Pressung gesättigten Wasserdampfes, so ist hieraus erkennbar, dass der Dampf schon vorher in den gesättigten Zustand übergegangen ist. Von diesem Augenblicke an sind die Gleichgn. (52) und (53) nicht mehr anwendbar.

*) Grashof. A. a. O. S. 656—667.

Bei gesättigtem feuchtem Wasserdampfe wird durch Mittheilung oder Entziehung von Wärme vorzugsweise y, (Gleichg. 22) S. 831, geändert, während T und p verhältnissmässig wenig veränderlich sind. Demnach darf

$Gr(y_1 - y_2) = kP's(T - T')$ gesetzt werden, woraus mit $b = \frac{Gr}{kP'(T - T')}$

$$y_2 = y_1 - \frac{s}{b} \text{ (54) folgt.}$$

Aus Gleichg. (7) S. 836 ergiebt sich, wenn für $\varDelta$ ein konstanter Mittelwerth $\varDelta_m$ eingeführt wird:

$$\varDelta_m (p_1 - p_2) = \frac{H_1}{y_1^2}\left[\lambda \frac{s}{d}\left(y_1 - \frac{s}{2b}\right) - 2\frac{s}{b}\right] + b \cos\psi \, ln\left(1 - \frac{s}{by_1}\right). \quad (55)$$

Mit $\varDelta_m = \varDelta_1$ erhält man einen ersten Näherungswerth und hierauf mit $\varDelta_m = \frac{1}{2}(\varDelta_1 + \varDelta_2)$ einen genauern Werth von p_2. Endlich wird:

$$u_2 = \frac{G}{F}(w + y_2 \varDelta_2). \quad (56)$$

Das sich bildende Kondensationswasser kann nur so lange in fein vertheiltem Zustande schwebend vom Dampfe fortgeführt werden, bis der Werth $(1 - y_2)$ ein gewisses Maximum erreicht. Es nimmt alsdann das Gew. G des unabhängig von dem Kondensationswasser weiter strömenden Dampfes stetig ab, während y_2 konstant bleibt.

Bei diesem Vorgange mögen für den Anfangszustand die oben mit dem Index 2 bezeichneten Werthe gelten und soll das pro 1 Sek. durch den Anfangsquerschn. strömende Dampfgewicht mit G_2 bezeichnet werden. Unter der zulässigen Annahme konstanter Mittelwerthe von T und der spezif. Verdampfungswärme r (vergl. S. 825) wird die Gewichtsabnahme für die Rohrlänge s

$$G_2 - G_3 = \frac{kP'}{r}(T - T')\,s \quad (57) \quad \text{und:} \quad \frac{G_3}{G_2} = z' = 1 - \frac{s}{b}. \quad (58)$$

Da die Geschw. u jetzt ebenfalls vorzugsweise von G abhängt, so erhält man aus Gleichg. (7):

$$(w + y_2 \varDelta_m)(p_2 - p_3) = H_2 \frac{s}{b}\left[\lambda \frac{b}{d}\left(1 - \frac{s}{b} + \frac{1}{3}\frac{s^2}{b^2}\right) - 2 + \frac{s}{b}\right] - s \cos\psi. \quad (59)$$

Endlich ist:

$$u_3 = \frac{G_3}{F}(w + y_2 \varDelta_3). \quad (60)$$

f. Ausfluss des Dampfes aus Gefässen.*)

Es bezeichne: p_0 die Pressung, v_0 das spezif. Volumen im Innern des Gefässes, p die Pressung im äussern Raume, ζ den Widerstands-Koeffiz., m den Ausflussexpon., (vergl. S. 840), A die Ausflussöffnung, α den Kontraktions-Koeffiz., n den Expon. der Gleichg. von Rankine (S. 834 Gleichg. 41) und zwar:

$n = 1035 + 0{,}1\, y_0$ für gesättigten Dampf, und $n = \frac{4}{3}$, wenn der Dampf überhitzt ist und beim Ausfluss überhitzt bleibt.

Für den Fall, dass $p_0 \leq p\left(\frac{m+1}{2}\right)^{\frac{m}{m-1}}$ wird die Ausflussgeschw.:

$$u = \sqrt{2g \frac{n}{n-1} p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{m-1}{m}}\right]} \quad (61)$$

und das in 1 Sek. ausfliessende Dampfgewicht:

$$G = \alpha A \sqrt{2g \frac{n}{n-1} \frac{p_0}{v_0}\left[\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{2}{m}} - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{m+1}{m}}\right]}. \quad (62)$$

*) Vergl. Grashof. A. a. O. S. 634 – 656.

Ist dagegen $p_0 > p\left(\frac{m+1}{2}\right)^{\frac{m}{m-1}}$, so wird:

$$u = \sqrt{2g\frac{n}{n-1}\,\frac{m-1}{m+1}\,p_0 v_0} = \sqrt{\frac{2g}{1+\zeta}\,\frac{m}{m+1}\,p_0 v_0} \qquad (63)$$

und:

$$G = \alpha A \sqrt{\frac{g\,m}{1+\zeta}\left(\frac{2}{m+1}\right)^{\frac{m+1}{m-1}}\frac{p_0}{v_0}}. \qquad (64)$$

Für gesättigten aber trocknen Dampf ($y_0 = 1$) und:

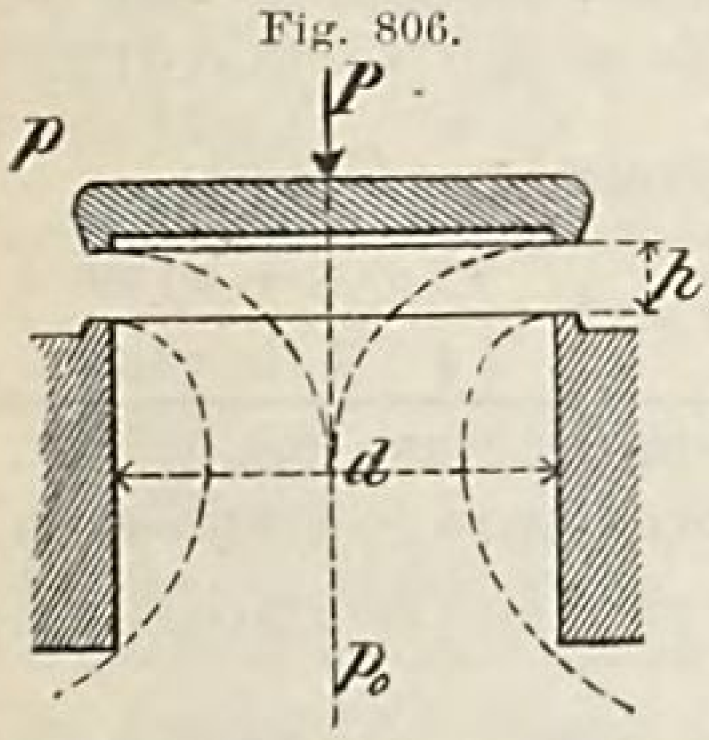
$\zeta = 0$	0,05	0,10	0,25	0,50
wird: $m = 1{,}135$	1,1278	1,1212	1,1052	1,0861
und: $\left(\frac{m+1}{2}\right)^{\frac{m}{m-1}} = 1{,}7319$	1,7274	1,7232	1,7138	1,7021

Setzt man $\frac{1}{v_0} = 0{,}5877\,p_0^{\;0{,}939}$ (vergl. S. 832, Gleichg. 32), wobei p_0 in Atmosph. zu nehmen ist, so wird: $G = \alpha A\, C p_0^{\;0{,}9695}$ (65) mit $C = 240{,}111\sqrt{\frac{m}{1+\zeta}\left(\frac{2}{m+1}\right)^{\frac{m+1}{m-1}}}$;

für $\zeta =$ 0	0,05	0,10	0,25	0,50
wird $C = 152{,}61$	148,59	144,86	135,18	122,62

Bei der Ausströmung des Dampfes aus dem **Sicherheitsventil eines Dampfkessels**, Fig. 806, ist die Zylinderfläche $d\pi h$ als der kleinste Querschn. ($= \alpha A$) des Dampfstromes anzunehmen. Bezeichnet F den Querschn. des Ventilrohres in qm, so ist: $\alpha A = 4\,\frac{h}{d}\,F$.

Fig. 806.



Da bei den in der Praxis vorkommenden Dampfspannungen stets: $p_0 > 1{,}7319\,p$ ist, so wird das pro 1 Sek. ausströmende Dampfgewicht nach Gleichg. (65), wenn $\zeta = 0$ gesetzt und dafür ein Erfahrungskoeff. μ eingeführt wird:

$$G = \mu\, 610{,}44\,\frac{h}{d}\,F\,p_0^{\;0{,}9695} \qquad (66)$$

Nach Kolster*) kann im Mittel $\mu = 0{,}975$ gesetzt werden; die Werthe von $p_0^{\;0{,}9695}$ enthält folgende Tabelle:

Atm. p_0	$p_0^{\;0{,}9695}$	Diff. für 0,1 Atm.	Atm. p_0	$p_0^{\;0{,}9695}$	Diff. für 0,1 Atm.	Atm. p_0	$p_0^{\;0{,}9695}$	Diff. für 0,1 Atm.	Atm. p_0	$p_0^{\;0{,}9695}$	Diff. für 0,1 Atm.
2,0	1,9582	0,0946	5,0	4,7605	0,0925	7,5	7,0530	0,0913	10,0	9,3218	0,0904
2,5	2,4311	0,0940	5,5	5,2213	0,0922	8,0	7,5084	0,0911	10,5	9,7733	0,0903
3,0	2,9011	0,0935	6,0	5,6809	0,0919	8,5	7,9629	0,0909	11,0	10,2242	0,0902
3,5	3,3688	0,0931	6,5	6,1393	0,0917	9,0	8,4166	0,0907	11,5	10,6745	0,0901
4,0	3,8344	0,0928	7,0	6,5966	0,0915	9,5	8,8696	0,0906	12,0	11,1241	0,0899
4,5	4,2982										

Die Dampfspannung p_1, bei welcher das Ventil abzublasen beginnt, ist kleiner, als diejenige, bei welcher der Ventilteller sich um h von seinem Sitze gehoben hat. Setzt man $p_1 = a p_0$, so ist nach **Kolster**: $\frac{h}{d} = 0{,}3\left(1 - \sqrt{a}\right)$ anzunehmen. Hiermit erhält man aus Gleichg. (66) den Ventilrohrquerschn. F (in qcm) $F = \frac{56\,G}{\left(1-\sqrt{a}\right)p_0^{\;0{,}9695}}$ (67). Praktisch zweckmässige Werthe sind:

$$a = 0{,}8,\quad p_0 = 1{,}25\,p_1 \quad \text{und} \quad F = \frac{531\,G}{p_0^{\;0{,}9695}}. \qquad (68)$$

G ist die ganze pro 1 Sek. im Kessel entwickelte Dampfmenge, p_1 die für den normalen Betrieb des Kessels fest gesetzte Dampfspannung. G ist abhängig von

*) Ztschr. d. Ver. Deutsch. Ing. 1867. S. 443.

der Heizfläche F_k des Dampfkessels und der Beanspruchung desselben. Setzt man $G = x F_k$, unter x die pro 1 Sek. und 1 qm Heizfläche entwickelte Dampfmenge verstanden, so kann für stationäre Kessel $x = 0{,}005$ bis $0{,}009$ und für Lokomotiv-Kessel $x = 0{,}015$ gesetzt werden. Bei stark forcirter Heizung kann x bis $0{,}025$ steigen.

Die Belastung P des Ventils (inkl. Eigengewicht des Ventiltellers) ist mit Rücksicht darauf, dass das Ventil dicht bleibt, bis die Dampfspannung im Kessel den Werth p_1 erreicht hat: $P = F(p_1 - p) + f(p_2 - p) = (F + \varphi f)(p_1 - p)$ (69) unter f die Grösse der Ventilsitzfläche und p_2 die spezif. Pressung in derselben verstanden; $\varphi = \frac{p_2 - p}{p_1 - p}$ ist erfahrungsm. etwa $= 0{,}6$ und f möglichst klein anzunehmen; die Werthe F und f sind in qcm, die p-Werthe in Atm. einzuführen.

g. Druck unbegrenzter Luft auf feste Körper bei ihrer relativen Bewegung*).

Es sei u die relat. Geschw. der Luft in Bezug auf den Körper, F der Querschn. des letztern, normal zur Richtung von u, γ das spezif. Gew. der Luft, so ist der Druck D, den der in Ruhe befindliche Körper empfängt: $D = \vartheta \gamma F \frac{u^2}{2g}$ (70). Für ϑ können dieselben Werthe angenommen werden wie bei Wasser (vergl. S. 750), so lange $u < 10$ m bleibt und F verhältnissmässig klein ist.

Für eine von dem Luftstrom normal getroffene ebene Platte von sehr geringer Dicke und der Fläche F ist nach Grashof: $\vartheta = 2{,}34\, F^{0,1}$ zu setzen.

Für $F = 0{,}1$	0,25	0,5	1	2	4
wird: $\vartheta = 1{,}86$	2,04	2,18	2,34	2,51	2,69

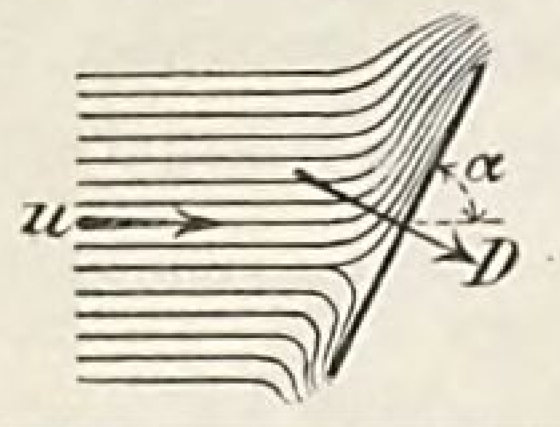


Fig. 807.

Schliesst die Bewegungsrichtung des Luftstroms mit der Ebene F den Winkel α ein, Fig. 807, so ist der Normaldruck D gegen die Platte nach Hutton: $D = \vartheta \gamma F \frac{u^2}{2g} (\sin \alpha)^{1,84 \cos \alpha}$

nach Rayleigh**), dagegen ist: $D = \vartheta \gamma F \frac{u^2}{2g} \frac{(4 + \pi) \sin \alpha}{4 + \pi \sin \alpha}$.

Für $\alpha =$	80°	75°	70°	65°	60°	55°	50°	45°	40°	35°	30°	25°	20°	15°	10°
wird $(\sin \alpha)^{1,84 \cos \alpha} =$	0,995	0,984	0,962	0,926	0,876	0,810	0,730	0,637	0,536	0,433	0,331	0,238	0,156	0,091	0,042
und: $\frac{(4 + \pi) \sin \alpha}{4 + \pi \sin \alpha} =$	0,991	0,981	0,965	0,945	0,920	0,890	0,854	0,812	0,763	0,706	0,641	0,566	0,481	0,384	0,273

Annähernd genau darf nach v. Lössl: $D \vartheta \gamma F \frac{u^2}{2g} \sin \alpha$ angenommen werden.***)

Bei Berechnung des Winddrucks D_0 gegen eine Kreiszylinder-Fläche, z. B. die Fläche eines runden Formstein-Kamins, erhält man mit Anwendung der Formel von v. Lössl, wenn unter D_n die Grösse des normalen Winddrucks gegen eine Ebene $F =$ der Vertikalprojekt. der von der Windströmung getroffenen Halbzylinderfläche verstanden wird: $D_0 = \frac{\pi}{4} D_n$. Auf der Hinterseite tritt eine Luftverdünnung ein. Ueber die Grösse des Winddrucks vergleiche die Angaben S. 1147.

Bewegt sich ein ebener plattenförmiger Körper in ruhender Luft mit der normal zu der Oberfläche gerichteten Geschw. u, so bezeichnet D in Gleichg. (70) den Bewegungs-Widerstand. Nach Versuchen von Didion mit Platten von $F = 1$ qm ist bei geradlinig fortschreitender Bewegung: $\vartheta = 1{,}318 + \frac{0{,}565}{u^2}$, und wenn die Bewegung mit der Beschleunigung φ stattfindet: $\vartheta = 1{,}318 + \frac{0{,}565 + 2{,}574\, \varphi}{u^2}$.

Bei Versuchen mit einem Fallschirm von $F = 1{,}2$ qm und einer Tiefe der hohlen Fläche $= \frac{1}{3}$ des Durchm. fand Didion: $\vartheta = 2{,}559 + \frac{1{,}099 + 2{,}229\, \varphi}{u^2}$.

Bei der Bewegung von Kugeln mit grossen Geschwindigkeiten ist nach Didion der Widerstandskoeffiz.: $\vartheta = 0{,}43\,(1 + 0{,}0023\, u)$ zu setzen.

*) Grashof. A. a. O. S. 897—900. — **) Civilingenieur 1885. S. 78 — 103. — Zentralbl. d. Bauverwaltg. 1885. S. 203 — 204. — ***) Zeitschr. d. österr. Ingen. u. Architekt. Ver. 1881, S. 131—140.

X.
Grundzüge der Lehre vom Schall und von der Wellenbewegung.

Bearbeitet von **Dr. Wüllner,** Professor an der technischen Hochschule in Aachen.

Litteratur.

Chladni. Entdeckungen zur Theorie des Klanges; Leipzig 1787. — Derselbe. Akustik; Leipzig 1802. — Derselbe. Neue Beiträge zur Akustik; Leipzig 1817. — Bindseil. Akustik. — A. Seebeck. Akustik; im Bd. 8 von Dove's Repertorium der Physik; Berlin 1849. — Helmholtz. Die Lehre von den Tonempfindungen; Braunschweig Vieweg (I. Ausg. 1863 IV. Ausg. 1883.) — Herschel. Artikel „*Sound*“ in der *Encyclopaedia metropolitana* etc. Bd. II; London 1830. — Tyndal. *On Sound.* Deutsch durch H. Helmholtz und G. Wiedemann; Braunschweig, Vieweg 1869. — E. H. und W. Weber. Wellenlehre auf Experimente gegründet; Leipzig 1825.

Ausserdem die ausführlichen Lehrbücher der Physik wie z. B.: Wüllner. Lehrbuch der Experimentalphysik; Bd. I Abschn. 3 und 4. IV. Aufl. Leipzig 1882.

I. Grundbegriffe.

Schall entsteht durch eine jede schwingende Bewegung von gewisser Schnelligkeit. Spannt man eine Saite zwischen zwei festen Punkten und zieht dieselbe an einer Stelle, so dass sie anstatt einer geraden, die Befestigungspunkte verbindenden Linie einen Bogen bildet und lässt sie dann los, so schnellt sie gegen ihre Gleichgewichtslage zurück, überschreitet dieselbe, kehrt aus einer äussersten Lage wieder gegen die Gleichgewichtslage zurück, überschreitet sie neuerdings u. s. f.: sie geräth in schwingende Bewegung. Ist diese schwingende Bewegung von einer solchen Schnelligkeit, dass sie wenigstens 30 mal in der Sekunde erfolgt, so geht von der Saite ein „Ton“ aus.

Ebenso wie eine gespannte Saite können Stäbe von Metall oder Holz, Platten, Glocken durch Anschlagen oder Streichen mit einem Bogen dahin gebracht werden, dass sie in gegen einander schwingende Abtheilungen sich zerlegen; sobald ein solcher Schwingungszustand eingetreten ist, geben die Körper einen Ton.

In diesen Fällen sind es die regelmässigen Schwingungen der festen Körper, in welche sie durch ihre Elastizität versetzt werden, welche den Ton erzeugen. Man kann denselben jedoch auch auf andere Art, durch hinreichend schnell wiederholte Stösse hervor bringen. Man versetze ein gezähntes Rad in Rotation und nähere dem Umfange des Rades ein Kartenblatt oder eine biegsame Feder, so dass jeder Zahn des Rades an dem Rande des Blattes oder der Feder vorbei streifend demselben einen kurzen Schlag ertheilt; sobald in der Sekunde mindestens 30 solcher Schläge erfolgen, entsteht ein Schall.

Ein Schall entsteht ebenso, wenn man direkt die Luft an irgend einer Stelle in eine schwingende Bewegung von hinreichender Schnelligkeit versetzt. Am häufigsten geschieht das durch die sogen. Blasinstrumente, oder, als Typus derselben, durch die Orgelpfeifen. Diese Ton-Erzeugung ist auch deshalb bemerkenswerth, weil sie scheinbar nicht durch eine schwingende, sondern durch eine kontinuirliche Bewegung entsteht. Bläst man in das Rohr *a* einer gewöhnlichen Orgelpfeife,

welche Fig. 808 im Durchschnitt zeigt, so erzeugt dieser kontinuirliche Luftstrom einen Ton, dessen Schwingungen folgendermassen zu Stande kommen: Der Luftstrom tritt aus dem Fusse der Pfeife, dem Raume *b*, durch einen schmalen Spalt hervor und theilt sich an der obern Lippe *l*, welche die in der Seitenwand der Röhre *R* geschnittene Mundspalte *lm* oben begrenzt. Durch den theilweise in die Röhre dringenden Luftstrom wird die in der Röhre zunächst über der Mundspalte befindliche Luft nach oben getrieben und verdichtet. Diese Verdichtung bewirkt, dass die Luft nicht mehr in die Röhre eindringt, sondern nur vorbei streicht; in Folge dessen dehnt sich die vorher verdichtete Luft wieder aus, indem die nach oben getriebenen Lufttheilchen zurück kehren, worauf neue Luft in die Röhre eindringt und eine neue Verdichtung veranlasst. Die Luft erhält so zunächst an

Fig. 808.

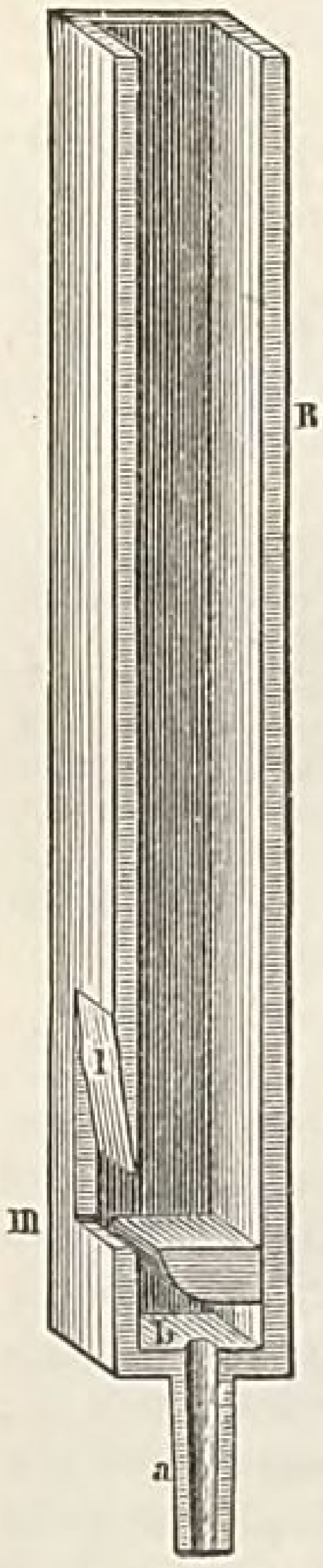


Fig. 809.

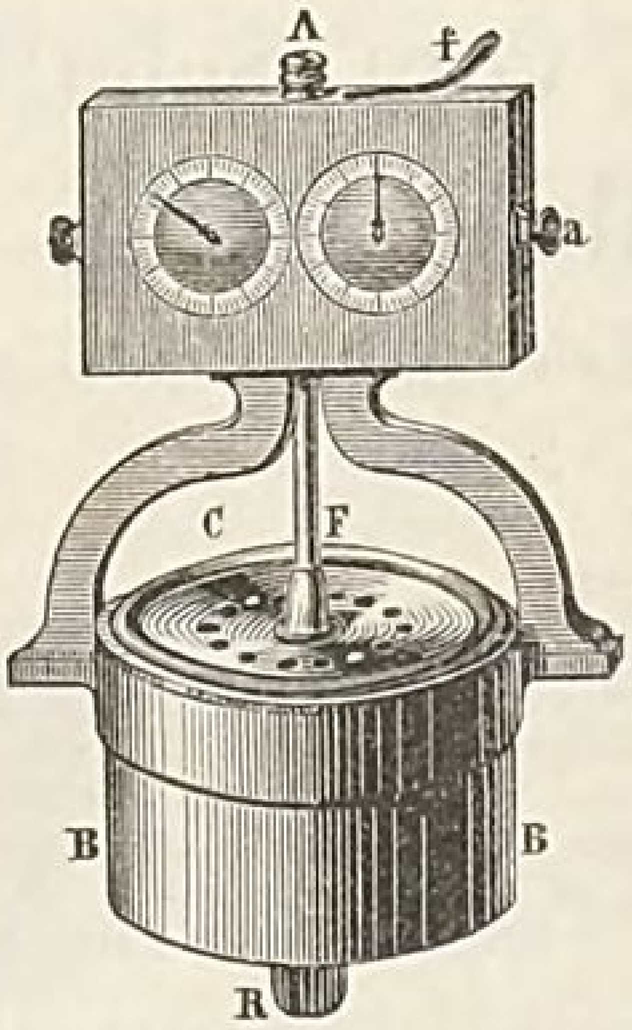


Fig. 810.

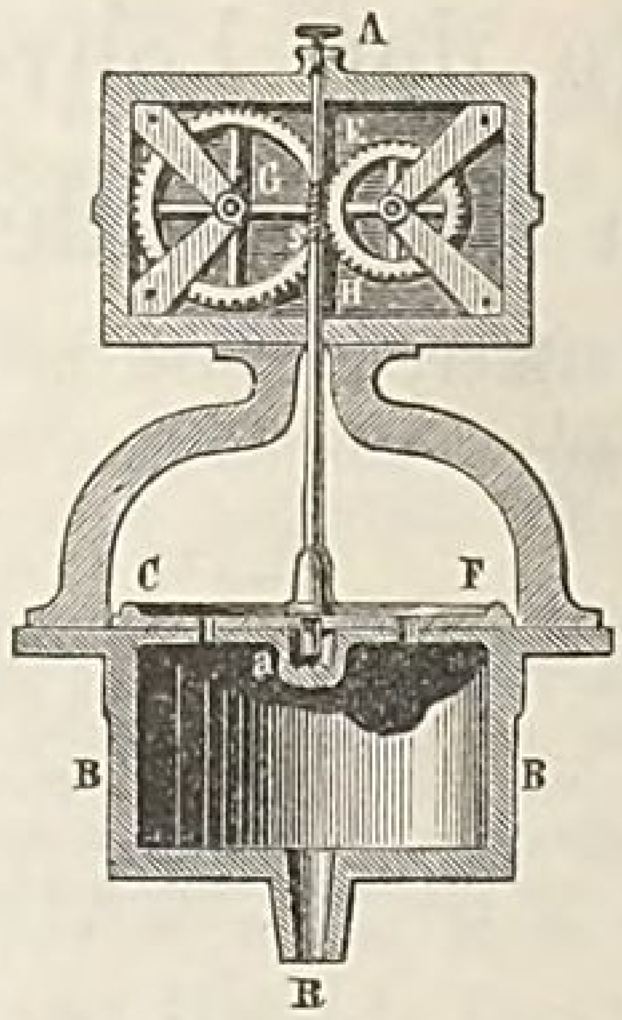


Fig. 811.



der Mundspalte eine schwingende Bewegung; diese theilt sich nach und nach, in später näher zu besprechender Weise, dem Luftinhalt der ganzen Röhre mit. Die Schwingungen der Luftsäule in der Röhre sind das Tongebende in den Orgelpfeifen; sie dauern fort, so lange der durch die Mundspalte entweichende Luftstrom sie hervor ruft.

Aehnlich wie durch das gezähnte Rad und ein Kartenblatt aus einzelnen Schlägen ein Schall entsteht, können wir auch durch einzelne sich hinreichend schnell folgende Luftstösse einen Schall erzeugen. Es geschieht das am einfachsten durch die zuerst von Cagniard de la Tour konstruirte Sirene. Die Einrichtung des Apparats, der in neuerer Zeit eine grosse Bedeutung erhalten hat, zeigen die Fig. 809—811. Fig. 809 in perspekt. Ansicht, Fig. 810 im Durchschnitt. Die Sirene besteht aus einer zylindrischen Trommel, von der unten in der Mitte der Bodenplatte eine Röhre *R* ausgeht, mittels welcher der Apparat auf einen Windkasten gesetzt wird, und durch welche komprimirte Luft aus einem Blasebalg in die Trommel *BB* eindringt. Die obere Platte der Trommel hat eine bestimmte Anzahl auf dem Umfange eines Kreises geordneter Durchlochungen. Die Löcher sind alle gleich weit von einander entfernt und alle nach einer Richtung schief gebohrt, so dass die Oeffnungen alle etwa von links nach rechts aufsteigend unter einem bestimmten Winkel gegen die Vertikale geneigte Kanäle durch die Platte bilden.

Unmittelbar über der die Trommel deckenden Platte befindet sich eine zweite Platte, welche an der Achse *AF*, Fig. 809, befestigt ist und mit dieser sich drehen kann. Um die Platte möglichst leicht beweglich zu machen, ist die stählerne Achse *AF* unten bei *a*, Fig. 810, in ein Zapfenlager von Messing gestellt und oben durch die Schraube *A*, deren Spitze in eine konische Vertiefung der Achse passt, lose gehalten.

Die Platte *C*, Fig. 809, hat auf einem Kreise, dessen Durchmesser gleich ist dem Lochkreise der untern Platte, dieselbe Anzahl gleich weit von einander entfernter Löcher der gleichen Grösse wie die untere Platte, so dass dieselben die Fortsetzung der durch die untere Platte geführten Kanäle bilden und so die Trommel mit der äussern Luft in Verbindung setzen können, oder bei einer kleinen Drehung der obern Scheibe über die Zwischenräume zwischen den Löchern der untern Reihe zu liegen kommen. In diesem Falle ist die Trommel verschlossen. Bilden die Löcher die Fortsetzung der Kanäle in der untern Platte, so kann die

in die Trommel getriebene Luft nach aussen entweichen. Bei den zu physikalischen Versuchen dienenden Sirenen sind die Löcher der obern Platte ebenfalls schief gebohrt, aber nach entgegen gesetzter Richtung wie die untern Löcher, also wenn diese von unten links nach oben rechts gehen, so bilden die obern Löcher von rechts nach links aufsteigende Kanäle, Fig. 2. Durch diese Art der Durchbohrung wird bewirkt, dass die Scheibe *C* durch den Luftstrom selbst zum Rotiren gebracht wird, der aus den Löchern austritt, wenn die obern Löcher auf den untern stehen. Denn der in den untern Löchern von links nach rechts aufsteigende Luftstrom stösst gegen die Wände der obern Löcher und ertheilt dadurch der Scheibe eine Drehung. Die Geschwindigkeit der Drehung wächst allmählich und erreicht eine bestimmte von dem Drucke der Luft in der Trommel abhängige Grösse. Durch Regulirung des Luftstroms kann man daher der Scheibe eine genau bestimmte Geschwindigkeit geben.

Bei andern Sirenen wird die rotirende Scheibe direkt etwa durch einen Schnurlauf in Drehung versetzt und in einer bestimmten Geschwindigkeit erhalten.

Dreht sich die Scheibe mit einer bestimmten Geschwindigkeit, so wird, wenn n Löcher vorhanden sind, bei jeder Umdrehung, da alle obern Löcher gleichzeitig auf die untern zu stehen kommen, die Trommel n mal auf kurze Zeit geöffnet. Die von unten in die Trommel geführte verdichtete Luft kann also in n kurzen Stössen in die Luft entweichen, so dass bei jeder Umdrehung n Schwingungen in der über der Platte befindlichen Luft erzeugt werden. Dreht sich die Platte in der Sekunde m mal, so erhalten wir in der Sekunde demnach $n \cdot m$ Schwingungen.

Die Sirene ist ein sehr geeignetes Instrument, uns weitere Aufschlüsse über die Natur des Schalles zu geben. Zunächst kann sie direkt den Unterschied zwischen einem „Geräusch" und dem regelmässigen Schall, den wir „Ton" nennen, zeigen. Einen Ton giebt die Sirene nur, wenn die Löcher, durch welche die Luft bei der Rotation der Scheibe austritt, auf dem Kreise sich in genau gleichen Abständen befinden, so dass bei konstanter Drehgeschwindigkeit die einzelnen Stösse sich in gleichen Zeiten folgen und so eine regelmässig schwingende Bewegung, Schwingungen gleicher Periode erzeugen. Sind die Löcher unregelmässig vertheilt, so dass etwa, von einem Loche als erstes gerechnet, das 2. näher bei dem 1. als bei dem 3., das 4. etwa näher bei dem 5. als bei dem 3. ist u. s. f., so entsteht kein Ton: die Sirene liefert nur ein Blasegeräusch, wenn wir sie durch einen Luftstrom treiben.

Mit der Sirene ist ferner unmittelbar der Beweis zu führen, dass die Höhe des Tons durch die Anzahl der in der Sek. stattfindenden Schwingungen bedingt wird. Der Ton ist tief, wenn die Scheibe nur langsam rotirt; er steigt um so mehr, je schneller sich die Scheibe bewegt. Einer bestimmten Drehgeschwindigkeit entspricht eine bestimmte Tonhöhe, ein Beweis, das die Höhe eines Tones physikalisch durch eine bestimmte Anzahl von Schwingungen pr. Sek. bestimmt ist.

Wendet man eine Sirene mit mehreren Löcherreihen an, wie sie zuerst von Dove konstruirt ist, bei der man durch eine aus mehreren Ringen bestehende zwischen die obere Platte der untern Trommel und die drehbare Scheibe eingeschobene verschiebbare Zwischenplatte jede Löcherreihe für sich öffnen kann, so lässt sich mit der Sirene leicht weiter zeigen, dass ein jedes musikalisches Intervall durch ein ganz bestimmtes Verhältniss der Schwingungszahlen gegeben ist.

Zwei Töne stehen im Oktaven-Verhältniss, wenn der eine durch die doppelte Anzahl von Schwingungen erzeugt wird, wie der andere. Ist das Verhältniss der Schwingungszahlen wie 3 : 2, so stehen die Töne im Verhältniss der Quinte. Die Quarte ist durch das Verhältniss 4 : 3, die grosse Terz durch 5 : 4, die kleine durch 6 : 5 gegeben. Diese von der Musik als „harmonische" bezeichneten Intervalle werden also durch die Schwingungs-Verhältnisse gegeben, welche den ersten Zahlen der natürlichen Zahlenreihe entsprechen. Man bezeichnet deshalb auch Töne, deren Schwingungszahlen zu derjenigen eines gegebenen Tons im Verhältniss der Zahlen der natürlichen Zahlenreihe, also 2, 3, 4 etc. stehen, als die „harmonischen Obertöne" des gegebenen Tons.

An den musikalischen Tönen unterscheidet man bei gleicher Tonhöhe verschiedene Klangfarben, je nach den Instrumenten, mit denen die Töne hervor gebracht werden. Schon der Physiker Ohm stellte den später von v. Helmholtz

bewiesenen Satz auf, dass die musikalischen Töne keine einfachen Töne seien, dass sie aus dem Zusammenklang des die Höhe desselben bedingenden Grundtons mit seinen harmonischen Obertönen bestehen. v. Helmholtz nannte deshalb, um den Unterschied der in der Musik gebrauchten Töne von dem einfachen durch seine Schwingungszahl charakterisirten Ton zu bezeichnen, die Töne der musikalischen Instrumente nicht Töne sondern „Klänge". Die Höhe des Klanges wird bedingt durch die Höhe seines Grundtons, die verschiedenen Klänge bei gleicher Höhe unterscheiden sich durch die verschiedene Zahl und verschiedene Stärke der mit dem Grundton zusammen klingenden harmonischen Obertöne.

Wenn auch nach dem vorigen die Schwingungen der Körper die Ursache der Töne und Klänge sind, so sind sie doch nicht der Ton selbst. Der Ton entsteht erst in unserm Ohr, indem die empfindlichen Theile unseres Gehörorganes durch die Schwingungen erregt werden, und zwar dadurch, dass die Schwingungen unser Trommelfell treffen und dasselbe in Bewegung setzen. Dazu ist erforderlich, dass die Schwingungen in einem elastischen Mittel stattfinden, an dieses übergehen und in demselben bis zu unserm Ohre fortgepflanzt werden. In den meisten Fällen ist dieses elastische Mittel die Luft. Lassen wir eine Saite schwingen, so treibt sie die Luft nach der Richtung hin, nach welcher sie sich bewegt; es tritt vor der Saite eine Verdichtung der Luft ein; schwingt die Seite zurück, so bildet sich an den Stellen, welche sie gerade verlässt ein luftverdünnter Raum, in welchen die Luft von allen Seiten eindringt. Es entsteht also zunächst an der Stelle wo die Saite schwingt eine hin- und hergehende Bewegung der Luft, welche sich der umgebenden Luft mittheilt, und so sich in immer weitere Räume verbreitet. Der Ton kommt zu unserer Wahrnehmung, wenn die schwingende Bewegung sich bis zu der unser Ohr begrenzenden Luft fortgepflanzt hat und nun die Schwingungen der Luft dem Trommelfell sich mittheilen.

Die Ausbreitung des Schalls ist somit die Ausbreitung der an einer Stelle eines elastischen Mittels erregten schwingenden Bewegung; zum Verständniss der bei der Ausbreitung des Schalles sich zeigenden Erscheinungen müssen wir demnach die Gesetze der Ausbreitung der Schwingungen, das sind die Gesetze der Wellenbewegung, kennen zu lernen suchen.

II. Schwingende Bewegung eines Punktes.

Wir beginnen mit der Ableitung der schwingenden Bewegung eines einzelnen Punktes, von welchem wir annehmen, dass er durch irgend welche Kräfte an einer bestimmten Stelle des Raumes gehalten und gegen diese Stelle hin getrieben werde, sobald er nach irgend einer Richtung aus derselben entfernt worden ist.

Man erkennt sofort, dass ein solcher Punkt Schwingungen um die ihm durch die gegebenen Kräfte angewiesene Lage, seine Gleichgewichtslage, vollführen muss, sobald er auf irgend eine Weise aus derselben entfernt wird Denn so lange er sich ausserhalb der Gleichgewichtslage befindet, wird er gegen dieselbe hingetrieben, er muss sich demnach mit beschleunigter Bewegung gegen dieselbe hin bewegen. In der Gleichgewichtslage angekommen besitzt er eine gewisse Geschwindigkeit; er kann deshalb nicht in seiner Lage verharren, sondern muss über dieselbe nach der Seite hinaus gehen, nach welcher seine Bewegung gerichtet ist. Sobald er aber die Gleichgewichtslage verlassen hat, wirken die ihn gegen dieselbe hin ziehenden Kräfte verzögernd auf seine Bewegung ein, so dass er nach einiger Zeit in einem gewissen Abstande von der Gleichgewichtslage zur Ruhe kommen muss. Da aber die den Punkt gegen die Gleichgewichtslage hinziehenden Kräfte stetig fortwirken, so kann die Ruhe nicht dauern, die Bewegung muss sich vielmehr sofort umkehren und der Punkt abermals gegen die Gleichgewichtslage sich hin bewegen; er erreicht dieselbe mit einer gewissen Geschwindigkeit, mit welcher er über dieselbe hinausgeht bis zu einer gewissen Entfernung, wo er seine Bewegung wieder umkehrt.

Wenn der Punkt bei seiner Bewegung keinen Widerstand erfährt, muss die Entfernung, bis zu welcher er sich an beiden Seiten der Gleichgewichtslage bewegt, die Amplitude der Bewegung, die gleiche sein. Denn ist der Abstand auf der einen Seite etwa gleich a, so wirken bei der Rückkehr in die Gleichgewichtslage die ihn zurück ziehenden Kräfte durch den Weg a und ertheilen ihm auf diesem Wege eine gewisse Geschwindigkeit, mit der er die Gleichgewichtslage passirt.

Auf der andern Seite der Gleichgewichtslage sind es genau dieselben Kräfte, welche ihn verzögern; diese müssen daher durch genau dieselbe Weglänge a wirken, um ihm seine Geschwindigkeit zu nehmen; in dem Abstande a angelangt muss er deshalb unter Wirkung derselben Kräfte seine Bewegung umkehren. Der Punkt muss somit immer zwischen den gleichen Abständen von der Gleichgewichtslage hin und hergehen.

Zu jeder hin und hergehenden Bewegung, die wir zusammen als eine Schwingung bezeichnen, muss der Punkt immer dieselbe Zeit gebrauchen, da er immer denselben Weg unter Wirkung derselben Kräfte zurück legt: die Schwingungsdauer ist konstant, die Bewegung eine regelmässig periodische.

Die Dauer einer solchen Schwingung hängt bei einem gegebenen Punkte von der Grösse der wirksamen Kraft, oder allgemein von der Beschleunigung ab, welche das Bewegliche an den verschiedenen Stellen seiner Bahn erhält. In einem Falle, und zwar in dem bei den Schallschwingungen fast ausnahmslos realisirten Falle, ist die Dauer der Schwingung unabhängig von der Grösse der Schwingungs-Weite, nämlich dann, wenn die Grösse der den Punkt gegen die Gleichgewichtslage hinziehenden Kraft in jedem Momente dem Abstande des Punktes von seiner Gleichgewichtslage proportional ist. Denn da bei dieser Voraussetzung die Beschleunigung, welche der Punkt im grössern Abstande bekommt, genau in dem Verhältniss grösser ist wie der Abstand grösser ist, muss er in derselben Zeit auch einen in demselben Verhältniss grössern Weg zurück legen. Oder was dasselbe ist, die zur Vollführung einer Schwingung gebrauchte Zeit muss von der Grösse der Schwingung unabhängig sein.

Die schwingende Bewegung lässt sich in dem Falle durch eine sehr einfache Gleichung darstellen. Ist a der grösste Abstand von der Gleichgewichtslage, welchen der schwingende Punkt erreicht, T die Dauer einer ganzen Schwingung, also eines Hin- und Hergangs und rechnen wir die Zeit von dem Augenblicke an, in welchem der Punkt gerade die Gleichgewichtslage passirt, so ist zu jeder Zeit t der Abstand des Punktes von seiner Gleichgewichtslage gegeben durch: $y = a \sin 2\pi \frac{t}{T}$.

Die Gleichg. stellt, da der sin. von 0 bis 1 wächst, wenn t von 0 bis $1/4\ T$ wächst dar, dass das Bewegliche im 1. Viertel der Schwingung sich aus der Gleichgewichtslage bis zu dem Abstande a von der Gleichgewichtslage entfernt, dass es dann zurück kehrt und nach wieder $1/4$ der Schwingungsdauer die Gleichgewichtslage neuerdings passirt. Denn wenn t von $1/4\ T$ bis $1/2\ T$ zunimmt, nimmt der sin. von 1 bis 0 ab. Im folgenden Viertel der Schwingungsdauer geht das Bewegliche an der andern Seite der Gleichgewichtslage bis zu demselben Abstande a, der sin. ist sobald $t > 1/2\ T < T$ negativ; der negative Werth wächst bis -1 wenn t von $1/2\ T$ bis $3/4\ T$ zunimmt; wenn t von $3/4\ T$ bis T wächst, nimmt der negative Werth des sin. bis zu 0 ab; das Bewegliche kehrt im 4. Viertel der Schwingung wieder zur Gleichgewichtslage zurück. Von da ab wiederholt sich die Bewegung unausgesetzt und ist jedesmal zwischen $t = n\,T$ und $t = (n+1)\,T$ dieselbe.

Obige Gleichg. lässt sich leicht aus den Gesetzen der Mechanik ableiten; gleichzeitig ergiebt uns diese Ableitung die Grösse der Schwingungsdauer T.

Unsere Voraussetzung, dass die Kraft ψ, welche das Bewegliche gegen die Gleichgewichtslage hintreibt, in jedem Moment dem Abstande y desselben von der Gleichgewichtslage proportional ist, wird durch die Gleichg. dargestellt: $\psi = -py$; worin auf der rechten Seite das negative Vorzeichen zu setzen ist, weil die Kraft immer der Richtung entgegen wirkt, nach welcher das Bewegliche aus der Gleichgewichtslage entfernt ist. Die Konstante p bedeutet die das Bewegliche zurück treibende Kraft, wenn der Abstand $y =$ der Einheit ist.

Ist m die Masse des Beweglichen, so ist die demselben im Abstande y ertheilte Beschleunigung: $\varphi = -\frac{p}{m}\,y = -k^2 y$. Ist v die Geschwindigkeit des Beweglichen in dem Augenblicke, in welchem es sich im Abstande y befindet, so ist die Beschleunigung φ gleich dem Differentialquotienten von v nach t und wir erhalten zunächst die Gleichg.: $\varphi = \frac{dv}{dt} = -k^2 y$. Multipliziren wir auf beiden Seiten mit dy und beachten, dass die Geschwindigkeit v in diesem Moment durch den Differentialquotienten $\frac{dy}{dt}$ gegeben ist, so wird: $dy\,\frac{dv}{dt} = \frac{dy}{dt}\,dv = v\,dv = -k^2 y\,dy$, woraus durch Integration folgt: $v^2 = k^2 (a^2 - y^2)$, worin a jenen Werth von y bedeutet, für welchen $v = 0$ ist.

Ziehen wir die Wurzel und schreiben v als Differentialquotienten, so ist weiter:

$$\frac{dy}{dt} = k\,\sqrt{a^2 - y^2}; \quad \frac{dy}{\sqrt{a^2 - y^2}} = k\,dt.$$

Ist $y=0$ für $t=0$, so wird das Integral der Gleichg.: arc $\left(\sin=\frac{y}{a}\right)=kt$ oder $y=a \sin kt$.

Wächst in dieser Gleichg. auf der rechten Seite t von 0 bis zu einem solchen Werth T, dass $kT=2\pi$, so hat der sin. ein mal alle Werthe, welche er annehmen kann erhalten. Damit hat auch y alle Werthe zwischen $+a$ und $-a$ angenommen und ist für diesen Werth T wieder $=0$ geworden, um mit wachsendem t zwischen $kT=2\pi$ und $kT=4\pi$ neuerdings alle möglichen Werthe anzunehmen. Daraus folgt, dass T die Schwingungsdauer des Beweglichen ist. Für diese ergiebt sich somit: $T=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{p}{m}}}$.

D. h. die Schwingungsdauer ist = dem Quotienten aus 2π und der Quadratwurzel aus der Beschleunigung, welche das Bewegliche im Abstande = 1 von der Gleichgewichtslage erhält.

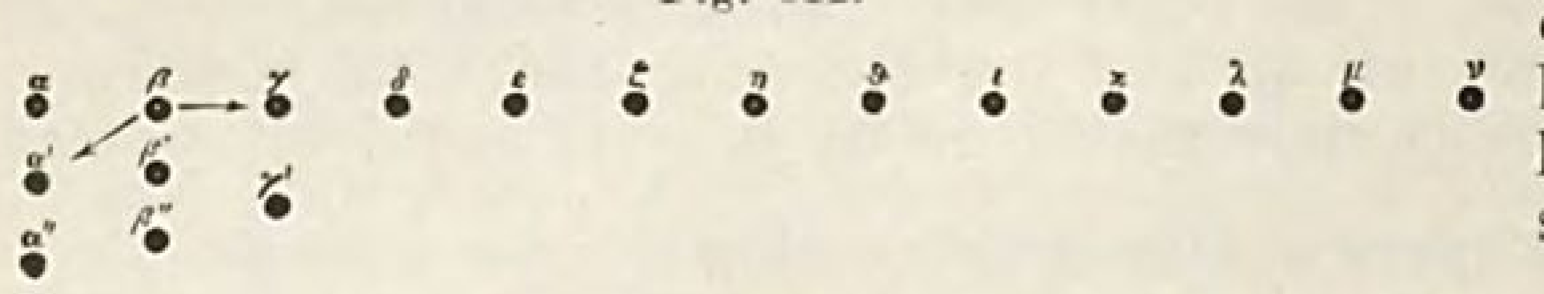
Ersetzen wir in der Gleichg. für y die Grösse k durch $\frac{2\pi}{T}$, so nimmt unsere Gleichg. die vorhin geschriebene Form an: $y=a \sin 2\pi \frac{t}{T}$.

III. Fortpflanzung der Schwingungen in einer Punktreihe.

Um die Ausbreitung der an einer Stelle eines elastischen Mediums erregten Schwingungen in demselben zu übersehen, denken wir uns zunächst den einfachsten Fall, den einer isolirten elastischen Punktreihe. Jeder Punkt wird durch die Anziehungen und Abstossungen der benachbarten Punkte an seiner Stelle gehalten; eine Verschiebung des Punktes aus seiner Gleichgewichtslage weckt somit die elastischen Kräfte, und die geweckten elastischen Kräfte sind den Verschiebungen der Punkte gegen einander proportional.

Fig. 812 stelle eine solche Reihe dar. Es sei in dieser der Punkt α in Schwingung versetzt, welche dem vorhin abgeleiteten Gesetz entspreche. Die Schwingung kann entweder in der Richtung der Verbindungslinie der Punkte erfolgen; sie kann longitudinal sein, oder sie kann in einer gegen die Verbindungslinie geneigten Richtung stattfinden. Um sie am einfachsten in den Figuren übersehen zu können, stellen wir sie als eine zur Punktreihe senkrechte, als eine transversale, dar.

Fig. 812.



Sowie der Punkt α seine Bewegung begonnen hat, etwa nach α' gekommen ist, wird sein Abstand von dem folgenden Punkte β ein anderer als der Gleichgewichtslage, in welcher die Anziehungen und Abstossungen zwischen den Punkten einander das Gleichgewicht halten, entspricht. In Fig. 812 wird der Abstand grösser; somit erfährt β eine Anziehung von α her, muss deshalb dem Punkte α folgen. So wie aber β seine Gleichgewichtslage verlässt, erfährt es eine Anziehung von γ, so dass β von einer gegen α' und einer gegen γ gerichteten Anziehung beeinflusst wird; es muss sich somit in der Richtung der Resultirenden nach β' bewegen. Wir zeichnen, ohne die Richtung der Bewegung in dieser Stelle genauer zu untersuchen, die Bewegung von β, und ebenso die aller folgenden Punkte, als eine zur Punktreihe senkrechte.

Die Bewegung von β muss sofort die von γ zur Folge haben. Ist etwa α bis α'' fortgeschritten, so muss β sich ebenfalls weiter, etwa bis β'' bewegt haben, und γ muss nach γ' gekommen sein.

Wenn demnach α das 1. Viertel seiner Schwingung zurückgelegt hat, muss die mit der ersten gleich gerichtete Bewegung bis zu einer bestimmten Entfernung, in der Figur bis δ, sich den folgenden Punkten der Reihe mitgetheilt haben. In dem Augenblicke, in welchem α sich in α'' befindet, ist die Gestalt der Punktreihe die in Fig. 812 dargestellte.

Kehrt α in seiner Bewegung um und schwingt in der folgenden Zeit gegen die Ruhelage hin, so bewegt sich β wegen der Geschwindigkeit, welche es in der Lage β'' besitzt, zunächst noch eine Strecke weiter, muss dann aber wegen der von α und γ ausgeübten Anziehungen seine Bewegung umkehren und wieder gegen die Ruhelage hin schwingen. Das Gleiche gilt etwas später von γ. Hat α die Ruhelage erreicht, so wird β und γ die in Fig. 813 angedeutete Stellung haben mit einer gegen die Gleichgewichtslage hin gerichteten Bewegung. Die Bewegung von γ hat gleichzeitig die Bewegung von δ zur Folge gehabt, welches in dem Moment,

in welchem α wieder in seine Gleichgewichtslage eintritt, den grössten Abstand von der Gleichgewichtslage erreicht hat. Denn γ hat den äussersten Abstand schon überschritten und der auf δ folgende Punkt ε hat denselben noch nicht erreicht; sowohl γ als ε ziehen somit den Punkt δ zurück. Während δ bis zu seiner grössten Entfernung vorgeschritten ist, muss sich die Bewegung in der Reihe genau so und um genau dieselbe Strecke bis η fortgepflanzt haben, wie sie während der ersten Viertel-Schwingung von α bis δ sich fortgepflanzt hatte, Fig. 813.

Fig. 813.

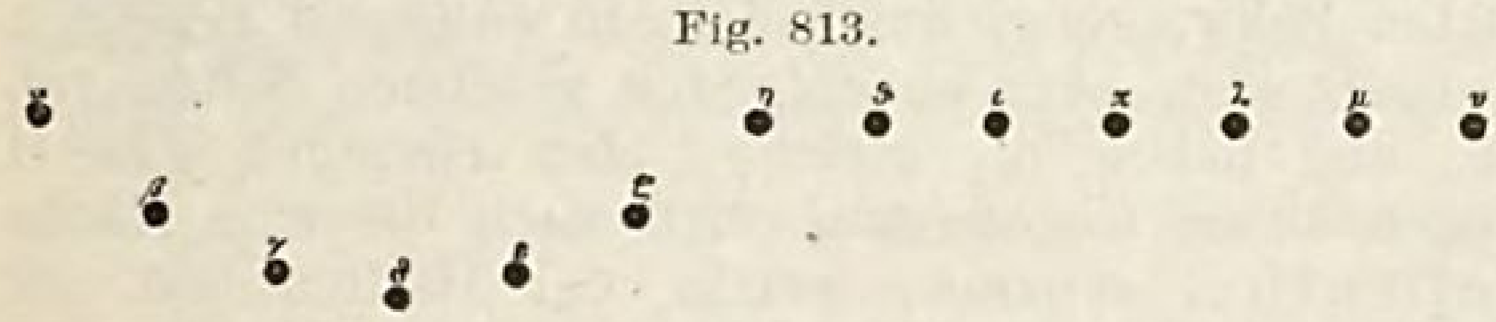


Fig. 814.

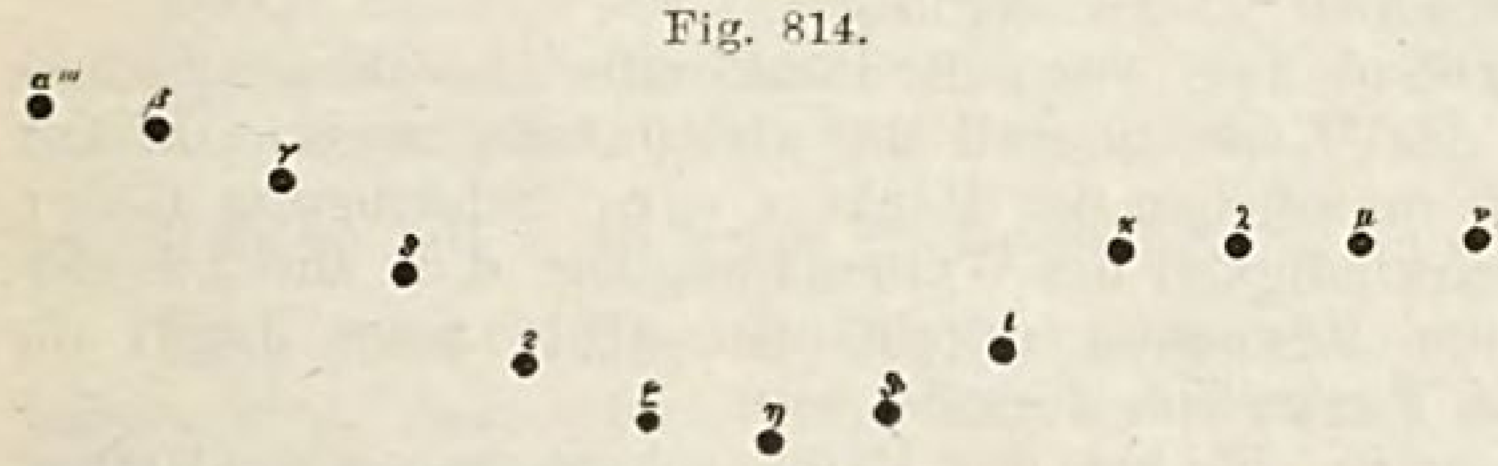


Fig. 815.



Während des 3. Viertels der Schwingung von α geht der Punkt bis zur äussersten Lage α'' an der andern Seite, Fig. 814; β und γ folgen. Der Punkt δ, der im Augenblick als α die Gleichgewichtslage passirte, bis zur äussersten Entfernung vorgeschritten war, hat in derselben Zeit den gleichen Weg bis zur Gleichgewichtslage wieder durchlaufen. Damit ergiebt sich schon nach dem Vorigen, dass die Strecke $\delta\chi$ der Punktreihe, welche $= \alpha\eta$ sein muss, sich genau in demselben Zustande befinden wird, wie $\alpha\eta$ am Schlusse der ersten halben Schwingung von α. Der Punkt χ ist im Begriff seine Bewegung nach unten zu beginnen.

Wenn schliesslich α den letzten Theil seiner Schwingung zurück gelegt hat, wieder in α, Fig. 815, angekommen ist, so haben auch β und γ ihre äussersten Lagen überschritten und bewegen sich gegen die Gleichgewichtslage hin; δ, das mit nach oben gerichteter Bewegung die Gleichgewichtslage passirte, hat die grösste Entfernung nach oben erreicht und damit ist derselbe Bewegungs-Zustand, welchen die Reihe in dem vorhin betrachteten Zeitmoment von α bis χ zeigte, jetzt auf der Strecke $\delta\nu = \alpha\chi$ vorhanden. Der Punkt δ ist im Begriff gegen die Gleichgewichtslage zurück zu kehren; der Punkt η passirt die Gleichgewichtslage in nach oben gerichteter Bewegung; der Punkt χ hat die 1. Viertel-Schwingung nach unten zurück gelegt und der Punkt ν ist im Begriffe seine Bewegung zu beginnen.

Dadurch also, dass einem Punkte α einer Punktreihe, welche durch anziehende und abstossende Kräfte der einzelnen Punkte im Gleichgewicht gehalten wird, eine schwingende Bewegung mitgetheilt wird, erhalten auch die folgenden Punkte die gleiche Bewegung, welche sich von Punkt zu Punkt in der Reihe fortpflanzt. Dauert die Bewegung des Punktes α fort, so dauert ebenso die Bewegung der folgenden Punkte fort. Es pflanzt sich ferner die Bewegung von ν aus während der ersten Schwingung von ν, welche mit der zweiten von α gleichzeitig ist, um eine der Strecke $\alpha\nu$ genau gleiche Strecke fort, da die Verhältnisse für die folgenden Punkte der Reihe genau dieselben sind, wie die der zwischen α und ν liegenden Punkte. Während der dritten Schwingung von α, der zweiten Bewegung von ν, wird wieder eine gleiche Strecke in die gleiche schwingende Bewegung versetzt und so fort. — Ist der Punkt α nicht ein am Ende, sondern ein in der Mitte liegender Punkt, so pflanzt sich die Bewegung ganz ebenso nach der andern Seite fort.

Wenn die Punkte bei den Schwingungen die Punktreihe wirklich verlassen, so erhält, wie es in den Figuren der Fall ist, die Punktreihe im Laufe der Bewegung eine wellenförmige Gestalt, und deshalb nennt man die sich ausbreitende schwingende Bewegung eine Wellenbewegung.

Die Strecke, über welche sich die schwingende Bewegung während einer ganzen Schwingung des Punktes α verbreitet, hat die Gestalt einer Welle; deshalb nennt man sie eine Welle oder eine Wellenlänge. Auf dieser Strecke sind alle

Bewegungszustände — man bezeichnet sie gewöhnlich als Phasen der Bewegung — welche der Punkt a nach und nach annimmt, neben einander vorhanden, weil jeder Punkt auf dieser Strecke seine Bewegung etwas später beginnt, als der unmittelbar vorher gehende, dann aber seine Schwingung genau so zurück legt, als der Punkt a.

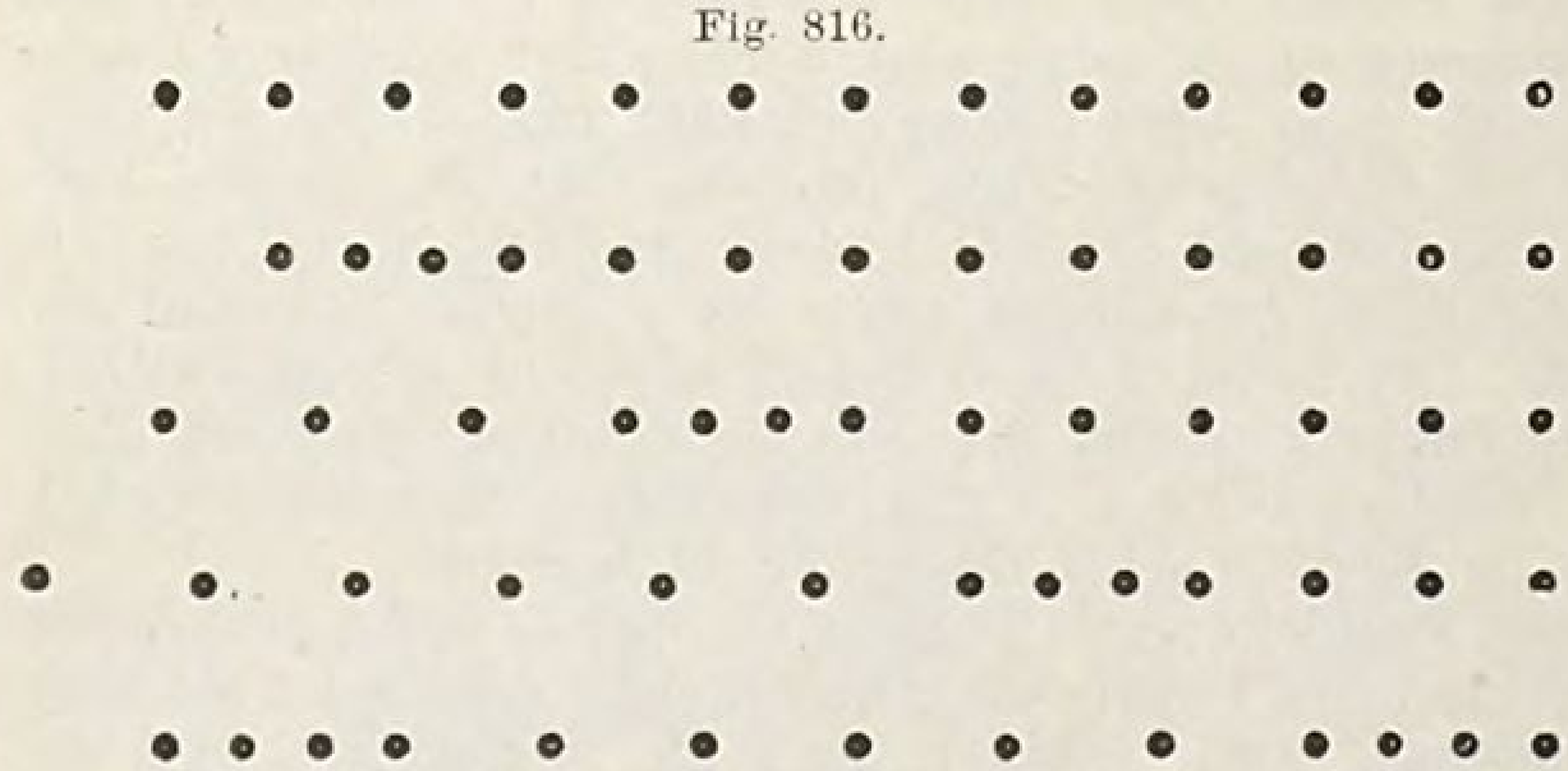
Die einzelne Welle besteht aus zwei kongruenten Theilen, einem vordern und einem hintern, dem Wellenberge und dem Wellenthale, in welchen die gleich liegenden Punkte, das heisst diejenigen, welche gleich weit vom Beginn jeder Hälfte liegen, in entgegen gesetzten Schwingungs-Zuständen, in entgegen gesetzten Phasen sich befinden; sie sind gleich weit, aber an entgegen gesetzten Seiten von der Gleichgewichtslage entfernt, und haben die gleiche, aber entgegen gesetzt gerichtete Geschwindigkeit. Wegen dieses Gegensatzes wird auch die eine Hälfte Wellenberg, die andere Wellenthal genannt; welche der Hälften man als Berg, welche man als Thal bezeichnet ist gleichgültig.

Es wurde schon vorhin erwähnt, dass wenn die Punktreihe überall die gleiche Beschaffenheit hat, die Länge der Welle überall die gleiche sein muss. Da nun jede Welle in der Zeit entsteht, in welcher der Punkt a eine Schwingung macht, so folgt: die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit der Wellenbewegung, d. h. die Strecke, welche während 1 Sek. von der Bewegung durchlaufen wird, muss durch die ganze überall gleich beschaffene Punktreihe dieselbe sein.

Die Richtung, nach welcher die Punkte der Reihe schwingen, wird bedingt durch die Richtung der dem Punkte a ursprünglich gegebenen Bewegung und durch die in der Punktreihe thätigen Kräfte.

Ist die ursprüngliche Bewegungsrichtung parallel der Punktreihe, eine sogen. longitudinale, so muss sie immer eine solche bleiben, da die zwischen den Punkten, welche sich nähern oder von einander entfernen, thätigen Kräfte immer nur in der Richtung der Punktreihe wirken. Bei diesen Schwingungen tritt eine Gestalts-Aenderung der Punktreihe nicht ein; es entwickeln sich in derselben nur Verdichtungen und Verdünnungen, wie Fig. 816 deutlich macht, welche die Entstehung einer longitudinalen Welle darstellt.

Fig. 816.



Ist die Bewegung der Punkte senkrecht zur Punktreihe, also auch senkrecht zur Fortpflanzungs-Richtung, so nennt man die Schwingungen transversale. Eine solche transversale schwingende Bewegung tritt nicht immer dann ein, wenn die ursprüngliche Schwingung eine transversale war, sondern nur dann, wenn die Resultirende der bei den Schwingungen auf die einzelnen Punkte wirkenden Kräfte zur Punktreihe senkrecht ist. In den flüssigen und gasförmigen Körpern können keine elastischen und transversalen Schwingungen vorkommen; die Ausbreitung des Schalles erfolgt überhaupt nur durch longitudinale Schwingungen.

IV. Gleichung der Wellenbewegung.

Die im Vorigen gegebene Beschreibung der Wellenbewegung lässt sich in eine einfache Gleichung zusammen fassen. Der Ausgangspunkt der Bewegung hat eine Bewegung erhalten, welche durch die Gleichg. bestimmt ist: $y = a \sin 2\pi \frac{t}{T}$.

Diese Bewegung theilt sich nach und nach immer weiter vom Anfangspunkt entfernten Punkten der Reihe mit; von dem Augenblicke an, in welchem ein Punkt seine Bewegung begann, schwingt er genau nach demselben Gesetz wie der Ausgangspunkt der Bewegung. Ist demnach τ die Zeit, welche verstrichen ist, bis ein um x von dem Ausgangspunkte der Bewegung entfernter Punkt der Reihe seine Bewegung beginnt, so ist der Abstand dieses Punktes von seiner Gleichgewichtslage, wenn die Zeit von dem Moment, in welchem $t = \tau$ ist, wächst,

genau so von der Zeit abhängig, wie diejenige des ersten Punktes von der Zeit $t = 0$ ab. Die Bewegung wird also durch dieselbe Gleichg. dargestellt, wenn wir in derselben nur anstatt t einsetzen: $t - \tau$, also schreiben:

$$y = a \sin 2\pi \frac{t - \tau}{T}.$$

Nennen wir die Strecke, durch welche die Wellenbewegung sich in der Zeiteinheit, in 1 Sek., fortpflanzt, also die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit der Wellenbewegung c, so ist, da τ die Zeit bezeichnet, nach welcher der um x entfernte Punkt seine Bewegung später beginnt, als der Ausgangspunkt der Bewegung $x = c\tau$; $\tau = \frac{x}{c}$, so dass wir auch schreiben können: $y = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{cT}\right)$.

Hierin ist cT das Produkt aus der Fortpflanzungs-Geschwindigkeit und der Schwingungsdauer, die Strecke, durch welche sich die Bewegung während einer Schwingung fortpflanzt, somit, wie wir vorhin sahen, die Wellenlänge. Bezeichnen wir dieselbe mit λ, so wird: $y = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$.

Dass diese Gleichg. die Wellenbewegung so darstellt, wie wir sie vorhin erkannt haben, sieht man sofort, wenn man den Zustand der Reihe etwa für einen Moment betrachtet, für welcher $t = nT$, also der erste Punkt gerade n Schwingungen zurückgelegt hat. Dann ist: $y = a \sin 2\pi \left(n - \frac{x}{\lambda}\right) = - a \sin 2\pi \frac{x}{\lambda}$ eine Gleichg., welche zeigt, dass die Reihe, wenn die Schwingungen transversale sind, die Gestalt einer Sinusoide angenommen hat, eine Wellenform, welche aus Wellenberg und Wellenthal besteht. Die Punkte zwischen 0 und $\frac{\lambda}{2}$, λ und $3\frac{\lambda}{2}$... befinden sich auf der einen, jene zwischen $\frac{\lambda}{2}$ und λ, $3\frac{\lambda}{2}$ und 2λ ... auf der entgegen gesetzten Seite der Gleichgewichtslage.

Die Geschwindigkeit der Punkte ergiebt sich aus dem Differentialquotienten:

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{2\pi}{T} a \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

oder wenn wir setzen: $t = nT$ aus: $v = \frac{2\pi}{T} a \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}$.

Von $x = 0$ bis $x = \frac{\lambda}{4}$ ist v positiv; die Punkte vollführen das letzte Viertel der Schwingungen, sie kehren in die Gleichgewichtslage zurück in derselben Richtung, nach welcher sie sich im 1. Viertel der Schwingung bewegten. Von $x = \frac{\lambda}{4}$ bis $x = 3\frac{\lambda}{4}$ ist v negativ, auf der 1. Hälfte dieser Strecke sind die Punkte im 3. Viertel der Schwingung; sie bewegen sich nach der negativen Seite der Gleichgewichtslage. Auf der 2. Hälfte von $x = \frac{\lambda}{2}$ bis $x = 3\frac{\lambda}{4}$ sind sie im 2. Viertel; sie kehren von dem grössten Abstande auf der positiven Seite gegen die Gleichgewichtslage zurück. Zwischen $x = 3\frac{\lambda}{4}$ und $x = \lambda$ ist v wieder positiv, die Theilchen befinden sich im 1. Viertel der Schwingung. Genau dasselbe wiederholt sich auf den weitern Strecken, jedesmal innerhalb der Länge λ.

Zur vollständigen Darstellung der Wellenbewegung in der Punktreihe ist noch die Frage zu beantworten, ob es richtig ist, dass wir bei Aufstellung der Gleichg. der schwingenden Bewegung die Amplitude a derselben für die ganze Länge der Punktreihe konstant gesetzt haben; ferner ist der Werth der Fortpflanzungs-Geschwindigkeit c zu bestimmen. Beide Aufgaben lösen wir gleichzeitig, indem wir die Bewegung irgend eines Punktes der Reihe aus den wirksamen Kräften abzuleiten suchen.

Es stelle Fig. 817 die Punktreihe $\alpha, \beta \ldots \zeta, \eta$ die Lage der Punkte irgend eines Stückes der Reihe während der schwingenden Bewegung zu irgend einer Zeit t dar. Ist die Bewegung eine transversale, so würde die Lage der Punkte wirklich die dargestellte sein. Ist dieselbe longitudinal, so dass die Lage der Punkte die in der 2. Reihe, Fig. 818 ist, so stellt z. B. der Abstand des Punktes β, Fig. 817, von der Geraden $\alpha\eta$ die Verschiebung des Punktes β nach β', Fig. 818, dar; es ist die Differenz $\beta'\alpha' - \beta\alpha$ senkrecht zu $\alpha\eta$ aufgetragen.

Fig. 817.

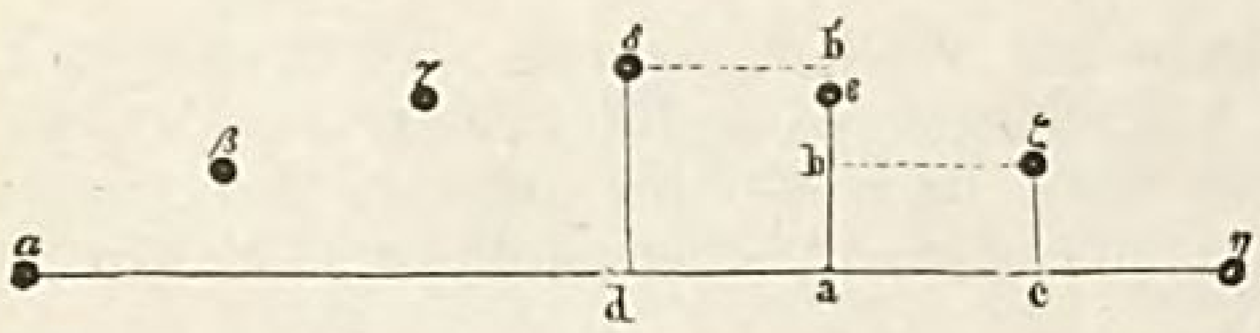


Fig. 818.



In dem betrachteten Augenblicke ist jeder Punkt in dem Stücke der Reihe gegen seine benachbarten verschoben und diese Verschiebung bewirkt, dass zwischen den Punkten elastische Kräfte geweckt werden. Die Grösse derselben ist der Grösse der Verschiebung proportional. Nehmen wir zunächst an die Bewegung sei eine longitudinale, so ist z. B. die Verschiebung des Punktes ε gegen $\delta =$ der Differenz $\delta d - \varepsilon a$. Denn der Punkt δ, Fig. 818, ist bis δ', der Punkt ε nur bis ε' verschoben; ε' und δ' liegen sich um die Differenz der Verschiebung näher. In Folge dessen erfährt ε' von δ' einen Antrieb, der ε' noch weiter von der Gleichgewichtslage entfernen will. Die Grösse dieses Antriebs ergeben die Elastizitätsgesetze. Ist e der Elastizitäts-Koeffizient der Punktreihe nach der gewöhnlichen Definition, also die Kraft, welche die Punkte gegen ihre relative Gleichgewichtslage zurücktreiben würde, wenn die Verschiebung $=$ dem ursprünglichen Abstande geworden ist, so ist der Antrieb f gegeben durch: $f = \frac{\delta d - \varepsilon a}{d a} e$.

Die Abstände y der einzelnen Punkte von der Gleichgewichtslage sind eine Funktion der Lage der Punkte in der Reihe, welche durch den Abstand x derselben von dem Ausgangsgunkte der Bewegung gegeben ist. Wenn wir den Abstand der betrachteten Punkte dx, und die Differenz $\delta d - \varepsilon a = dy$, so wird: $f = e\frac{dy}{dx}$, somit $=$ dem 1. Differential-Quotienten der Funktion, welche die Lage der Punkte in ihrer Abhängigkeit von x bestimmt. Denn die Differenz dy ist die Differenz der Verschiebungen zweier im Abstande x und $x + dx$ vom Anfangspunkt entfernter Punkte aus der Gleichgewichtslage.

Der Punkt ε ist auch gegen den folgenden Punkt ζ aus der Gleichgewichtslage verschoben, da der Abstand des Punktes ζ von der Gleichgewichtslage kleiner ist, als derjenige des Punktes ε. Die Punkte liegen somit einander näher als es dem Gleichgewichts-Zustande entspricht, und in Folge dessen erhält der Punkt ε einen Antrieb gegen seine Gleichgewichtslage hin, also nach entgegen gesetzter Richtung hin als von dem Punkte δ her. Bezeichnen wir die Differenz der Verschiebungen der beiden Punkte ε und ζ mit dy_1, so können wir diesen 2. Antrieb schreiben: $f_1 = e\frac{dy_1}{dx}$.

Die Differenz dieser beiden Antriebe ist die den Punkt ε bewegende Kraft:

$$p = f_1 - f = e\frac{dy_1 - dy}{dx} = e\frac{d^2y}{dx};$$

denn die im Zähler stehende Differenz ist das 2. Differential der Funktion, welche uns die Lage der Punkte in ihrer Abhängigkeit ihres Abstandes x vom Ausgangspunkt der Bewegung giebt.

Die Beschleunigung des Punktes ε erhalten wir, indem wir die den Punkt treibende Kraft durch die Masse m des Punktes dividiren, somit, wenn wir die Beschleunigung φ nennen, zu: $\varphi = \frac{e}{m}\frac{d^2y}{dx}$.

Die Masse m des einzelnen Punktes können wir durch die Masse σ der Längeneinheit der Punktreihe ausdrücken, welche wir die Dichtigkeit der Punktreihe nennen wollen. Da nämlich dx der Abstand zweier auf einander folgenden Punkte ist, so ist $\frac{\lambda}{dx}$ die Anzahl der auf der Längeneinheit liegenden Punkte, somit $m\frac{\lambda}{dx} = \sigma$; $m = \sigma dx$.

Hiernach wird: $\varphi = \frac{e}{\sigma}\frac{d^2y}{dx^2}$; d. h. die bewegende Kraft ist für jeden Punkt der in schwingender Bewegung befindlichen Reihe = dem 2. Differential-Quotienten der Verschiebung y nach x, multiplizirt mit dem Quotienten aus der Elastizität der Punktreihe und der Dichtigkeit derselben.

Der Abstand y eines Punktes ist, da derselbe in Bewegung ist, gleichzeitig eine Funktion der Zeit, die Beschleunigung, welche der Punkt zu einer gegebenen Zeit t bekommt, ist demnach gleichzeitig durch den 2. Differential-Quotienten von y nach t gegeben, so dass wir die Differential-Gleichg. der Bewegung des Punktes erhalten: $\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{e}{\sigma}\frac{d^2y}{dx^2}$. —

Wir haben bisher longitudinale Schwingungen voraus gesetzt. Ohne näher darauf einzugehen, sei nur bemerkt, dass auch für Schwingungen mit transversalen Verschiebungen ganz dieselbe Gleichg. gilt; nur ist an Stelle von e eine andere Konstante einzusetzen, welche wir vorkommenden Falls bestimmen werden. Setzen wir: $\frac{e}{\sigma} = c^2$, so wird unsere Gleichg.: $\frac{d^2y}{dt^2} = c^2\frac{d^2y}{dx^2}$.

In der Theorie der partiellen Differential-Gleichgn. wird bewiesen, dass aus dieser Gleichg. zwischen den beiden partiellen 2. Differential-Quotienten einer Funktion t und x, sich keine bestimmte Funktion ergiebt, dass vielmehr jede Funktion von der Form: $y = f\left(t + \frac{x}{c}\right)$ oder: $y = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$ oder auch die Summe zweier solchen Funktionen der gegebenen Differential-Gleichg. entsprechen. Man erkennt das hier sofort; denn bilden wir von einer ganz beliebigen Funktion der zuletzt gegebenen Form die in obiger Gleichg. stehenden Differential-Quotienten, so ergiebt sich nothwendig unsere Gleichung.

Die gesuchte, uns y in seiner gleichzeitigen Abhängigkeit von x und t darstellende Funktion wird uns aber dadurch bekannt, dass wir diese Funktion für einen bestimmten Werth von x, nämlich für $x = 0$ kennen. Wir haben nämlich ausdrücklich voraus gesetzt, dass der Ausgangspunkt der Bewegung eine schwingende Bewegung von der Form: $y = a \sin 2\pi\frac{t}{T}$ besitze. Daraus folgt nothwendig, dass die Bewegung unserer Punktreihe dargestellt wird durch die Gleichg.:

$$y = \frac{a}{2}\sin\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{cT}\right) + \frac{a}{2}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{cT}\right)$$

und man erkennt sofort, dass das eine Glied auf der rechten Seite die Fortpflanzung nach der positiven, das andere diejenige nach der negativen Seite der x bedeutet; die Fortpflanzung nach der positiven Seite der x giebt das 2. Glied. Es folgt das daraus, dass $\frac{x}{c}$ die Zeit bedeutet, während welcher die Bewegung bis zu dem um x von dem Anfangspunkte entfernten Punkte fortpflanzt. Denn für irgend einen Punkt, der an der positiven oder negativen Seite um x vom Anfangspunkt entfernt ist, wird: $y = \frac{a}{2}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} \pm \frac{x}{cT}\right)$

Ist τ die Zeit, während welcher die Bewegung sich zu dem Punkte fortpflanzt, so können wir dieselbe auch darstellen durch: $y = \frac{a}{2}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\tau}{T}\right)$.

Es ist somit: $-\tau = \pm\frac{x}{c}$.

Die rechte Seite dieser letzten Gleichg. wird aber nur negativ, wenn wir für ein positives x das untere, für ein negatives das obere Vorzeichen setzen. Es ergiebt sich somit Folgendes:

Wenn irgend ein Punkt einer elastischen Punktreihe in Schwingungen versetzt wird, so pflanzt sich die Bewegung nach beiden Seiten fort und zwar so, dass sich nach jeder Seite die Hälfte fortpflanzt. Das heisst die Amplitude der schwingenden Bewegung ist an jeder Seite die Hälfte von derjenigen, welche der zuerst erregte Punkt haben würde, wenn die Bewegung sich nicht den folgenden Punkten mittheilte. Ist der bewegte Punkt der Endpunkt einer Reihe, so theilt sich seine Bewegung ganz und gar den folgenden mit, die Bewegung in der Reihe hat an allen Punkten dieselbe Amplitude, wie jene des Ausgangspunktes.

Es pflanzt sich somit die Bewegung auf einer solchen Punktreihe mit konstanter Amplitude fort; jeder Punkt giebt seine Bewegung an den nächstfolgenden ab und kommt deshalb zur Ruhe, wenn ihm nicht dadurch dass die Bewegung des Ausgangspunktes dauernd erhalten wird, fortwährend Bewegung von rückwärts wieder ertheilt wird. Hiermit ist die erste der beiden Fragen, welche nach Aufstellung der die Wellenbewegung darstellenden Gleichg. noch zu erledigen blieb, beantwortet.

Ebenso ist durch diese Untersuchung die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit der Bewegung gegeben. In den letzten Gleichgn. bedeutet unsere Grösse c, welche durch die Gleichg. definirt war: $c = \sqrt{\frac{e}{\sigma}}$; die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit der Bewegung. Denn da die Zeit τ, während welcher die Bewegung sich bis zum Punkte a fortgepflanzt, gegeben ist durch: $\tau = \frac{x}{c}$ so ist dieses c die Strecke, durch welche sich die Bewegung in der Zeiteinheit fortpflanzt, somit die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit der Bewegung. Die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit ist somit = der Quadratwurzel aus dem Elastizitätskoeffiz. der Reihe dividirt durch die Quadratwurzel aus der Dichtigkeit der Punktreihe, in welcher sich die Bewegung fortpflanzt; sie hängt nicht ab von der Schwingungsdauer T, oder wie man es häufig ausspricht, nicht von der Wellenlänge λ, welche = dem Produkte $c\,T$ ist.

Von der Fortpflanzung der Schwingungen bezw. des Schalls in einer Punktreihe macht man in der Praxis Gebrauch, bei den durch ein Gebäude gelegten **Schallröhren**, Sprachröhren, durch welche Mittheilungen von einem Raume in andere übertragen werden sollen. Die in diesen Röhren eingeschlossene Luftsäule ist eine solche Punktreihe, resp. ein Zylinder von Punkten. Durch das Hineinrufen an dem einen Ende werden die Punkte der Endschicht in Schwingungen versetzt. Diese Schwingungen pflanzen sich nahezu ungeschwächt durch die ganze Luftsäule fort und können an dem andern Ende als Schall wahrgenommen werden. Dass die Schwingungen nicht ganz ungeschwächt auf diese Weise in beliebige Entfernungen übertragen werden können, hat seinen Grund darin, dass ein wenn auch geringer Theil an die Wände der Röhre, in welchen die Luft eingeschlossen ist, abgegeben wird.

Das Gleiche zeigt sich bei der Fortpflanzung des Schalles durch einen Draht. Befestigt man an dem einen Ende eines nicht zu dünnen Drahtes einen tönenden Körper, etwa eine Spieldose, oder bringt man das Ende des Drahtes mit einem Resonanzboden, etwa eines Klaviers in feste Verbindung, so kann man durch den Draht in ganz erhebliche Entfernungen den Schall ohne merkliche Schwächung fortpflanzen. Man hat nur an das andere Ende des Drahtes ein elastisches Brett oder einen Resonanzkasten anzubringen, um den Schall fast so laut zu hören, wie wenn der tongebende Körper an der Stelle des Resonanzbodens wäre. Der Draht ist ein elastischer Punkt-Zylinder, in welchem sich die an dem einen Ende in denselben übergehenden Schallschwingungen als longitudinale Wellen fortpflanzen.

Dass man an dem andern Ende des Drahtes zur Wahrnehmung des Schalles einen Resonanzboden anbringen muss, hat seinen Grund darin, dass die Schwingungen der Endfläche des Drahtes nur sehr wenig Lufttheilchen in Bewegung versetzen können, werden die Schwingungen erst auf den Resonanzboden direkt übertragen, so geht eine erheblich grössere Bewegungsmenge auf die Luft hin.

Eine Anwendung dieser Fortpflanzung des Schalles macht man in dem v. **Wagner**'schen **hydrometrischen Flügel** mit Schallleitung (S. 762) eine noch

andere in den, allerdings wohl nur als Spielzeug benutzten Fadentelephonen; hierbei werden zwei Resonanzkästen durch einen gespannten Faden verbunden; spricht man in den einen Resonanzkasten hinein, und bringt ein Anderer das Ohr an den andern Resonanzkasten, so ist selbst auf ziemlich grosse Entfernungen jedes Wort verständlich.

V. Zusammensetzung mehrerer Bewegungen; Interferenz.

Zum Verständniss der Fortpflanzung der schwingenden Bewegung in einer Punktreihe haben wir noch die Frage zu beantworten, wie sich die Bewegung der Punkte verhält, wenn an mehreren Punkten der Reihe Schwingungen erregt werden, und von dieser aus in der Reihe sich fortpflanzen.

Die Art, wie die Bewegungen dann zusammen treffen, kann eine doppelte sein. Sind M und N, Fig. 819, zwei Punkte in denen eine schwingende Bewegung erregt wird, so pflanzen sich von denselben die Bewegungen nach beiden Seiten fort. Daraus folgt, dass rechts von N und links von M die Punkte von Bewegungen getroffen werden, welche sich nach gleicher Richtung fortpflanzen, zwischen M und N dagegen von solchen, die sich nach entgegen gesetzten Richtungen fortpflanzen. Wir haben die beiden Fälle gesondert zu betrachten.

Fig. 819.



Das Prinzip, welches in beiden Fällen zur Anwendung kommt, ist das der „Koexistenz“ der kleinen Bewegungen, welches wir kurz dahin aussprechen können, dass sich jede Schwingung ganz unabhängig von andern etwa vorhandenen fortpflanzt.

Hieraus folgt, dass wenn in der Reihe mehrere Bewegungen sich fortpflanzen und gleichzeitig an einem Punkte ankommen, dass beide Bewegungen sich dem Punkte mittheilen, und dass seine resultirende Bewegung sich einfach aus dem Grundsatze der Mechanik ergiebt, dass wenn zwei Kräfte einen Punkt angreifen, jede so wirkt, als wenn die andere nicht da wäre. Wirken beide Kräfte in derselben Richtung so summiren sich die Antriebe, die Geschwindigkeiten, die zurück gelegten Wege. Sind die Kräfte nicht gleich gerichtet, so sind Geschwindigkeit und Weg nach dem Kräfteparallelogramm zu berechnen. Sind demnach die bei einem Punkte ankommenden schwingenden Bewegungen gleich gerichtet, so wird der Antrieb den ein Punkt zur Zeit t erhält = der Summe der einzelnen dem Punkte ertheilten Antriebe, somit auch die Geschwindigkeit, welche er besitzt = der Summe der ihm von den einzelnen Antrieben ertheilten Geschwindigkeiten.

Schliesslich folgt, dass der Punkt, wenn er zur Zeit t in Folge der einzelnen ankommenden schwingenden Bewegungen die Abstände y_1, $y_2 \ldots$ von der Gleichgewichtslage besitzen würde, sich in einem Abstande y befinden muss, der = der algebraischen Summe der einzelnen Abstände ist.

Wir betrachten zunächst gleich gerichtete Bewegungen und zwar solche, welche sich nach der gleichen Richtung fortpflanzen. Es pflanze sich von N nach rechts hin etwa eine longitudinale Bewegung fort, welche längere Zeit erhalten werde. Zur Zeit t nach Beginn der Bewegung können wir dann die Entfernung y eines Punktes von der Gleichgewichtslage, dessen Abstand von dem Ursprunge der Bewegung = x ist, darstellen durch die Gleichg.:

$$y_1 = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right).$$

Gleichzeitig werde im Punkte M, Fig. 819, eine longitudinale Bewegung der gleichen Schwingungsdauer erzeugt, die sich ebenfalls über N hinaus in der Reihe fortpflanzt. Ist der Abstand $N = d$, so ist zur Zeit t die Bewegung desselben Punktes, für welchen wir die Bewegungs-Gleichung in Folge der ersten Bewegung durch obige Gleichung darstellten, in Folge der zweiten:

$$y_2 = \beta \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x+d}{\lambda}\right).$$

Die aus diesen beiden resultirende Bewegung des Punktes ist gegeben durch die Gleichg.: $y = y_1 + y_2 = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \beta \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x+d}{\lambda}\right)$

oder: $y = \left(\alpha + \beta \cos 2\pi \frac{d}{\lambda}\right) \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) - \beta \sin 2\pi \frac{d}{\lambda} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

wofür wir auch schreiben können: $y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x+D}{\lambda}\right)$, wenn wir die Grössen A und D so bestimmen, dass:

$$A \cos 2\pi \frac{D}{\lambda} = \alpha + \beta \cos 2\pi \frac{d}{\lambda} \text{ und: } A \sin 2\pi \frac{D}{\lambda} = \beta \sin 2\pi \frac{d}{\lambda}$$

ist. Es folgt somit, dass zwei Bewegungen gleicher Schwingungsdauer, welche gleichzeitig in einer Reihe sich fortpflanzen, sich zu einer Bewegung derselben Schwingungsdauer mit konstanter Amplitude zusammen setzen, und dass die Phasen der Bewegung, das heisst die Schwingungszustände der einzelnen Punkte so sind, als hätte die Bewegung zur Zeit $t = 0$ in einem Punkte begonnen, der zwischen M und N um D von N entfernt liegt. Die Werthe von A und D hängen sowohl von den Amplituden α und β der einzelnen Bewegungen, als von dem Abstande d ihrer Ausgangspunkte ab. Für A ergiebt sich aus den beiden Gleichgn.:

$$A^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \cos 2\pi \frac{d}{\lambda}.$$

Ist $d = 0$, oder λ, oder überhaupt ein Vielfaches von λ, so wird:

$$A^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta; \quad A = \alpha + \beta.$$

Die resultirende Amplitude wird die Summe der einzelnen Amplituden und es wird $D = 0$, oder die Bewegung ist gerade so, wie wenn sie zur Zeit $t = 0$ in N begonnen hätte.

Ist $d = \frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2}$ oder überhaupt ein ungerades Vielfaches von $\frac{\lambda}{2}$, so wird:

$$A^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta; \quad A = \alpha - \beta.$$

Die resultirende Amplitude wird = der Differenz der Theil-Amplituden. Auch hier wird $D = 0$; die Bewegung findet so statt, wie wenn zur Zeit $t = 0$ die Bewegung im Punkte N mit der Differenz der Amplituden begonnen hätte.

Ist in einem speziellen Falle $\alpha = \beta$, so hebt sich die Bewegung gegenseitig auf, die Punktreihe bleibt auf der ganzen Strecke rechts von N in Ruhe.

Hat d einen andern Werth, so liegt der Werth von A zwischen $\alpha + \beta$ und $\alpha - \beta$ und ebenso ist D von 0 verschieden. Ist z. B. $d = \frac{\lambda}{4}$ so ist:

$$A^2 = \alpha^2 + \beta^2; \quad \text{tang } 2\pi \frac{D}{\lambda} = \frac{\beta}{\alpha}.$$

Dies gilt für das als Interferenz bezeichnete Zusammenwirken zweier Wellenzüge gleicher Schwingungsdauer und man erkennt sofort, dass dasselbe auch für beliebig viele gilt. Es entsteht stets eine schwingende Bewegung der gleichen Schwingungsdauer und von konstanter Schwingungsweite.

Pflanzen sich in der Punktreihe gleichzeitig zwei Bewegungen verschiedener Schwingungsdauer fort, so setzen sie sich nach demselben Gesetze zusammen. Das Resultat der Zusammensetzung ist aber nicht eine einfache periodische Bewegung, sondern eine zusammen gesetzt periodische. Ein Beispiel wird genügen das klar zu machen. Die vom Punkte M ausgehende Bewegung habe nur die halbe Schwingungsdauer, so dass: $y_1 = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$;

$$y_2 = \beta \sin 2\pi \left(\frac{t}{\frac{1}{2}T} - \frac{x+d}{\frac{1}{2}\lambda}\right) = \beta \sin 4\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x+d}{\lambda}\right);$$

setzen wir weiter zunächst voraus, es sei: $d = n\lambda$, so ist:

$$y = y_1 + y_2 = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \beta \sin 4\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right).$$

Fixiren wir nun den Moment: $t = nT$, in welchem die Punkte N und M gerade ihre nte resp. $2n$te Schwingung zurück gelegt haben, so wird:

$$y = \alpha \sin 2\pi \left(n - \frac{x}{\lambda}\right) + \beta \sin 4\pi \left(n - \frac{x}{\lambda}\right) = -\alpha \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} - \beta \sin 4\pi \frac{x}{\lambda}.$$

Die Fig. 820a — c zeigen die Wellenformen, welche dieser Gleichung entsprechen; es sind die Abstände y:

$$y = -\alpha\sqrt{2} - \beta \text{ für } x = \frac{1}{8}\lambda; \qquad y = +\alpha\sqrt{2} - \beta \text{ für } x = \frac{5}{8}\lambda$$

$$\text{„} \quad -\alpha \pm 0 \quad \text{„} \quad x = \frac{2}{8}\lambda; \qquad \text{„} \quad +\alpha \pm 0 \quad \text{„} \quad x = \frac{6}{8}\lambda$$

$$\text{„} \quad -\alpha\sqrt{2} + \beta \quad \text{„} \quad x = \frac{3}{8}\lambda; \qquad \text{„} \quad +\alpha\sqrt{2} + \beta \quad \text{„} \quad x = \frac{7}{8}\lambda$$

$$\text{„} \quad \pm 0 \quad \text{„} \quad x = \frac{4}{8}\lambda; \qquad \text{„} \quad \pm 0 \quad \text{„} \quad x = \frac{8}{8}\lambda.$$

Fig. 820a zeigt die hiernach sich ergebende Wellenform für $\beta = 2\alpha$, Fig. 820b für $\beta = \alpha$ und Fig. 820c für $\beta = \frac{1}{2}\alpha$.

Fig. 820a.

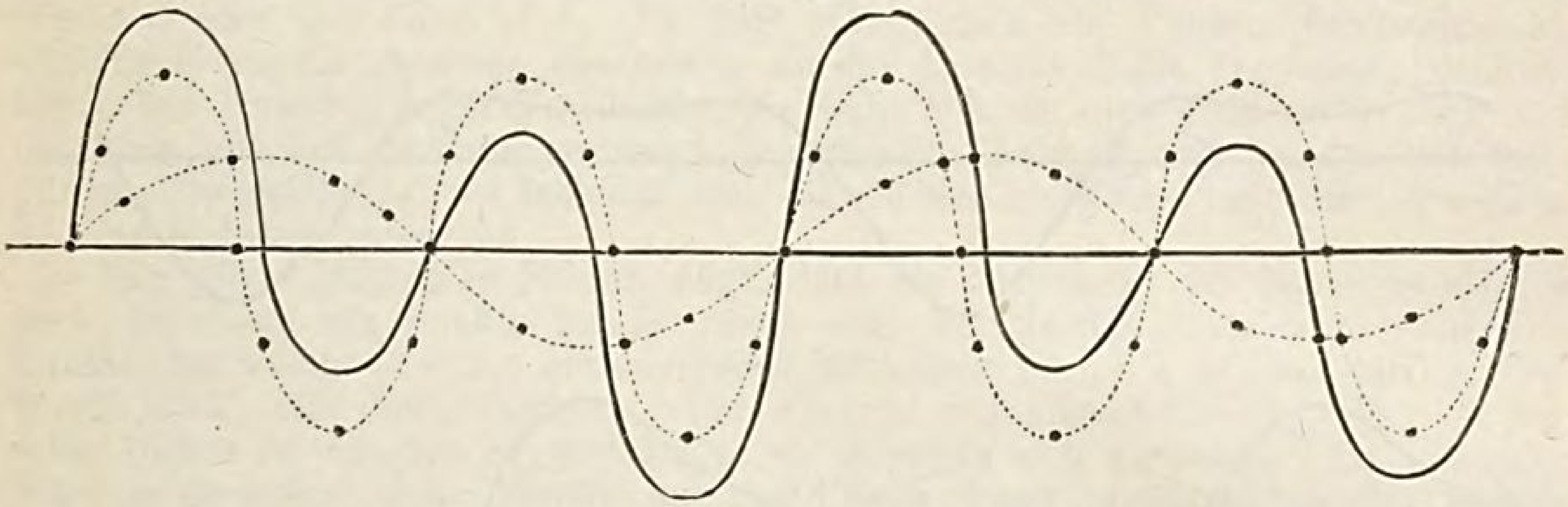


Fig. 820b.

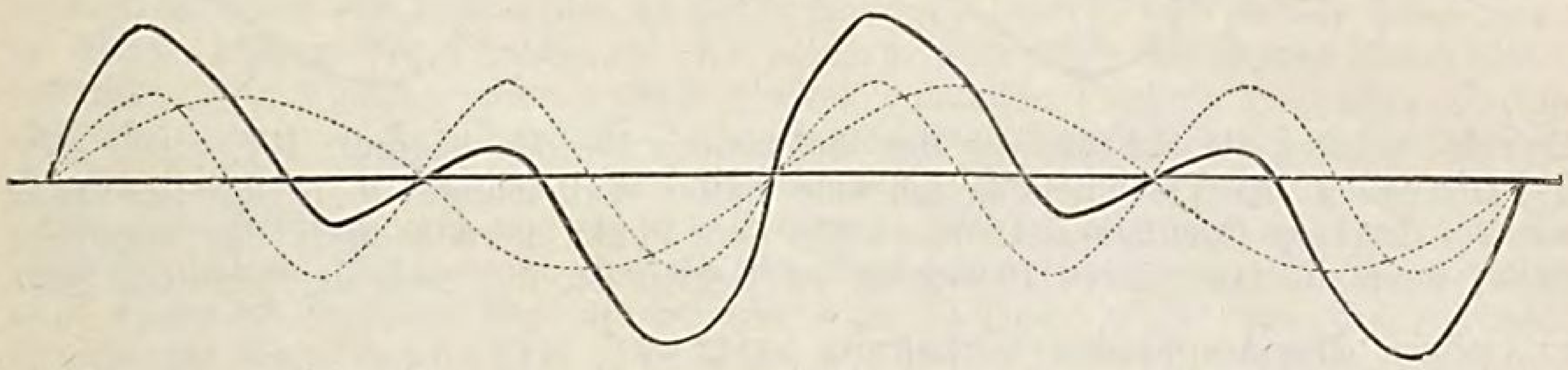
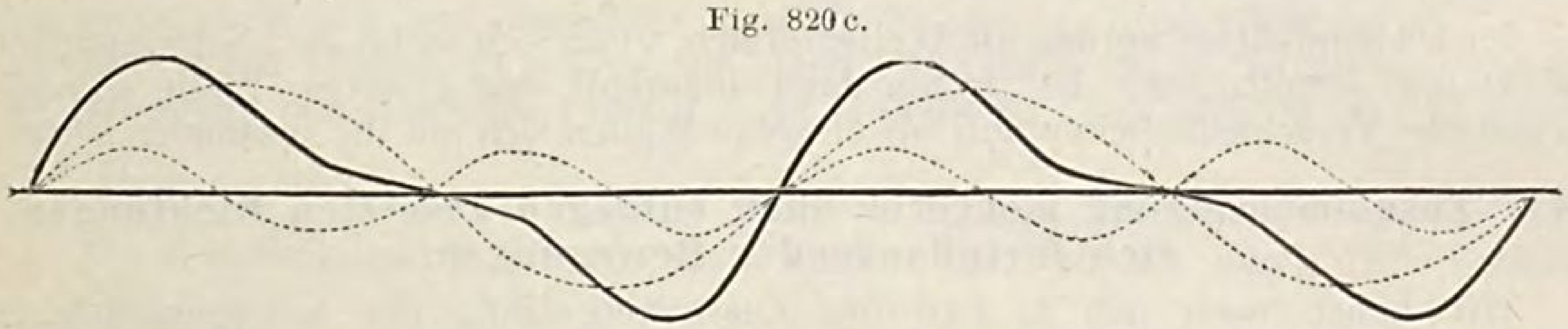


Fig. 820c.



Die punktirten Linien deuten die einzelnen Wellen an; die ausgezogenen geben die resultirenden Wellen. Die Figuren lassen das Doppel-Periodische der Bewegung und zugleich erkennen, dass je nach dem Verhältniss der Amplituden die Art der Bewegung eine sehr verschiedene sein kann. Man kann dieselbe im allgemeinen dahin charakterisiren, dass die Bewegung mit der grössten Amplitude die Hauptperiode der resultirenden Bewegung bestimmt, und dass innerhalb dieser Periode durch die 2. Bewegung periodische Ungleichheiten bewirkt werden.

So erscheint die in Fig. 820a dargestellte Bewegung entschieden als eine Schwingung der kürzern Dauer, welche durch die Bewegung der grössern Schwingungsdauer derartig verändert ist, dass in den Wellen abwechselnd der Wellenberg und dann das Wellenthal gegen die andere Hälfte der Welle vergrössert wird. Fig. 820c wird man dagegen als eine Bewegung der grössern Schwingungsdauer bezeichnen, in welcher die Form der Wellen durch die 2. Be-

wegung verändert ist. Der Wellenberg steigt steil an und geht mit sanfter Neigung ins Wellenthal über, aus welchem dann wieder der Berg steil ansteigt. Da die Welle die Bewegung, welche der einzelne Punkt nach und nach annimmt, neben einander darstellt, so ergiebt sich z. B. für die letzte Welle, dass jeder Punkt erst schnell nach der positiven Seite aufsteigt, dann sehr langsam sich bis zu dem grössten Abstande nach der entgegen gesetzten Seite bewegt und wieder schnell zur Gleichgewichtslage zurück kehrt.

Werden die Wellen gegen einander verschoben, das heisst, beginnen die Punkte nicht gleichzeitig die Bewegung, sondern ist der einzelne Punkt schon in Folge der einen Bewegung aus der Gleichgewichtslage entfernt, wenn die 2. Bewegung beginnt, so wird die Form der Welle eine andere; die doppelte Periodizität giebt sich aber immer zu erkennen. Fig. 821 a zeigt z. B. die Wellenform, wenn die schnellere Bewegung der langsamern um eine Viertel-Schwingung oder = Wellenlänge voraus ist, das heisst, wenn er in Folge der schnellern Bewegung bereits am äussersten Punkte an der positiven Seite der Gleichgewichtslage sich befindet zur

Fig. 821 a.

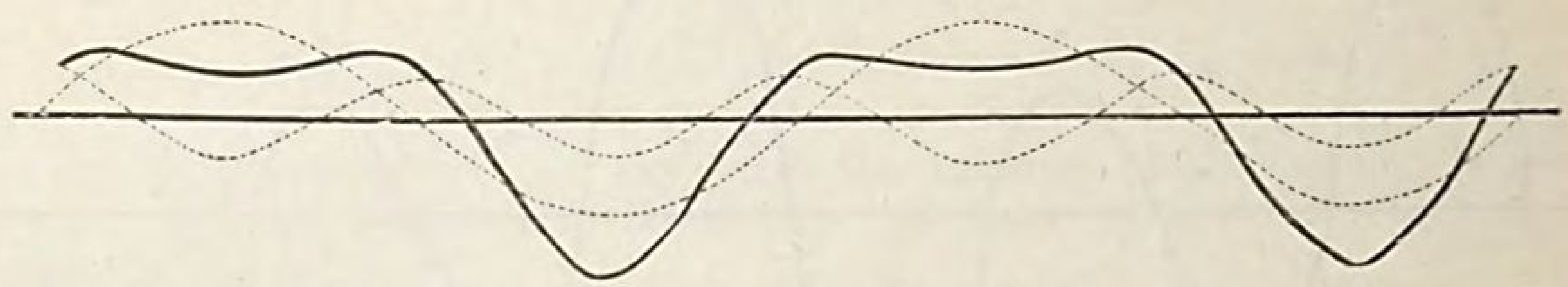
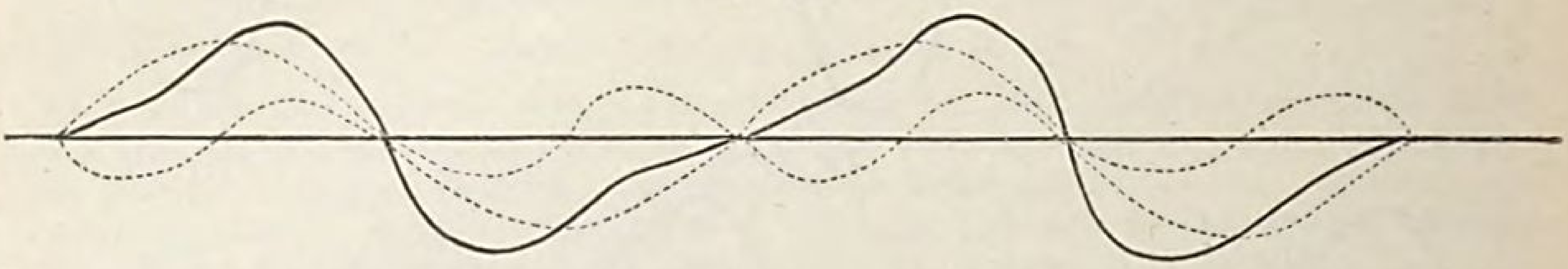


Fig. 821 b.



Zeit in welcher die Schwingung der langsamern Periode beginnt; Fig. 821 b zeigt die Bewegung bei Verschiebung um eine halbe Wellenlänge; d. h. die Bewegung mit der kürzern Oszillations-Dauer treibt den Punkt gerade nach der negativen Seite, wenn die langsamere Bewegung im Begriff ist, ihn nach der positiven Seite zu treiben. Das Amplituden-Verhältniss ist: $\beta = \frac{1}{2}\alpha$.

Noch komplizirter werden die Wellenformen, wenn sich mehr als 2 Schwingungen gleichzeitig fortpflanzen. Es treten dann innerhalb der grössten Welle so viele periodische Verschiedenheiten auf, als einzelne Wellen sich mit ihr zusammen setzen.

VI. Zusammensetzung mehrerer nach entgegen gesetzten Richtungen sich fortpflanzender Bewegungen.

Wir haben noch den 2. Fall der Zusammensetzung der Schwingungen zu betrachten, nämlich die Bewegung, welche in einer Punktreihe entsteht, wenn in derselben Schwingungen zusammen wirken, welche sich nach entgegen gesetzter Richtung fortpflanzen, wie es zwischen den beiden Punkten M und N, Fig. 819, der Fall ist, wenn in den beiden schwingende Bewegungen erregt werden. Wir betrachten hier nur Schwingungen gleicher Dauer und setzen überdies voraus — da in akustischer Beziehung nur dieser Fall von Interesse ist — dass die Schwingungen gleiche Amplituden haben.

Ein von M um x entfernter Punkt hat zur Zeit t einen Abstand y_1 von der Gleichgewichtslage, der gegeben ist durch: $y_1 = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$.

Nennen wir den Abstand desselben Punktes von N, so können wir zunächst schreiben:

$$y_2 = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right).$$

Um x_1 durch x auszudrücken, ist zu beachten, dass für alle Punkte zwischen M und N, $x + x_1$ gleich dem Abstande d der beiden Punkte ist, somit: $x_1 = d - x$.

Darnach wird: $$y = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} + \frac{x}{\lambda}\right)$$

und diese Gleichg. lässt durch das Vorzeichen von x erkennen, dass die vom Punkte N ausgehende Bewegung sich nach der entgegen gesetzten Seite fortpflanzt, wie die von M ausgehende. Setzen wir nach dem Prinzip der Koexistenz der kleinsten Bewegungen: $y = y_1 + y_2$, so ergiebt die Ausrechnung unter Benutzung der Formel: $\sin a + \sin b = 2 \sin {}^1/_2\,(a+b) \cos {}^1/_2\,(a-b)$:

$$y = 2a \cos \pi \frac{d-2x}{\lambda} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{2\lambda}\right).$$

In diesem Ausdrucke für y sind t und x nicht mehr in der frühern Weise mit einander verbunden; der von der Zeit abhängige Faktor auf der rechten Seite hat vielmehr für alle Werthe von x, also für alle Punkte zwischen M und N, den gleichen mit der Zeit sich ändernden Werth; er erhält gleichzeitig für alle Punkte den Werth 0 oder $+1$ oder -1. Es folgt somit, dass alle Punkte gleichzeitig die Gleichgewichtslage passiren, gleichzeitig an das äusserste Ende der Bahn gelangen. Die neben einander liegenden Punkte der Reihe nehmen also nicht mehr nach und nach den gleichen Bewegungszustand, die gleiche Phase an, wie bei der sich fortpflanzenden Bewegung, sie befinden sich alle in der gleichen Phase, die Bewegung ist eine stehende geworden.

Der von x abhängige Faktor zeigt, dass die Amplitude der Schwingungen je nach der Lage der Punkte in der Reihe sehr verschieden sein kann. Für alle Punkte, für welche $d - 2x$ ein ungerades Vielfaches von ${}^1/_2\,\lambda$ ist, hat der cos. den Werth Null; alle diese Punkte, deren Abstand von einander $= {}^1/_2\,\lambda$ ist, bleiben somit immer in der Gleichgewichtslage; sie bewegen sich gar nicht. An der einen Seite eines jeden dieser Punkte hat der Faktor einen positiven, an der andern einen negativen Werth. Die ruhenden Punkte bilden also die Grenze zwischen solchen Strecken der Punktreihe, in deren einer die Punkte alle an der einen Seite, in deren andern die Punkte an der andern Seite der Gleichgewichtslage sich befinden. Die Punkte jeder zwischen zwei ruhenden Punkten liegenden Strecke sind also immer in derselben, die Punkte zweier benachbarten Strecken in entgegen gesetzter Phase. Die Punkte einer Strecke vollführen gleichzeitig und in gleicher Phase ihre Schwingungen mit um so kleinerer Amplitude, je näher sie den ruhenden Punkten liegen. Man nennt deshalb die Bewegung eine stehende, die zwischen zwei ruhenden Punkten liegende Strecke eine stehende Welle und die ruhenden Punkte die Knotenpunkte. Die Mitte der stehenden Welle, wo die Amplitude den grössten Werth hat, bezeichnet man als Schwingungs-Maximum.

Zur vollen Uebersicht wollen wir einen Fall etwas näher betrachten, nämlich die Bewegung der einzelnen Punkte wenn $d = n\lambda$ ist. Die Gleichg. der Bewegung wird dann: $y = 2a \cos \pi \frac{n\lambda - 2x}{\lambda} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{n}{2}\right)$; $y = 2a \cos \pi \frac{2x}{\lambda} \sin 2\pi \frac{t}{T}$.

Die Geschwindigkeit der einzelnen Punkte erhalten wir durch Differentiation nach t, nämlich: $$v = \frac{dy}{dt} = \frac{2\pi}{T}\, 2a \cos \pi \frac{2x}{\lambda} \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

Ist $t = nT$ oder $= (2n+1)\frac{T}{2}$, so ist: $y = 0$; alle Punkte passiren gleichzeitig die Gleichgewichtslage.

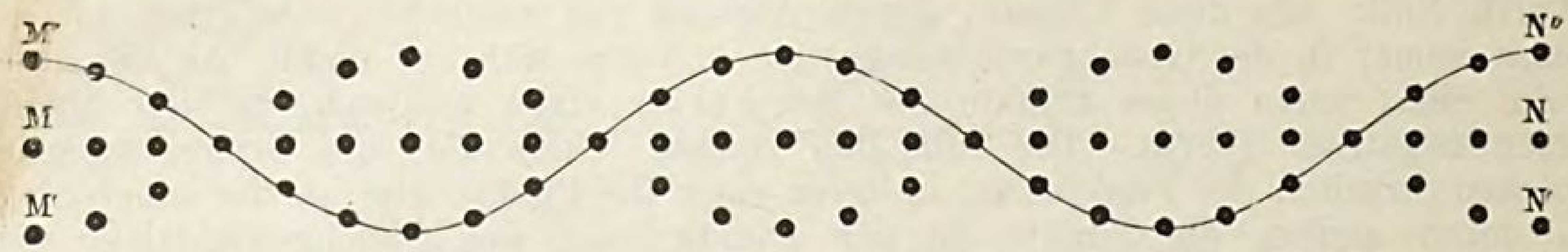
Für $t = n\,T$ ist: $\cos 2\pi \frac{t}{T} = +1$; für $t = (2n+1)\frac{T}{2}$ ist: $\cos 2\pi \frac{t}{T} = -1$.

In den um eine halbe Schwingungsdauer von einander entfernten Zeiten passiren somit die Punkte die Gleichgewichtslage nach entgegen gesetzten Richtungen. Die Bewegungsrichtung der einzelnen Punkte ergiebt die Betrachtung des Koeffizienten $\cos \pi \frac{2x}{\lambda}$. So lange $x < \frac{\lambda}{4}$ ist der cos. positiv, für $x = \frac{\lambda}{4}$ wird er $= 0$. Die auf der Strecke $x = 0$ bis $x = \frac{\lambda}{4}$ liegenden Punkte passiren somit die Gleichgewichtslage

nach der positiven Richtung, der Punkt für den $x = \frac{\lambda}{4}$, ist der erste ruhende Punkt. Für $x = \frac{\lambda}{4}$ bis $x = 3\frac{\lambda}{4}$ ist der cos. negativ, die Punkte passiren die Gleichgewichtslage nach der negativen Seite hin. An der Stelle $x = 3\frac{\lambda}{4}$ ist der 2. ruhende Punkt. Der nächste ruhende Punkt ist bei $x = 5\frac{\lambda}{4}$, weiter bei $7\frac{\lambda}{4}$ u. s. f. Die ruhenden Punkte sind stets um eine halbe Wellenlänge von einander entfernt, oder die Länge einer stehenden Welle ist eine halbe Wellenlänge der sich fortpflanzenden Bewegung. Die Geschwindigkeit ist für die mitten zwischen zwei ruhenden Punkten liegenden Punkte, wo $\cos \pi \frac{2x}{\lambda} = 1$ am grössten, je näher sie den ruhenden Punkten liegen um so kleiner ist die Geschwindigkeit der Punkte.

Ist $t = (2n + 1)\frac{T}{4}$, so ist in der Gleichg. für y der sin $= \pm 1$. Somit befinden sich alle Punkte am äussersten Ende der Bahn; ist der sin $= + 1$, so sind die Punkte zwischen $x = 0$ und $x = \frac{\lambda}{4}$ an der positiven jene zwischen $x = \frac{\lambda}{4}$ und $x = 3\frac{\lambda}{4}$ an der negativen Seite u. s. f. Kurz man sieht, dass bei transversaler Bewegung die ausgezogene Linie, Fig. 822, die Lage der Punkte

Fig. 822.

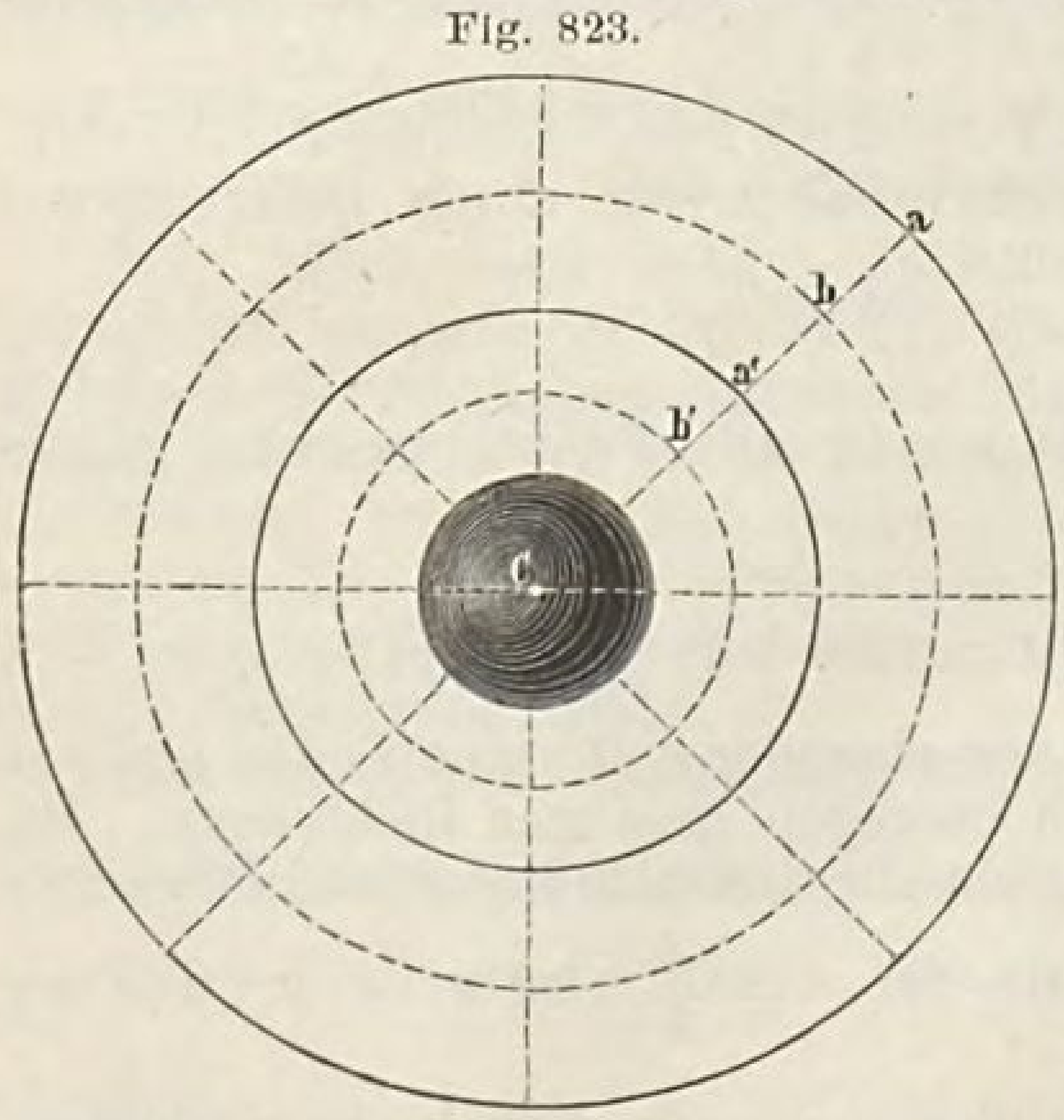


darstellt. Mit wachsender Zeit nähern sich alle der Gleichgewichtslage und erreichen nach einer halben Schwingungsdauer das entgegen gesetzte Ende der Bahn; ihre Lage wird durch die wellenförmige Punktreihe Fig. 822 dargestellt. Die Punkte wo die beiden Wellen sich schneiden sind die Knotenpunkte und die zwischen je 2 Knotenpunkten liegenden Strecken sind die stehenden Wellen, in denen die Punkte einfach und gleichzeitig hin und her gehen.

VII. Fortpflanzung der schwingenden Bewegung in einem räumlich ausgedehnten Punktsystem.

Die im Vorigen besprochenen Gesetze der Interferenz der schwingenden Bewegung gestatten uns die Fortpflanzung der schwingenden Bewegung, also auch des Schalls im Raume und die sie begleitenden Erscheinungen darzulegen. Da, wie wir schon bemerkten, in den weitaus meisten und in der Praxis ganz allein interessirenden Fällen, der Schall sich in der Luft fortpflanzt, in diesem aber die Fortpflanzung nur durch Verdichtungen und Verdünnungen, also durch longitudinale Schwingungen stattfindet, so beschränken wir unsere Betrachtung auf die Ausbreitung der longitudinalen Schwingungen.

Fig. 823.



Um von der Entstehung und Ausbreitung solcher Wellen ein deutliches Bild zu erhalten, denken wir uns eine Kugel C, Fig. 823, im Innern einer Flüssigkeit oder in der Luft in radiale Schwingungen versetzt, so dass also die Kugel in rascher Folge abwechselnd sich vergrössert und

verkleinert. Eine Vergrösserung der Kugel wird alle die Kugel rings umgebenden Lufttheile in der Richtung der Radien fortschieben, also diesen Theilen eine rings von der Kugel fort gerichtete Bewegung ertheilen. Es entsteht somit eine Verdichtung der Luft rings um die Kugel; die verdichtete Luft übt einen stärkern Druck auf die umgebende Luft nach aussen hinaus, als rückwärts von aussen nach innen ausgeübt wird, und in Folge dessen muss sich die nach aussen gerichtete Bewegung auf immer weitere Entfernungen von der Kugel, auf immer grössere Kugelschalen übertragen.

Hat die Kugel das Maximum ihrer Ausdehnung erreicht, so zieht sie sich wieder zusammen. In den durch diese Zusammenziehung entstehenden leeren Raum muss in Folge des Druckes der umgebenden Luft die an die Kugel angrenzende Luft zurück kehren; diese Luftschicht erhält also eine rückgängige Bewegung, welche mit der vorher fortschreitenden eine Schwingung bildet. An die Stelle der zurück gegangenen Luft muss sofort aus der weitern Umgebung die Luft zurück kehren und so die rückgängige Bewegung, auf die vorhin fortschreitende folgend, sich immer weiter ausbreiten. Indem die Luft, an jeder Stelle kleine Bahnen durchlaufend, sich hin und her bewegt, pflanzt sich somit die schwingende Bewegung immer weiter fort. Jede schwingende Bewegung der Kugel erzeugt eine sich im Raume ausbreitende Schwingung.

Die einfachste Anschauung welche wir uns von dieser Ausbreitung im Raume machen können, ist diejenige, dass wir jeden durch den Mittelpunkt der die Bewegung erregenden Kugel gelegten Radius als eine Punktreihe in dem frühern Sinne betrachten. Auf jeder dieser Punktreihen pflanzt sich die Bewegung nach den früher erkannten Gesetzen fort. Auf jedem Radius pflanzt sich dann während einer Schwingung der Kugel die Bewegung durch eine Wellenlänge fort, eine Kugelschale, welche im Abstande einer Wellenlänge um die Kugel gelegt wird, umfasst also die Lufttheilchen, welche nach der ersten Schwingung der erregenden Kugel in Bewegung versetzt sind. Während der zweiten Schwingung der erregenden Kugel pflanzt sich die Bewegung bis zu einer zweiten Kugelschale fort, deren Abstand von der Kugel zwei Wellenlängen beträgt u. s. f. In dem Sinne bezeichnet man die sich ausbreitende Bewegung als eine in kugelförmigen Wellen sich ausbreitende.

Hört die Bewegung der Kugel auf, so kommen sofort auch die angrenzenden Schichten, da sie ihre Bewegung an die weiter entfernten übertragen haben, zur Ruhe. Während die vorher erregten Schwingungen sich mit konstanter Geschwindigkeit fortpflanzen breitet sich hinter derselben der Zustand der Ruhe mit gleicher Geschwindigkeit aus; die Bewegung breitet sich in einer Kugelschale aus, deren Radien der innern und äussern Fläche stets grösser werden, deren Dicke immer die gleiche bleibt und zwar so viel Wellenlängen beträgt, als die erregende Kugel Schwingungen vollführte.

Wenn wir uns so auch eine einfache Vorstellung von der Fortpflanzung der Bewegung im Raume machen könnnen, so kann doch in Wirklichkeit die Ausbreitung in dieser Weise nicht zu Stande kommen. Denn wir sahen vorhin, dass wenn in einer Punktreihe eine Bewegung erregt wird, dieselbe in der Punktreihe sich fortpflanzen muss. Wenn deshalb im Raume, der mit einem elastischen Punktsystem gefüllt ist die Bewegung irgend einem Punkte mitgetheilt wird, so muss sich dieselbe von diesem Punkte nach allen Richtungen des Raumes fortpflanzen. Ist also z. B. CD, Fig. 824, eine Fläche bis zu welchem sich von einer Erregungsstelle die Bewegung in einem gegebenen Momente fortgepflanzt hat, so muss sich zu irgend einem ausserhalb der Fläche CD liegenden Punkte die Bewegung von allen Punkten der Fläche CD fortpflanzen und die Bewegung des Punktes muss die resultirende aller zu ihm hingelangenden Bewegungen sein. Jeder Punkt β der Fläche CD ist ein Punkt aller in dem Raume vorhandenen Punktreihen, welche sich im Punkte β schneiden; es muss daher von allen Punkten β nach jeder Richtung des Raumes Bewegung fortschreiten. Es erhält eben deshalb auch jeder Punkt γ ausserhalb CD von allen Punkten β der Welle CD, von denen sich Bewegungen dorthin fortpflanzen können, Bewegungen mitgetheilt.

Schon Huyghens hat indess gezeigt, dass auch nach dieser durch die Natur des Vorganges bedingte Anschauungsweise sich die Fortpflanzung der Wellen gerade

so ergiebt, wie wenn in der That die Bewegungen sich auf den durch den Mittelpunkt der Bewegung gelegten Radien fortpflanzte.

Zunächst, dass die Bewegung sich in kugelförmigen Wellen ausbreitet, bezw. dass die Grenze der Bewegung in jedem Augenblicke eine Kugelfläche ist, deren Radius = ist dem Produkte aus der Fortpflanzungs-Geschwindigkeit und der Zeit, welche seit Erregung der Bewegung verstrichen ist, lässt Fig. 824 unmittelbar erkennen. In dem Augenblicke, in welchem die Bewegung auf der Kugelfläche angekommen ist, pflanzen sich von allen Punkten β die Bewegungen nach allen Richtungen fort. Wenn also die Bewegung in der Richtung $\alpha\beta$ bis γ gekommen ist, hat sie sich von β auf einem Kugelsegment, das um β mit dem Radius $\beta\gamma$ beschrieben wird, ausgebreitet. Die grösste Entfernung von α, bis zu welcher die Bewegung sich fortgepflanzt hat, wird also durch jene um α gelegte Fläche gegeben, welche diejenigen Punkte der um die einzelnen Punkte β gelegten Kugelsegmente in sich aufnimmt, welche am weitesten von α entfernt sind. Das sind aber jene Punkte der Kugelsegmente, welche so liegen, dass der von β zu ihnen gezogene Radius mit $\alpha\beta$ eine gerade Linie bildet. Die Entfernung aller dieser Punkte ist $\alpha\beta + \beta\gamma = \alpha\gamma$; dieselben liegen somit auf der mit dem Radius $\alpha\gamma$ beschriebenen Kugel. Die Grenze der Bewegung ist also ganz dieselbe, wie wenn sich die Bewegung einfach auf den Radien der Kugel fortgepflanzt hätte.

Fig. 824.

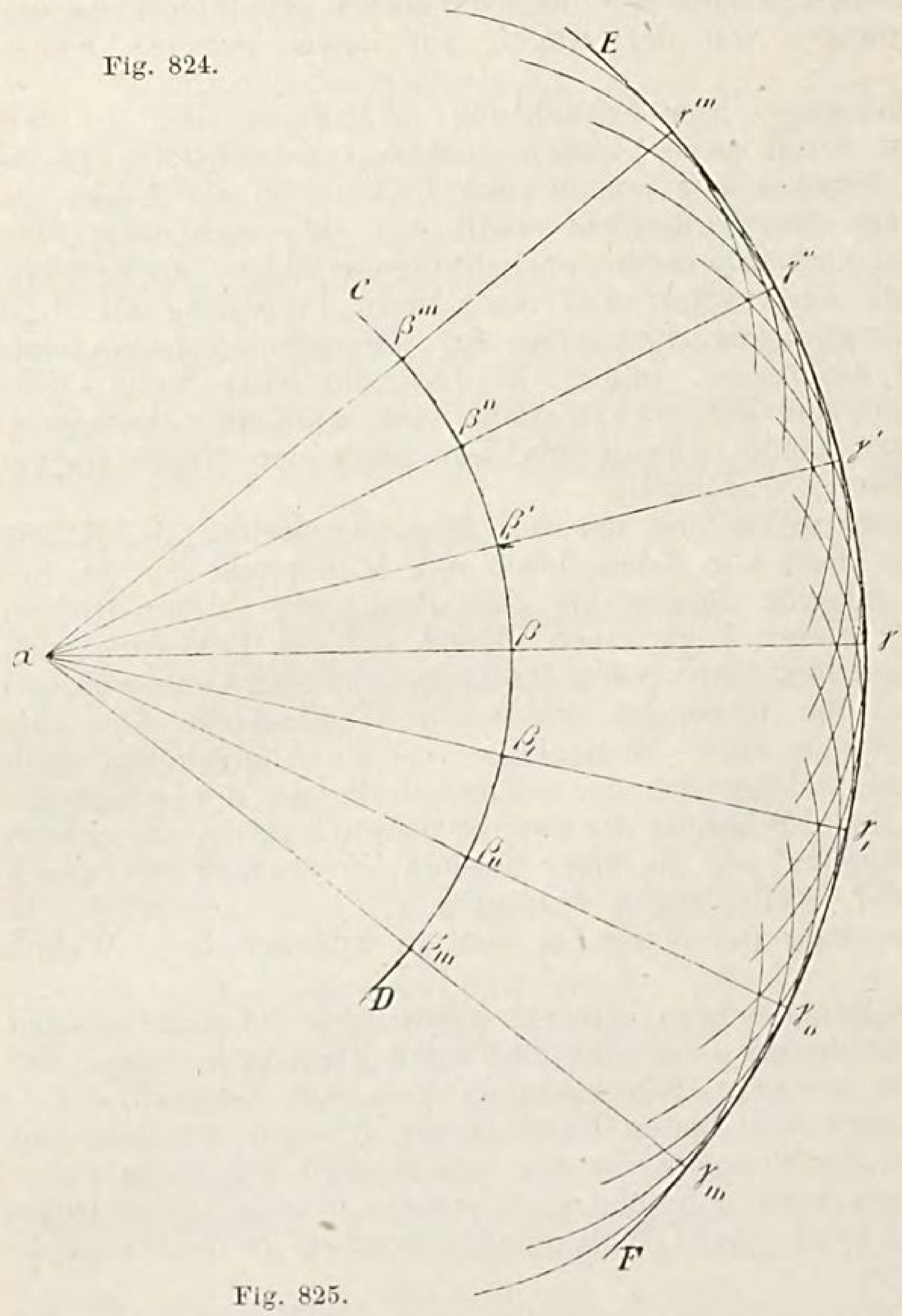
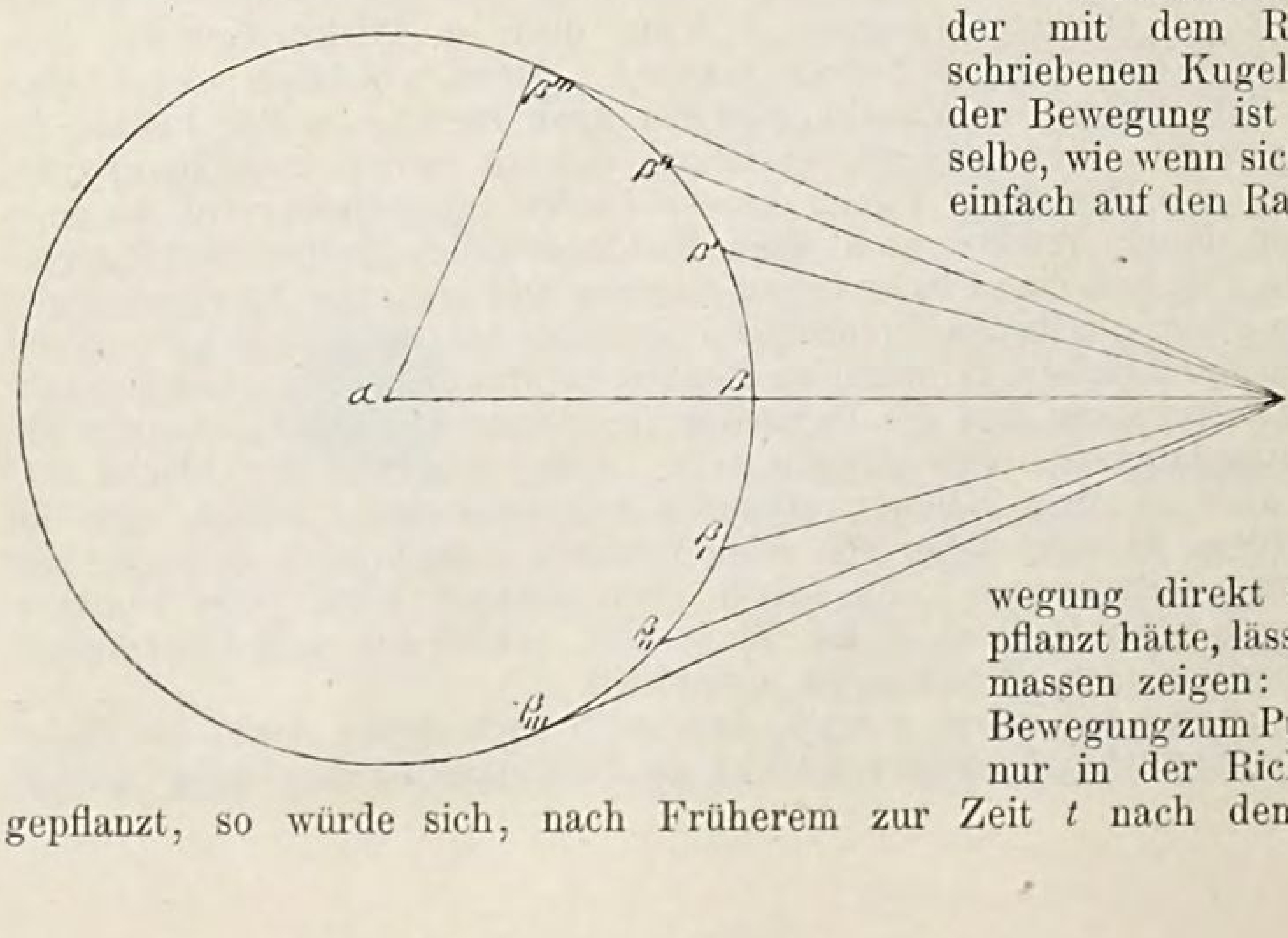


Fig. 825.



Dass die Bewegung jedes Punktes γ gerade so ist, wie wenn sich die Bewegung direkt zu ihm fortgepflanzt hätte, lässt sich folgendermassen zeigen: Hätte sich die Bewegung zum Punkte γ, Fig. 825, nur in der Richtung $\alpha\gamma$ fortgepflanzt, so würde sich, nach Früherem zur Zeit t nach dem Beginne der

Bewegung bei α die des Punktes γ durch die Gleichung darstellen:

$$y = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\alpha\beta + \beta\gamma}{\lambda} \right),$$

worin indess jetzt nicht die Amplitude a konstant ist, sondern mit Vergrösserung des Abstandes $\beta\gamma$ nach einem später zu besprechendem Gesetze abnimmt. Nach der Auffassung, dass auch die übrigen Punkte der Welle ihre Bewegung nach γ fortpflanzen, kommt auch von den andern Punkten β Bewegung dorthin, so von β' eine Bewegung, welche durch die Gleichg. gegeben ist:

$$y' = b \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\alpha\beta' + \beta'\gamma}{\lambda} \right).$$

Die Amplitude b dieser Bewegung ist eine andere und zwar kleinere als diejenige der auf dem Wege $\alpha\gamma$ fortgepflanzten Bewegung. Denn es ist nur ein Theil der nach $\alpha\beta'$ fortgepflanzten Bewegung, welche nach γ gelangt und ebenso ist es im Punkte γ nur eine Komponente der ankommenden Bewegung, welche sich mit der direkt fortgepflanzten zusammen setzt.

Die über β' zum Punkt γ gelangende Bewegung ist ferner auf dem grössern Wege $\alpha\beta' + \beta'\gamma$ zum Punkt γ hingelangt, sie hat demnach eine Phasen-Differenz: $\frac{\beta'\gamma - \beta\gamma}{\lambda}$ gegen die erstere und die aus den beiden Bewegungen resultirende hängt wie wir wissen wesentlich von dieser Phasen-Differenz ab. Je nach der Lage des Punktes β' ist die Differenz der Wege, auf denen die Schwingungen zu γ gelangt sind, eine andere; sie wird um so grösser, je weiter der Punkt β' von β entfernt ist. Die in γ wirklich vorhandene Bewegung setzt sich aus allen von den Punkten β mit verschiedenen Phasen und verschiedenen Amplituden nach γ hin gelangenden Bewegungen zusammen.

Eine direkte Berechnung der hiernach in γ eintretenden Bewegung würde sehr schwierig sein. Fresnel hat indess durch folgende Betrachtung die resultirende Bewegung abgeleitet.

Wir denken uns die kugelförmige Welle β, Fig. 825, durch Kreise, welche senkrecht zu $\alpha\gamma$ sind, und deren Mittelpunkte auf $\alpha\gamma$ liegen, in Zonen getheilt; die Durchschnitte dieser Kreise mit der Ebene der Zeichnung seien die Punkte $\beta'\beta_1$, $\beta''\beta_{,,}$.... Die Kreise sollen so gelegt sein, dass die Abstände der auf einander folgenden vom Punkt γ ab sich jedesmal um eine halbe Wellenlänge unterscheiden, so dass also: $\beta'\gamma - \beta\gamma = \beta_{,}\gamma - \beta\gamma = \beta''\gamma - \beta'\gamma = \beta_{,,}\gamma - \beta_{,}\gamma \ldots = {}^1/_2\lambda$ ist.

Die Entfernungen der auf der zentralen den Punkt β umgebenden Zone liegenden Punkte von γ unterscheiden sich um weniger als $^1/_2\,\lambda$; die von diesen Punkten ausgehenden Bewegungen treiben also zur Zeit t den Punkt γ nach der gleichen Richtung. Die von den Punkten der zweiten, in der Zeichnung durch $\beta'\beta''\beta_{,}\beta_{,,}$ angedeuteten Zone ausgehenden Bewegungen treiben dagegen den Punkt γ nach der entgegen gesetzten Richtung, da alle Strahlen dieser Zone gegen die entsprechend liegenden der vorigen den Punkt β umgebenden Zentralzone um eine halbe Wellenlänge verschoben sind. Die von der 3. Zone ausgehenden Bewegungen sind gegen die von der Zentralzone ausgehenden um eine ganze Wellenlänge verschoben; sie haben also keine Phasen-Differenz und treiben den Punkt γ wieder in demselben Sinne, wie die von der Zentralzone ausgehenden Bewegungen. Nach der entgegen gesetzten Seite, also wieder im Sinne derjenigen, welche von der 2. Zone ausgehen, sind die von der 4. Zone ausgehenden Antriebe gerichtet. Ebenso ist es mit den folgenden Zonen, so dass die abwechselnden Zonen stets Bewegungen im Punkt γ erzeugen, welche die entgegen gesetzte Richtung besitzen, welche sich demnach gegenseitig schwächen.

Die resultirende Bewegung im Punkt γ hängt demnach ab von der Amplitude, welche jede Zone für sich erzeugt; sie ist = der Amplitude, welche die 1. Zone erzeugt, weniger der von der 2., plus der von der 3., minus der von der 4. u. s. f., oder gleich der Summe der von den ungeradzahligen Zonen erzeugten, weniger der Summe der von der geradzahligen erzeugten.

Die von den einzelnen Zonen in γ erzeugte Bewegung hängt von zwei Umständen ab: 1. von der Anzahl der in jeder Zone schwingenden Punkte und 2. von dem Winkel, welchen die in jeder Zone vorhandenen Schwingungen mit der direkt

nach γ fortgepflanzten Schwingung bilden. Betrachten wir z. B. nur die longitudinale Schwingung, so ist dieselbe im Punkt β''' nach $\alpha\beta'''$, die von α über β nach γ gelangte dagegen nach $\alpha\beta$ gerichtet. Nur die mit $\alpha\beta$ parallele Komponente der im Punkte β''' vorhandenen Bewegung kann bei Bestimmung der Resultirenden in γ in Betracht kommen.

Um die hierin liegende Schwierigkeit zur Berechnung der Resultirenden zu vermeiden, vergleicht Fresnel die Wirkungen der unmittelbar benachbarten Zonen; er setzt also die Bewegung der 2. mit der der 1. und 3., jene der 4. mit derjenigen der 3. und 5. zusammen u. s. f. Bei dieser Vergleichung können wir die verschiedenen Neigungen ausser Acht lassen, weil dieselben nur wenig verschieden sind, und weil ausserdem die Neigung der in der 2. Zone vorhandenen Bewegung grösser ist, als die in der 1., dagegen kleiner als die in der 3. mit der 2. verglichenen Zone vorhandene Bewegung. Bei dieser Berechnung können wir daher die von jeder einzelnen Zone erzeugte Bewegung der Grösse jeder Zone, das ist also der Anzahl der in jeder vorhandenen Punkte, proportional setzen.

Eine Berechnung der Zonengrösse ergiebt, dass dieselbe mit der Entfernung vom Punkte β zunimmt, aber so, dass immer: $Z_n = \frac{1}{2}(Z_{n-1} + Z_{n+1})$, wenn wir mit Z_n die Grösse irgend einer Zone und mit Z_{n-1} bezw. Z_{n+1} die Grösse der unmittelbar vorher gehenden und nachfolgenden Zone bezeichnen. Mit diesem Satze ist unsere Aufgabe gelöst. Denn es folgt, dass die Wirkung der 2. Zone durch jene der halben 1. und halben 3., die der 4. durch jene der übrig gebliebenen halben 3. und halben 5. aufgehoben wird; und so über die ganze Welle fort, so weit überhaupt von derselben Bewegung zum Punkte γ gelangt. Es bleibt somit nur die Bewegung im Punkte γ übrig, welche von der halben unmittelbar um β liegenden Zone ausgeht; oder die Bewegung des Punktes γ ist ganz dieselbe, als wenn nur in der Richtung $\alpha\beta\gamma$ die Bewegung sich fortgepflanzt hätte, also in der Richtung des von α nach γ gelegten Radius.

Wir gelangen demnach auch durch diese genaue Betrachtung zu dem Resultate, dass die Bewegung sich einfach nach den Radien der Kugeln fortpflanzt, in deren Mittelpunkt sich die Quelle der Bewegung befindet.

VIII. Fortpflanzungs-Geschwindigkeit des Schalles.

Der gelieferte Nachweis, dass die Schwingungen im Raume sich gerade so fortpflanzen, als wenn sie nur nach den Radien der Kugeln sich ausbreiten, in deren Mittelpunkt sich die Quelle der Bewegung befindet, gestattet uns sofort die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit des Schalles in der Luft zu bestimmen. Der Schall pflanzt sich in longitudinalen Schwingungen fort, wie wir gleich im Beginn unserer Betrachtungen sahen. Die durch den tönenden Körper in seiner unmittelbaren Nähe erzeugten Verdichtungen und Verdünnungen der Luft sind es, die sich ausbreiten; es sind also Schwingungen in der Richtung, in welcher der Schall sich fortpflanzt. Für die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit der longitudinalen Schwingungen erhielten wir den Ausdruck: $c = \sqrt{\frac{e}{\sigma}}$,
worin e den Elastizitätskoeffiz. der Punkreihe und σ die Masse der Längeneinheit der Reihe bezeichnet. Der Elastizitätskoeffiz. ist jene Zahl, mit welcher wir die in Bruchtheilen der ursprünglichen Länge gegebene Verkürzung oder Verlängerung der Punktreihe bezw. deren Längeneinheit multipliziren müssen, um die geweckte elastische Kraft zu erhalten.

Zur Bestimmung der Grössen e und σ denken wir uns in der Luft, in welcher der Schall sich ausbreitet, parallel einem Radius einen dünnen Zylinder vom Querschnitt q und der Länge l heraus geschnitten. Kommt an dem Ende desselben die Verdichtung an, so erfährt derselbe die Verkürzung dl, seitlich kann die Luft nicht ausweichen, da in allen nebenliegenden Radien die Luft die ganz gleiche Verdichtung erfährt. Die Kraft, mit welchem die verdichteten Lufttheilchen gegen die Gleichgewichtslage zurück getrieben werden, würde sich nach dem Mariotteschen Gesetz, wenn wir mit p den Druck der Atmosphäre auf die Flächeneinheit bezeichnen, und da ql das Volumen unseres gedachten Zylinders ist, durch Benutzung der Gleichg.: $p\,q\,l = \text{Konst.}$

ergeben, wenn nicht gleichzeitig in Folge der Verdichtung eine Erwärmung der Luft und dadurch eine Vergrösserung ihrer Elastizität einträte. Schon Poisson hat gezeigt, dass in Folge dieser Erwärmung bei der Kompression — voraus gesetzt, dass die durch die Kompression erzeugte Wärme in dem Gase bleibt — an Stelle des Mariotte'schen Gesetzes die Gleichg. tritt: $p\,(ql)^k = \text{Konst.}$, wenn k das Verhältniss der spezif. Wärme der Luft bei konstantem Drucke und bei konstantem Volumen ist, welches für Luft den Werth 1,405 hat. Die in der Luftsäule durch die Verkürzung um dl, also dadurch dass l in $l - dl$ übergeht, sich für die Flächeneinheit des Querschnitts q entwickelnde elastische Kraft dp ergiebt sich demnach durch Differentiation der letztern Gleichg.:

$$dp\,(ql)^k + kp\,(ql)^{k-1} q\,dl = 0;\quad dp = kp\,\frac{dl}{l}.$$

Der Koeffizient, mit welchem die in Bruchtheilen der ursprünglichen Länge ausgedrückte Verkürzung multiplizirt werden muss, um die für die Flächeneinheit des Querschnitts unseres gedachten Zylinders geweckte elastische Kraft zu erhalten, ist also $= kp$. Für den Querschnitt q wird derselbe daher: $e = kpq$.

Nennen wir das spezif. Gewicht der unsern Zylinder unter dem Drucke p füllenden Luft s, so ist die Masse der die Längeneinheit desselben füllenden Luft $\sigma = \frac{qs}{g}$, wenn g die Beschleunigung beim freien Fall (die Zahl 9,81 in unsern Breiten) bedeutet. Darnach wird: $\frac{e}{\sigma} = \frac{kpg}{s}$.

Nennen wir die Dichtigkeit der Luft unter dem normalen Barometerstande (760$^{\text{mm}}$ Quecksilbersäule), und bei der Temperatur des schmelzenden Eises s_0, so ist, wenn wir den dem normalen Barometerstande entsprechenden Druck mit P_0 und mit α den Ausdehnungs-Koeffiz., mit t die Temperatur der Luft bezeichnen:

$$s = s_0\,\frac{P}{P_0}\,\frac{1}{1 + \alpha t}.$$

Hiermit wird die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit des Schalles in der Luft:

$$c = \sqrt{\frac{e}{\sigma}} = \sqrt{\frac{kp_0 g}{s_0}\,(1 + \alpha t)}.$$

Setzen wir als Flächeneinheit das $^{\text{qm}}$, wodurch dann s_0 das Gewicht von 1$^{\text{cbm}}$ Luft wird, so ist:

$$p_0 = 10333^{\text{kg}};\quad s_0 = 1{,}293^{\text{kg}};\quad c = 331{,}88\,\sqrt{1 + 0{,}00367\,t}$$

die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit des Schalles in $^{\text{m}}$.

Hiernach ist die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit des Schalles in der Luft nur veränderlich mit der Temperatur der Luft, nicht mit dem Barometerstande und gleichzeitig ist sie, weil unabhängig von der Schwingungsdauer, für alle Töne dieselbe. Alle diese Sätze werden durch die Erfahrung bestätigt; die besten Messungen der Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Schalles in der Luft bei der Temperatur des schmelzenden Eises ergeben rund 331,8$^{\text{m}}$.

IX. Abnahme der Schallstärke mit der Entfernung von der Schallquelle.

Die Stärke des an einer Stelle wahrgenommenen Schalles hängt nothwendig von der Stärke des Stosses ab, welchen die zu unserm Ohr fortgepflanzten Schwingungen auf die empfindlichen Theile unseres Ohrs, also zunächst auf das Trommelfell ausüben. Denn durch die ankommenden Schwingungen wird die in dem Ohr am Trommelfell befindliche Luft in Bewegung versetzt, und der Stoss dieser schwingenden Luft setzt das Trommelfell in Schwingungen. Die Schwingungen des Trommelfells übertragen sich durch die sogen. Gehörknöchelchen auf das innere Ohr und in diesem auf den Gehörnerv.

Die Stärke des Stosses ist der lebendigen Kraft des stossenden Körpers, also dem Produkt aus der Masse und dem Quadrat der Geschwindigkeit des stossenden Körpers proportional zu setzen. Da nun die Masse der im Ohr vorhandenen Luft immer dieselbe ist, so ist die Stärke des Schalls dem Quadrat der Geschwindigkeit der schwingenden Luft proportional zu setzen. Als dabei in Betracht zu ziehende Geschwindigkeit können wir einfach die Geschwindigkeit setzen, mit welcher

die schwingenden Lufttheile die Gleichgewichtslage passiren. Denn nach unserer Gleichg. für die schwingende Bewegung ist bei 2 Schwingungen gleicher Dauer das Verhältniss der Geschwindigkeit in gleichen Phasen der Bewegung immer dasselbe; und zwar jenes, welches zwischen den Geschwindigkeiten besteht, mit welchen die schwingenden Theile die Gleichgewichtslage passiren.

Hiernach können wir leicht das Gesetz ableiten, nach welchem die Stärke des Schalls mit wachsender Entfernung von der Schallquelle abnehmen muss. Die an einer Stelle erregte schwingende Bewegung breitet sich über immer grössere Kugelschalen aus; nach der Zeit t sind alle auf einer Kugelfläche vom Radius r, gleich dem Produkte aus der Fortpflanzungs-Geschwindigkeit c und der Zeit t, liegenden Lufttheilchen in schwingender Bewegung. Das Maximum der Geschwindigkeit dieser Lufttheilchen, wenn sie gerade die Gleichgewichtslage passiren, sei v. Die Masse der zugleich bewegten Lufttheilchen ist proportional der Grösse der Fläche, auf welche alle Theilchen zugleich bewegt werden, also proportional der Oberfläche der Kugel $= 4\pi r^2$, oder auch, wenn wir mit m die Masse der in der Flächeneinheit der Kugelfläche vorhandenen Lufttheilchen bezeichnen $= m 4\pi r^2$.

Nach der Zeit t' werden ebenso alle Theilchen auf einer Kugelfläche vom Radius $r' = ct'$, deren Masse also $= 4 m \pi r'^2$ ist, in Bewegung gesetzt. Die Geschwindigkeit, mit welcher die Theilchen die Gleichgewichtslage verlassen sei v'. Die lebendige Kraft, welche durch die ankommenden Schwingungen der Kugelfläche vom Radius r mitgetheilt wird, ist demnach $= 2 m \pi r^2 v^2$, jene, welche der 2. Kugelfläche in derselben Weise gegeben wird, ist $= 2 m \pi r'^2 v'^2$.

Die auf der 2. Kugelfläche ankommende Bewegung ist keine andere als jene, welche vorher auf der 1. Kugelfläche war. Deshalb muss nach einem bekannten Satze der Mechanik die lebendige Kraft der Bewegung auf der 2. Kugel = sein jener auf der ersten, oder es muss sein: $2 m \pi r^2 v^2 = 2 m \pi r'^2 v'^2$ oder: $v^2 : v'^2 = r'^2 : r^2$.

Die Quadrate der Schwingungs-Geschwindigkeiten müssen den Quadraten der Radien umgekehrt proportional sein. Darnach müssen die Schallstärken abnehmen wie die Quadrate der Entfernungen wachsen.

Erfahrungsgemässs lässt sich dieser Satz nicht fest stellen, da der Schall eben erst in unserm Ohr zum Schall wird, wenn er unsere Gehörs-Empfindung erregt. Für solche Empfindungen fehlt uns aber jedes exakte Maass, wir können nur ein mehr oder weniger unterscheiden. Ganz besonders gilt das für den Schall, bei dem wir nicht gleichzeitige sondern nur nach und nach wirkende Eindrücke mit einander vergleichen können, da gleichzeitige Einwirkungen sich zu einem Gesammteindruck summiren. Wir können indess erfahrungsgemäss fest stellen, dass mit der Entfernung von der Schallquelle der Schalleindruck schwächer wird; ebenso ist es allgemein bekannt, dass derselbe erheblich rascher abnimmt als die Entfernungen wachsen.

Das eben abgeleitete Gesetz gilt selbstverständlich nur für den freien Raum und da auch nur bei ruhiger überall gleichmässig beschaffener Luft. Sind in der Luft ungleiche Schichten vorhanden, so wird die Ausbreitung durch die später noch zu besprechenden, an den Grenzen der Schichten stattfindenden Reflexionen geschwächt. Gleiches gilt von etwaigen Luftbewegungen innerhalb des Raumes, in welchem sich der Schall ausbreitet. Nur durch solche ist die eigenthümliche Erscheinung zu erklären, dass sich häufig der Schall nach einer Richtung sehr viel weiter verbreitet als nach der entgegen gesetzten. Derartige Beobachtungen sind fast bei allen Versuchen zur Messung der Schall-Geschwindigkeit gemacht worden. Um die Schall-Geschwindigkeit unabhängig von etwaigen Luftströmungen zu beobachten, sind die genauere Messungen stets so durchgeführt, dass man an den beiden Enden einer gemessenen Standlinie Schüsse abgiebt und jedesmal an dem andern Ende der Linie die Zeit bestimmt, welche zwischen Wahrnehmung des Lichtblitzes, der bei Abgabe des Schusses entsteht, und der Wahrnehmung des Knalles verstreicht. Dabei hat man häufig gefunden, dass man an dem einen Ende der Standlinie die am andern Ende abgegebenen Schüsse alle hörte, während in entgegen gesetzter Richtung nur ein Theil gehört wurde. Sehr auffallend zeigte sich das bei der im Jahre 1823 von den holländischen Physikern Moll und van Beek ausgeführten Versuchen; dieselben wurden auf einer grossen Ebene bei Utrecht angestellt. Die Geschütze befanden sich auf zwei kleinen Höhen, dem

Kooltjesberg und Zevenboompjes. Auf beiden Stationen wurde möglichst gleichzeitig geschossen; allein am 23., 24. und 25. Juni hörte man auf dem Kooltjesberg keinen der auf der andern Station abgegebenen Schüsse, obwohl zu jedem 6 Pfund Pulver genommen waren; am 26. Juni hörte man dort alle Schüsse aber keinen auf der Station Zevenboompjes. Erst nach einer Aenderung des Windes hörte man die Schüsse auf beiden Stationen.

Dass man in der Richtung des Windes den Schall viel weiter hört als in entgegen gesetzter Richtung ist eine bekannte Thatsache.

Die in der Nacht gewöhnlich grössere Ruhe und besonders grössere Gleichmässigkeit der Luft, ist auch der hauptsächlichste Grund, weshalb in der Nacht ein Schall sich lauter zeigt und weiter dringt als am Tage. Hierbei wirkt indess ohne Zweifel auch mit, dass in der Nacht die Geräusche des täglichen Lebens verstummen und somit eine grössere Stille herrscht. Dadurch wird einmal bewirkt, dass ein einzelner Schall nicht durch andere gleichzeitige Geräusche überdeckt wird, andererseits auch, dass das Ohr, da es nicht von so vielen Eindrücken gleichzeitig getroffen wird, empfindlicher für jeden Eindruck ist, den es erhält.

Die Entfernung, bis zu welcher ein Schall unter sonst gleichen Umständen hörbar wird, hängt wesentlich ab von der Stärke des erregten Schalles, oder was dasselbe ist, von der lebendigen Kraft der direkt durch den tönenden Körper in Schwingung versetzten Luft. Hieraus ergiebt sich unmittelbar, dass das Bedingende nicht nur die Geschwindigkeit der erzeugten Bewegung ist, sondern auch die Menge der gleichzeitig direkt in Bewegung versetzten Luft. Es ist somit die Tragweite eines Schalles keinesweges einfach der Intensität desselben in der Nähe der Quelle proportional zu setzen; es kann vielmehr von zwei Tönen, welche uns in unmittelbarer Nähe der Schallquelle gleich stark erscheinen, der eine viel weiter hörbar sein als der andere. In unmittelbarer Nähe der Schallquelle wird immer der Ton der lautere sein, für welchen die Schwingungs-Geschwindigkeit die grössere ist. Sind es aber nur wenige Lufttheile, welche direkt in Schwingung versetzt sind, so ist auch die direkt der Luft mitgetheilte lebendige Kraft nur gering; deshalb muss mit der Ausbreitung die Schwingungs-Geschwindigkeit bald gering werden. Ist dagegen die sofort in Bewegung versetzte Luftmasse eine grosse, so wird die auf einer Kugelfläche vom Radius = 1 ankommende lebendige Kraft eine erheblich grössere und in demselben Verhältniss ist in gleichen Entfernungen von der Schallquelle der Schall stärker. Damit muss der Schall weiter hörbar sein.

Deshalb tragen im allgemeinen alle Klänge weiter, welche dadurch entstehen, dass wie bei den Blasinstrumenten direkt grössere Luftmengen in Bewegung gesetzt werden. Klänge fester Körper sind nur weit tragend, wenn sie in grossen Flächen schwingen. Weit tragende Signale werden deshalb durch Blasinstrumente, Nebelhörner etc. oder durch Glocken gegeben. Besonders weit tragend sind die Klänge grosser Sirenen, da man mit solchen die grössten Luftmengen direkt in Bewegung versetzen kann, wenn man sie durch mit Maschinen getriebene Gebläse zum Tönen bringt und da man durch Anwendung von Gebläsen mit grossem Druck diesen Luftmassen eine grosse Geschwindigkeit ertheilen kann. Gerade deshalb werden grosse Sirenen jetzt vielfach auf Leuchtthürmen und ähnlichen Orten zu Nebelsignalen verwandt. Die Sirenen bieten vor grossen Nebelhörnern ausserdem den Vorzug, dass bei den letztern der Schall sich stärker in der Richtung der Rohraxe als nach den Seiten, bei erstern dagegen sich ziemlich gleichmässig nach allen Richtungen ausbreitet.

Dass bei einem gegebenen Instrumente die Tragweite des Schalles wesentlich von dem augenblicklichen Zustande der Atmosphäre abhängt, bietet für das akustische Signalwesen eine grosse Schwierigkeit, und zwar ist dieser wechselnde Zustand der Atmosphäre für das akustische Signalwesen eine noch grössere Schwierigkeit als für das optische. Die Erkennung eines bestimmten Ortes, in dessen Nähe man sich befindet, ist bei akustischen Signalen nur dadurch möglich, dass man den Schall in bestimmten Zwischenzeiten erregt. Aber gerade in der Nähe der Grenze der Hörbarkeit können diese Intervalle durch eintretende und kurz dauernde oder wechselnde Luftströmungen erheblich gestört werden. Eine weitere Schwierigkeit, welche sich aus dem Wechsel der Tragweite des Schalles ergiebt, ist die, dass man auch nicht annähernd aus der Stärke des wahrgenommenen Schalles auf die

Entfernung, in welcher man sich von der Schallquelle befindet schliessen kann. Es liegen Erfahrungen vor, dass man bei günstigem Zustande der Atmosphäre den Schall einer Sirene bis zu etwa 12 km hören kann, während man bei ungünstigem Wetter ihn nicht bis zu 6 km Entfernung hört.

X. Reflexion des Schalles.

Die Fortpflanzung des Schalles kann in der bisher betrachteten Weise nur stattfinden, wenn sie in überall gleich beschaffener Luft oder sonst in einem überall gleich beschaffenen Medium vor sich geht. Schon vorhin ward darauf hingewiesen, dass sobald in der Luft Schichten verschiedener Dichtigkeit vorhanden sind, durch die an diesen Schichten stattfindenden Reflexionen eine Schwächung des sich ausbreitenden Schalles eintreten muss.

Wenn eine Wellenbewegung in einem überall gleichförmigen Mittel, das heisst in einem solchen, in welchem die für die Fortpflanzung der Bewegung maassgebenden Eigenschaften, Elastizität und Dichtigkeit überall dieselben sind, sich fortpflanzt, so kann sie niemals zurück kehren; vielmehr lässt sie beim Uebergange auf neue Schichten die vorher gehenden in absoluter Ruhe zurück. Ebenso wie eine Kugel, wenn sie auf eine 2. von gleicher Masse stösst, an diese ihre ganze Geschwindigkeit abgiebt und nach dem Stosse in Ruhe bleibt, so überträgt auch jeder schwingende Punkt auf den ihm an Grösse genau gleichen, folgenden seine ganze Geschwindigkeit. In der Ruhelage angekommen verlässt er dieselbe nicht mehr, wenn nicht ein neuer Impuls von dem erregenden Mittelpunkt her ihn trifft. Die Wellenbewegung schreitet daher in einem homogenen Punktsystem einfach voran ohne je zurück zu kehren.

Anders jedoch, wenn eine Wellenbewegung die Grenze zweier verschiedenen Punktsysteme trifft. Wenn eine Kugel auf eine 2. ruhende stösst, welche mehr oder weniger Masse als die erste besitzt, so bleibt sie nach dem Stoss in Bewegung. Hat die gestossene Kugel mehr Masse als die stossende, so wird letztere zurück geworfen; die gestossene Kugel bewegt sich vorwärts, die stossende ihrer frühern Bewegung entgegen zurück. Hat die gestossene Kugel eine geringere Masse, so fährt die stossende Kugel fort sich in dem gleichen Sinne wie vorher zu bewegen.

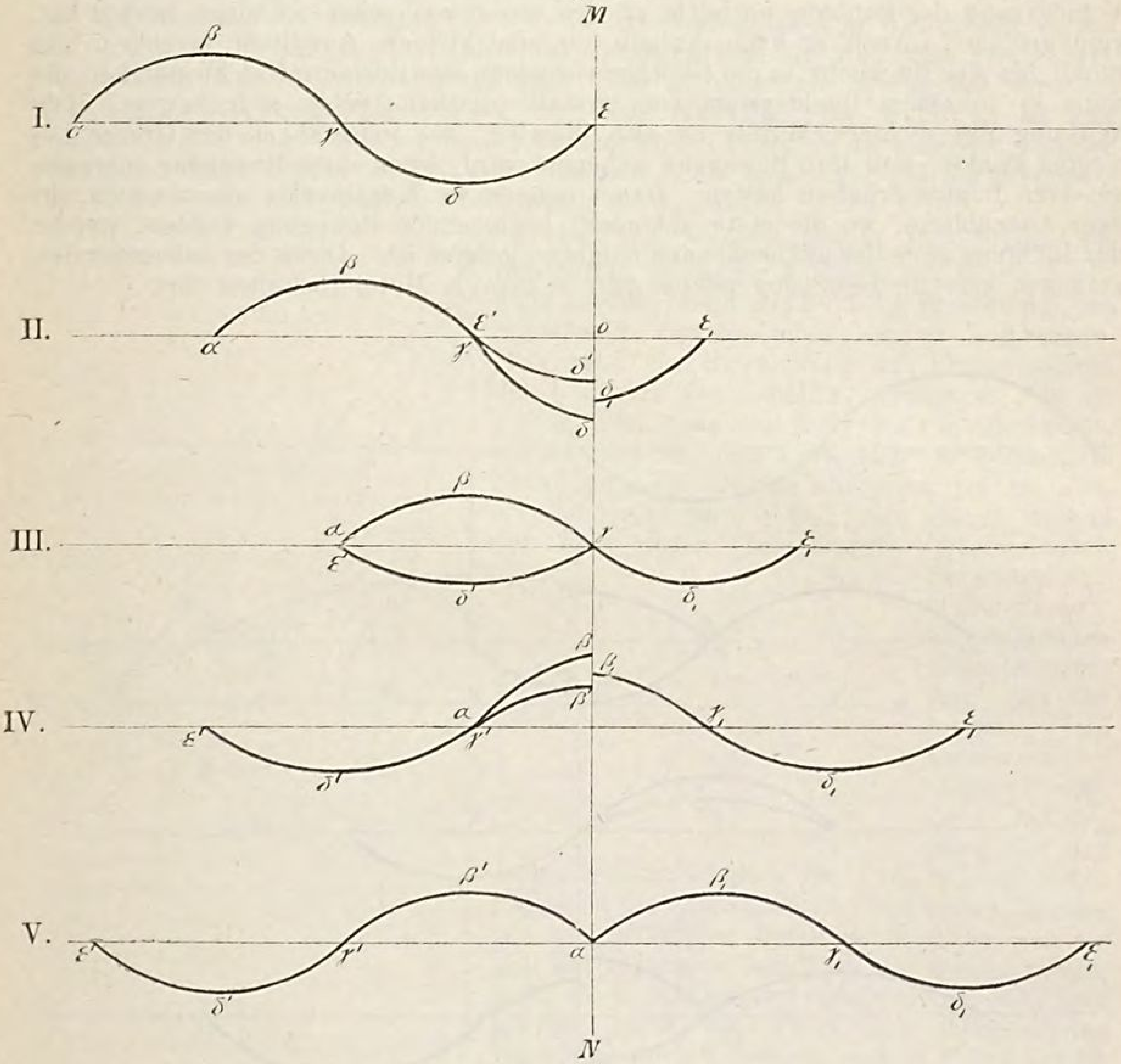
So muss es auch bei der Wellenbewegung sein, bei der die Bewegung sich von Punkt zu Punkt mittheilt. Kommt eine Bewegung an der Grenze zweier Mittel an, so geht dieselbe in das 2. Mittel über und erzeugt dort eine nach den früher erkannten Gesetzen sich fortpflanzende Bewegung. Zugleich bleiben aber auch die in der letzten Schicht des ersten Mittels liegenden Punkte in Bewegung. Ist das 2. Mittel weniger dicht, so werden, wie bei dem Stoss einer kleinern Kugel durch eine grössere, die in der Grenzschicht liegenden Punkte einfach ihre Bewegung fortsetzen; nur wird die Amplitude der zurück bleibenden Bewegung kleiner sein. Dadurch werden diese Punkte Mittelpunkte neuer Wellen, welche sich rückwärts im 1. System ausbreiten, gerade wie wenn die Bewegung mit diesen Amplituden in der Grenze neu erregt wären. Da die in das 1. Mittel zurück kehrende Bewegung in der Grenze in demselben Augenblicke beginnt, in welchem die Bewegung ankommt, so geht sie mit der gleichen Phase zurück; das heisst in gleicher Entfernung von der Grenzfläche ist die Phase in der zurück kehrenden Bewegung dieselbe, wie wenn sich die Bewegung ungestört fortgepflanzt hätte.

Fig. 826 stellt diesen Reflexions-Vorgang dar, wenn eine Welle normal zur Grenzfläche MN fortschreitend an demselben reflektirt wird.

I. zeigt die Welle in dem Augenblick, in welchem sie an der Grenze ankommt, II. den Bewegungszustand, nachdem die in der Grenzfläche liegenden Punkte das erste Viertel ihrer Schwingung zurück gelegt haben. Die Bewegung hat sich in das 2. Mittel um $^1/_4$ einer Wellenlänge fortgepflanzt; gleichzeitig hat sich an der Grenze das 1. Viertel der zurück kehrenden Welle $\delta' \varepsilon'$ ausgebildet, weil eben die Amplitude $o\delta$ in der Grenze erheblich grösser ist, als an den frühern Stellen der Punktreihe im 1. Mittel. Die in II. getrennt gezeichneten, das 1. Viertel der zurück kehrenden und das 2. der ankommenden Welle, setzen sich in Wirklichkeit an dieser Stelle nach den Interferenz-Gesetzen zu einem tiefern Wellenthal zusammen.

III. zeigt die Bewegung, nachdem die Punkte in der Grenze eine halbe Schwingung zurück gelegt haben. In das 2. Mittel ist dem entsprechend, eine halbe Welle hinüber gegangen; aber ebenso hat sich die 1. Hälfte der zurück kehrenden Welle im 1. Mittel ausgebildet, weil auch für diese die in der Grenze vorhandene Schwingung der Ausgangspunkt der Bewegung ist. Auch jetzt setzt sich an der Grenze die zurück kehrende Bewegung nach den Interferenz-Gesetzen mit der ankommenden zusammen und bewirkt, dass der an die Grenze heran gerückte Wellenberg erheblich kleiner ist, als er bei ungestörter Fortpflanzung der Welle gewesen sein würde.

Fig. 826.



In der folgenden Figur IV. ist der Bewegungszustand dargestellt, wenn die Punkte in der Grenze das 3. Viertel ihrer Schwingung zurück gelegt haben; im 2. Mittel sind die ersten $^3/_4$ der fortgepflanzten, im 1. jene der zurück kehrenden Welle entstanden; in beiden hat sich das Wellenthal um $^1/_4$ der Wellenlänge fortgeschoben und hinter demselben ist die 1. Hälfte des Wellenberges entstanden. Dass auch jetzt die 1. Hälfte des zurück kehrenden mit der 2. Hälfte des ankommenden Wellenberges zu einem erhöhten Berge sich zusammen setzt, braucht kaum erwähnt zu werden.

V. zeigt schliesslich, wie nach der ganzen Schwingung der in der Grenze befindlichen Punkte eine Welle in das 2. Mittel hinüber gegangen und eine Welle der zurück kehrenden Bewegung entstanden ist. Man sieht, wie in der zurück kehrenden Welle ebenso wie in der ankommenden das Wellenthal dem Wellenberge voraus geht, oder dass das ankommende Wellenthal als Wellenthal,

der ankommende Wellenberg als Wellenberg zurück kehrt. Die Phase der Bewegung ist in Abständen von der Grenze, welche gleiche Bruchtheile der Wellenlänge betragen, für die fortgepflanzte und für die zurück kehrende Welle dieselbe.

Anders verhält es sich, wenn das 2. Mittel eine grössere Dichtigkeit hat, als das 1. Die bei der longitudinalen Schwingung sich gegen das 2. Mittel bewegenden Punkte erfahren einen grössern Widerstand als im 1. Mittel; sie erhalten deshalb eine stärkere Verzögerung, einen stärkern Antrieb gegen ihre Gleichgewichtslage hin und können deshalb nur eine kleinere Amplitude erreichen. Ebenso ist es bei der transversalen Bewegung; da jeder Punkt den auf ihn folgenden gewissermassen nachschleppt, so ist mit der Vergrösserung der nachzuschleppenden Masse die Verzögerung des Punktes, nachdem er sich aus der Gleichgewichtslage bewegt hat, eine grössere. Auch er kann deshalb nur eine kleinere Amplitude erreichen und erhält bei der Rückkehr in die Gleichgewichtslage eine kleinere Geschwindigkeit als wenn er in einem Punktsystem von überall gleicher Dichte sich bewegt. Die Wirkung des dichtern Mittels ist also dieselbe, als wenn die in der Grenze bewegten Punkte, weil ihre Bewegung gehemmt wird, einen ihrer Bewegung entgegen gesetzen Impuls erhalten hätten. Damit müssen sie Mittelpunkte einer neuen, in dem Augenblicke, wo die erste ankommt, beginnenden Bewegung werden, welche der Richtung nach der ankommenden entgegen gesetzt ist. Diese der ankommenden entgegen gesetzte Bewegung pflanzt sich in dem 1. Mittel rückwärts fort.

Fig. 827.

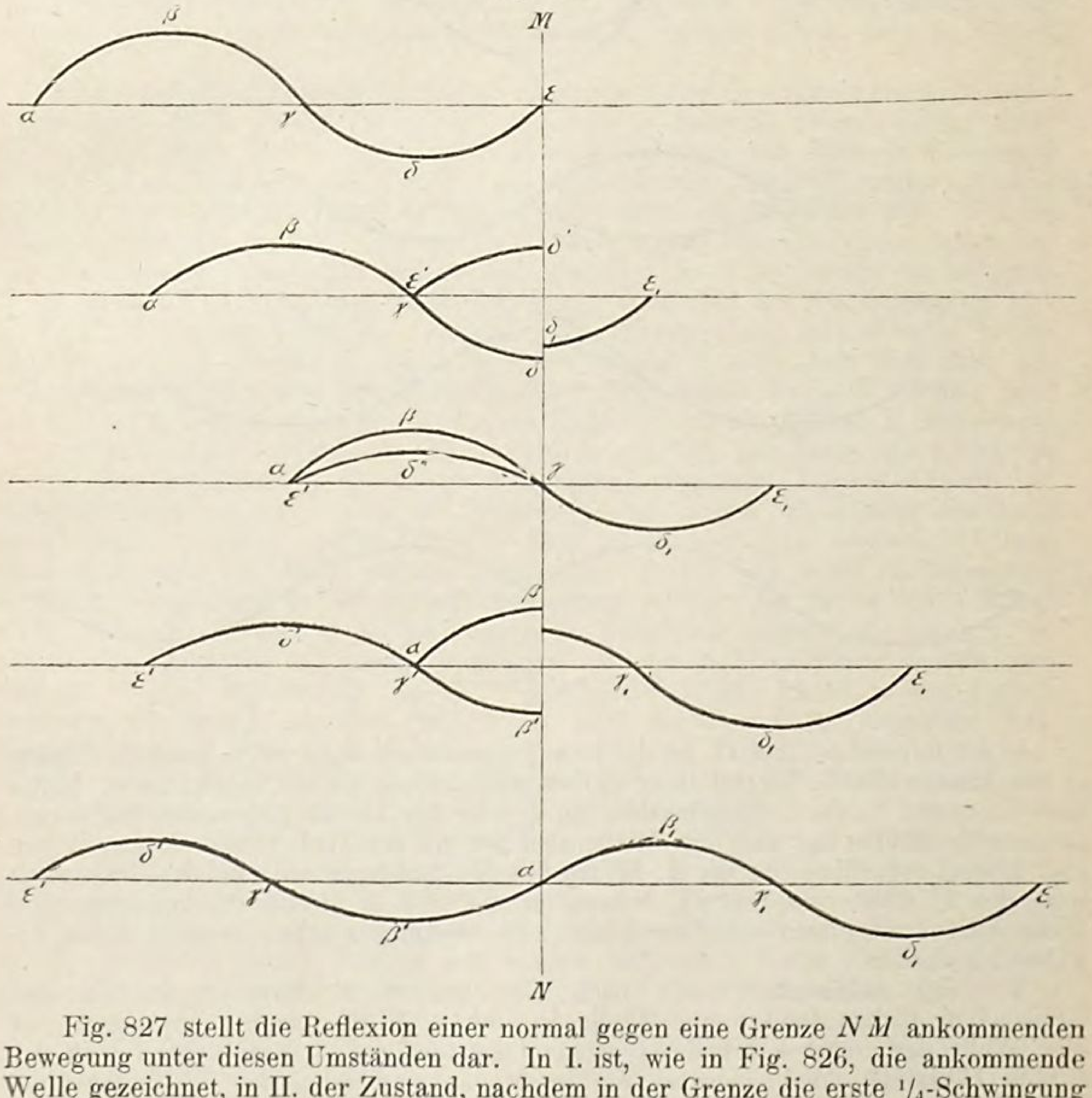


Fig. 827 stellt die Reflexion einer normal gegen eine Grenze NM ankommenden Bewegung unter diesen Umständen dar. In I. ist, wie in Fig. 826, die ankommende Welle gezeichnet, in II. der Zustand, nachdem in der Grenze die erste $^1/_4$-Schwingung zurück gelegt ist; die Verzögerung der nach unten gerichteten Bewegung ist gleichbedeutend mit einem nach oben gerichteten Impuls δ'. Das Wellenthal $\gamma\delta$ erhält

eine geringere Tiefe; dieselbe wird an jeder Stelle = der Differenz der Abstände $\gamma\delta - \varepsilon'\delta'$, und diese Verringerung der Amplituden ist die Ursache, dass die Gleichgewichts-Störung sich rückwärts fortpflanzt. In III. ist nachdem die Punkte in der Grenze eine halbe Schwingung zurück gelegt haben, die Bewegung um eine halbe Welle in beiden Mitteln fortgeschritten, als Wellenthal bei der in das 2. Mittel übergetretenen, als Wellenberg in der zurück kehrenden Bewegung. Der ankommende Wellenberg $\alpha\beta\gamma$ und der zurück kehrende $\gamma\delta'\varepsilon'$ setzen sich zu einem höhern Wellenberg zusammen. In IV. erkennt man den Zustand am Ende des 3. Viertels der Schwingung in der Grenze und in V. endlich denjenigen, wenn in der Grenze eine ganze Schwingung stattgefunden hat.

Während bei der ankommenden Welle das Wellenthal dem Wellenberg voraus ging, findet in der zurück kehrenden das entgegen gesetzte statt: der Wellenberg geht voraus, das Wellenthal folgt nach; das ankommende Wellenthal wird als Wellenberg, der ankommende Berg als Thal reflektirt. Die Reflexion ist also gleichzeitig mit einer Veränderung der ankommenden Phase in die entgegen gesetzte verbunden. Man bezeichnet dies auch dadurch, dass man sagt, bei der Reflexion habe der Verlust einer halben Wellenlänge stattgefunden.

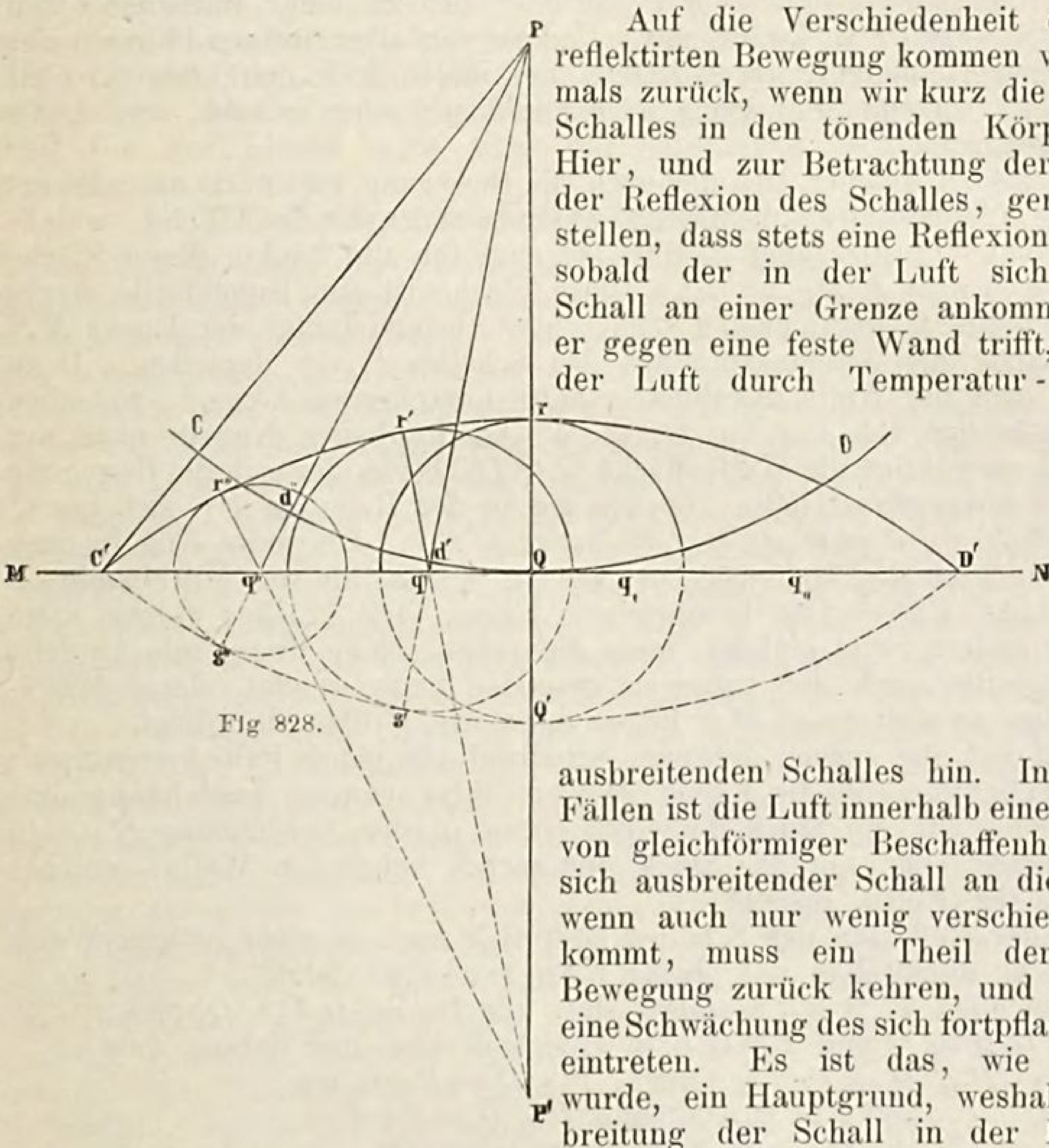


Fig. 828.

Auf die Verschiedenheit der Phase der reflektirten Bewegung kommen wir später nochmals zurück, wenn wir kurz die Entstehung des Schalles in den tönenden Körper besprechen. Hier, und zur Betrachtung der Erscheinungen der Reflexion des Schalles, genügt es, fest zu stellen, dass stets eine Reflexion eintreten muss, sobald der in der Luft sich fortpflanzende Schall an einer Grenze ankommt, sei es, dass er gegen eine feste Wand trifft, sei es, dass in der Luft durch Temperatur-Verschiedenheit Schichten verschiedener Dichtigkeit aneinander grenzen. Auf den letztern Fall wiesen wir bei Besprechung der Schwingung des sich ausbreitenden Schalles hin. In den seltensten Fällen ist die Luft innerhalb eines weiten Raumes von gleichförmiger Beschaffenheit; so wie ein sich ausbreitender Schall an die Grenze zweier wenn auch nur wenig verschiedener Schichten kommt, muss ein Theil der ankommenden Bewegung zurück kehren, und in Folge dessen eine Schwächung des sich fortpflanzenden Schalles eintreten. Es ist das, wie schon erwähnt wurde, ein Hauptgrund, weshalb bei der Ausbreitung der Schall in der Regel erheblich schneller und nach den verschiedenen Richtungen in verschiedenem Grade schwächer wird, als es nach dem abgeleiteten Gesetze geschehen sollte.

Am auffallendsten tritt die Reflexion des Schalles hervor, wenn derselbe auf feste Wände trifft. Die Richtung, nach welcher der Schall an einer festen Wand zurück kehrt, hängt nur von der Richtung ab, unter welcher er auf die Wand auftrifft. Das Gesetz, nach welchem die Reflexion des Schalles stattfindet, können wir am kürzesten dahin aussprechen, dass der Schall von einer ebenen Fläche gerade so zurück kehrt, als befände sich die Quelle des Schalles genau so weit senkrecht hinter jener Ebene, wie die wirkliche Schallquelle sich vor jener Ebene befindet.

Dieses Gesetz ergiebt sich unmittelbar aus der Huyghens'schen Konstruktion der fortgepflanzten Welle. Es sei P, Fig. 828, die Quelle des Schalles und MN

eine ebene Wand. Ferner sei PQ senkrecht zu der Ebene, also Q der Punkt, welcher zuerst von den Schwingungen der Luft getroffen wird; CQD sei ein Stück der sich ausbreitenden Schallwelle in dem Augenblicke, in welchem bei Q zuerst die Wand vom Schalle erreicht wird. Jeder Punkt der Grenze wird in dem Augenblicke, in welchem er vom Schall erreicht wird, der Mittelpunkt einer sich rückwärts ausbreitenden Welle. Da die Welle in demselben Mittel sich rückwärts ausbreitet, in welchem sie gegen die Wand hin sich fortbewegte, so folgt, dass sie sich rückwärts mit derselben Geschwindigkeit fortpflanzt, mit der sie gegen die Wand ankam. In der Zeit also, in welcher von den Punkten C oder D die schwingende Bewegung sich bis C' oder D' fortgepflanzt hat, so dass von diesen Punkten aus die Bewegung zurück zu kehren beginnt, pflanzt sich die Bewegung vom Punkte Q bis zu einer Halbkugel fort, deren Radius $Qr = CC'$ ist. Die neben dem Punkte Q in der Grenzfläche liegenden Punkte q', q'', $q_{,}$, $q_{,,}$ werden später und später von der Bewegung erreicht, und zwar so viel später, als die Schwingungen der ankommenden Welle Zeit gebrauchen um die Strecke $d'q'$ resp. $d''q''$ zu durchlaufen. In derselben Zeit daher, in welcher sich die Bewegung von Q bis zu einer Halbkugel vom Radius Qr fortpflanzt, breitet sie sich von q' bis zu einer Halbkugel vom Radius $q'r' = Qr - q'd'$ von xq'' bis zu einer Halbkugel vom Radius $q''r'' = Qr - q''d''$ rückwärts aus. Und so von allen übrigen Punkten der Grenze bis zu einer Halbkugel, deren Radius um diejenige Länge kleiner ist als Qr, welche die schwingende Bewegung noch hat durchlaufen müssen, um an die Grenzebene zu gelangen.

Die Grenze, bis zu welcher sich demnach die Bewegung rückwärts ausgebreitet hat, während die Welle CD an die Grenze gekommen ist, ist die Fläche, welche die einzelnen Halbkugeln allesammt berührt, so dass für alle Punkte dieser Fläche die Summe $Pq_{,} + q_{,}r_{,} = PQ + Qr$ ist. Diese Fläche ist eine Kugelfläche, deren Mittelpunkt im Punkte P' liegt, dessen senkrechter Abstand hinter der Ebene MN = ist dem Abstande des Ausgangspunktes des Schalles P vor derselben. Denn denken wir uns, dass die Welle ungehindert hätte fortschreiten können, so geben die andern Hälften der von uns um Q, q', q'' beschriebenen Kugeln nach der Huyghens'schen Konstruktion die Wellenfläche $C'Q'D'$, bis zu der sich die Bewegung in derselben Zeit fortgepflanzt hätte, in der sie in der Richtung PC sich bis C' fortpflanzte, da $d'q' + q's' = d''q'' + q''s'' = Qr = CC'$. Die diese Kugeln nach der untern Seite umhüllende Fläche ist aber, wie wir wissen, die vom Mittelpunkte P aus mit dem Radius $PC' = PQ'$ beschriebene Kugel. Die Fläche, welche diese Kugeln von der andern Seite einhüllt, muss eine eben solche Kugel sein, welche jedoch ihre Konvexität nach der entgegen gesetzten Seite wendet, deren Mittelpunkt P' also eben so weit unter MN liegen muss wie P über MN liegt.

Hiermit lässt sich die zurück kehrende Schallwelle in jedem Falle konstruiren; dabei ist es gleichgültig, ob die Ebene MN in ihrer ganzen Ausdehnung eine feste Wand ist oder nur ein Stück derselben, etwa in der Ausdehnung $C'q$. In diesem Falle entsteht eben nur das Stück der zurück kehrenden Welle, welches von diesem Theil der Ebene ausgeht.

Das Gesetz der Reflexion des Schalles lässt sich noch in einer andern Weise aussprechen, welche unmittelbar aus obiger Konstruktion folgt.

Aus der Gleichheit $P'Q = PQ$ folgt, dass die Dreiecke $P'C'Q$ und $PC'Q$, $P'q''Q$ und $Pq''Q$, $P'q'Q$ und $Pq'Q$ u. s. f. sich decken, und daraus, dass:

$$\angle P'q''Q = Pq''Q \text{ ferner: } P'q'Q = Pq'Q \text{ etc.,}$$

oder da: $$\angle P'q''Q = r''q''C' \text{ und } P'q'Q = r'q'c',$$

dass: $$\angle Pq''Q = r''q''C'; \; Pq'Q = r'q'C'$$

oder dass die Winkel, unter welchen die Radien der ankommenden und reflektirten Welle die Grenzfläche schneiden, einander gleich sind. Nach der ersten Anschauung über die Fortpflanzung der schwingenden Bewegung in einem räumlich ausgedehnten Punktsystem waren diese Radien die einzelnen Punktreihen, in denen sich die Schwingungen fortpflanzten. Nennen wir mit Rücksicht darauf diese Radien die Wellenstrahlen, resp. die Schallstrahlen, so können wir das Reflexions-Gesetz auch dahin aussprechen, dass bei der Reflexion des Schalles die reflektirten und die ankommenden Strahlen in einer zur reflektirenden Fläche normalen Ebene liegen und in dieser mit der reflektirenden Fläche gleiche Winkel bilden.

Man bezeichnet gewöhnlich die Normale, welche in dem Punkte der reflektirenden Fläche, in welchem die Reflexion stattfindet, errichtet wird, als das Einfallsloth und den Winkel, den der ankommende Strahl mit demselben bildet, als den Einfallswinkel, jenen welchen der reflektirte Strahl mit dem Einfallsloth einschliesst, als den Reflexionswinkel. Wir können, da aus der Gleichheit der Winkel, welche die Strahlen in einer zur reflektirenden Fläche normalen Ebene mit ersterer bilden, auch die Gleichheit der mit dem Einfallsloth gebildeten Winkel folgt, das Reflexions-Gesetz auch dahin aussprechen, dass der einfallende und reflektirte Strahl mit dem Finfallslothe in einer Ebene liegen und mit demselben gleiche Winkel bilden.

In dieser Form ist das Reflexions-Gesetz besonders bequem um die Reflexion des Schalles an krummen Flächen darzustellen. Wir können diese als eine stetige Reihenfolge sehr kleiner Ebenen betrachten, deren Normalen, nicht wie bei einer Ebene einander parallel, sondern gegen einander geneigt sind. Kennt man das Krümmungsgesetz der krummen Flächen, also die Richtung der Normalen an jeder Stelle, so hat man zugleich an allen Punkten die Richtung, nach welcher ein dort ankommender Stahl reflektirt wird; man kann somit die ganze reflektirte Welle konstruiren. Es ergiebt sich so nach bekannten geometrischen Sätzen, dass ein in dem einen Brennpunkt einer ellipsoidischen Fläche erregter Schall an der Fläche so reflektirt wird, dass der gesammte Schall zum andern Brennpunkt kommt, oder dass ein in dem Brennpunkt einer parabolischen Fläche erzeugter Schall von der Fläche nach einer zur Parabelaxe parallelen Richtung reflektirt wird.

XI. Echo; nachhallende Räume; Sprachrohr.

Auf den Gesetzen der Schallreflexion beruhen eine Reihe von Erscheinungen. Trifft ein Schallstrahl senkrecht gegen eine ebene Wand, so wird er in der Richtung zurück geworfen, aus welcher er kam; den zurück kehrenden Schall kann man im Echo wahrnehmen, wenn man sich hinreichend weit von der Wand befindet, so dass zwischen dem Schluss des gegen die Wand gesandten Schalles bis zur Rückkehr des Schalles hinreichend Zeit verstreicht, dass man den zurück kehrenden Schall von dem hingesandten Schall getrennt wahrnehmen kann. Das menschliche Ohr kann in 1 Sekunde etwa 10 Eindrücke scharf von einander getrennt unterscheiden; gelangen die Töne in rascherer Folge zum Ohr, so gehen sie zum Theil in einander über. Soll deshalb das Echo scharf von dem gegen die Wand gesandten Schall unterschieden werden, so darf es nicht früher als $^1/_{10}$ Sek. nach dem Aufhören des Schalles zurück kommen. Dazu muss die Schallquelle, da die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit des Schalles je nach der Temperatur zwischen 330 und 345 ^{m} beträgt, etwa 17 ^{m} von der Wand entfernt sein; denn der Schall muss, bis er als Echo zurück kehrt, den Weg zur Wand hin und zurück durchlaufen. Befindet man sich weiter von der Wand, so kann man von in rascher Folge erzeugten Tönen oder gesprochenen Sylben mehrere unterscheiden.

In geringerm Abstande von den Wänden kommt der Schall als eine Verlängerung des gegen die Wand gesandten Tones, als Nachhall zurück. Eine Folge dieses Nachhallens ist das Verhallen der Töne in einem rings begrenzten grossen Raume und die daraus hervor gehende Undeutlichkeit einer geordneten Reihe von Tönen, z. B. einer Rede. Das gesprochene Wort wird von den Wänden so zurück geworfen, dass der reflektirte Schall zum Theil mit dem direkten, zum Theil mit dem folgenden Wort zusammen fällt und besonders das letztere undeutlich macht. Es bedarf nur einer Wegedifferenz von wenigen Metern für den direkten und reflektirten Schall, um diese Störung auftreten zu lassen. Alles, was den reflektirten Schall stört, vermehrt daher die Deutlichkeit des Hörens in solchen Räumen. Oft genügt es schon, dass der Raum mit Menschen gefüllt ist, da dann sowohl der direkte Schall als auch der von den Wänden reflektirte selbst wieder vielfach hin und her reflektirt wird, so dass an keiner Stelle der reflektirte Schall eine störende Stärke annehmen kann.

Von gewölbten Decken kommen besonders für einzelne Stellen des Raumes derartige Störungen; ein Mittel dagegen ist in dem Ziehen eines Netzes oder nur einer grossen Zahl von Fäden (Bindfaden) gegeben; dass die Reflexion zum Theil an den Fäden stattfindet, genügt, um die reflektirten Wellen derartig zu zerstreuen,

dass kein störender Nachhall mehr auftritt. Aus demselben Grunde wirken auch: Durchbrechung von Wandflächen, Anbringen von Logen etc. zerstreuend auf die reflektirten Schallwellen und vermindern deshalb den Nachhall. Ein anderes Mittel ist das Anbringen von weichen Wandbekleidungen, Vorhängen etc., weil an dieser, da die Dichtigkeit derselben weniger von derjenigen der Luft verschieden ist, die Reflexion in geringerem Maafse stattfindet. Die Benutzung von Stoffen hat andererseits den Nachtheil, dass diese die sonst in den Wänden stets bis zu einem gewissen Grade vorhandene Resonanz schwächen und dadurch den Ton dumpf machen. In Konzertsälen muss man deshalb mit der Verwendung solcher Stoffe vorsichtig sein.

Eine praktische Anwendung der Reflexionsgesetze macht man in dem Sprachrohr, welches den Zweck hat, den Schall nach einer Richtung hin stärker und weiter fortzuflanzen, als es bei der gleichförmigen Ausbreitung des Schalles nach allen Richtungen des Raumes möglich ist. Die einfachste und dem Zweck vollkommen genügende Form des Apparats ist ein konisches Rohr von Metall oder Pappe; welches Material man wählt, ist ziemlich gleichgültig, es muss nur eine feste Wand liefern. Das spitzere Ende des konischen Rohres wird mit einem Mundstück versehen, so dass man den Mund hinein legen und bequem sprechen kann. Die Axe des Rohres wird nach jener Richtung gewandt, nach welcher der Schall übertragen werden soll. Man giebt dem Rohr die Länge von 1 ^{m} und mehr und dem weitern, meist wie den Schalltrichter eines Horns oder einer Trompete geformten Ende einen Durchmesser von 30 bis 40 ^{cm}.

Ruft man in das Rohr hinein, so pflanzt sich der Theil der Wellen, der am Ende des Rohres durch die Oeffnung desselben begrenzt ist, ungehindert fort; die Schwingungen aber, welche sich seitlich ausbreiten würden, werden an der Wandung der Röhre reflektirt und gelangen nach einer oder mehreren Reflexionen in den Raum, in welchem die direkt aus dem Rohre austretende Welle sich ausbreitet. Die Verstärkung des Schalles nach der Richtung der Rohraxe hin wird also dadurch bewirkt, dass die seitliche Ausbreitung der Schwingungen gehindert und in Folge der Reflexion, die sich sonst seitlich ausbreitende lebendige Kraft der Bewegung nach der Richtung der Rohraxe hin geführt wird.

XII. Resonanz.

Wir zeigten vorhin, dass der Schall, wenn er an der Grenze zweier Mittel ankommt, zum Theil in das Mittel hinüber geht, zum Theil zurück geworfen wird. Wenn die schwingende Bewegung in eine von parallelen Wänden begrenzte nicht zu dicke Schicht übertritt, so findet an der 2. Grenzfläche ebenfalls eine Reflexion statt und die reflektirte Welle kehrt in der Schicht zu der 1. Grenze zurück. Wenn nun durch die 1. Grenze immer neue Bewegungen derselben Periode in das 2. Mittel übergehen, so sind in der Schicht sich noch entgegen gesetzer Richtung fortflanzende Wellenzüge vorhanden, welche, wie wir früher sahen, stehende Wellen derselben Periode erzeugen, oder was dasselbe ist, die Schicht mit dem bei ihr ankommenden Tone zum Tönen bringen. Man bezeichnet dieses Mittönen als „Resonanz."

Am stärksten tritt das Mittönen selbstverständlich auf, wenn der tönende Körper direkt mit dem Resonanzboden in Verbindung ist, wie das bei allen Saiten-Instrumenten der Fall ist, welche überhaupt erst durch das Mittönen des Resonanzbodens ihre Tonfülle bekommen. Indess findet auch durch die in der Luft fortgepflanzten Schallschwingungen die Erregung einer solchen Resonanz statt. In besonders auffallender Weise kann man das hörbar machen, wenn man zwei gleich gestimmte Stimmgabeln, auf Resonanzböden befestigt, einander nahe bringt, die eine aber in der Luft hält, so dass von ihr nur durch die Luft Bewegung zu der andern gelangen kann. Bringt man die eine kräftig zum Tönen und hält sie dann an, so tönt die andere weiter. Dasselbe erkennt man, wenn man eine Taste eines Klaviers nieder drückt und dann den betr. Ton in das Klavier hinein singt. Die Saite kommt sofort zum Tönen und tönt noch längere Zeit, wenn der gesungene Klang bereits aufgehört hat.

Die Wirkung eines gut gebauten Orchester-Podiums beruht wesentlich auf dieser Resonanz; theils durch die Spielenden selbst, theils durch die Luft gehen die Schwingungen in das Podium über und bringen dort eine wesentliche Verstärkung

der erzeugten Klänge hervor. Nicht minder hängt der Klang in einem Konzertsaale von der Resonanz des Bodens und der Wände ab. Allerdings kann man wohl kaum bei dem Bau eines solchen Saales auf diese Resonanz Rücksicht nehmen, so dass es bis jetzt mehr vom Zufall abhängt, ob ein Konzertsaal, wie man es nennt, eine gute Akustik besitzt oder nicht.

XIII. Entstehung der Töne und Klänge.

Auf den Gesetzen der Reflexion der Wellen und der Bildung der stehenden Wellen aus entgegen gesetzt sich fortpflanzenden Schwingungen beruht die Erzeugung der Klänge aller musikalischen Instrumente, ja aller tönenden Körper. Wir wollen für einen einfachen Fall die Erscheinungen ableiten — da wir nach diesem das Wesentliche für alle Fälle erkennen — nämlich für einen begrenzten Stab, in welchem wir longitudinale Schwingungen erregen. Der Stab sei an seinen beiden Enden frei und werde etwa in seiner Mitte gehalten; der Einfachheit wegen nehmen wir an, er werde durch Schlagen mit einem Hammer an seinem Ende in Schwingungen versetzt. Der Stab habe die Länge l; wir rechnen die Zeit t von dem Augenblicke, in welchem das geklopfte Ende seine Schwingungen beginnt.

Die Schwingungen pflanzen sich in dem Stabe zum andern Ende fort, und werden dort, da das Ende nur mit der, gegenüber dem Material des Stabes äusserst wenig dichten Luft in Berührung ist, mit fast ungeschwächter Amplitude reflektirt und zwar ohne Wechsel des Vorzeichens, bezw. ohne Verlust einer halben Wellenlänge. Die von dem 2. Stabende zurück kehrenden Schwingungen setzen sich mit den vom 1. Ende ausgehenden, bezw. von diesem Ende wieder reflektirten Schwingungen zu stehenden Wellen zusammen und bewirken, dass der Stab in gewissen Theilungen in Schwingungen geräth. Die Schwingungen dauern fort bis durch die nach und nach stattfindende Abgabe der Bewegung an die Luft, durch welche der Schall von dem Stabe aus sich verbreitet, die in den Stab übertragene Bewegung verbraucht ist.

Die Bewegung irgend einer Schicht des Stabes, welche um x von dem geklopften Stabende entfernt ist, wird zur Zeit t nach dem Klopfen aus der den Abstand der Schicht von ihrer Gleichgewichtslage darstellenden Gleichg. erhalten. In Folge der von dem geklopften Stabende direkt zu der Schicht gelangenden Bewegung ist der Abstand y_1 der Schicht von ihrer Gleichgewichtslage zur Zeit t: $y_1 = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ wenn a die Amplitude der Schwingung T die Schwingungsdauer und λ die Wellenlänge bedeutet.

Die von dem andern Stabende zurück kommende Bewegung hat zu derselben Zeit begonnen, hat aber, um zu der Stelle x zu gelangen, erst die ganze Länge des Stabes und nach der Reflexion wieder die Strecke $l - x$ durchlaufen müssen. Da die Amplitude der Bewegung durch die Reflexion keine merkliche Schwächung erfahren, und da die Reflexion ohne Wechsel des Vorzeichens der Bewegung stattgefunden hat, ist der Abstand der betrachteten Schicht von ihrer Gleichgewichtslage in Folge dieser Bewegung zur Zeit t: $y_2 = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda} - \frac{l-x}{\lambda}\right)$.

Demnach wird die resultirende Bewegung dargestellt durch die Summe: $y = y_1 + y_2 = 2a \cos 2\pi \frac{l-x}{\lambda} \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda}\right)$, eine Gleichg., welche wie wir früher sahen, die stehende Bewegung darstellt, da der von der Zeit abhängige Faktor auf der rechten Seite für alle Schichten des Stabes, welche durch die verschiedenen Werthe von x gegeben sind, den gleichen Werth hat. Die Anzahl der auf dem Stabe sich ausbildenden stehenden Wellen hängt von der Schwingungsdauer T und der Länge des Stabes ab.

Welche stehende Wellen in dem Stabe sich überhaupt ausbilden können, ergiebt sich aus der Bedingung, dass an den Stabenden, weil sie nach unserer Annahme vollkommen frei sind, die Amplituden jedenfalls den grössten im Stabe möglichen Werth haben müssen. Dieser Werth ist $2a$; sollen die Stabenden diese Amplitude haben, so muss sowohl für $x = 0$ als für $x = l$ der Faktor: $\cos 2\pi \frac{l-x}{\lambda} = \pm 1$ sein, es muss somit: $\cos 2\pi \frac{l}{\lambda} = \pm 1$ oder $2\pi \frac{l}{\lambda} = n\pi$, also:

$l = n\frac{\lambda}{2}$ sein, es muss also die Länge des Stabes = irgend einem Vielfachen einer halben Wellenlänge sein. Oder es können nur Schwingungen von solcher Dauer den Stab in stehende Schwingungen versetzen, dass während einer halben oder irgend einem Vielfachen einer halben Schwingungsdauer die Schwingungen gerade die Länge des Stabes durchlaufen.

Die Schwingungen grösster Dauer, welche den Stab in stehende Schwingungen versetzen können, sind jene für welche: $l = \frac{1}{2}\lambda$. Die Dauer dieser Schwingungen ergiebt sich aus der Fortpflanzungs-Geschwindigkeit derselben im Stabe. Für diese fanden wir früher allgemein:
$$c = \sqrt{\frac{e}{\sigma}},$$
wenn e die im Stabe durch eine dem ursprünglichen Abstande der Molekül-Schichten gleiche Verschiebung geweckte Elastizität und σ die Masse der Längeneinheit des Stabes ist. Bezeichnen wir mit ε den Elastizitätskoeffiz. des Materials mit q den Querschnitt des Stabes, so ist: $e = \varepsilon q$. Ist δ die Dichte des Materials, so ist die Masse der Längeneinheit $\sigma = \frac{\delta q}{g}$, worin g die Beschleunigung beim freien Fall ist.

Somit wird:
$$c = \sqrt{\frac{\varepsilon g}{\delta}}.$$

Zwischen der Wellenlänge λ und der Schwingungsdauer T besteht die Beziehung: $\lambda = c\,T$. Bei den langsamsten Schwingungen ist: $\lambda = 2l$, somit ist die Dauer derselben:
$$T = \frac{2l}{c} = 2l\sqrt{\frac{\delta}{\varepsilon g}}$$
oder die Anzahl der in 1 Sek. stattfindenden Schwingungen:
$$N = \frac{\lambda}{T} = \frac{\lambda}{2l}\sqrt{\frac{\varepsilon g}{\delta}}.$$
Wenn wie gewöhnlich der Elastizitätskoeffiz. auf das $^{\mathrm{qmm}}$ als Querschnitt bezogen und als Längeneinheit 1^{m} gesetzt wird, bedeutet δ das Gewicht eines Stabes von 1^{m} Länge und 1^{qmm} Querschnitt, also das Gewicht von 1^{ccm}. Setzt man für δ die gewöhnlich für das spezif. Gewicht geschriebene Zahl, so giebt diese das Gewicht der Längeneinheit in $^{\mathrm{g}}$, es muss somit auch der Elastizitätskoeffiz. in der Gleichg. für T oder N in $^{\mathrm{g}}$ gesetzt werden. Setzt man also für Eisen das spezif. Gewicht $\delta = 7{,}8$, so muss für ε rund 20 000 000 gesetzt werden und man erhält für einen Eisenstab von 1^{m} Länge für N die Zahl 2343, fast genau den Ton *d* in der viergestrichenen Oktave.

In welchen Theilen der Stab in diesem Falle schwingt, giebt eine Untersuchung des Faktors $2\alpha \cos 2\pi\frac{l-x}{\lambda}$, da dieser uns die Abstände der einzelnen Schichten von der Gleichgewichtslage giebt, wenn der von der Zeit abhängige Faktor den grössten Werth hat. Setzen wir dem betr. Falle entsprechend: $\lambda = 2l$, so wird unser Faktor:
$$2\alpha \cos \pi\left(1 - \frac{x}{l}\right).$$
Derselbe wird für $x = 0$ zu -2α; mit wachsendem x wird der negative Werth kleiner und für $x = \frac{1}{2}l$ wird er $= 0$; wächst x weiter so wird der Werth positiv und immer grösser bis $x = l$, wo er $= 2\alpha$ wird. Die Mitte des Stabes bleibt somit immer in Ruhe und die beiden Stabhälften schwingen für sich, jede als eine halbe stehende Welle. Der Stab verlängert und verkürzt sich abwechselnd, indem von beiden Seiten her die Schichten sich abwechselnd gegen die Stabmitte hin, abwechselnd von ihr fort bewegen.

Ausser den langsamsten kann der Stab Schwingungen vollführen für welche derselbe $= 2, 3 \ldots n$ halbe Wellenlängen ist; die Anzahl der Schwingungen ist dann die doppelte, dreifache . . nfache derjenigen bei den langsamsten Schwingungen. Oder es können in dem Stabe alle harmonischen Obertöne jenes Tones entstehen, welcher den langsamsten Schwingungen des Stabes entspricht.

In welcher Weise der Stab sich dann abtheilt, ergiebt sich wieder aus der Untersuchung der Amplituden. Für $l = \lambda$ wird der die Amplituden liefernde Faktor:

$$2a \cos 2\pi \left(1 - \frac{x}{l}\right).$$

Für $x = 0$ wird derselbe somit $= 2a$

„ $x = \frac{1}{4} l$ „ „ „ $= 0$

„ $x = \frac{1}{2} l$ „ „ „ $= -2a$

Für $x = \frac{3}{4} l$ wird derselbe somit $= 0$

„ $x = l$ „ „ „ $= 2a$

Der Stab theilt sich in 3 Theile. Je $^1/_4$ der Stablänge von den Enden her schwingt für sich als halbe stehende Welle; der halbe Stab, der mittlere Theil schwingt als eine stehende Welle in derjenigen den Enden entgegen gesetzten Phase.

Ist $n = 3$, so theilt sich der Stab in 4 Theile, bei $n = 4$ in 5 Theile u. s. w.

Wenn das eine Ende des Stabes ganz fest ist, so tritt an demselben die Reflexion mit Umkehr des Vorzeichens der Bewegung, bezw. mit Verlust einer halben Wellenlänge ein, während an dem freien Ende die Reflexion ebenso wie in dem so eben betrachteten Falle erfolgt. Die von dem freien Ende ausgehende Bewegung wird also auch jetzt durch die Gleichg. für y_1 dargestellt wie vorher. Die Gleichg. für y_2, welche die von dem festen Ende in den Stab zurück kehrende Bewegung giebt, muss dagegen mit dem negativen Vorzeichen versehen werden, es wird demnach jetzt:

$$Y = y_1 + y_2 = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) - a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda} - \frac{l-x}{\lambda}\right);$$

$$Y = 2a \sin 2\pi \frac{l-x}{\lambda} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda}\right).$$

Die Gleichg. zeigt schon unmittelbar, dass das feste Ende des Stabes immer in Ruhe ist; denn für $x = l$ ist Y immer $= 0$. Das freie Ende des Stabes muss auch jetzt die grösste Amplitude der Bewegung haben; es können daher nur solche Schwingungen im Stabe stattfinden, welche für $x = 0$ den Faktor $\sin 2\pi \frac{l-x}{\lambda} = 1$ werden lassen. Das ist nur der Fall, wenn $l = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}$, also = einem oder einem ungeraden Vielfachen von $^1/_4$ Wellenlänge ist. Die langsamsten Schwingungen haben somit die Anzahl: $N = \frac{c}{4l} = \frac{1}{4l} \sqrt{\frac{\varepsilon g}{\delta}}$.

Ihre Zahl ist halb so gross, als wenn bei gleicher Länge beide Enden des Stabes frei sind. Ausser diesen können in dem Stabe Schwingungen stattfinden, welche die dreifache, fünffache etc. überhaupt die $(2n + 1)$fache Schwingungszahl haben; es können also von den harmonischen Obertönen des tiefsten Tones nur die ungeradzahligen auftreten.

Sind beide Enden des Stabes fest und wird an irgend einer Stelle des Stabes eine Schwingung erregt, so tritt an beiden Enden des Stabes Reflexion mit Umkehr der Bewegungs-Richtung ein; eine in der vorhin durchgeführten Weise angestellte Berechnung der resultirenden Schwingungen ergiebt, dass bei den langsamsten Schwingungen der Stab als eine stehende Welle schwingt, dass somit die Schwingungszahl = derjenigen des gleichen Stabes ist, welcher an beiden Enden frei ist. Ausser diesen Schwingungen können ebenfalls alle harmonischen Obertöne also die doppelten, 3 . . . n-fachen Schwingungszahlen in dem Stabe vorkommen.

Als solche longitudinale aus Luft geformte Stäbe sind die Luftsäulen der Orgelpfeifen und aller Blasinstrumente zu betrachten. Für alle gelten daher die gleichen Gesetze der Schwingungen, also der Tonbildung; die offenen Orgelpfeifen entsprechen den an beiden Enden freien, die gedeckten Orgelpfeifen den an einem Ende festen Stäben.

Auch für die schwingenden Saiten gelten ganz dieselben Gesetze, es tritt zur Berechnung ihrer Schwingungszahlen an Stelle der Elastizität nur die Spannung der Saiten; es ist also an Stelle $e = \varepsilon q$ zu setzen $e = p$, wenn p die Spannung

bedeutet. In dem Ausdrucke für c oder N fällt deshalb der Querschnitt q, da auch jetzt: $\sigma = \frac{\delta q}{g}$ ist, nicht fort, es wird vielmehr die Anzahl der langsamsten Schwingungen:
$$N = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{pg}{\delta q}}.$$
Die Schwingungszahl hängt also hier auch von dem Querschnitt der Saite ab; sie ist der Quadratwurzel aus dem Querschnitt, also dem Durchmesser der Seite umgekehrt proportional. Neben den langsamsten Schwingungen können auch bei den Saiten alle harmonischen Obertöne vorkommen.

Bei allen diesen tongebenden Instrumenten zeigt sich nun, dass bei Erregung derselben niemals nur der Grundton oder ein einzelner der Obertöne auftritt, dass vielmehr, wenn die Schwingungen erregt werden, stets eine ganze Reihe von harmonischen Tönen mitklingt. Je nach der Art, in welcher die Schwingungen erregt werden, bei den Saiten auch je nach der Stelle, wo sie erregt werden, kann die Zahl und die Stärke der gleichzeitig auftretenden Töne sehr verschieden sein, und durch diese Verschiedenheit ist die Klangverschiedenheit der verschiedenen Instrumente wesentlich bedingt.

In derselben Weise entstehen die Töne in Platten oder in Glocken, welche als gekrümmte Platten angesehen werden können. Wird durch Klopfen an einer Stelle oder Streichen mit einem Bogen eine schwingende Bewegung erzeugt, so breitet sich dieselbe aus, wird an den Grenzen reflektirt und bewirkt, da hier nach allen Richtungen entgegen gesetzt sich fortpflanzende Wellenzüge auftreten, stehende Wellen, durch welche eine sehr mannigfache Theilung der Platten eintreten kann. Dem entspricht, dass neben dem tiefsten Ton der Platte eine ganze Reihe von Obertönen entstehen kann, welche keineswegs der Reihe der harmonischen Obertöne entsprechen.

Eine Berechnung der Tonhöhe des tiefsten Tones, welcher bei einer kreisförmigen Platte entsteht, wenn sie sich in 4 schwingende Quadranten theilt, aus den Dimensionen und den elastischen Verhältnissen der Platte, ist bisher noch nicht gelungen. In Bezug auf die Tonhöhe verschiedener Platten kann man indess den allgemeinen Satz aufstellen, dass bei Platten, welche einander ähnlich sind, das heisst, bei denen alle homologen Dimensionen in demselben Verhältniss stehen, die Schwingungszahlen der Töne, welche bei gleicher Theilung der Platte entstehen, sich umgekehrt verhalten, wie die homologen Dimensionen. Hat von zwei kreisförmigen Platten desselben Materials die eine den doppelten Durchmesser und die doppelte Dicke, so sind alle bei gleicher Theilung der Platte entstehenden Töne in dieser Platte die tiefere Oktave der Töne in der kleinern Platte.

XIV. Einiges über die Akustik der Glocken.

Die akustischen Verhältnisse der Kirchenglocken sind einer theoretischen Behandlung in ihren Einzelheiten nicht zugänglich. Zwar kann man die Glocken physikalisch als gewölbte kreisförmige Platten betrachten und deshalb auf die Vergleichung der Grundtöne von Glocken, welche in allen ihren Dimensionen einander ähnlich sind, den Satz anwenden, dass die Schwingungszahlen der Töne sich umgekehrt verhalten wie die homologen Dimensionen, voraus gesetzt, dass die Glocken aus gleichem Material sind, somit Elastizität und Dichtigkeit des Materials denselben Werth haben. Die Zusammensetzung des von einer Glocke gegebenen Klanges, also die den Grundton begleitenden Obertöne lassen sich indess aus den Gesetzen der Schwingungen kreisförmiger Platten nicht ableiten, da diese sich nur für überall gleich dicke Platten angeben lassen, während die Glocken an den verschiedenen Stellen eine sehr verschiedene Dicke haben. In der That zeigt sich auch, dass die in den Glocken vorkommenden Obertöne viel tiefer sind, als diejenigen, welche in einer überall gleichförmigen Platte vorkommen. Die stärksten Obertöne sollen sogar bei vielen Glocken innerhalb der ersten Oktave des Grundtons liegen, während der erste Oberton einer kreisförmigen überall gleich dicken Platte schon mehr als eine Oktave höher ist als der Grundton. Eben deshalb lassen sich auch keine allgemeine Erfahrungsregeln für die Töne der Glocken aufstellen, da die Formen und Dimensionen der Glocken keineswegs einander so ähnlich sind, dass aus den Tönen einer Glocke auf diejenigen der andern geschlossen werden kann. Würden die Glocken allgemein in allen ihren

Dimensionen gleich sein, so bedürfte es nur der Untersuchung der an einer Glocke vorzugsweise hörbaren Töne um nach dem Satze von den homologen Dimensionen die Töne aller übrigen Glocken bestimmen zu können.

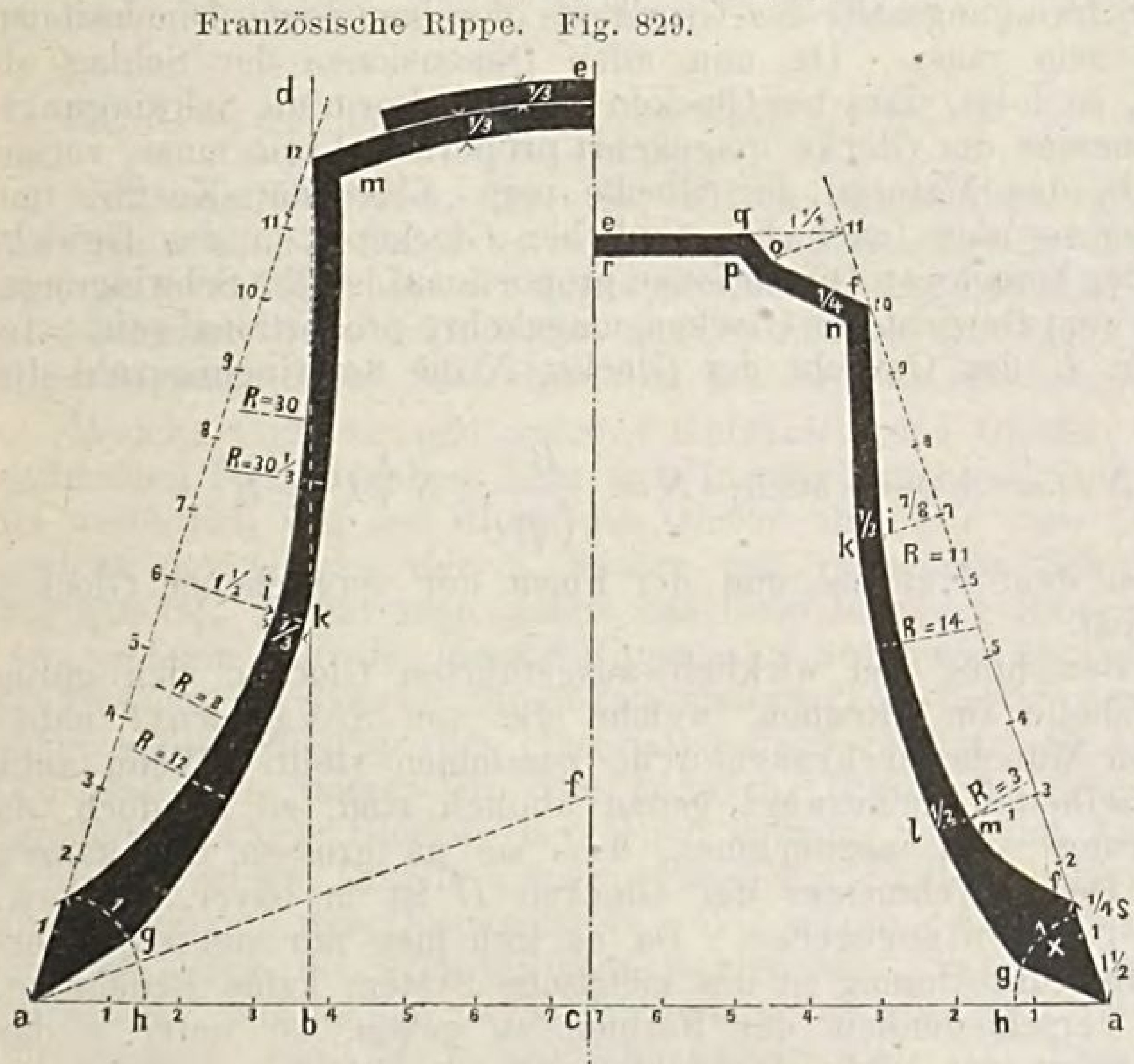
Das Material, aus welchen die Glocken fast ausnahmslos gefertigt werden, ist die sogen. Glockenspeise, eine Legirung von Kupfer und Zinn; die Angaben über die Mengen-Verhältnisse der beiden Metalle sind sehr verschieden. Karmarsch giebt in „Prechtls technologischer Encyclopädie" an, das nach den verschiedenen Vorschriften die Menge des Zinns zwischen 12 und 50 Theilen auf 100 Th. Kupfer schwanke, dass die beste Legirung indess die von 1 Th. Zinn und 4 Th. Kupfer sei. — Schafhäutl giebt im bayerischen Gewerbeblatt für 1868 S. 414 an, dass das Verhältniss der beiden Metalle zwischen 1 Th. Zinn auf 4 Th. Kupfer und 1 Th. Zinn und 3 Th. Kupfer liegen müsse; „das erstere Verhältniss gebe schon ein zu weiches nur für Handglocken brauchbares, das andere schon ein zu sprödes Metall.

In neuerer Zeit werden auch Glocken aus Gusseisen und besonders aus Gussstahl angefertigt, letztere aus der Bochumer Gussstahlfabrik werden gerühmt. Die genauern Untersuchungen, welche vorliegen, beziehen sich fast ausnahmslos auf Glocken aus Glockenspeise.

Die Formen der Glocken, wenn auch im grossen und ganzen seit Jahrhunderten nicht sehr verschieden, weichen doch im Einzelnen erheblich von einander ab. Um ein Bild der Form zu erhalten und daran die Bemerkungen über die Akustik der Glocken knüpfen zu können, geben wir hier aus „Otte's Glockenkunde" (Leipzig 1858) die sogen. deutsche und die sogen. französische Rippe, Fig. 829; die folgenden Erörterungen nehmen indess ausschliesslich die deutsche Rippe zur Grundlage.

Die Abmessungen der Glocken werden allesammt nach der Dicke desjenigen Ringes bestimmt, an welchem der Klöppel der Glocke anschlägt, des „Schlagringes", und diese Einheit wird der „Schlag" genannt. Bei der deutschen Rippe erhält der Durchmesser der Glocke an dem untern Rande 14 Schlag, so dass also *ac*, Fig. 829 rechts, der Radius der Glocke, dort 7 Schlag beträgt. Zur

Französische Rippe. Fig. 829.



Konstruktion der Glockenform wird von dem Endpunkte *a* mit einem Radius = 1,25 Schlag ein Kreisbogen *hs* geschlagen, dessen Länge = 1,5 Schlag ist. Durch den Endpunkt *s* dieses Bogens wird die sogen. Standlinie *a* 1 ... 11 gezogen und auf dieser gemessen wird die Höhe der Glocke = 11 Schlag gemacht. Es werden dann in der Durchschnitts-Figur folgende Punkte fest gelegt: der Punkt *f*, welcher 1,5 Schlag von *a* entfernt ist, der Punkt *m*, welcher erhalten wird, indem in dem Abstande 3 Schlag von *a* auf die Standlinie *az* eine Senkrechte der Länge = 1 Schlag errichtet wird, und der Punkt *l*, indem diese Senkrechte um 0,5 Schlag verlängert wird. Der Punkt *i* wird erhalten, indem im Punkt 7 der Standlinie eine Senkrechte von 0,875 Schlag errichtet und der Punkt *k* indem diese Senkrechte um $^1/_3$ Schlag verlängert wird. Der Punkt *t* liegt auf der Standlinie im Abstande 10 Schlag von *a*, und der Punkt *n* um 0,25 Schlag von der Standlinie entfernt. Der Punkt *o* liegt von dem Punkt 11 der Standlinie auf der Senkrechten zu letzterer um 1 Schlag entfernt und der Punkt *p* von *o* wieder um 0,25 Schlag. Der Punkt *q* liegt auf der Horizontalen um 1,5 Schlag von dem Punkte 11 entfernt. Die Dicke der Platte *er* ist = 0,25 Schlag. Der obere Theil der Glocke oberhalb *n*, die Haube und Platte, erhalten regelmässig die Dicke von 0,25 Schlag. Den Theil *nk* nennt man den Hals der Glocke; derselbe wird erhalten, indem man die Punkte *n* und *k*, sowie *t* und *i* durch gerade Linien verbindet; im Halse wächst also die Dicke der Glocke stetig von $^1/_4$ Schlag auf $^1/_3$ Schlag. Die tiefer liegenden Theile haben eine geschweifte Form; von *ik* bis *lm* wird die Schweifung erhalten, indem die Punkte *i* und *m* durch einen Kreisbogen dessen Radius = 11 Schlag ist, *k* und *l* durch einen Bogen vom Radius = 14 Schlag verbunden werden. Weiter werden die Punkte *m*

und *f* durch einen Radius = 3 Schlag, die Punkte *l* und *g* durch einen Bogen, dessen Radius = 14 Schlag ist, verbunden. Der untere Rand wird schliesslich durch die geraden Linien *af* und *ag* bestimmt. Eine Rotation der Zeichnung um die Axe *ce* liefert die Gestalt der Glocke. Die senkrechte Höhe der Glocke *ce* beträgt darnach genau 0,75 des untern grössten Durchmessers.

Diese von Otte, nach Hahn's „Campanologie“ (Erfurt 1802), als die deutsche bezeichnete Glockenform ist keineswegs die allgemein von den deutschen Glockengiessern angewendete Form. Schafhäutl giebt im Bayer. Gewerbebl. für 1868 eine Beschreibung der Glocken der Liebfrauenkirche zu München, von denen die 8 grössern nachweisbar von deutschen Glockengiessern gegossen sind. Das Verhältniss des Durchmessers zum Schlag erreicht dort nirgendwo die Zahl 14, es schwankt vielmehr zwischen 11,28 und 13,63; selbst bei den beiden von einem und demselben Glockengiesser im Jahre 1617 hergestellten Glocken ist bei der einen das Verhältniss 12,40 bei der andern 13,63, bei zwei um 1450 von einem andern Meister gegossenen ist das Verhältniss 11,84 und 12,0. Ebenso wenig entsprechen die Formen dieser Glocken der oben angegebenen deutschen Rippe, noch auch sind sie einander selbst in allen ihren Theilen einander ähnlich. —

Die Glocken werden zum Tönen gebracht durch Anschlagen mit dem Klöppel. Die durch einen Schlag erregten Klänge enthalten den Grundton der Glocke und die in derselben möglichen Obertöne. Bei dem Grundton theilt sich die Glocke in 4 schwingende Quadranten, welche durch Knotenlinien von einander getrennt sind. Hierbei bildet der untere Rand der Glocke abwechselnd eine Ellipse, deren grosse Axe parallel der Bewegungsrichtung des Klöppels ist, abwechselnd eine deren grosse Axe zu derselben senkrecht ist. Die Knotenlinien, die Punkte, welche also bei den Schwingungen in Ruhe sind, liegen gegen die beiden oben angegebenen Richtungen um 45° verschoben.

Diese Theilung entspricht bei allen Glocken dem Grundton, den die Glocke liefert. Deshalb gilt für diesen unzweifelhaft der Satz, dass bei in jeder Richtung ähnlichen Glocken die Schwingungszahl des Grundtons den homologen Dimensionen umgekehrt proportional sein muss. Da nun allen Dimensionen der Schlag als Einheit zu Grunde liegt, so folgt, dass bei Glocken gleicher Form die Schwingungszahl dem untern Durchmesser der Glocke umgekehrt proportional sein muss, voraus gesetzt selbstverständlich, das Material der Glocke resp. Elastizitäts-Koeffiz. und Dichte gleich sind. Ebenso muss auch bei ähnlichen Glocken, da das Gewicht derselben der 3. Potenz der homologen Dimensionen proportional ist, die Schwingungszahl der 3. Wurzel aus dem Gewicht der Glocken umgekehrt proportional sein. Ist also D der Durchmesser, P das Gewicht der Glocke, N die Schwingungszahl des Grundtons, so muss:

$$N = \frac{A}{D}\,;\quad ND = A \quad \text{oder auch:} \quad N = \frac{B}{\sqrt[3]{P}}\,;\quad N\sqrt[3]{P} = B$$

sein, wenn A und B von dem Material und der Form der verglichenen Glocken abhängige Konstanten sind.

In wie weit diese Beziehung bei wirklich ausgeführten Glocken sich gültig zeigt giebt folgende Tabelle zu erkennen, welche die von Schafhäutl näher untersuchten Glocken der Münchener Frauenkirche zusammen stellt. Wenn auch die Glocken in den Einzelheiten keineswegs genau ähnlich sind, so ist doch, da sie alle deutschen Ursprungs sind, anzunehmen, dass sie im grossen und ganzen ähnliche Form haben. Der Durchmesser der Glocken D ist in bayer. Zollen, das Gewicht in bayer. Pfunden angegeben. Da es sich hier nur um eine Vergleichung handelt, hat die Umrechnung in das metrische System keine Bedeutung. Um ein Bild von der Verschiedenheit der Formen zu geben, ist unter n das Verhältniss des Durchmessers zur Dicke des Schlagringes beigefügt.

D	n	P	N	ND	$N\sqrt[3]{P}$
85,20	11,72	12 500	216,5	18 445	5 025
68,33	12,40	6 000	266,5	18 225	4 843
58,00	11,84	4 500	337	18 546	5 520
60,66	13,63	4 000	292,5	18 019	4 783
58,50	12,00	3 600	319,5	18 690	4 897
54,25	12,14	3 000	334,5	18 147	4 819
48,50	12,87	1 800	361	17 509	4 392
43,25	11,28	1 600	434	18 770	5 070
30,30	11,57	500	760,5	23 043	5 990
23,33	12,17	230	950	22 118	5 817

Die Zahlen der Tabelle sind sehr lehrreich; sie zeigen, dass selbst bei nicht unbeträchtlichen Abweichungen in der Form, die sich an den Zahlen der Columne für *n* erkennen lassen, bei Glocken die im allgemeinen ähnlich sind, die Produkte ND, wenn wir die beiden leichtesten Glocken ausnehmen, nicht sehr viel von einander abweichen. Die Vergleichung der Zahlen der beiden letzten Columnen der Tabelle lässt auch sofort den Grund der Abweichung erkennen. Diese Zahlen gehen im grossen und ganzen parallel; man erkennt somit, dass wenn der Ton im Verhältniss zu dem untern Durchmesser der Glocke zu hoch ist dann gleichzeitig das Gewicht der Glocke das grössere ist. Das Mittel der Werthe ND für die ersten 8 Glocken ist 18419, das Mittel der Werthe $N\sqrt[3]{P}$ ist 4903, die Abweichungen von diesen Mittelzahlen laufen einigermaassen parallel; dort wo das Produkt ND das Mittel erheblich übersteigt, ist das Gleiche für das Produkt $N\sqrt[3]{P}$ der Fall; wo das erstere Produkt erheblich unter dem Mittel liegt, thut es auch das zweite. Es folgt somit, dass bei wesentlich gleicher Form und gleichem Durchmesser der Glocke der Grundton der Glocke um so höher wird, je grösser das Gewicht der Glocke ist, je grösser also im Mittel die Dicke des Metalls ist.

Es entspricht das auch der Theorie der Schwingungen kreisförmiger Platten; der Satz über die Schwingungszahlen von Platten die in allen ihren Dimensionen ähnlich sind, dass sich dieselben umgekehrt verhalten wie die homologen Dimensionen, setzt sich eigentlich aus zwei Sätzen zusammen. Die Schwingungszahlen sind nämlich der Dicke der Platten direkt und dem Flächeninhalte derselben umgekehrt proportional. Dass die Verbindung dieser beiden Sätze den Satz von den homologen Dimensionen giebt, erkennt man leicht. Sind N die Schwingungszahlen einer Platte vom Radius r und der Dicke d, dagegen N_1 bei einer Platte vom Radius r_1 und der Dicke d_1, so muss nach diesen beiden Sätzen: $N : N_1 = \frac{d}{r^2\pi} : \frac{d_1}{r_1^2\pi}$.

Ist $d_1 = a\,d$ und $r_1 = a\,r$, so wird: $N : N_1 = \frac{d}{r^2\pi} : \frac{a\,d}{a^2 r^2 \pi} = 1 : \frac{1}{a}$.

Man sieht demnach, dass die vielfach aufgestellte Behauptung die Höhe des Tons einer Glocke hänge **nur** von dem Durchmesser an ihrem untern Rande, nicht aber von ihrer Höhe und der Dicke des Metalls ab, falsch ist. In der Praxis ist das auch bekannt; denn man weiss, dass wenn der Ton einer Glocke zu hoch ausgefallen ist, man durch Abdrehen den Ton erniedrigen kann.

Welche **Grösse** und welches **Gewicht** eine Glocke haben muss, um einen bestimmten Ton zu geben, lässt sich hiernach nicht allgemein bestimmen; es hängt das wesentlich von der Rippe der Glocke ab. Für eine bestimmte Rippe ist das Gewicht der Glocke der 3. Potenz der verlangten Schwingungszahl umgekehrt proportional. Kennt man daher das Gewicht einer Glocke für einen bestimmten Ton, so kann man die gleiche Rippe, also durchweg ähnliche Form voraus gesetzt, das Gewicht der Glocke für jeden andern Ton bestimmen. Es ist dabei indess immer volle Gleichheit des Materials voraus gesetzt. Bis auf einige Prozent genau wird man aber immer für eine gegebene Rippe aus dem Gewichte einer Glocke diejenigen anderer Glocken berechnen können, da kleine Aenderungen in der Form nach der vorigen Tabelle keinen erheblichen Einfluss haben. Das Gleiche gilt für die Berechnung des Durchmessers. Wir setzen deshalb für die oben beschriebene deutsche Rippe die erforderlichen Zahlen her. Nach Hahn's „Campanologie" soll eine Glocke, welche das zweigestrichene *c* also etwa 522 Schwingungen giebt, einen Durchmesser von 32″ rheinisch haben und 700 Pfund Nürnberger Gewicht wiegen. In rhein. Zollen ergiebt sich daher der Durchmesser einer Glocke, welche die Schwingungszahl N haben soll, aus: $D = \frac{32 \,.\, 522}{N} = \frac{16104}{N}$, oder da 1″ rhein. $= 2{,}615^{\text{cm}}$ ist: $D = \frac{42110}{N}$ $(^{\text{cm}})$.

Als Mittel für die 8 grossen Münchener Glocken ergäbe sich in rhein. Zollen: $D = \frac{17057}{N}$ also ein merklich grösserer Durchmesser.

Das alte Nürnberger Pfund ist $= 0{,}51$ kg; somit wiegt die Glocke, deren Ton das zweigestrichene *c* ist, 357 kg, es ist daher: $N\sqrt[3]{P} = 522 . 7{,}094 = 3703$ oder das Gewicht P einer Glocke, deren Schwingungszahl N ist: $P = \left(\frac{3703}{N}\right)^3$ (kg).

Für die erwähnten Münchener Glocken ergäbe sich, da 1 Pfd. bayer. $= 0{,}56$ kg ist, im Mittel:

$$P = \left(\frac{4041}{N}\right)^3.$$

Man sieht dieselben sind für gleiche Tonhöhe, dem grössern Durchmesser entsprechend, erheblich schwerer, also von grösserer Metalldicke als die nach der deutschen Rippe gegossenen Glocken.

Es sei hier bemerkt, dass bei gleicher Tonhöhe der Klang der schwereren Glocken der wuchtigere ist, wie sich schon daraus erklärt, dass durch das Anschlagen der schwereren Glocken eine grössere Masse in Bewegung gesetzt wird. Es ist deshalb durchaus nicht empfehlenswerth, aus Sparsamkeits-Rücksichten das Gewicht der Glocken möglichst klein zu wählen. Die Ersparniss tritt stets auf Kosten der Schönheit des Geläutes ein.

Wenn man so auf Grund der Theorie und Erfahrung über den Grundton der Glocke noch wohl allgemeine Regeln aufstellen kann, so dass man bei gegebener Rippe die Dimensionen der Glocke aus dem verlangten Tone mit ziemlicher Annäherung bestimmen kann, so ist man in Bezug auf die Obertöne lediglich auf die Erfahrung an bestimmten Glocken angewiesen. Als allgemeinen Satz kann man hier nur den aufstellen, dass das Schwingungs-Verhältniss der Obertöne zum Grundton nur bei vollkommener Aehnlichkeit, also bei identisch gleichen Rippen genau das gleiche ist.

Die Obertöne kommen dadurch zu Stande, dass die Glocke sich in Unterabtheilungen theilt, welche für sich schwingen. Vermuthlich werden es wesentlich Theilungen sein, welche durch zum Rande parallele Kreise gebildet werden. Wo diese Kreise liegen, und welche Schwingungszahlen den durch sie bewirkten Theilungen entsprechen, hängt durchaus davon ab, nach welchem Gesetz die Dicke der Glocke vom Rande gegen die Platte hin abnimmt; schon kleine Modifikationen werden die Obertöne wesentlich verändern. Alle Versuche aus der Dimensionirung der einzelnen Theile der Glocke die Obertöne abzuleiten, sind wie schon Schafhäutl in der mehrerwähnten Abhandlung richtig hervor hebt, unhaltbar.

Bemerken wollen wir nur, dass nach den Zusammenstellungen, welche Otte in seiner Glockenkunde giebt, jede gute Glocke neben dem Grundton die Oktave desselben giebt und ausserdem noch einen zwischen liegenden Ton: kleine Terz, grosse Terz, oder Quarte. Hieraus ergiebt sich, dass man zur Herstellung eines harmonischen Geläutes nicht Glocken von identisch gleichen Rippen anwenden darf. Denn dadurch würden, wenn die Grundtöne einen konsonirenden Akkord bilden, die zwischen dem Grundton und der Oktave liegenden Obertöne scharfe Dissonanzen liefern. Würden z. B. die Glocken des Dur-Dreiklanges alle so gegossen, dass sie, als 2. Ton die grosse Terz geben, so würden, wenn wir den tiefsten Ton $= 1$ setzen, die von den Glocken gelieferten Töne folgende sein:

$$1, \frac{5}{4}, 2; \quad \frac{5}{4}, \frac{25}{16}, \frac{10}{4}; \quad \frac{3}{2}, \frac{15}{8}, \frac{6}{2},$$

oder wenn wir alle Zahlen mit 16 multipliziren und die Töne der Höhe nach ordnen:

$$16,\ 20,\ 24,\ 25,\ 30,\ 32,\ 40,\ 48.$$

Der 3. und 4. würden im Verhältniss des kleinen, der 5. und 6. in dem des grossen halben Tones, der 1. und 5. im Verhältniss der grossen Septime stehen. Welchen konsonirenden Akkord man auch wählt, bei identisch gleichen Rippen kommen diese Differenzen stets vor. Man muss daher durch verschiedene Vertheilung der Masse in der Glocke, also durch kleine Modifikationen der Rippe den mittlern Ton der Glocken etwas ändern; wird bei der 2. Glocke der 2. Ton um einen kleinen halben Ton vertieft, bei der 3. derselbe um einen grossen halben Ton erhöht, so ist die Consonanz wieder hergestellt. Für ersteres wird man den Hals der Glocke relativ etwas dünner für letzteres ihn etwas dicker nehmen müssen. Im Speziellen ist man indess dabei lediglich auf die Kunst des Glockengiessers angewiesen.

XI.

Elektrizität und Magnetismus.

Bearbeitet von **F. Posern**, Regierungs-Baumeister in Berlin.

Litteratur.

Hand- und Lehrbücher.

Beer. Einleitung in die Elektrostatik, die Lehre vom Magnetismus und die Elektro-Dynamik. Braunschweig 1865, Vieweg.

Clausius. Die Potential-Funktion und das Potential. Leipzig 1867, Barth.

Dub. Der Elektromagnetismus. Berlin, Springer.

Ferrini. Technologie der Elektrizität und des Magnetismus; deutsch von Schröter. Jena 1879, Costenoble.

Fröhlich. Die Lehre von der Elektrizität und dem Magnetismus (Bd. II. von Zetzsche's Handbuch der elektr. Telegraphie). Berlin 1877, Springer.

Hauck. Die Grundlehren der Elektrizität (Bd. IX. d. elektrotechn. Bibliothek). Leipzig 1883, Hartleben.

Fleming Jenkin. Elektrizität u. Magnetismus; deutsch von Exner. Braunschweig 1880, Vieweg.

Mascart. Handbuch der statischen Elektrizität; deutsch von Wallentin. Wien 1883, Pichler.

Maxwell. Lehrbuch der Elektrizität u. des Magnetismus; deutsch von Weinstein. Berlin 1883, Springer.

Maxwell. Die Elektrizität in elementarer Behandlung; deutsch von Graetz. Braunschweig 1883, Vieweg.

Müller-Pouillet. Lehrbuch der Physik; neu bearbeitet von Pfaundler, Band III. Braunschweig 1881, Vieweg.

Riemann. Schwere, Elektrizität u. Magnetismus; nach dessen Vorlesungen bearbeitet von Hattendorf. Hannover 1876, Rümpler.

Ries. Abhandlungen zur Lehre von der Reibungs-Elektrizität. Berlin 1867, Hirschwald.

Serpieri. Das elektrische Potential, in elementarer Darstellung; deutsch von Reichenbach. Leipzig 1884, Hartleben.

Tumlirz. Das Potential, gemeinfasslich dargestellt (Bd. XXIII. der elektrotechn. Bibliothek). Leipzig 1884, Hartleben.

Wiedemann. Die Lehre vom Galvanismus und Elektromagnetismus. Braunschweig 1872, Vieweg.

Formel-Sammlungen etc.

Zech. Elektr. Formelbuch (Bd. X. der elektrotechn. Bibliothek). Leipzig 1883, Hartleben.

Uppenborn. Kalender für Elektrotechniker. München u. Leipzig, Oldenburg.

Aufgaben-Sammlungen.

Kovacevic. Sammlung von Aufgaben aus der galvan. Elektrizitätslehre. Prag 1881, Dominikus.

(Siehe im übrigen auch: May. Welt-Litteratur der elektrotechn. Wissenschaft; 1860—1883, Bd. XX. von Hartleben's elektrotechn. Bibliothek.)

Maxwell's schönes Buch wurde so weit als thunlich als Hauptquelle benutzt.

Das durch Experimente gewonnene Thatsachen-Material, welches nur in der grössten Kürze berücksichtigt werden konnte, liefert in ausführlicher Weise das verbreitete Buch von Müller-Pouillet und in erschöpfender Vollständigkeit das grosse Werk von Wiedemann.

A. Das absolute Maasssystem.

„Absolut" nennt man ein Maasssystem, wenn dessen Werthangaben überall Gültigkeit haben, wo immer auch sie gemessen sind.

Unser konventionelles Maasssystem ist kein absolutes, weil in demselben die Kräfte durch die Gewichte der Massen-Einheit gemessen werden, unter der Annahme, dass die Veränderung, welche die Wirkung der Schwerkraft für die verschiedenen Orte an der Erdoberfläche erleidet, für die praktischen Zwecke vernachlässigt werden kann.

Ein Maasssystem, welches ausschliesslich auf die drei Grundeinh. der Masse, der Länge und der Zeit gegründet ist, ist ein absolutes. Alle Maasseinh. desselben, so weit sie nicht durch diese Grössen direkt repräsentirt sind, werden durch Potenzen der Längeneinh. oder durch Produkte der mit entsprechenden Exponenten behafteten Potenzen der Fundamental-Einh. dargestellt.

Um anzugeben, in welcher Weise eine Grösse von Masse, Länge und Zeit abhängt, werden, in der von Maxwell aufgestellten Bezeichnungsweise, diese 3 durch die Buchstaben M, L und T bezeichnet und diese Zeichen, mit entsprechenden Exponenten versehen, in eckige Klammern [] zusammen gestellt. Die Zusammenstellung heisst die Dimension der betr. Grösse.

Die Dimension einer Länge ist: $[L]$, die einer Fläche: $[L^2]$, die eines Raumes: $[L^3]$.

Die Dimens. einer Geschwindigkeit als Verhältniss von Länge und Zeit ist: $[L\,T^{-1}]$, die Dimension einer Beschleunigung ist: $[L\,T^{-2}]$.

Die Dimens. einer Kraft als Produkt aus Masse und Beschleunigung ist: $[M\,L\,T^{-2}]$.

Die Dimens. einer Arbeit oder Energie als Produkt von Kraft und Weg: $[M\,L^2\,T^{-2}]$.

Nach Uebereinkunft des Pariser Elektriker-Kongresses von 1881 dienen für alle elektrischen Messungen als Einheiten:

Für die Längen das Centimeter, für die Massen das Gramm, für die Zeit die Sekunde der mittlern Sonnenzeit.

Man bezeichnet die so ausgedrückten Einh. als c. g. s. Einh. (Centimeter-Gramm-Sekunden-Einh.). Diese Einh. werden allen Maassangaben auf dem Gebiete der Elektrotechnik zu grunde gelegt, bezw. werden die für praktische Zwecke gebrauchten grösseren Einh., welche weiterhin zu definiren sind, auf dieselben zurück geführt.

Will man speziell bezeichnen, welche Einh. einer Angabe zu grunde liegen, so schreibt man die Zeichen der Einh. mit den entsprechenden Exponenten neben die Zahl. Z. B. für eine Arbeit: $200000 \frac{\text{g cm}^2}{\text{sec}^2}$.

Soll dieselbe in $^{\text{kg}}$ und $^{\text{m}}$ umgerechnet werden, so erhält man: $\frac{200000}{10^3 \,.\, 10^{2\,.\,2}} \frac{\text{kg m}^2}{\text{sec}^2} = 0{,}02 \frac{\text{kg m}^2}{\text{sec}^2}$.

Die Umrechnung einer in dem konventionellen Gravitations-Maass ausgedrückten Grösse in absolutes Maass erfolgt leicht nach der Formel: $P = Mg$, worin g die Beschleunigung der Schwere. Ist eine Kraft in Gramm gemessen unter der Breite 45° und der Höhe = 0 über dem Meeresspiegel, so ist sie behufs Umrechnung in absolutes Maass mit 980,533 $^{\text{cm}}$ sec.$^{-2}$ zu multipliziren. Hat die Bestimmung der Kraft unter der Breite λ und der auf den Meeresspiegel bezogenen Höhe z stattgefunden, so ist die Angabe zu multipliziren mit:

$g_\lambda = 980{,}533\ (1 - 0{,}0025659 \cos 2\,\lambda) \left(1 - 1{,}32 \frac{z}{R}\right)$ $^{\text{cm}}$ sec^{-2}, worin R den mittl. Erdhalbm. = 6366198 $^{\text{m}}$ bezeichnet. g ist hiernach für Berlin: 981,176; für Paris: 980,841; für London: 981,099.

Die französ. Physiker nennen die in c. g. s. ausgedrückte Einheit der Kraft „Dyne". 1 Dyne ist die Kraft, welche der Masse von 1 $^{\text{g}}$ in 1 Sek. die Geschwindigkeit von 1 $^{\text{cm}}$ ertheilt.

Die Einheit der Arbeit oder der Energie in demselben System ist das „Erg". 1 Erg ist die Arbeit, welche von 1 Dyne geleistet wird, wenn die Kraft eine Verschiebung von 1^{cm} in ihrer eigenen Richtung vollbringt.

Wird englisches Maass und Fuss und Pfund als Einheit der Länge und der Masse benutzt, so nennt man die darauf basirte Einheit der Kraft „Poundal", die Einheit der Arbeit „Fuss-Poundal".

Benutzt man für g den Werth = 981, so ist:

$$\left.\begin{matrix}1 \text{ Dyne} \\ 1 \text{ Erg}\end{matrix}\right\} = 0{,}0010194 \left\{\begin{matrix}^{g} \\ ^{cmg}\end{matrix}\right\} \text{Gravitations-Maass.}$$

$$\left.\begin{matrix}1^{g} \text{ Gravitations-Maass} \\ 1^{cmg} \quad „\end{matrix}\right\} = 981 \left\{\begin{matrix}\text{Dyne,} \\ \text{Erg.}\end{matrix}\right.$$

Nach Joule ist das mechanische Wärmeäquivalent $\frac{1}{A}$ von 1 Gramm-Kalorie*) (bezogen auf $1^{ccm} = 1^{g}$ Wasser) = $42354{,}2^{gcm}$ Gravitations-Maass. Da in Manchester, wo Joule seine Versuche anstellte, die Arbeitsmenge von 1^{gcm} = 981,54 Erg ist, beträgt: $\frac{1}{A} = 42354{,}2 \,.\, 981{,}54 = 41572500$ Erg.

Gewöhnlich rechnet man das Arbeits-Aequival. von $1^{g\text{-}cal.} = \frac{1}{A} = 416 \,.\, 10^{5}$ Erg, 1 Erg also für das Arbeits-Aequival. von $240 \,.\, 10^{-10\,g\text{-}cal.}$

B. Grundzüge der Potential-Theorie.**)

I. Elektrisches und magnetisches Kraftgesetz.

Da das wahre Wesen der elektr. und magnet. Erscheinungen nicht bekannt ist, wird es nothwendig, eine Annahme zu machen, welche es ermöglicht, die Erscheinungen dem Kalkül zu unterwerfen.

Wir nehmen an, dass es 2 imponderable elektr. Agentien gebe, welche als + und — Elektrizität bezeichnet werden und welche die Eigenschaft haben, dass die gleichnamigen Agentien sich abstossen, die ungleichnamigen sich anziehen.

Gleicher Weise nehmen wir 2 imponderable magnet. Agentien an, die als + und — Magnetism. bezeichnet seien, und welche bezüglich der gegenseitigen Kraftwirkung sich analog wie die elektr. Agentien verhalten.

Wir nehmen an, dass Kraftwirkungen zwischen den genannten Agentien und den ponderabeln Atomen nicht existiren.

Im gegenwärtigen Abschnitt betrachten wir nur Kraftwirkungen, welche elektr. Agens auf elektr., magnet. auf magnet. ausüben. Wir haben für den in Betracht gezogenen Zustand, nämlich den des Gleichgewichts der wirkenden Agentien, anzunehmen, dass Kraftwirkungen zwischen elektr. und magnet. Agens nicht existiren.

Die andern Eigenschaften, welche wir den Agentien beilegen müssen, sollen erst später hervor gehoben werden, da sie zur allgem. Darstellung der Kraftwirkung zunächst nicht in Betracht kommen.

Durch experimentelle Untersuchung ergiebt sich, dass man folgendes Gesetz der Kraftwirkung zwischen den supponirten Agentien aufstellen muss (Gesetz von Coulomb):

Wenn man in 2 Punkten gewisse Quantitäten Agens konzentrirt denkt, ist die Kraftwirkung zwischen den beiden Punkten direkt proportional den in den Punkten vorhandenen Quantitäten und umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung.

Die Kraftwirkung ist für beide Punkte gleich gross und findet auf ihrer Verbindungslinie statt.

*) Die gewöhnlich benutzte $^{kg\text{-}cal.}$ ist = $1000^{g\text{-}cal.}$, wonach die weitern Beziehungen leicht zu ermitteln sind.

**) Siehe ausser den Eingangs zitirten Büchern von Clausius, Maxwell, Serpieri, Tumlirz auch Thomson u. Tait. Theoret. Physik.; deutsch. v. Helmholtz u. Wertheim. Braunschweig 1874. Vieweg. Bd. I., 2. Th., Kap. 6. — Die Potential-Theorie ist im Nachstehenden speziell in Bezug auf die Theorie der Elektrizität und des Magnetismus entwickelt. Es sei jedoch hervor gehoben, dass so weit den Ausgangspunkt für die Entwickelung dieses Abschn. nur das in I gegebene Kraftgesetz liefert, die weitern Erörterungen überall Geltung haben, wo ein gleiches Kraftgesetz gilt, also auch auf dem Gebiet der Massen-Anziehung.

Sind also m und m_1 die in 2 um die Länge r von einander entfernten Punkten konzentrirt gedachten Mengen des Agens, so ist die in jedem der Punkte wirkende Kraft:

$$R = \pm \frac{m\,m_1}{r^2}. \qquad (1)$$

Dem Gesetz der Kraftwirkung entsprechend gilt das + Zeichen für Abstossung, das — Zeichen für Anziehung.

II. Elektrische und magnetische Einheit der Quantität des Agens.

Befinden sich in beiden Punkten gleiche Quantitäten des Agens, so ist nach Gleichg. (1): $m = r\sqrt{R}$. Für $r = 1$ und $R = 1$ ist $m = 1$. Man erhält danach folgende Definition für die Einh. der Elektrizit. bezw. des Magnetism.:

Als elektr. und magnet. Einheit betrachtet man diejenige Menge des supponirten Agens, welche in einem Punkte konzentrirt gedacht auf eine gleich grosse Menge des Agens, welche in einem 2. Punkte in einer Entfernung = der Längeneinheit konzentrirt ist, eine Anziehungs- oder Abstossungskraft = der absoluten Krafteinheit ausübt. Die Dimension dieser Grösse ist:

$$[L] \times [M L T^{-2}]^{1/2} = [M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}].$$

Die so definirte Einh. der Elektrizit. heisst die elektrostatische Einh. und liefert die Basis des elektrostat. Maasssystems, während die magnet. Einh. die Grundlage des elektromagnet. Maasssystems ist. Die Unterschiede beider Maasssysteme sollen an späterer Stelle erörtert werden. Bis dahin werden die Dimensionen der noch zu definirenden Grössen unter Zugrundelegung der vorstehenden Definition der Grundeinh. benutzt werden.

III. Elektrisches u. magnetisches Feld u. Kraft-Intensität.

Denkt man einen oder mehrere begrenzte Theile des Raumes mit Agens angefüllt, so wird der umgebende Raum in der Weise verändert, dass ein in denselben eingeführter Punkt, in welchem eine gewisse Quantität des + oder — Agens konzentrirt gedacht wird, Kraftwirkungen ausgesetzt ist. Der so veränderte Raum heisst ein magnet. oder elektr. Feld.

Die Kraft, welche auf einen in das Feld eingeführten, mit der Menge m_1 des Agens geladenen Punkt wirkt, hat die allgem. Form: $R = m_1 \int r^{-2}\, dm = m_1 K$, worin dm die in den einzelnen Raum-Elementen des mit Agens erfüllten Raumes vorhandene Menge des Agens, r die Entfernungen der einzelnen Raum-Elemente von dem angezogenen Punkte bezeichnen.

Enthält der angezogene Punkt die Quantität 1, so ist $R = K$. Der Werth K heisst die resultirende Kraft-Intensität in dem betr. Punkte des Feldes; die Definition dieser Grösse ist also folgende:

Die resultirende Kraft-Intensität in einem Punkte eines elektr. oder magnet. Feldes ist die Kraftwirkung auf die in diesem Punkte konzentrirt gedachte Einh. des Agens*).

Die Dimension der Kraft-Intensit. ist:

$$\text{Quantität des Agens: (Länge)}^2 = [M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}] : [L^2] = [M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1}].$$

Die Richtung und Grösse der Kraft-Intensit. ist im allgem. in den verschiedenen Punkten des Feldes verschieden. Kann der den Kraftwirkungen ausgesetzte Punkt denselben frei folgen, so beschreibt er eine (im allgem.) krummlinige Bahn, deren Tangenten mit der Richtung der Kraftresultanten in den Berührungspunkten stets zusammen fallen. Diese Bahnen nennt man Kraftlinien oder Induktions-Linien. Ist die resultirende Kraft-Intensit. für alle Theile des Feldes nach Grösse und Richtung konstant, so heisst das Feld homogen.

IV. Das Potential.

Zur bequemen Darstellung der Beziehungen zwischen den im Felde wirkenden Kräften und der Vertheilung des Agens, sowie sonstiger Beziehungen dient eine Funktion, welche als Potential bezeichnet wird und welche folgendermaassen definirt wird:

*) Die elektr. und magnet. Kraft-Intensit. finden auf dem Gebiete der Massen-Anziehung ihr Analogon in der Intensit. der Schwere, welche gewöhnlich mit g bezeichnet wird.

Das Potential in einem Punkte eines Feldes ist diejenige Arbeit, welche geleistet werden muss, wenn die in einem Punkt konzentrirt gedachte Einheit des Agens aus der Unendlichkeit (oder allgemein von einem Punkte aus, wo das Potential $= 0$ ist) unter Ueberwindung der im Felde wirkenden Kräfte bis in den betrachteten Punkt transportirt wird, unter der Annahme, dass hierdurch eine Aenderung in der Vertheilung des Agens, welches das Feld bildet, nicht bewirkt wird.

Seien A u. B zwei in ihrer Lage fixirte Punkte im Felde, V_A u. V_B die entsprechenden Potentiale, so folgt unmittelbar, dass die Differenz $V_B - V_A$ die Arbeit vorstellt, welche erforderlich ist, um die Einheit von A nach B zu transportiren. Sei K die in einem Punkte des Feldes wirkende resultirende Kraft-Intensität, ds ein Wegelement, auf welchem die Einheit transportirt wird, so ist nach bekannten Gesetzen der Mechanik: $V + dV - V + K ds \cos(Kds) = 0$.

$ds \cos(Kds)$ ist die Projektion von ds auf die Richtung von K. Setzt man dieselbe $= dr$, so ist: $dV = -K dr$; $K = -\frac{dV}{dr}$. (a)

Sind X, Y, Z die Kompon. von K nach 3 beliebig fixirten normalen Koordin.-Axen, so ist auch:

$$\frac{dV}{dr} = -\left(X\frac{dx}{dr} + Y\frac{dy}{dr} + Z\frac{dz}{dr}\right); \quad dV = -(X dx + Y dy + Z dz) \qquad (2)$$

und für die partiellen Aenderungen von V erhält man:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -X; \quad \frac{\partial V}{\partial y} = -Y; \quad \frac{\partial V}{\partial z} = -Z \qquad (3)$$

D. h.: Die partielle Ableitung des Potent. in einer beliebigen Richtung stellt die in dieser Richtung wirkende Komponente der Kraft-Intens. dar.

Wird das Feld durch einen einzelnen Punkt mit der Ladung $\pm m$ erzeugt, so ist in der Entfernung $= r$ von demselben: $K = \pm\frac{m}{r^2}$, sonach:

$$V = \mp \int_r^\infty \frac{m}{r^2} dr = \pm \frac{m}{r}.$$

Ist das Agens in mehreren Punkten konzentrirt, so wird: $V = \pm \Sigma\left(\frac{m}{r}\right)$ und füllt endlich das Agens einen begrenzten Raum aus, so ist an Stelle von m der Werth von dm, nämlich die im Raumelem. enthaltene Menge des Agens, an Stelle des Σ-Zeichens das $\int$-Zeichen zu setzen, und man erhält:

$$V = \pm \int \frac{dm}{r}. \qquad (4)$$

Ist $d\tau$ ein Elem. des mit Agens erfüllten Raumes, ρ die Raumdichte, so ist:

$$V = \pm \int\int\int \frac{d\tau\rho}{r} = \int\int\int \frac{\rho}{r} dx\, dy\, dz. \qquad (4\text{a.})$$

Ist das Agens über eine Fläche verbreitet, dS ein Flächenelem., σ die Flächendichte, so ist:

$$V = \pm \int\int \frac{dS\sigma}{r}. \qquad (4\text{b.})$$

Wäre nicht die Einh., sondern die Menge m_1 des Agens aus der Unendlichkeit bis in einen gegebenen Punkt des Feldes zu führen, so wird die betr. Arbeit, wie man leicht übersieht, dargestellt durch den Ausdruck:

$$P = m_1 V = m_1 \int \frac{dm}{r}. \qquad (5)$$

Die Dimension des Potent. ist nach (4):

Quantität des Agens : Länge $= [M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}] : [L^{-1}] = [M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}]$.

Nach der Definition ist das Potential $=$ Arbeit: Quantität des Agens, was natürlich dieselbe Dimension ergiebt.

Es bleibt zu erörtern, ob das Potent. und seine 1. Abgeleitete einen endlichen Werth behält, wenn der Punkt, für welchen das Potent. gebildet ist, sich innerhalb des mit Agens erfüllten Raumes befindet. In diesem Falle wird in der Form $\int \frac{1}{r}\, dm$ der Faktor $\frac{1}{r}$ für einen Theil der das Integral bildenden Summenglieder unendlich gross. Da indessen der Zähler dm unendlich klein bleibt, so kann man über die Beschaffenheit dieses Theils des Integrals von vorn herein nichts Bestimmtes aussagen; es ist also eine besondere Untersuchung erforderlich.

Es sei A ein Punkt in dem mit Agens erfüllten Raume. Wir denken denselben als Mittelp. einer Kugelfläche mit dem Radius $= 1$, und den Raum in elementare Pyramiden zerlegt, deren Spitzen in A liegen. Jede Pyram. schneidet aus der Kugel ein Flächenelem. $d\omega$, welches die Grösse des körperlichen Winkels an der Spitze der Pyram. misst. Der ganze körperliche Winkel um A ist $= 4\pi$.

Ein Raumelem. $d\tau$ kann dargestellt werden als ein element. Theil jener Pyram., welcher durch 2 Kugelfl. mit den Radien r und dr abgeschnitten wird; Dasselbe hat also die Grundfl. $r^2 d\omega$, die Höhe dr und es ist: $d\tau = r^2 dr\, d\omega$. Die darin enthaltene Menge Agens ist, wenn ϱ dessen — variable — Dichtigkeit: $dm = \varrho r^2 dr\, d\omega$, also nach (4): $V = \int\int \varrho r\, dr\, d\omega$. In dieser Form verschwinden alle Glieder in der durch das Symbol $\int$ angedeuteten Summirung, für welche r unendlich klein wird und man sieht ohne weiteres, dass das Potent. für einen Punkt innerhalb eines mit Agens erfüllten Raumes einen endlichen Werth behält.

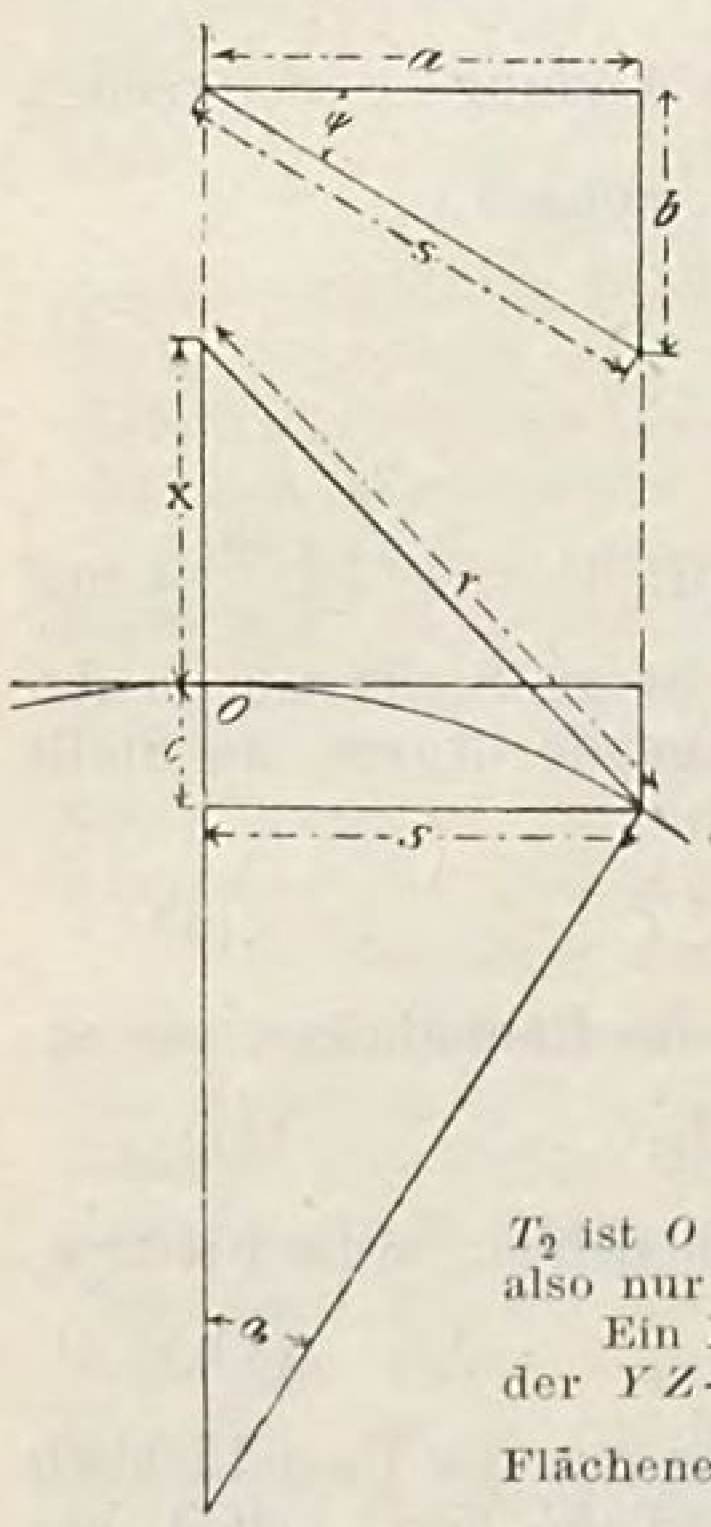
Aus (3) und (4) folgt für die Kompon. X: $X = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\int \frac{dm}{r} = -\int \frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x}\, dm.$

Sind x, y, z die Koordin. des Punktes, in welchem das Potent. gebildet wird, ξ, η, ζ diejenigen eines Raumelem. des mit Agens erfüllten Raumes, so ist der Abstand r dieser beiden Punkte bestimmt durch die Beziehung: $r^2 = (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2$; folglich:

$$\frac{1}{r} = \left[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2\right]^{-1/2}; \quad \frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x} = -\frac{x-\xi}{r^3} \text{ sonach: } X = -\frac{\partial V}{\partial x} = \int \frac{x-\xi}{r^3}\, dm. \; (a)$$

Setzt man in diesem Ausdruck für X den vorhin entwickelten Werth für dm, so erhält man: $X = \int \varrho \frac{x-\xi}{r}\, dr\, d\omega$. Rückt der Punkt, für welchen das Potent. gebildet wurde, in den mit Agens erfüllten Raum, so bleibt doch $x - \xi$ stets $\geqq r$; daher bleibt der Integrationsfaktor stets endlich.

Fig. 830.



Analoge Entwickelungen erhält man leicht für die Kraft-Kompon. Y und Z. Es ergiebt sich sonach, dass auch die 1. Abgeleitete von V einen bestimmten endlichen Werth behält, wenn der betrachtete Punkt in den mit Agens erfüllten Raum rückt.

Ist das Agens über eine Fläche verbreitet, so führe man die folgende Transformation aus: Die Flächendichte sei σ, welcher Werth endlich und stetig variabel ist. Man führe durch einen Punkt O der belegten Fläche, Fig. 830, eine Normale und eine tangirende Ebene, lege in erstere die X-Axe, in letztere die Y- und Z-Axe, in den Fusspunkt O der Normalen also den Nullpunkt. Eine 2. Normale in einem beliebigen andern Punkte der Fläche bilde mit der X-Axe einen spitzen Winkel α auf irgend einer Seite der Fläche.

Man kann sich jetzt immer ein endliches Gebiet um den Fusspunkt von x abgegrenzt denken, innerhalb dessen sämmtliche Normalen auf derselben Seite der Fläche die Linie x spitzwinklig schneiden; innerhalb dieses Gebiets wird also $\cos\alpha$ und also auch $\frac{\sigma}{\cos\alpha}$ endlich und stetig variabel bleiben. Man kann der Bequemlichkeit halber dieses Gebiet so abgegrenzt denken, dass seine Projektion auf die ZY-Ebene von einem Kreise begrenzt wird. Wir nennen dieses Gebiet T_1, und den Rest der Fläche T_2. Denken wir uns jetzt die Einheit aus unendlicher Entfernung bis in den Punkt O geführt, und bilden das Potent. für O, so kann man dasselbe in zwei Theile V_1 und V_2 zerlegen, von welchen V_1 von T_1, V_2 von T_2 herrührt. Für den Flächentheil T_2 ist O ein äusserer Punkt. Der Werth V_2 ist also zweifellos endlich; es ist also nur noch der Werth V_1 zu untersuchen.

Ein Punkt auf der Fläche T_1 habe die Koordin. a, b, c. Man führe in der YZ-Ebene Polarkoordin. ein, so ist: $a = s\cos\psi$; $b = s\sin\psi$ und ein Flächenelem. dS erhält den Werth $\frac{s\, ds\, d\psi}{\cos\alpha}$ alsdann erhält man durch Substitution von dS in Gleichg. (4 b): $V_1 = \int_0^s \int_0^{2\pi} \frac{\sigma}{\cos\alpha}\, \frac{s}{r}\, ds\, d\psi.$

Der Werth $\frac{\sigma}{\cos\alpha}$ ist ein endlicher. Für $s = 0$, wird $r = 0$; man kann aber den Bruch $\frac{s}{r}$ transformiren, wenn man den Punkt, in welchem das Potent. gebildet wird, zunächst als äussern Punkt auf der X-Axe betrachtet und ihn dann in die Fläche hinein rücken lässt, indem man $= 0$ macht; dann ist: $\frac{s}{r} = \frac{s}{\sqrt{s^2 + (x+c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{x+c}{s}\right)^2}}.$

Wird jetzt $x = 0$, so wird: $\frac{s}{r} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{c}{s}\right)^2}}$. Der Werth $\frac{c}{s}$ ist $= 0$ oder eine endliche Grösse; daher bleibt auch der Integrationsfaktor $\frac{s}{r}$ endlich und bestimmt.

Setzt man ferner in die obige Gleichg. (a.) für die Kraftkompon. X den Werth $dm = \sigma dS$, und substituirt für dS den vorstehend entwickelten Werth, so erhält man:

$$X = \int\int \frac{x - \xi}{r} \frac{s}{r^2} \frac{\sigma}{\cos\alpha} ds\, d\psi,$$

auf welchen Ausdruck die früher gezogenen Schlussfolgerungen anzuwenden sind.

V. Niveauflächen.

In einem Felde muss es unendlich viele Punkte geben, welche gleiches Potent. besitzen. Den Ort aller Punkte gleichen Potent. ist eine Fläche, welche bestimmt ist durch die Gleichg: $V = \text{Konst.}$ Eine solche Fläche heisst eine Niveaufläche, aequipotentielle Fläche oder ein Potent.-Niveau, Da die Differenz der Potent. zweier Punkte einer Niveaufl. $= 0$ ist, so ist auch die Arbeit zur Verschiebung des Agens auf einer Niveaufl. $= 0$. Daraus folgt, dass jede die Niveaufl. schneidende Kraftresultante keine Kompon. in der die Niveaufl. im Schnittpunkt tangirenden Ebene haben kann; d. h.: eine Niveaufl. wird in jedem ihrer Punkte von der Richtung der in dem betr. Punkte wirkenden Kraft-Intens. normal durchschnitten.

VI. Potential-Gefälle.

Man denke sich Potent.-Niveau's so gelegt, dass sich dass Potent. von Niveau zu Niveau um den konstanten Werth $= dV$ ändert, indess sei die Entfernung eines Punktes in dem Niveau V von dem nächsten Niveau $= dn$; (welche Grösse auf der durch jenen Punkt gehenden Kraftlinie gemessen wird). Dann ist nach den Erörterungen S. 889:

$$\frac{dV}{dn} = -K, \tag{6}$$

worin K die in dem betr. Punkte wirkende Kraft-Intens. bezeichnet. Den Werth $\frac{dV}{dn}$ nennt man das Potent.-Gefälle.

Die Kraft-Intens. in den einzelnen Punkten einer Niveaufl. steht also im umgekehrten Verhältniss zu dem jeweiligen Abstand der betrachteten von der benachbarten Niveaufl. Wenn dV, wie vorstehend konstant, also V als Urvariable angenommen wird, ist dn im allgem. veränderlich. Ist der Abstand der um dV verschiedenen Niveaufl. in deren ganzer Ausdehnung derselbe, also dn konstant, so ist auch die Kraft-Intens. K in der ganzen Niveaufl. V konstant.

VII. Vorzeichen.

Das Potent. wird stets auf die posit. Einh. bezogen. Dann ist in dem Felde eines posit. Agens das Potent. positiv, in dem eines negat. Agens negativ. Wird ein Feld durch in verschiedenen Räumen vorhandenes posit. und negat. Agens gebildet, so ist in Theilen des Feldes das Potent. posit., in andern Theilen negat. Die Begrenzung zwischen den posit. und negat. Theilen des Feldes bildet eine Niveaufl. mit dem Potent. $= 0$.

Man denke 2 Potent.-Niveaus V_a und V_b und zwar $V_b > V_a$. Wird der mit der Einh. geladene Punkt aus dem niedrigern Niveau V_a in das höhere Niveau V_b gebracht, so wird zu seiner Verschiebung die Arbeit $V_b - V_a$ verbraucht, welche von äussern Kräften geleistet werden muss. Seine potentielle Energie ist dann aber um diesen Betrag erhöht worden. Wird umgekehrt der betr. Punkt aus dem höhern Niveau V_b in das niedrigere V_a zurück geführt, so wird seine potentielle Energie um den Betrag $V_b - V_a$ vermindert. Diese Energie-Menge wird aktuell und kann zu irgend einer äussern Arbeits-Verrichtung nutzbar gemacht werden.

Der posit. Werth der Potent.-Differenz bedeutet also stets verbrauchte, potentiell gewordene Arbeit, der negat. gewonnene, aktuell gewordene Arbeit.

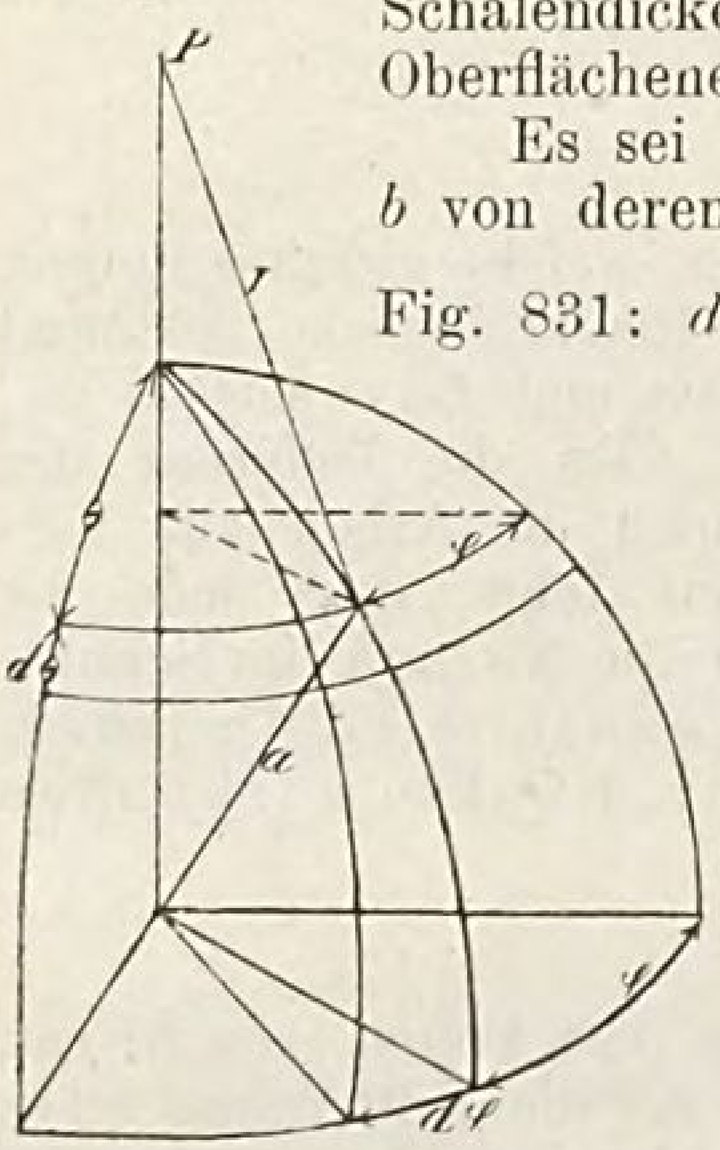
Ohne Rücksicht auf den numerischen Werth hat man stets den Werth $-V < 0$, den Werth $+V > 0$ zu betrachten.

Als posit. wird diejenige Richtung der Kraft und der Kraftlinien bezeichnet, in welcher ein posit. geladener Punkt durch die Kraftwirkung verschoben wird. Kraftlinien verlaufen also von Orten höhern zu Orten niedern Potent.

VIII. Potential der Kugel.

Kugelschale. Man denke den mit Agens erfüllten Raum durch 2 konzentr. Kugelflächen mit den Radien a und $a - \delta$ begrenzt. Die Dichtigkeit des Agens in der Kugelschale sei konstant $= \rho$. Man denke zunächst die Schalendicke δ unendlich klein; es ist: $dm = \delta dS \rho$, wenn dS ein Oberflächenelem. der Kugel a bezeichnet.

Fig. 831.



Es sei P ein Punkt im Felde dieser Kugelschale im Abstande b von deren Zentrum. Die Einführung von Polar-Koordin. ergiebt, Fig. 831: $dS = a^2 \sin \theta d\varphi d\theta$ also: $dV = \frac{dm}{r} = \sigma \frac{\delta a^2 \sin \theta d\theta}{r} d\varphi$.

Für einen Streifen von der Breite $d\theta$ liefert die erste Integration, da θ und r zunächst als konstant betrachtet werden:

$$d^1 V = \rho \frac{\delta a^2 \sin \theta d\theta}{r} \int_0^{2\pi} d\varphi = \rho \delta 2 \pi a^2 \frac{\sin \theta d\theta}{r}.$$

Es ist aber: $r^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$,

$$r dr = ab \sin \theta d\theta; \frac{\sin \theta d\theta}{r} = \frac{dr}{ab},$$

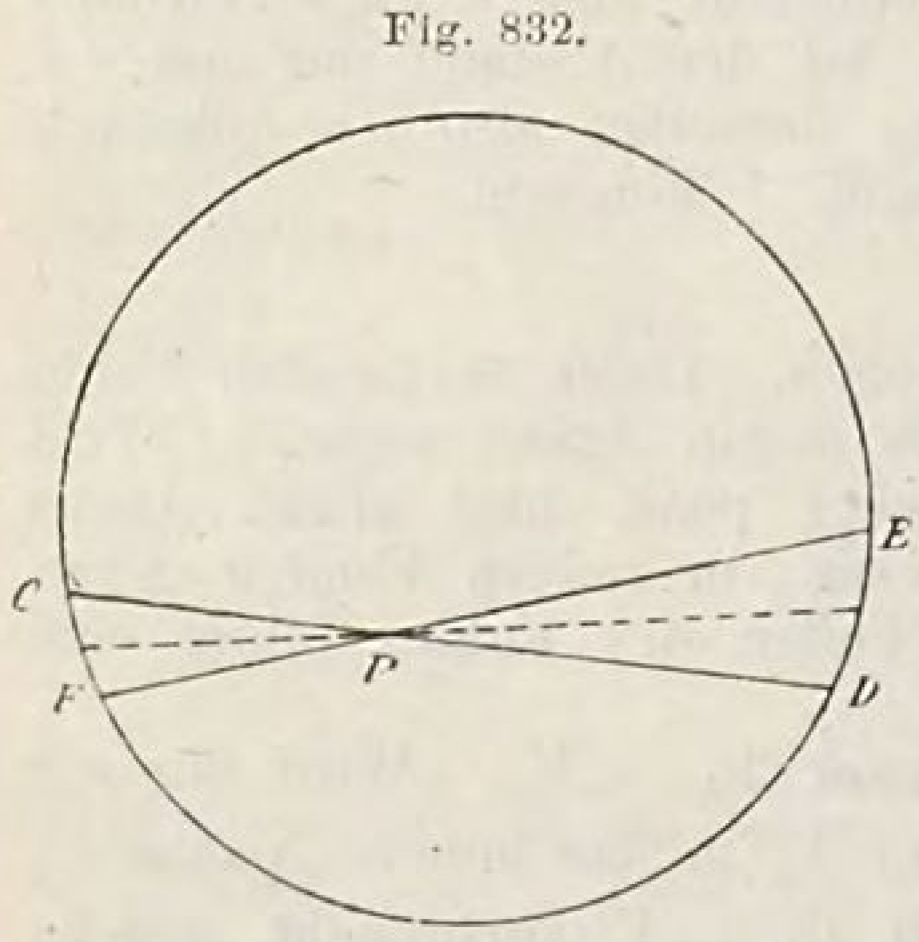
sonach:
$$d^1 V = \rho \frac{\delta 2 \pi a}{b} dr,$$

also endlich:
$$V = \rho \frac{\delta 2 \pi a}{b} \int_{b-a}^{b+a} dr = \frac{\rho \delta 4 \pi a^2}{b}.$$

Der Zähler ist die gesammte im System enthaltene Quantität des Agens $= m$, also ist auch:
$$V = \frac{m}{b} \text{ und: } K = \frac{m}{b^2}.$$

Die Wirkung dieser Kugelschale auf einen ausserhalb gelegenen Punkt ist also identisch mit der Wirkung eines Kraftzentrums in ihrem Mittelpunkte, in welchem die gesammte Ladung der Schale konzentrirt gedacht ist.

Fig. 832.



Der Punkt, auf welchen das Potent. bezogen wird, sei im Innern der Schale, in P. Man ziehe, Fig. 832, in dem grössten Kugelkreise, in dessen Ebene P liegt, 2 Sehnen durch P, deren Winkel, also auch die dadurch bestimmten Bögen unendlich klein seien. Dann können die Bögen ED u. CF mit den entsprechenden Sehnen als zusammen fallend betrachtet werden.

Wegen $\angle CPF = \angle EPD$ und: $CP : FP = EP : DP$ ist: $\triangle CPF \infty \triangle EPD$, also: $CF : ED = CP : EP$.

Lässt man die durch die schneidenden Sehnen bestimmte Figur um die Halbirungslinie des Winkels bei P rotiren, so schneiden die entstehenden elementaren Kegel auf der Kugeloberfl. 2 Flächenelemente dS_1 und dS_2 ab; für dieselben ist:

$$dS_1 : dS_2 = \overline{CF}^2 : \overline{ED}^2 = \overline{CP}^2 : \overline{EP}^2, \text{ also: } \frac{dS_2}{CP^2} = \frac{dS_2}{EP^2}.$$

Aus der unendlich dünnen Schale schneiden die Kegel 2 Elemente ab, deren Ladungen $dS_1 \delta \rho$ und $dS_2 \delta \rho$ sind. Die von denselben erzeugten Kraft-Intensit. auf P sind entgegen gesetzt gerichtet und es gilt für sie:

$$K_1 : K_2 = \frac{dS_1 \delta \rho}{CP^2} : \frac{dS_2 \delta \rho}{EP^2} = 1 : 1.$$

Die Kraftwirkungen zweier solcher Schalen-Elemente auf den Punkt heben sich auf. Da die ganze Kugelfläche in entsprechende Elem. zerlegt werden kann, ergiebt sich: Im Innern der Schale ist die Kraft-Intens. = 0 und daher nach Gleichg. (2) das Potent. konstant.

Ist die Kugelschale von endlicher Dicke, so kann sie in konzentr. Schalen von unendlich kleiner Dicke zerlegt werden. Die Schale von endlicher Dicke, innerhalb welcher die Dichtigkeit des Agens nur in der Richtung des Radius veränderlich ist, wirkt also auf den ausserhalb gelegenen Punkt, wie die in dem Mittelpunkte konzentrirte Ladung; innerhalb des von der Schale umschlossenen Raumes ist die Kraft-Intens. = 0.

Liegt der Punkt P in dem mit Agens erfüllten Theile der Kugelschale, so lege man über den Punkt eine konzentr. Kugelfläche, Fig. 833. Die Schale wird dadurch getheilt in einen äussern Schalentheil, in Bezug auf welchen der Punkt P ein innerer Punkt ist und in einen innern Schalentheil, in Bezug auf welchen der Punkt P ein äusserer Punkt ist. Die Kraftwirkung der erstern ist = 0, diejenige der letztern = der eines Kraftzentrums im Mittelp. der Kugel, in welchem die Ladung des innern Theils, der Kugelschale konzentrirt ist.

Fig. 833.

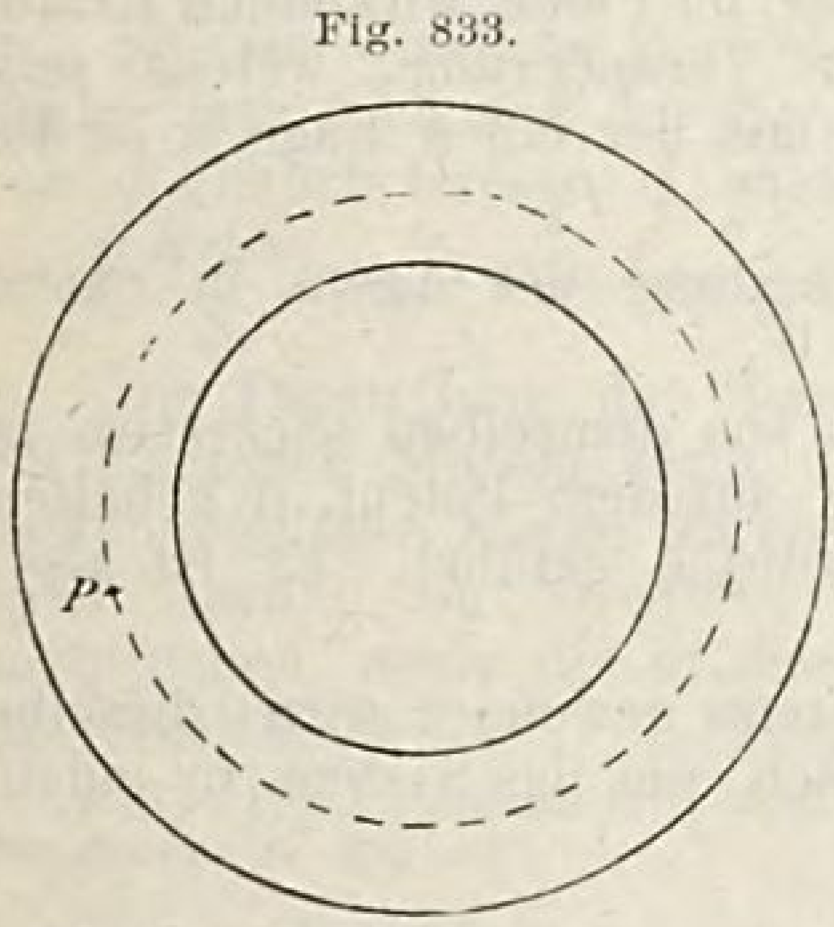
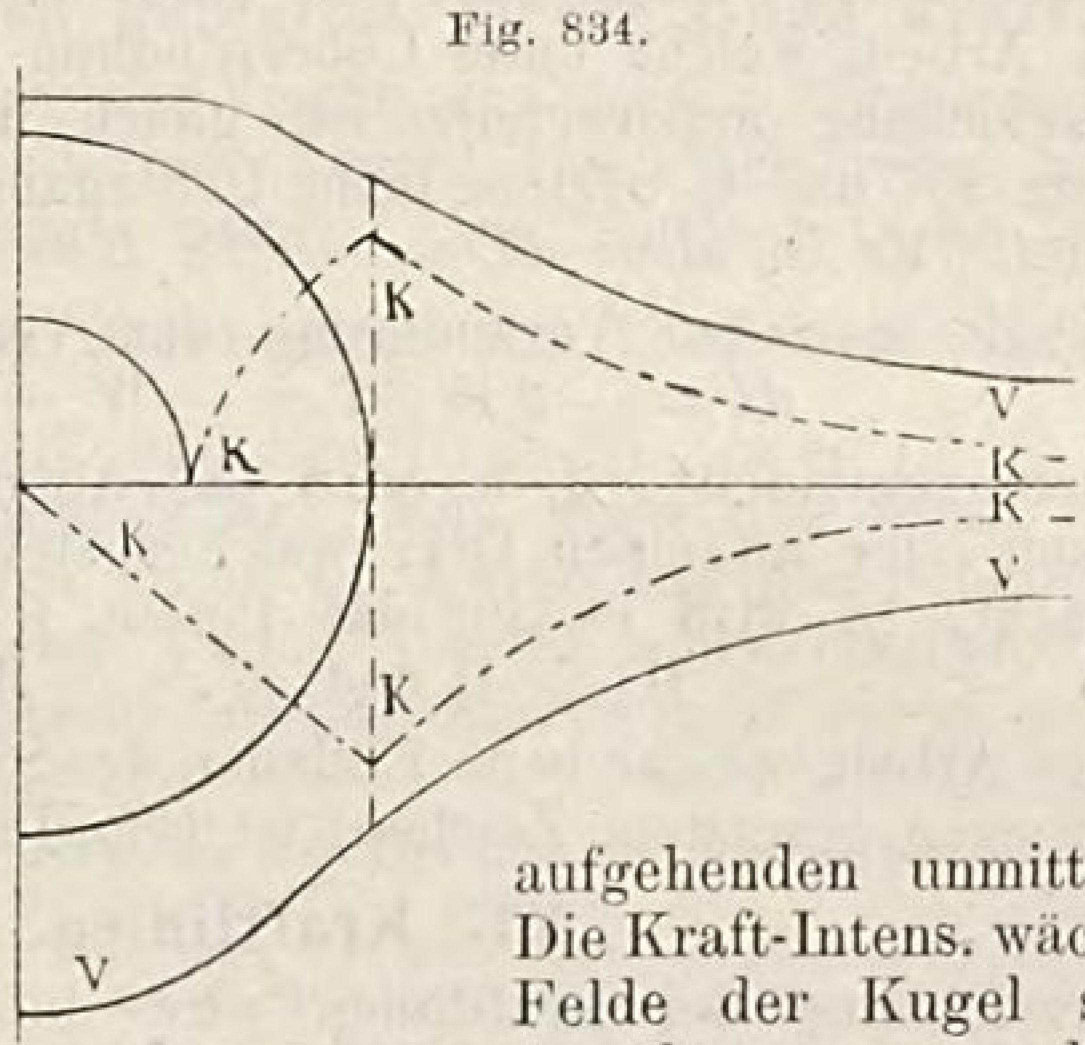


Fig. 834.



Erfüllt das Agens einen kugelförmigen Raum vollständig, so kann derselbe in einzelne Schalen zerlegt werden, wodurch sich die betr. Beziehungen nach dem Voraufgehenden unmittelbar ergeben. Die Kraft-Intens. wächst also in dem Felde der Kugel stetig mit der Annäherung an die Oberfläche, erreicht an dieser ihr Maximum, nimmt im Innern ab und wird im Mittelp. der ganz mit Agens erfüllten Kugel = 0. Das Potent. wächst stetig bei der Annäherung an den Mittelp. und erreicht bei der ganz mit Agens erfüllten Kugel in diesem sein Maximum.

Fig. 834 zeigt grafisch die Veränderung des Potent. und der Kraft-Intens. in der obern Hälfte im Felde einer Kugelschale, in der untern Hälfte im Felde einer ganz mit Agens gefüllten Kugel, unter Annahme konstanter Raumdichte des Agens.

IX. Potential eines Systems auf ein anderes und auf sich selbst.

Es sei ein Feld gebildet durch 2 kontinuirl. oder diskontinuirl. Punktsysteme, und es sei mit dm die in einem Punkte des 1., mit $d\mu$ die in einem Punkte des 2. Systems konzentrirte Quantität des Agens und mit r die Entfernung der betr. Punkte bezeichnet, — wobei m, μ, r wiederum variable Grössen sind. Man kann jedes der Systeme als im Felde des andern gelegen betrachten und man nennt Potent. des einen Systems auf das andere die Summe der Potent. aller Punkte des erstern Systems auf das zweite. Wir haben daher nach (5):

Für das 1. System $P_1 = \int V_2\,dm$ } wobei die Integration über alle Punkte von
„ „ 2. „ $P_2 = \int V_1\,d\mu$ } System 1 und System 2 auszudehnen ist.

Setzt man für V_1 und V_2 die Werthe aus (4), so erhält man:

$$P_1 = \int\int \frac{d\mu}{r}\,dm = \int \frac{d\mu}{r} \int dm = \int \frac{dm}{r} \int d\mu$$

$$P_2 = \int\int \frac{dm}{r}\,d\mu = \int \frac{dm}{r} \int d\mu = \int \frac{d\mu}{r} \int dm$$

also:
$$P_1 = P_2 = \int\int \frac{dm\,d\mu}{r} = \int V_1\,d\mu = \int V_2\,dm \qquad (7)$$

Die Potent. eines Systems auf ein anderes ist = dem Potent. des zweiten auf das erstere.

Betrachtet man jeden der einzelnen Punkte eines Systems als im Felde der übrigen Punkte seines Systems gelegen und bildet das bezügliche Potent., so ist die Summe aller dieser Potent. das Potent. des Systems auf sich selbst.

Es seien W das Potent. eines Systems auf sich selbst, dm_x und dm_y die in 2 beliebigen seiner Punkte vorhandenen Quantitäten des Agens und r deren Entfernung. Bildet man die Summe aller Glieder $\frac{dm_x\, dm_y}{r}$, indem man auf jede mögliche Art 2 Punkte zusammen fasst, so ist dieselbe $= 2\,W$, weil jedes Glied in der Summe zwei mal vorkommt; ein mal bei der Bildung des Potent. von dm_x auf dm_y, das zweite mal bei dem Potent. von dm_y auf dm_x. Es ist also:

$$W = \frac{1}{2}\int\int\frac{dm_x\, dm_y}{r}. \qquad (8)$$

X. Arbeit bei der Verschiebung und beim Laden eines Systems.

Liegt ein geladenes System im Felde eines andern, so ist nach der Definition des Potent. die Arbeit, welche unter Ueberwindung der im Felde wirkenden Kräfte zu seiner Verschiebung aufzuwenden ist, gleich der Veränderung, welche sein Potent. in Bezug auf das 1. System beim Uebergang aus der einen Lage a in die andere b erleidet. Es ist also: $dL = -dP$; $L = -P_a + P_b$.

Analog erhält man bei Veränderung der Vertheilung des Agens in einem System: $dl = -dW$; $l = -W_a + W_b$.

Wird das System „entladen", d. h. wird das Agens aus demselben suczessive in der Unendlichkeit oder an einen Ort, welcher stetig auf dem Potent. 0 gehalten wird, fortgebracht, so wird es auf das Potent. 0 zurück geführt. Es ist also:

$$W_b = 0 \text{ und: } l = -W_a.$$

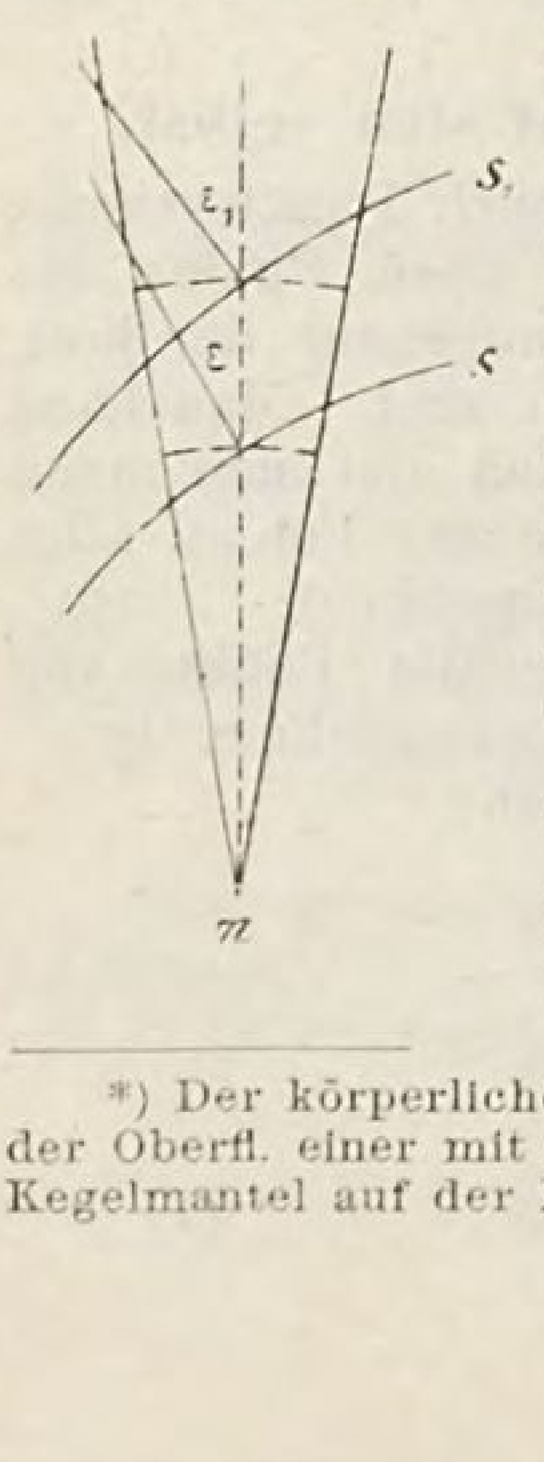
Dies ist diejenige Arbeit, welche beim Entladen des Systems gewonnen wird; dieselbe Arbeit (mit entgegen gesetztem Zeichen) ist erforderlich, um das System zu laden.

XI. Kraftlinien.

Durch Verzeichnung der Kraftlinien wird die Richtung der Kraft in jedem Punkte eines Feldes angegeben; man kann dieselben so verzeichnet denken, dass auch die Intens. in den einzelnen Gebieten der Niveaufl. dargestellt wird, wenn man, nach Faraday, die Zahl der Kraftlinien pro Flächeneinh. des Niveau's — der Dichte der Kraftlinien — numerisch = der Kraft-Intens. macht.

In einem Elem. $= dS$ einer Niveaufläche kann die Intens. als konstant $= K$ betrachtet werden. Sind die Kraftl. in der gedachten Weise gezogen, so ist die Zahl der das Elem. schneidenden Kraftl. $= K\,dS$. Seien, Fig. 835, S und S_1 2 belieb. Niveaufl. im Felde eines diskontinuirl. oder kontinuirl. Systems von mit Agens geladenen Punkten, und m ein beliebiges dieser Kraftzentren von der Stärke $= m$. Man denke einen element. Kegel mit der Spitze in m und mit dem körperlichen $\angle\, dw$.*) Derselbe schneidet aus beiden Niveaufl. 2 Elemente dS und dS_1 aus. Die von m ausgehenden Kraftlinien sind radiale Strahlen; die Zahl der das Elem. dS schneidenden Strahlen sei pro Flächeneinh. $= n$, für dS_1 pro Flächeneinh. $= n_1$. Da innerhalb des element. Kegels die Zahl der Kraftl. konstant ist, hat man: $n\,dS = n_1\,dS_1$. Sind ε, ε_1 die Winkel der Normalen in dS und dS_1 mit der Axe des element. Kegels, so ist: $dS\cos\varepsilon = r^2 w$, $dS_1\cos\varepsilon_1 = r_1{}^2 w$,

Fig. 835.



folglich: $\frac{n\,r^2}{\cos\varepsilon} = \frac{n_1\,r_1{}^2}{\cos\varepsilon_1}$ und: $\frac{n}{n_1} = \frac{\cos\varepsilon}{r^2} : \frac{\cos\varepsilon_1}{r_1{}^2}$.

Die zu den Flächenelem. normalen Kompon. der Kraft-Intens. in dS und dS_1 sind aber:

*) Der körperliche Winkel an der Spitze eines Kegels wird gemessen durch denjenigen Theil der Oberfl. einer mit dem Rad = 1 um die Spitze des Kegels gelegten Kugel, welcher von dem Kegelmantel auf der Kugel abgegrenzt wird.

$$K = \frac{m \cos \varepsilon}{r^2};\quad K_1 = \frac{m \cos \varepsilon_1}{r_1^{\,2}};\ \text{also ist: } K : K_1 = \frac{\cos \varepsilon}{r^2} : \frac{\cos \varepsilon_1}{r_1^{\,2}}.$$

Durch Anwendung derselben Betrachtungen auf die übrigen Punkte, unter Berücksichtigung, dass die resultirende Kraft-Intens. in einem Elem. der Niveaufl. = der Summe der normalen Kompon. der von den einzelnen Punkten erzeugten Intens. ist, ergiebt sich der Satz:

Sind die Kraftl. für eine einzelne Niveaufl. nach dem angegebenen Gesetz gezogen, so sind sie auch für den ganzen übrigen Raum nach demselben Gesetz gezogen.

Ist ferner dS' ein Elem. einer beliebigen in einem wie vor charakterisirten Felde gelegenen Fläche, so ist die Zahl der von einem der geladenen Punkte ausgehenden Kraftl., welche das Elem. schneiden, $= K\,dS \cos \varepsilon$. Da $K \cos \varepsilon$ die zu dS' normale Kompon. der Kraft-Intens. ist, so erhält man, wenn man auf ein System geladener Punkte übergeht, ohne weiteres den Satz:

Die zu einem Elem. einer beliebigen Fläche normale Kompon. der in dem Elem. wirksamen Kraft-Intens. ist = der Gesammtzahl der das Elem. pro Flächeneinh. schneidenden Kraftlinien.

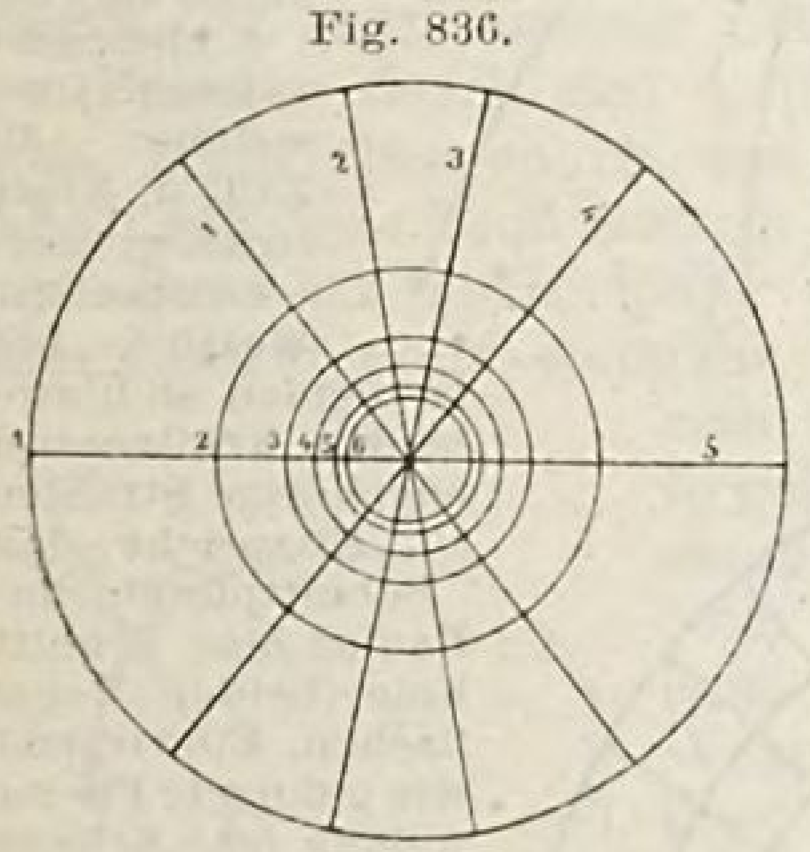
XII. Verzeichnung von Potential-Niveau's und Kraftlinien.

Für die wirkliche Darstellung der Vertheilung der Kraftlinien durch Diagramme denke man sich auf der Niveaufl. eine Anzahl von Flächenelem. zu einer Fläche von endlicher Grösse S zusammen gelegt. Die mittlere Dichte der Kraftlinien $= \int \frac{K\,dS}{S}$ giebt die mittlere Kraft-Intens. in dem betrachteten Gebiete an.

Die Darstellung der Niveaufl. und Kraftl. durch Zeichnung in der Ebene ist mit einfachen Mitteln nicht durchführbar. Man muss sich damit begnügen, eine passend gelegte Ebene durch den Raum zu führen und den Schnitt derselben mit einer Anzahl von Niveaufl., deren Potent.-Werthe einer bestimmten Zahlenreihe entsprechen, sowie die in die Ebene fallende Kraftl. nach einem gewissen Prinzip zu verzeichnen.

Beispiel 1. Darstellung des Diagramms der Niveaufl. und Kraftl. für ein Kraftzentrum von der Stärke m, Fig. 836.

Fig. 836.



Man lege die Bildebene durch das Kraftzentrum; dieselbe schneidet die Potent.-Niveau's in konzentr. Kreisen. Legt man den Potent. die Werthe 1, 2, 3 a bei, so verhalten sich die entsprechenden Radien wie die Werthe 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{a}$. Die Kraftl. sind aus dem Zentrum gezogene Radien. Sollen dieselben ein Maass der Kraft-Intens. liefern, so muss man sie so ziehen, dass sie auf der Kugelfläche Stücke ausschneiden, für welche die Zahl der dieselben schneidenden Kraftl. konstant ist.

Zu einer passenden Darstellung gelangt man, wenn man die in der Ebene durch das Kraftzentrum angefertigte Zeichnung als den Schnitt dieser Ebene mit einer Figur im Raume betrachtet, welche durch Rotation des Diagramms um eine durch das Kraftzentrum gehende Axe entstanden ist. Eine Kraftl., welche mit jener Axe den $\angle\ \Theta$ bildet, beschreibt dann einen Kegel, der von der Niveaufl. bestimmte Stücke abschneidet.

Die Intens. ist für jede Niveaufl. konstant $= \frac{m}{r^2}$; die Zahl der Kraftl. pro Flächeneinh. ist dann ebenfalls nach der Voraussetzung für die Zeichnung numerisch $= \frac{m}{r^2}$. Die Gesammtzahl der Kraftl., welche von dem Zentrum ausgehen, ist $= 4\pi m$. Zieht man in der Bildebene, mit der Axe anfangend, einseitig m Kraftl., so zeigt die Zahl derselben auf einer Seite im Diagramm die Stärke des Kraftzentrums an. Bei der Rotation um die Axe beschreiben die Kraftl. auf jeder Kugelfläche Parallelkreise, welche die Oberfläche in m Flächentheile zerlegen. Die Zahl der Kraftl. in jedem Flächentheil soll konstant, also $= 4\pi$ sein; dann ist die Zahl für jede Kalotte, vom Pol anfangend, $1\,4\pi$, $2\,4\pi \ldots\ldots m\,4\pi$, allgemein $= n\,4\pi$. Die Oberfläche einer Kalotte ist $= 2r^2\pi(1 - \cos\Theta)$; sonach die Zahl der Kraftl. für jede Kalotte auch $= 2m\pi(1 - \cos\Theta)$. Man erhält daher die Bedingungs-Gleichg.:

$$n\,4\pi = 2m\pi(1 - \cos\Theta)\ \text{(a)};\ \text{sonach: } \cos\Theta = 1 - 2\frac{n}{m}.$$

Legt man daher nach einander n die Werthe: 1, 2, 3 m bei, so erhält man eine Reihe entsprechender Werthe für Θ. Nimmt man z. B., wie für Fig. 836; $m = 5$, so wird für:

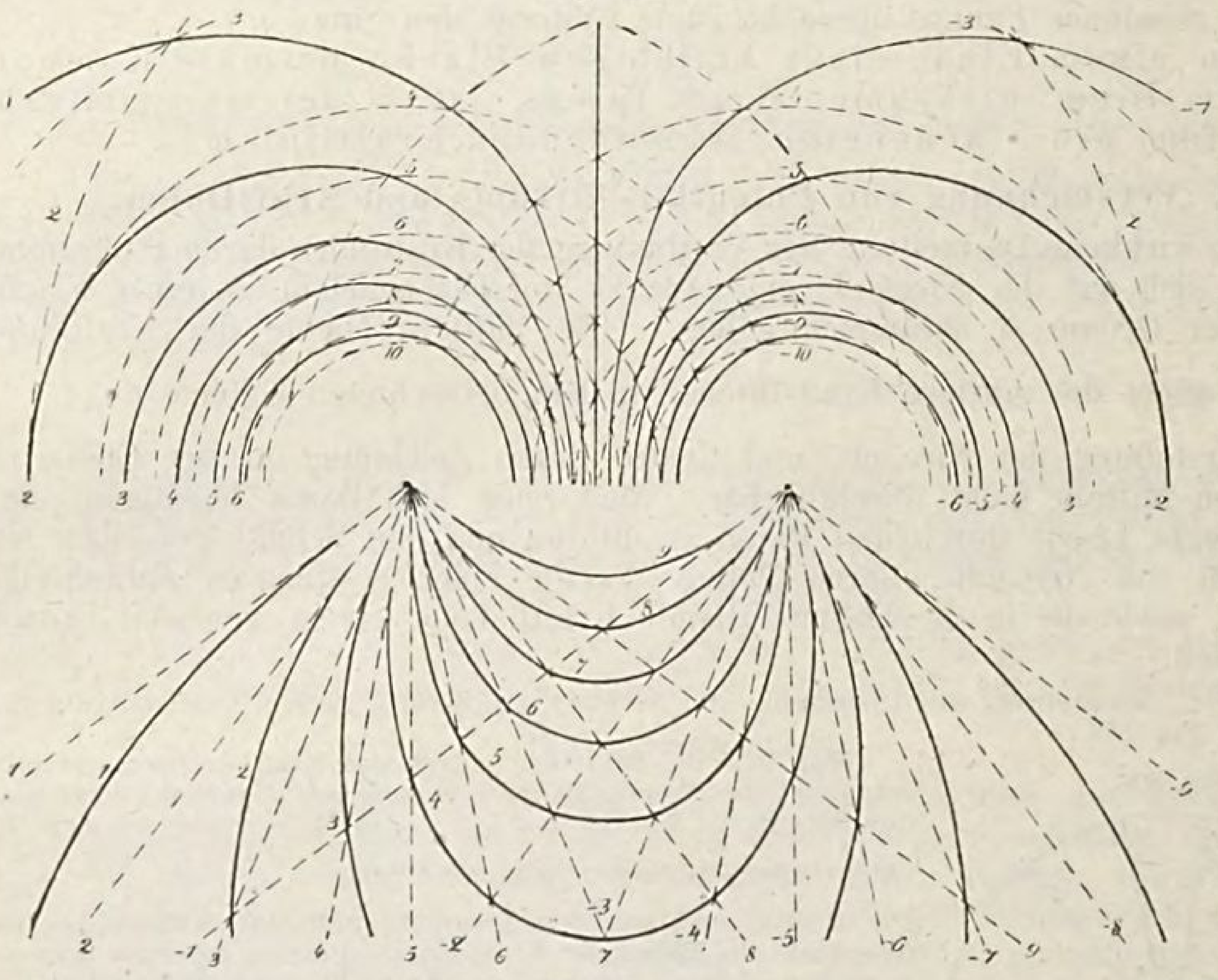
$n =$	1	2	3	4	5
$\cos\Theta =$	0,6	0,2	− 0,2	− 0,6	− 1,0
$\Theta =$	53°,133	78°,467	101°,533	126°,867	180°.

Beispiel 2. Darstellung der Kraftl. und äquipotentiellen Flächen für 2 Kraftzentren mit den Stärken + 10 und — 10; Fig. 837.

Man zeichne zunächst nach Anleitung im Beispiel 1 die Diagramme der Niveaufl. und Kraftl. für jeden der beiden Punkte, wie jene entstehen würden, wenn jeder der Punkte allein das Feld beeinflusste. Man findet dann die Niveaufl., bei gleichzeitiger Existenz beider Kraftzentren, nach der Erwägung, dass für diese das Potent. $V = V_1 + V_2$ ist, worin V_1 das vom 1., V_2 das vom 2. Kraftzentrum für sich allein hervor gebrachte Potent. angiebt. Man kennt V_1 und V_2 für Durchschnittspunkte der den einzelnen Zentren angehörigen Niveaus, kann also dort auch den Werth von V angeben. Man sucht also alle diejenigen Schnittstellen, welche für $V = V_1 + V_2$ denselben Werth ergeben. Zieht man durch die Schnittstellen eine krumme Linie, so giebt diese den Schnitt einer Niveaufl. für das Feld beider Kraftzentren mit der Bildebene an.

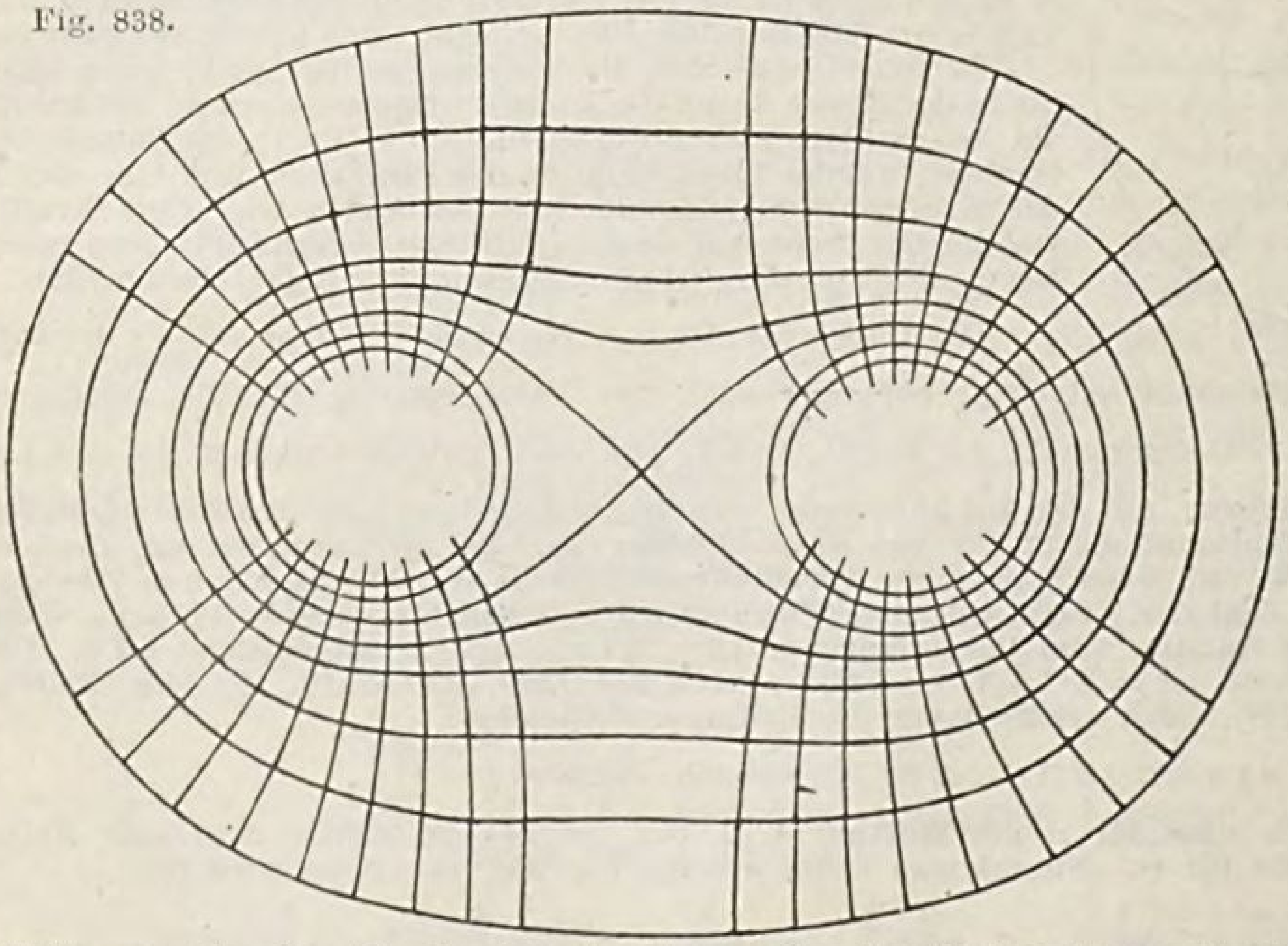
Zur Verzeichnung der durch die gleichzeitige Existenz der beiden Kraftzentren erzeugten Kraftl. gelangt man durch folgende Erwägung: Die neuen Niveaufl. werden nach wie vor dargestellt durch Rotation des Diagramms um die durch beide Kraftzentren gelegten Axe. Die neuen Kraftl. bezeichnen ebenfalls auf den Schnittlinien der Niveaufl. Punkte, durch welche auf die Niveaufl. gezogene, in vertikalen Ebenen liegende Parallelkreise gehen. Diese Parallelkreise schneiden auf den Niveaufl. Zonen ab, für welche die Zahl d. durchschneidenden Kraftl. gleich gross ist, oder Kalotten, für welche die Zahl der Kraftl. nach einander proportinal ist den Zahlen 1, 2, 3, ... m.

Fig. 837.



Eine für die Einzelexistenz eines Kraftzentrums geltende Kraftl. bezeichnet d. Schnitt einer durch Rotation entstandenen Kegelfläche mit der Bildebene, innerhalb welcher die Zahl d. Kraftstrahlen einen konstanten Werth n hat. Schneiden sich zwei beiden Kraftzentren angehörige Strahlen, so entspricht dem Schnittpunkte im Raume eine Schnittlinie beider Kegelflächen. Eine irgendwie geformte Fläche, welche jene Schnittlinie zur Begrenzung hat, wird von $n_1 + n_2$ Kraftstrahlen durchschnitten, von welchen n_1 dem 1. Kraftzentrum, n_2 dem 2. Kraftzentrum angehören. Sind, wie im vorliegenden Beispiel, die Kraftstrahlen entgegen gesetzt gerichtet, so sind ihnen, entsprechend den Zeichen des Kraftzentrums, entgegen gesetzte Werthe beizulegen.

Fig. 838.



Giebt man also den für die Einzelexistenz jedes der Kraftzentren geltenden Kraftl. die Werthe von n in Gleichg. (a) mit entsprechenden Zeichen, so muss sich jede neue Kraftl. als Ort aller

derjenigen Schnittpunkte der frühern Kraftl. darstellen, für welche der Werth $n = n_1 + n_2$ konstant ist. Die Konstruktion verläuft also ganz analog derjenigen für das Diagramm des Potent.-Niveaus.

Es werden in dieser Weise die Kraftl. unabhängig von den Niveauflächen konstruirt; die Bedingung, dass die Kraftl. die Niveaufl. normal schneiden müssen, giebt eine Kontrolle für die Richtigkeit der Zeichnung.

Die als Fig. 837 beigegebene Skizze liefert z. B. das Bild für den Zustand eines Feldes, welches durch 2 Magnetpole erzeugt wird.

In Fig. 838 ist noch die Darstellung eines Feldes beigefügt, welches durch 2 Kraftzentren beherrscht ist, von welchen jedes die Ladung $= + 10$ hat.*)

XIII. Das Flächen-Integral der Induktion.

Es werde im Felde eines mit Agens geladenen Punktes O der Stärke m eine beliebige Fläche gedacht. Die Zahl der das Flächenelem. schneidenden Kraftl. ist nach Früherem $= K dS \cos\varepsilon$, worin ε der Winkel der Normalen auf dS mit der Kraftrichtung bezeichnet. Legt man mit der Spitze in O einen elementaren Kegel mit dem körperl. Winkel $d\omega$, welcher die Begrenzung von dS zur Leitlinie hat, so ist:

$$dS \cos\varepsilon = r^2 d\omega \text{ und: } K = \frac{m}{r^2}, \text{ folglich: } K dS \cos\varepsilon = m\, d\omega.$$

Für die ganze Fläche S ist sonach die Zahl der schneidenden Kraftlinien:

$$\int\int K dS \cos\varepsilon = m\omega. \qquad (9)$$

Den Werth $\int\int K dS \cos\varepsilon$ bezeichnet Maxwell als Flächen-Integral der Induktion.

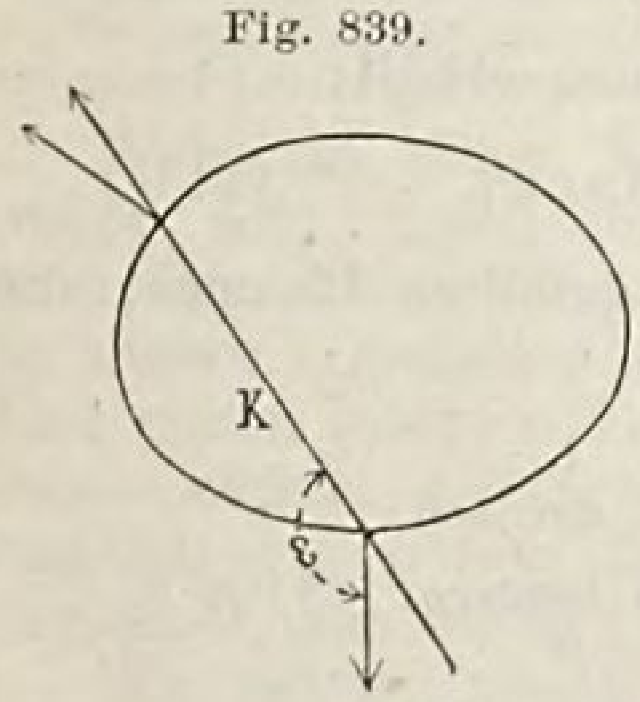
Dieser Werth kann durch Einführung der Kompon. von K nach den 3 Koordin.-Axen umgeformt werden. Seien X, Y, Z diese Kompon. und seien (nx), (ny), (nz) die Winkel der Normalen zu dS mit den Koordin.-Axen, so ist die in die Richtung dieser Normalen fallende Kompon. von K:

$$K \cos\varepsilon = X \cos(nx) + Y \cos(ny) + Z \cos(nz), \text{ sonach:}$$

$$\int\int K \cos\varepsilon\, dS = \int\int [X \cos(nx) + Y \cos(ny) + Z \cos(nz)]\, dS = m\omega. \quad (9\text{a.})$$

Ist die betrachtete Fläche geschlossen, so sind 2 Fälle zu unterscheiden: ob nämlich der Punkt O ausserhalb oder innerhalb der geschlossenen Fläche liegt. Zieht man von O aus in beliebiger Richtung einen Leitstrahl, so trifft derselbe im erstern Falle die Fläche entweder gar nicht oder in einer geraden Anzahl von Punkten, da jedem Eintritt ein Austritt entspricht. Befindet sich der Punkt O im Innern der geschlossenen Fläche, so wird diese stets von einer ungeraden Anzahl von Punkten durch den Leitstrahl getroffen, da dieser zunächst stets austreten muss, dann aber so oft aus- wie eintritt. Es ist ferner zu beachten, dass der Werth von $\cos\varepsilon$ beim Austritt stets entgegen gesetztes Zeichen von dem beim Eintritt hat. Denn ist die Richtung der Normalen nach Aussen positiv genommen, so ist beim Eintritt ε ein stumpfer, beim Austritt ε ein spitzer Winkel, Fig. 839. Denkt man sich also jeden Leitstrahl als Axe eines elementaren Kegels, so schneidet dieser aus der Fläche bei jedem Schnitt ein Flächenelem. aus, für welches:

Fig. 839.



beim Austritt: $K dS \cos\varepsilon = + m\, d\omega$,

beim Eintritt: $K dS \cos\varepsilon = - m\, d\omega$ ist.

Wenn also der Punkt ausserhalb der geschlossenen Fläche liegt, so ist:

$$\int\int K dS \cos\varepsilon = 0. \qquad (10\text{a})$$

Liegt der Punkt innerhalb der geschlossenen Fläche, so ist: $\int m\, d\omega =$ der Oberfläche einer Kugel mit dem Radius 1, also:

$$\int\int K dS \cos\varepsilon = 4 m\pi. \qquad (10\text{b})$$

Da sonst die Lage des Punktes gar nicht in Betracht kommt, so gelten, wie sofort zu übersehen, die vorstehenden Werthe auch für ein System von Punkten, bei welchem alle Punkte innerhalb oder ausserhalb der geschlossenen Fläche liegen und deren gesammte Ladung $= m$ ist.

In Worten kann man die Gleichgn. (10) aussprechen wie folgt:

Für ein geladenes System, welches ausserhalb einer beliebigen geschlossenen Fläche liegt, ist die Zahl der in die Fläche eintretenden Kraftl. ebenso gross als die Zahl der austretenden Kraftl.

Ist umgekehrt die Zahl der in eine geschlossene Fläche eintretenden Kraftl. = der Zahl der austretenden Kraftl., so liegt das System, dessen Wirkung die

*) Siehe im übr. die zahlreichen Darstellungen bei Maxwell. A. a. O.

Kraftl. darstellen, ausserhalb der betrachteten geschlossenen Fläche. Ist dagegen die Gesammtzahl der die geschlossene Fläche durchschneidenden Kraftl. von Null verschieden, so kann das die Wirkung ausübende System nicht ganz ausserhalb der geschlossenen Fläche liegen.

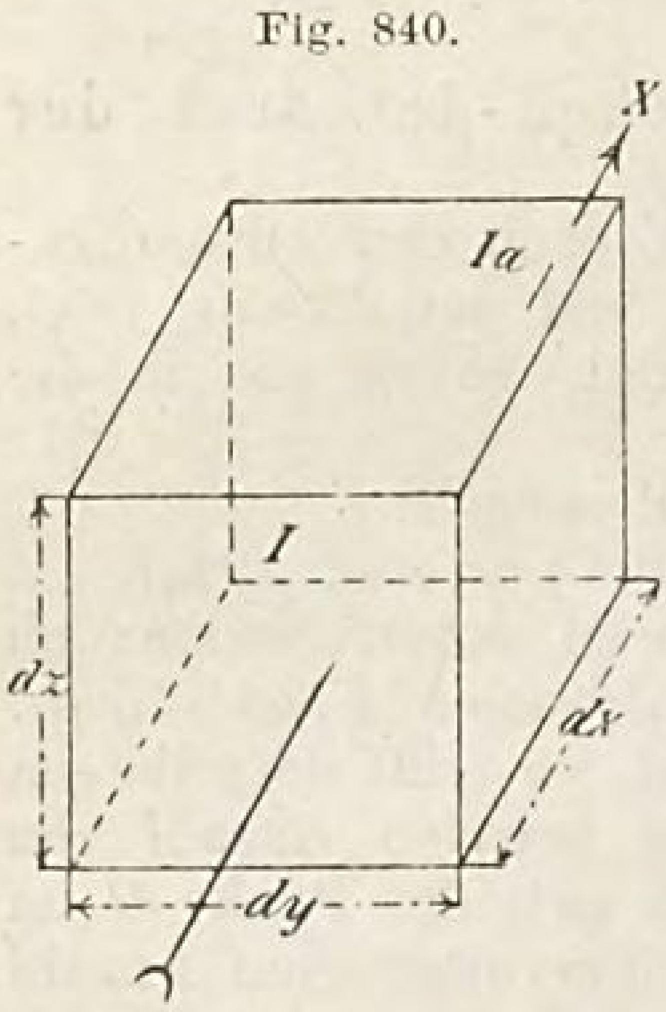
Die Zahl der Kraftstrahlen, welche von einem innerhalb einer geschlossenen Fläche liegenden System mit der Quantität $= m$ des Agens, ausgehend die Fläche durchschneiden, ist $= 4 m \pi$.

XIV. Der 2. Differential-Quotient von V.

Man denke in einem Felde eine beliebige geschlossene Fläche so gelegt, dass dieselbe nur einen Theil $= m_2$ des Agens, welches das Feld bildet, in sich einschliesst und es sei n_1 die Zahl der in die Fläche eintretenden, n_2 die der austretenden Kraftl. Nach dem Vorigen liefert das eingeschlossene Agens nur austretende, das ausgeschlossene Agens eben so viele ein- als austretende Kraftl. Es ist daher: $n_1 - n_2 = 4 m_2 \pi.$

Man denke in einem mit Agens erfüllten Raume ein Raumelem. $= dx\,dy\,dz$, innerhalb desselben die Dichte des Agens ρ als konstant angesehen werden kann; die von dem Elem. eingeschlossene Menge des Agens ist also $= dx\,dy\,dz\,\rho$. Im Punkte x, y, z sei die Kraft-Intens. $= K$, ihre Kompon. nach den 3 Axenrichtungen seien X, Y, Z.

Fig. 840.



In den im Punkte x, y, z zusammen stossenden Flächenelem. kann die Kraft-Intens., also auch ihre Kompon., als konstant angesehen werden. Beim Durchgang durch das Raumelem. erleidet dieselbe aber eine Aenderung durch die Wirkung des Agens im Raumelem. Ist also $X dz dy$ die Zahl der in die Fläche I, Fig. 840, eintretenden Kraftl., so ist $(X + dX)\,dz\,dy$ die Zahl der durch das gegenüber liegende Flächenelem. austretenden Kraftl. Analoges gilt für die übrigen Begrenzungs-Flächen, daher nach dem Voraufgehendem:

$$dX\,dz\,dy + dY\,dx\,dz + dZ\,dx\,dy = 4\pi\rho\,dx\,dy\,dz \text{ oder:}$$

$$\left(\frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} + \frac{dZ}{dz}\right) dx\,dy\,dz = 4\pi\rho\,dx\,dy\,dz.$$

Und unter Berücksichtigung der Beziehung nach Gleichg. (3):

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x}; \quad Y = -\frac{\partial V}{\partial y}; \quad Z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

erhält man: $$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -4\pi\rho \text{ (Gleichg. v. Poisson).} \qquad (11a.)$$

Ist in dem Raumelem. kein Agens, so ist $\rho = 0$, und man erhält:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \text{ (Gleichg. v. Laplace).} \qquad (11b.)$$

Die Gleichg. (11a) gilt also innerhalb des mit Agens gefüllten Raumes, die Gleichg. (11b) ausserhalb desselben.

Bemerkung. Maxwell benützt für die Operation:
$-\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$ das Zeichen ∇^2 und schreibt darnach:
die Gleichg. von Poisson: $\nabla^2 V = 4\pi\rho$, die Gleichg. von Laplace: $\nabla^2 V = 0$.
Andere Schriftsteller benützen die Symbole: $\triangle V = -4\rho\pi$ und $\triangle V = 0$.

XV. Charakteristische Gleichung des Potentials an einer geladenen Fläche.

Man denke das Agens auf eine Fläche vertheilt und nehme an, dass es auf derselben frei beweglich allen gegenseitigen Kraftwirkungen innerhalb der Fläche folgen könne, jedoch durch irgend einen Widerstand verhindert sei, die Fläche zu verlassen. Es wird sich dann auf derselben ins Gleichgew. setzen und nach Eintritt des Gleichgew. werden die an der Fläche wirkenden Kräfte in dieser ohne Kompon., vielmehr alle normal zur Fläche gerichtet sein.

Man grenze auf der Fläche ein Elem. dS ab, welches die Ladung $dS\sigma$ habe, wenn σ die Flächendichte ist.

Man denke auf der Fläche dS nach beiden Seiten eine Normale gezogen, auf welcher die Länge n vom Fusspunkte derselben gemessen wird; die Richtung der Normalen sei nach einer Seite der Fläche posit., nach der andern negat. Man denke ferner zu beiden Seiten von dS zwei diesem parallele Flächen, deren Abstand von dS gegen alle Dimensionen von dS verschwindend klein sei. Alle auf diese Flächen bezüglichen Grössen bezeichne man an der posit. Seite von dS mit dem Index $+0$, an der negat. Seite mit dem Index -0. Führt man auf dem Umfange von dS eine Normale, so grenzt dieselbe auf den beiden gegenüber liegenden Flächen Flächenelem. dS_{+0} und dS_{-0} ab, welche $= dS$ sind.

Die Flächenelem. bilden die Endflächen eines Zylinders, dessen Mantellinien von Kraftl. gebildet werden, welche zwischen dS_{+0} und dS_{-0} mit der Normalen zusammen fallen. Quer durch diesen Zylinder kann also keine Kraftwirkung stattfinden, und das Flächen-Integrat. der Induktion (Gleichg. 10b) erhält unter Berücksichtigung, dass bei der voraus gesetzten Bezeichnung der Normalen

für K_{+0}, $\cos\varepsilon = 1$, für K_{-0}, $\cos\varepsilon = -1$,

den Werth: $K_{+0}dS_{+0} - K_{-0}dS_{-0} = 4\pi\delta dS$,

unter Berücksichtigung von Gleichg. (6): $\left(\frac{dV}{dn}\right)_{+0} - \left(\frac{dV}{dn}\right)_{-0} + 4\pi\sigma = 0.$ (12)

Diese Gleichg. leistet zur Berechnung der Flächendichte dieselben Dienste wie die Gleichg. v. Poisson zur Berechnung der Raumdichte. Sie heisst die charakteristische Gleichung des Potent. V an einer zur Flächendichte σ geladenen Fläche.

C. Elektrostatik.

I. Allgemeine Voraussetzungen der Theorie.

Nach Ausweis des Experiments müssen dem elektr. Agens die folgenden weitern Eigenschaften beigelegt werden.

Das elektr. Agens ist nicht an die ponderabeln Moleküle der Körper gebunden; doch findet die Bewegung desselben in verschiedenen Substanzen verschieden grossen Widerstand, welcher bei einigen Substanzen im allgemeinen als unendlich gross angesehen werden kann. Diese nennt man Dielektrika, Isolatoren oder Nichtleiter. Die andern unterscheidet man je nach der Grösse des Bewegungs- oder „Leitungs"-Widerstandes in Halbleiter und Leiter.

Zu den Nichtleitern zählen: Glas, Porzellan, Guttapercha, Kautschuck, Ebonit, Harze, Schwefel, Paraffin, Wolle, Seide, trockene Gase.

Zu den Leitern rechnen: Die Metalle, Kohle, Salzlösungen und Säuren.

Zu den Halbleitern zählen: Holz, Papier, Alkohol etc. Chemisch reines Wasser ist ein schlechter Leiter; geringe Beimischungen von Salzen oder Säuren machen es zu einem gutem Leiter.

Wenn in einem Raumelem. gleiche Quantitäten + und — Elektrizität vorhanden sind, findet nach aussen keine Kraftwirkung statt. Der Zustand des Raumelem. ist derselbe, als wenn in ihm kein elektr. Agens vorhanden wäre, und die abgebr. Operation $+a - a = 0$ stellt vollkommen den physikal. Zustand dar. Wird einem isolirten Leiter die Quantität a des + elektr. Agens und $b = a + a'$ des — elektr. Agens mitgetheilt, so ist der Zustand derselbe, als wenn nur die Quantität $b - a = a'$ des — elektr. Agens vorhanden wäre. Den Ueberschuss a' bezeichnet man als freie Elektrizität.

Wir müssen annehmen, dass in jeder Substanz, in welcher keine Elektrizität nachweisbar ist, stets in allen Elem. des von derselben erfüllten Raumes gleich grosse Quantitäten + und — Agens vorhanden sind und dass diese Quantitäten jede unendlich gross gesetzt werden müssen.

Bringt man freie Elektriz. auf einen isolirten (von Dielektriz. umgebenen) Leiter, so setzt sie sich auf der Oberfläche desselben ins Gleichgew. Ein zur Ansammlung von Elektriz. bestimmter isolirter Leiter heisst ein Konduktor. Die auf Konduktoren im Gleichgew. befindliche Elektriz. heisst statische Elektrizität.

Werden geladene Konduktoren leitend verbunden, so findet im allgemeinen ein Uebergang von Elektriz. von einem zum andern statt, bis auf dem verbundenen

System Gleichgew. vorhanden ist. Derselbe Vorgang findet natürlich statt, wenn einer oder mehrere der Kondukt. des Systems vor der Verbindung mit den geladenen Kondukt. ohne Ladung waren.

Wird ein Kondukt. mit der Erdoberfläche in Verbindung gesetzt, so setzt sich die Elektriz. auf der Oberfläche dieses so gebildeten Systems zweier Kondukt., von denen einer die Erde ist, ins Gleichgew. Da die Erdoberfläche als unendlich gross gegen die in praxi vorkommenden Dimensionen von Kondukt. angesehen werden kann, verschwindet durch diesen Vorgang die Ladung: der Kondukt. wird entladen.

In einem elektr. Felde wirkt in jedem Punkte die Kraftresultante derart, dass sie die + Elektriz. in ihrer Richtung, die — Elektriz. in entgegen gesetzter Richtung zu bewegen strebt. Ist der Raum von einem Nichtleiter erfüllt, so kann diese Bewegung nicht vor sich gehen; bringt man aber in einen Theil des Raumes einen Kondukt., während der übrige Raum mit einem Dielektrikum erfüllt ist, so geht diese Bewegung innerhalb des Kondukt. vor sich, und es wird auf einem Theil der Oberfläche desselben + Elektriz., auf einem andern Theil der Oberfläche — Elektriz. angesammelt. Man nennt den Vorgang Erregung der Elektriz. durch Influenz oder Vertheilung. Die angezogene Elektriz. nennt man — nach Ries — Influenz-Elektriz. der 1. Art, die abgestossene Influenz-Elektriz. der 2. Art.

Befindet sich der den Influenz-Wirkungen ausgesetzte Kondukt. in leitender Verbindung mit der Erde, so verschwindet die abgestossene Elektriz. Wird hiernach die Verbindung mit der Erde unterbrochen und der influenzirende Kondukt. entfernt, so erhält man die angezogene Elektriz. auf dem influenzirten Kondukt. als freie Ladung.

Das elektr. Agens übt, wie schon erwähnt, keine Kraftwirkung auf die ponderabeln Moleküle des Körpers aus. Wenn dennoch ursprünglich unelektr. Körper von elektrisirten Körpern angezogen werden, so ist die voraus gegangene Erregung von Elektriz. durch Vertheilung die Ursache dieser Erscheinung.

Die Elektrisirung eines Körpers durch direkte Mittheilung oder durch Vertheilung setzt das Vorhandensein freier Elektriz. überhaupt voraus. Freie Elektriz. kann aber noch durch andere Vorgänge erhalten werden. Die Erzeugung freier Elektriz. beruht stets auf der Trennung gleicher Quantitäten posit. und negat. Agens aus den einzelnen Raumelem. irgend einer Substanz. Da es sich hierbei darum handelt, posit. und negat. Agens unter Ueberwindung ihrer gegenseitigen Anziehung zu verschieben, ist zur Elektriz. Erregung ein Arbeitsaufwand nöthig.

Die Erzeugung statischer Elektriz. kann durch folgende Vorgänge stattfinden.

1. Durch gegenseitige Reibung zweier verschiedenen Substanzen an einander, wobei der eine Körper posit., der andere negat. elektr. wird. Von den in der nachstehenden — von Ganot angegebenen — Reihe aufgeführten Substanzen wird jede vorauf gehende + elektr., wenn sie mit einer der nachfolgenden gerieben wird: + Katzenfell, Glas, Elfenbein, Seide, Bergkristall, die Hand, Holz, Schwefel, Flanell, Baumwolle, Schellack, Kautschuk, Harz, Guttapercha, Metalle, Schiessbaumwolle.

Das angegebene Verhalten ist indessen ganz sicher nur bei Körpern, welche in der Reihe weit aus einander stehen. Bei den sich näher stehenden kann unter Umständen eine Umkehrung der angegebenen Elektrisirung stattfinden, in Folge zufälliger Beimengungen, oder der jedesmaligen Oberflächen-Beschaffenheit, oder von Temperatur-Einflüssen.

Man nennt Körper, welche durch Reiben elektr. werden, idio-elektr. Körper, diejenigen, welche diese Eigenschaft nicht haben, an-elektr. Körper.

2. Durch Berührung verschiedener Metalle und einiger Nicht-Metalle. (Volta'scher Fundamental-Versuch.) Bei der Berührung wird ein Metall +, das andere — elektr. In der nachstehenden — von Volta aufgestellten — Reihe wird jedes vorauf gehende in Berührung mit einem der folgenden Metalle + elektr.: + Zink, Blei, Zinn, Eisen, Kupfer, Silber, Gold, Kohle, Graphit, Braunstein.

Die Erscheinung scheint im Widerspruche mit dem Prinzip von der Erhaltung der Energie zu stehen; die Erklärung derselben macht daher Schwierigkeiten. Es ist wohl wahrscheinlich, dass dabei schwer nachweisbare chemische Aktionen ins Spiel treten.

3. Durch chemische Wirkung einer Flüssigkeit auf ein Metall. Es wird hierbei das angegriffene Metall +, die Flüssigkeit — elektr. In diesem Falle geht die Trennung der Elektriz. auf Kosten chemischer Energie vor sich. Die in diesem, wie auch in dem vorigen Falle erzeugte Potent.-Differenz ist nie bedeutend. An einer gewissen Grenze angekommen, wird die zwischen den getrennten Elektriz. wirkende Anziehung grösser, als die in dem System derselben entgegen wirkende (elektromotorische) Kraft. Von diesem Augenblicke an vereinigen sich die durch chem. Aktion getrennten Elektriz. sofort wieder, unter Erzeugung von Wärme.

4. Durch Temperatur-Differenz an der Berührungsstelle verschiedener Metalle. Auch in diesem Falle erreicht die Potent.-Differenz bald ihre Grenze.

II. Anordnung der Elektrizität auf einem Konduktor.

Wenn ein isolirter Leiter freie Elektrizität erhält, so muss sich diese auf demselben ins Gleichgew. setzen. Es muss daher im Innern des Leiters die Kraftresultante = 0 sein, da so lange als eine Kraftresult. besteht, eine Bewegung der Elektriz. vor sich geht. Sonach ist im Innern des Leiters nach Gleichg. (3):

$$\frac{dV}{dx} = 0, \quad \frac{dV}{dy} = 0, \quad \frac{dV}{dz} = 0,$$

daher aber auch: $$-\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0.$$

Aus: $\nabla^2 V = 4\pi\rho$ folgt: $\rho = 0$.

D. h.: Im Innern eines isolirten elektrisirten Leiters befindet sich keine freie Elektriz.; die gesammte freie Elektriz. ist auf der Oberfläche vertheilt.

Aus (1) folgt für das Innere des Leiters aber weiter: $V =$ Konst.

D. h.: das Potent. im Innern des elektrisirten Leiters ist konstant.

Da die freie Elektriz. sich auf der Oberfläche im Gleichgew. befindet, kann die Kraftresult. in keinem Punkt der Oberfläche eine Kompon. in der Richtung der Oberfläche haben.

Die Oberfläche eines elektrisirten Leiters ist eine Fläche gleichen Potent.

Rückt ein Punkt durch die Oberfläche ins Innere des Leiters, so erleidet sein Potent. keine Aenderung mehr.

Das Potent. im Innern eines elektrisirten Leiters ist gleich dem Potent. seiner Oberfläche.

Sind mehrere Kondukt. leitend verbunden, so verhält sich das ganze System wie ein Kondukt., d. h.:

Leitend verbundene Kondukt. haben sämmtlich gleiches Oberflächen-Potent.

Wendet man die Entwicklung S. 899 auf die geschlossene elektrisirte Oberfläche an und bezeichnet man mit $+n$ die Richtung von der Oberfläche nach aussen, mit $-n$ die Richtung nach dem Innern derselben, so ist: $\left(\frac{dV}{dn}\right)_{-0} = 0$; daher ergiebt Gleichg. (12):

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_{+0} = -4\pi\sigma. \qquad (13)$$

Sonach die Kraft-Intens. in unendlich kleiner Entfernung von der Oberfläche:

$$K_{+0} = 4\pi\sigma. \qquad (13a)$$

Die an der Oberfläche des Kondukt. im Gleichgew. befindliche Elektriz. steht unter der Wirkung einer normal nach aussen gerichteten Spannung R_0, welche die Elektriz. der Oberfläche in Richtung der Kraftl. von dieser fort zu treiben strebt, eine Bewegung, welche durch den Widerstand des isolirenden Dielektrikums verhindert wird.

Man grenze auf der Oberfläche ein Element dS ab und betrachte dieses und den übrigen Theil der Oberfläche als 2 getrennte Systeme. Wegen des Gleichgew. muss die Zahl der Kraftl., welche von dem Elem. dS nach dem Innern des Konduktors gerichtet sind, = sein der Zahl der von dem übrigen Oberflächentheil gelieferten,

durch dS nach aussen gehenden Kraftl. Ist $K dS_{+0} = K dS$ die Zahl der das Elem. dS_{+0} der benachbarten Niveaufläche (S. 899) schneidenden Kraftl., so rühren dieselben zur Hälfte von dS, zur Hälfte von dem übrigen Oberflächentheil her. Es ist daher die resultirende Kraft-Intens. K_0, welche in dS wirkt, $= \frac{1}{2} K_{+0}$, daher die in dS pro Flächeneinh. wirkende Spannung:

$$R_0 = K_0 \sigma = \frac{1}{2} K_{+0} \sigma \text{ oder: } R_0 = 2\pi\sigma^2. \tag{14}$$

III. Kapazität eines Konduktors.

Für einen geladenen Kondukt. ist die Ladung: $Q = \int\int dS\sigma$ und das Oberflächen-Potent.: $V = \int\int \frac{dS\sigma}{r}$, worin r den Abstand eines Punktes der Oberfl. von den einzelnen Flächenelem. dS und σ die Flächendichte der Ladung in dS bezeichnen.

Die Gleichgew.-Bedingung, dass das Oberfl.-Potent. konstant ist, bleibt erfüllt, wenn die Ladung derart verstärkt wird, dass man die Dichte der Elektriz. in allen einzelnen Flächenelem. nach einem konstanten Verhältniss sich ändern lässt. Wenn die konstante Verhältnisszahl $= n$, so ist: $Q_1 = n \int\int dS\sigma$; $V_1 = n \int\int \frac{dS\sigma}{r}$. Da n eine ganz willkürliche Zahl ist, gilt allgemein: $\frac{Q}{V} = \frac{Q_1}{V_1}$.

Das Verhältniss der Ladung zum Oberfl.-Potent. des Kondukt. heisst die Kapazität desselben und wird mit C bezeichnet. Die Dimension der Kapaz. ist:

$$\text{Elektriz.-Menge: Potent.} = [M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}] [M^{-1/2} L^{-1/2} T^{-1}] = [L].$$

Wenn der Kondukt. keinen Influenz-Wirkungen ausgesetzt ist, also keine Leiter in endlicher Entfernung von demselben sich befinden, ist C nur von der Form und Grösse des Kondukt. abhängig, also für einen gegebenen Kondukt. konstant. Diese Voraussetzung wird im allgem. gemacht, wenn von der Kapaz. eines Kondukt. die Rede ist; es sei denn, dass ausdrücklich erwähnt wurde, dass andere Leiter sich in endlicher Entfernung von dem betr. Kondukt. befinden. Ein kugelförmiger Kondukt. vom Radius a hat das Oberfl.-Potent.: $V = \frac{Q}{a}$, also $C = a$.

Die Kapaz. eines kugelförmigen Kondukt. wird durch seinen Radius gemessen. Aus letzterer Beziehung kann auch folgende Definition der Einheit des Potent. abgeleitet werden: Die Einh. des elektr. Potent. wird dargestellt durch das Potent. eines kugelförmigen Kondukt. vom Radius = 1 mit der Ladung = 1.

IV. Potential der Erde.

Der Durchmesser der Erde ist als unendlich gross gegen die Dimensionen der bei Experimenten u. s. w. gebrauchten Kondukt. zu betrachten; die Kapaz. der Erde, als Kondukt., ist also $= \infty$ zu setzen. Daraus folgt, dass das Potent. der Erde, wenn derselben unter gewöhnlichen Verhältnissen Elektriz. mitgetheilt wird, $= 0$ bleibt.

Wird ein Kondukt., mit der Erde in leitende Verbindung gebracht, so erhält derselbe das Potent. $= 0$.

V. Potentielle Energie des Konduktors.

Nach S. 894 wird die potentielle Energie eines Systems durch das Potent. des Systems auf sich selbst dargestellt. Der betr. Ausdruck ist nach Gleichg. (8): $W = \frac{1}{2} \int \frac{dq_x dq_y}{r}$. Schreibt man: $W = \frac{1}{2} \int \frac{dq}{r} \int dq$, so erhält man, wie sofort zu übersehen:

$$W = \frac{1}{2} VQ, \tag{15}$$

worin V das Oberfl.-Potent. des Kondukt. ist.

VI. Potentielle Energie eines Systems von Konduktoren.

Es sei ein Feld gebildet von n isolirten geladenen Leitern, deren Ladungen $= Q_1, Q_2, Q_3 \ldots Q_x \ldots Q_n$ seien. Wegen des Gleichgew.-Zustandes auf den Ober-

flächen sind diese Niveaufl. Das Potent. auf jeder derselben hat einen konstanten Wērth. Die Potent. der einzelnen Leiter seien: $V_1, V_2, V_3 \ldots V_x \ldots V_n$.

Auf einem Oberflächenelem. des x^{ten} Leiters sei die Elektriz.-Menge $\sigma_x dS$. Da das Potent. für jeden Punkt der Oberfläche $= V_x$ ist, so ist das Potent. des gesammten Systems auf die Elektriz.-Menge des Elem. dS nach Gleichg. (7): $= V_x \sigma_x dS$.

Es ist daher: $V_x \int\int \sigma_x dS = V_x Q_x$ das Potent. des Systems auf den x^{ten} Leiter.

Bildet man $\Sigma_1^n (W_x Q_x)$ für das ganze System, so übersieht man leicht, dass darin die Wirkung jedes Leiters 2mal vorkommt. Wir erhalten daher für das Potent. des Systems auf sich selbst oder die potentielle Energie des Systems, analog Gleichg. (15):

$$W = \frac{1}{2} \Sigma_1^n (Q_x V_x). \tag{16}$$

VII. Kugelförmiger Konduktor.

Der Halbmesser des kugelförm. Kondukt. sei a. Wenn kein Leiter in endlicher Entfernung von dem Kondukt. vorhanden ist, kann wegen der Form der Oberfläche sofort auf die Gleichförmigkeit der Vertheilung der Elektriz. auf der Oberfläche geschlossen werden, da für jedes Oberflächenelem. dieselben Gleichgew.-Bedingungen bestehen. Es ist daher:

Flächendichte der Elektriz.: $\sigma =$ Konst.; Ladung: $Q = 4a^2\pi\sigma$.

Das Potent. in einem beliebigen Punkte des Feldes der Kugel im Abstande b vom Mittelpunkt ist nach den Erörterungen S. 892: $V = \frac{Q}{b}$. Das Oberfl.-Potent. der Kugel ist: $V_0 = \frac{Q}{a}$. Die potentielle Energie des kugelförm. Kondukt., bez. die Arbeit beim Laden desselben ist nach Gleichg. (15): $l = \frac{1}{2} VQ = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{a} = \frac{1}{2} V^2 a$.

Die resultirende Kraft-Intens. an der Oberfläche ist nach Gleichg (2):

$$K_{+0} = 4\pi\sigma = \frac{Q}{a^2} = \frac{V}{a}.$$

Die Oberflächen-Spannung pro Flächeneinh. ist nach Gleichg. (3):

$$R_0 = 2\pi\sigma^2 = \frac{1}{2} K_{+0}\,\sigma = \frac{1}{8\pi} \frac{V^2}{a^2}.$$

Beispiel. Ein Kondukt. vom Radius a ist so weit geladen, dass die Oberfl.-Spannung 1 g Gravitations-Maass pro qcm beträgt. Welche Werthe in absol. Maasse ergeben sich für Ladung, Potent., Arbeit beim Laden etc., wenn für a die Werthe 10, 20, 30 cm gesetzt werden? Für g sei zur Umrechnung der mittlere Werth 981 zu nehmen.

Es ist: Oberflächen-Spannung: $R_0 = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$ Grav.-Maass $= 981 \frac{\text{g cm } s^{-2}}{\text{cm}^2}$ absol.-Maas.

Sonach: $\sigma = \sqrt{\frac{R_0}{4\pi}} = 12{,}5$; ferner für:

Radius =	10	20	30	cm
Ladung $Q = 4\pi a^2\sigma$ =	15 707	62 843	141 373	$g^{1/2}\ cm^{3/2}\ s^{-1}$
Potent. $= \frac{Q}{a}$ =	1 571	3 142	4 712	$g^{1/2}\ cm^{1/2}\ s^{-1}$
Arbeit b. Laden $l = \frac{1}{2} VQ$. =	12 340 210	98 721 640	333 044 160	$g\ cm^2\ s^{-2}$
[Dies ist in Grav.-Maass =	0,126	1,006	3,395	mkg]

VIII. Kraftlinien im elektr. Felde.

Denkt man sich für ein elektr. Feld die Kraftl. gezogen, so verlaufen dieselben stets von Orten höhern zu solchen niedern Potent.; sie können also nie in sich zurück laufen und müssen einen Anfang und ein Ende haben. Sie gehen im allgem. von posit. geladenen Körperflächen aus und endigen auf negat. geladenen Körperflächen. Anfangs- und Endpunkte einer Kraftl. heissen korrespondirende Punkte der geladenen Flächen, auf welchen sie sich befinden.

Denkt man sich eine Kraftl. so bewegt, dass ihr Anfangspunkt die Umfangslinie eines Flächenelem. der posit. geladenen Fläche durchläuft, so durchläuft ihr

Endpunkt auf der negat. geladenen Fläche ebenfalls eine geschlossene Kurve, welche die Umfangslinie eines korrespond. Elem. liefert. Es entsteht hierdurch eine Röhre, deren Mantel nur aus Kraftl. gebildet ist, welche man Kraftröhre, Induktionsröhre, Orthogonalen-Kanal oder — nach Faraday — „Sphondyloid" nennt. In jedem Punkte einer solchen Röhre ist die Kraft tangential zu ihrer Oberfläche gerichtet; quer durch die Röhre findet keine Kraftwirkung statt.

Enthält die Röhre in ihrem Innern keine Elektriz., so muss das Flächen-Integral $\int\int K\cos\varepsilon dS$, auch wenn man zur Oberfläche der Röhre ihre Endflächen mit rechnet, verschwinden; dieses Integral ist also in Bezug auf die beiden Oberfl. gleich und dem Zeichen nach entgegen gesetzt. Gehen also die Kraftl. von Konduktor. aus und endigen sie auf Kondukt., so ist, unter Berücksichtigung von Gleichg. (13), wenn man die betr. Grössen mit den Indices + und — bezeichnet:

Für die Fläche S_+: $\varepsilon = 0,\ K_+ = -\left(\frac{dV}{dn}\right)_{+0} = 4\pi\sigma_+$

Für die Fläche S_-: $\varepsilon = 0,\ K_{-0} = -\left(\frac{dV}{dn}\right)_{-0} = 4\pi\sigma_-$

somit: $dS_+\sigma_+ = -dS_-\sigma_-$.

Die Ladung am Ende der Indukt.-Röhre ist also = und entgegen gesetzt der Ladung am Anfang.

IX. Substitution einer belegten Fläche für ein eingeschlossenes elektrisches System.

Man denke eine Kraftröhre von 2 Niveauflächen durchschnitten. Es seien dS_1, dS_2 korrespondirende Flächenelem., welche die Kraftröhre bei ihrem Durchschnitt von den Niveauflächen abgrenzt, und $K_1 = -\frac{dV_1}{dn}$, $K_2 = -\frac{dV_2}{dn}$ die Kraft-Intens. in dS_1 und dS_2. Man betrachte das von den beiden Niveaufl. begrenzte Stück der Kraftröhre, dessen Oberfläche also von dem Mantel der Röhre und jenen Flächenelem. begrenzt wird. Enthält dieser Theil der Röhre keine Elektriz., so muss das Flächen-Integral $\int\int KdS\cos\varepsilon$ für diese Oberfläche verschwinden. Da der Mantel aber von keinen Kraftl. durchschnitten ist, erhält man:

$$\frac{dV_1}{dn}dS_1 - \frac{dV_2}{dn}dS_2 = 0.$$

Man denke sich jetzt für ein ganz beliebig konstruirtes elektr. System, für welches die Summe aller Ladungen $= Q$ sei, ein den ganzen Raum erfüllendes System von Indukt. Röhren, sowie ferner für dieses System eine Niveaufl. S_1, welche das ganze System einschliesst, hierauf, in posit. Richtung weiter gehend, eine 2. Niveaufl. S_2, welche S_1 einschliesst. Es besteht dann für den zwischen S_1 und S_2 gelegenen Theil irgend einer Kraftröhre die obige Beziehung. Man gebe jetzt der Niveaufl. S_1 eine Belegung mit der Flächendichte $\sigma = -\frac{1}{4\pi}\frac{dV}{dn}$.

Denkt man dann jenes elektrisirte System entfernt, also demselben die belegte Niveaufl. substituirt, so ist in der elektr. Wirkung ausserhalb jener Niveaufl. nichts geändert. Denn in der Fläche S_1 besteht nach wie vor wegen der Beziehung $-4\pi\sigma = \frac{dV_1}{dn}$ dieselbe Kraft-Intens. wie zuvor.

Für ein ganz beliebiges System von Kraftzentren oder Kondukt. kann man also stets in Bezug auf seine Wirkung ausserhalb einer das ganze System umschliessenden Niveaufl., diese Niveaufl. mit einer Flächen-Belegung der Dichte $\sigma = -\frac{1}{4\pi}\frac{dV}{dn}$ substituiren.

Die ganze Ladung der Niveaufl. ist $= Q$; denn wegen $\cos\varepsilon = 1$ ist:

$$-\int\int\frac{dV}{dn}dS = 4\pi Q;\quad 4\pi\int\int\sigma dS = 4\pi Q;\quad \int\int\sigma dS = Q.$$

X. Influenz-Wirkungen.

Wird ein Kondukt. in ein elektr. Feld gebracht, so muss, wie bereits erwähnt wurde, der Gleichgew.-Zustand des Kondukt. gestört werden, ob derselbe vorher

eine Ladung hatte oder nicht. Die Wirkung der in dem Felde herrschenden Kräfte wird sich dahin äussern, dass im Innern des Kondukt. + und — Elektriz. getrennt und auf verschiedenen Theilen der Oberfläche des Kondukt. angeordnet wird. Die Influenzwirkung ist beendet, sobald der Gleichgew.-Zustand wieder hergestellt, d. h. sobald das Oberflächen-Potent. des Kondukt. einen konstanten Werth angenommen hat. Der Werth der influenzirten Ladung ist für den isolirten Kondukt. $= 0$, der Werth der ursprünglichen Ladung wird also durch den Influenz-Vorgang nicht geändert. Wird der Kondukt. zur Erde abgeleitet, so erhält er das Potent. $= 0$; war der Kondukt. ursprünglich ohne Ladung, so war die Ladung, so lange der Kondukt. isolirt blieb, ebenfalls $= 0$; nach der Ableitung erhält die Ladung dagegen in Folge des Verschwindens einer der entgegen gesetzten Elektriz. einen von 0 verschiedenen Werth.

Wurde das elektr. Feld, in welchem die Influenzwirkung vor sich ging, durch einen Kondukt. gebildet, so wird die Vertheilung der Elektriz. auf diesem ebenfalls durch Annäherung eines ursprünglich geladenen oder ungeladenen Leiters in Folge der gegenseitigen Influenz-Wirkungen verändert, und der neue Gleichgew.-Zustand auf jenem Kondukt. ist ebenfalls an die Bedingung der Herstellung eines konstanten Oberfl.-Potent. gebunden.

XI. Induktions-Wirkung an einer Schale. Elektrischer Schirm.

Enthält ein hohler Kondukt. in seinem Innern von den umschliessenden Kondukt. vollständig isolirte Leiter, welche ohne Ladung sind, so kann auf denselben keine Ladung influenzirt werden, wenn der umschliessende Kondukt., sei es direkt durch Verbindung mit einer Elektriz.-Quelle, sei es indirekt durch Influenz geladen wird, weil im Innern eines Kondukt. die Kraft-Intens. stets $= 0$ ist.

Es werde auf dem im Innern des Kondukt. eingeschlossenen Leiter eine Ladung $= Q$ gebracht, und es sei der umschliessende Kondukt. im übrigen nicht direkt geladen; der letztere erhält dann eine influenz. Ladung; und zwar sei dieselbe an der innern Fläche $S_1 = Q_1$ mit der Flächendichte σ_1. Die Ladung der äussern Fläche ist dann jener entgegen gesetzt gleich.

Bezeichnet man die Richtung der Normalen von der innern Schalen-Oberfläche nach dem Innern der Schale mit —, so folgt aus der Gleichg. (13):

$$\int\int\left(\frac{dV}{dn}\right)_{+0} dS_1 = -\int\int 4\pi\sigma_1\, dS_1 = -4\pi Q_1.$$

Bei dieser Bezeichnungsweise der Normalen erhält die Gleichg. (10b) die Form:

$$-\int\int K_1\, dS_1 \cos\varepsilon = \int\int\left(\frac{dV}{dn}\right)_{+0} dS_1 = 4\pi Q.$$

Hieraus ergiebt sich: $Q_1 = -Q.$

Der umschliessende Kondukt. erhält durch den eingeschlossenen Kondukt. auf seiner Innenfläche eine influenz. Ladung, welche derjenigen des eingeschlossenen Kondukt. entgegen gesetzt gleich ist. Die Aussenfläche des umschliessenden Kondukt. erhält daher eine Ladung gleich derjenigen des eingeschlossenen Systems.

In dem Raume zwischen der äussern und innern Oberflächen-Ladung des Kondukt. findet wegen des Gleichgew.-Zustandes keine Kraftwirkung statt, existiren also keine Kraftl. Alle in dem Raume ausserhalb des Kondukt. existirenden Kraftl. nehmen daher ihren Ursprung an der äusseren Oberfläche des Kondukt., wenn die Ladung des eingeschlossenen Systems posit., oder endigen auf jener Oberfläche, wenn die Ladung des eingeschlossenen Systems negat. ist. Betrachtet man also in dem äussern Raume irgend eine Kraftröhre, so enthält sie keine Kraftl., welche von dem eingeschlossenen Kondukt. herrühren; die Wirkung des ganzen Systems in dem umgebenden Raume ist also eine solche, als wäre die äussere Oberflächen-Belegung des umschliessenden Kondukt. allein vorhanden.

Wird die äussere Oberfläche abgeleitet, so verschwindet die Ladung derselben; es findet dann ausserhalb des Systems keine Kraftwirkung statt.

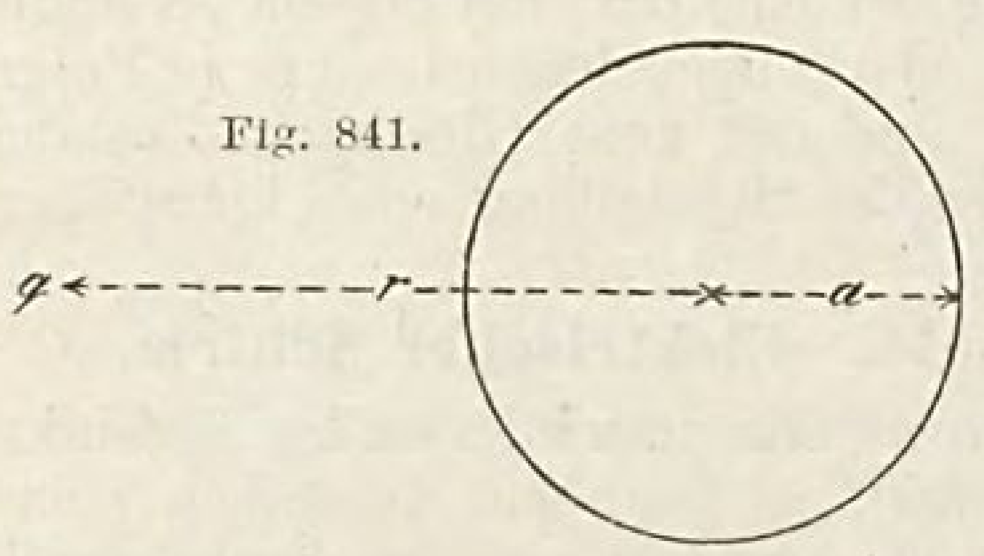
Stellt man vor einen geladenen Kondukt. eine leitende Fläche von endlicher Ausdehnung, welche zur Erde abgeleitet ist, so befindet sich auf der dem Kondukt. zugekehrten Seite eine influenz. Ladung der 1. Art, während die abgekehrte Seite ohne Ladung ist. War der Kondukt. + elektr., so ist jene Influenz-Ladung — elektr. Alle Kraftlinien, welche von dem Kondukt. ausgehen, endigen also

entweder auf der vorgestellten Fläche oder im Unendlichen. Es wird also ein Theil des Raumes hinter jener Fläche keine Kraftlinien von dem Kondukt. erhalten; dieselben werden sämmtlich von der leitenden Fläche abgefangen. Ist umgekehrt der Kondukt. — elektr., die Influenz-Ladung der vorgestellten Fläche also + elektr., so entspringen alle Kraftl., welche auf dem Kondukt. endigen, entweder auf der vorgestellten Fläche oder im Unendlichen. In einem Theil des Raumes hinter dieser leitenden Fläche können keine Kraftl. sein, welche zu dem Kondukt. hinstreben, da sie von der posit. geladenen Fläche abgeschnitten sind. Diese Fläche wirkt also als Schirm und verhindert Influenz-Wirkungen zwischen Kondukt., welche zu beiden Seiten derselben in einem gewissen geschützten Theil des Raumes sich befinden.

XII. Kugel und elektr. Punkt.

Ein Punkt, in welchem die Elektriz.-Menge $= q_1$ konzentrirt gedacht ist, wirke influenz. auf eine Kugel vom Rad. a, welche ursprünglich ohne Ladung ist, Fig. 841; die influenz. Ladung ist $= 0$. Das Potent. der Kugel muss auf der ganzen Oberfläche und im Innern denselben konstanten Werth haben; man ermittelt dasselbe also, indem man das Potent. im Mittelpunkt der Kugel berechnet. Das Potent., welches der influenz. Punkt daselbst erzeugt, ist $= \frac{q_1}{r}$, wenn r die Entfernung desselben vom Mittelp. der Kugel.

Fig. 841.



Das Potent. welches die Ladung der Kugeloberfl. in ihrem Mittelp. erzeugt, ist $= a \int dq = 0$ (wegen $\int dq = 0$), sonach Oberfl.-Potent. der Kugel: $V = \frac{q_1}{r}$. Wird die Kugel zur Erde abgeleitet, so ist ihr Potent. $= 0$. Ist die jetzt von 0 verschiedene negat. Ladung der Kugel $= - Q$, so erhält man dieselbe, indem man von neuem das Oberfl.-Potent. der Kugel bildet, aus der Beziehung:

$$\frac{q_1}{r} - \frac{Q}{a} = 0, \text{ also: } - Q = - a \frac{q_1}{r}.$$

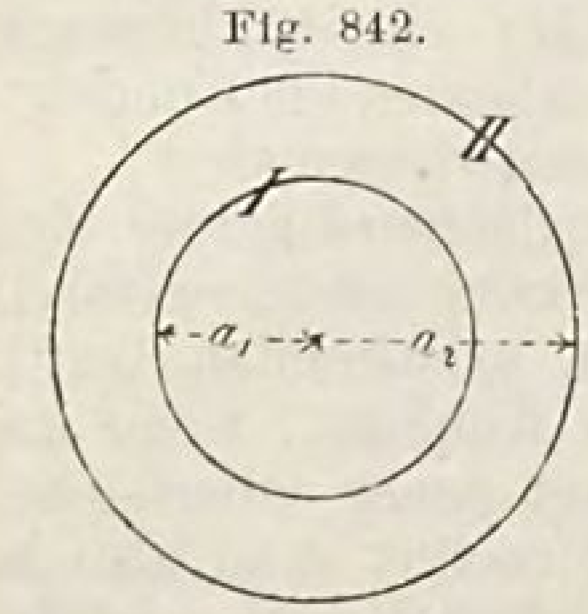
Hat man statt eines Punktes ein System von geladenen Punkten, so erhält man, wie ohne weiteres zu übersehen, bei nicht zur Erde abgeleiteter Kugel:

$$V = \int \frac{q_1}{r}, \text{ bei zur Erde abgeleiteter Kugel: } - Q = - a \int \frac{q_1}{r}.$$

XIII. Konzentrische Kugelschalen.

Zwei konzentr. Kugelschalen I und II mit den Radien a_1, a_2 umschliessen sich; denselben seien die Ladungen Q_1 und Q_2 mitgetheilt. Es ist das Potent. auf die Schalen und im Felde zu untersuchen, Fig. 842.

Fig. 842.



Die Oberfl.-Potent. seien V_1 und V_2. Da die Wirkung auf irgend einen Punkt einer Kugelschale immer dieselbe ist, wie auf irgend einen beliebigen andern Punkt derselben Kugelschale, so muss die Dichtigkeit auf jeder Schale für die ganze Oberfläche konstant sein, nach S. 892 daher: $V_1 = \frac{Q_1}{a_1} + \frac{Q_2}{a_2}$. Da das Potent. in II konstant ist, so kann, nach der Definition des Potent., dasselbe in Bezug auf I auch derart dargestellt werden, dass man annimmt, die ganze Ladung Q_2 sei aus der Unendlichkeit auf einen beliebigen Punkt der Oberfläche gebracht worden. Der von I erzeugte Summentheil des Potent. der Oberfl. II ist dann $= \frac{Q_1}{a_2}$, sonach im ganzen unter Berücksichtigung von S. 892:

$$V_2 = \frac{Q_1}{a_2} + \frac{Q_2}{a_2}.$$

Wird die Kugelschale I zur Erde abgeleitet, und II mit Q_2 geladen, so ist: $V_1 = 0$; $Q_1 = - Q_2 \frac{a_1}{a_2}$. Wird die Kugelschale II zur Erde abgeleitet und I mit Q_1 geladen, so ist: $V_2 = 0$; $Q_2 = - Q_1$.

XIV. Prinzip der Kondensatoren.

Wenn einem geladenen Kondukt. I ein Kondukt. II genähert wird, so wird in Folge der Influenz-Wirkungen auf dem erstern das Potent. erniedrigt. Denn nennen wir r die Entfernungen der einzelnen Flächenelem. des Kondukt. I von einem Punkte seiner Oberfläche, r_1 und r_2 die Entfernungen der durch Influenz posit. bezw. negat. geladenen Elem. des Kondukt. II. von demselben Punkte, dq, dq_1, $-dq_1$ die entspr. elementaren Ladungen, so ist das Oberfl.-Potent. des Kondukt. I.:

vor Annäherung des Kondukt. II: $V = \Sigma\left(\frac{dq}{r}\right)$.

in Gegenwart des Kondukt II: $V_1 = \Sigma\left(\frac{dq}{r}\right) + \Sigma\left(\frac{dq_1}{r_1}\right) - \Sigma\left(\frac{dq_1}{r_2}\right)$.

Die beiden rechts stehenden Summen haben gleiche Gliederzahl mit symmetr. Zählerwerthen; denn jeder Quantität $-dq_1$, welche die Influenz-Wirkung nach der einen Richtung führt, entspricht eine gleiche Quantität $+dq_1$, welche in der entgegen gesetzten Richtung bewegt wurde. Dagegen sind in den symmetr. Summengliedern stets die Werthe $r_1 < r_2$; daher ist auch: $\Sigma\left(\frac{dq}{r_1}\right) > \Sigma\left(\frac{dq}{r_2}\right)$, also endlich: $V_1 < V$.

Wird ein keiner Influenz-Wirkung ausgesetzter Kondukt. mit der Elektrisir-Maschine oder sonst einem Elektromotor in Verbindung gebracht, so kann er stets nur auf das Potent. geladen werden, welches der Kondukt. der Maschine selbst hat, und demgemäss auch nur die diesem Potent. entsprechende Elektriz.-Menge aufnehmen. Setzt man indessen den Kondukt. Influenz-Wirkungen aus, so wird in Folge derselben nach dem Voraufgehenden sein Potent. erniedrigt und es wird möglich, ihm von neuem Elektriz. der Maschine zuzuführen. Unterbricht man die Verbindung mit der Maschine und entfernt den influenzirenden Leiter, so erhält der Kondukt. wieder ein der mitgetheilten Ladung entspr. höheres Potent.

Die Erniedrigung des Potent. in dem influenz. Kondukt. wird am stärksten, wenn der influenzirte Leiter mit der Erde verbunden, also auf das Potent. $= 0$ gebracht ist; in diesem Falle verschwindet das Glied $+\Sigma\left(\frac{dq}{r_2}\right)$.

Diesen Vorgang der Erhöhung des Fassungs-Vermögens eines Kondukt. nennt man Kondensation.

Ein Kondensator besteht im wesentlichen aus 2 gegenüber gestellten, durch ein Dielektrikum getrennten leitenden Flächen, von welchen eine bestimmt ist, mit einer Elektriz.-Quelle in Verbindung gesetzt zu werden, während die andere in passender Weise zur Erde abgeleitet werden kann. Erstere heisst der Kollektor; letztere nimmt den Namen des ganzen Systems an und heisst Kondensator. Die beiden leitenden Platten nennt man auch die Belegungen des Kondensators.

Das Verhältniss: Ladung : Potent. der Kollektor-Platte bei abgeleiteter (d. h. der durch Verbindung mit der Erde auf das Potent. $= 0$ erhaltenen) Kondens.-Platte heisst die Kapazität des Kondensators.

Sind C und C' die Kapaz. des nicht belegten und des belegten Kollekt., so sind die Ladungen, welche in beiden Fällen das Potent. V erzeugen:

$$Q = CV;\quad Q' = C'V;\ \text{also: } \frac{Q'}{Q} = \frac{C'}{C}.$$

Erhielt der nicht belegte Kondens. die Ladung Q und das Potent. V, und wird derselbe hierauf belegt, so wird sein Potent. auf V' erniedrigt. Es ist dann: $Q = CV = C'V'$; also: $\frac{V'}{V} = \frac{C}{C'}$. Das Verhältniss $C' : C$ der Kapaz. des belegten und des nicht belegten Kollekt. heisst die Verstärkungszahl des Kondens.

Die Untersuchung über den Kondens. wird zunächst für 2 Fälle der Ladung desselben zu führen sein, nämlich für isolirte und abgeleitete Kondens.-Platte. Im 1. Falle sind 3 Ladungen auf dem Apparat zu unterscheiden, die des Kollekt., die der innern, dem Kollekt. zugewandten Seite der Kondens.-Platte mit Influenz-Elektriz. der 1. Art und die der äussern Seite der Kondens.-Platte mit Influenz-Elektriz.

der 2. Art. Im andern Falle hat die Kondens.-Platte nur eine Ladung mit Influenz-Elektriz. der 1. Art.

Es ist indessen eine 3. Art der Ladung hervor zu heben, durch welche die kondensirende Kraft des Kondens. noch weiter erhöht werden kann: wenn nämlich die Kondens.-Platte direkt dem Kollekt. entgegen gesetzt geladen wird. Dies kann mittels derselben Elektriz.-Quelle geschehen. Denn da jeder Apparat zur Erzeugung freier Elektriz. auf die Trennung der in einer Substanz vorhandenen entgegen gesetzten Elektriz. beruht, werden beide im Apparat frei. Man hat sonach nur eine Belegung des Kondens. mit dem posit., die andere mit dem negat. Pol des Apparats zu verbinden.

Um die Erörterung möglichst allgemein und kurz zu halten, wird diese Ladung des Kondens. im Nachstehenden voraus gesetzt; der Fall des abgeleiteten Kondens. wird dann aus der betr. Gleichg. leicht durch Nullsetzen des Potent. einer Belegung gewonnen. — Der isolirte Kondens. bedarf eines weitern Eingehens nicht.

XV. Spezifische induktive Kapazität der Dielektrika.

In allen vorauf gehenden Erörterungen ist auf die Natur des den Raum ausserhalb des Kondukt. erfüllenden Dielektrikums keine Rücksicht genommen. Das Experiment lehrt, dass die influenzirte Ladung verschieden ist je nach dem Dielektrikum zwischen den Kondukt.

Das Verhalten verschiedener Isolatoren wird charakterisirt durch eine Zahl k, welche die spezifische induktive Kapaz. des Dielektrikums oder die Dielektrizitäts-Konstante genannt wird. Dieselbe misst das Verhältniss der Kapaz. eines Kondens. bei Anwendung des bezüglichen Isolators zur Kapaz. desselben Kondens. bei Anwendung von Luft als Zwischenmittel. Die induktive Kapaz. der Luft wird also als Einheit benutzt.

Ein Kondens. mit dem Platten-Abstand δ bei Anwendung eines Dielektrikums der induktiven Kapazit. k hat dieselbe Kapaz. wie bei Anwendung von Luft für den Platten-Abstand $\frac{\delta}{k}$.

Der Werth von k beträgt für einige häufig gebrauchte Isolatoren:

Luft	1	Kautschuk	2,50	Glas (Mittelwerth)	3,24
Paraffin	2,32	Hartgummi	3,15	Schwefel	3,84

Die induktive Kapazit. der Isolatoren ändert sich indessen wesentlich bei geringen Zustands-Aenderungen.

XVI. Kondensator aus 2 parallelen leitenden Ebenen.

Zwei parallele leitende Ebenen seien beide direkt geladen. Ihre Potent. seien V_1 und V_2, ihr Abstand δ. Die Niveaufl. zwischen den Ebenen sind ihnen parallele Ebenen, die Kraftl. also normal zu den Ebenen. Legt man die X-Axe in die Richtung der Kraftl., so erhält die Gleichg. von Laplace (S. 898), da das Potent. nur nach x variirt, die Form: $\frac{\partial^2 V}{d x^2} = 0$. Durch Integration folgt: $\frac{\partial V}{\partial x} = C_1$; $V = C_1 x + C_2$. Für $x = 0$ ist: $V = V_1$; für $x = \delta$ ist: $V = V_2$, sonach die Konstante:

$$C_2 = V_1; \; C_1 = \frac{V_2 - V_1}{\delta}.$$

Hieraus das Potent. und die Kraft-Intens. zwischen den Ebenen:

$$V = V_1 - (V_1 - V_2)\frac{x}{\delta}; \; K = -\frac{d V}{d x} = \frac{V_1 - V_2}{\delta}.$$

D. h. die Kraft-Intens. zwischen den Ebenen ist konstant.

Sind σ_1 und σ_2 die elektr. Dichtigkeiten der Ladungen an den gegenüber gestellten Flächen, so ist nach Gleichg. (13), wenn man für das Vorzeichen die Richtung der Normalen beachtet: $\sigma_1 = -\sigma_2 = \frac{1}{4\pi}\frac{V_1 - V_2}{\delta}$. Die betr. Ladungen haben entgegen gesetzt gleiche Dichte.

Ist eine Ebene abgeleitet, so ist $V_2 = 0$, also: $\sigma_1 = -\sigma_2 = \frac{1}{4\pi}\frac{V_1}{\delta}$.

Die Kapaz. pro Flächeneinh. ist, da σ die Ladung der Flächeneinh.: $C = \frac{1}{4\pi}\frac{1}{\delta}$

Im Vorstehenden ist die induktive Kapaz. des Isolators nicht berücksichtigt. Ist dieselbe $= k$, so erhält man (nach S. 908) allgemein:

$$C = \frac{k}{\delta}\,\frac{1}{4\pi};\quad \sigma_1 = -\sigma_2 = \frac{k}{4\pi\delta}(V_1 - V_2).$$

Diese Beziehungen können als Näherung benutzt werden auch für Ebenen von endlicher Ausdehnung, wenn δ klein gegen die andern Abmessungen ist.

Sei S die Flächengrösse der ebenen Belegung von endlicher Ausdehnung, so sind Ladungen und Kapazit., wegen $Q = S\sigma$:

$$Q_1 = -Q_2 = \frac{Sk}{4\pi\delta}(V_1 - V_2),\quad C = \frac{Sk}{4\pi\delta}. \qquad (17)$$

Die Spannung der Elektriz. pro Flächeneinh. der Belegung ist für Luft als Isolator nach Gleichg. (14) $= 2\pi\sigma^2$. Diese Kraft sucht die betr. Platte der andern zu nähern. Da dieselbe direkt mittels einer Wage messbar ist, kann die Ermittelung derselben zur Bestimmung einer Potent.-Differenz oder eines Potent. benutzt werden. Durch Einsetzung von σ erhält man für die an der Belegung der Grösse S wirkende Anziehung:

$$R = \frac{S}{8\pi}\left(\frac{V_1 - V_2}{\delta}\right)^2. \qquad (18)$$

XVII. Allgemeine Näherungs-Formel für Kondensatoren.

Besteht der Kondens. aus zwei beliebig geformten gekrümmten parallelen Flächen, so können, falls die Dicke δ des Isolators sehr klein ist gegen die Krümmungsrad., die Elem. der Fläche als mit den Tangential-Ebenen zusammen fallend betrachtet und die vorauf gehenden Resultate zur Ableitung einer allgem. Näherungs-Formel benutzt werden.

Ist dS ein Flächenelem. der Belegung, so erhält man für Ladung und Kapaz.:

$$Q = \pm \frac{k}{4\pi\delta}(V_1 - V_2)\int dS;\quad C = \frac{k}{4\pi\delta}\int dS,$$

sonach durch Integration der allgemeinen Näherungs-Formeln:

$$Q = \pm \frac{kS}{4\pi\delta}(V_1 - V_2);\quad C = \frac{kS}{4\pi\delta}. \qquad (19)$$

Die potentielle Energie des Kondens. ist nach Gleichg. (16):

$$W = \frac{1}{2}(Q_1 V_1 + Q_2 V_2),\ \text{also:}\ W = \frac{kS}{8\pi\delta}(V_1 - V_2)^2. \qquad (20)$$

Diese Arbeit wird zum Laden des Kondens. verbraucht und bei der vollständigen Entladung desselben in anderer Gestalt wieder gewonnen.

XVIII. Kugelförmige Flasche.

Der Kondens. bestehe aus 2 durch ein Dielektrikum getrennten konzentr. leitenden Kugelflächen, mit den Radien a_1 der innern, a_2 der äussern Kugel, welche also die beiden Belegungen des Kondens. bilden. Es seien:

für die innere Belegung: Potent. $= V_1$; Ladung $= Q_1$.

„ „ äussere Belegung: Potent. $= V_2$; Ladung $= Q_2$.

Es sei ferner die Kapaz. des Kondens. $= C_1$, wenn die äussere Belegung abgeleitet, also $V_2 = 0$ ist und die innere Belegung den Kollekt. bildet; C_2, wenn die innere Belegung abgeleitet, also $V_1 = 0$ ist und die äussere Belegung den Kollekt. bildet.

Nach S. 906 ist: $V_1 = \frac{Q_1}{a_1} + \frac{Q_2}{a_2}$; $V_2 = \frac{Q_1}{a_2} + \frac{Q_2}{a_2}$, sonach, wenn man die Dicke des Isolators $a_2 - a_1 = \delta$ setzt: $Q_1 = \frac{a_1 a_2}{\delta}(V_1 - V_2)$; $Q_2 = \frac{a_2^2}{\delta}\left(V_2 - \frac{a_1}{a_2}V_1\right)$,

oder wenn man die spezif. induktive Kapaz. des Isolators berücksichtigt und $\frac{\delta}{k}$ statt δ benutzt:

$$Q_1 = k\frac{a_1 a_2}{\delta}(V_1 - V_2);\quad Q_2 = k\frac{a_2^2}{\delta}\left(V_2 - \frac{a_1}{a_2}V_1\right). \qquad (21)$$

Ist die äussere Belegung abgeleitet, so ist: $Q_1 = -Q_2 = k\frac{a_1 a_2}{\delta}V_1$; $C_1 = k\frac{a_1 a_2}{\delta}$. (22)

Ist die innere Belegung abgeleitet, so ist:

$$Q_2 = k\frac{a_2^2}{\delta}V_2;\quad Q_1 = -k\frac{a_1 a_2}{\delta}V_2;\quad C_2 = k\frac{a_2^2}{\delta}V_2. \qquad (23)$$

XIX. Ko-axiale Zylinderflächen von unendlicher Ausdehnung.

Es seien a_1 und a_2 die Radien der Zylinder; Q_1, Q_2, V_1 und V_2 die entspr. Ladungen und Potent., r der Abstand eines Punktes zwischen den Zylinderflächen, V das Potent. in diesem Punkte.

Die Niveaufl. zwischen beiden Belegungen des Kondens. sind ko-axiale Zylinderfl.; das Potent. ist daher nach r veränderlich. Die Gleichg. von Laplace (S. 898) ist also für V als $f(r)$ darzustellen. Man beziehe das System auf 3 rechtwinkl. Axen und lege die Z-Axe in die Zylinderaxe.

Man erhält zunächst: $r^2 = x^2 + y^2$, hieraus durch 2malige Differentiation:

$$r\frac{\partial r}{\partial x} = x,\; r\frac{\partial r}{\partial y} = y;\; \left(\frac{\partial r}{\partial x}\right)^2 + r\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} = 1,\; \left(\frac{\partial r}{\partial y}\right)^2 + r\frac{\partial^2 r}{\partial y^2} = 1$$

$$r^2\left(\frac{\partial r}{\partial x}\right)^2 + r^2\left(\frac{\partial r}{\partial y}\right)^2 = x^2 + y^2 = r^2;\; r\left[\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 r}{\partial y^2}\right] = 1.$$

Es ist ferner: $\dfrac{\partial V}{\partial x} = \dfrac{dV}{dr}\dfrac{\partial r}{\partial x},\; \dfrac{\partial V}{\partial y} = \dfrac{dV}{dr}\dfrac{\partial r}{\partial y},\; \dfrac{\partial V}{\partial z} = 0$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{d^2 V}{dr^2}\left(\frac{\partial r}{\partial x}\right)^2 + \frac{dV}{dr}\frac{\partial^2 r}{\partial x^2};\quad \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \frac{d^2 V}{dr^2}\left(\frac{\partial r}{\partial y}\right)^2 + \frac{dV}{dr}\frac{\partial^2 r}{\partial y^2}.$$

Durch Addition der zwei letzten Gleichgn. und Einführung der oben ermittelten Beziehungen erhält die Laplace'sche Gleichg. die Form: $\dfrac{d^2 V}{dr^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{dV}{dr} = 0$, woraus:

$$\frac{d\left(\frac{dV}{dr}\right)}{\frac{dV}{dr}} = -\frac{dr}{r};\; ln\left(\frac{dV}{dr}\right) = -ln r + ln m;\; \frac{dV}{dr} = \frac{m}{r};\; V = m\,ln r + n.$$

Zur Bestimmung der Konstant. hat man:

$$V_1 = m\,ln r_1 + n;\; V_2 = m\,ln r_2 + n;$$

woraus endlich: $$V = \frac{V_1 ln\frac{r_2}{r} + V_2 ln\frac{r}{r_1}}{ln\frac{r_2}{r_1}}.$$

Hieraus ergeben sich die Dichtigkeiten, wenn man gleichzeitig die Dielektrikums-Konstante k einführt:

$$\sigma_1 = -\frac{k}{4\pi}\left(\frac{dV}{dr}\right)_{r_1} = \frac{k}{4\pi r_1}\frac{V_1 - V_2}{ln r_2 - ln r_1};$$

$$\sigma_2 = -\frac{k}{4\pi}\left(\frac{dV}{dr}\right)_{r_2} = -\frac{k}{4\pi r_2}\frac{V_1 - V_2}{ln r_2 - ln r_1}.$$

Für die Zylinderlänge l sind daher die Ladungen:

$$Q_1 = -Q_2 = 2\pi r_1 l \sigma_1 = \frac{kl}{2}\frac{V_1 - V_2}{ln r_2 - ln r_1} \qquad (24)$$

und die Kapazit. ist: $$C = \frac{1}{2}\frac{kl}{ln\frac{r_2}{r_1}} = \frac{0{,}4342945\,kl}{2\log\frac{r_2}{r_1}} \qquad (25)$$

XX. Beispiele.

1. Thomson maass bei Bestimmung der Potent.-Differenz die beiden Pole einer Daniell'schen Batterie von 1000 Elem. der Anziehung der Platten eines Elektrometers zu 0,057 g pro qcm bei einem Plattenabstand von 0,1 cm. In Glasgow, woselbst die Untersuchung stattfand, ist g = 981,4 cm daher: 0,057 g = 0,057 . 981,4 = 55,9398 Dyne.

Die Potent.-Differenz betrug daher nach Gleichg. (18):

$$V_1 - V_2 = 0{,}1\sqrt{\frac{8\pi\,55{,}9398}{1}} = 3{,}74 \text{ (c. g. s.)}.$$

2. Die beiden Pole jener Batterie werden mit den beiden Belegungen eines kugelförm. Kondens. in Verbindung gebracht. Der Radius der innern Belegungen sei = 5 cm, die Dicke der

isolirenden Schicht $= 0{,}2^{\text{cm}}$. Die Ladung der innern Belegung ist nach Gleichg. (21) für Luft als Isolator: $Q = 3{,}74 \frac{5 \cdot 5{,}02}{0{,}2} = 469{,}37$ (c. g. s.). Wenn Glas als Isolator verwandt wird, unter Annahme von $k = 3{,}0$ ist: $Q = 3{,}0 \cdot 469{,}37 = 1408{,}11$.

3. Um einem kugelförm. Kondukt. für ein Potent. von 3,74 eine Ladung von 1407 Einh. beibringen zu können, müsste derselbe einen Radius haben von $\frac{1408}{3{,}74} =$ rd. 377^{cm}.

4. In dem Kondens. zu Beisp. 2 beträgt die Oberflächen-Dichte: $\frac{469{,}37}{4 \cdot 5^2 \pi} = 1{,}49$.

5. Eine Kugel von 10^{cm} Durchm. hängt isolirt im Mittelp. eines kugelförm. Raumes von 2^{m} Radius. Die Oberfläche der äussern Begrenzung ist die abgeleitete äussere Belegung eines Kondens.; die Kapazit. des Kondukt. wird durch Influenz-Wirkung erhöht und zwar im Verhältniss: $C : C_1 = 10 : \frac{10 \cdot 200}{190} = 1 : 1{,}05$ oder um rd. 5%. In einem Raume von 5^{m} Radius wird die Kapaz. erhöht im Verhältniss: $C : C_1 = 10 : \frac{10 \cdot 500}{490} = 1 : 1{,}02$ oder um rd. 2%.

Bei allen Experimenten wird in Folge von Influenz-Wirkungen auf Leiter in der Umgebung und die Wände des Zimmers die Kapaz. der Kondukt. erhöht. Die vorstehende Rechnung kann als Schätzungs-Rechnung benutzt werden*).

6. Ein unterseeisches Telegraphenkabel ist zu betrachten als ein zylindr. Kondens., dessen äussere Belegung, das Wasser, abgeleitet ist. Das französ. transatlant. Kabel hat einen Durchm. von 4^{cm}, eine Dicke der Isolirung von $3{,}9^{\text{cm}}$. Nimmt man die Dielektrikums-Konst. für die umhüllende Guttapercha zu 4,2, so erhält man die Kapaz. pro 1^{km} Kabellänge zu:

$$4{,}2 \frac{0{,}434295}{2} \frac{100000}{\log \frac{5{,}9}{2}} = 217732,$$

also etwa die Kapaz. einer Kugel von 2177^{m} Radius. Das ganze Kabel von rd. 4000^{km} Länge hat also eine Kapaz. von 870928000, gleich derjenigen einer Kugel vom Halbm. 8709280^{m} = rd. 1174 geogr. Meilen.

D. Der konstante elektrische Strom.

I. Allgemeine Voraussetzungen.

Setzt man 2 elektrisirte, auf verschiedenem Potent. befindliche Leiter in leitende Verbindung, so wird, wie bereits S. 899 hervor gehoben, der Gleichgew.-Zustand der Elektriz. vorüber gehend aufgehoben, und es findet ein der Potent.-Differ. entsprechender Uebergang von Elektriz. von einem Leiter zum andern statt, bis beide Leiter auf gleiches Oberfl.-Potent. gebracht sind.

Dieser Uebergang von Elektriz. von einem Leiter zum andern heisst ein elektrischer Strom. Der Strom ist ein momentaner, wenn keine Kraft besteht, welche die Potent.-Differenz stetig wieder herstellt. Wird die Potent.-Differ. stetig unterhalten, so entsteht ein kontinuirl. Strom.

Man nennt jede beliebige zwischen 2 Körpern bestehende Wirkung, welche dieselben auf verschiedenes Potent. bringt, eine elektromotorische Wirkung; die hierbei erzeugte Potent.-Differt. nennt man elektromotorische Kraft. Ein Apparat, in welchem eine elektromot. Wirkung erzeugt oder unterhalten wird, heisst ein Elektromotor.

Von den, S. 900 u. 901, erwähnten elektromot. Wirkungen sind die unter 3 und 4 angeführten geeignet, kontinuirl. Ströme zu erzeugen. Stellt man in einem mit angesäuertem Wasser angefülltem Gefäss eine Zink- und eine Kupferplatte einander gegenüber, so entsteht eine elektromot. Wirkung, und es werden beide Platten auf entgegen gesetzt gleiches Potent gebracht. Wird ausserhalb des Gefässes eine leitende Verbindung der Platten eingeschaltet, so entsteht nach dem Vorigen ein Strom. Die Potent.-Differ. der beiden Platten würde vernichtet, und beide auf das Potent. 0 gebracht werden, wenn nicht in dem Apparat eine stetige elektromotor. Wirkung stattfände, welche die Potent.-Differ. in jedem Augenblicke wieder herstellt. Die Unterhaltung der Potent.-Differ. erfordert Arbeit; die Arbeit wird geleistet durch chemische Aktion, nämlich durch Auflösung des Zinks in der Flüssigkeit.

Ein Apparat wie der vorstehend beschriebene, ist der Typus derjenigen Klasse von Elektro-Mot., welche man als Volta'sche Elektro-Mot. bezeichnet.

Stellt man die leitende Verbindung der auf verschiedenem Potent. befindlichen Theile des Elektro-Mot. her, so erhält man einen Stromkreis. Die Verbindung

*) Vgl. die überein stimmende Zahlen-Angabe bei Serpieri, Elektr. Potential. S. 93.

mehrerer Elektro-Mot. zu gemeinsamer Wirkung heisst eine Batterie oder Kette; der einzelne Elektro-Mot. der Kette heisst ein Element.

Die Richtung des Stroms denkt man sich von dem Leiter höhern Potent. nach dem Leiter niedern Potent., also im Volta'schen Elktro-Mot. von der posit. Erregerplatte durch den äussern Stromkreis und das Element zurück zur Erregerplatte verlaufend.*)

II. Gesetz von Ohm.

Man versteht unter Stromstärke (Strom-Intensität) diejenige Elektriz.-Menge, welche in der Zeiteinh. durch den Stromkreis geht. Bezeichnet man die Stromstärke mit i, so ist: $dq = i dt$; $q = \int i dt$. (26)

Bei den Untersuchungen des gegenwärtigen Abschn. wird voraus gesetzt, dass die Stromst. nicht mit der Zeit variabel, sondern konstant ist. Dann erhält man:

$$q = it. \qquad (27)$$

Die Dimension der Stromst. ist:

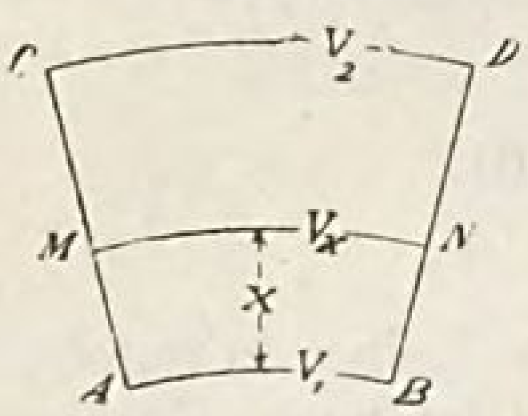
$$\text{Elektr.-Menge: Zeit} = [M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}] [T^{-1}] = [M^{1/2} L^{3/2} T^{-2}].$$

Bei ungetheiltem Stromkr. ist i für den ganzen Stromkr. konstant, da durch den einen Querschn. nicht mehr Elektriz. fliessen kann, als durch den andern.

Zur Darstellung der Beziehungen zwischen Stromst., elektromot. Kraft und den übrigen Grössen des Stromkr. führt die folgende Erörterung.

Man denke einen homogenen Leiter, Fig. 843, begrenzt von 2 äquidistanten Flächen AB, CD, welche stetig auf gleicher Potent.-Differz. erhalten werden. Das Potent. auf AB sei $= V_1$, dasjenige auf $CD = V_2$, und $V_1 > V_2$; dann geht ein kontinuirl. Strom von V_1 nach V_2. Das Potent. nimmt dann von V_1 nach V_2 stetig ab. Denken wir zwischen AB und CD die äquidist. Fläche MN, deren Potent. $= V_x$ ist, so ist klar dass die Elektriz.-Menge, welche sich in der Zeiteinh. von MN auf die im Abstande $= dx$ befindl. Fläche entladet, proportional den auf die Fläche wirkenden Kräften sein muss.

Fig. 843.



Nach diesen Voraussetzungen ist nach S. 891 die Kraft-Intensit. an der Oberfläche V_x konstant.

Sei F_x die Grösse der Fläche MN, so ist: $i = -cF_x \frac{dV}{dx}$ (a), worin c eine Konstante und $-\frac{dV}{dx}$ die in der Fläche F_x wirkende Kraft-Intens. bezeichnet.

$$\text{Sonach: } dV = -\frac{i}{c}\frac{dx}{F_x};\ V_1 - V_2 = \frac{i}{c}\int_0^l \frac{dx}{F_x};\ i = \frac{c}{\int_0^l \frac{dx}{F_x}} (V_1 - V_2). \qquad \text{(b)}$$

Bezeichnet man den Werth $\frac{1}{c}\int_0^l \frac{dx}{F_x}$ mit w, so schreibt sich die Gleichg.:

$$i = \frac{V_1 - V_2}{w}. \qquad \text{(c)}$$

*) Die Annahme einer einseitigen Stromrichtg. wird natürlich nur gemacht zur Vereinfachung des Kalküls. Nimmt man, wie vorhin geschehen, an, dass beide Elektriz. in gleicher Weise beweglich seien, so muss man schliessen, dass sich beide mit gleichen Geschw. nach entgegenges. Richtungen bewegen. An den weiterhin zu gebenden Entwickelungen ändert dies aber nichts man braucht nur statt eines Stromes, welcher in der Zeiteinheit die Elektriz.-Menge Q in einer Richtung führt, 2 Ströme, welche die Elektriz.-Menge $+\frac{1}{2}Q$ und $-\frac{1}{2}Q$ nach entgegenges. Richtgn. durch denselben Querschn. führen, zu substituiren, und dann dieselben Schlüsse wie für einen Strom, auf beide Ströme anzuwenden.

Die Schwierigkeiten, welche die Annahme zweier gleichzeitig durch denselben Querschn. nach entgegenges. Richtgn. geführten Ströme für die Vorstellung machen, suchen einige Physiker durch die Voraussetzung zu beseitigen, dass nur die posit. Elektrizit. beweglich sei, während die negat. Elektriz. an die Moleküle gebunden ist, so dass dann in der That nur ein einseitig gerichteter Strom entsteht, eine Annahme, mit der im übrigen die Erscheinungen der statischen Elektriz. nicht im Widerspruch stehen. Vergl. auch Clausius. Mechanische Behandlung der Elektrizität.

Die Konstante c hängt von der Substanz, Temperat. und molekularen Beschaffenheit des Leiters ab, und heisst das spezifische Leitungs-Vermögen. Den Werth $\frac{1}{c}$ setzt man $= k$ und nennt ihn den spezif. Widerstand der Substanz. Der Werth $\int \frac{dx}{F_x}$ hängt von Form und Dimensionen des Leiters ab. Der Werth $w = \frac{1}{c}\int \frac{dx}{F_x}$ ist also durch die besondern Verhältnisse des stromdurchflossenen Leiters bedingt und heisst der Widerstand des Leiters.

Hat man einen geschlossenen Stromkr., so ist in demselben die Stromst. überall dieselbe. Der Stromkr. bestehe aus einer Reihe von Leitern, — darunter der Elektro-Mot. — welche nach einander zur Berührung gebracht sind. Bezeichnet man mit V_0, V_1, $V_2 \ldots . V_n$ die Potent. im Stromkr. an den Berührungsstellen, und mit w_1, $w_2 \ldots . w_n$ die Widerstände der einzelnen homogenen Leiter, so ist nach dem Vorigen: $V_0 - V_1 = iw_1$; $V_1 - V_2 = iw_2$; $\ldots . V_{n-1} - V_n = iw_n$. (d)
Durch Addition sämmtlicher Gleichg. erhält man: $V_0 - V_n = i\Sigma(w)$. Nun ist $V_0 - V_n$ die elektromot. Kraft des Elektro-Mot. Wenn man dieselbe mit E und $\Sigma(w)$ mit W, bezeichnet, so ist: $i = \frac{E}{W}$. (28)
Enthält der Stromkr. nicht einen, sondern beliebig viele Elektro.-Mot. hinter einander, so erhält man: $i = \frac{\Sigma(E)}{W}$. (28a)

III. Der Leitungs-Widerstand.

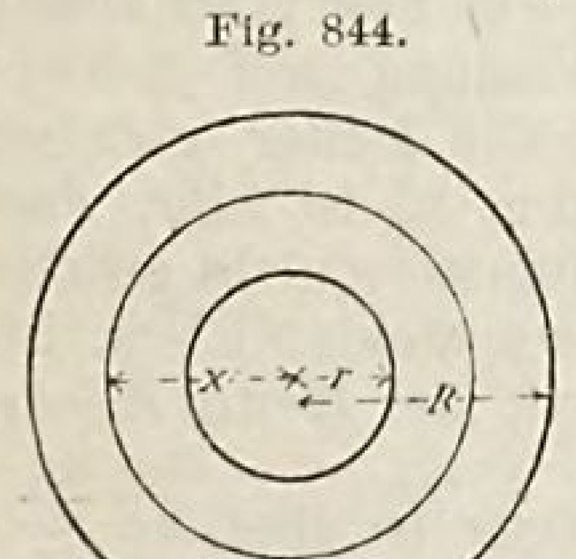
Man unterscheidet den Widerstand im Elektr.-Mot., den innern Widerstand w_i, und den Widerstand des äussern Stromkr., den äussern Widerstand w_a. Es ist also: $W = w_i + w_a$.

Die Dimension des Widerst. ist: $\frac{\text{Potential}}{\text{Stromstärke}} = \frac{[M^{1/2}L^{1/2}T^{-1}]}{[M^{1/2}L^{3/2}T^{-2}]} = [L^{-1}T]$.

Ist der Leiter von prismat. Form, wie bei Leitungsdrähten der Fall, so ist F_x in der Formel $k\int\frac{dx}{F_x}$ konstant, daher $w = k\frac{l}{F}$. (29)

Setzt man $l = 1$, $F = 1$, so ist $w = k$. Der spezif. Widerst. ist also der Widerst. eines Würfels der betr. Substanz, dessen Seite = der Längeneinh. ist, und welcher in Richtg. einer Kante vom Strome durchflossen wird.

Fig. 844.



Ist der Stromweg begrenzt von 2 ko-axialen Zylindern mit den Radien r und R und der Länge l (wie bei vielen Volta-Elektro-Mot. der Fall), so dass also der Strom vom innern Zylinder zum äussern fliesst, Fig. 844, so ist für die Entfernung x von der Zylinder-Axe: $F_x = 2x\pi l$, also:

$$W = \frac{k}{2\pi l}\int_r^R \frac{dx}{x} = \frac{k}{2\pi l}\, ln\frac{R}{r}. \quad (30)$$

Zwei Leiter sind äquivalent, wenn sie gleichen Widerst. besitzen, d. h. wenn man in einem Stromkr. den einen durch den andern ersetzen kann, ohne dass die Stromst. sich ändert. Sind beide Leiter prismatisch, l_1, l_2 ihre Längen, f_1, f_2 ihre Querschnitte, k_1, k_2 ihre spezif. Widerstände, so ist die Bedingung ihrer Aequivalenz: $k_1\frac{l_1}{f_1} = k_2\frac{l_2}{f_2}$. (31)

Der spezif. Widerst. des Leiter erleidet Veränderungen bei Aenderungen des molekularen Zustandes, sowie auch in Folge von Beimischungen anderer Stoffe. Der Widerst. wächst bei Erhöhung der Temperat.; Spannung der Drähte vermehrt ihren Widerst.

Die Zunahme des Widerst. mit wachsender Temperat. ist für alle **reinen Metalle**, mit Ausnahme von Quecksilber und Eisen, nahezu gleich und beträgt $\frac{1}{273} = 0{,}00366$, für Quecksilber 0,001, für Eisen 0,005 für je 1° C.

Für Salzlösungen und Säuren lässt sich das Leitungs-Vermögen im Vergleich zu demjenigen des Quecksilbers durch die empir. Formel ausdrücken: $c = xp - x'p^2$, worin p der Prozentgehalt der Lösung an gelöster Substanz, x und x' zwei Konstanten sind. Für sehr verdünnte Lösungen verschwindet das 2. Glied. Für die am häufigsten gebrauchten Lösungen sind die Konstanten nachstehend zusammen gestellt:

Gelöste Substanz	Chemische Form. ders.	x	x'	Gelöste Substanz	Chemische Form. ders.	x	x'
Salzsäure	HCl	0,00000887	0,000000297	Zinkvitriol . . .	$ZnSO_4$	0,00000042	0,000000012
Salpetersäure .	HNO_3	0,00000534	0,000000101	Kupfervitriol .	$CuSO_4$	0,00000041	0,000000011
Schwefelsäure .	H_2SO_4	0,00000415	0,000000048				

Es ist also z. B. das Leitungs-Vermögen einer 5prozentigen Salzsäure-Lösung:

$$c = 0{,}00000887 \,.\, 5 - 0{,}000000297 \,.\, 25 = 0{,}000036925,$$

sonach der spezif. Widerst.: $k = \frac{1}{c} = 27082.$

Für konzentrirtere Lösungen gilt diese Gleichg. nur mit Annäherung. Viele Lösungen besitzen noch unterhalb ihres Sättigungspunktes ein Maximum des Leitungs-Vermögens; dasselbe ist bei 18° C.:

Für Salzsäure bei 18,3% Gehalt der Lösung und 1,092 Dichte = 0,00007174
„ Salpetersäure „ 29,7% „ „ „ „ 1,185 „ = 0,00007330
„ Schwefelsäure „ 30,4% „ „ „ „ 1,224 „ = 0,00006914
„ Zink-Vitriol „ 23,7% „ „ „ „ 1,285 „ = 0,00000452
„ Kupfervitriol „ 18,1% „ „ „ „ 1,208 „ = 0,00000440.

Für die Flüssigkeiten wächst das Leitungs-Vermögen, bezw. vermindert sich der Leitungswiderst. mit zunehmender Temperatur.

IV. Verbindung von Elektro-Motoren.

Man kann eine Anzahl von n Elektro-Mot., deren jeder die elektro-mot. Kraft e und den innern Widerstand w_i habe, nach 3 Methoden zu einer Kette verbinden.

Fig. 845.

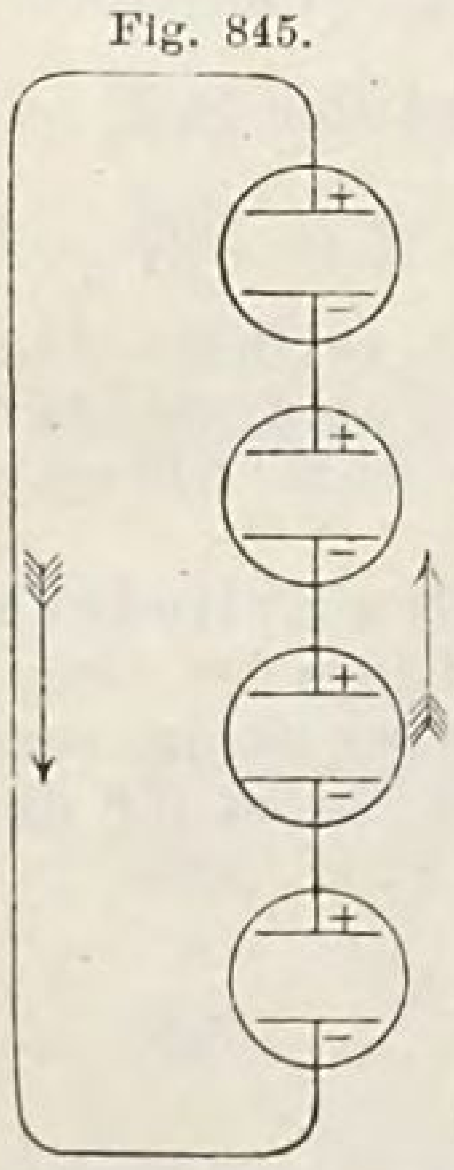
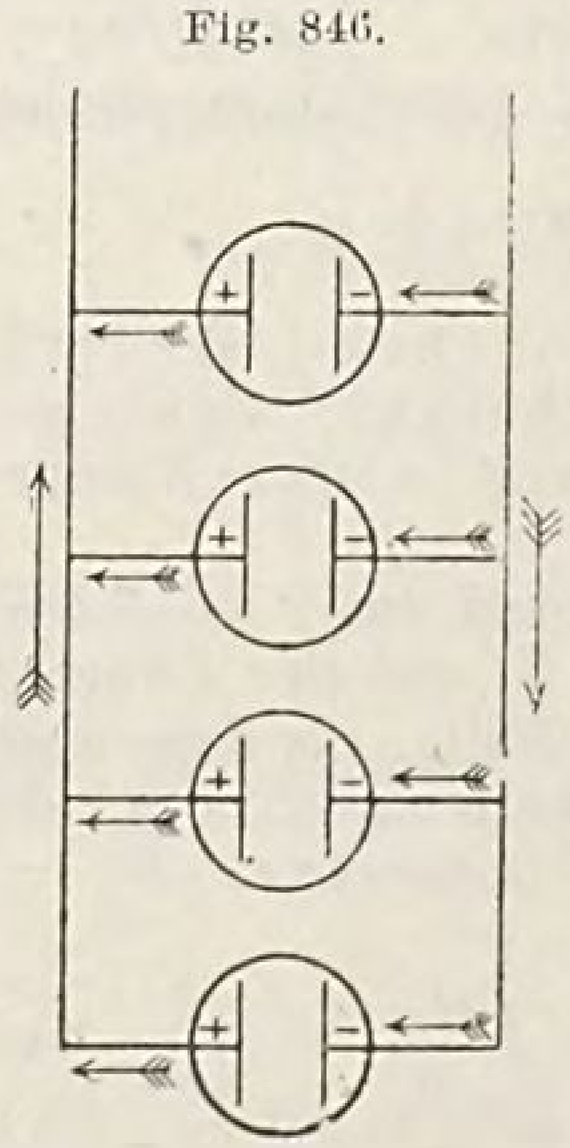


Fig. 846.



a. Die Elektro-Mot. werden der Reihe nach hinter einander in den Stromkreis eingeschaltet, Fig. 845, so dass der posit. Pol des einen mit dem negat. Pol des folgenden verbunden ist. (Schaltung **hinter einander**, Verbindung auf **Spannung**.) Dann ist nach Gleichg. (28a) die elektro-mot. Kraft der Kette $E = ne$, der gesammte Widerst. $= w_a + n\,w_i$.

b. Es werden die gleichnamigen Pole der einzelnen Elem. verbunden, Fig. 846. (Schaltung **neben einander**, Verbindung auf **Oberfläche**.) Da in diesem Falle Leiter gleichen Potentials verbunden werden, so ist klar, dass die Potent.-Differ. der Kombination nicht grösser als die Potent.-Differ. eines einzelnen Elem. ist, daher die elektro-mot. Kraft der Kette $E = e$. Der innere Widerst. der Kette ist aber $= \frac{w_i}{n}$, da die Länge der Strombahn nicht grösser ist, als beim einzelnen Elem., die Fläche derselben aber n mal grösser geworden ist.

c. Die Elem. werden zu **Gruppen** kombinirt und innerhalb der Gruppen neben einander geschaltet. Enthält jede Gruppe x Elem., so ist die elektr. Kraft der Kette: $E = \frac{n}{x}\,e$ und der innere Widerst. derselben: $W_i = \frac{n}{x}\,\frac{w_i}{x} = \frac{n w_i}{x^2}$ **Maximum der Stromstärke.** Die Fälle ad a. und b. lassen sich stets auf c. zurück führen, je nachdem man $x = 1$ oder $x = n$ setzt. Die für die Kombination ad c. gezogenen Schlüsse sind daher für alle möglichen Fälle gültig.

Für die Kombination ad c. ist: $i = \frac{\frac{n}{x} e}{w_a + \frac{n w_i}{x^2}} = \frac{n e}{x w_a + \frac{n w_i}{x}}$. i wird ein Maximum, wenn der Nenner des Bruchs ein Minimum wird. Dies ist der Fall für: $w_a = \frac{n w_i}{x^2}$. Dieser Werth stellt nach Früherm den innern Widerst. der Kette dar.

Das Resultat dieser Erörterung gilt offenbar auch dann, wenn man es nicht mit einer Kette, sondern mit einem einzelnen Elem. zu thun hat, für welches man die Werthe w_a und w_i veränderlich denkt. Es gilt also allgem. der Satz: Das Maximum der Stromst. tritt ein, wenn der innere Widerst. des Elektro-Mot. oder der Kette gleich dem äussern Widerst. ist.

Es seien n Elem. gegeben mit dem innern Widerstand w_i eines jeden; ferner sei der äussere Widerst. $= W_a$. Die Elem. können beliebig kombinirt werden. Bildet man p Gruppen, jede zu x Elem., wobei die Elem. innerhalb der Gruppen auf Oberfläche, die Gruppen auf Spannung kombinirt sind, so ist der innere Widerst. der Kombination: $W_i = \frac{x w_i}{p} = \frac{n w_i}{p^2}$. Für das Maximum der Stromstärke muss dann sein: $W_a = \frac{n w_i}{p^2}$, also: $p = \sqrt{n \frac{w_i}{W_a}}$, $x = \sqrt{n \frac{W_a}{w_i}}$. (32)

Da p und n immer nur ganze Zahlen sein können, lässt sich im allgem. das Maximum der Stromstärke stets nur annähernd erreichen.

Beispiel. Es seien 16 Elem. gegeben; w_i sei für jedes derselben $= 10$, $W_a = 100$. Dann ist: $p = \sqrt{16 \frac{10}{100}} = 1{,}26$. Man wird also sämmtl. Elem. auf Oberfläche verbinden.

Wäre $W_a = 40$, so erhielte man: $p = \sqrt{16 \frac{10}{40}} = 2$.

Die Elem. würden also am zweckmässigsten in 2 Gruppen zu je 8 Elem. verbunden werden.

Bemerkung. Da es, wie oben hervor gehoben, für den Effekt gleichgültig ist, ob man n Elem. auf Oberfläche verbindet, oder die Platten eines Elem. nmal vergrössert, so folgt nach dem Voraufgehenden auch, dass die elektromot. Kraft des Volta'schen Elektro-Mot. von der Grösse der Platten ganz unabhängig ist.

V. Stromverzweigung in linearen Leitern. (Kirchhoff'sche Gesetze.)

1. Gesetz. Gegeben sei ein Stromkreis, der sich in Zweige theilt; welche sich in einem Punkte schneiden, Fig. 847. Bezeichnet man die Stromrichtg. nach dem Schnittp. zu mit $+$, die Richtg. von dem Schnittp. fort mit $-$, die Stromst. in den einzelnen Zweigen um die Schnittp. mit $i_1, i_2, i_3 \ldots . i_n$, dann gilt die Beziehung: $\Sigma(i) = 0$.

Fig. 847.

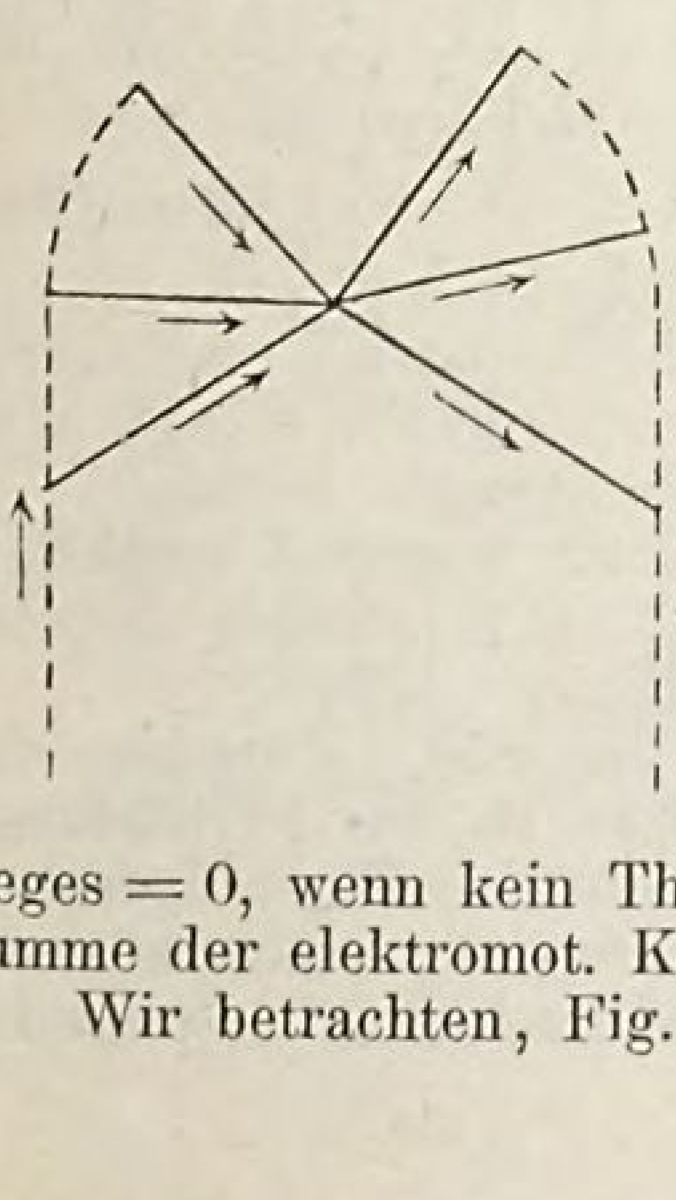
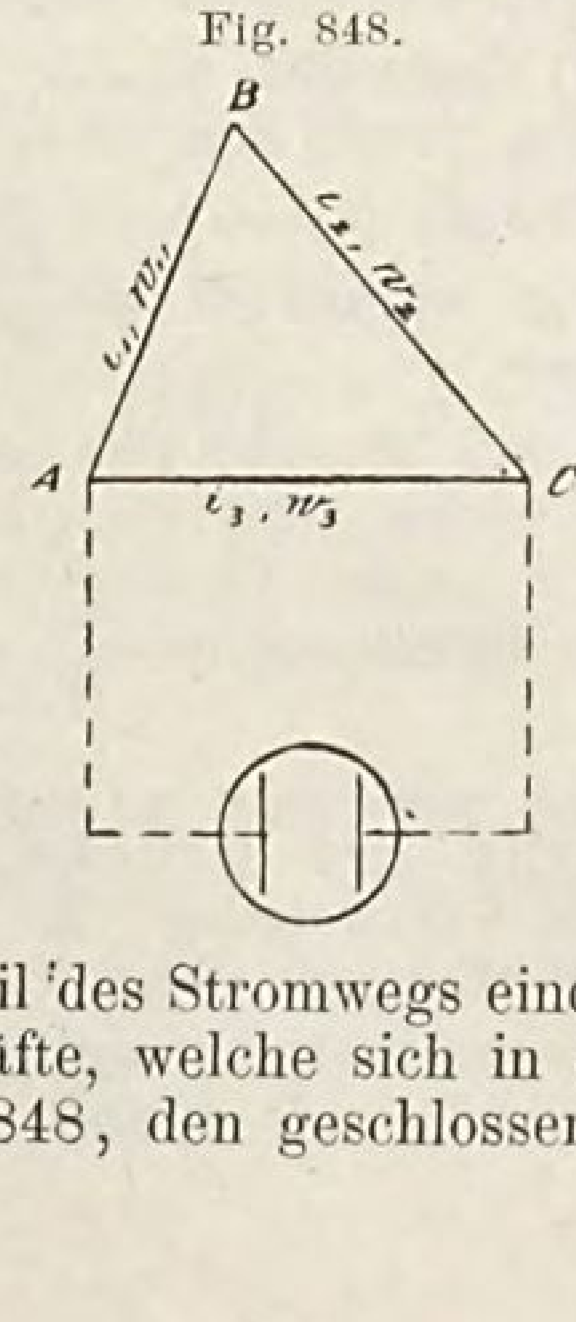


Fig. 848.



Das Gesetz ist ohne weiteres klar. Denn es kann durch die abgehenden Stromzweige nicht mehr Elektriz. transmittirt werden als denselben durch die ankommenden zugeführt wurde.

2. Gesetz. Für eine polygonale Stromverzweigung gilt das Gesetz: In einem geschlossenen Stromwege ist die algebr. Summe der Produkte aus den Stromst. und Widerst. der einzelnen Theile des Stromweges $= 0$, wenn kein Theil des Stromwegs einen Elektro-Mot. enthält, oder $=$ der Summe der elektromot. Kräfte, welche sich in dem Stromwege befinden.

Wir betrachten, Fig. 848, den geschlossenen Stromweg A, B, C; die Potent.

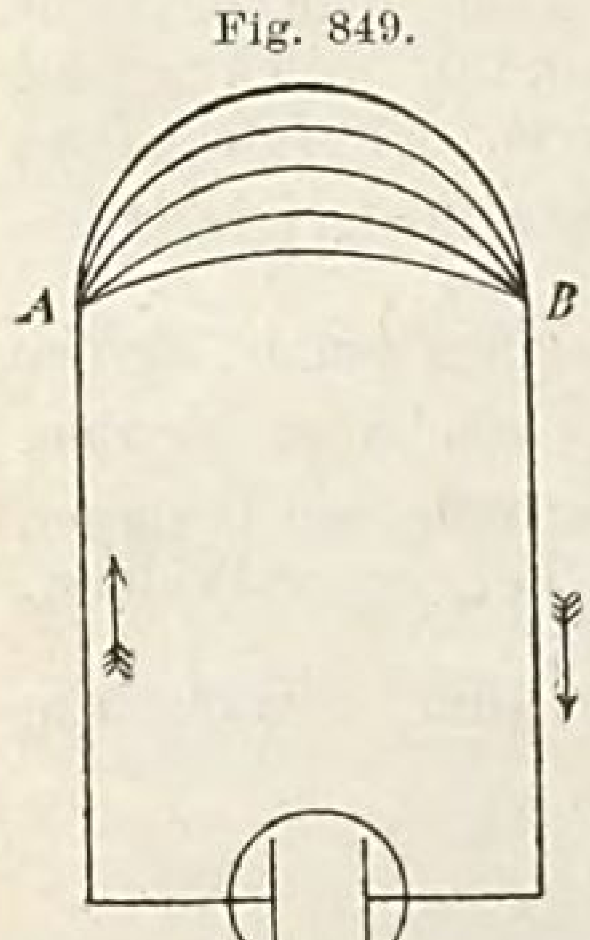
in den Eckpunkten seien V_a, V_b, V_c, die Stromst. und Widerst. der Stromzweige i_1, w_1; i_2, w_2; i_3, w_3. Dann ist nach (5):

$V_a - V_c = i_1 w_1$; $V_c - V_b = i_2 w_2$; $V_b - V_a = i_3 w_3$, also: $i_1 w_1 + i_2 w_2 + i_3 w_3 = 0$.

Nimmt man an, dass ausser den von den äussern Elektro-Mot. herrührenden Potent.-Differ. in den Seiten der Strombahn Elektro-Mot. mit den elektomot. Kräften E_a, E_b, E_c wirksam seien, so erhält man:

$$E_1 + V_a - V_c = i_1 w_1;\ E_2 + V_c - V_b = i_2 w_2;\ E_3 + V_b - V_a = i_3 w_3,\ \text{also:}$$
$$E_1 + E_2 + E_3 = i_1 w_1 + i_2 w_2 + i_3 w_3.$$

Fig. 849.



Man übersieht leicht, dass jedes polygonale System auf analoge Gleichgew.-Bedingungen führt, und kann daher allgem. schliessen:

$$\Sigma(E) + \Sigma(iw) = 0, \tag{33}$$

welche Gleichg. dadurch, dass $E = 0$ gesetzt wird, auch den Fall einschliesst, dass kein Elektro-Mot. in der Strombahn vorhanden ist.

Anwendung 1. Mehrfache Verzweigung. Es sei, Fig. 849 ein Stromkr. gegeben, welcher sich zwischen den Punkten A und B in n Zweige theilt. Stromst. und Widerstand des unverzweigten Theils seien J und W; die entspr. Grössen der einzelnen Stromzweige $i_1 w_1$, $i_2 w_2$, ... $i_n w_n$; die Potent.-Differ. zwischen A und B sei ΔV.

Dann gilt nach den 1. Gesetz von Kirchhoff:

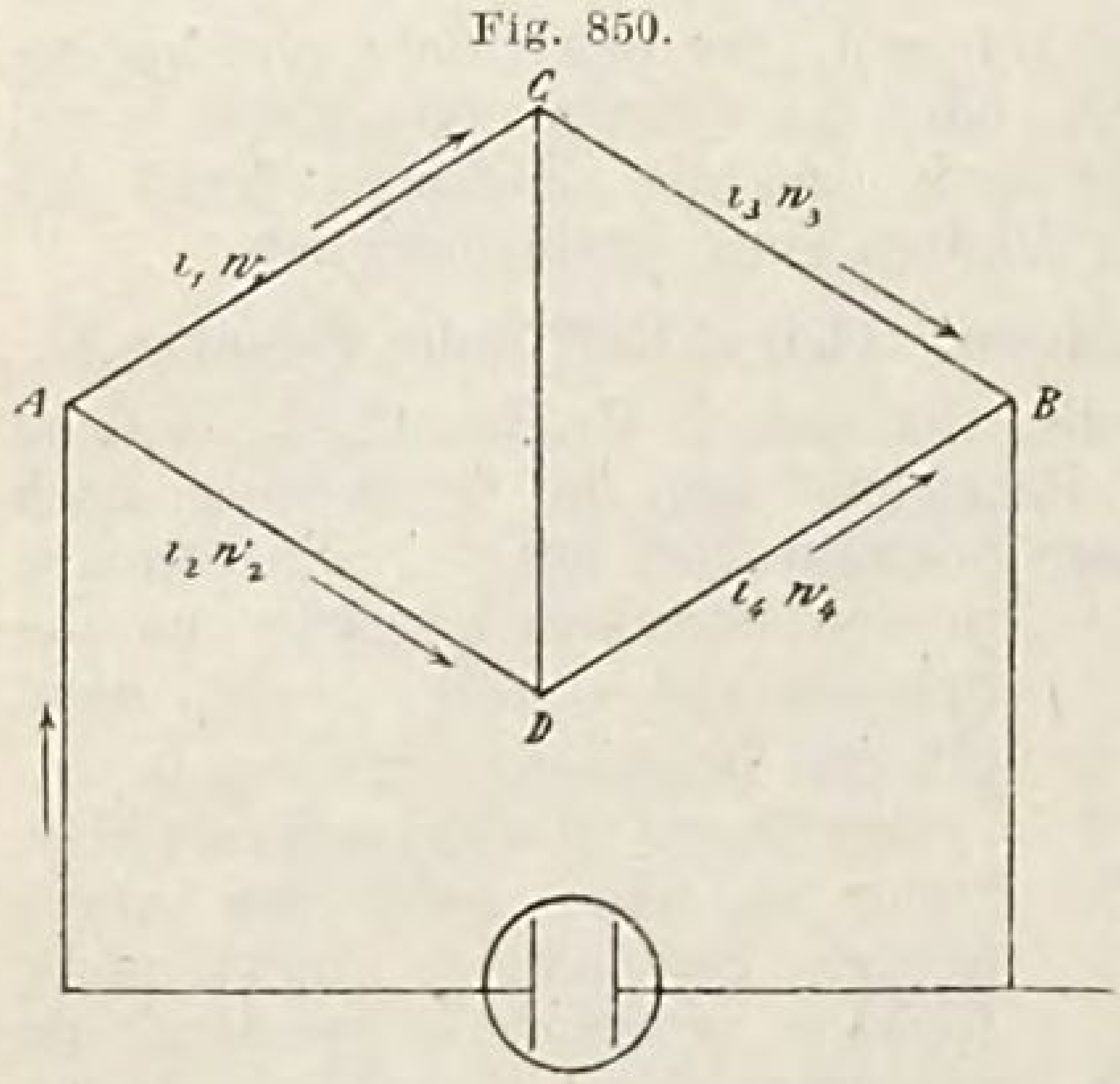
$$J = \Sigma(i).$$

Ferner nach S. 913 Gleichg. (d): $\Delta V = i_1 w_1 = i_2 w_2 = i_3 w_3 = \ldots i_n w_n$,

sonach: $$i_1 : \frac{1}{w_1} = i_2 : \frac{1}{w_2} = i_3 : \frac{1}{w_3} = \ldots . i_n : \frac{1}{w_n},$$

folglich: $$i_x : \frac{1}{w_x} = \Sigma(i) : \Sigma\left(\frac{1}{w}\right) = J : \Sigma\left(\frac{1}{w}\right).$$

Fig. 850.



Sonach für einen beliebigen Stromzweig:

$$i_x w_x = \frac{J}{\left(\Sigma \frac{1}{w}\right)}.$$

Ferner erhält man durch Anwendung des 2. Gesetzes von Kirchhoff auf den x^{ten} Zweig und den unverzweigten Theil:

$$E = JW + i_x w_x = J\left(W + \frac{1}{\Sigma\left(\frac{1}{w}\right)}\right),$$

woraus: $$J = \frac{E}{W} \frac{\Sigma\left(\frac{1}{w}\right)}{\frac{1}{W} + \Sigma\left(\frac{1}{w}\right)}. \tag{34}$$

Aus: $i_x = \dfrac{J}{W_x \Sigma\left(\frac{1}{w}\right)}$ folgt ferner: $$i_x = \frac{E}{W} \frac{\frac{1}{w_x}}{\frac{1}{W} + \Sigma\left(\frac{1}{w}\right)}. \tag{34 a.}$$

Anwendung 2. Verzweigung mit Brücke, Fig. 850. Zwischen den Punkten A und B ist eine zweifache Verzweigung; in diese ist das Verbindungsstück CD eingelegt. Stromst. und Widerst. seien, wie in der Fig. angegeben, bezeichnet. Es sollen w_1, w_2, w_3, w_4 so bestimmt werden, dass die Brücke stromlos ist. Nach dem 1. Gesetz ist: $i_1 - i_3 = 0$; $i_2 - i_4 = 0$ und nach dem 2. Gesetz ist:

für den Kreis ACD: $i_1 w_1 - i_2 w_2 = 0$
" " " CDB: $i_3 w_3 - i_4 w_4 = 0$ also: $\frac{i_1 w_1}{i_3 w_3} = \frac{i_2 w_2}{i_4 w_4}$.

Und schliesslich: $$\frac{w_1}{w_2} : \frac{w_3}{w_4}. \qquad (35)$$

Die Anordnung führt den Namen Wheatstone'sche Brücke und dient zur experimentellen Bestimmung der Widerstände.

VI. Arbeit im Stromkreise.

Die Potent.-Differ. $E = \Delta V$ entspricht der Energie-Menge, welche bei Transmission der elektr. Einh. durch den Stromkr. aktuell wird. Bei Ueberführung der Elektriz.-Menge $q = it$ wird also die Arbeit: $L_s = Eit$, von den im Stromkr. wirksamen Kräften geleistet; dieselbe Arbeit muss im Elektro-Mot. zur Herstellung der Potent.-Differ. verbraucht werden. Bezeichnet man letztere Arbeit mit L_e, so ist

$$L_e = L_s = Eit. \qquad (36)$$

Die Energie-Menge L_s muss in einer andern Energie-Form wieder erhalten werden. Wird die Arbeit des Stroms nur auf Ueberwindung des Leitungswiderst. verwandt, so wird seine ganze Energie-Menge in Wärme verwandelt. Man kann indessen durch den Strom auch eine äussere Arbeit verrichten lassen, wie Unterhaltung eines chemischen Prozesses, Bewegung eines Magneten (vgl. weiterhin) u. s. w. In letzterem Falle kann aber niemals die ganze Arbeit L_s zu diesem Zwecke nutzbar gemacht werden, sondern es wird ein Theil derselben zur Ueberwindung der Leitungswiderst. verbraucht. Nennt man diese Arbeit L_w, die Nutzbarkeit L_a, so ist allgemein: $$Eit = L_w + L_a. \qquad (37)$$

Es wird zunächst der einfache Fall zu untersuchen sein, dass $L_a = 0$ ist.

VII. Wärme-Entwickelung im Stromkreise; Gesetz von Joule.

Es werde die Arbeit des Stromes nur auf Ueberwindung der Leitungswiderst. verwandt und in Wärme verwandelt. Es ist dann: $L_w = Eit$ und durch Eliminirung von E mittels (28): $$L_w = i^2 w t. \qquad (38)$$

Ist $\frac{1}{A}$ das mechan. Wärme-Aequival., so ist die ganze in der Zeit t im Stromkr. auftretende Wärmemenge H: $$H = A i^2 w t \qquad (39)$$

also: $$H(\text{g-cal.}) = \frac{i^2 w t}{416} 10^{-5} (\text{g cm}^2 \text{ sec}^{-2}). \qquad (39a)$$

Wird E und q in Volt. und Coulomb., bezw. i und w in Ampère und Ohm, H in kg cal. ausgedrückt, so ist:

$$H(\text{kg-cal.}) = \frac{i^2 w t}{416} \text{ Volt. Coulomb.} \qquad (39b)$$

Seien die Widerst. einzelner Leitertheile im Stromkr. $= w_1, w_2, w_3 \ldots . w_n$, die Potent.-Differ. an den Enden dieser Leitertheile entspr. $\Delta V_1, \Delta V_2, \Delta V_3 \ldots \Delta V_n$ und die Wärmemengen, welche innerhalb der einzelnen Leitertheile auftreten, $H_1, H_2, H_3 \ldots . H_n$, so ergiebt sich durch analoge Schlussfolgerungen wie vorher:

$$H_1 = A i^2 w_1 t;\; H_2 = A i^2 w_2 t;\; H_3 = A i^2 w_3 t \ldots . H_n = A i^2 w_n t,$$

woraus folgt: $$H_1 : H_2 : H_3 : H_n = w_1 : w_2 : w_3 : w_n. \qquad (40)$$

D. h. Die in den einzelnen Leitertheilen des Stromkreises in gleichen Zeiten frei werdenden Wärmemengen verhalten sich direkt wie die Widerst. der entsprechenden Leitertheile.

Schaltet man in den Stromkr. einen Leitertheil mit grossem Widerst. und geringem Volumen ein, so kann derselbe bis auf ausserordentlich hohe Temperat. erhitzt werden.

VIII. Verrichtung äusserer Arbeit durch den Strom.

Wenn nicht die Beziehung $L_a = 0$ stattfindet, so lässt sich zunächst leicht zeigen, dass auch in diesem Falle die Arbeit $L_w = i^2 w t$ ist.

Denken wir uns, dass die Arbeit nur in einem bestimmten Punkte P oder in einem kurzen Leitertheil, dessen Widerst. vernachlässigt werden kann, verrichtet

werde, so muss nothwendigerweise in P eine gewisse Potent-Differ. $V_1 - V_2$ verbraucht werden. Die Potent.-Differ. im Stromkr. vor P ist dann $V_0 - V_1 = \varDelta V_1$, hinter P aber: $= V_2 - V_n = \varDelta V_3$. Die Widerst. der Leitertheile seien w_1 und w_2; dann ist die Stromst. (nach S. 913, Gleichg. c) $i = \frac{\varDelta V_1}{w_1} = \frac{\varDelta V_3}{w_2}$. Die zur Ueberwindung des Leitungswiderst. in der Zeit t verbrauchte Arbeit:

$$= \varDelta V_1 i t + \varDelta V_3 i t = i^2 (w_1 + w_2) t = i^2 w t.$$

Wird die Nebenarbeit nicht in einem Punkte, sondern in einem längern Leitertheil verrichtet, so hat man dieselben Schlüsse wie bei Ableitung des Ohm'schen Gesetzes zu ziehen, unter Beachtung, dass nicht die ganze in einem Querschn. F_x eines Leitertheils wirksame Kraft X, sondern nur ein Theil derselben X_1 zur Ueberführung der elektr. Theilchen auf die Fläche F_{x+dx} verwandt wird, während der andere Theil X_2 zur Verrichtung der Nebenarbeit verbraucht wird. Statt $X = \frac{dV}{dx}$ ist S. 912, Gleichg. (a), $X_1 = \frac{dV_1}{dx}$ zu setzen; durch analoge Schlüsse erhält man dann: $i = \frac{\varDelta V_1}{w}$, worin $\varDelta V_1$ ein Theil der an den Enden des Leiters vorhandenen Potent.-Differ. $\varDelta V$, welcher die auf Transmittirung der Elektriz.-Einh. verwandte Arbeit darstellt, während der Rest $\varDelta V_2$ der Nebenarbeit entspricht. Man erhält dann wieder: $L_w = \varDelta V_1 i t$ und durch Einsetzung von $\varDelta V_1$ aus: $i = \frac{\varDelta V_1}{w}$ gelangt man zu: $L_w = i^2 w t$.

Unter Einsetzung von L_w in Gleichg. (37) erhält man dann für die Arbeit pro Zeiteinh.:

$$L_s = E i_1 = i_1^2 w + L_a, \tag{41}$$

in welcher Gleichg. die Stromst. i_1 nothwendigerweise einen andern Werth haben muss als in (39), da sonst die Gleichgen. in Widerspruch mit einander stehen würden. Man erhält dann:

$$i_1 = \frac{E \pm \sqrt{E^2 - 4 w L_a}}{2 w}. \tag{42}$$

Wenn der Werth $4 w L_a > E^2$, wird i imaginär; das Maximum von L_a, welches überhaupt erreicht werden kann, ergiebt sich also aus: $E^2 = 4 w L_a$ und beträgt

$$L_{a_{\max.}} = \frac{E_2}{4 w}.$$

Für diesen Werth von L_a ist die Stromst.: $i_1 = \frac{E}{2 w}$. Die Stromst. für den Werth $L_a = 0$ beträgt nach dem Ohm'schen Gesetz: $i_0 = \frac{E}{w}$; also ist: $i_1 = \frac{i_0}{2}$, der Werth $\frac{L_a}{L_e}$ stellt den Nutzeffekt dar. Setzt man dafür N, so ist $N_{\max.} = \frac{E^2}{4 w} \frac{1}{E i_0}$ oder $N_{\max.} = \frac{1}{4}$. Der Nutzeffekt kann also nie höher als 25% werden.

Nach den Voraufgehenden ist die Stromst. geringer, wenn der eingeschaltete Arbeits-Apparat in Thätigkeit ist, als wenn die ganze Stromarbeit nur auf Ueberwindung des Leitungswiderst. verwandt wird. Da der Widerst. nach der Voraussetzung unverändert geblieben ist, muss gefolgert werden, dass im Stromkr. während der Arbeitsleistung eine elektromot. Kraft e auftritt, welche einen Strom $- i_p$ erzeugt, so dass also: $i_1 = i_0 - i_p$.

Der Werth von e ergiebt sich für $i_{\max.}$ aus: $i_1 = \frac{i_0}{2}$ zu: $e = \frac{1}{2} E$. Den Gegenstrom e nennt man bei Verrichtung von chemischen Arbeiten die **Polarisation**.

IX. Elektrolyse.

Wenn ein hinreichend starker Strom durch eine zusammen gesetzte Flüssigkeit geleitet wird, so wird dieselbe zersetzt. Man nennt den Vorgang **Elektrolyse**, die Zersetzungs-Produkte **Jonen**; die in die Flüssigkeit eintauchenden Enden der

festen Leiter des Stromkr. heissen Elektroden. Bei der Zersetzung treten einige Zersetzungs-Produkte an der posit. Elektrode — der Anode —, andere an der negat. Elektrode — der Kathode — auf. Erstere sind die elektro-negat. Jonen oder Anionen, letztere die elektro-posit. Jonen oder Kationen.

Die Bestimmung, welches von den Elem. einer binären Verbindung an der Anode, welches an der Kathode auftritt, kann man der nachstehenden, von Berzelius aufgestellten Reihe entnehmen, in welcher jeder Stoff in Bezug auf den folgenden elektro-negat., in Bezug auf den vorauf gehenden elektro-posit. ist.

Sauerstoff	Phosphor	Antimon	Iridium	Zinn	Uran
Schwefel	Arsen	Tellur	Platin	Blei	Aluminium
Selen	Chrom	Tantal	Rhodium	Kadmium	Magnesium
Stickstoff	Vanadin	Titan	Palladium	Kobalt	Kalcium
Fluor	Molybdäm	Silizium	Quecksilber	Nickel	Strontium
Chlor	Wolfram	Wasserstoff	Silber	Eisen	Barium
Brom	Bor	Gold	Kupfer	Zink	Natrium
Jod	Kohlenstoff	Osmium	Wismuth	Mangan	Kalium

Die an den Elektroden auftretenden Zersetzungs-Produkte wirken oft auf diese selbst chemisch ein, so dass das Resultat der zu Tage tretenden Erscheinung in Folge jener sekundären Vorgänge ein anderes sein kann, als das direkt durch den Strom veranlasste.

Die Menge der in einer gewissen Zeit durch den Strom zersetzten Substanz ist proportional der in dieser Zeit durch den Stromkreis transmittirten Elektriz.-Menge, oder mit andern Worten: Die Menge der durch den Strom in der Zeiteinh. zersetzten Substanz ist der Stromstärke proportional; die durch denselben Strom zersetzten Mengen verschiedener Substanzen sind ihrem chemischen Aequival. proportional (Gesetz von Faraday). Man kann daher als Einh. der Stromst. denjenigen Strom benutzen, welcher in der Zeiteinh. eine gegebene Quantität eines bestimmten Stoffes zersetzt Vielfach benutzt man als Einh. der Stromst. denjenigen Strom, welcher bei der Wasserzersetzung in 1 Minute 1 $^{\text{ccm}}$ Knallgas entwickelt.

Das elektrochem. Aequivalent. eines Elektrolyts ist diejenige Menge (in $^{\text{g}}$), welche durch die Einh. der Elektriz.-Menge zersetzt wird, bezw. welche bei der Elektrolyse ausgeschieden wird.

Ist a das elektrochem. Aequival. des Wasserstoffs für die gewählte Einheit der Stromst., so erhält man die chem. Aequival. der andern Stoffe durch Multiplikation ihrer Atomgewichte mit a.

Für die Bestimmung der elektrochem. Aequival. giebt die Anwendung der elektrostatischen Elektriz.-Einh. sehr unbequeme Zahlen; man bezieht dieselben daher auf die dem praktisch angewandten Maasssystem zu Grunde liegende elektromagnet. Elektriz.-Einh., deren Definition S. 931 gegeben ist.

Die chem. Wirkung in den Volta'schen Elektro-Mot. erfolgt ebenfalls nach dem Gesetze von Faraday. Es ist also die in denselben aufgelöste Menge des Zinks der gelieferten Stromst. proportional.

X. Elektromotorische Kraft eines Volta'schen Elektro-Motors.

Berechnet man die Wärmewerthe der durch die chem. Prozesse im Elektro-Mot. gelieferten Arbeit, so erhält man nach Multiplikat. jener Wärmemenge mit $\frac{1}{A}$ diese Arbeit in Energie-Einh. ausgedrückt. Die so ermittelte Energie wird zur Herstellung der Potent.-Differ. verbraucht; sie muss also nach S. 917 = der vom Strom verrichteten Arbeit sein.

Sei n die im Elem. pro Zeiteinh. aufgelöste Menge des Zinks (in $^{\text{g}}$), h die Wärmemenge, welche der bei Auflösung von 1$^{\text{g}}$ Zink im Elem. aktuell gewordenen Energie entspricht, z das elektrochem. Aequival. des Zinks, q die in der Zeit t gelieferte Elektriz.-Menge. Dann ist nach dem Faraday'schen Gesetz und nach der Definition des elektrochem. Aequival.: $q = it = \frac{n}{z}$.

Der Wärmewerth der in der Zeit t im Elem. bei Herstellung der Potent.-Differ. geleisteten Arbeit ist: $H = nh,$

also diese Arbeit in Energie-Einh.: $L = \frac{1}{A} nh = Eit = E \frac{n}{z}$,

sonach: $$E = \frac{1}{A} hz, \qquad (43)$$

woraus hervor geht, dass die elektromot. Kraft des Elem. nur abhängig ist von der Natur des chem. Prozesses im Elem., aber unabhängig von der Grösse der Platten, was auch schon S. 915 hervor gehoben wurde.

Die elektromot. Kräfte zweier verschiedenen Elem. verhalten sich wie die Wärmewerthe der chem. Arbeiten in den Elem., welche der Auflösung von 1 g Zink in jedem Elem. entsprechen. Denn es ist: $E_1 : E_2 = h_1 : h_2$.

Zum Verständniss der Gleichg. (43) ist es gut, die Dimensionen zu kontrolliren. Es ist $\frac{h}{A} = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Masse}}$, $z = \frac{\text{Masse}}{\text{Elektr.-Menge}}$, also: $E = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Elektriz.-Menge}}$.

XI. Empirische Einheiten.

Die direkte Benutzung der c. g. s. = Einheiten (S. 886) liefert für Stromst. und Widerst. sehr unbequeme vielziffrige Zahlen. Ausser den weiterhin zu besprechenden elektromagnet. Einh. des Pariser Kongresses benutzt man daher häufig empir. Einh.; für deren Wahl die Bedingung ihrer praktischen Herstellbarkeit massgebend ist.

Als empir. Widerstandseinh. wird am häufigsten benutzt die Siemens'sche Einh. (S. E), (auch als Quecksilber-Einh. (Symbol *Hg*) bezeichnet) welche dargestellt wird durch den Widerst. einer Quecksilbersäule von 1 qmm Querschn. und 1 m Länge bei 0° C.

Die empir. Einh. der Stromst. wird, wie schon erwähnt, durch die Quantität eines in der Zeiteinh. bei der Elektrolyse gelieferten Zersetzungs-Produkts bestimmt.

1 Jacobi (J. E.) ist diejen. Stromst., bei welcher in der Minute bei der Wasserzersetzung 1 ccm Knallgas auf 0° Temperat. und 760 mm Barometerstand reduzirt (= 0,52 mg) geliefert wird.

Häufig wird auch als Stromeinh. derjen. Strom benutzt, welcher in 1 Min. 1 mg Kupfer, oder derjenige, welcher in 1 Min. 1 mg Silber niederschlägt.

Nach S. 915 und dem Voraufgehenden ist die elektromot. Kraft eines Elektro-Mot. vom Typus des Volta'schen Elem. unabhängig von der Plattengrösse, und nur bedingt durch die zur Verwendung kommenden Metalle und Flüssigkeiten, welche die Elem. bilden. Man kann also die elektromot. Kraft irgend eines Elem. von bestimmter Konstitution direkt als Maasseinh. benutzen.

Das ursprüngliche Volta'sche Elem. aus Zink- und Kupferplatte in angesäuertem Wasser giebt keine konstante elektromot. Kraft, weil durch die Auflösung des Zinks in der Flüssigkeit die Beschaffenheit der letztern und damit die ganze Konstitution des Elem. mit der Zeit verändert wird, ausserdem neben dem chem. Hauptprozess, welcher die elektromot. Kraft liefert, nämlich der Auflösung des Zinks in der Flüssigkeit, chem. Nebenprozesse vor sich gehen, welchen entgegenges. elektromot. Wirkungen entsprechen (Polarisation der Elem.). Die Abänderungen, welche der ursprüngliche Typus des Volta'schen Elem. erfahren hat, bezwecken alle, dem Elem. eine Konstitution zu geben, bei welcher seine elektromot. Kraft möglichst konstant erhalten wird. Nur solche konstanten Elem. eignen sich zur Darstellung der Maasseinh. für die elektromot. Kraft. Man benützt hierzu vornämlich die Elem. von Daniell, Grove und Bunsen. Die elektromot. Kraft dieser Elem. als Einh. angenommen, nennt man bezw.: 1 Daniell, 1 Grove, 1 Bunsen.

Zu beachten ist, dass diese empir., willkürlich gewählten Einh. in keiner Beziehung zu einander stehen. Sind von den 3 Grössen: elektromot. Kraft, Widerst. und Stromst. 2 in empir. Einh. bestimmt, so ist die Einh. der 3. Grösse dadurch bedingt.

Ist daher die Stromst. in *J. E*, der Widerst. in *S. E* bestimmt, so ist die entspr. Einh. der elektromot. Kraft = 1 Jacobi $\times$ Siemens. Ist die elektromot. Kraft in Daniells, der Widerst. in *S. E* bestimmt, so ist die entspr. Einh. der Stromst. = 1 Daniell : Siemens.

XII. Beispiele.

1. Wie gross ist der Widerst. eines Kupferdrahtes von 4 mm Durchm. und 10 m Länge in S. E.? Der spezif. Widerst. des Kupfers, denjenigen des Quecksilbers = 1 gesetzt, ist = 0,0166. Der Querschn. des Drahtes ist = 12,5664 qmm, daher der Widerst. von 1 m Drahtquerschn.:

$= \frac{0,0166}{12,5664} = 0,0013421$, oder für 10^m Draht $= 0,013421$ S. E.

2. Es werden 5 Kupferdrähte von 4^{mm} Durchm. und 10^m Länge neben einander gelegt; wie gross ist deren Widerst.?

$$w = \frac{1}{5}\, 0,013421 = 0,002685 \text{ S. E.}$$

3. Wie gross ist der Widerst., wenn die 5 Drähte hinter einander geschaltet sind?

$$w = 5 \,.\, 0,013421 = 0,067115 \text{ S. E.}$$

4. Wie gross ist der Widerst. von 1^{km} eines 5^{mm} starken Eisendrahtes?

Der spezif. Widerst. des Eisens ist $= 0,099$, der Drahtquerschn. $= 19,635^{qmm}$, also:

$$w = \frac{0,099}{19,635}\, 1000 = 5,04 \text{ S. E.}$$

5. Ein Kupferdraht von 4^{mm} Durchm. soll durch einen Eisendraht von gleicher Länge ersetzt werden; wie gross ist der Durchm. des letztern zu nehmen?

Beide Leiter sollen äquivalent sein, daher:

$\frac{k_1}{f_1} = \frac{k_2}{f_2}$ oder: $\frac{0,0166}{12,5664} = \frac{0,099}{f_2}$: $f_2 = 74,764$, sonach der Durchm. des Eisendrahtes $= 9,76^{mm}$.

6. Wie gross ist die Stärke eines Stromes in J. E., welcher bei einer Temperat. $t = 15^0$ und einem Barometerstand $m = 750^{mm}$, $v = 42^{ccm}$ Knallgas entwickelt?

Ist v_0 das Volumen des Knallgases bei 0^0 und m^{mm} Barometerstand, so ist das Volumen v bei t^0:

$$v = v_0 + \frac{t\,v_0}{273} = v_0 \frac{273 + t}{273} \text{ also: } v_0 = \frac{273\,v}{273 + t}.$$

Ein Volum. x bei 760^{mm} Barometerstd. verhält sich zu einem Volum. v_0 bei m^{mm} Barometerstd. nach dem Mariotte'schen Gesetz: $x : v = 760 : m$; $x = \frac{m\,v_0}{760}$: sonach ist das Volum. v reduzirt auf 0^0 und 760^{mm} Barometerstd.: $x = \frac{m\,273\,v}{760\,(273 + t)} = \frac{750\,.\,42\,.\,273}{760\,.\,288} = 39,29^{ccm}$ und daher die Stromst. $= 39,29$ J. E.

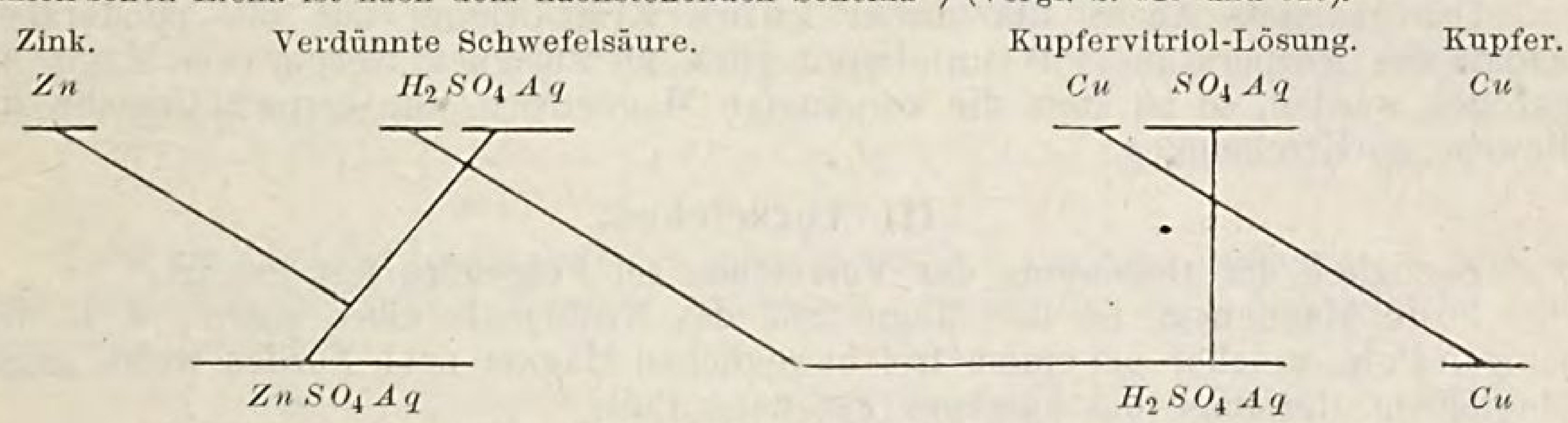
7. Ein Strom von 1 J. E. wirkt 60 Minut. in einem Zersetzungs-Apparat, welcher mit Kupfervitriol ($Cu\,SO_4$) gefüllt ist. Wie viel Kupfervitriol hat sich zersetzt; wie viel Kupfer ist an der Kathode niedergeschlagen?

Der Strom würde bei der Wasser Zersetzung 60^{ccm} Knallgas $= 60\,.\,0,00052 = 0,0312^g$ geliefert haben. Das Aequival. des Knallgases ($H_2 + O$) ist $= 18$, das Aequival. des Kupfervitriols $= 159,5$, das des Kupfers $= 63,5$. Also nach dem Faraday'schen Gesetz:

$159,5 : 18 = x : 0,0312$; $x = 0,277^g$ ($SO_3\,Cu\,O$) zersetzt.

$63,5 : 18 = y : 0,0312$; $y = 0,110^g$ (Cu) niedergeschlagen.

8. Der Wärmewerth der chem. Arbeit bei Auflösung von 1^g — Aequival. $= 65,2^g$ — Zink im Daniell'schen Elem. ist nach dem nachstehenden Schema*) (Vergl. S. 915 und 920).



In Verbindung getreten: $Zn,\ O,\ SO_3\,.\,Aq$, Wärmewerth $= +\ 106090$ g-cal.

Getrennt : $Cu,\ O,\ SO_3\,.\,Aq$, „ $= -\ 55960$ „

Ganzer Wärmewerth $= +\ 50130$ g-cal.

Sonach der Wärmewerth der chem. Arbeiten bei Auflösung von 1 g $Zn = \frac{50130}{65,2} = 768,877$ g-cal.

Das elektrochem. Aequival. des Zinks ist für eine im elektromagnet. Maass gemessene Elektriz.-Einheit**) $= 0,00332$; sonach ist unter Einsetzung von $\frac{1}{A}$ nach S. 887 die elektro-mot. Kraft des Elem. Daniell: $E = 0,003332\,.\,41572500\,.\,768,887 = 106506218,6 \ldots = 1,065 \times 10^8$ c. g. s.

In elektro-magnet. Maasse ist diese Annahme $= 1,065$ Volt. Gewöhnlich wird die elektro-mot. Kraft des Elem. Daniell etwas grösser angegeben.

E. Magnetismus.

I. Allgemeine Voraussetzungen der Theorie.

Bezüglich der spezif. Eigenschaften des magnetischen Agens und der Konstitution der Magnete ist die Annahme zu machen, dass in jedem Molekül eines magnet. Körpers gleiche Quantitäten des + und — Agens vorhanden sind, dass dieses aber nicht von Molekül zu Molekül übertragbar, sondern stets an dasjenige Molekül, in welchem es von Anfang an vorhanden war, gebunden ist. Im magnetisirten Zustande

*) Nach Müller-Pouillet. A. a. O., Bd. III., S. 429. — **) Vergl. S. 933.

ist das + und — Agens innerhalb jedes Moleküls getrennt und in 2 Punkten konzentrirt zu denken. Diese Punkte heissen die **Pole** und ihre Entfernung die **Länge**, die Richtung ihrer Verbindungslinie die **Axe** des molekül. Magn.

Wenn gewisse Körper in ein magnet. Feld gebracht werden, so nehmen sie magnet. Eigenschaften an. Man gebraucht mitunter für den Vorgang der Magnetisirg. als Hülfsvorstellung den Vorgang der Elektrisirung durch Influenz, indem man jedes Molekül des magnetis. Körpers als einen kleinen isolirten Konduktor betrachtet, in welchem in Folge der Kraftwirkung im magnet. Felde das + und — Agens getrennt und an den entgegen gesetzten Enden des Moleküls angehäuft wird. Man darf indessen nicht übersehen, dass diese Hülfsvorstellung zwar mitunter brauchbar, aber nicht geeignet ist, den ganzen Kreis der Magnetisirungs-Erscheinungen zu erläutern.

Die Magnetisirung geht bei einigen Körpern so vor sich, dass die Axe der Magnetisirg. in der Richtung der Kraftlinien des Feldes, bei andern so, dass sie den Kraftl. entgegen verläuft. D. h., bei erstern geht die Richtung vom negat. zum posit. geladenen Pol dahin, wohin die Kraftl. verläuft; bei letztern fällt die Richtung vom posit. zum negat. Pol in die Kraftl.-Richtg. Körper ersterer Art nennt man **para-magnetisch** oder **ferro-magnetisch**, solche letzterer Art **dia-magnetisch**.

Ferro-magnetisch sind: Eisen und Stahl, Nickel, Kobalt, in geringerm Grade auch Mangan, Chrom, Cer, Titan, Palladium, Platin, Osmium, fast alle Eisen-Verbindungen u. s. w.

Dia-magnetisch sind: Wismuth, Antimon, Zink, Zinn, Kadmium, Quecksilber, Blei, Silber, Kupfer, Gold, Arsen, Uran, Rhodium, Iridium, Wolfram; von Metalloiden: Tellur, Selen, Schwefel, Phosphor, Wasser, Alkohol, Säuren, Oele, Harze, viele Gase. Die Magnetisirung der dia-magnet. Körper ist stets nur gering.

Verschwindet der Magnetism., wenn der magnetis. Körper aus dem Magnetisirgs.-Felde entfernt wird, so ist die Magnetisirg. **temporär**; bleibt der Körper auch nach der Entfernung aus dem Magnetisirgs.-Felde magnetisch, so ist die Magnetisirg. **remanent**. Weiches Eisen wird temporär, Stahl remanent magnetisirt.

Das magnet. Agens übt direkt **keine** Kraftwirkung auf die ponderabeln Atome des Körpers aus. Wenn ursprünglich nichtmagnet. Körper von Magn. angezogen werden, so ist stets die vorgängige Magnetisirg. der erstern Ursache der Bewegungs-Erscheinung.

II. Vorzeichen.

Bezüglich der Bedeutung der Vorzeichen sei Folgendes fest gesetzt:

Posit. Magnetism. ist der Magnetism. des **Nordpols** eines Magn., d. h. desjenigen Pols, welcher bei einem frei beweglichen Magnet nach Norden weist, negat. Magnetism. derjenige des entgegen gesetzten Pols.

Die Magnetism.-Mengen der Pole eines molekul. Magnets seien mit $\pm\mu$ bezeichnet, mit ds die Länge des Magn. Die Länge ds ist auf der im Raume fixirten Richtungslinie s gemessen; diese Richtg. wird vom Südpol über den Nordpol als posit., vom Südpol in entgegen gesetzter Richtg. als negat. bezeichnet. Für den Abstand r eines Pols, auf welchen der betrachtete Magn. wirkt, soll die Richtg. r vom Magnet zu jenem Pol als posit., umgekehrt als negat. bezeichnet werden. Der Winkel sr ist der Winkel, welchen die beiden posit. Richtgn. s, r mit einander einschliessen.

Eine vom betrachteten Magnet **ausgehende** Kraftl. verläuft posit. in der Richtg., in welcher auf der Kraftl. die + magnet. Einh. geführt wird.

III. Potential eines molekularen Magnets.

Das Potent. eines molekul. Magn. in einem Punkt in der Entfernung r vom posit., r_1 vom negat. Pol jenes Magn. ist: $dV = \frac{\mu}{r} - \frac{\mu}{r_1} = \frac{\mu}{r r_1}(r_1 - r)$.

Da die Länge des Magn. sehr klein, kann man setzen: $r_1 - r = ds \cos(r ds)$; $r_1 = r$

$$dV = \frac{\mu ds}{r^2} \cos(r ds). \qquad (44)$$

IV. Magnetisches Moment und Magnetisirungs-Intensität.

Der Werth μds heisst das magnet. Moment des molekul. Magn. und werde mit M, bezw. mit dM bezeichnet.

Das magnet. Mom. ist eine Richtungsgrösse und kann wie jede Richtungsgrösse in Kompon. zerlegt werden. Man kann also einen Magn. mit den Mom. $M = \mu ds$ ersetzen durch 3 in seinem Pol zusammen stossende Magn., deren Axen in die Koordin. Richtgn. X, Y, Z fallen, und deren Mom. sind:

$$M_x = M \cos(xds);\; M_y = M \cos(yds);\; M_z = M \cos(zds).$$

Denn macht man diese Substitution, so ist das Potent. in einem Punkte in der Entfernung r:

$$V = \frac{1}{r^2}\left[M_x \cos(rx) + M_y \cos(ry) + M_z \cos(rz)\right]$$

$$= \frac{\mu ds}{r^2}\left[\cos(xds)\cos(rx) + \cos(yds)\cos(ry) + \cos(zds)\cos(rz)\right] = \frac{\mu ds}{r^2}\cos(rds).$$

Es ist ferner: $M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$.

Zum Begriff des magnet. Mom. eines Magn. von endlichen Dimensionen kann man durch folgende Betrachtung gelangen.

Es sei ein Magn. von endlichen Dimensionen und $+\,dm$, bezw. $-\,dm$ seien die in den Polen der molekul. Magn. vorhandenen Magnetism.-Mengen, wobei sowohl diese als auch die Mom. und die Axen-Richtgn. der molekularen Magn. als veränderlich anzusehen sind. Es seien weiter x', y', z' die Koordin. der posit., x'', y'', z'' diejenigen der negat. Pole.

Man bestimme 2 Punkte derart, dass in Bezug auf den einen die statischen Mom. aller posit. Pole, in Bezug auf den andern die stat. Mom. aller negat. Pole $= 0$ sind. Diese Punkte mag man bildlich die Schwerp. der bezügl. Pole nennen. Ihre Koordin. seien ξ', η', ζ' bezw. ξ'', η'', ζ'', ihr Abstand $= l$. Seien $\pm m$ die gesammten Mengen des in endlichen Mag. vorhandenen $+$ und $-$ Magnetism., so gelten die Bedingungen:

$$\left.\begin{array}{l}\xi' m = \int x'\,dm;\; \eta' m = \int y'\,dm;\; \zeta' m = \int z'\,dm\\ \xi'' m = \int x''\,dm;\; \eta'' m = \int y''\,dm;\; \zeta'' m = \int z''\,dm\end{array}\right\}\text{wobei d. Integrat. über alle}\left\{\begin{array}{c}+\\-\end{array}\right\}\text{Pole auszudehnen ist.}$$

Sonach durch Subtraktion:

$$m(\xi' - \xi'') = \int x'\,dm - \int x''\,dm;\; m(\eta' - \eta'') = \int y'\,dm - \int y''\,dm;$$
$$m(\zeta' - \zeta'') = \int z'\,dm - \int z''\,dm. \qquad \text{(a.)}$$

Fasst man bei der Integrat. der Glieder rechts je 2 zusammen gehörige $+$ und $-$ Pole desselben Molekular-Magnet. zusammen, so ist für beide dm gleich; man kann also schreiben:

$$\int x'\,dm - \int x''\,dm = dm_1(x_1' - x_1'') + dm_2(x'_2 - x_2'') + \ldots \qquad \text{(b.)}$$

Man erhält dann rechts die Summe der x Kompon. des magnet. Mom. der Molekular-Magn. Bezeichnet man die Kompon. dieser Mom. mit dM_x, dM_y, dM_z und beachtet, dass: $\xi' - \xi'' = \cos(lx)$ u. s. w. ist, so erhält man:

$$ml\cos(lx) = \int dM_x;\; ml\cos(ly) = \int dM_x;\; ml\cos(lz) = \int dM_z.$$

Den Werth ml nennt man das magnetische Moment des endlichen Magnets. Man bezeichne dasselbe mit M; dann sind die Kompon., wenn s die Axenrichtung des Magn.:

$$M_x = M\cos(sx);\; M_y = M\cos(sy);\; M_z = M\cos(sz).$$

M ist gegeben durch die Bedingung:

$$M_x = \int dM_x;\; M_y = \int dM_y;\; M_z = \int dM_z.$$

Das Verhältniss: magnet. Mom.: Volumen heisst die Magnetisirungs-Intensität oder Stärke der Magnetisirung. Diese Grösse sei mit $\mathfrak{J}$ bezeichnet. Da das Mom. eine Richtungsgrösse ist, so ist auch $\mathfrak{J}$ eine Richtungsgrösse und in Kompon. zerlegbar.

V. Potential eines Magnets von endlicher Grösse.

Zur Erleichterung des Verständnisses seien einige mathem. Entwickelungen voraus geschickt. Es sei r die Entfernung zweier Punkte x, y, z und ξ, η, ζ, s eine beliebig im Raume fixirte Richtung, so ist: $\cos(rs) = \cos(rx)\cos(sx) + \cos(ry)\cos(sy) + \cos(rz)\cos(sz)$.

Da ferner: $\cos(rx) = \frac{\xi - x}{r}$, $\cos(ry) = \frac{\eta - y}{r}$, $\cos(rz) = \frac{\zeta - z}{r}$,

so ist: $\cos(rs) = \frac{\zeta - x}{r}\cos(xs) + \frac{\eta - y}{r}\cos(ys) + \frac{\zeta - z}{r}\cos(zs)$. (a.)

Es ist ferner: $r^{-1} = [(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{-\frac{1}{2}}$,

Sonach: $\frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x} = \frac{\xi - x}{r^3}$; $\frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial y} = \frac{\eta - y}{r^3}$; $\frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial z} = \frac{\xi - z}{r^2}$. (b.)

Man betrachte ein körperl. Elem. $dx\,dy\,dz$ des Magn. im Punkte x, y, z als einen molekul. Magn., dessen Länge $= ds$ sei. Die Axe des molekul. Magn. wird im allgem. nicht mit einer der Richtgn. der Koordin.-Axen zusammen fallen; für die allgem. Behandlung des Problems muss auch bei den einzelnen molekul. Magn., welche zusammen den Magn. bilden, sowohl die Richtg. der Axen als auch die Ladung der Pole, also auch die Momente und die Magnetis.-Intens. als veränderlich angesehen werden.

Nach der Definition der Magnetis.-Intens. ist:

$$dM = \mu ds = \mathfrak{J}\,dx\,dy\,dz.$$

Man setze jetzt in dem Ausdruck für dV der Gleichg. (44) den vorstehenden Ausdruck für μds, sowie aus Gleichg. (a) den Ausdruck für $\cos(rs)$ ein, so erhält man das Potent. im Punkte ξ, η, ζ ausserhalb des Magn.:

$$dV = \frac{1}{r^3}\Big[\mathfrak{J}\cos(x\,ds)(\xi - x) + \mathfrak{J}\cos(y\,ds)(\eta - y) + \mathfrak{J}\cos(z\,ds)(\zeta - z)\Big]\,dx\,dy\,dz.$$

Die Werthe $\mathfrak{J}\cos(x\,ds)$, $\mathfrak{J}\cos(y\,ds)$, $\mathfrak{J}\cos(z\,ds)$ sind die Kompon. von $\mathfrak{J}$ nach den Koordin.-Richtgn., sie seien mit A, B, C bezeichnet. Man erhält durch Integration das Potent. des Magn.:

$$V = \int\!\!\int\!\!\int \frac{1}{r^3}\Big[A(\xi - x) + B(\eta - y) + C(\zeta - z)\Big]\,dx\,dy\,dz,$$

wobei die Integrat. über den ganzen von dem Magn. eingenommenen Raum auszudehnen ist.

Man führe die erste der 3 Integrat. durch partielle Integrat. nach der Formel $\int u\,dv = vu - \int v\,du$ aus. Zur Erleichterung des Verständnisses sei links der zu integrirende Ausdruck so hingeschrieben, dass die Faktoren u und dv erkennbar sind. Bei Ausführung der Integrat. führe man dann die Werthe der Gleichg. (b) ein. Man erhält:

$$V = \int\!\!\int\Big[\int\frac{\xi - x}{r^3}\,dx\,A\,dy\,dz + \int\frac{\eta - y}{r^3}\,dy\,B\,dx\,dz + \int\frac{\zeta - z}{r^3}\,dz\,C\,dx\,dy\Big]$$

$$= \int\!\!\int\frac{A}{r}\,dy\,dz + \int\!\!\int\frac{B}{r}\,dx\,dz + \int\!\!\int\frac{C}{r}\,dx\,dy - \int\!\!\int\!\!\int\frac{1}{r}\left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z}\right)dx\,dy\,dz.$$

Die drei ersten Integrale beziehen sich auf die Oberfläche; das 4. Integral erstreckt sich über das Volumen des Magn.

Bezeichnet man mit n die Normale zu einem Elem. dS der Oberfläche des Magn., so sind die 3 Projektionen von dS auf die 3 Koordin.-Ebenen:

$$dS\cos(nx) = dy\,dz;\quad dS\cos(ny) = dx\,dz;\quad dS\cos(nz) = dx\,dy.$$

Durch Einführung dieser Ausdrücke erhält man für die 3 ersten Integrale:

$$\int\!\!\int\Big(A\cos(nx) + B\cos(ny) + C\cos(nz)\Big)\frac{1}{r}\,dS.$$

Führt man jetzt 2 neue Symbole σ und ρ ein, welche durch die Gleichgn. definirt sind:

$$\left.\begin{aligned} \sigma &= A\cos(nx) + B\cos(ny) + C\cos(nz) \\ \rho &= -\left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z}\right) \end{aligned}\right\} \quad (45)$$

so erhält man folgenden sehr einfachen Ausdruck für V:

$$V = \int\!\!\int\frac{\sigma}{r}\,dS + \int\!\!\int\!\!\int\frac{\sigma}{r}\,dx\,dy\,dz. \quad (46)$$

VI. Vertheilung und Dichte des freien Magnetismus.

Die Gleichg. (46) ist identisch mit dem Potent. eines Körpers, dessen Oberfl. zur Flächendichte σ, dessen Inneres zur Raumdichte ρ geladen ist.

Wir gelangen hiernach dazu, die Wirkungen des Magn. in sehr anschaulicher Weise durch eine neue Substitution bezüglich der Vertheilung des Agens zu interpretiren. Man darf aber nicht vergessen, dass dieselbe rein künstlich die Wirkungsweise eines kontinuirl. Systems magnetis. Moleküle darstellt.

Ist die Magnetisirungs-Intens. in der ganzen Ausdehnung des Magn. konstant, so ist: $\frac{\partial A}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial B}{\partial y} = 0$, $\frac{\partial C}{\partial z} = 0$, sonach: $V = \int\int \frac{\sigma}{r} dS$.

In diesem Falle wird also die Wirkungsweise des Magn. nur durch eine Oberflächen-Ladung dargestellt; im Innern des Magn. ist kein freier Magnetism. vorhanden.

Ist ein prismat. Stab — dessen Axe übrigens beliebig gekrümmt sein mag — derartig magnetis., dass die Magnetisirgs.-Axen sämmtlich parallel der Axe des Stabes liegen, so heisst derselbe longitudinal magnetisirt. Für die Mantelfläche dieses Stabes sind dann alle Normalen zur Oberfl. rechtwinklig zur Magnetisirgs.-Richtg. des Stabes.

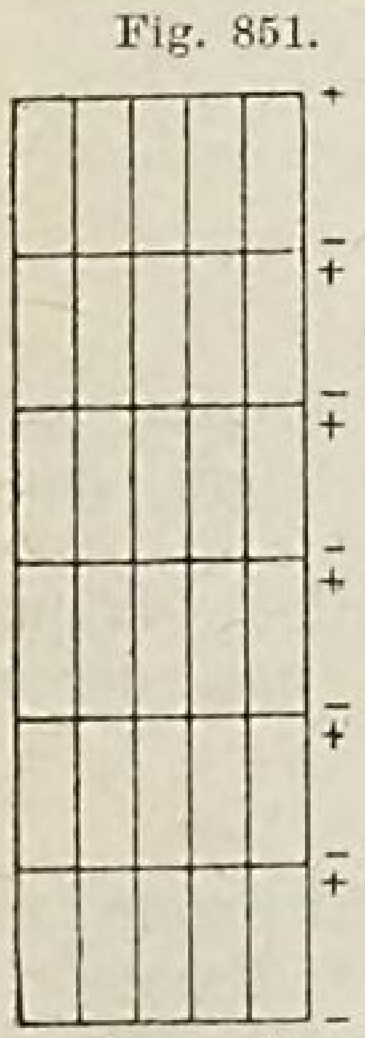
Der Ausdruck für die Dichte σ der supponirten Flächenladung stellt die Kompon. der Magnetisirgs.-Intensit. in Richtg. der Normalen zur Oberfl. dar. In dem gedachten Falle wird dann für die Mantelfläche des Stabes diese Kompon., folglich auch: $\sigma = 0$. Ist dann auch $\mathfrak{J}$ für den ganzen Magn. konstant, also nach dem Voraufgehenden: $\rho = 0$, so folgt, dass ein solcher Magn. nur an den Endflächen freien Magnetism. zeigt. Die Wirkung dieses Magn. in seinem Felde ist nur von Ladung und Lage seiner Endflächen abhängig, nicht aber von seiner Form, welche beliebig gekrümmt sein kann.

Ein dünner Faden, etwa ein Draht, welcher in zuletzt charakterisirter Weise longitudinal magnetisirt ist, wird (nach Faraday) ein Solenoid genannt. Die Enden eines Solenoids können also im strengsten Sinne als seine Pole angesehen werden. Liegt ein Ende des Solenoids im Unendlichen, so ist dessen Wirkung in einem in endlicher Entfernung vom andern Ende gelegenen Punkt $= 0$; das Solenoid wirkt dann also wie ein einzelner Pol, welcher entweder + oder — Magnetism. hat.

Ist die Magnetisirg. eines prismat. Stabes longitudinal, die Magnetisirgs.-Intens. aber veränderlich, so wird die Grösse ρ nicht $= 0$; der Stab hat also im Innern freien Magnetism. von der Raum-Dichte $= \rho$ und an seinen Endflächen eine Flächenbelegung. Maxwell nennt diese Magnetisirg. komplex solenoidal.

Im Voraufgehenden wurde die Vorstellung von der Vertheilung des freien Magnetism. durch eine rein mathem. Erörterung gewonnen. Man kann zu demselben Ergebniss durch eine, wenn auch weniger strenge, elementare Darstellung gelangen.

Fig. 851.



Man stelle sich die Moleküle als prismat. Stäbe vor, deren Endflächen mit magnet. Agens der Dichte $\pm\sigma$ belegt sind. Beide Endflächen haben dann eine entgegen gesetzt gleiche Belegung $\pm\mu = \pm\sigma dS$. Man nehme zunächst an, dass die sämmtlichen Moleküle gleiche Magnetism.-Mengen und gleiche Axen-Richtgn. haben, Fig. 851. An den Berührungsstellen der Moleküle ist dann kein freier Magnetism.; sondern nur an den Flächen des magnet. Körpers, in welchen die belegten Molekül-Flächen endigen. Ist der Magnet ein longitudinal magnetis. prismat. Stab, so haben nur seine Endbelegungen die Dichte σ. Ist die Belegung der einzelnen Moleküle veränderlich, so erhält man, wenn im übrigen die Anordnung der Moleküle dieselbe wie vorher ist, an den Berührungsflächen einen Ueberschuss von freiem Magnetism., welcher also im Innern des Stabes mit der — variabeln — Raumdichte ρ vertheilt erscheint, während die Endfl. der Moleküle eine Flächenladung auf der Oberfläche des Magn. liefern.

Sind endlich die Axen-Richtgn. wie auch die Ladungen veränderlich, so denke man für alle Moleküle die Magnetisirungs-Intens. nach den 3 Koordin.-Axen zerlegt, wobei man sich z. B. als Kompon. nach der X-Axe die Magnetisirgs.-Intens. von Molekülen mit gleichem Volumen und die Mom. $dM \cos(x ds)$ denken kann. Man kommt dann in gleicher Weise wie vorhin zur Vorstellnng der scheinbaren Vertheilung des Agens und kann auch leicht zur Darstellung der Ausdrücke in Gleichg. (45) gelangen.

VII. Potentielle Energie eines Magnets im magnet. Felde.

Es befinde sich ein molekul. Magn. mit der Ladung $\pm\mu$ der Pole und der Länge ds in einem magnet. Felde. Ist an der Stelle des posit. Pols das Potent. des Feldes $= V$, an der Stelle des negat. Pols $= V_1$, so ist die potentielle Energie des Magn. $= \mu(V - V_1)$ die Differenz $V - V_1$ giebt aber den Zuwachs des Potent. V längs der Linie ds an; es ist also: $V - V_1 = \frac{dV}{ds} ds$, also: $dP = \mu \frac{dV}{ds} ds$.

Man substituire hierin nach bekannten Beziehungen: $\mu ds = dM = \mathfrak{J} dx\,dy\,dz$

$$\frac{dV}{ds} = \frac{\partial V}{\partial x}\cos(xds) + \frac{\partial V}{\partial y}\cos(yds) + \frac{\partial V}{\partial z}\cos(zds).$$

Ferner seien wieder die Kompon. von $\mathfrak{J}$:

$$A = \mathfrak{J}\cos(xds),\quad B = \mathfrak{J}\cos(yds),\quad C = \mathfrak{J}\cos(zds),$$

sonach:
$$dP = \left[A\frac{\partial V}{\partial x} + B\frac{\partial V}{\partial y} + C\frac{\partial V}{\partial z}\right] dx\,dy\,dz.$$

Befindet sich im magnet. Felde ein Magn. von endlicher Grösse, so ist dessen potentielle Energie vermöge seiner Lage im Felde:

$$P = \int\!\!\int\!\!\int \left[A\frac{\partial V}{\partial x} + B\frac{\partial V}{\partial y} + C\frac{\partial V}{\partial z}\right] dx\,dy\,dz.$$

Die Differential-Quotienten von V stellen die negat. Kompon. der im Felde wirkenden Kraft-Intens. dar. Bezeichnen wir dieselben mit X, Y, Z, so ist:

$$P = -\int\!\!\int\!\!\int [AX + BY + CZ]\,dx\,dy\,dz.$$

Ist das Feld homogen, so sind X, Y, Z für alle Punkte desselben konstant; es ist daher:

$$P = -X\int\!\!\int\!\!\int A\,dx\,dy\,dz - Y\int\!\!\int\!\!\int B\,dx\,dy\,dz - Z\int\!\!\int\!\!\int C\,dx\,dy\,dz$$

oder auch: $\quad P = -X\int dM_x - Y\int dM_y - Z\int dM_z,$

oder da nach S. 923:

$$\int dM_x = M_x = M\cos(xs);\quad \int dM_y = M_y = M\cos(ys);\quad \int dM_z = M_z = M\cos(zs),$$

worin s die Axen-Richtung des Magn., so ist:

$$P = -M[X\cos(xs) + Y\cos(ys) + Z\cos(zs)].$$

Ist aber K die konstant. Kraft-Intens. im homogenen Felde, so sind:

$$X = K\cos(xK);\quad Y = K\cos(yK);\quad Z = K\cos(zK),$$

also: $P_0 = -MK[\cos(xK)\cos(xs) + \cos(yK)\cos(ys) + \cos(zK)\cos(zs)$

$$= -MK\cos(sK), \tag{47}$$

worin M das magnet. Mom. des Magn. und (sK) die Winkel zwischen der Richtg. der Kraft-Intens. und der Axen-Richtg. des Magn.

Denkt man sich 2 um l von einander entfernte, starr verbundene, entgegen gesetzt gleich geladene Magn.-Pole mit den Ladungen $\pm\mu$ im homogenen Felde, so wirkt an ihnen ein Kräftepaar, welches das Pol-System zu drehen und den Winkel φ zwischen Kraftrichtg. und der Verbindungslinie der Pole zu vergrössern strebt. Bei der Drehung $d\varphi$ verrichten die Kräfte die Arbeiten:

$$\mu\frac{l}{2}\sin\varphi\,d\varphi \text{ und: } \left(-\mu\frac{l}{2}\sin\varphi\,d\varphi\right),$$

sonach ist die Veränderung der potentiellen Energie dieses Polsystems:

$$dP = K\mu l\sin\varphi\,d\varphi = MK\sin\varphi\,d\varphi,$$

woraus durch Integration: $\quad P = -MK\cos\varphi.$

Dieser Ausdruck ist identisch mit der Gleichg. (47).

Ein Magn. im homogenen magnet. Felde wird also von einem Kräftepaar angegriffen, welches durch das Produkt aus magnet. Mom. und Kraft-Intens. dargestellt wird.

Das erdmagnet. Feld kann als ein homogenes betrachtet werden, da im Bereich der in Betracht kommenden Bewegungen die Kraftintens. und deren Richtung konstant ist.

VIII. Magnetische Induktion.

Das Verhältniss der Intens. des induzirten Magnetism. zu der Kraft-Intens. in dem betr. Punkte des Feldes, in welchem die Magnetisir. bewirkt wird, heisst der Koeffizient der induzirten Magnetisirung oder der Magnetisirgs.-Koeffiz.; derselbe sei mit k bezeichnet.

Ist die Magnetisirgs.-Intens. in einem Raumelem. des magnetisir. Körpers $= \mathfrak{J}$, die an dieser Stelle wirkende magnet. Kraft-Intens. $= K$, so ist:

$$\mathfrak{J} = kK. \tag{48}$$

Der Magnetisirgs.-Koeffiz. k liegt für Eisen zwischen 20 und 30. Er ist noch verhältnissmässig gross für Nickel und Kobalt; bei allen andern Substanzen erreicht er kaum die Grösse 0,00001. k ist posit. bei den paramagnet., negat. bei den diamagnet. Substanzen (S. 922).

Bei Bestimmung der Kraftintens. K ist zu berücksichtigen, dass dieselbe nicht allein von den äussern Kräften herrührt, sondern dass sie auch einen Antheil von dem in dem Körper bereits induzirten Magnetism. enthält.

Es seien X, Y, Z die Kompon. der magnet. Kraftintens. K, A, B, C die Kompon. der Magnetisirgs.-Intens. — in beiden Fällen die Kompon. nach den Koordin.-Axen genommen —, so ist: $A = kX$, $B = kY$, $C = kz$.

Ist der Magnetisirgs.-Koeffiz. k konstant, so ist:

$$\frac{\partial A}{\partial x} = k\frac{\partial X}{\partial x}, \quad \frac{\partial B}{\partial y} = k\frac{\partial Y}{\partial y}, \quad \frac{\partial C}{\partial z} = k\frac{\partial Z}{\partial z}.$$

Die Raumdichte ρ des freien Magnetism. in dem magnetis. Körper ist dann nach Einsetzung der vorstehenden Ausdrücke in Gleichg. (45):

$$\rho = -k\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right),$$

sonach unter Anwendung von Gleichg. (11a.):

$$\rho = -k\,4\pi\rho, \quad \rho(1 + 4\pi k) = 0; \text{ also: } \rho = 0.$$

Hieraus ergiebt sich: Ist der Magnetisirgs.-Koeffiz. konstant, so ist im Innern des Magn. kein freier Magnetism. vorhanden. Sämmtlicher freier Magnetism. ist an der Oberfläche vertheilt.

IX. Weber's Theorie der magnetischen Induktion.

Wenn der Magnetisirgs.-Koeffiz. k von der Grösse der magnetisirenden Kraftintens. unabhängig und nur von der Beschaffenheit des magnetis. Körpers abhängig, also für homogene Körper konstant wäre, so müsste die Magnetisirgs.-Intens. der Kraftintens. proportional wachsen und mit dieser unendlich gross werden. Die Erfahrung zeigt indessen, dass bei wachsender Kraftintens. die Magnetisirg. sich einer Grenze nähert, welche sie nicht überschreitet, auch wenn die magnetis. Kraft beliebig verstärkt wird. Man nennt diese Grenze der Magnetisirgs.-Intens. den Sättigungspunkt der Magnetisirg.

Wenngleich die mathem. Theorie ein endgültiges Resultat bezüglich der erörterten Erscheinung nicht liefert, so trägt sie doch wesentlich zur Entwickelung klarer Vorstellungen bei.

Es ist daher von diesem Standpunkte aus werthvoll, die Gesetze der Veränderlichkeit des Magnetisirgs.-Koeffiz. auf Grund einer spezielleren Annahme über den Magnetisirgs.-Vorgang zu untersuchen.

Weber nimmt an, dass bei der Magnetisirg. in den Molekülen nicht erst freier Magnetism. induzirt werde, sondern dass diese von Anfang magnetisch seien, dass aber im gewöhnlichen Zustande in den kleinsten Theilen der Körper die magnet. Axen der molekul. Magnete ganz gleichmässig nach allen Richtg. vertheilt seien. Der Körper kann in diesem Zustande also keine magnet. Wirkung äussern.

Wird der Körper von einer magnetis. Kraft angegriffen, so strebt diese, die Molek. alle in eine Richtung zu drehen, und der Körper wird magnetisch. Könnten die Molek. sich frei drehen, so würde schon die geringste Kraft ausreichen, dieselben parallel zu stellen und das Maximum der Magnetisirg. zu erreichen. Dies tritt indessen nicht ein.

Weber nimmt weiter an, dass auf jedes Molek. bei der Ablenkung eine zurück drehende Kraft wirkt, welche dasselbe in die frühere Lage zurück bringt, wenn der Körper aus dem magnet. Felde entfernt wird.

Man denke sich innerhalb der Substanz des magnetis. Körpers eine Kugel gelegt und von deren Zentrum nach allen Richtungen Radien gezogen, so stellen dieselben die Vertheilung der Molekül-Axen im Raume dar. Repräsentirt die Kugel die Volumeneinh. und ist die Zahl der Molek. pro Volumeneinh. $= n$, so ist die Zahl derselben pro Flächeneinh. der Kugelfläche $= \frac{n}{4\pi}$, für eine durch den Winkel α bestimmte Kalotte: $n_\alpha = \frac{n}{2}(1 - \cos\alpha)$, daher die Anzahl der Molek., deren Axen Stellungs-Winkel in der Richtg. zwischen α und $\alpha + d\alpha$ aufweisen:

$$n_{d\alpha} = \frac{n}{2}\sin d\alpha \qquad \text{(a)}$$

Weber nimmt an, dass die zurück drehende Kraft D für alle Molek. konstant ist und in der ursprünglichen Axenrichtg jedes Molek. wirkt.

Sei Fig. 852 und 853 der Durchschn. einer Kugel und repräsentire der Rad. OP nach Grösse und Richtg. die Intens. der Kraft D, OS diejenige der im Felde wirkenden Kraft-Intens. K, so wird sich das Molekül in die Richtg. SP, die Resultante von D und K stellen.

Fig. 852.

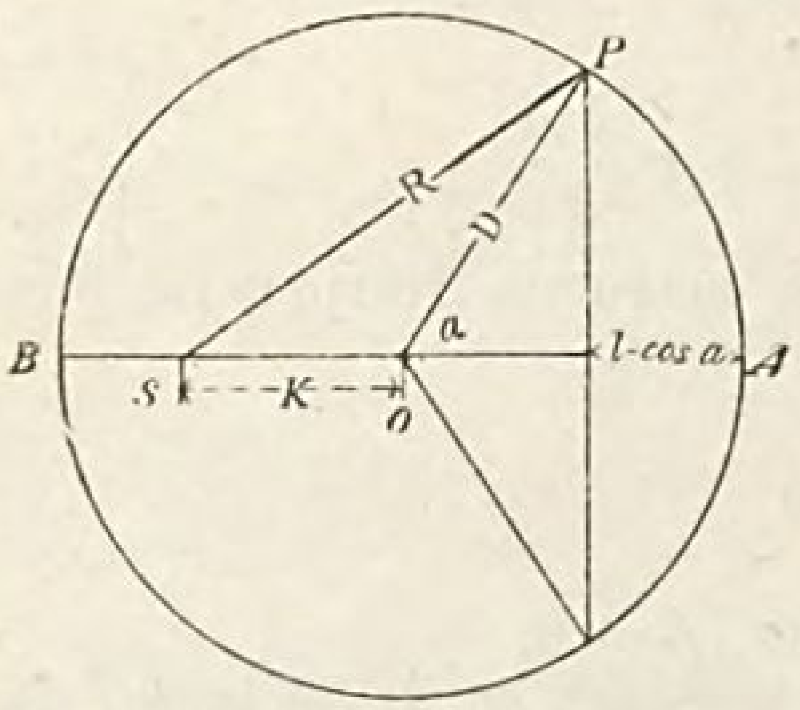
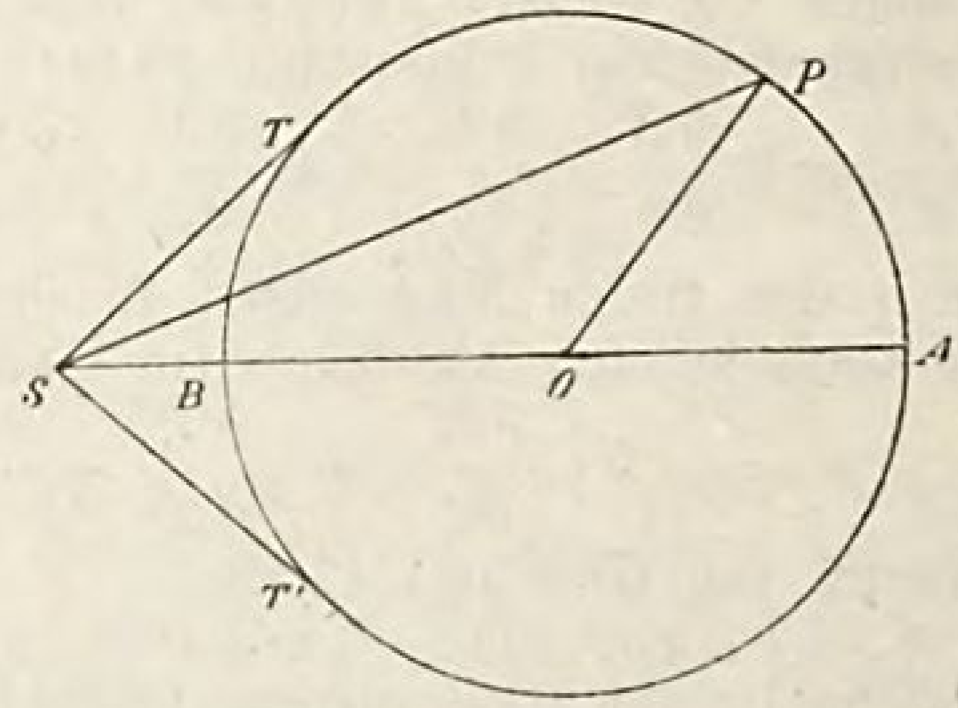


Fig. 853.



Es sind nun bezüglich der Grösse der Kraft-Intens. K zwei Fälle zu unterscheiden:

Ist $K < D$, so werden auch in magnetis. Zustande die Molekül-Axen über die ganze Kugelfläche vertheilt sein; es werden aber mehr Molekül-Axen nach A als nach B gedreht sein.

Ist $K > D$, Fig. 853, so wird die äusserste Lage der Molekül-Axen durch die Tangenten ST und ST' gegeben sein; auf der Kugelfl. zwischen T und T' werden keine Molek.-Axen endigen.

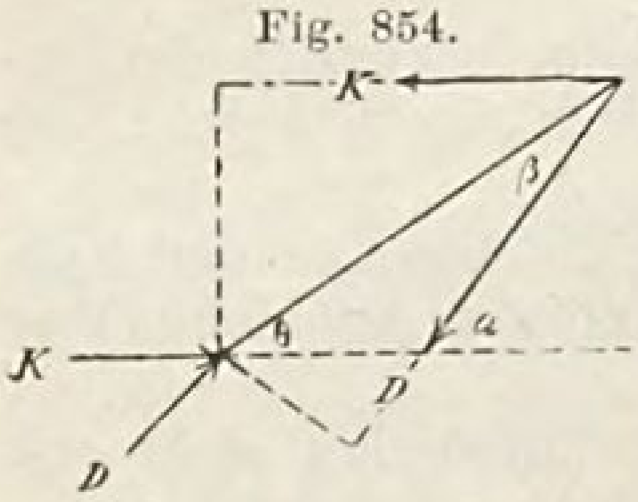
Ist $m = \mu l$ das Moment eines Molek., so sind in der Lage SP folgende Kräftepaare im Gleichgew., Fig. 854:

das Paar $K\mu$ mit dem Hebelarm $l \sin \theta$,

" " $D\mu$ " " " $l \sin \beta = l \sin (\alpha - \theta)$,

folglich ist: $K \sin \theta = D (\sin \alpha \cos \theta - \cos \theta \sin \theta)$ $\operatorname{tang} \theta = \dfrac{D \sin \alpha}{K + D \cos \alpha}$.

Fig. 854.



Zerlegt man die Magnetisirgs.-Intens. für alle Molek. in 3 Kompon., von denen eine in die Richtg. von K fällt, so liefert nur die Summe dieser Kompon. einen von 0 verschiedenen Werth, während die Summe der andern Kompon. $= 0$ ist. Ist $\mathfrak{i}$ die in Richtg. von K fallende Kompon. der Magnetisirgs.-Intens. für die Volumeneinh., so ist diese Kompon. für ein Molek., dessen Axe nach der Drehung den Winkel θ hat: $d'\mathfrak{i} = m \cos \theta$.

Denselben Werth besitzt sie für alle Molek., welche vor der Drehung die Axen-Richtg. zwischen α und $\alpha + d\alpha$ hatten. Die in Richtg. von K fallende Kompon. aller dieser Molek. ist also unter Berücksichtigung von Gleichg. (a):

$$d\mathfrak{i} = m \frac{n}{2} \cos \theta \sin \alpha \, d\alpha, \text{ sonach: } \mathfrak{i} = \int_0^\pi m \frac{n}{2} \cos \theta \sin \alpha \, d\alpha.$$

Man eliminire θ und α. Es ist: $R^2 = D^2 + K^2 + 2KD \cos \alpha$; $R\,dR = -KD \sin \alpha \, d\alpha$

$$\cos \theta = \frac{K + D \cos \alpha}{R} = \frac{R^2 + K^2 - D^2}{2RK}.$$

$$\mathfrak{i} = -\int_{R_1}^{R_2} \frac{mn}{4} \frac{R^2 + K^2 - D^2}{K^2 D} dR = -\frac{mn}{12} \frac{R}{K^2 D} \Big[R^2 + 3K^2 - 3D^2 \Big]_{R_1}^{R_2}.$$

Die Integrat.-Grenzen sind:

Für $K < D : R_2 = D + K$, $R_1 = D - K$,

" $K > D : R_2 = K + D$, $R_1 = K - D$.

Sonach erhält man für die beiden Intervalle: $K < D$ und $K > D$:

$K = 0$, $\mathfrak{i} = 0$

$K < D$, $\mathfrak{i} = \dfrac{2}{3} \dfrac{mn}{D} K$

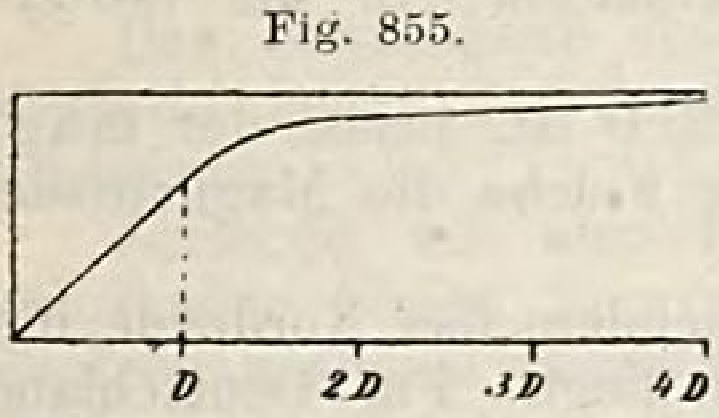
$K = D$, $\mathfrak{i} = \dfrac{2}{3} mn$

$K > D$, $\mathfrak{i} = mn \left(1 - \dfrac{1}{3} \dfrac{D^2}{K^2}\right)$

$K = \infty$, $\mathfrak{i} = mn$.

Steigt die magnet. Kraft von 0 bis D, so wächst die Magnetisirg. proportional der magnetis. Kraft und kommt für $K = D$ auf $\frac{2}{3}$ ihres Maximalwerthes. Wächst K über D hinaus, so nimmt die Magnetisirgs.-Intens. langsamer zu und erreicht einen endlichen Grenzwerth, wenn die magnetis Kraft unendlich gross geworden ist. Die Kurve, Fig. 855, zeigt den Verlauf von $i = f(K)$.

Fig. 855.



Die von Weber selbst an Eisen angestellten Versuche gaben Resultate, welche mit dieser Theorie im Einklange stehen.

Die im Vorstehenden gemachte Hypothese gilt indess nur für temporäre Magnetisirg. und giebt keinen Aufschluss über die Erscheinungen des remanenten Magnetism. Maxwell hat hierfür eine Ergänzung der Theorie Weber's gegeben, welche auf die Voraussetzung sich gründet, dass das Molek. auch nach Entfernung aus dem Magnetisirgs.-Felde dauernd abgelenkt bleibt, wenn der Ablenkungswinkel einen gewissen Werth überschreitet. Auf eine spezielle Wiedergabe dieser Theorie muss hier indessen verzichtet werden.*)

X. Experimentelle Ergebnisse.

Die Flächendichte des freien Magnetism. lässt sich nach den experimentellen Untersuchungen Jamin's für stabförmige Magnete durch das Gesetz ausdrücken:

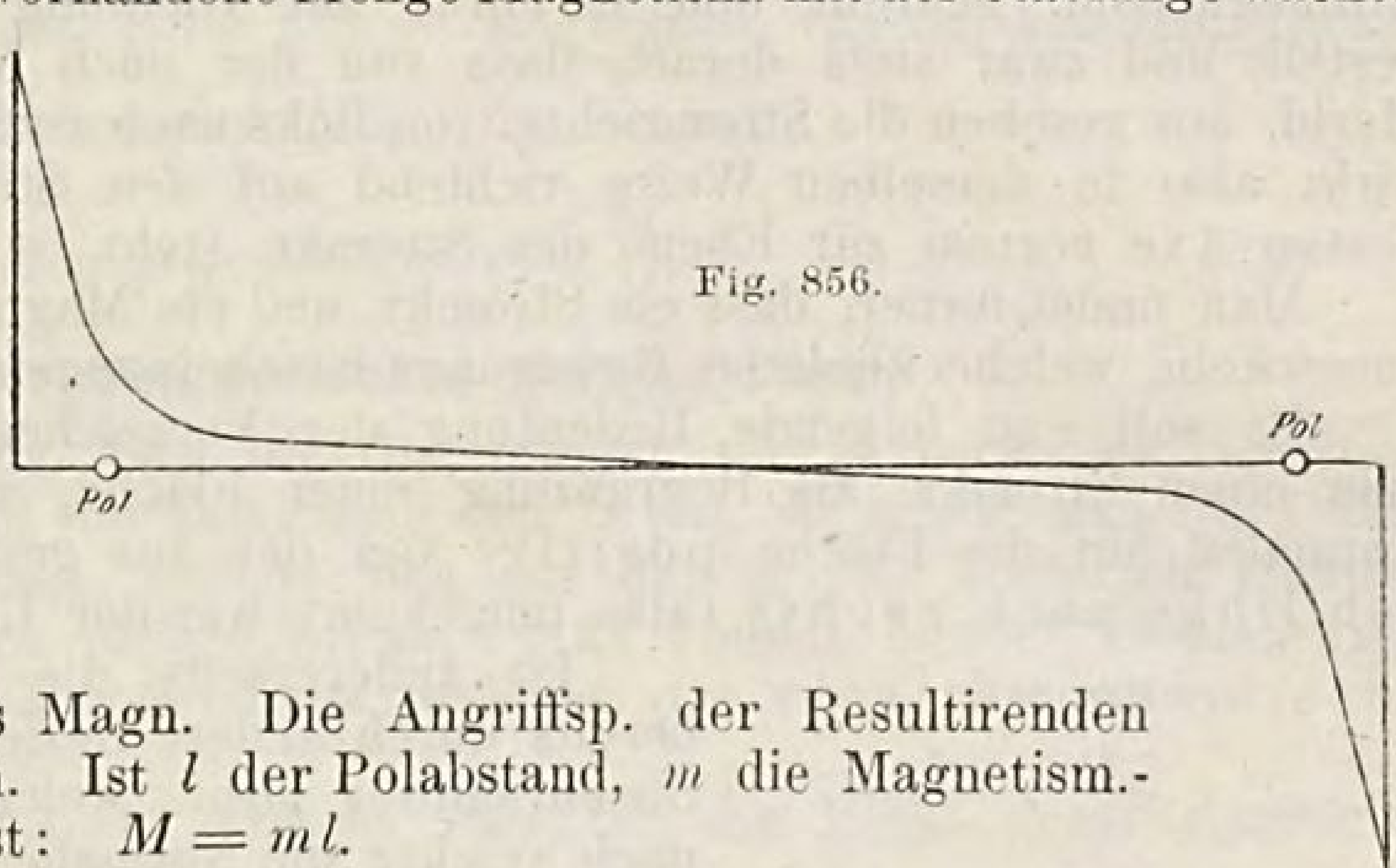
$$\sigma_x = A\left(\frac{1}{k^x} - \frac{1}{k^{l-x}}\right),$$

worin l die Länge des Magn., σ_x die mittlere Flächendichte eines Querschn. in der Entfernung x von einem Ende des Stabes. Der Koeffiz. A hängt von der chem. Zusammensetzung des Magn., k von der molek. Beschaffenheit ab.

Für den gesammten freien Magnetism. auf einer Hälfte des Stabes erhält man, wenn u den Umfang des Stabes bezeichnet: $uA\int_0^{\frac{l}{2}} \sigma dx = \frac{uA}{l\,n\,k}\left(1 - \frac{1}{k^l}\right)$, woraus folgt, dass die im Stabe vorhandene Menge Magnetism. mit der Stablänge wächst.

Trägt man für den laufenden Werth von x die zugehörigen Abszissen auf, so erhält man eine Kurve, Fig. 856, welche die Vertheilung d. freien Magnetism. auf dem Stabe darstellt. Die Schwerp.-Abszisse jeder Flächenhälfte giebt die Lage des Angriffspunktes — der Resultirenden der magnet. Kräfte auf jeder Hälfte des Magn. Die Angriffsp. der Resultirenden heissen die Pole des Magn. Ist l der Polabstand, m die Magnetism.-Menge jeder Stabhälfte, so ist: $M = ml$.

Fig. 856.



XI. Erdmagnetismus.

Wird eine Magnetnadel ganz frei beweglich aufgehängt, so stellt sie sich unter der Wirkung des Erdmagnetism. in einer bestimmten Richtg. ein, welche für die verschiedenen Orte der Erde verschieden ist. Man bestimmt die Richtg. der Nadel durch die Inklination — den Winkel, welchen dieselbe mit dem Horizont bildet — und die Deklination — den Winkel, welchen eine durch die Nadel gelegte Vertikal-Ebene, der magnetische Meridian, mit dem astronom. Meridian bildet. — Die Wirkung des Erdmagnetism. ist für jeden Ort durch Inklinat., Deklinat. und Intensität bestimmt.

*) Maxwell. A. a. O. II, Kap. VI.

Verbindet man alle Orte gleicher Deklinat., Inklinat. und Intens. des Erdmagnetism., so erhält man 3 Systeme von Kurven, nämlich:

1. Die isogenischen Linien, Linien gleicher magnet. Deklination, 2. die isoklinischen Linien, Linien gleicher magnet. Inklination, 3. die isodynamischen Linien, Linien gleicher magnet. Intensität.

Diejenige isoklinische Linie, für welche die Inklinat. = 0 ist, heisst der magnetische Aequator. Diejenigen Punkte der Erde, für welche die Magnetnadel sich senkrecht stellt, heissen magnetische Pole.

Die Deklinat. ist eine östliche oder westliche, je nachdem das Nordende der Nadel östlich oder westlich vom astronomischen Meridian liegt. Für Deutschland beträgt die westl. Deklinat. gegenwärtig 12—16°*).

Deklinat. und Inklinat. sind fortwährenden Aenderungen unterworfen. Die regelmässigen und periodischen Aenderungen heissen Variationen, die plötzlichen und zufälligen Störungen.

Man unterscheidet tägliche und säkulare Variationen. Die Amplitude der täglichen Variationen der Deklinat. beträgt in Deutschland vom April bis September durchschn. 13—15″, vom Oktober bis März 8—10″. Die Stellung der Nadel ist Nachts fast stationär, beginnt mit Sonnenaufgang nach Westen abzuweichen, erreicht gegen 5 Uhr Nachm. ihre grösste westl. Abweichung und kehrt dann wieder nach Osten zurück.

Durch Störungen wird die Nadel in plötzliche Schwankungen versetzt und werden Abweichungen bis zu mehr als 1° hervor gebracht Von besonderm Einfluss sind Nordlichter, auch Erdbeben und vulkanische Eruptionen. —

Man zerlegt die Intensität des Erdmagnetismus in eine vertikale und horizontale Kompon. Die horizont. Intens. des Erdmagnetism. beträgt gegenwärtig für Mittel-Europa etwa 0,2 c. g. s. Einh. (Vergl. übrigens im Anhang S. 947.)

F. Elektro-Magnetismus.

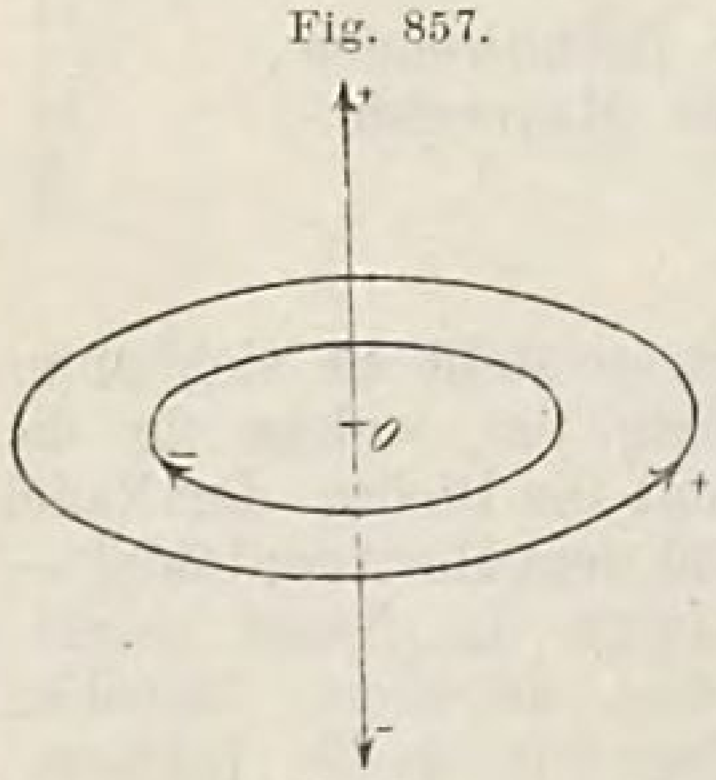
I. Grundgesetz elektro-magnetischer Wirkungen.

Wenn ein geschlossener Stromkreis, welchen wir, um unsere Vorstellungen zu fixiren, in einer Ebene liegend denken wollen (was im übrigen für die Erscheinung unwesentlich ist) beweglich aufgehängt wird, so wird er durch die Wirkung des Erdmagnetism. gedreht und normal zur Richtung des magnet. Meridians fest gestellt und zwar stets derart, dass von der nach Norden weisenden Richtg. des Merid. aus gesehen die Stromrichtg. von links nach rechts geht. Der Erdmagnetism. wirkt also in derselben Weise richtend auf den Stromkr. wie auf einen Magn., dessen Axe normal zur Ebene des Stromkr. steht.

Man findet ferner, dass ein Stromkr. und ein Magn. gegenseitige Kraftwirkungen entwickeln, welche ähnliche Bewegungs-Erscheinungen hervor rufen.

Es soll nun folgende Bedeutung der Vorzeichen beibehalten werden: Denkt man einen Stromkr. als Begrenzung einer Fläche, so ist die Richtg. derjenigen Normalen auf die Fläche positiv, von der aus gesehen die Richtg. des Stroms von links nach rechts (also umgekehrt wie der Uhrzeiger) geht.

Fig. 857.



Ist andererseits die posit. Richtg. der Normalen bereits durch andere Beziehungen fixirt, so ist diejenige Stromrichtung posit., welche von der Seite aus gesehen, nach welcher die Normale posit. verläuft, von links nach rechts geht, Fig. 857

Durch Experiment ist von Ampère nachgewiesen, dass ein kleiner, ebener, geschlossener Strom in Entfernungen, die gegen seine Dimension als gross zu betrachten sind, magnet. ganz so wie ein kleiner mit seiner Axe gegen die Stromfläche senkrechter Magn. wirkt, dessen magnet. Moment = dem Produkt aus der vom Strom umflossenen Fläche und der Stromstärke ist.

Dies Resultat gilt auch bezüglich der Vorzeichen; das Mom. des dem Stromkr. zu substituirenden Magn. ist also posit., wenn die Stromrichtg. des Stromkr. posit. ist.

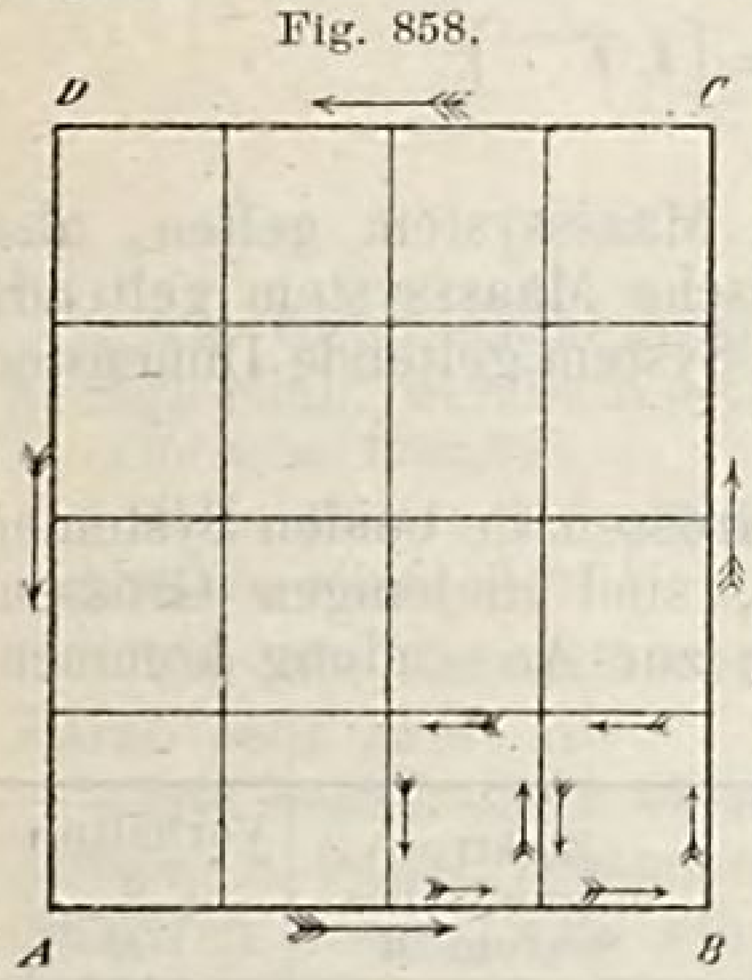
*) Nähere Angaben hierzu s. im „Anhang", S. 948.

Die posit. Richtung der Axe des substituirten Magn. fällt also in die posit. Richtg. der Normalen des Stromkr.; d. h. die Axe des substituirten Magn. ist normal zum Stromkr. so gerichtet, dass von einem Punkte auf der posit. Axe aus gesehen die Stromrichtg. von links nach rechts geht.

Das vorstehende Resultat lässt sich nach einer von Ampère angegebenen Methode leicht auf Stromkr. von endlichen Dimensionen und beliebiger Form ausdehnen.

Zerlegen wir eine Fläche $ABCD$, Fig. 858, durch ein System von sich kreuzenden Linien in eine Anzahl von Flächentheilen und denken wir auf den Begrenzungslinien sämmtlicher Flächentheile gleich gerichtete Ströme von derselben Stärke zirkulirend, so werden alle Ströme im Innern der Figur sich aufheben, und es wird die Wirkung des ganzen Stromsystems dargestellt durch den auf der Begrenzungslinie $ABCD$ der Figur zirkulirenden Strom.

Fig. 858.



Denken wir uns daher einen Stromkr. von beliebiger Form, so können wir uns eine durch diesen Stromkr. gelegte Fläche durch in unendlich kleiner Entfernung von einander gezogene sich kreuzende Linien in ein System elementarer Stromkreise, jeder von der Fläche dS, zerlegt denken. Jeder element. Stromkr. kann in seiner Wirkung ersetzt werden durch einen Magn. von der unendlich kleinen Länge δ und dem magnet. Mom. $M = i\,dS$. Die Magnetism.-Menge in jedem Pol ist: $m = \pm \frac{i\,dS}{\delta}$. Wir können uns diese Magnetism.-Menge auf einem Flächenelem. dS ausgebreitet denken; die Dichtigkeit der Belegung ist dann:

$$\sigma = \pm \frac{i}{\delta}.$$

Wir kommen durch diese Betrachtung dazu, einen beliebigen Stromkr. von endlichen Dimensionen in seiner Wirkung zu ersetzen durch eine von dem Stromkr. begrenzte magnet. Schale mit 2 parallelen Flächen, deren in Richtung der Normalen zur Oberfl. gemessene konstante Dicke δ unendlich klein ist, und deren posit. Seite (+ in der oben angegebenen Beziehung zur Stromrichtg. genommen) mit + Magnetism., deren negat. Seite mit — Magnetism. von der konstant. Dichte $\frac{i}{\delta}$ belegt ist. Es ist dann das magnet. Mom. des Stromkr.:

$$M = Si, \quad \text{sonach: } i = \frac{M}{S}. \qquad (49)$$

II. Elektromagnetisches Maasssystem.

Setzt man in der Gleichg. (49) die Dimensionen für M nach der Definition der magnet. Einh. S. 888 und die Dimension von S ein, so erhält man für i eine andere Dimension, als diejenige, welche sich aus der S. 912 definirten elektrostatischen Einheit der Elektriz.-Menge ergab. Man kommt hierbei vielmehr auf die Einführung eines andern Maasssystems, welches das elektro-magnetische genannt wird*).

Setzt man $M = 1$, $S = 1$, so ergiebt sich für die Einh. der Stromstärke folgende Definition:

Die elektro-magnet. Einheit der Stromstärke besitzt ein Strom, welcher in der Ebene die Flächeneinh. umfliessend, dem Strömkr. das magnet. Moment = 1 verleiht.

Die Dimension der Stromstärke nach elektro-magnet. Maass ist:

$$[M^{1/2} L^{5/2} T^{-1}]\,[L^{-2}] = [M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}].$$

Aus der Beziehung $q = it$ folgt die Dimension der Elektriz.-Menge in elektro-magnet. Maass: $[M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}]\,[T] = M^{1/2} L^{1/2}$.

*) Man findet häufig die Gleichg. (49) in elektro-dynamischem Maasse angegeben; sie lautet in diesem Maasssystem: $M = \frac{1}{2}\,iS$. Ueber das elektro-dynam. Maasssystem, welches weiter keine Verwendung in der Praxis findet, siehe weiter unten die bezügl. Note zu S. 941.

Die Dimension der Elektriz.-Menge im statischen Maass war: $[M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}]$. Das Verhältniss dieser beiden Dimensionen hat die Dimension $[LT^{-1}]$; es entspricht also einer Geschwindigkeit. Der Werth derselben, welcher für die Umrechnung der nach dem einen Maasssystem bestimmten Grössen in das andere wichtig ist, ist von Weber experimentell bestimmt und beträgt: $u = 3 \,.\, 10^{10}$ cm sec^{-1}.

Wir erhalten nach den früher entwickelten Beziehungen leicht die Dimensionen der andern Grössen in elektromagnet. Maass. Nach Gleichg. (36) hat der Werth Eq die Dimension einer Arbeit, also:

$$[E \times M^{1/2} L^{1/2}] = [ML^2 T^{-2}]; \quad E = [M^{1/2} L^{3/2} T^{-2}].$$

Dieselbe Dimension hat das Potential. Die Dimension des Widerstands ergiebt sich aus: $w = \frac{E}{i}$ zu:

$$w = [M^{1/2} L^{3/2} T^{-2}]\,[M^{-1/2} L^{-1/2} T] = [L\,T^{-1}],$$

welches die Dimension einer Geschwindigkeit ist.

Die Beziehung der Gleichg. (49) muss in jedem Maasssystem gelten, also auch im statischen. Setzt man daher die für das statische Maasssystem geltende Dimension von i ein, so erhält man die für das statische System geltende Dimension der Magnetism.-Menge zu: $[M^{1/2} L^{5/2} T^{-2}]$.

Nachstehend sind die Dimensionen der wichtigsten Grössen in beiden Systemen zusammen gestellt. Um die Uebersicht zu erleichtern, sind diejenigen Grössen, welche nicht wohl anders als im elektro-magnet. System zur Anwendung kommen, auch nur in diesem angegeben.

	Elektro-statisches System S	Elektro-magnetisches System M	Verhältniss $\frac{S}{M}$
Magnetismus-Menge	$M^{1/2} L^{5/2} T^{-2}$	$M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}$	u
Magnetische Kraft-Intensität	—	$M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1}$	—
Magnetisches Moment	—	$M^{1/2} L^{5/2} T^{-1}$	—
Intensität der Magnetisirung	—	$M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1}$	—
Magnetisches Potential	—	$M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}$	—
Elektrizitäts-Menge	$M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}$	$M^{1/2} L^{1/2}$	u
Elektrostatische Kraft-Intensität	$M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1}$	$M^{1/2} L^{1/2} T^{-2}$	$\frac{1}{u}$
Elektrostatische Kapazität	L	$L^{-1} T^2$	u^2
Elektr. Potential, Elektromotor. Kraft	$M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}$	$M^{1/2} L^{3/2} T^{-2}$	$\frac{1}{u}$
Stromstärke	$M^{1/2} L^{3/2} T^{-2}$	$M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}$	u
Widerstand	$L^{-1} T$	$L T^{-1}$	$\frac{1}{u^2}$
Spezif. Widerstand	T	$L^2 T^{-1}$	$\frac{1}{u^2}$

III. Praktische Einheiten.

Wenn man für die betr. Grössen als Einh. g und cm benutzt, erhält man für die in der Praxis vorkommenden Werthe entweder sehr grosse oder sehr kleine Zahlen, hat also stets sehr viel Ziffern zu schreiben. Der Pariser „Elektriker Kongress" von 1881 hat daher ein System angenommen, dem als Längeneinheit 10000000 m $= 10^9$ cm, (die Bogenlänge eines Erdquadranten) als Masseneinh. der 100000000. Theil eines mg $= 10^{-11}$ g als Zeiteinh. die Sekunde zu Grunde gelegt ist. Alle bezüglichen Grössen sind in elektromagnet. Maasse bestimmt.

In Ergänzung der Beschlüsse des Elektriker-Kongresses empfiehlt die internationale Konferenz von 1884 als „Etalon" für das Ohm (*Ohm lègal*) eine Quecksilbersäule von 1 qmm Querschn. und 106 cm Länge bei 0° C.

Ausser diesen Einh. ist noch von Clausius vorgeschlagen:

Einheit der Magnetismus-Menge: 1 Weber $= 10^8\, g^{1/2}\, c^{3/2}\, s^{-1}$.

Die vom Pariser Kongress fest gesetzten Einheiten sind die folgenden:*)

	Bezeichnung	Werth in c. g. s. Einheiten	Bemerkungen
1. Einheit des Widerstandes . .	Ohm	10^9 cm sec^{-1}	
2. Einheit der elektromotorisch. Kraft	Volt.	$10^8 gr^{1/2} cm^{3/2} sec^{-2}$	
3. Einheit der Stromstärke . .	Ampère	$10^{-1} gr^{1/2} cm^{1/2} sec.^{-1}$	Der Strom, den eine elektromot. Kraft = 1 Volt. in einem Stromkr. mit dem Widerst. = 1 Ohm erzeugt.
4. Einheit der Elektrizit.-Menge	Coulomb	$10^{-1} gr^{1/2} cm^{1/2}$	Elektrizit.-Menge, die dem Strom = 1 Ampère entspricht.
5. Einheit der Kapazität	Farad.	$10^{-9} cm^{-1} sec^2$	Die Kapazität eines Kondensat., in welchem die Ladung von 1 Coulomb zwischen den Belegungen die Potent.-Differenz von 1 Volt. hervor bringt.

Als Unter-Abtheilungen gebraucht man das 10^6fache und dass 10^{-6}fache der bezügl. Einh., welche Werthe mit den Vorsilben „Mega" und „Mikro" bezeichnet werden.

Alo szum Beispiel:

1 Mega-Farad = 10^6 Farad. = 10^{-3} c. g. s. 1 Megohm = 10^6 Ohm = 10^{15} c. g. s.

1 Mikro-Farad = 10^{-6} „ = 10^{-15} „ 1 Mikrohm = 10^{-6} „ = 10^3 „

Für die Kapazitäts-Einheit wird meistens das Mikro-Farad benutzt, da das Farad sehr gross ist.

Die Beziehungen zwischen den elektromagnet. und den empir. Einheiten sind im Anhang S. 946 ff. zusammen gestellt. Die Angaben verschiedener Experimentatoren differiren etwas, was sehr natürlich ist, da die empir. Einheiten nicht bestimmt definirt sind.

Beispiel 1. Im Beisp. 1, S. 910 war die Potent.-Differ. einer Batterie von 1000 Daniell'schen Elem. in elektrostatischem Maasse $V_s = 3{,}74\ g.^{1/2} c.^{1/2} s.^{-1}$ berechnet. Man erhält die Anzahl der elektromagnet. Einh. aus der Beziehung: $V_m = u V_s = 3 \,.\, 10^{10} \,.\, 3{,}74 = 1122 \,.\, 10^8 = 1122$ Volt., sonach die elektromot. Kraft von 1 Elem. Daniell = 1,12 Volt.

Beispiel 2. Nach Beisp. 6, S. 911 war die Kapazit. von 1 km des franzōs. transatlant. Kabels in elektrostat. Maass: $C_s = 217732$ cm, sonach in elektromagnet. Maass: $C_m = \frac{C_s}{u^2} = \frac{217732}{9} 10^{-20}$, sonach in Mikro-Farad., durch Division mit 10^{-15}, $C_m = 24192 \,.\, 10^{-5} = 0{,}242$ Mikro-Farad. und die Kapazit. des ganzen Kabels von 4000 km Länge: = 968 Mikro-Farad.

Beispiel 3. Die Kapazit. der Erde ist, wenn man den mittlern Erdradius = 707410 m setzt, in statischem Maass: $C_s = 70741000$ cm, sonach in elektromagnet. Maass:

$$C_m = \frac{70741000}{9 \,.\, 10^{20}} = 707{,}4 \,.\, 10^{-15}\ c.^{-1}\ s.^2 = 707{,}4 \text{ Mikro-Farad.}$$

Beispiel 4. Der spezif. Widerst. eines Leiters für $Hg = 1$ sei k; derselbe ist in Mikrohm anzugeben.

Der Widerst. eines Prismas des betr. Leiters von 1 qmm Querschn. und 1 m Länge ist = k (S. E.) Der spezif. Widerst. des betr. Leiters ist nach S. 913 = den Widerst. eines Würfels von 1 cm Seite, also nach Gleichg (29): $= \frac{0{,}01}{10 \,.\, 10} = \frac{k}{10000}$ (S. E.) $= \frac{k\, 10^{-4}}{1{,}06}$ Ohm $= \frac{k\, 10^{-4}}{1{,}06}\, 10^6 = \frac{k\, 10^2}{1{,}06}$ Mikrohm.

Ist also z. B. der spezif. Widerst. des Kupfers = 0,0166 für $Hg = 1$, so ist derselbe in Mikrohm = 0,0166 . 0,9434 . 10^2 = 1,57 Mikrohm (Vergl. im Anhang Tab. V).

IV. Magnetisches Potential eines elektrischen Stromkreises.

Auf S. 931 wurde gezeigt, dass die Wirkung eines Stromkr. auf einen Magnetpol darzustellen ist durch eine von dem Stromkr. begrenzte magnet. Schale mit der Flächenbelegung der konstanten Dichte $\sigma = \frac{i}{\delta}$, worin δ die verschwindend kleine Dicke der Schale. Dies sind die einzigen Bedingungen für die dem Stromkr.

*) Vergl. *Congrès international des Électriciens. 1881. Comptes rendus des travaux, Paris, 1882, Masson.* — *Uppenborn.* Das internationale elektrische Maasssystem im Zusammenhange mit andern Maasssystemen; München.

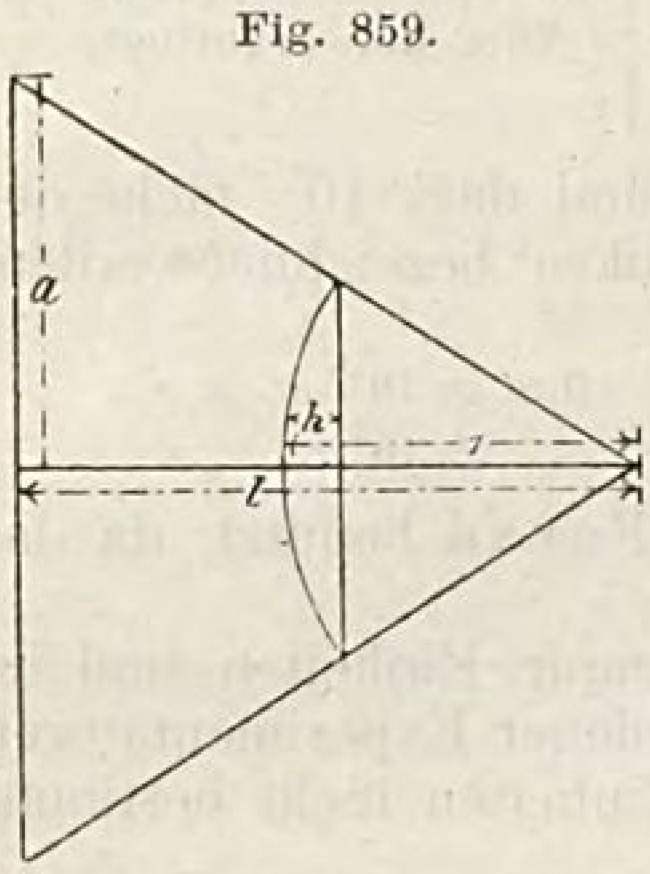
zu substituirende Schale; die Form derselben ist vollkommen gleichgültig und kann eine beliebig gekrümmte sein, wie schon aus der Darlegung S. 931 hervor geht und durch die folgende Entwickelung ebenfalls erwiesen wird.

Grenzt man auf der Schale zwei einander normal gegenüber liegende Flächenelemente dS ab, so bilden dieselben zusammen einen element. Magnet der Länge δ und dem magnet. Moment $\sigma dS\delta$.

Das Potent. des Schalenelem. in einem in der Entfernung r gelegenen Punkt A ist nach Gleichg. (44), wenn ε den Winkel zwischen r und der Normalen zu dS bezeichnet: $$dV = \sigma\delta \frac{dS \cos \varepsilon}{r^2}.$$

Denkt man einen element. Kegel mit dem körperl. Winkel $d\omega$, dessen Leitlinie die Begrenzung des Flächenelem. dS ist und dessen Spitze in A liegt, ferner um A eine Kugel mit dem Rad. r, so ist die Projektion von dS auf diese Kugel $= dS \cos \varepsilon$ und auch $= r^2 d\omega$; also: $d\omega = \frac{dS \cos \varepsilon}{r^2}$.

Fig. 859.



Setzt man ferner für σ den Werth $\sigma = \frac{i}{\delta}$ ein, so ist: $\sigma\delta = i$, wobei i also in elektro-magnet. Maasse ausgedrückt ist. Sonach: $dV = i d\omega$; $V = i\omega$. (50)

Der körperl. Winkel ω ist nur gegeben durch die Begrenzungslinie des Stromkr., also ganz unabhängig von der sonstigen Form der Schale.

Beispiel. Ein ebener kreisförm. Stromkr. mit dem Rad. a wirke auf einen Magnetpol A der Stärke m, welcher auf seiner Axe in der Entfernung l von der Ebene des Stromkr. liegt.

Der körperl. Winkel ω wird gemessen durch die Kalotte einer um A gelegten Kugel mit dem Rad. $= 1$, welche auf derselben abgeschnitten wird, wenn ein durch A gehender Strahl auf dem Kreise ein mal herum geführt wird. Es ist sonach, Fig. 859:

$$\omega = 2\pi h = 2\pi(1 - \cos\Theta); \quad V = 2\pi m i (1 - \cos\Theta).$$

Der Magnetpol wird durch die Kraft R angegriffen, welche in der Richtg. l wirkt, da die Schale zu l symmetrisch ist. Es ist daher:

$$-R\,dl = dV; \quad dV = 2\pi m i \sin \Theta\, d\Theta;$$

$$l = a \operatorname{cotg.} \Theta; \quad dl = -\frac{a}{\sin^2\Theta}; \quad \sin\Theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \quad R = \frac{2\pi m i a^2}{(a^2 + l^2)^{3/2}}.$$

V. Bewegung eines Stromkreises im Felde eines magnetischen Systems.

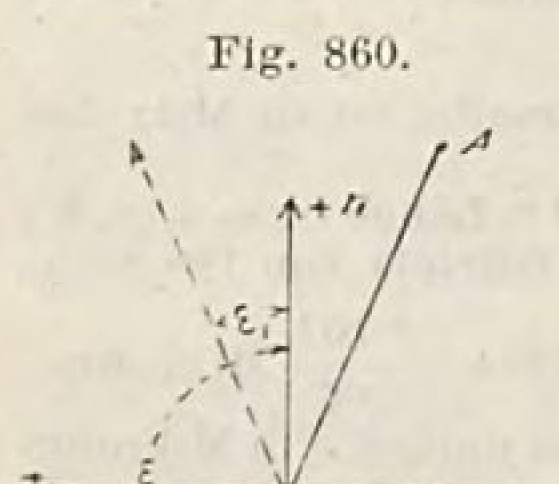
Befindet sich ein Stromkr. im Felde eines magnet. Kraftzentrums mit der Ladung m, so ist das Potent. des Stromkr. auf das Kraftzentrum nach Gleichg. (50):

$$P = m i \omega, \tag{51}$$

also in Bezug auf ein System von Kraftzentren: $P = i\Sigma(m\omega)$. (51 a.)

Man denke sich von einem Kraftzentr., in dessen Felde der Stromkr. liegt, magnet. Kraftlinien nach der S. 894 angegebenen Methode gezogen.

Fig. 860.



Liegt das Kraftzentr. auf der posit. Seite der Schale, so ist die zu dem Schalenelem. dS normale Kompon. der vom Kraftzentr. in dS erzeugten magnet. Kraftintens., $K \cos \varepsilon$, negativ, da ε immer zwischen den posit. Richtungen gemessen ist; vergl. Fig. 860.

Eine Kraftl. schneidet daher die dem Stromkr. substituirte Schale im posit. Sinne, wenn sie dieselbe von der negat. zur posit. Seite durchschneidet.

Man nennt in Bezug auf die für den Stromkr. angewandten Bedeutungen der Zeichen eine die Schale in posit. Sinne durchschneidende magnet. Kraftl. eine positive, die im entgegenges. Sinne durchschneidende eine negat. Kraftl. Man pflegt für das Durchschneiden der substituirten magnet. Schale kurz zu sagen: „Dem Stromkr. werden posit. oder ihm werden negat. magnet. Kraftl. zugeführt."

Denkt man weiter den Stromkr. im Felde eines Systems von magnet. Kraftzentr. in beliebiger Lage, und für jedes derselben die Kraftl. gezogen, so wird eine Anzahl derselben die Schale in posit., eine Anzahl in negat. Sinne schneiden. Es

bezeichne dann N die algebraische Anzahl der dem Stromkr. zugeführten magnet. Kraftl., d. h. die Anzahl der die substituirte Schale in posit. Sinne schneidenden, abzüglich der Anzahl der im negat. Sinne schneidenden Kraftlinien.

Ist K die von einem Kraftzentr. A an der Stelle des Elem. dS erzeugte Kraftintens., so ist: $N = -\int\int K\,dS\cos\varepsilon$.

Da $K = \frac{m}{r^2}$, ferner nach S. 934: $\frac{dS\cos\varepsilon}{r^2} = d\omega$, so wird: $N = -m\omega$, oder für ein System von Kraftzentr.: $N = -\Sigma(m\omega)$, folglich unter Einsetzung von N in Gleichg. (51a.): $P = -iN$. (52)

Hiernach lassen sich leicht die Kraftkompon. X, Y, Z der Wirkung des magnet. Systems auf die Schale darstellen. Verschiebt man nämlich die Schale um die Strecke dx, so ist die Kraft, welche bei dieser Verschiebung zu überwinden ist $= -\frac{\partial P}{\partial x}$, daher erhält man für jene Kraftkompon. die Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} X &= -\frac{\partial P}{\partial x}, & Y &= -\frac{\partial P}{\partial y}, & Z &= -\frac{\partial P}{\partial z} \\ X &= i\frac{\partial N}{\partial x}, & Y &= i\frac{\partial N}{\partial y}, & Z &= i\frac{\partial N}{\partial z} \end{aligned}\right\} \quad (53)$$

und die Arbeiten, welche diese Kräfte bei einer durch die Reaktion des magnet. Systems auf den Stromkr. bewirkten Verschiebung leisten, sind:

$$X dx = i\frac{\partial N}{\partial x}dx,\quad Y dy = i\frac{\partial N}{\partial y}dy,\quad Z dz = i\frac{\partial N}{\partial z}dz. \quad (54)$$

Hieraus folgt das Gesetz: Das magnet. System unterstützt die Verschiebung des Stromkr., wenn bei der Verschiebung die algebr. Anzahl der magnet. Kraftl., welche die substituirte Schale durchschneiden, wächst. Es wirkt der Verschiebung entgegen, wenn die Zahl dieser Kraftl. sich vermindert. Oder kürzer ausgedrückt:

Die Verschiebung des Stromkr. findet in den magnet. Kräften des Feldes Unterstützung, wenn dem Stromkr. bei der Verschiebung mehr positive, und Widerstand, wenn ihm mehr negative Kraftl. zugeführt werden.

VI. Magnetische Kraftwirkung an einer verbiegbaren Strombahn.

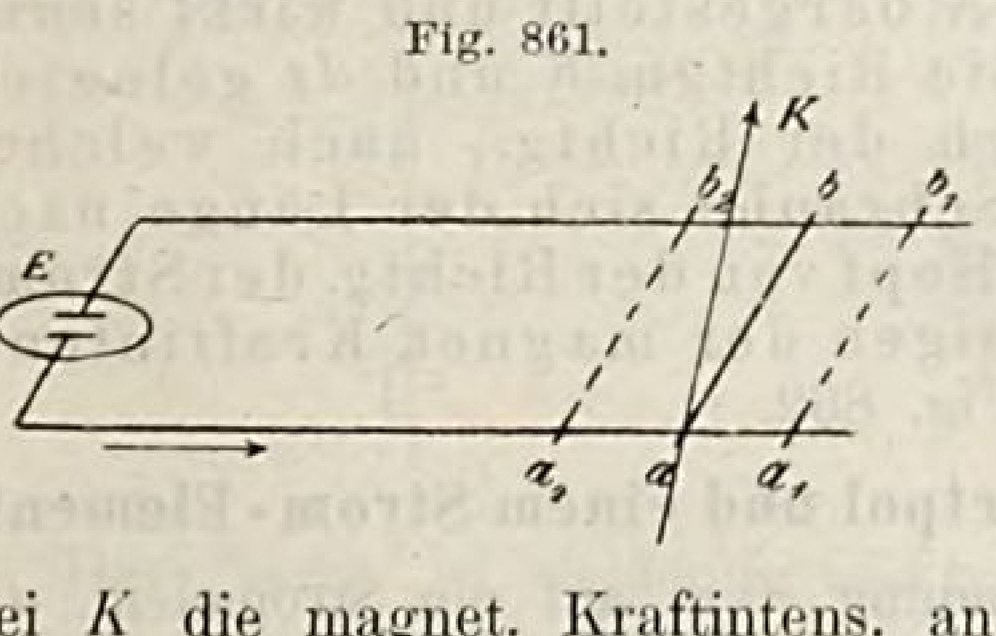
Durch die vorstehenden Erörterungen sind die Kräfte dargestellt, welche bei jeder Verschiebung des Stromkr. als Ganzes zur Wirkung kommen.

Man kann sich nun weiterhin die Stromleiter verbiegbar denken und nach den Kräften fragen, welche ins Spiel kommen, wenn irgend ein Theil der Strombahn verschoben wird, während der übrige Theil derselben fest gehalten wird. Man übersieht leicht, dass man, die vorauf gehenden Schlussfolgerungen auch auf diesen Fall anwendend, zu analogen Ergebnissen kommt, und dass sich demnach folgende Sätze aussprechen lassen:

Wenn durch Verschiebung irgend eines Theils der Strombahn die Zahl der durch dieselbe gehenden posit. Kraftl. vermehrt wird, so unterstützt das magnet. System diese Verschiebung.

Jeder Theil eines in einem magnet. Felde befindlichen Stroms wird von einer Kraft angegriffen, die ihn nach der Seite des magnet. Feldes treibt, wo der Strom, im Verhältniss zu den negat., mehr posit. Kraftl. einfasst.

Fig. 861.



Die Arbeit, welche die magnet. Kraft des Feldes dabei leistet, ist numerisch = der algebr. Anzahl der neu hinzu gekommenen Kraftl., multiplizirt mit der Stromst.

Für das Experiment kann man die Verschieblichkeit eines Theils der Strombahn leicht herstellen durch Einfügung eines Gleitstücks ab, Fig. 861, welches auf die parallelen Stromzweige Ea und Eb lose aufgelegt ist. Sei K die magnet. Kraftintens. an der Stelle des Gleitstücks, so schneidet ihre Richtung, wie in der Figur angegeben, die Stromschale in posit. Sinne. Die Verschiebung des Gleitstücks nach rechts in die Lage $a_1 b_1$ erzeugt also eine Vermehrung,

die Verschiebung nach links in die Lage $a_2 b_2$ eine Abnahme der die Stromschale posit. schneidenden Kraftl. Ersterer Verschiebung entspricht die Veränderung $+ \Delta N$, letzterer die Veränderung $- \Delta N$ von N.

Sei Δs die Länge des Gleitstücks, Δx die Länge, um welche dasselbe parallel zu sich verschoben wird, und bezeichnet man mit $\Delta s\, \Delta x$ das Parallelogramm, über welches Δs bei der Verschiebung streift, so giebt die Zahl der Kraftl., welche das Parallelogr. $\Delta s\, \Delta x$ schneidet, das Anwachsen der Grösse $N = \pm \Delta N$ an. Dieses Anwachsen ist $= K \cos \varepsilon\, \Delta s\, \Delta x$, worin ε den Winkel der Normalen zu $\Delta s\, \Delta x$ mit K, also $=$ Inhalt des Parallelepipeds $K\, \Delta s\, \Delta x$.

Um das Vorzeichen des letzern richtig zu bestimmen, kann man folgende Festsetzung machen: Man bezeichne als posit. die Richtung derjenigen Normalen zu $\Delta s\, \Delta x$, von welcher aus in Richtung des Stroms gesehen das Parallelogr. $\overline{\Delta s\, \Delta x}$ rechts von der Anfangslage von Δx erscheint.

VII. Kraftwirkung eines magnetischen Systems an einem Stromelement.

Es sei ds ein Elem. der Strombahn, in der ein Strom der Stärke i fliesst; ds schliesse mit den Koordin.-Axen den Winkel $(x ds)$, $(y ds)$, $(z ds)$ ein. An der Stelle ds sei die magnet. Kraftintens. $= K$, ihre Richtung zu $ds = (K ds)$. Verschiebt man ds über die Strecke dx, so wird das hierdurch veranlasste Anwachsen von $N = \frac{\partial N}{\partial x}\, dx$ angegeben durch den Inhalt des Parallelepipeds mit den Seiten K, dx, ds.

Bezeichnet man mit h die Normale zu dem Parallelogr. $K ds$, so ist das Volumen des Parallelepipeds:

$$\frac{\partial N}{\partial x}\, dx = K\, ds\, dx \sin (K ds) \cos (h x)$$

$$X dx = i \frac{\partial N}{\partial x}\, dx = i K\, ds\, dx \sin (K ds) \cos (h x)$$

$$X = i K ds \sin (K ds) \cos (h x),$$

worin X die in der Richtg. x wirkende Kraft, welche ds zu verschieben sucht. Analog findet man:

$$Y = i K ds \sin (K ds) \cos (h y); \quad z = i K ds \sin (K ds) \cos (h z).$$

Folglich ist die Kraft-Resultante, welche an ds wirkt:

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

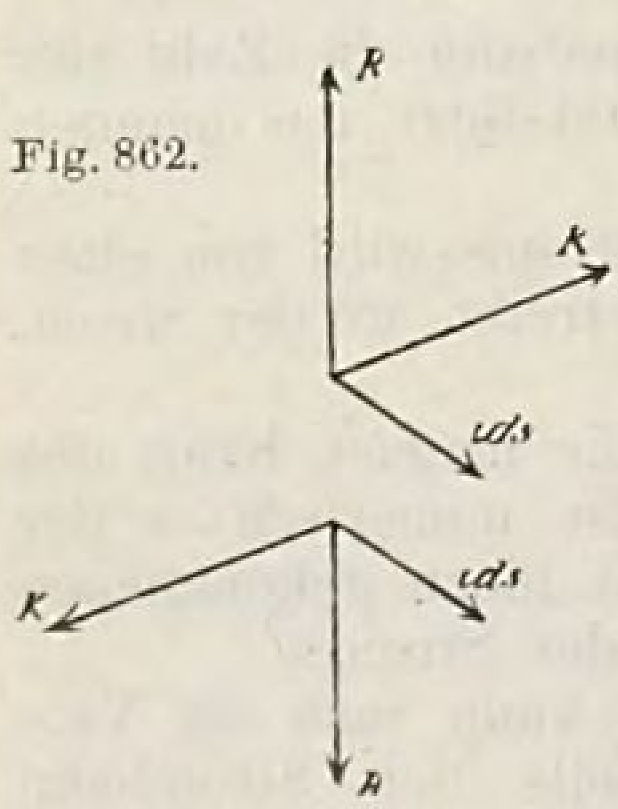
und wegen: $\cos^2 (h x) + \cos^2 (h y) + \cos^2 (h z) = 1$

ist: $$R = i K ds \sin (K ds). \tag{55}$$

Die Richtung von R wird bestimmt durch den Winkel mit den Koordin.-Richtgn.:

$$\cos (R x) = \frac{X}{R} = \cos (h x); \quad \cos (R y) = \frac{Y}{R} = \cos (h y); \quad \cos (R z) = \frac{Z}{R} = \cos (h z).$$

Fig. 862.



Die Richtg. R fällt also mit der Richtg. h zusammen; d. h. sie ist normal zu der durch K und ds gelegten Ebene.

Die das Leiter-Elem. ds angreifende Kraft wird also ihrer Grösse nach durch die Fläche des Parallelogramms aus dem Stromelem. ids und der zur Richtg. desselben um den Winkel $(K ds)$ geneigten Kraftintens. K dargestellt und wirkt senkrecht zu der durch die Richtgn. K und ds gelegten Ebene und zwar nach der Richtg., nach welcher eine rechtsgängige Schraube sich der Länge nach verschiebt, wenn ihr Kopf von der Richtg. der Stromelem. ids nach derjenigen der magnet. Kraftintens. gedreht wird; vergl. Fig. 862.

VIII. Kraftwirkung zwischen einem Magnetpol und einem Strom-Element.

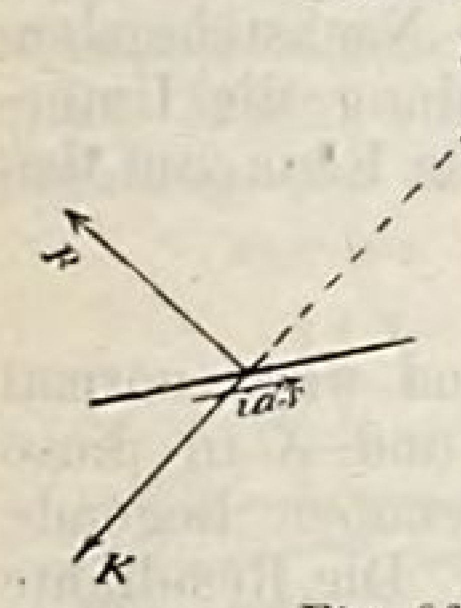
Wirkt ein einzelner Magnetpol von der Ladung $= m$ auf ein Stromelem. ds, so ist die magnet. Kraftintens. an der Stelle des Elem. $= \frac{m}{r_2}$ und dieselbe wirkt in

Richtg. der Verbindungslinie r vom Pol zum Elem. Die Kraft, welche das Elem. angreift, ist also nach Gleichg. (863):

$$R = \frac{m\,i\,ds}{r^2} \sin\,(r\,ds). \tag{56}$$

Die Richtg. derselben steht normal zu der durch r und ds gelegten Ebene; sie wird, wie vor angegeben, bestimmt.

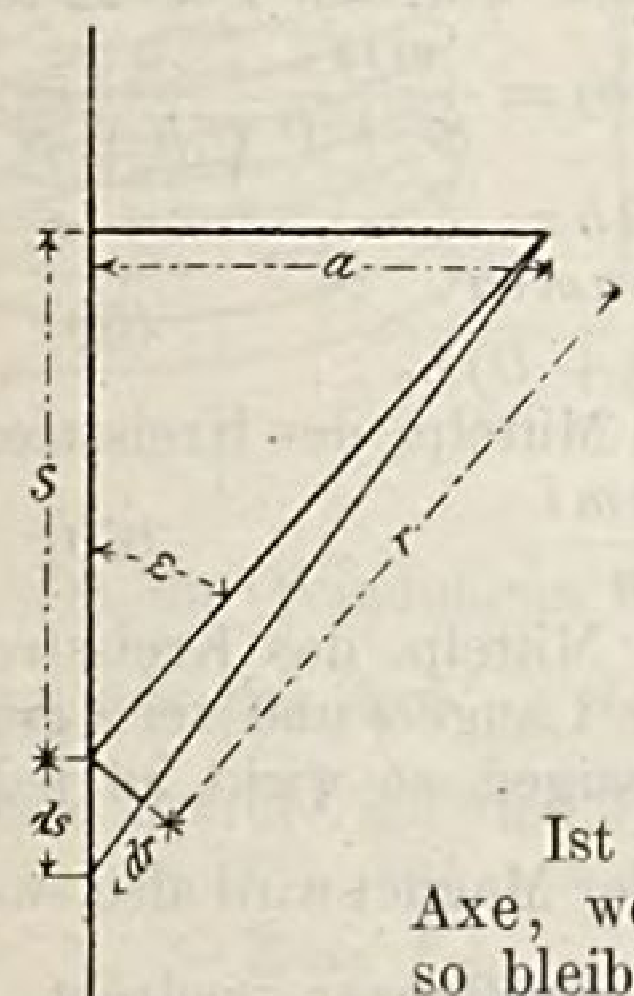
Fig. 863.



Mit derselben Kraft wirkt das Elem. auf den Pol. Da die relative Verschiebung der Theile des Systems dieselbe bleiben muss, ob das Elem. festgehalten werde, und die Kraft den Pol verschiebt, oder umgekehrt, muss die Richtg. der auf den Pol wirkenden Kraft entgegenges. verlaufen, wie die Richtg. der das Stromelem. angreifenden Kraft, Fig. 863.

IX. Wirkung eines unendlichen geradlinigen Stroms auf einen Magnet.

Fig. 864.



Ein Magnetpol der Stärke m sei um a von einem unendlich langen geradlinigen Stromleiter, in welchem ein Strom der Stärke i fliesst entfernt. Die Kraft, welche ein Stromelem. $i\,ds$ ausübt, ist, Fig. 864:

$$d\,R = m\,i\,\frac{ds \sin \varepsilon}{r^2}.$$

Man eliminire ds und r:

$$-\,r\,d\varepsilon = ds \sin \varepsilon;\quad r = \frac{a}{\sin \varepsilon};$$

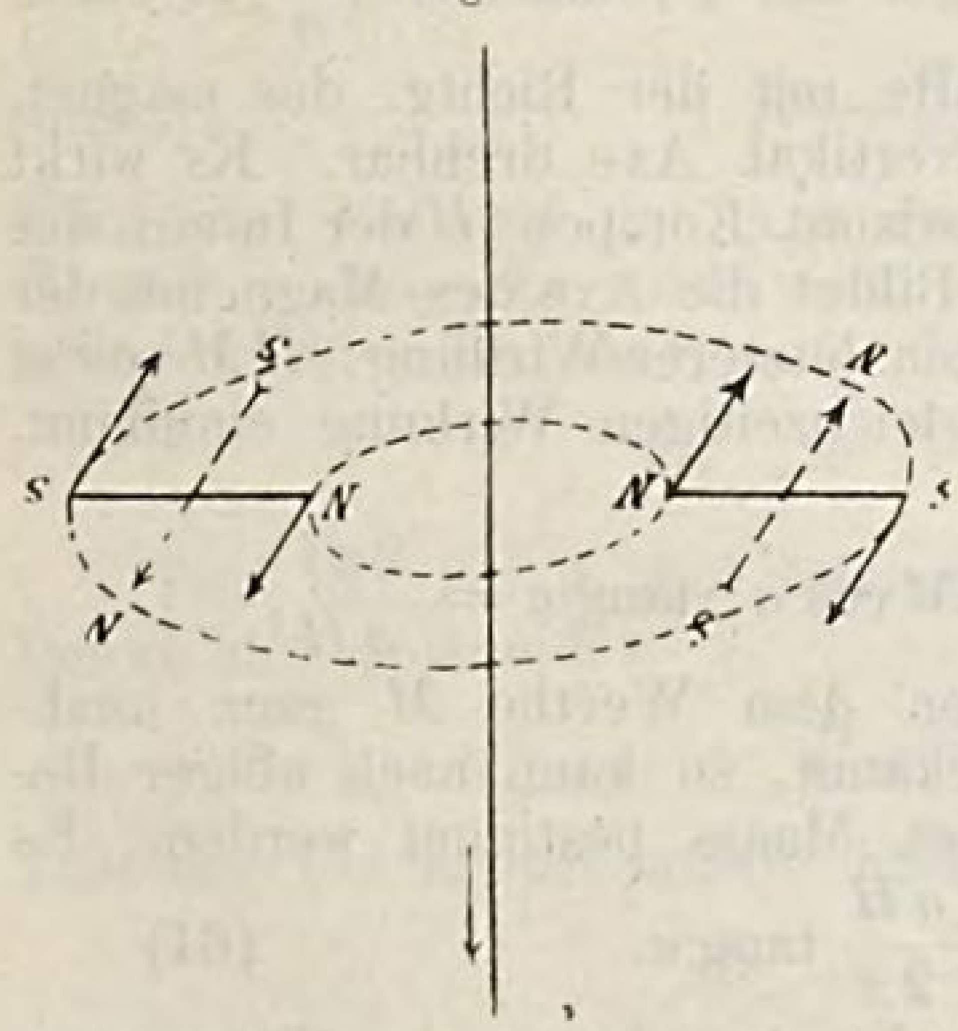
$$R = -\frac{m\,i}{a}\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{0} \sin\varepsilon\,d\varepsilon;\quad R = 2\,\frac{m\,i}{a}. \tag{57}$$

Ist ein Magn. so angebracht, dass er sich um eine vertikale Axe, welche mit dem Stromleiter zusammen fällt, drehen kann, so bleibt der Magn. unbeweglich, in welchen Verhältnissen auch die Entfernungen der Pole vom Stromleiter a_1 und a_2 zu einander stehen mögen. Denn es ist das Drehmoment:

$$R_1\,a_1 + R_2\,a_2 = +\,2\,m\,i - 2\,m\,i = 0.$$

Ist der Magnet um eine ausserhalb des Drahtes liegende durch seine Mitte gehende vertikale Axe drehbar, so stellt er sich normal zur Richtung des Stromleiters, Fig. 865.

Fig. 865.



Für die Richtg., nach welcher der Nordpol weist, gilt die bekannte Regel von Ampére:

„Denkt man eine Person mit dem Strome schwimmend, so dass die Stromrichtg. ihr von den Füssen nach dem Kopfe geht, und das Gesicht der Magnetnadel zugewendet ist, so wird diese durch die Kraftwirkung des Stromes so gestellt, dass der Nordpol nach links weist."

Das magnet. Potent. des unendlichen geradlinigen Stroms in einem Punkte x, y, z seines Feldes ergiebt sich, wenn man die Z-Axe mit dem Stromleiter zusammen fallen lässt, wie folgt:

$$X = -\,2i\,\frac{y}{x^2 + y^2};\quad Y = -\,2i\,\frac{x}{x^2 + y^2};\quad Z = 0$$

$$d\,V = X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = d\,(2\,i \operatorname{arc\,tang} x + C)$$

$$v = 2\,i \operatorname{arc\,tang} \frac{y}{x} + C. \tag{58}$$

Das Potent. ist vieldeutig und hat in jedem Punkte des Feldes unendlich viele um $4\,\pi i$ verschiedene Werthe.

Legt der Pol eine den Stromleiter ein mal umfassende Bahn zurück, so verrichtet er eine Arbeit im Betrage: $A = 4\,\pi\,m\,i$. Ist die Bahn geschlossen, ohne den Stromleiter zu umfassen, so ist die gesammte vom Strom aufgewendete Arbeit: $A = 0$.

Die magnet. Kraftl. im Felde des unendlichen geradl. Stromleiters sind Kreise, deren Ebenen normal zur Strombahn und deren Mittelpunkte in der Strombahn liegen. Die Niveaufl. sind Ebenen, welche sich sämmtlich in der Strombahn schneiden.

X. Wirkung eines ebenen Kreisstroms auf einen Magnet.

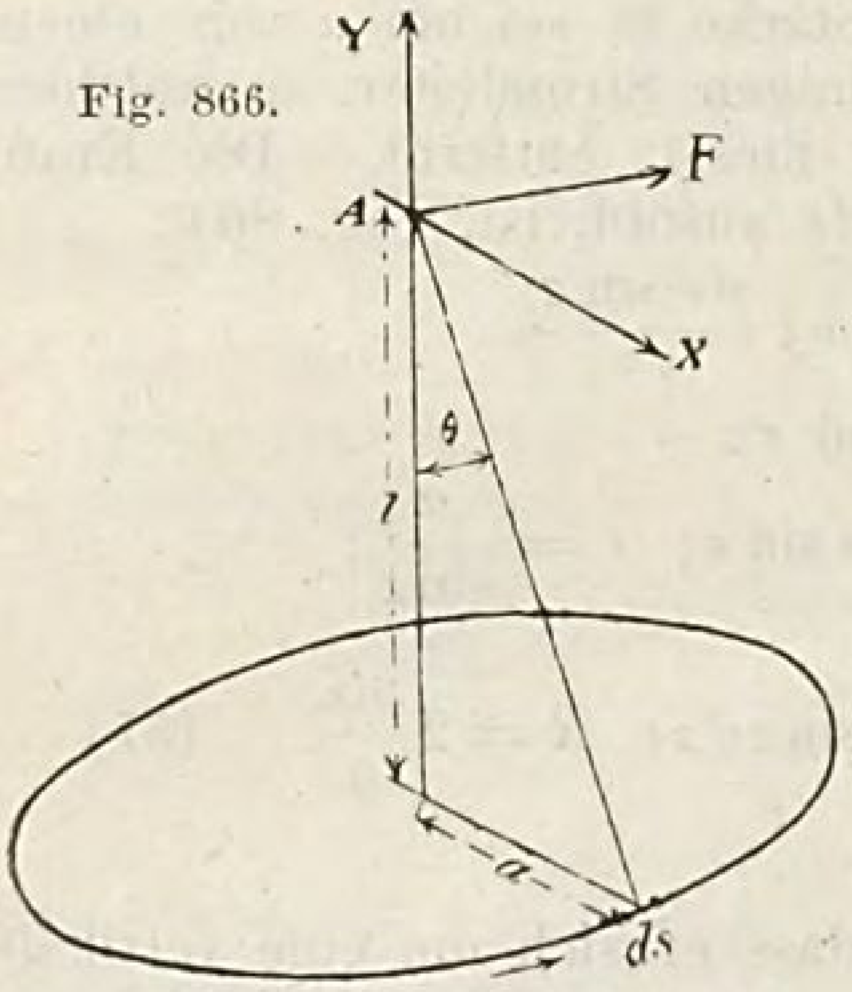
Ein Kreisstrom mit dem Radius a wirkt auf einen Pol A der Stärke m, welcher sich auf der Axe des Kreisstroms in der Entfernung l von der Ebene befindet, Fig. 866.

Eine Untersuchung der Wirkungen mit Hülfe der substituirten magnet. Schale ist bereits in dem Beisp. zu IV, S. 934 gegeben. Wir wollen in Nachstehendem von der Gleichg. (56) Gebrauch machen und unter deren Anwendung die Untersuchung wiederholen. Da $(r\,ds) = 90^0$, ist die Kraft, mit welcher ein Elem. auf den Pol wirkt:

$$F = \frac{m\,i\,ds}{r^2}.$$

Die Kraftrichtg. liegt in der durch r und l gelegten Ebene und wirkt normal zu r. Man zerlege F in die Kompon. Y normal zur Richtung l und X in diese fallend. Für je 2 einander gegenüber liegende Elem. heben sich die Kompon. auf. Die Resultante der Wirkung des Stromkr. auf den Pol ist also:

Fig. 866.



$$R = \Sigma(Y) = \Sigma\,(F \sin\vartheta) = \frac{m\,i\,s}{a^2 + l^2}\,\frac{a}{\sqrt{a^2 + l^2}}.$$

Sonach, wegen $s = 2\,a\,\pi$:

$$R = \frac{2\,\pi\,m\,i\,a^2}{(a^2 + l^2)^{3/2}}. \qquad (59)$$

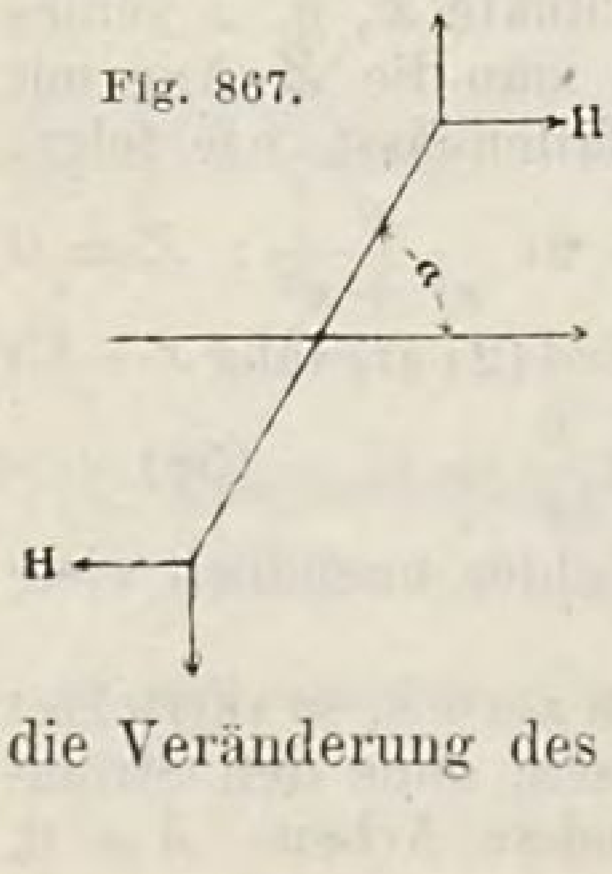
Rückt der Pol in den Mittelp. des Kreisstroms, so ist:

$$R = \frac{2\,\pi\,m\,i}{a}. \qquad (60)$$

Bringt man in den Mittelp. des Kreisstroms einen kleinen Magnet der Länge λ und sei λ gegen den Rad. a zu vernachlässigen, so wirkt an jedem Pol die Kraft $\pm \frac{2\,\pi\,m\,i}{a}$; der Magnet wird also, wenn seine Axe in der Ebene des Stroms liegt, von einem Kräftepaar gedreht mit dem Mom.: $\frac{2\,\pi\,m\,i}{a}\,\lambda$. $m\lambda$ ist das magnet. Mom. des Magn., sonach das Drehmom.: $\frac{2\,\pi\,i}{a}\,M$. Hat das Mom. den Magn. so weit gedreht, dass seine Axe mit der Ebene des Stroms den Winkel α bildet, so wirkt an den Magn. das Drehmom.: $\frac{2\,\pi\,i}{a}\,M \sin\alpha$.

Der Stromkr. stehe vertikal; seine Ebene falle mit der Richtg. des magnet. Meridians zusammen. Der Magnet sei um eine vertikal. Axe drehbar. Es wirkt an ihm ausser der magnet. Kraft des Stromkr. die horizont. Kompon. H der Intens. des Erdmagnetism. parallel der Ebene des Stromkr. Bildet die Axe des Magn. mit der Ebene des Stromkr. den Winkel α, so ist das Drehmom. letzterer Wirkung: $HM \cos\alpha$. Für die Stellung, welche der Magn. unter der gleichzeitigen Wirkung einnimmt, ergiebt sich, Fig. 867, α aus der Bedingung:

Fig. 867.



$$\frac{2\pi i}{a}\,M \sin\alpha = HM \cos\alpha;\ \ \text{tang}\,\alpha = \frac{2\pi i}{a\,H},$$

welch letzterer Werth von dem Werthe M ganz unabhängig ist. Ist also H bekannt, so kann nach obiger Beziehung i in elektro-magnet. Maass bestimmt werden. Es ist dann:

$$i = \frac{a\,H}{2\,\pi}\,\text{tang}\,\alpha. \qquad (61)$$

Auf diesem Satze beruht die Anordnung der Tangenten-Bussole. Nimmt man statt 1 die Zahl von n Windungen, so ist die Kraftwirkung auf den Pol die n-fache, wenn man die Veränderung des Radius a vernachlässigt, daher: $i = \frac{a\,H}{2\,\pi\,n}\,\text{tang}\,\alpha.$ (61 a)

XI. Wirkung einer stromdurchflossenen Spirale auf einen Magnetpol.

Erhält der lineare Stromleiter die Form einer zylindr. Spirale, so kann man, wenn die Windungen dicht auf einander liegen, dieselbe für die Rechnung durch ebenso viele kreisförmige Ströme ersetzen, welche senkr. zur Axe der Spiralen stehen. Die Substitution der magnet. Schalen liefert dann eine Summe auf einander liegender Schalen, deren Wirkung diejenige eines longitudinal magnetis. Stabes mit konst. Magnetisirungs-Intens. oder eines Solenoids ist. Man bezeichnet eine solche stromdurchflossene Spirale daher ebenfalls als Solenoid. Will man für das Solenoid einen Magn. substituiren, so ist es nach dem Voraufgehenden nicht schwer, die Richtung der nach Norden zeigenden Axe zu bestimmen, Fig. 868.

Fig. 868.

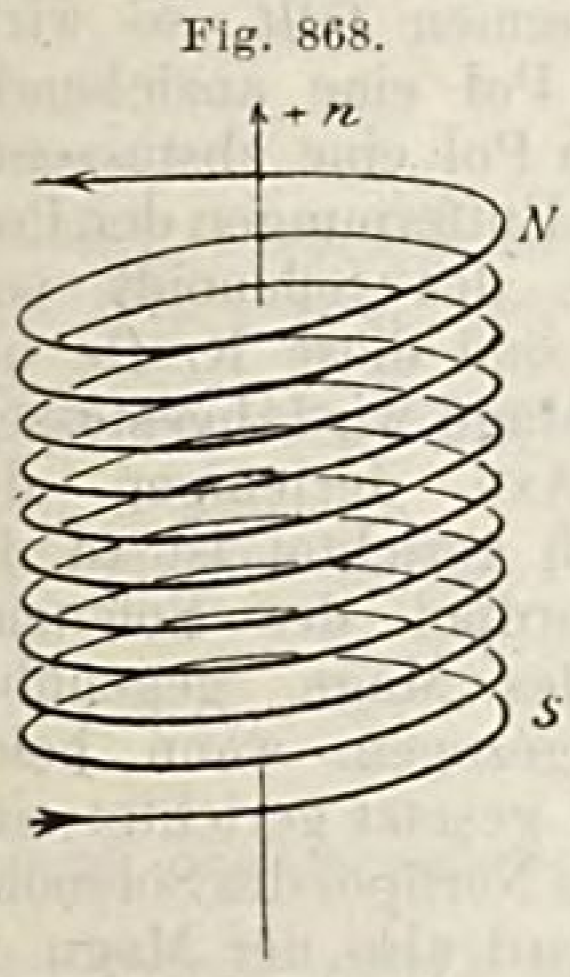
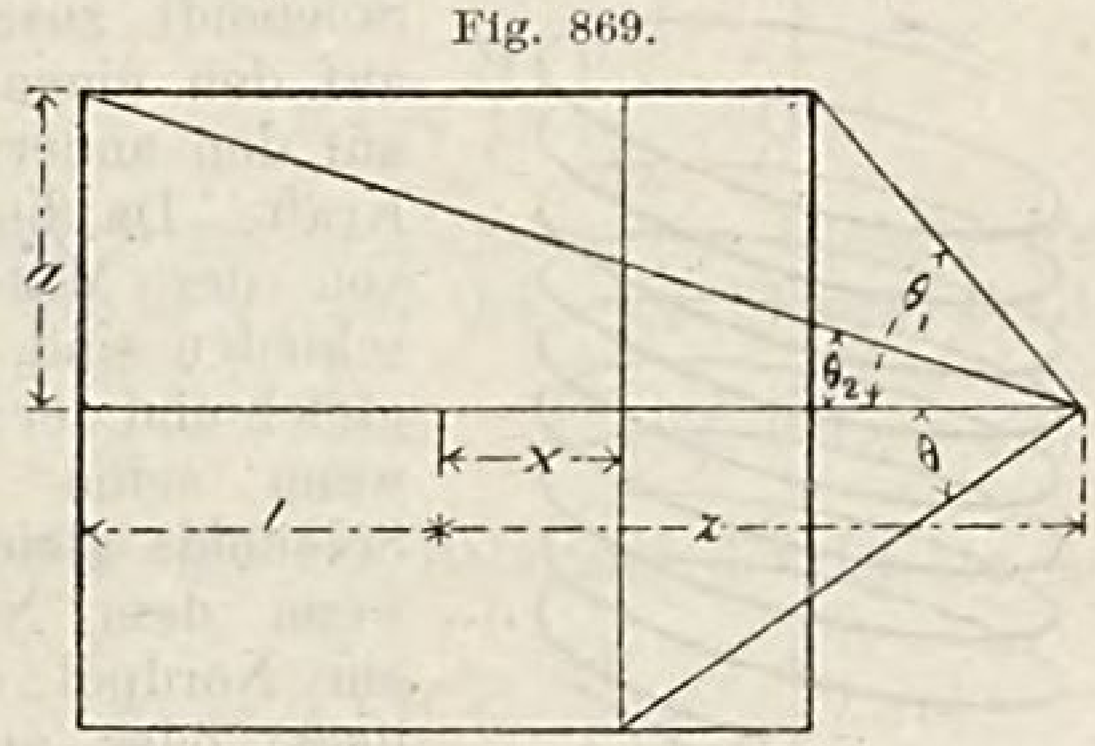


Fig. 869.



Sei, Fig. 869, $2l$ die Länge eines Solenoids, n die Anzahl der Windungen, z der Abstand eines auf der Axe in A gelegenen Pols von der Mitte 0 der Axe, m die Stärke des Pols, x der Abstand der Ebene einer beliebigen Windung von 0, so ist die Wirkung dieser Windung auf den Pol in A nach Gleichg. (59):

$$= \frac{2\pi i m a^2}{[a^2 + (z - x)^2]^{3/2}}.$$

Da die Windungen der Spirale dicht auf einander liegen, so entfallen auf die Länge dx der Axe $\frac{n}{2l}\,dx$ Windungen; daher erhält man für die Kraftwirkung der ganzen Spirale auf den Pol:

$$R = \int_{-l}^{+l} \frac{n \pi i m a^2}{l\,[a^2 + (z-x)^2]^{3/2}}\,dx = \frac{n \pi i m}{l} \int_{-l}^{+l} \frac{a^2\,dx}{[a^2 + (z - x)^2]^{3/2}}.$$

Setzt man: $z - x = y\sqrt{a^2 + (z - x)^2}$, so ist: $dy = \frac{-a^2\,dx}{[a^2 + (z - x)^2]^{3/2}}$,

also: $$\int_{-l}^{+l} \frac{a^2\,dx}{[a^2 + (z - x)^2]^{3/2}} = -\left[\frac{z - x}{\sqrt{a^2 + (z - x)^2}}\right]_{-l}^{+l} = -\Big[\cos\theta\Big]_{\theta_2}^{\theta_1}$$

sonach: $$R = \frac{\pi n i m}{l}\Big[\cos\theta_2 - \cos\theta_1\Big]. \qquad (62)$$

Wird der Pol auf der Axe nach dem Solenoid bewegt, so nimmt $\cos\theta_1$ ab; R wächst also. Es wird, wenn der Pol in der vordern Ebene des Solenoids sich befindet: $\theta_1 = 90$, $\cos\theta_1 = 0$, also:

$$R_{+l} = \frac{\pi n i m}{l}\cos\theta_2 = \frac{2\pi n i m}{\sqrt{a^2 + 4l^2}}.$$

Tritt der Pol in das Solenoid ein, so wird $\theta_1 > 90$, $\cos\theta_1$ negativ, daher im Innern des Solenoids:

$$R = \frac{\pi n i m}{l}(\cos\theta_2 + \cos\theta_1).$$

Tritt der Pol in das andere Ende der Spirale, so ist: $\theta_2 = 90$, $\cos\theta_2 = 0$, also:

$$R_{-l} = \frac{\pi n i m}{l}\cos\theta_1 = \frac{2\pi n i m}{\sqrt{a^2 + 4l^2}}.$$

Bewegt sich der Pol weiter nach links, so wird $\theta_2 > 90$, $\cos\theta_2$ negat., also:

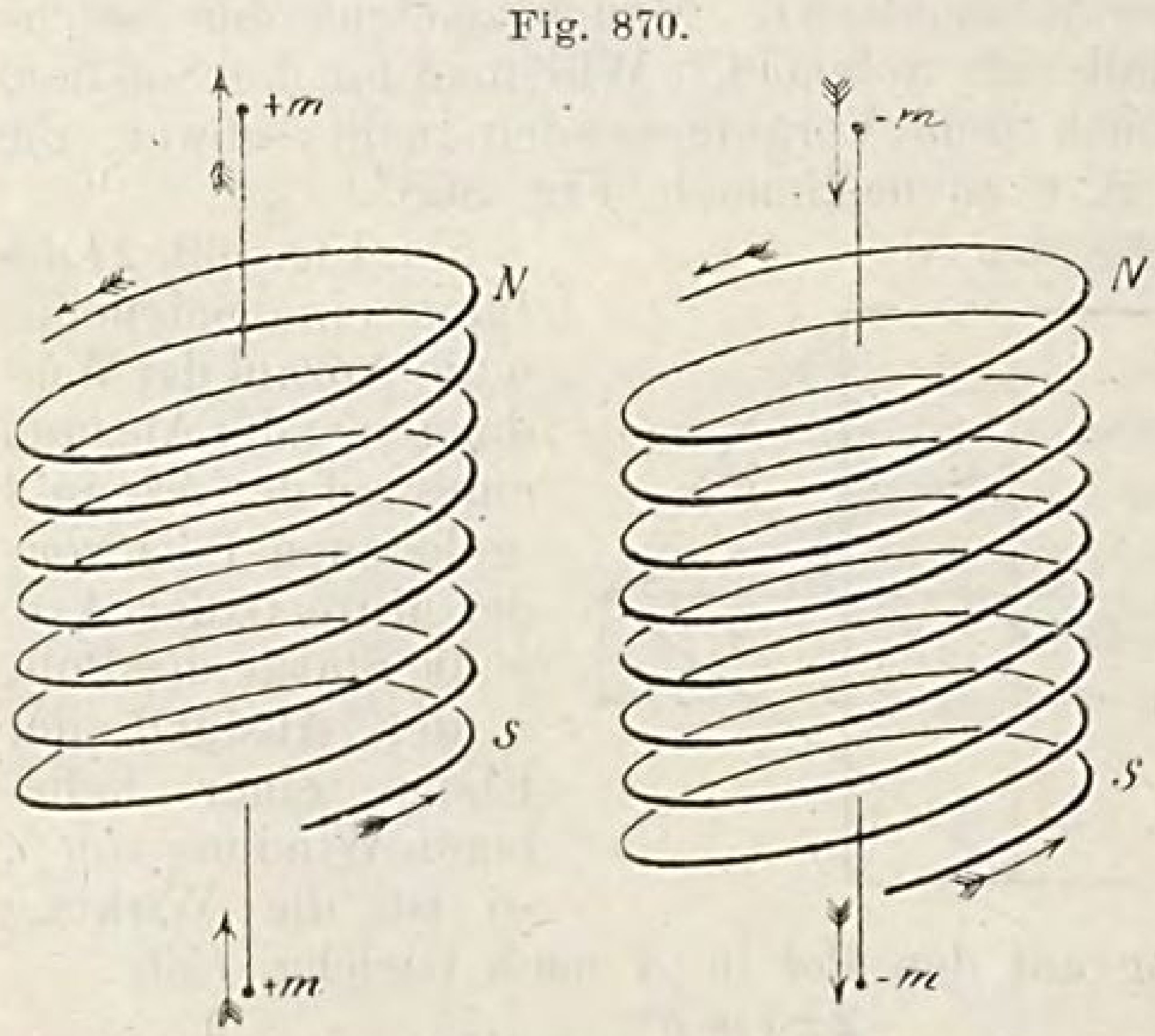
$$R = \frac{4\pi n i m}{l}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2).$$

Betrachtet man 2 verschiedene Lagen des Pols in gleichen Entfernungen von 0, so übersieht man leicht, dass für beide R denselben Werth hat. In beiden Fällen

wird R kleiner, wenn sich der Pol von 0 entfernt und grösser, wenn er sich 0 nähert. R hat daher den grössten Werth im Mittelp. der Spirale.

Die Kraft wechselt während der Bewegung ihr Zeichen nicht, behält also immer dieselbe Richtg. Der posit. Pol wird in Folge der magnet. Kraftwirkung der Spiralen immer in Richtg. der posit. Axe, der negat. Pol in entgegen gesetzter Richtg. bewegt, Fig. 870.

Fig. 870.



Befindet sich auf der Axe des Solenoids ausserhalb desselben ein Magn. von der endlichen Länge l, dessen Axe mit derjenigen des Solenoids zusammen fällt, so wirkt auf den einen Pol eine anziehende, auf den andern Pol eine abstossende Kraft. Da die Entfernungen der Pole von der Mitte des Solenoids verschieden sind, sind diese Kräfte ungleich und der Magn. wird abgestossen, wenn seine Axe derjenigen des Solenoids gleich gerichtet ist (d. h., wenn dem Nordpol des Solenoids ein Nordpol des Magn. gegenüber liegt) oder angezogen, wenn beide Axen entgegen gesetzt gerichtet sind (d. h., wenn dem Nordpol des Solenoids ein Südpol des Magn. gegenüber liegt). Im letztern Falle wird also der Magn. in das Solenoid hinein gezogen; die Bewegung hört auf, wenn der Mittelp. des Magn. im Mittelp. des Solenoids sich befindet, da in dieser Lage die Anziehung gleich der Abstossung ist.

XII. Wirkung von Stromkreisen auf einander.

Die Erfahrung lehrt, dass stromdurchflossene Leiter unter der Wirkung von Kräften, welche dieselben einer auf den andern ausüben, bewegt werden. Die Erscheinung kann ohne weiteres aus dem Vorhergehenden erklärt werden, da ein Stromkr. auf einen Magn. eine Kraftwirkung ausübt, letzterer als die Substitution für einen element. Stromkr. angesehen werden und nach der S. 931 angegebenen Methode die Kraftwirkungen endlicher Stromkr. leicht auf diejenigen element. Stromkr. zurückführbar sind.

Man wird also zur Vorstellung und Darstellung der Kraftwirkungen zweier Stromkr. auf einander leicht gelangen, wenn man beide durch magnet. Schalen ersetzt. Denkt man für 2 einander gegenüber liegende Stromkr. diese Substitution gemacht, so werden die Magnetisirgs.-Richtgn. der Schalen gleichartig sein, wenn die Ströme gleich gerichtet, und ungleichartig, wenn sie entgegenges. gerichtet sind. D. h. bei gleich gerichteten Strömen werden ungleichnamige Belegungen der substituirten Schalen einander gegenüber liegen. Hieraus folgt der allgem. Satz:

Gleich gerichtete Ströme ziehen einander an, ungleich gerichtete Ströme stossen einander ab.

XIII. Potential zweier geschlossener Stromkreise auf einander.

Die Stromstärken der beiden Stromkr. seien i und i_1, die Flächen der substituirten magnet. Schalen S und S_1.

Wir betrachten zunächst die Wirkung eines Flächenelem. dS mit der Belegung $dS\frac{i}{\delta}$ und die des gegenüber liegenden Flächenelem. derselben Schale mit der Belegung $-dS\frac{i}{\delta}$ auf der magnet. Einh. im Punkte (x, y, z). Die Abstände dieses Punktes von dem Elem. seien r und r_1; dann ist im Punkte x, y, z das magnet. Potent.:

$$= -\frac{1}{r}\frac{i}{\delta}dS + \frac{1}{r_1}\frac{i}{\delta}dS = \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1}\right)\frac{i}{\delta}dS.$$

Man errichte auf dS eine Normale und zähle auf ihr vom Fusspunkte die Länge n, so kann man setzen: $\frac{1}{r_1} = \frac{1}{r} + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} \delta.$

Sonach ist in x, y, z das Potent.: $= i \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} dS.$

Integrirt man diesen Ausdruck über die ganze Fläche, so erhält man das magnet. Potent. des Punktes x, y, z auf die Fläche:

$$V = i \int \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} dS,$$

welcher Ausdruck natürlich mit demjenigen der Gleichg. (50) identisch ist. Es ist nun das Potent. der Fläche S auf die eine Fläche S_1 des 2. Stromkr. mit der Belegung der Dichte $-\frac{i_1}{\delta_1}$ *): $P_1 = -\int V \frac{i_1}{\delta_1} dS_1,$

und auf die andere Fläche mit der Belegung der Dichte $+\frac{i_1}{\delta_1}$:

$$P_2 = \int \left(V + \frac{\partial V}{\partial n_1} \delta_1 \right) \frac{i_1}{\delta_1} dS_1,$$

sonach das gesammte Potent. der beiden Schalen auf einander: $P = i_1 \int \frac{\partial V}{\partial n_1} dS_1,$

oder indem man V einsetzt:

$$P = i i_1 \int dS_1 \frac{\partial}{\partial n_1} \int \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} dS_1; = i i_1 \int \int \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial n \partial n_1} dS\, dS_1,$$

wobei die Integrat. über beide Stromkr. auszudehnen ist. P heisst das elektromagnet. Potent. zweier Ströme auf einander. Der Ausdruck unter dem Integrat.-Zeichen ist nur von Form und Lage der Stromkr. abhängig; setzt man dafür das Symbol Q, so ist:

$$P = i i_1 Q. \qquad (63)$$

Der Ausdruck: $Q = \int \int \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial n \partial n_1} dS\, dS_1$ lässt sich durch eine (hier nicht durchzuführende) Transformation auf die Form bringen:

$$Q = \int \int \frac{ds\, ds_1}{r^2} \cos (ds\, ds_1). \qquad (64)$$

XIV. Ampère's Satz über die Kraftwirkung zweier Stromkreise.

Ampère hat unter Zuhülfenahme des Experiments eine Formel für die Kraftwirkung zweier Ströme auf einander gegeben, welche im übrigen auch durch Transformat. aus der Gleichg. (49) entwickelt werden kann. Es soll die Formel Ampère's hier wieder gegeben werden, indess ohne ein Eingehen auf die Ableitung derselben.**)

Es seien ds und ds_1 die Elem. zweier linearen Stromkr., i und i_1 die entsprechenden Stromstärken; dann ist die Kraft, welche 2 Stromelem. auf einander ausüben:

$$\left. \begin{aligned} R &= \frac{i i_1 ds\, ds_1}{r^2} [2 \cos (ds\, ds_1) - 3 \cos (r ds) \cos (r ds_1)] \\ \text{oder:} \quad R &= \frac{i i_1 ds\, ds_1}{r^2} \left[\frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds_1} - 2r \frac{d^2 r}{ds\, ds_1} \right], \end{aligned} \right\} \qquad (65)$$

worin i und i_1 in elektromagnet. Einh. ausgedrückt sind.

*) Diese Belegung entspricht 2 Stromkr. mit gleich gerichteten Strömen; sind die Ströme entgegenges. gerichtet, so erhalten die einander zugekehrten Flächen der magnet. Schalen gleichnamige Belegungen; der Werth P erhält dann das — Zeichen.

**) Siehe dieselbe bei Maxwell. A. a. O.; Th. IV, Kap. II und Wiedemann. A. a. O. Bd. II, Kap. I.

Für spezielle Fälle sagt die Formel aus:

Zwei parallele Stromelem., senkr. zur Verbindungslinie ihrer Mitten, ziehen sich an, wenn gleich gerichtet, mit der Kraft: $2\frac{i i_1\, ds\, ds_1}{r^2}$ und stossen sich ab, wenn entgegen gesetzt gerichtet.

Zwei Stromelem., welche in die Richtg. r fallen, stossen sich ab mit der Kraft: $-\frac{i i_1\, ds\, ds_1}{r^2}$.

Zwei zu einander senkr. Stromelem., welche beide normal zu r stehen, haben die Kraftwirkung $= 0$.

Aus den vorstehenden Formeln gelangt man zur Darstellung der Kraftwirkung der geschlossenen Stromkr. durch Integrat. über beide Stromkr. Es ist indessen hervor zu heben, dass Ampère's Formel experimentell unumstösslich bewiesen ist, nur für den Integralwerth über geschlossene Stromkreise, dass sonach die aus der Different.-Formel abgeleiteten Gleichgn. nicht gesichert sind. Ampère's Annahme, dass die Kraftrichtg. zwischen 2 Elem. in der Verbindungslinie durch die Mitten der Elem. fällt, wird von vielen Physikern angefochten. (Vgl. Maxwell, Wiedemann, Riemann, Clausius.)

Bemerkung. Ampère's Formel wird in den element. Lehrbüchern gewöhnlich in dem von Ampère selbst verwandten elektrodynam. Maass gegeben, ohne dass eine Bemerkung über die Messung von i hinzu gefügt ist. In diesem Maasssystem lautet die Formel:

$$R = \frac{\mathfrak{j}\mathfrak{j}_1\, ds\, ds_1}{r^2}\left[\cos(ds\, ds_1) - \frac{3}{2}\cos(r\, ds)\cos(r\, ds_1)\right].$$

In elektrodynam. Maass ist die Einh. der Stromstärke diejenige Stromst., bei welcher die Einh. der Länge zweier parallelen Stromleiter, welche von gleich starken Strömen durchflossen werden, in der Einh. der Entfernung mit der Einh. der Kraft auf einander wirkt. In diesem System ist die Kraftwirkung zweier parallelen Elem. ds und ds_1 mit der Stromst. $\mathfrak{j}$ und $\mathfrak{j}_1$:

$$R = \frac{\mathfrak{j}\mathfrak{j}_1\, ds\, ds_1}{r_2}.$$

Vergleicht man den Werth mit dem in elektromagnet. Maass gemessenen der Gleichg. (65), so erhält man für die Einh. der Länge beider Stromleiter, wenn $i = i_1$, $\mathfrak{j} = \mathfrak{j}_1$:

in elektromagnet. Maass: $R = 2\frac{i^2}{r^2}$, in elektrodynam. Maass: $R = \frac{\mathfrak{j}^2}{r^2}$.

Daraus ergiebt sich die Beziehung zwischen den Einh. beider Systeme:

$$\mathfrak{j} = i\sqrt{2}.$$

Der Einheitsstrom in elektromagnet. Maass ist daher im Verhältniss $\sqrt{2}:1$ stärker als der Einheitsstrom im elektrodynam. Maass. Die Dimension der Stromstärke ist in beiden Systemen dieselbe.

XV. Arbeitsleistung bei der Verschiebung von Stromkreisen.

Die vorauf gehenden Untersuchungen hatten den Zweck, die Grösse der Kraftwirkung in jedem Punkte eines von Magn. oder Strömen erzeugten Feldes darzustellen Sie genügen aber nicht, um die Bewegungen, welche unter dem Einfluss dieser Kräfte stattfinden, zu verfolgen. Denn aus den entwickelten Formeln gelangen wir zwar zur Darstellung der Kraftintens. als Funktion von Stromst. und magnet. Mom.; dieselben sagen aber nichts aus über das Gesetz, nach welchem diese Grössen veränderlich sind, wenn in Folge Ausführung von Bewegungen eine Veränderung der potentiellen Energie der bewegten Theile des Systems stattfindet, welche nothwendigerweise eine Veränderung der aktuellen Energie der in den Stromleitern bewegten Elektriz. nach sich ziehen muss.

Es ist bereits auf S. 918 darauf hingewiesen, dass bei einer Arbeitsverrichtung durch den Strom in den Stromleiter ein Gegenstrom erzeugt wird.

Der als Aequival. der äussern Arbeit in den Leitern erzeugte Strom wird in diesem Falle induzirter Strom oder Induktionsstrom genannt. An den Arbeits-Vorgängen sind also 2 Theile zu unterscheiden, nämlich: 1. die Verschiebungen der Stromleiter, die ponderomotorischen Wirkungen, 2. die Erregung von Induktionsströmen, die elektromotorischen Wirkungen.

XVI. Induktion von Strömen.

Es kann nach dem Voraufgehenden das Auftreten der Induktionsströme als eine nothwendige Konsequenz der ponderomotor. Wirkungen auf Grund des Gesetzes von der Erhaltung der Energie gefolgert werden. Das Experiment zeigt indessen, dass auch in stromlosen Leitern Induktionsströme entstehen, wenn dieselben von

äussern Kräften in einem magnet. Felde von Magn. oder Strömen bewegt werden. Diese Erscheinung ist keine Konsequenz des erwähnten Grundgesetzes, und wir können, mangels der Kenntniss des allgem. Kraftgesetzes für die gegenseitigen Wirkungen bewegter Elektriz.*), dieselbe auf rein theoret. Wege nicht begründen.

Das allgem. Induktions-Gesetz (Gesetz von Lenz) lautet:

„Wird ein Stromleiter quer durch die Kraftl. eines magnet. Feldes, welches von Magn. od. Strömen erzeugt ist, bewegt, so wird in demselben ein Strom induzirt. Die Richtung des Induktionsstroms ist stets derart, dass die elektromagnet. Kraftwirkung dieses Stroms der Bewegung Widerstand leistet.

Auf Grund dieses Gesetzes lässt sich der allgem. Ausdruck für die Stärke des Induktionsstroms unter Zuhülfenahme der Entwickelungen S. 934 und 935 ableiten.

Man betrachte den Vorgang während des Zeittheilchens dt; man kann dann annehmen, dass während desselben die Stärke des induzirt. und des induzirend. Stroms unveränderlich bleibt und die Veränderungen derselben plötzlich am Anfang jedes Zeitelem. eintreten. Es sei N die algebr. Zahl der magnet. Kraftl., welche ein im magnet. Felde eines Stroms oder Magn. befindlicher geschlossener Leiter fasst. Das Ansteigen von N während der Verschiebung des Stromkreises innerhalb der Zeit dt ist $= \frac{dN}{dt} dt$. Fliesst in dem Leiter der Strom i, so ist nach Gleichg. (52) die Arbeit der Verschiebung unter Ueberwindung des von den elektromagnet. Kräften geleisteten Widerstandes:

$$-i \frac{dN}{dt} dt = \frac{dP}{dt} dt, \tag{a}$$

worin P die potentielle Energie bezeichnet, welche der Stromkr. vermöge seiner Lage im magnet. Felde besitzt.

Der Vorgang muss jedenfalls dem Gesetz der Erhaltung der Energie genügen; es muss daher die Gleichg. (41) erfüllt sein, in welcher:

$$L_a = -i \frac{dN}{dt} dt = \frac{dP}{dt} dt$$

zu setzen ist. Es ist sonach:

$$E i dt = i^2 w dt - i \frac{dN}{dt} dt,$$

worin E die elektro-mot. Kraft des Elektromotors im bewegten Stromkr. ist. Der Werth E kann jede beliebige Grösse haben. Ist der Leiter ursprünglich stromlos und eine elektro-mot. Wirkung in demselben nicht vorhanden, so ist $E = 0$, also:

$$0 = i^2 w dt - i \frac{dN}{dt} dt, \quad i = \frac{1}{w} \frac{dN}{dt}. \tag{66a}$$

Der induzirte Strom fliesst also mit einer solchen Stärke, als wenn er durch eine elektro-mot. Kraft $\frac{dN}{dt}$ in Bewegung gesetzt würde.

dN ist die Aenderung von N in der Zeit dt, $\frac{dN}{dt}$ also die Aenderung pro Zeiteinh. zur Zeit t. Man kann daher das Gesetz der Stärke des induzirten Stroms folgendermassen formuliren:

Die in der ganzen Ausdehnung des Stromleiters zu einer bestimmten Zeit wirkende elektro-mot. Kraft der Induktion wird gemessen durch die Abnahme pro Zeiteinh. der von dem Stromkr. gefassten magnet. Kraftlinien.

*) Es ist klar, das Gesetze, wie das über die Substitution der magnet. Schalen für Stromkr., oder die Formel Ampère's S. 941 ein solches Kraftgesetz nicht liefern. Wir kennen in dem Coulomb'schen Gesetze das Gesetz der Kraftwirkung im Gleichgew. befindlicher Elektriz.; ein allgem. Kraftgesetz, das die Kraft als Funktiou der Menge und der Bewegungsgrössen des Agens darstellt (welches also das Coulomb'sche Gesetz als speziellen Fall einschliesst) besitzen wir nicht, obwohl von vielen Physikern die Aufstellung eines solchen versucht worden ist. Vrgl.: Weber Elektrodynam. Maassbestimmungen, Leipzig, 1867, Hirzel; v. Helmholtz. Gesammelte Abhandlungen; Leipzig, 1881—83. Barth; Riemann. Schwere, Elektriz. und Magnetism. Clausius. Mechan. Behandlung der Elektriz.; sowie Beer, Maxwell und Wiedemann; A. a. O.

Die in Gleichg. (66a) enthaltene Beziehung wird häufig in etwas anderer Form gegeben. Es bezeichne W das Potent. eines Stromkr. s_1 mit der Stromstärke i_1 auf einen Stromkr. s mit der Stromst. $= 1$ (mit andern Worten die potentielle Energie, welche der Stromkr. s, 1 vermöge seiner Lage im Felde des Stromkr. s_1, i_1 besitzt). Dann ist die potentielle Energie des im Felde des Stromkr. s_1, i_1 gelegenen Stromkr. s, i unter Berücksichtigung von Gleichg. (63):

$$P = i i_1 Q = i W, \text{ also nach (64): } W = \int\int \frac{i_1 \cos(ds\, ds_1)}{r}\, ds\, ds_1$$

und nach (a): $W = N$,

sonach auch: $$i = \frac{1}{w} \cdot \frac{dW}{dt}. \qquad (66\text{b})$$

Man ersieht aus der Gleichg. (66a), dass, abgesehen von der Intens. des Feldes, folgende Mom. für die Stärke des induzirt. Stroms bestimmend sind:

1. Die Richtung, in welcher jedes Elem. des Stromleiters durch die magnet Kraftl. des Feldes bewegt wird. Die elektro-mot. Kraft der Indukt. ist am grössten, wenn jedes Elem. die magnet. Kraftl. in normaler Richtg. durchschneidet. Sie ist $= 0$ in einem Elem., welches auf einer Kraftl. geführt wird.

2. Die Geschwindigk. der Aenderung von N.

Die Aenderung der Grösse N wird nicht allein verursacht durch Lagenveränderung des induzirt. Stromkr. oder der induzirenden Systeme, sondern auch durch Veränderung der Intens. des Magnetism. oder der Stromst. der das magnet. Feld bildenden Systeme.

Sind 2 Stromkr. vorhanden, von denen der eine, von welchem die induzirende Wirkung ausgeht, der primäre, der andere, in welchem Induktionsströme erregt werden, der sekundäre heissen möge, so ergeben sich nach dem Voraufgehenden folgende Gesetze:

In dem sekund. Stromleiter wird ein dem Primärstrom gleich gerichteter Strom induzirt: 1. bei Entfernung der Stromkr. von einander, 2. bei Abnahme der Stromst. des Primärstroms, 3. bei Unterbrechung (Oeffnen) des Primärstroms.

Im sekund. Stromkr. wird ein dem Primärstrom entgegenges. gerichteter Strom induzirt: 1. bei Näherung der Stromkreise, 2. beim Anwachsen der Stromst. des Primärstroms, 3. beim Schliessen des Primärstroms.

Die beim Oeffnen und Schliessen des primären Stromkr. induzirten Ströme sind natürlich momentan; die andern Induktionsströme dauern so lange, als die Veränderung der Kraftlinien dauert.

Beide Stromkr. wirken gegenseitig induzirend auf einander. Wird also z. B. im Sekundärstromkr. ein Entfernungsstrom (dem Primärstrom gleich gerichtet) induzirt, so induzirt dieser im Primärstromkr. einen momentanen Schliessungsstrom, welcher also entgegenges. gerichtet ist und den Intens. des Primärstroms schwächt u. s. f.

Es wirkt aber auch ein Stromkr. induzirend auf sich selbst. Beim Schliessen des Stromkr. wird also ein momentaner Schliessungsstrom im selben Stromleiter induzirt, welcher die Stromst. schwächt; die Abnahme der Stromintens. liefert einen gleich gerichteten Induktionsstrom u. s. f. Der Strom entwickelt sich beim Schliessen daher nicht sofort in voller Stärke, sondern es tritt erst nach einiger Zeit ein Beharrungszustand ein.

Analog sind die Erscheinungen, wenn die Indukt. durch Magn. veranlasst wird.

Es befinde sich einem Stromkr. gegenüber ein posit. Magnetpol; wir wollen diese Seite des Stromkr. als die posit. ansehen, so dass also diejenige Stromrichtg. als posit. bezeichnet wird, welche von dem Pol aus gesehen von links nach rechts fliesst.

Es entsteht dann ein posit. Strom: 1. wenn der Pol dem Stromleiter genähert wird; 2. wenn seine Stärke wächst.

Es entsteht ein negat. Strom: 1. wenn der Pol entfernt wird; 2. wenn seine Stärke abnimmt.

Es entsteht ferner ein momentaner posit. Strom, wenn auf der posit. Seite plötzlich ein posit. Pol erzeugt wird oder plötzlich ein negat. Pol verschwindet.

Es entsteht ein momentaner negat. Strom, wenn auf der posit. Seite plötzlich ein posit. Pol verschwindet oder ein negat. Pol erzeugt wird.

Man übersieht nach dem zu Gleichg. (66) Bemerkten, dass die momentanen induzirten Oeffnungs- u. Schliessungs-Ströme Ströme mit hoher elektromot. Wirkung sein müssen.

XVII. Ampère's Theorie über die Konstitution der Magnete.

Ampère nimmt bezüglich der Konstitution der Magnete an, dass die einzelnen Moleküle der magnet. Körper sämmtlich von gleich gerichteten elektr. Strömen umkreisst sind; diese Auffassung verweisst also alle magnet. Wirkungen in das Gebiet der elektrodynam. Wirkungen. Die Berechtigung derselben ist nach den vorauf gehenden Entwickelungen des gegenwärtigen Abschnitts leicht zu übersehen; man muss bezüglich der molekul. Ströme der Magn. nur die Annahme machen, dass sie ohne Widerstand kreisen, da zu ihrer Unterhaltung keine Arbeit verbraucht wird.

Die Molekular-Ströme liefern dann nach den Erörterungen S. 931 einen den Umfang des Magn. umkreisenden Strom.

Auch wenn man die Ampère'sche Theorie nicht annehmen wollte, könnte man dieselbe jedenfalls als eine neue Substitution für die Darstellung der magnet. Wirkungen gebrauchen. Die Beziehung zwischen der Richtg. der Ampère'schen Ströme und der Lage der Pole ist genau dieselbe wie beim Solenoid. Von der Seite des Nordpols aus gesehen sind also die Ströme rechts drehend.

XVIII. Elektromagnete.

Es wurde S. 922 bemerkt, dass gewisse Körper magnetisch werden, wenn man sie in ein magnet. Feld bringt. Es ist noch hervor zu heben, dass es gleichgültig ist, ob das magnet. Feld von Magn. oder von elektr. Strömen erzeugt wird. Vom Standpunkte der Ampère'schen Magnet-Theorie behält indessen die ad E entwickelte Weber'sche Theorie der Magnetisirung vollkommen ihre Bedeutung; man hat nur anzunehmen, dass die Molekul.-Ströme der Magn. Präexistenz besitzen, und dass im unmagnet. Zustande des Körpers die Axen der Molekul.-Ströme gleichmässig nach allen Richtgen. vertheilt sind. Der Vorgang der Magnetisirg. ist sonach als auf ponderomotor. Wirkung, nicht auf Indukt.-Wirkung beruhend anzusehen.

Es werden indessen selbstverständlich ausserdem auch Induktionsströme auf der Oberfl. des Magn. erregt, sobald die Bedingungen hierzu erfüllt sind, nach den S. 944 entwickelten Gesetzen.

Ist also ein Eisenstab von einer Spirale umgeben, so wird derselbe beim Durchleiten des Stromes magnetisirt. Es werden ferner beim Oeffnen und Schliessen des Stromkr. pheripherische Näherungs- und Entfernungs-Ströme auf der Oberfl. des Stabes induzirt, ausserdem beim Entstehen und Verschwinden des Magnetism. pheripherische Extraströme auf der Oberfl. des Magn. und Induktionsströme in der Spirale.

Die rechnerische Behandlung der Vorgänge der Magnetisirung fällt im allgem. ziemlich komplizirt aus. Für den prakt. Gebrauch bedient man sich empir. Formeln.

Um den Bau der empir. Formeln verständlich zu machen, seien 2 einfachere Ableitungen mitgetheilt.

a. Ein gerader Eisenstab, dessen Querschn. ω verschwindend klein gegen alle andern Grössen ist, befindet sich in der Axe eines kreisförm. Stroms mit dem Rad. a, symmetrisch gegen die Ebene des Stroms, Fig. 871.

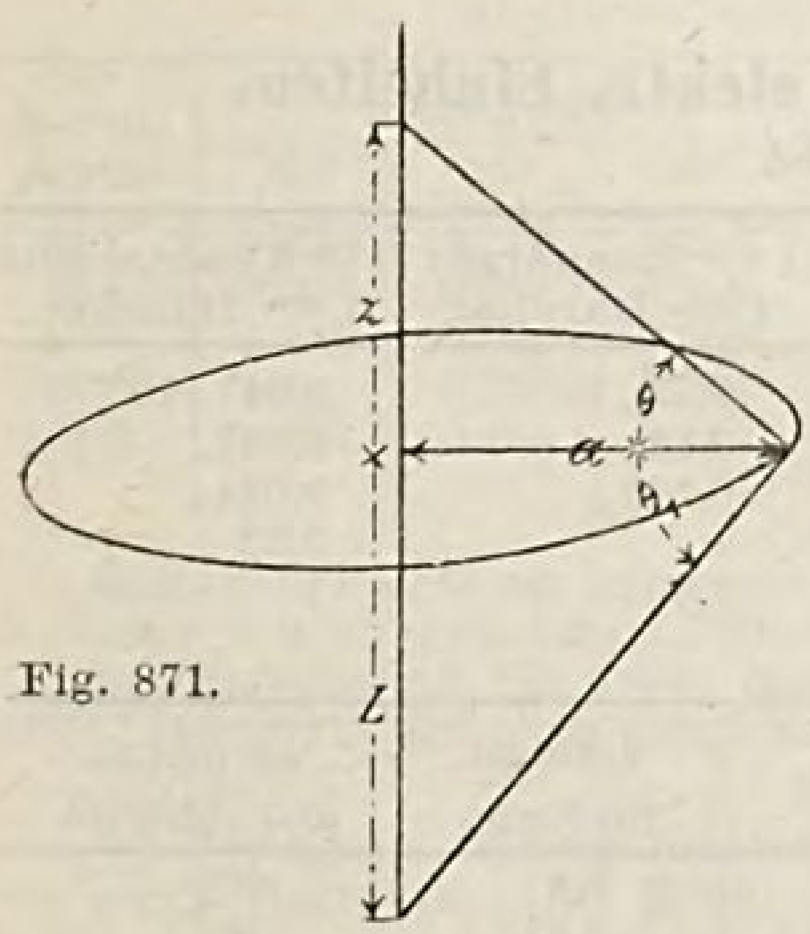


Fig. 871.

Die magnet. Kraftintens., welche der Strom in einem Punkt der Axe in der Entfernung z von der Stromebene erzeugt, ist nach S. 937 und 938:

$$K = \int \frac{i\,ds}{r^2} \cos\Theta = \frac{2a\pi i}{r^2} \cos\Theta.$$

Die Magnetisirgs.-Intens. des Stabes an der Stelle ist nach Gleichg. (48): $\mathfrak{J} = kK$.

Nach der Definition von $\mathfrak{J}$ (S. 923) ist das magnet. Mom. an jener Stelle: $dM = \mathfrak{J}\omega\,dz$.

Führt man in diesem Ausdruck den Werth für $\mathfrak{J}$ unter Benutzung der obig. Gleichg. für K ein, eliminirt dS mittels der Beziehung: $z = a \operatorname{tang} \Theta$, $dz = \frac{a\,d\Theta}{\cos^2\Theta}$, sowie $r = \frac{a}{\cos\Theta}$, so erhält man:

$$M = 2k\pi i\omega \int_{-\Theta_1}^{+\Theta_1} \cos\Theta\,d\Theta = 4k\pi i\omega \sin\Theta. \qquad (67)$$

b. Ein Stab wie vor befindet sich in der Axe einer stromdurchflossenen Spule, symmetrisch zu deren Mitte. In der Entfernung z von der Mitte der Spule erzeugt diese nach Gleichg. (62)

die magnet. Kraftintens., wenn die Werthe $\cos \Theta_2$ und $\cos \Theta_1$ eliminirt werden:

$$K = -\frac{\pi n i}{l}\left[\frac{z-l}{\sqrt{a^2+(z-l)^2}} = \frac{z+l}{\sqrt{a^2+(z+l)^2}}\right].$$

Aus: $\mathfrak{J} = kK$, $dM = \mathfrak{J}\omega dz$ erhält man durch die bezüglichen Einsetzungen:

$$dM = \frac{k\pi n i \omega}{l}\int_{-L}^{+L}\left[\frac{(z-l)\,dz}{\sqrt{a^2+(z-l)^2}} - \frac{(z+l)\,dz}{\sqrt{a^2+(z+l)^2}}\right]$$

$$M = 2k\pi i\omega\frac{n}{l}\left[\sqrt{a^2+(L-l)^2} - \sqrt{a^2+(L+l)^2}\right], \qquad (68)$$

in welcher Gleichg. n die Anzahl der Windungen der Spule, l die halbe Länge derselben und L die Länge des magnetis. Stabes ist.

Entwickelt man den Klammer-Ausdruck nach der binom. Reihe, so erhält man:

$$\sqrt{a^2+(L-l)^2} = (L-l)\left[1+\frac{a^2}{(L-l)^2}\right]^{1/2} = (L-l)\left[1+\frac{1}{2}\,\frac{a^2}{(L-l)^2}+\ldots\right]$$

$$\sqrt{a^2+(L+l)^2} = (L+l)\left[1+\frac{a^2}{(L+l)^2}\right]^{1/2} = (L+l)\left[1+\frac{1}{2}\,\frac{a^2}{(L+l)^2}+\ldots\right].$$

Ist der Windungsdurchm. klein gegen die Grössen $L-l$ und $L+l$, so kann man die höhern Potenzen der Reihen vernachlässigen, und erhält nach Ausführung der Addition und Einsetzung in die Gleichg. für M:

$$M = 4k\pi i\omega n\left\{1-\frac{1}{2}\,\frac{a^2}{L^2-l^2}\right\}. \qquad (68\,a)$$

Ist die Länge L des Stabes sehr gross gegen die andern Dimens., so kann auch das 2. Glied des Klammer-Ausdrucks vernachlässigt werden und man erhält die weitere Näherungs-Formel:

$$M = 4k\pi i\omega n. \qquad (68\,b)$$

Diese Gleichgn. gelten indessen nur so lange k konstant ist, also die Magnetisirungs-Intens. proportional der magnetisirenden Kraftintens. wächst. Auch berücksichtigen sie nicht die gegenseitige Einwirkung der magnetisirten Eisentheile.

In den Grenzen, in welchen k konstant ist, befinden sich die vorstehenden Gleichgn. in den Hauptpunkten in Uebereinstimmung mit den Ergebnissen der experimentellen Untersuchung.

Lenz und Jacobi fanden, dass die Weite der Windungen ohne Einfluss auf die Stärke des erzielten Magnetism. blieb, wenn die Enden des Stabes weit genug aus der Spirale heraus ragten, wie auch Gleichg. (68b) angiebt. Im andern Falle wirken enge Wirkungen etwas stärker wie weite in Uebereinstimmung mit Gleichg. (68a).

Ist d der Durchm. des zu magnetisirenden Stabes, l dessen Länge, n die Zahl der Umwickelungen und i die Stromstärke, so erhält man das magnet. Mom. des magnetisirten Stabes aus der empir. Formel: $M = k\sqrt{l^3 d}\,(in)$. (69)

Wird ein und derselbe Stab bei verschiedenen Stromst. und Umwickelungen magnetis., so verhalten sich die magnet. Mom., wie die Produkte aus Stromst. und Zahl der Windungen der Spirale. Dieses Produkt in heisst die **magnetisirende Kraft der Spirale**.

Diese Beziehungen gelten nur in den Grenzen in welchen der Magnetisirungs-Koeffiz. k konstant ist.

G. Anhang.

Tabelle I—IV. Vergleichende Tabellen elektr. Einheiten.

Tabelle I. Widerstands-Einheiten.

Name der Einheit	c. s.	Ohm	Siemens	1 km Eisendraht 4 mm Durchm.	1 km Kupferdraht 1 mm Durchm.
c. s.	1	10^{-9}	$1{,}06 . 10^{-9}$	$0{,}12 . 10^{-9}$	$0{,}047 . 10^{-9}$
Ohm	10^9	1	1,06	0,12	0,047
Siemens	$94{,}3 . 10^7$	0,943	1	0,125	0,044
1 km Eisendraht	$77 . 10^8$	7,7	8,0	1	0,35
1 km Kupferdraht	$21{,}3 . 10^9$	21,3	22,83	2,86	1

Tabelle II. Strom-Einheiten.

Name der Einheit	c. g. s.	Ampère	Jacobi	Daniell / Siemens	mg Silber pro Minute
c. g. s.	1	10	102,5	8,4	660
Ampère	0,1	1	10,25	0,84	66
Jacobi	0,0098	0,098	1	0,082	6,5
Daniell / Siemens	1,119	1,19	12,31	1	78,5
mg Silber	0,152	0,015	0,155	0,013	1

Tabelle III. Einheiten der elektomotorischen Kraft.

Name der Einheit	c. g. s.	Volt.	Jacobi × Siemens	Daniell	Grove = Bunsen
c. g. s.	1	10^{-8}	$11{,}43 \cdot 10^{-8}$	$0{,}893 \cdot 10^{-8}$	$0{,}513 \cdot 10^{-8}$
Volta	10^{8}	1	11,43	0,893	0,513
Jacobi × Siemens	$87 \cdot 10^{5}$	0,087	1	0,08	0,045
Daniell	$112 \cdot 10^{6}$	1,12	12,5	1	0,575
Grove	$195 \cdot 10^{6}$	1,95	22,4	1,74	1

Tabelle IV. Arbeitsgrössen (für $g = 981$).

$1\,\frac{\text{Volt. Coulomb.}}{\text{sec.}}$ = 1,0 Volt. Ampère	1 Volt. Ampère = $1{,}0\,\frac{\text{Volt. Coulomb.}}{\text{sec}}$
$1\,\frac{\text{mkg}}{\text{sec.}}$ = 9,81 „	„ = $6{,}1162\,\frac{\text{mkg}}{\text{min.}}$
1 Pferdekr. = $75\,\frac{\text{mkg}}{\text{sec}}$. . = 735,75 „	„ = 0,001359 Pferdekr.
1 horsepower = $76{,}039\,\frac{\text{mkg}}{\text{sec}}$ = 745,94 „	„ = 0,001341 horsepower
$1\,\frac{\text{kg = cal.}}{\text{sec}}$ = 4160 „	„ = $\frac{1}{4160} = 0{,}0002404\,\frac{\text{kg = cal.}}{\text{sec}}$

Tabelle V. Widerstände bei 0°.

Den Widerstand in Ohm eines Drahtes von 1 m Länge und 1 qmm Querschn. findet man durch Multiplikation der Zahlen in Spalte 2 mit 10^{-2}.

Bezeichnung des Leiters	Spezifischer Widerstand		Widerst. eines Drahtes von 1 m Länge u. 1 g Gew. in Ohm	Bezeichnung des Leiters	Spezifischer Widerstand		Widerst. eines Drahtes von 1 m Länge u. 1 g Gew. in Ohm
	für Quecksilber = 1, nach Mattiessen	in Mikrohm			für Quecksilber = 1, nach Mattiessen	in Mikrohm	
	1	2	3		1	2	3
Aluminium, geglüht	0,030	2,83	0,072	Silber, geglüht	0,0153	1,44	0,146
Antimon, gehämmert	0,360	33,96	2,281	Stahl	0,099	9,34	0,734
Blei	0,199	18,77	2,124	Wismuth, gehämmt.	1,330	125,47	12,32
Eisen, geglüht*) . . .	0,099	9,34	0,724	Zink	0,057	5,38	0,385
Gold, gehämmert . .	0,0212	2,00	0,393	Zinn	0,134	12,64	0,921
„ geglüht	0,0209	1,97	0,386	Argentan oder Packfong (Legirung aus			
Kupfer**) gehämmt.	0,0166	1,57	0,139				
Kupfer, geglüht . . .	0,0162	1,53	0,136	2 Th. Silber u. 1 Th.			
Nickel, geglüht . . .	0,126	11,89	1,013	Platin	0,247	23,30	2,789
Platin, geglüht	0,092	8,68	1,85	Legirung aus 2 Th.			
Quecksilber	1,000	94,34	12,35	Gold u. 1 Th. Silber	0.110	10,38	1,578
Silber, gehämmert .	0,0166	1,57	0,156	Messing	0,0828	7,81	0,656

Tabelle VI. Horizontale Intensität des Erd-Magnetismus in Mittel-Europa.
(Nach Kohlrausch, Elektrotechn. Zeitschr. 1884, S. 15.)

Nördl. Breite	Länge östlich von Ferro					Nördl. Breite	Länge östlich von Ferro				
	20°	25°	30°	35°	40°		20°	25°	30°	35°	40°
45°	0,209	0,212	0,217	0,221	0,225	50°	0,188	0,192	0,196	0,200	0,204
46°	0,205	0,208	0,213	0,217	0,221	51°	0,185	0,188	0,192	0,196	0,200
47°	0.201	0,204	0,209	0,213	0.217	52°	0,181	0,184	0,188	0,192	0,195
48°	0,197	0,200	0,204	0,209	0,213	53°	0,177	0,181	0,185	0.188	0,191
49°	0,193	0,196	0,200	0,205	0,208	54°	0,174	0,177	0,182	0,184	0.187
						55°	0,169	0,175	0,178	0,181	0,183

Eine von Paris ab gemessene Länge ist für den Gebrauch der Tabelle um 20°,0, eine von Greenwich ab gemessene Länge um 17°,7 zu vergrössern.

Die Tabelle gilt für 1884; nach je 4 Jahren von da ab gerechnet dürfte in der nächsten Zeit die 3. Dezimale um 1 zu vergrössern sein.

*) Der spezif. Widerstand des Eisens wird verschieden angegeben, etwa in den Grenzen von 9,0 — 12,5 Mikrohm. Das Mittel aus verschiedenen Angaben bei Wiedemann liefert 0,114 für Hg = 1 od. 10,77 Mikrohm pro $\frac{\text{cm}}{\text{cm}^2}$.

**) Die im Handel vorkommenden Kupferdrähte aus stark verunreinigtem Material haben einen um mindestens 40 % höheren Widerstand. (Vergl. Zeitschr. f. Elektrotechn., 1884, S. 74.

VII. Tabelle für die Jahres-Mittel der Tages-Mittel der westlichen Abweichungen der Magnetnadel für Berlin

vom Jahre 1777,5 bis zum Jahre 1900,5, berechnet nach der von Prof. Tietjen empirisch aufgestellten Formel:

$$D = 16^0 40',40 - 5',7944\, t + 2',06 \sin\left[(16^0 21',8)\, t - 6^0 23'\right] - 9',4728 \left(\frac{t}{10}\right)^2$$

$$+ 0',8431 \left(\frac{t}{10}\right)^3 + 0',1424 \left(\frac{t}{10}\right)^4 \ldots\ldots\ldots$$

in welcher t die Zeit, welche seit 1839,5 verflossen ist, in Jahren bezeichnet. — Die wirklich beobachteten Abweichungen, so wie eine Vergleichung mit den berechneten, sind beigefügt.

	Berechnet	Beobachtet	Differenz		Berechnet	Beobachtet	Differenz
1777,5	16⁰ 46,8′	16⁰ 45,0′	— 1,8′	1867,5	13⁰ 13,21′	13⁰ 12,67′	— 0,54′
1805,5	17 54,6	17 55,7	+ 1,1	1868,5	13 5,28	13 4,37	— 0,91
1825,8	17 41,9	17 37,6	— 4,3	1869,5	12 57,30	12 56,75	— 0,55
1828,3	17 34,5	17 30,8	— 3,7	1870,5	12 49,29	12 50,70	+ 1,41
1831,5	17 18,9	17 18,0	— 0,9	1871,5	12 41,34		
1836,4	16 57,4	16 56,6	— 0,8	1872,5	12 33,45		
1839,5	16 40,17	16 41,00	+ 0,83	1873,5	12 25,70		
1840,5	16 34,88	16 35,40	+ 0,52	1874,5	12 18,20		
1841,5	16 29,36	16 29,58	+ 0,22	1875,5	12 10,90		
1842,5	16 23,59	16 23,55	— 0,04	1876,5	12 3,90		
1843,5	16 17,52	16 17,30	— 0,22	1877,5	11 57,40		
1844,5	16 11,17	16 10,82	— 0,35	1878,5	11 51,23		
1845,5	16 4,48	16 4,12	— 0,36	1879,5	11 45,51		
1846,5	15 57,48	15 57,18	— 0,30	1880,5	11 40,24		
1847,5	15 50,17	15 50,02	— 0,15	1881,5	11 35,41		
1848,5	15 42,59	15 42,62	+ 0,03	1882,5	11 31,00		
1849,5	15 34,87	15 34,88	+ 0,01	1883,5	11 27,02		
1850,5	15 26,76	15 27,12	+ 0,36	1884,5	11 23,41		
1851,5	15 18,62	15 19,02	+ 0,40	1885,5	11 20,15		
1852,5	15 10,40	15 10,67	+ 0,27	1886,5	11 17,24		
1853,5	15 2,17	15 2,08	— 0,09	1887,5	11 14,63		
1854,5	14 53,98	14 53,25	— 0,73	1888,5	11 12,31		
1855,5	14 45,83	14 45,80	— 0,03	1889,5	11 10,31		
1856,5	14 37,80	14 37,90	+ 0,10	1890,5	11 8,63		
1857,5	14 29,87	14 30,00	+ 0,13	1891,5	11 7,32		
1858,5	14 22,06	14 22,20	+ 0,14	1892,5	11 6,38		
1859,5	14 14,35	14 14,40	+ 0,05	1893,5	11 5,91		
1860,5	14 6,70	14 6,50	— 0,20	1894,5	11 5,96		
1861,5	13 59,16	13 58,22	— 0,94	1895,5	11 6,60		
1862,5	13 51,62	13 51,85	+ 0,23	1896,5	11 7,89		
1863,5	13 44,07	13 43,90	— 0,17	1897,5	11 9,91		
1864,5	13 36,57	13 36,39	— 0,18	1898,5	11 12,71		
1865,5	13 28,79	13 29,73	+ 0,94	1899,5	11 16,38		
1866,5	13 21,05	13 20,60	— 0,45	1900,5	11 20,92		

Seit 1871 sind die bezügl. Beobachtungen der Berliner Sternwarte eingestellt.

Für einen andern Ort als Berlin, der mit A bezeichnet werden möge, und dessen Längen-Unterschied mit Berlin $= l$ (= Länge Berl.-Länge A) in Zeitsekunden, und dessen Breiten-Unterschied b (= Breite Berl.-Breite A) in Bogenminuten ausgedrückt ist, findet sich die magnetische Deklination aus der Formel:

$$\text{Dekl. } A = \text{Dekl. Berlin} - \frac{1}{6}\, b + \frac{6}{43}\, l$$

Diese Formel ist desto genauer, je näher der Ort bei Berlin liegt. Für sehr weit entfernt liegende Orte wird sie nicht gut anwendbar sein.

XII.

Lehre vom Licht.

Bearbeitet von **Dr. H. Kayser**, Professor an der technischen Hochschule zu Hannover und **Dr. O. Lummer**, Assistent am Physikalischen Institut der Universität Berlin.

Litteratur:

Beer. Einleitung in die höhere Optik; Braunschweig, Vieweg, 1853. — Billet. *Traité d'optique physique;* Paris 1858. — Roscoe. Spektralanalyse; deutsch von Schorlemmer; Braunschweig, Vieweg, 2. Aufl., 1873. — H. W. Vogel. Lehrbuch der Photographie; Berlin, Oppenheim, 3. Aufl., 1878. — Lockyer. Studien zur Spektralanalyse; Leipzig, Brockhaus, 1879. — Ferraris. Dioptrische Instrumente; deutsch von Lippich; Leipzig, Quandt & Händel, 1879. — Helmholtz. Physiologische Optik. — Verdet. Vorlesungen über die Wellentheorie des Lichts; deutsch von Exner, Braunschweig, Vieweg, 1881. — Eder. Handbuch der Photographie; Halle, Knapp, 1882. — Helmholtz. Wissenschaftliche Abhandlungen; Leipzig, Barth, 1883. — Kayser. Lehrbuch der Spektralanalyse; Berlin, Springer, 1883.

Ferner die Lehrbücher der Physik, z. B. von: Mousson, Müller-Pouillet-Pfaundler, Wüllner.

I. Entstehung des Lichts.

In frühern Jahrhunderten galt über das Wesen des Lichts die Annahme, dass dasselbe materiell sei; man nahm einen Lichtstoff an, ebenso wie einen Wärmestoff. Die leuchtenden Körper sollten diesen in unendlich feiner Vertheilung befindlichen und unwägbaren Stoff aussenden, der sich mit grosser Geschwindigkeit geradlinig verbreite, die durchsichtigen Körper durchdringe und durch den Stoss auf die Augennerven die Empfindung des Lichts hervor bringe.

Diese Theorie, bekannt unter dem Namen der Emissions-Theorie, fand ihre grösste Ausbildung und Vertheidigung durch Newton (1642—1727), der doch selbst durch seine optischen Untersuchungen den Umsturz eben dieser Theorie hervor rief. Newton untersuchte nämlich zuerst Erscheinungen genauer, bei denen Licht zu Licht gefügt Dunkelheit hervor bringt, wo also das Licht durch Licht vernichtet wird.

Nun ist aber Materie unzerstörbar, ewig; durch Hinzufügung von Materie zu Materie kann man niemals Nichts erhalten. Dagegen wissen wir, dass Bewegungen und Geschwindigkeiten entstehen und vergehen, dass speziell zwei gleich grosse aber entgegengesetzt gerichtete Geschw. sich vernichten, ihre Summe = 0 ist.

Der Engländer Young (1773—1829), der sich viel mit akustischen Phänomenen beschäftigt hatte, und daher die Thatsache kannte, dass zwei Schallwellen sich ganz oder theilweise aufheben, interferiren können, stellte daher 1802 die Hypothese auf, das Licht bestehe, wie der Schall, auch nur in Bewegung, und zwar in einer Wellenbewegung. Man bezeichnet diese Theorie, welche schon früher in unvollständiger Weise von Huyghens (1629—1695), eingeführt war, als die Undulations-Theorie. In Analogie mit dem Schall nahm man longitudinale Schwingungen an, was zur Erklärung aller damals bekannten Erscheinungen genügte.

Jede Bewegung braucht aber ein Substrat, einen Träger derselben. Da das Licht auch durch die besten Vakua und durch den Weltraum geht, den man als von wägbarer Materie frei ansieht, so wurde man zu der Annahme gezwungen, dass dort eine unwägbare Substanz vorhanden sein müsse, die so fein zertheilt sei,

dass sie den ganzen Weltraum erfülle in gleicher Weise die besten Vakua, wie die Poren der Körper und die Zwischenräume zwischen deren Molekülen. Man bezeichnete diese Substanz, den allverbreiteten Träger der Lichtwellen, als Lichtäther.

Die anfängliche Annahme longitudinaler Lichtschwingungen erwies sich später unhaltbar. Licht, welches einmal reflektirt war, zeigte Malus (1810) die Eigenthümlichkeit, nur nach gewissen Richtungen hin zum 2. Male reflektirbar zu sein. Der ein mal reflekt. Strahl verhält sich also nach verschiedenen Richtungen verschieden. Ebenso erwies sich das Licht, welches durch anisotrope Medien gegangen ist. Longitudinale Schwingungen, d. h. solche die in Richtung des Strahls erfolgen, können sich aber unmöglich nach verschiedenen Richtungen um den Strahl herum verschieden verhalten, wogegen transversale Schwingungen sehr wohl verschieden wirken können in ihrer Schwingungsebene, oder in der dazu senkr. Ebene, so dass sich ein solches nach verschiedenen Richtungen entgegen gesetztes Verhalten sehr leicht erklären lässt. Alle solche Unterschiede pflegte man in jener Zeit unpassend als polare zu bezeichnen und man nennt daher das so beschaffene Licht polarisirtes Licht.

Fresnel (1788 — 1827), führte zuerst die transversalen Schwingungen in die Optik ein, allerdings sehr zaghaft; denn diese Einführung bedingt die Annahme, dass der Lichtäther sich wie ein fester Körper verhalte. Auf Grund der Anschauung, dass das Licht in einer transversalen Wellenbewegung des Lichtäthers beruhe, gelang es Fresnel, die Theorie der damals bekannten Versuche abzuleiten und neue Erscheinungen vorher zu berechnen, so dass die Undulations-Theorie bald fest begründet war, und auch heute noch im allgem. in der ursprünglichen Form gelehrt wird.

Aber in einer Richtung ist diese Theorie doch noch sehr unvollständig, und erst in den letzten 10 Jahren ist man an den weitern Ausbau derselben gegangen. Die Theorie von Fresnel giebt nämlich keinerlei Aufschluss darüber, woher verschiedenfarbige Strahlen verschieden stark gebrochen werden, und woher kein Medium absolut durchsichtig ist, sondern stets etwas von dem durchgehenden Lichte verschluckt; sie erklärt also nicht die Dispersion (S. 998 ff.) und die Absorption (S. 1009 ff.).

Helmholtz (1874) führte zuerst die Idee ein, dass der Aether im Innern von ponderabler Substanz nicht ungehindert schwingen könne, dass eine Wechselwirkung zwischen ponderablen Molekülen und Aether-Molekülen stattfinden müsse. Aus dieser Wechselwirkung heraus lassen sich die genannten Erscheinungen erklären. Es ist dann auch von verschiedenen Forschern (Ketteler, Lommel, Voigt u. A.) versucht worden, die Theorie in diesem Sinne durchzuführen; wir sind aber noch weit davon entfernt, eine allgemein anerkannte Theorie der Dispersion zu besitzen, eine so wenig allgemeine, dass sie hier nothwendig ausser Betracht bleiben muss.

Zum Schluss der gegebenen kurzen Uebersicht über die Heranbildung der theoret. Optik sei nur noch erwähnt, dass in neuester Zeit, nach dem Vorgange von Maxwell, versucht wird, die elektrischen Erscheinungen mit den optischen in Beziehung zu setzen. Es finden sich in der That viele sehr auffallenden Beziehungen, z. B. die gleiche Fortpflanzungs-Geschw. für Licht und Elektrizität, die elektromagnet. Drehung der Polarisations-Ebene, u. s. w. welche darauf hindeuten, dass der Lichtäther auch der Träger der elekt. und magnet. Erscheinungen ist. So hat sich eine elektro-magnetische Theorie des Lichts gebildet, die allerdings noch in den Anfangsgründen steckt. Vielleicht aber gehört ihr die Zukunft, da sie die einzige ist, die bisher noch nirgends auf einen Widerspruch gegen das Experiment gestossen ist.

II. Fortpflanzung des Lichts.

In den Abschn. II bis IV der Lehre vom Schall (S. 848 ff.) ist gezeigt worden, wie eine Wellenbewegung entsteht, und dass dieselbe dargestellt werden kann durch die Gleichg.: $y = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right)$, wo y die Entfernung eines Punktes aus der Gleichgewichtslage bedeutet, x den Abstand desselben Punktes von demjenigen, den wir als Anfangsp. der Welle rechnen, a die Amplitude, t die variable Zeit, τ die Schwingungsdauer, λ die Wellenlänge.

Bezeichnen wir die **Schwingungszahl**, d. h. die Zahl der Schwingungen, die ein Theilchen in 1 Sek. macht, mit m, so ist $m = \frac{1}{\tau}$, und die Fortpflanzungs-Geschw.: $v = m\lambda = \frac{\lambda}{\tau}$.

Die Grösse $2\pi\frac{x}{\lambda}$ nennt man die **Phase** der Bewegung des betrachteten Punktes; sie giebt für jede Zeit die Stellung des Punktes im Vergleich zu demjenigen an, welchen man als Anfangsp. der Welle rechnet.

Die Amplitude des 1. Theilchens hängt ab von der Geschw., die es durch den Stoss erhält. Die Schwingungen der Aetheriheilchen sind so ausserordentlich klein, dass wir die Kraft, die ein Theilchen in die Ruhelage zurück zu führen strebt, proportional der Entfernung des Theilchens setzen können. Wenn also ein Theilchen die doppelte Amplitude erreicht, so muss der anfängliche Stoss, und daher die Geschw. des Theilchens, doppelt so gross sein. Es ist somit die Geschw. der schwingenden Bewegung proportional der Amplitude und daher **die Schwingungsdauer unabhängig von der Amplitude.**

a. Geradlinige Fortpflanzung.

Fast alle Methoden, gerade Linien zu erhalten oder sie zu kontrolliren, beruhen auf der Thatsache, dass die Lichtstrahlen ihren Weg geradlinig fortsetzen. Man kann diese Thatsache experimentell beweisen, indem man in den Weg der Strahlen, welche von einer punktförmigen Lichtquelle S, Fig. 872, ausgehen, einen Schatten werfenden Schirm AB stellt, dessen Schatten man auf einer ihm parallelen Ebene CD auffängt. Rückt man diese Ebene in verschiedene Entfernungen von dem Schirme, so zeigt sich, dass die Breite des Schattens stets proportional zum Abstand von S wächst, also:

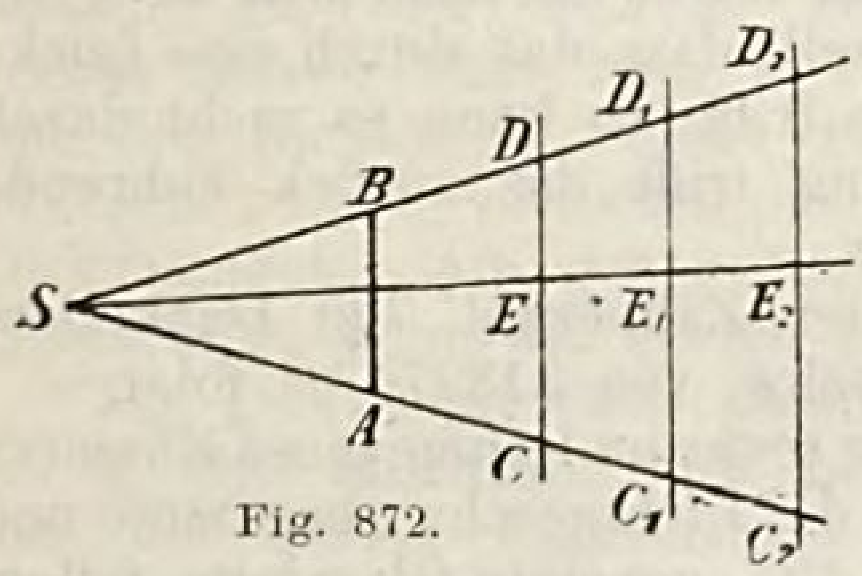


Fig. 872.

$$\overline{ED} : \overline{E_1D_1} : \overline{E_2D_2} = \overline{EC} : \overline{E_1C_1} : \overline{E_2C_2} = \overline{SE} : \overline{SE_1} : \overline{SE_2},$$

wodurch die Randstrahlen SBD und SAC als gerade Linie definirt sind. Auch theoret. lässt sich die geradlinige Fortpflanzung beweisen; wir werden später hierauf zurück kommen.

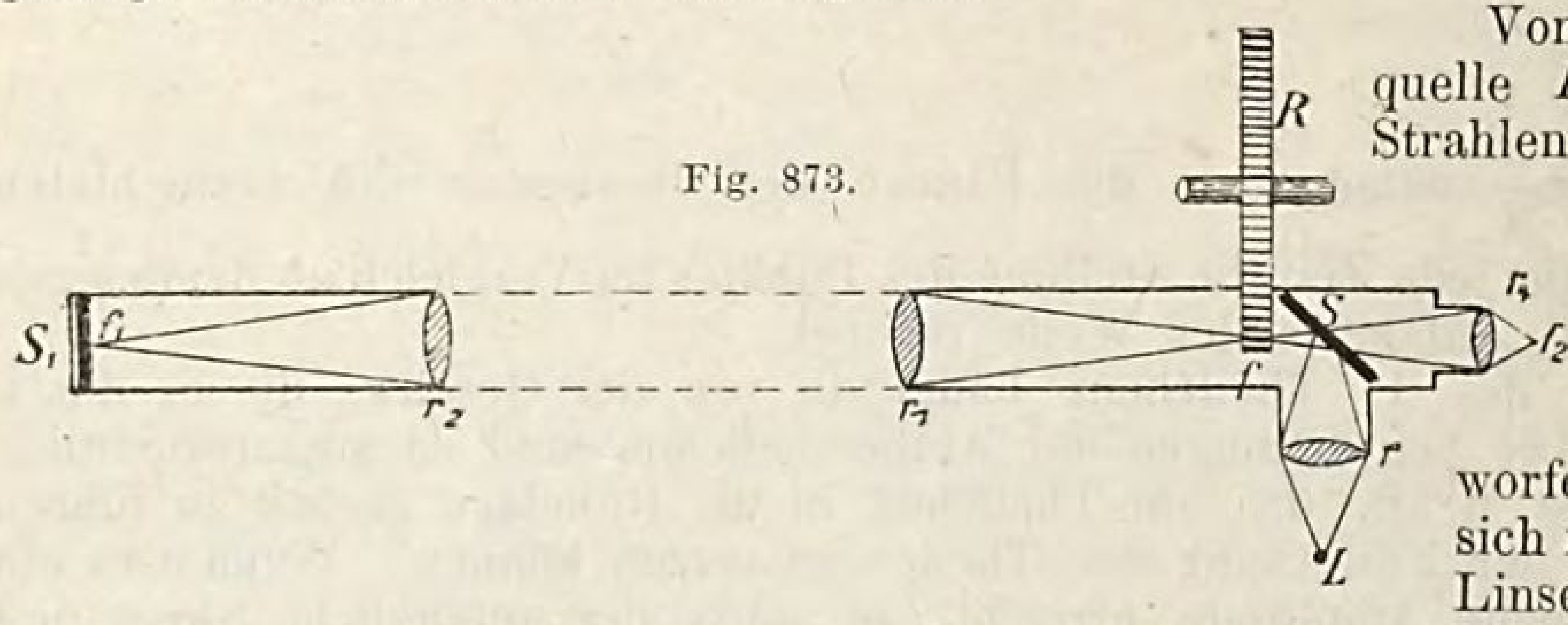
b. Geschwindigkeit des Lichts.

Es ist oben die Fortpflanzungs-Geschw. des Lichts definirt als das Produkt aus Schwingungszahl × Wellenlänge. Diese Geschw. ist so gross, dass man sie früher für ∞ gross hielt. Die ersten Anzeichen dafür, dass sie von endlicher Grösse sei, waren astronomischen Ursprungs. **Olaf Römer** bestimmte 1670—1676 die Umlaufszeit der Monde des Jupiter aus der Zeit der Verfinsterung, die sie erleiden, wenn der Jupiter zwischen sie und die Sonne zu stehen kommt. Dabei zeigte sich, dass diese Zeit verschieden gross ist, je nachdem die Erde sich senkr. zur Verbindungslinie von Sonne und Jupiter bewegt, oder ihr parallel, wobei sich die Erde dem Jupiter nähert oder entfernt. Römer schloss daraus mit Recht, dass die Geschw. des Lichts nicht ∞ gross gegen die der Erde sein könne. Aus der Differenz der Verfinsterungs-Dauer findet man, je nach dem Werth, den man für die Sonnen-Parallaxe, d. h. den Winkel, unter dem der Durchschnitt der Erdbahn von der Sonne uns erscheint, annimmt, 40000 bis 41000 Meilen oder 296800 bis 304000 km pro Sek. als Lichtgeschwindigkeit.

Im Jahre 1727 wurde durch **Bradley** in anderer Weise aus astronom. Beobachtungen die Lichtgeschw. bestimmt. Er wollte die Parallaxe der Fixsterne untersuchen und entdeckte dabei die **Aberration** des Lichts, d. h. die Thatsache, dass sich die Sterne stets parallel zur Bewegung der Erde zu verschieben scheinen. Darnach erscheint der Stern in einer andern Richtung, als in der er wirklich steht, und die scheinbare Richtung setzt sich zusammen aus der Erdgeschw. und der Lichtgeschw. Man findet so, je nach dem angenommenen Werth der Parallaxe, 39700 bis 41200 Meilen oder 294580 bis 305700 km.

Diese Geschw. ist eine so enorme, dass es lange Zeit unmöglich schien, sie in irdischen Entfernungen zu messen, bis die Lösung der Aufgabe 1849 Fizeau gelang. Dessen Methode war folgende:

Fig. 873.



Von einer hellen Lichtquelle L, Fig. 873, fielen Strahlen durch eine Linse r auf eine unter 45° geneigte Glasplatte S, so dass im Punkte f ein Bild von L entworfen wurde. f befindet sich im Brennpunkt einer Linse r_1, welche daher ein Bündel paralleler Strahlen aussendet. Diese treffen eine 2. identische Linse r_2, welche bei Fizeau's Versuch 8633 m entfernt war, und werden in dem Brennp. derselben, f_1, vereinigt. Hier befindet sich ein Spiegel, S_1, welcher die Strahlen sämmtlich zurück reflekt., so dass sie durch r_2 nach r_1 gelangen, dann nach f, von wo sie theils durch S nach L zurück reflekt. werden, theils durch die Glasplatte gehen und durch die Linse r_3 im Punkte f_2 vereinigt werden. An dem Punkte von f liegt der Kranz eines Zahnrades R, so dass, je nachdem f auf einen Zahn oder in eine Zahnlücke fällt, das Licht den beschriebenen Weg durchlaufen kann, oder nicht. Wird das Rad langsam gedreht, so hat das Licht Zeit, während eine Lücke vorbei geht den Weg $L f f_1 f f_2$ zurück zu legen, so dass man in f_2 ein Bild von L sieht. Dreht sich aber das Rad so schnell, dass das durch eine Lücke ausgetretene Licht auf seinem Wege $f f_1 f$ einen Zahn trifft, so kann es nicht durch und f_2 bleibt dunkel. Bei noch schnellerer Drehung trifft das zurück kehrende Licht die nächste Lücke, kann wieder durch u. s. w.

So fand Fizeau, dass bei einem Rade mit der Zähnezahl 720 Dunkelheit eintrat bei 12,6 Umdrehungen, woraus eine Lichtgeschw. von 313274 km folgt.

Mittels einer andern Methode, welche die Messung sogar im Raume eines Zimmers gestattete, hat später (1850) Foucault von neuem die Lichtgeschw. bestimmt und 298000 km gefunden. Er liess Licht auf eine unter 45° geneigte Glasplatte fallen, durch welche es zum Theil ging und auf einen rotirenden Spiegel fiel. Von da fiel es auf einen Hohlspiegel, der es einem 2. Hohlspiegel zuwarf, dieser einem 3. u. s. w., bis der 5. Spiegel das Licht zwang, seinen Weg zurück zu nehmen zum rotirenden Spiegel und zur Glasplatte. An dieser wird ein Theil reflekt. und die Lage des reflekt. Bildes kann mittels Mikroskop beobachtet werden. Rotirt der Spiegel sehr schnell — Foucault brachte es auf 800 Umdrehungen in 1 Sek. — so findet das rückkehrende Licht den Spiegel in anderer Stellung, wird nach anderer Richtung reflekt. und das im Mikroskop beobachtete Bild erscheint verschoben; aus dieser Verschiebung lässt sich die Lichtgeschw. berechnen.

In neuerer Zeit sind nach denselben Methoden noch sorgfältigere Bestimmungen ausgeführt worden: von Cornu (1873) und Michelson (1879), welche ergeben haben 300 330 bezw. 299740 km, so dass wir die Lichtgeschw. zu 300000 km annehmen können.

Die Strecke, um welche sich die Bewegung fortpflanzt, während ein Theilchen 1 ganze Schwingung ausführt, haben wir als Wellenlänge bezeichnet. Die Wellenlänge bestimmt nun, wie später gezeigt wird, die Farbe des Lichtstrahls; die längsten Wellen erscheinen uns roth, die kürzesten blau. Die Erfahrung lehrt, dass im reinen Lichtäther, also im Weltraum und im Vakuum die verschiedenfarbigen Strahlen sich mit gleicher Geschw. fortpflanzen. Dasselbe ergiebt auch die Mechanik, nach welcher die Fortpflanzungs-Geschw. einer Wellenbewegung gegeben ist durch:

$v = a\sqrt{\frac{e}{d}}$, wo a eine Konstante, e die Elastiz., d die Dichte des Mittels bedeutet.

Wir werden aber später sehen, dass diese Unabhängigkeit des Werthes von v von der Wellenlänge λ oder Schwingungszahl n, welche durch die Gleichg.: $v = n\lambda$ verbunden sind, nicht mehr gilt, wenn der Aether zwischen ponderabler Substanz gelagert ist, also nicht gilt für die durchsichtigen Körper.

III. Intensität des Lichts; Photometrie.

Die Lichtwellen treffen, wenn sie für uns zur Wahrnehmung kommen sollen, auf die Augennerven. Die Intensität des Lichts ist bestimmt durch die Stärke der Wellenbewegung, oder vielmehr durch ihre lebendige Kraft = $1/2$ des Produkts aus der bewegten Masse $m \times$ dem Quadrat der Oszillations-Geschw. u, also $1/2\, mu^2$. Nun haben wir gesehen, dass die Geschw. u stets proportional der Amplitude a ist; also können wir die Intens. proportional $1/2\, mu^2$ setzen. Ferner fanden wir, dass die Schwingungs-Dauer unabhängig von der Amplitude, also auch von der Intens. ist. Wir finden somit das Resultat, dass die Fortpflanzungs-Geschw. des Lichts unabhängig von der Intens. ist.

Wenn an einer Stelle Lichtwellen entstehen, so ist dazu dieser Stelle eine gewisse Menge lebendiger Kraft mitgetheilt. Von diesem Zentrum aus verbreiten sich nach allen Seiten die Wellen; die Summe der in ihnen zu jeder Zeit enthaltenen lebend. Kraft muss konstant = der dem Zentrum mitgetheilten lebend. Kraft sein. Daraus folgt, dass mit der Entfernung die lebend. Kraft oder die Intens. abnehmen muss, da sie sich auf eine immer grösser werdende Fläche vertheilt. In einem isotropen Mittel liegen die erregten Stellen in jedem Moment auf einer Kugelfläche, deren Halbm. fortwährend wächst. Da nun die Kugelfläche mit r^2 zunimmt, wenn der Abstand vom Zentrum mit r wächst, so folgt, dass mit linear wachsendem Abstand vom Lichtzentrum die Intens. wie das Quadrat des Abstandes abnehmen muss, dass also die Helligkeit umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes von der Lichtquelle abnimmt.

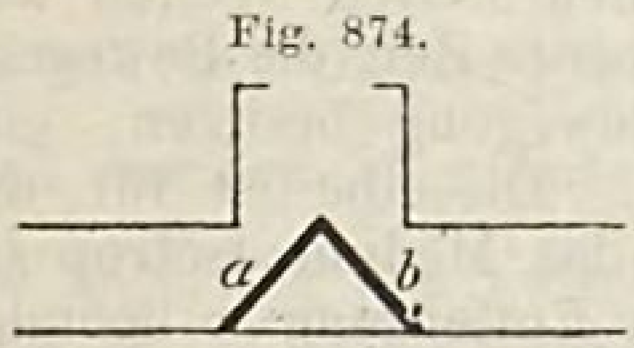
Auf diesem Gesetz beruhen die einfachern Methoden, um Lichtstärken mit einander zu vergleichen. Die relative Messung der Intens. zweier Lichtquellen beruht darauf, dass man 2 Flächen durch je eine der Lichtquellen beleuchtet, und die Lichter in solche Entfernung bringt, dass die Flächen gleich hell erscheinen. Dann verhalten sich die Lichtstärken umgekehrt, wie die Quadrate der Entfernungen. Am genauesten kann man über gleiche oder ungleiche Helligkeit entscheiden, wenn die beiden Flächen sich gerade berühren.

Die gebräuchlichsten photometrischen Methoden sind folgende:

1. **Die Methode von Lambert und von Rumford.** Sie beruht darauf, dass die beiden Flammen den Schatten eines Stabes auf einen weissen Schirm neben einander werfen. Jeder Schatten ist dann nur vom andern Licht beleuchtet, und man verschiebt die Flammen, bis die Schatten gleich hell erscheinen.

2. **Das Photometer von Ritchie**, Fig. 874, besteht aus einem innen geschwärzten Kasten, in dessen Mitte zwei weisse Flächen a und b unter 45° Neigung so aufgestellt sind, dass sie sich oben berühren. Darüber befindet sich in dem Kasten ein seitlicher Ansatz, welcher eine Oeffnung besitzt, durch die das Auge die beiden Flächen a und b erblickt. Die beiden Lichter werden vor je eins der offenen Enden des Kastens gezetzt, und so gerückt, dass die Flächen gleich hell erscheinen. Dann verhalten sich wieder die Lichtstärken umgekehrt, wie die Quadrate der Abstände der Flammen von den Flächen.

Fig. 874.



3. **Das Photometer von Bunsen**, welches erheblich genauere Resultate liefert, als die besprochenen beiden Methoden. Die beleuchtete Fläche besteht aus einem weissen Schirm, von dem einzelnen Stellen mit Stearin oder Wallrath eingefettet und daher halb durchsichtig gemacht sind. Beleuchtet man einen solchen Schirm von vorn, so erscheinen die fettigen Stellen dunkler als die übrige Fläche, weil sie weniger Licht reflekt.; beleuchtet man ihn von hinten, so erscheinen die fettigen Stellen heller, weil sie mehr Licht durchlassen. Wenn die beiden Lichtquellen zu beiden Seiten des Schirms so aufgestellt sind, dass die Fettflecke eben so hell erscheinen, wie die Umgebung, so muss die eine Flamme gerade so viel Licht durchlassen, wie die andere; sie erzeugen daher die gleiche Helligkeit auf dem Schirm, und diese ist wieder umgekehrt proportional dem Quadrat des Abstandes vom Schirm. Um die Messung genauer zu machen, benutzt man auf einer Seite stets eine sogen. Normalflamme, und vergleicht mit ihr die zu untersuchenden Flammen, indem man sie nach einander auf derselben Seite in passenden Abstand bringt.

Die Hauptschwierigkeit beruht in der Auffindung einer immer gleichen Normalflamme, mit der man alle übrigen vergleichen könnte. In England gilt die Spermaceti- (Wallrath-) Kerze, die stündlich 120 grain (7,78 g) bei 45 mm Flammenhöhe verbraucht, als Einheit; in Frankreich gilt der *bec carcel*, eine Oelflamme, deren stündlicher Konsum 42 g Rüböl, deren Intens. = 7,4 englische Normalkerzen*) ist.

In neuester Zeit ist von v. Hefner-Alteneck ein Normalbrenner vorgeschlagen worden, welcher mittels eines massiven Dochtes von 8 mm Durchmesser Amylacetat in einer freien Flamme von 40 mm Höhe verbrennt.**)

Als theoretische Lichteinheit ist diejenige Lichtmenge vorgeschlagen, welche von einer 1 qcm grossen Fläche Platin bei dessen Schmelztemperatur ausgesandt wird.

Schliesslich seien hierzu die Helligkeiten einiger Lichtquellen angegeben:

Talglicht (10 = 1,0 kg)	0,740	Gasflamme (136 l pro Stunde) .	8,819
Wachslicht (10 = 1,0 kg)	0,945	Glühlampe (gebräuchlichste Art)	16,000
Stearinkerze (10 = 1,0 kg)	9,993	Bogenlampe . . .	500 bis 2000 und mehr.
Spermacetikerze (13 St. = 1,0 kg) .	1,000		

IV. Prinzip von der Koexistenz kleiner Bewegungen und Prinzip von Huyghens.

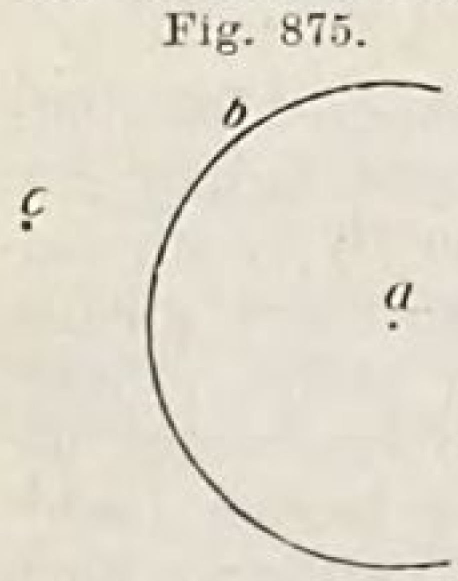
Es sind vorab zwei „Prinzipe" über die Fortpflanzung des Lichts zu erwähnen, die für die Optik von hoher Bedeutung sind, und von welchen im Folgenden wiederholt Gebrauch zu machen sein wird.

Das erste ist bekannt unter dem Namen des Prinzips von der Koexistenz oder Superposition kleiner Bewegungen. Dieses Prinzip sagt aus, dass wenn im Raume 2 Wellenbewegungen zusammen treffen, deren Amplituden sehr klein sind, die Bewegung der Punkte, die gleichzeitig von beiden getroffen werden, erhalten wird, wenn man die Bewegungen, die jede Welle allein hervor bringen würde, algebraisch addirt. Die eine Welle legt sich beim Zusammentreffen mit einer andern einfach über diese; jede legt aber, nachdem sie sich gekreuzt haben, ihren Weg ungestört fort.

Dies Prinzip kommt überall zur Geltung, wo zwei Wellen zusammen wirken, deren Amplituden ∞ klein gegen die Wellenlänge sind, so dass man die Quadrate der Amplitude gegen die 1. Potenz vernachlässigen kann; es gilt daher im allgem. auch bei akustischen und sogar bei Wasser-Wellen. Bei letztern kann man das Fortlaufen verschiedener Wellensysteme über einander leicht beobachten.

Wichtiger noch ist das 2. Prinzip, bekannt unter dem Namen des Huyghens'schen. Wenn irgend ein Punkt in seinem Gleichgewicht gestört und in Schwingungen versetzt wird, gehen von ihm als Lichtzentrum nach allen Seiten Wellen aus. Legt man durch alle Punkte, bis zu welcher sich in gegebener Zeit die Bewegung fortgepflanzt hat, die daher alle die gleiche Phase der Bewegung besitzen, eine Fläche, so bezeichnet man dieselbe als Wellenfläche. Dieselbe ist für den Fall, dass das Licht von einem Punkte ausgeht und dass das Medium isotrop ist, eine Kugel; für den Fall, dass das Lichtzentrum sich in der Entfernung ∞ befindet, die einzelnen Strahlen also parallel sind, eine Ebene. Jeder von einer Welle in Bewegung gesetzte Punkt, also auch jeder Punkt einer Wellenfläche, ist nun aber in derselben Lage, wie das Wellenzentrum: auch er muss nach allen Seiten ausgehende Wellen erzeugen. Das Huyghens'sche Prinzip besagt nun, dass wir jeden Punkt einer Wellenfläche als neues Wellenzentrum betrachten können, und dass wir die Wirkung der von einem Zentrum a, Fig. 875, ausgehenden Strahlen auf einen Punkt c ersetzen können durch die Wirkung einer beliebigen Wellenfläche b des Punktes a, wenn wir deren sämmtliche Punkte als neue Wellenzentren auffassen.

Fig. 875.



Durch dieses Prinzip sind wir in jedem Falle im Stande aus einer gegebenen Wellenfläche die Lage derselben in späterer Zeit zu erhalten, sobald wir die Fortpflanzungs-Geschw. im Medium kennen.

*) Die für Messung der Intensität künstlichen Lichts in Deutschland bisher gebräuchliche Normalkerze (Paraffin) hat bei 50 mm Flammenhöhe einen stündlichen Konsum von 7,7 g.

**) Zeitschr. f. Instrum.-Kunde. Bd. IV, S. 100.

Ist z. B. A, Fig. 876, die gegebene Lage der Wellenfläche zur Zeit $A = O$ und suchen wir die Lage zur Zeit $A = T$, ist ferner die Geschw. nach allen Richtungen $= v$, so brauchen wir nur um jeden Punkt von A, also um a, b, c u. s. w. eine kugelförm. Wellenfläche mit dem Halbm. $r = v\,T$ zu beschreiben. Die einhüllende Fläche B aller dieser Kugeln ist dann die neue Lage der Wellenfläche.

Fig. 876.

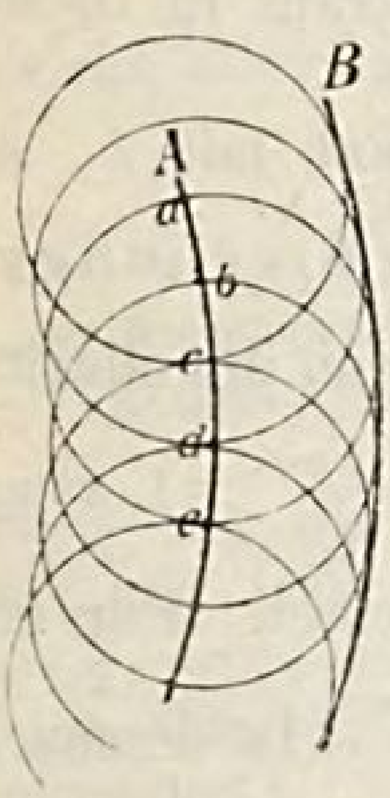
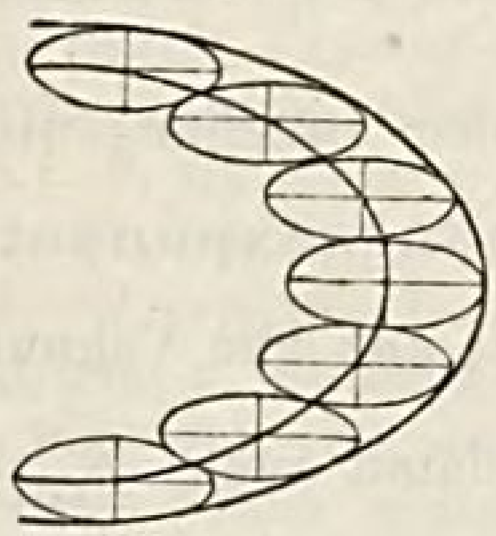


Fig. 877.



Ist dagegen das Medium nicht isotrop, sondern kristallinisch, so ist, wie wir später sehen werden, die Wellenfläche ein Ellipsoid. Dann haben wir, wie in Fig. 877, um jeden Punkt der ersten Wellenfläche das Ellipsoid zu legen, um wieder in der Einhüllenden die neue Lage zu erhalten.

V. Reflexion des Lichts.

a. Reflexion und Brechung der Wellen.

Huyghens benutzte das nach ihm benannte Prinzip der einhüllenden Wellen, um daraus die Veränderungen herzuleiten, welche eine auf die Grenzfläche zweier beliebigen durchsichtigen Medien treffende Welle erleidet. Seien: hc, Fig. 878, die ebene Trennungsfläche der beiden isotropen Medien 1 und 2, sa und lc parallele also von einem ∞ entfernten Lichtpunkte kommende Strahlen, ab die auf ihnen $\perp$ stehende Wellenebene, welche sich im Medium 1 mit der Geschw. v_1, in 2 mit derjenigen v_2 fortpflanzt. Nach dem Huyghens'schen Prinzip sind a und c Zentra neuer Kugelwellen. Während also die Hauptwelle ab in der Zeit $\frac{bc}{v}$ nach c gelangt ist, muss sich von a aus eine Elementar-Welle nach beiden Medien gebildet haben, deren Halbm. im 1. ist: $ad = \frac{bc}{v_1} v_1 = bc$, im 2. dagegen: $ae = \frac{bc}{v_1} v_2$. Zieht man durch c Tangenten an beide Kreise (in der Fig. etwas ungenau ausgeführt), so sieht man leicht, dass diese nach der Zeit $\frac{bc}{v_1}$ gleichzeitig von allen Elementar-Wellen berührt werden, die nach und nach von den zwischen a und c liegenden Punkten ausgesendet werden. Demnach ist cf Wellenfläche des reflekt., ce Wellenfläche des gebrochenen Lichts und die auf cf bezw. ce $\perp$ stehenden Geraden af bezw. ae sind die reflekt. bezw. gebrochenen Strahlen. Wegen der Kongruenz der Dreiecke abc und afc ist nun: $\angle fca = \angle bac$; ferner ist, wenn $gad \perp tt$ steht, $\angle bae = \angle sad$ [beide ergänzen $\angle bad$ zu 90°] und $\angle fca = \angle fad$ [beide ergänzen $\angle fac$ zu 90°] somit also auch: $\angle sad = \angle fad$. Oder in Worten: Der Einfalls-Winkel ist = dem Reflexions-Winkel (Reflexions-Gesetz).

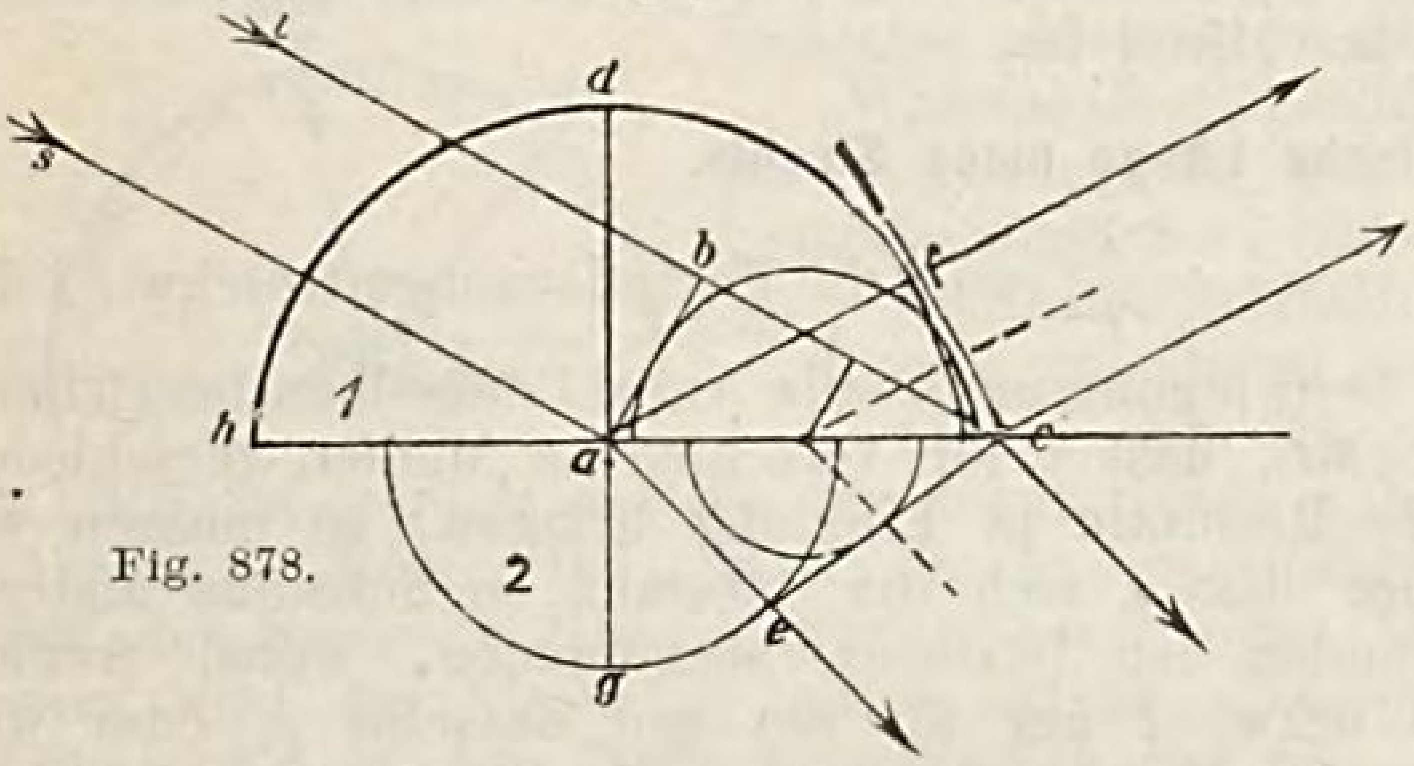


Fig. 878.

Das Gesetz der Brechung ergiebt sich ebenso einfach. Es ist:

$$bc = ac \sin bac = ac \sin sad \text{ und: } ae = ac \sin ace = ac \sin gae, \text{ folglich:}$$

$$\frac{\sin sad}{\sin gae} = \frac{bc}{ae} = \frac{bc}{\frac{bc}{v_1} v_2} = \frac{v_1}{v_2} = \text{Konst.}$$

D. h. in Worten: „Der Quotient aus dem sin des Einfalls = und des Brechungswinkels ist konstant für 2 bestimmte Medien und zwar = dem Verhältniss der Fortpflanzungs-Geschw. des Lichts in diesen".

Beim Reflexions- und Brechungs-Gesetz gilt ferner der Satz, dass der einfallende sowie der reflekt. und gebrochene Strahl in einer Ebene liegen. Auch

dies folgt aus dem Huyghens'schen Prinzip. Denn denkt man sich durch die Elementarkugel-Welle um a, Fig. 878, Ebenen gelegt, parallel zum Kreise $ghde$, so entstehen lauter kleinere Parallelkreise, die aber nicht von der Tangential-Ebene ef berührt werden. Nur die Ebene gde, in welcher der einfallende Strahl verläuft, hat diese Berührung und darum liegt auch der zurück geworfene Strahl in dieser Ebene. Dasselbe gilt vom gebrochenen Strahl.

Bezeichnen wir den Einfallswinkel mit e, den Brechungswinkel mit b, so heisst der Quotient: $\frac{\sin e}{\sin b}$, der absolute Brechungsexponent (Brechungsquotient) (n_m) eines Körpers (m), wenn das Licht aus dem Vakuum in ihn eintritt. Wie das Experiment lehrt, ist stets $n > 1$ und damit auch: $n_m = \frac{v_0}{v_m} > 1$, wenn v_0 die Lichtgeschw. im leeren Raum, v_m die des Mediums m bedeutet. Für ein 2. Medium μ gilt ebenso: $n_\mu = \frac{v_0}{v_\mu}$, so dass wir erhalten: $\frac{n_m}{n_\mu} = \frac{v_m}{v_\mu}$. Ist demnach im leeren Raum die Lichtgeschw. am kleinsten, so ist sie in andern Medien um so grösser, je stärker brechend das Mittel ist.

b. Optische Länge eines Strahls.

Nach dem Frühern gilt: $v = m\lambda = \frac{\lambda}{T}$, wo v die Fortpflanzungs-Geschw., λ die Wellenlänge, T die Dauer einer Schwingung und m die Anzahl derselben bezeichnet. Unser letztes Resultat sagt aber aus, dass v für verschiedene Medien verschieden ist. Wollen wir demnach beide Resultate in Einklang bringen, so müssen wir annehmen, dass entweder m oder dass λ sich von Substanz zu Substanz ändern. Aus später anzuführenden Gründen ist letzteres anzunehmen, wobei freilich zu erwähnen ist, dass auch m bezw. T nur für ein und dasselbe λ, oder was dasselbe ist, für eine und dieselbe Farbe konstanten Werth besitzt. Darnach wird nun, wenn noch λ_0, λ_m und λ_μ die Wellenlängen im Vakuum bezw. in dem Medium m und μ bedeuten:

$$v_0 = \frac{\lambda_0}{T}; \quad v_m = \frac{\lambda_m}{T}; \quad v_\mu = \frac{\lambda_\mu}{T} \text{ oder:}$$

$$n_m = \frac{v_0}{v_m} = \frac{\lambda_0}{\lambda_m} \text{ und: } n_\mu = \frac{v_0}{v_\mu} = \frac{\lambda_0}{\lambda_\mu} \text{ also auch: } \frac{n_m}{n_\mu} = \frac{v_\mu}{v_m} = \frac{\lambda_\mu}{\lambda_m}.$$

Dies heisst aber: Die Wellenlänge der nämlichen Farbe ändert sich in den verschiedenen Substanzen proportional den Fortpflanzungs-Geschw. in letzteren, umgekehrt proportional ihren Brechungs-Expon. Während also ein Strahl im Vakuum in der Zeit t den Weg w_0 durcheilt, legt er in derselben Zeit im Medium m nur den Weg: $w_m = w_0 \frac{v_m}{v_0} = w_0 \frac{1}{n_m}$ zurück. Man nennt daher die Strecke $w_m\, n_m$ die auf das Vakuum reduzirte Länge und nach v. Helmholtz die Summe aller von einem Strahl durchlaufenen Strecken, jede einzelne multiplizirt mit dem Berechnungsexpon. des von ihr durchlaufenen Mediums, die optische Länge dieses Strahls. Diese ist also nichts anderes als der in derselben Zeit im Vakuum durchlaufene Weg. Mit Hilfe dieser Definition lässt sich das Brechungs-Gesetz noch wie folgt ausdrücken: Die optische Länge eines Strahls zwischen einem ihm angehörigen Punkte im 1. und einem im 2. Mittel ist ein Maximum oder ein Minimum. Der Beweis dieses für beliebig viel brechende Mittel geltenden Satzes sei hier nur für die Brechung an einer ebenen Grenzfläche zweier Medien (n_1 und n_2) geführt. Seien x_1, y_1, z_1 bezw. x_2, y_2, z_2 die Koordin. eines Punktes des Strahls im 1. (n_1) bezw. 2. Medium (n_2) bezogen auf ein rechtwinkl. Koordin.-System, dessen Anfangspunkt der Einfallspunkt, dessen Z-Axe das Einfallsloth ist. Die optische Länge zwischen diesen Punkten ist dann:

$$\psi = n_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} + n_2 \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2} = n_1 r_1 + n_2 r_2;$$

Laut Behauptung muss sein: $\frac{d\psi}{dx} = 0$ und: $\frac{d\psi}{dy} = 0$, d. h.: da ψ auch von z abhängt:

$$0 = n_1 \frac{x_1}{r_1} + n_2 \frac{x_2}{r_2} \text{ und: } 0 = n_1 \frac{y_1}{r_1} + n_2 \frac{y_2}{r_2}, \qquad (1)$$

welche Gleichgn. durch Einführung der Polar-Koordin.

$$\left.\begin{array}{ll} x_1 = r_1 \sin\vartheta_1 . \cos\varphi_1 & x_2 = r_2 \sin\vartheta_2 \cos\varphi_2 \\ y_1 = r_1 \sin\vartheta_1 \sin\varphi_1 & y_2 = r_2 \sin\vartheta_2 \cos\varphi_2 \\ z_1 = r_1 \cos\vartheta_1 & z_2 = r_2 \cos\vartheta_2 \end{array}\right\} \text{werden:}$$

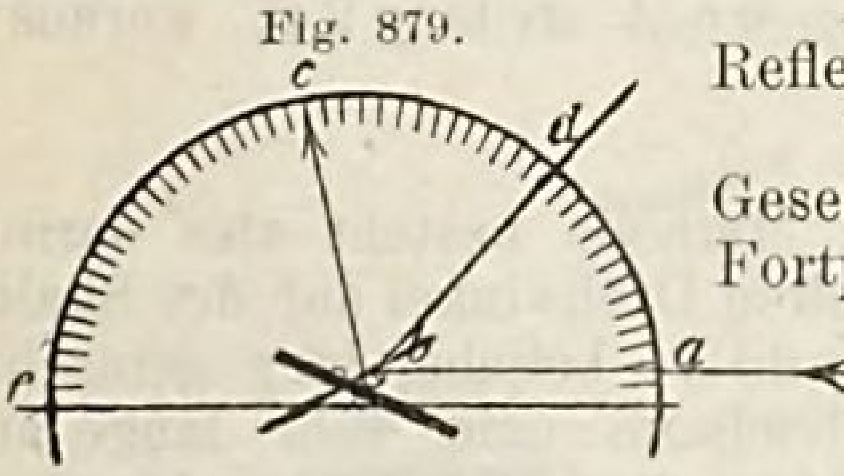
$$n_1 \sin\varphi_1 \cos\vartheta_1 = - n_2 \sin\vartheta_2 \cos\varphi_2; \quad n_2 \sin\vartheta_1 \sin\varphi_1 = - n_2 \sin\vartheta_2 \sin\varphi_2 \ldots (2)$$

Durch Quadriren u. Addiren erhalten wir unmittelbar das Gesetz der Brechung:

$$n_1{}^2 \sin^2\vartheta_1 = n_2{}^2 \sin^2\vartheta_2 \text{ oder: } + n_1 \sin\vartheta_1 = + n_2 \sin\vartheta_2 \qquad (3)$$

worin nur die Pluszeichen gelten, da ja ϑ_1 zwischen 0° und 90°, ϑ_2 zwischen 90° und 180° liegt. Aus Gleichg. (2) und (3) folgt aber noch, dass: $\cos\varphi_1 = -\cos\varphi_2$ und $\sin\varphi_1 = -\sin\varphi_2$ also auch: $\varphi_2 = \varphi_1 + 180°$ sein muss. D. h. die beiden Strahlen liegen in einer Ebene, wie es in der That der Fall sein muss.

Fig. 879.



Das Gleiche lässt sich auch für das Gesetz der Reflexion ableiten, zu dem wir jetzt zurück kehren.

Was das Geschichtliche anbetrifft, so ist das Reflexions-Gesetz ebenso alt, wie der Satz von der geradlinigen Fortpflanzung des Lichts; beide Thatsachen waren schon den Alten bekannt. Dem entsprechend ist auch der experimentelle Beweis desselben sehr einfach zu führen. Ein Spiegel *b*, Fig. 879, mit dem Zeiger *bd* als Loth, ist drehbar um die Axe des in Grade getheilten Halbzylinder-Mantels *fcda* von geringer Höhe. Bei *a* ist ein der Axe paralleler Schlitz, durch den ⊥ auffallendes Licht den Spiegel *b* längs seiner Drehaxe trifft. Wie auch *b* gedreht werden mag, immer wird der Strahl so von *b* reflekt., dass $ad = dc$ also auch der Einfalls-Winkel abd = dem Reflexions-Winkel dbc ist.

c. Bilder ebener Spiegel.

Auf dem Gesetz der Reflexion beruht die Wirkung eines ebenen Spiegels, von den Gegenständen Bilder zu geben, die hinter dem Spiegel ebenso weit von letzterm entfernt liegen wie die Gegenstände vor demselben. Bild und Objekt sind dabei genau symmetrisch zur Ebene des Spiegels. Konstruirt man nämlich die reflekt. Strahlen zu allen von einem leuchtenden Punkt *a*, Fig. 880, ausgehenden Strahlen *ac*, *ad* u. s. w., so schneiden sich diese rückwärts verlängert in a_1 und ein in *o* befindl. Auge wird den Eindruck haben, als ob auch in a_1 ein leuchtender Punkt sich befände. Es ist a_1 das Spiegelbild von *a* und gleichzeitig gilt: $ag = a_1 g$. In der That ist, wie leicht zu beweisen: $\Delta adc \cong \Delta a_1 dc$, also $ad = a_1 d$. Da nun

Fig. 880.

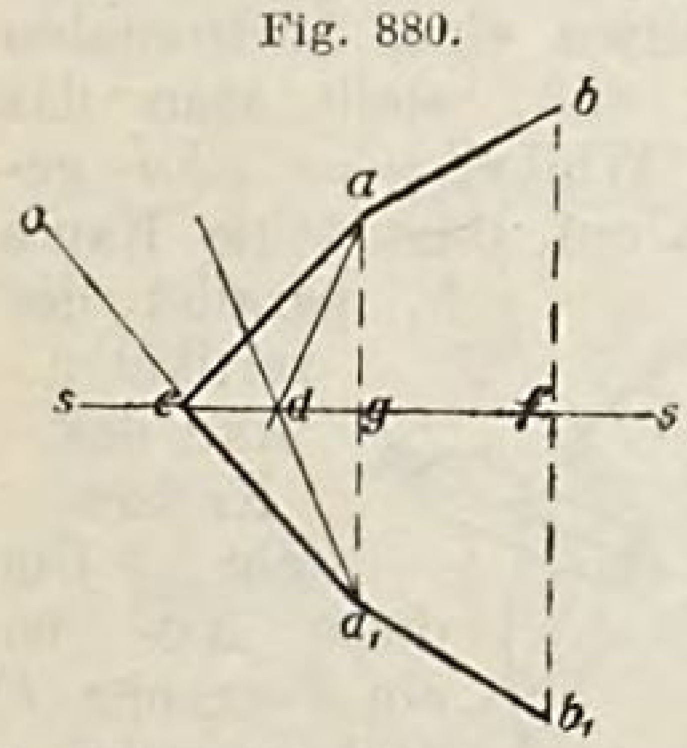
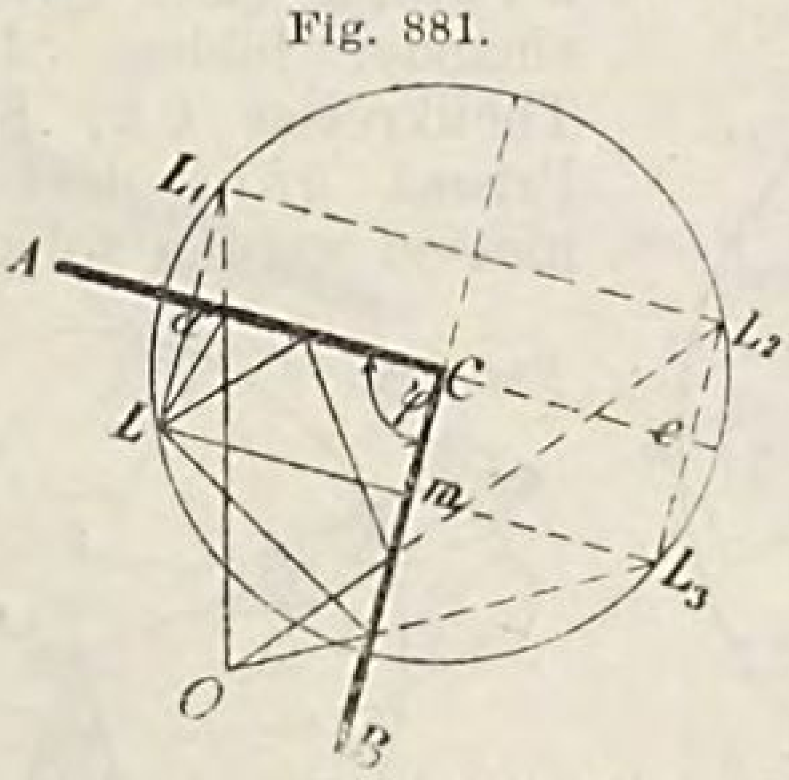


Fig. 881.



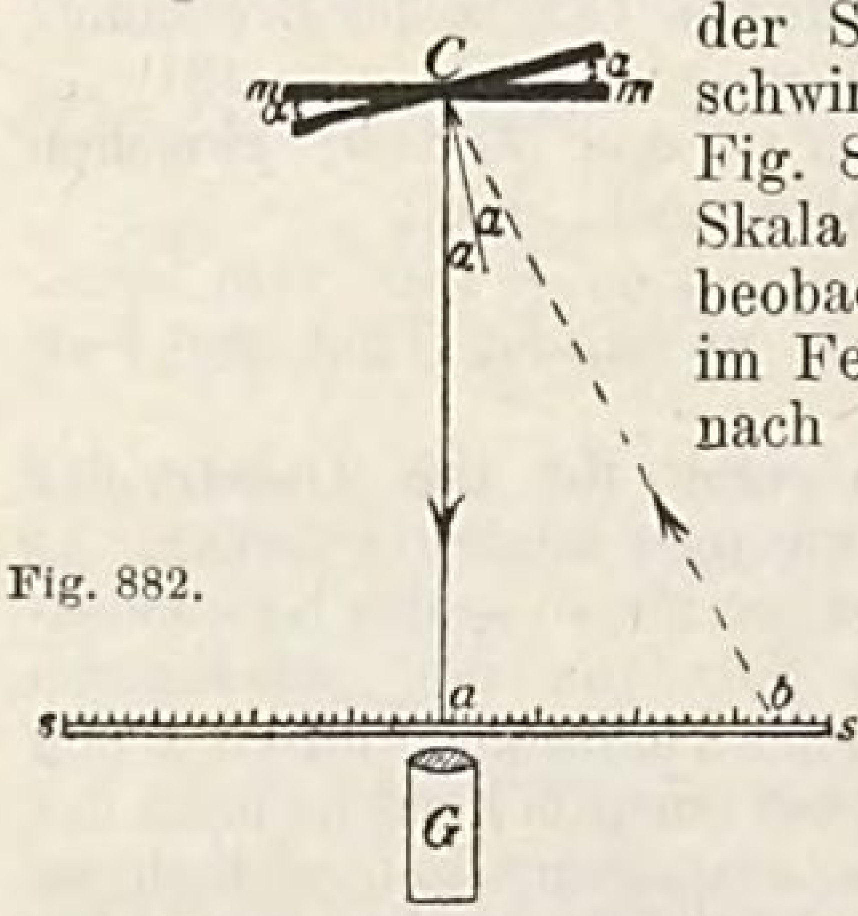
ferner: $\angle adg = \angle a_1 dg$ ist, so auch $\Delta adg \cong \Delta a_1 dg$, also sowohl $ag = a_1 g$ als auch $\angle age = \angle a_1 ge$. Daraus folgt, dass man das Bild eines leuchtenden Punktes in einem ebenen Spiegel findet, indem man von dem Punkte eine Senkrechte auf den Spiegel oder seine Verlängerung fällt, und diese hinter dem Spiegel um ebenso viel verlängert, als der leuchtende Punkt vor dem Spiegel liegt. Da dies für jeden Punkt eines ausgedehnten Objekts gilt, so kann man leicht auch dessen Bild konstruiren. So findet man vom Objekt *ab* das Spiegelbild $a_1 b_1$, indem man aa_1 und bb_1 ⊥ zum Spiegel zieht, und $ag = a_1 g$, $bf = b_1 f$ macht. Die Symmetrie von *ab* und $a_1 b_1$ in Bezug auf die Spiegelebene geht aus der Figur hervor.

Winkelspiegel. Zwei unter einem beliebigen Winkel φ gegen einander geneigte Spiegel *AC* und *BC*, Fig. 881, erzeugen von einem Objekt *L* mehrere Bilder. Ist, wie in der Figur angenommen, $\varphi = 90°$, so sieht das Auge *o* ausser

L noch die 3 Spiegelbilder L_1, L_2 und L_3. Wie sie zu Stande kommen, ist aus der Zeichnung zu ersehen. Dabei ist: $Ld = L_1 d$, $Lm = L_3 m$ und: $L_3 e = L_2 e$, so dass L, L_1, L_2 und L_3 auf einem Kreise liegen, dessen Zentrum der Scheitel C, dessen Halbm. aber LC ist. Dies gilt ganz allgemein, welches auch der Winkel φ sei; nur ändert sich die Zahl der Bilder, insofern stets $\frac{360}{\varphi} - 1$ Bilder auftreten.

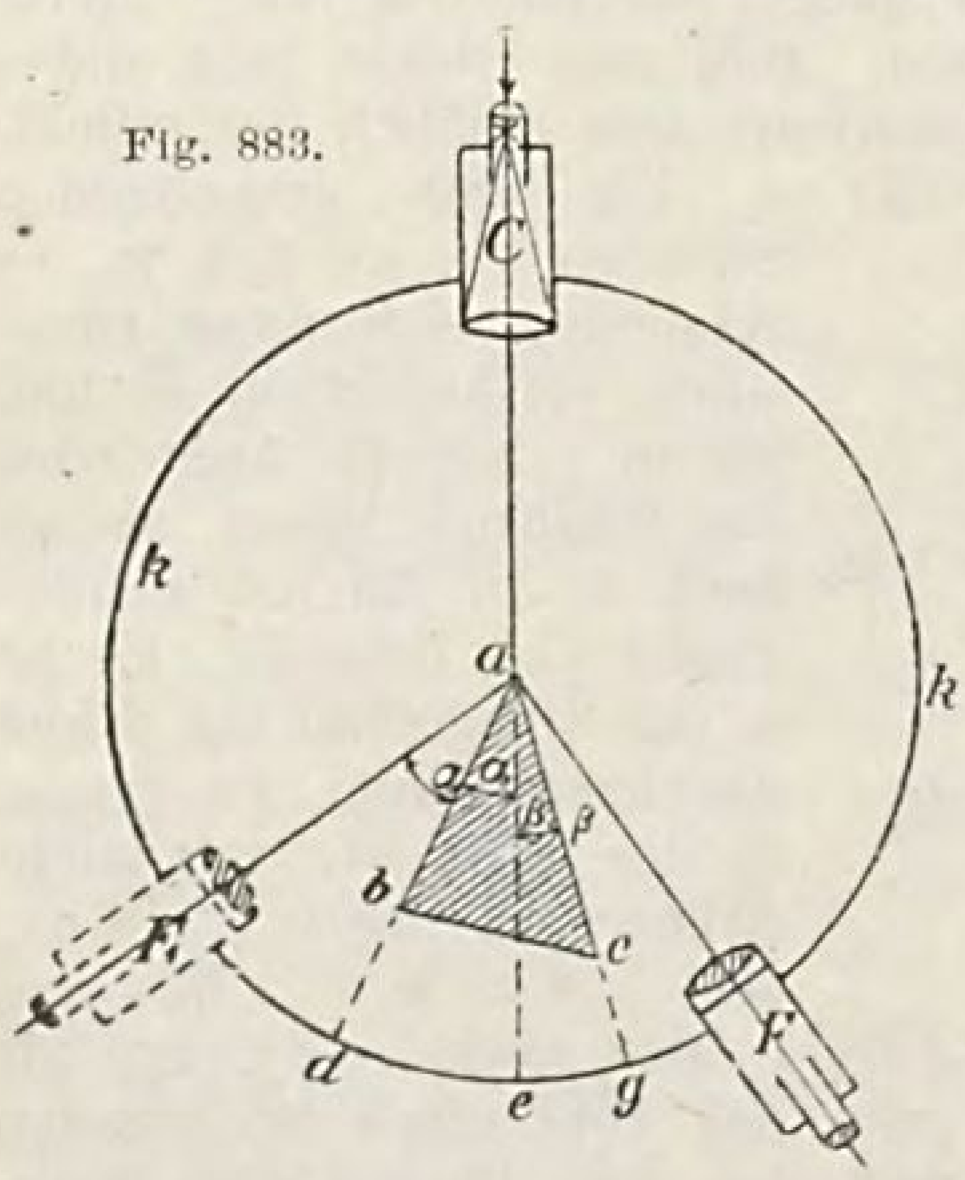
d. Anwendung des Reflexions-Gesetzes.

1. **Spiegelablesung.** Ueberall, wo es darauf ankommt, Drehungen um sehr kleine Winkel zu messen, benutzt man die von Poggendorff erdachte Methode der Spiegelablesung. Sie beruht darauf, dass an einem schwingenden Gegenstande, z. B. an dem Magnet. mm, Fig. 882, ein Spiegel angebracht wird, in welchem sich die Skala ss spiegelt, deren Spiegelbild durch das Fernrohr G beobachtet werden kann. Ist in der Ruhelage des Magneten im Fernrohr G der Theilstrich a der Skala sichtbar, so nach einer Winkeldrehung α der Theilstrich b, dessen Entfernung von a ist: $ab = ac \operatorname{tang} 2\alpha$, woraus: $\operatorname{tang} 2\alpha = \frac{ab}{ac}$ folgt.


Fig. 882.

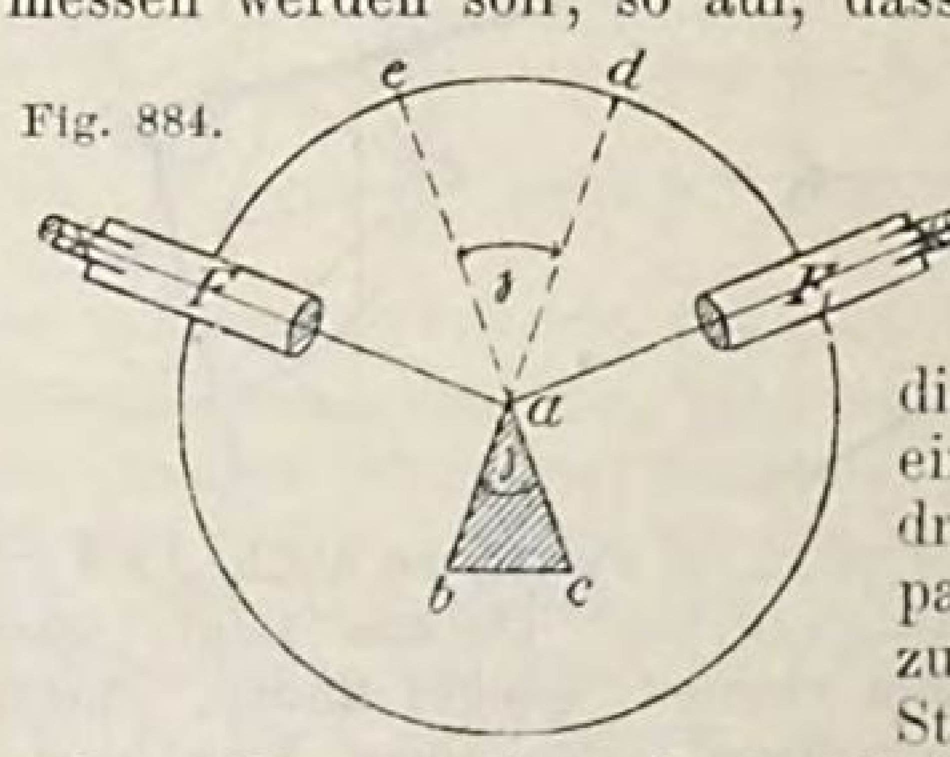
Der Vortheil der Methode besteht also darin, dass der um den doppelten Drehwinkel auf der Skala fortschreitende Lichtstrahl ac beliebig lang gemacht werden kann, also gleichsam eine sehr lange an dem Magneten angebrachte Alhydade vorstellt, aber ohne denselben zu beschweren. Man wendet die Spiegelablesung ausserordentlich oft an, so bei Magnetometern, Galvanometern, Wagen, Pendeln etc. Auch wendet man den Spiegel mit Erfolg an, um Parallaxen-Fehler zu vermeiden, welche sowohl bei der Ablesung der Stellung einer über einem Theilkreis schwingenden Magnetnadel, wie bei der Ablesung des Standes einer Quecksilbersäule begangen werden. Man macht dazu Theilkreis und Skala aus Spiegelglas und bringt Nadel oder Quecksilberkuppe bei der Ablesung mit ihren Spiegelbildern zur Koinzidenz.

Fig. 883.



2. **Reflexions-Goniometer:** Es ist dies ein Winkelmessinstrument, von Wollaston konstruirt, um den Winkel zu bestimmen, den 2 Flächen eines Kristalls oder Glasprismas mit einander bilden. Inmitten eines horizontalen Theilkreises kk, Fig. 883, stellt man das Prisma abc, dessen Winkel $\gamma = cba$ gemessen werden soll, so auf, dass seine Kante parallel der vertikalen Axe des Kreises steht. Um diese Axe ist ein Fernrohr F drehbar, welches parall. Strahlen zu vereinigen im Stande ist. Hat das Prisma dann eine solche Lage, dass die aus dem Spalt- (Kollimator-) Rohr C kommenden parallelen Strahlen gleichzeitig an den Flächen ab und ac reflekt. werden, so stellt man das Fernrohr nach einander auf die an diesen Flächen gespiegelten Bilder des Spalts ein. Der Drehwinkel FF_1 ist dann $= 2\gamma$. In der That ist, wenn a das Zentrum des Kreises kk vorstellt: $deg = \alpha + \beta = \gamma$; $dF_1 = \alpha$ und: $gF = \beta$ also: $FF_1 = \alpha + \alpha + \beta + \beta = 2(\alpha + \beta) = \gamma$. Eine andere Methode ist die, dass man das Fernrohr F, Fig. 884, mittels Spiegelung des Fadenkreuzes ein mal $\perp$ zu ba, das andere mal $\perp$ zu ca stellt; der Drehwinkel FF_1 ist $180^0 - \gamma$, da $F_1 e = 90^0$ und $eF = 90^0 - \gamma$ ist.

Fig. 884.



3. Sextant. Der Sextant (von Hooke oder Newton) gestattet, den Sehwinkel φ, Fig. 885, zweier entfernten Objekte A und B selbst in dem Falle zu bestimmen, dass der Beobachter auf einem schwankenden Boden steht; aus diesem Grunde ist er der Marine unentbehrlich geworden. Er besteht aus einem getheilten Bogen K in dessen Zentrum sich ein mit einem Zeiger drehbarer Spiegel s befindet. Zeigt dieser auf den Theilstrich 0, so steht s parallel einem 2. festen Spiegel σ, durch dessen obere unbelegte Hälfte ein unbewegliches Fernrohr F nach dem Objekt A gerichtet wird. Ist also A genügend weit entfernt, so wird durch F ausser dem direkt gesehenen Objekt A auch noch das durch 2malige Reflexion an s und σ erhaltene Bild von A wahrgenommen. Dreht man den Spiegel s aber um den Winkel ψ bis das Spiegelbild von B mit A koinzidirt, so bewegt sich der Zeiger um den Winkel: $\psi = \frac{1}{2}\varphi$, welcher auf dem Theilkreis abgelesen wird. Der Bogen K von ca. 60° reicht demnach aus, um Winkel von ca. 120° zu messen.

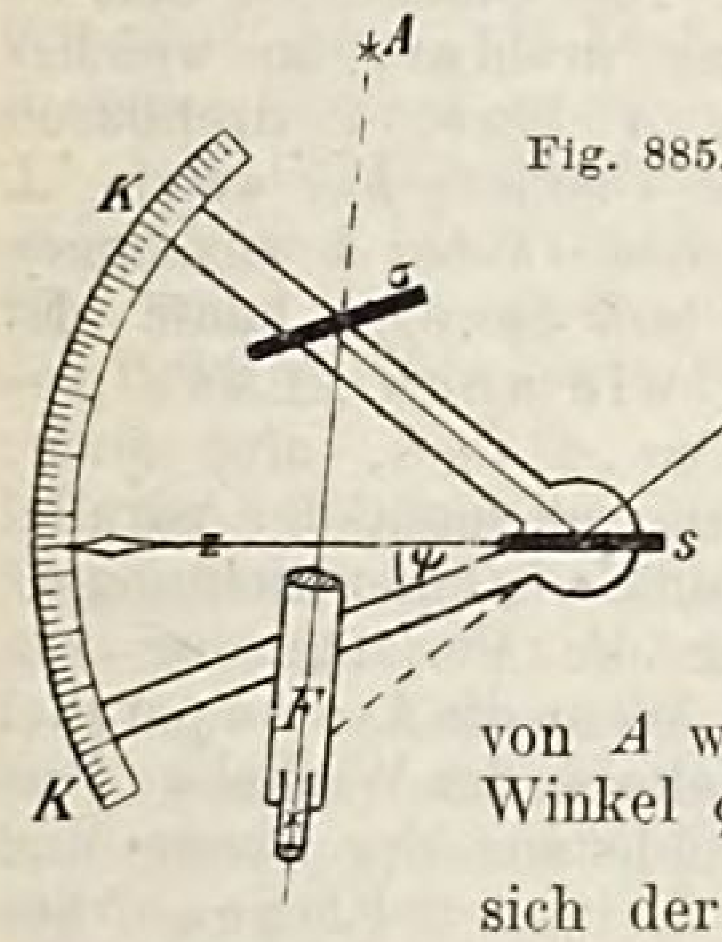


Fig. 885.

4. Heliostat. Um Sonnenstrahlen während einer beliebig langen Zeit in einer und derselben Richtung zu erhalten, bedient man sich des Heliostaten. Von den vielfach vorhandenen Konstruktionen seien nur einige erwähnt.

Der einfachste Heliostat besteht aus einem Spiegel, welcher mittels Schrauben um 2 zu einander rechtwinkl. Axen drehbar ist. Um den Spiegel nicht fortwährend mit der Hand drehen zu müssen, hat man Apparate mit Uhrwerken konstruirt.

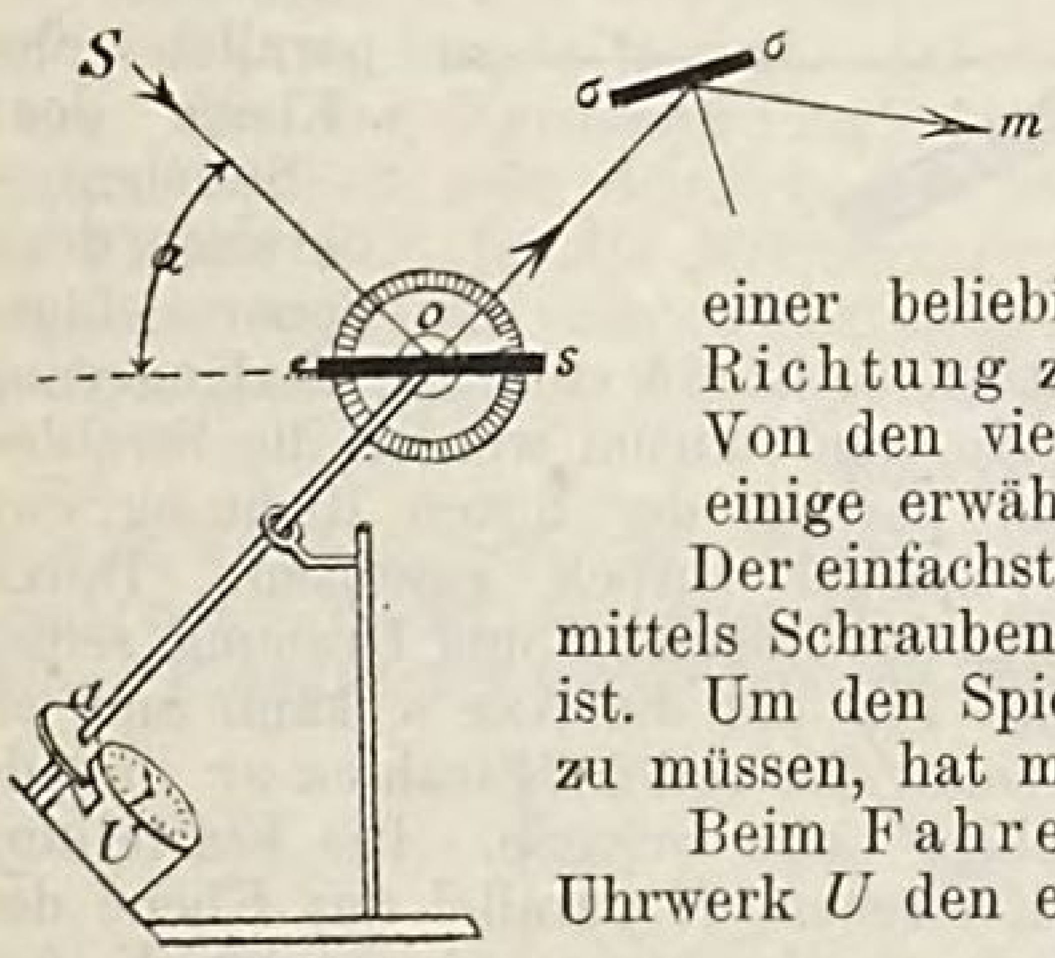


Fig. 886.

Beim Fahrenheit'schen Heliostat, Fig. 886, dreht das Uhrwerk U den einen Spiegel s mit der Sonne in 24 Stunden ein mal um die Axe a, welche parallel der Weltaxe gestellt wird. Ist der Spiegel dann so geneigt, dass die ihn treffenden Sonnenstrahlen So längs der Welt-Axe a nach dem 2. Spiegel σ geworfen werden, so ist dies für den ganzen Tag der Fall und die beliebige gewünschte Richtg. σm der Strahlen bleibt erhalten. Die Neigung α des Spiegels s muss demnach sein:

$\alpha = 90^0 - \frac{\varphi}{2}$, wo φ die bekannte Poldistanz der Sonne am Tage der Beobachtung ist.

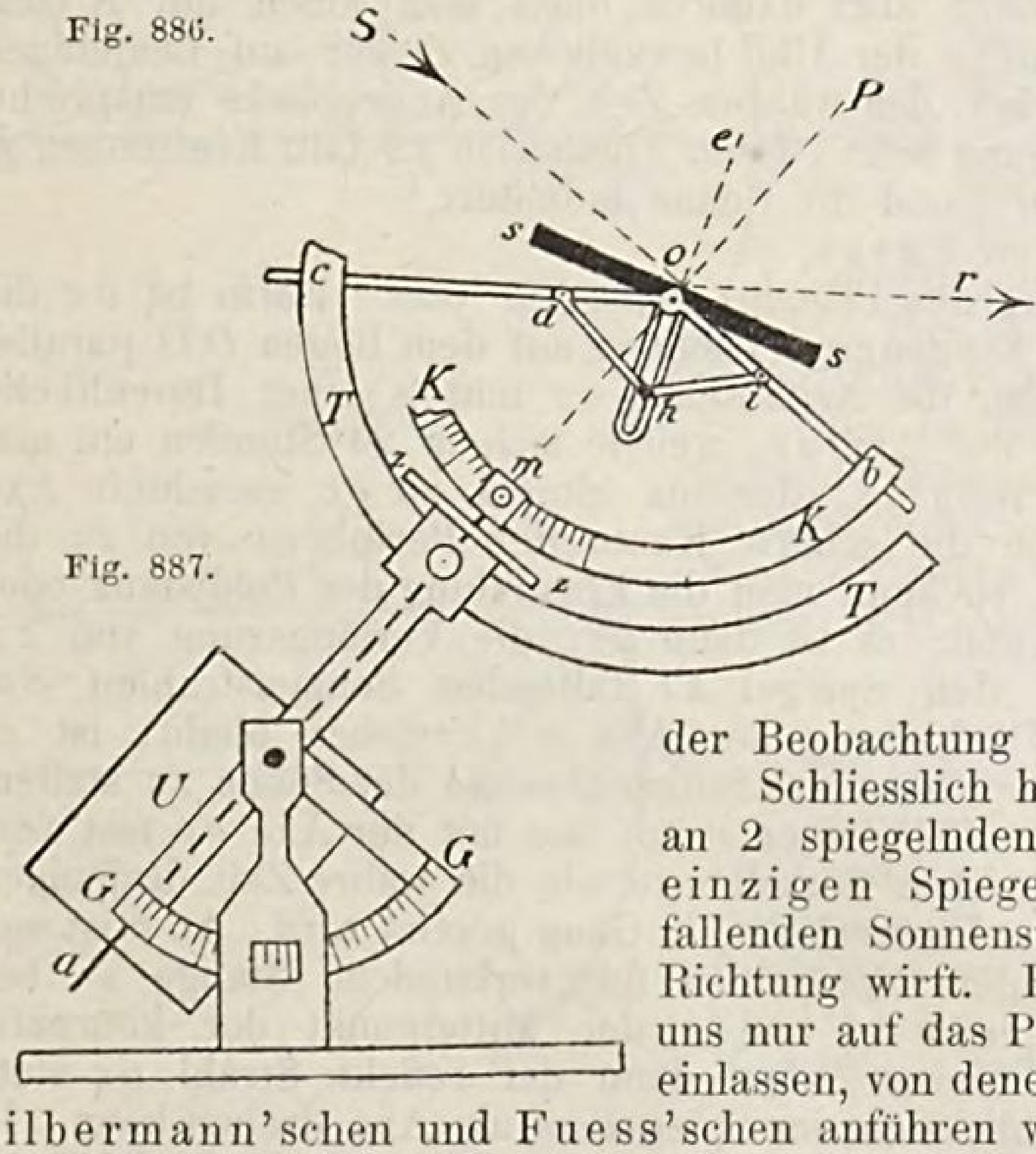


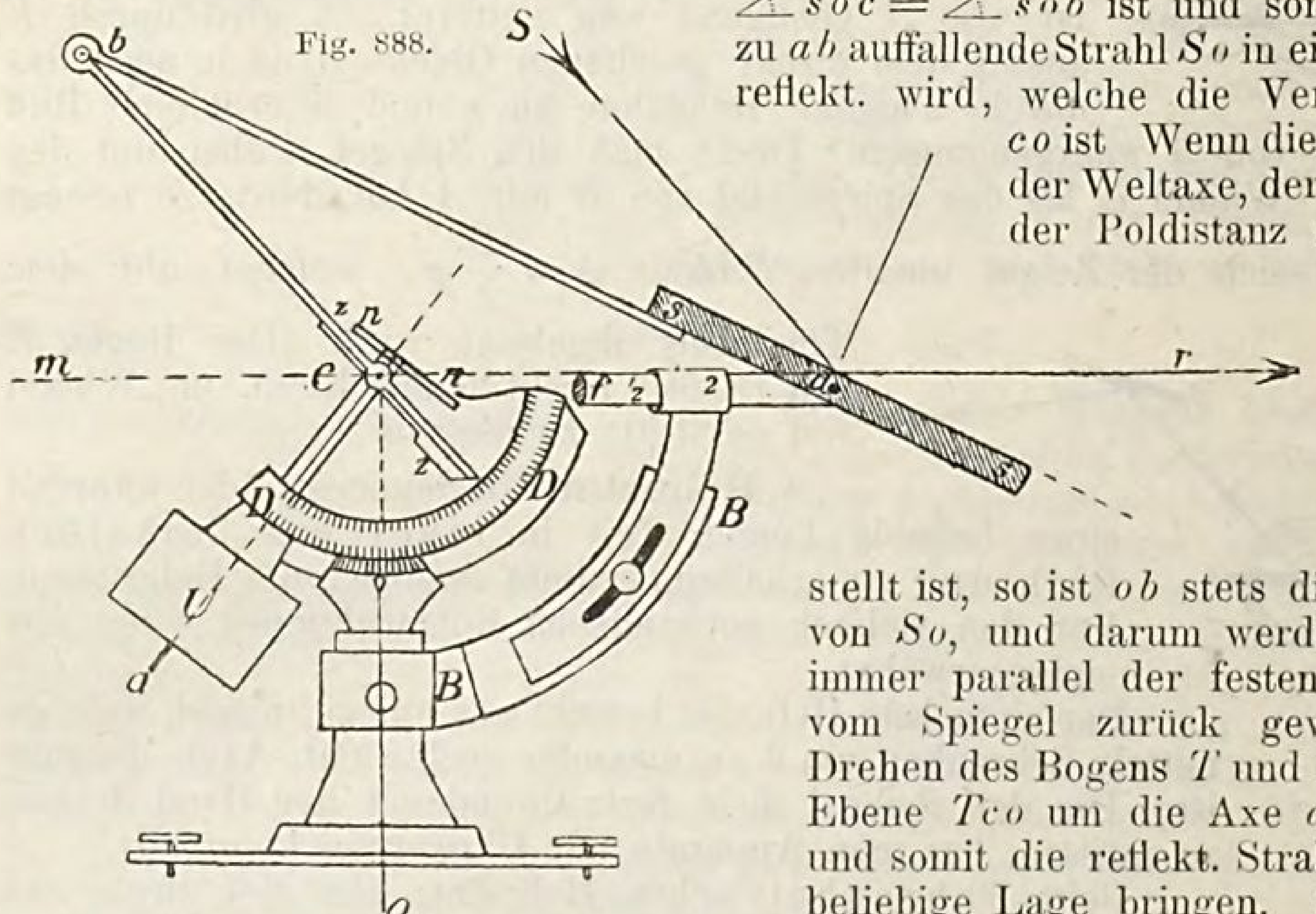
Fig. 887.

Schliesslich hat man wegen des Lichtverlustes an 2 spiegelnden Flächen Apparate mit einem einzigen Spiegel konstruirt, welcher die auffallenden Sonnenstrahlen konstant nach beliebiger Richtung wirft. Raummangels wegen können wir uns nur auf das Prinzip dieser Art von Heliostaten einlassen, von denen wir als die gebräuchlichsten den Silbermann'schen und Fuess'schen anführen wollen.

Silbermann's Heliostat, Fig. 887. Es ist wieder a die in 24 Stunden mittels des Uhrwerks U sich ein mal umdrehende Axe, welche mit Hülfe der geogr.

Breite des Ortes und des Kreisbogens G parallel der Weltaxe aoP gestellt wird. Mit ihr fest verbunden durch die Schraube m dreht sich der Kreisbogen K, nachdem er so gestellt ist, dass $\measuredangle\, bom = \measuredangle\, SoP =$ der Poldistanz der Sonne und somit bo die Verlängerung der einfallenden Strahlen So ist. Die Stücke bo und co sind um eine zu ihrer Ebene $\perp$ durch o gehende Axe drehbar, an welcher parallel der Spiegel ss befestigt ist. Durch die um d bezw. i drehbaren Stäbchen dh und ih sind die Gabeln oc und bo mit der Coulisse ho, welche $\perp$ ss steht, so verbunden, dass sich der die Leisten dh und ih bei h zusammen haltende Zapfen h nur in der Richtung des Spiegellothes coh bewegen kann. Ist nun: $od = oi$ und: $dh = ih$, so auch: $\Delta\, dho \cong \Delta\, iho$ wie auch $\measuredangle\, ihd$ geändert werden möge, woraus folgt, dass $\measuredangle\, doh = \measuredangle\, ioh$, also auch: $\measuredangle\, soc = \measuredangle\, sob$ ist und somit der parallel zu ab auffallende Strahl So in einer Richtung or reflekt. wird, welche die Verlängerung von co ist Wenn die Axe aa parallel der Weltaxe, der Winkel $aoP =$ der Poldistanz der Sonne und Ebene aob des Kreises K parallel der Ebene des Stundenkreises der Sonne eingestellt ist, so ist ob stets die Verlängerung von So, und darum werden die Strahlen immer parallel der festen Richtung cor vom Spiegel zurück geworfen. Durch Drehen des Bogens T und Drehung seiner Ebene Tco um die Axe a kann man co und somit die reflekt. Strahlen or in jede beliebige Lage bringen. Die Einstellung der Kreisebene K parallel der Ebene des Stundenkreises der Sonne geschieht aber dadurch, dass man einen mit K fest verbundenen über dem Zifferblatt z der Uhr beweglichen Zeiger auf denjenigen Theilstrich von z einstellt, welcher der wahren Zeit des Augenblicks entspricht, in welchem man das Uhrwerk in Gang setzt. Beim Theilstrich 12 fällt Kreisbogen K in die Meridianebene des betr. Orts und die Sonne kulminirt.

Fig. 888.



Einfacher ist der Heliostat von Fuess.

Eine schematische Darstellung des Prinzips giebt Fig 888. Darin ist ac die Stundenaxe, welche mit Hilfe der Breitengrad-Theilung auf dem Bogen DD parallel der Erdaxe gestellt wird, nachdem die Azimuthaxe oc mittels einer Dosenlibelle senkr. gerichtet worden ist. Mit der Axe ac, welche sich in 24 Stunden ein mal umdreht, ist fest verbunden ein Ring zz, der um eine $\perp$ zu ac gerichtete Axe drehbar ist. Da ausserdem noch die scharfe Kante der Peripherie von zz die obere Theilung von DD berührt, so kann man die Einstellung der Poldistanz oder der Deklination der Sonne bewirken; es ist dann bc, die Verlängerung von zz, parallel der Richtung der auf den Spiegel ss fallenden Sonnenstrahlen Sd. Damit dies auch während der Umdrehung der Axe ac bestehen bleibt, ist es nöthig, die Ebene bca parallel der Ebene des Stundenkreises der Sonne zu stellen. Dies geschieht dadurch, dass man den Zeiger x auf das mit der Axe ac fest verbundene Zifferblatt nn so einstellt, dass derselbe gerade die wahre Zeit desjenigen Augenblicks anzeigt, in welcher das Uhrwerk (U) in Gang gesetzt wird. An b ist nun durch ein Doppelgelenk die mit dem Spiegel ss fest verbundene Stange sb befestigt. Dabei ist die Strecke $bc = dc$ und c der Mittelpunkt der konzentr. Kreise D und B. Wir wollen beweisen, dass dann der reflekt. Strahl dr stets parallel der Richtung cd ist, um die sich der Spiegel ss als Axe drehen kann. In der That ist stets bc parallel Sd, also $\measuredangle\, mcb = \measuredangle\, mdS$. Als Basiswinkel im gleichschenkl. $\triangle\, bdc$ ist aber: $\measuredangle\, bdc = \measuredangle\, dbc = \frac{1}{2} mcb = \frac{1}{2} mdS$. Daraus

folgt, dass $\angle Sdb = \angle bdm$, also auch: $\angle rdg = \angle bdm$ ist. Dies kann aber nur sein, wenn dr die Verlängerung der Spiegelaxe $dfcm$ ist. Ist demnach der Apparat richtig eingestellt, so fällt der reflekt. Sonnenstrahl dr stets mit der Spiegelaxe fd zusammen. Diesem Strahl kann dann noch durch Verschieben des Bogens B um C als Zentrum und Drehen desselben um OC als Axe eine beliebige Richtung ertheilt werden, die er dann immer beibehält.

Der Fuess'sche Heliostat zeichnet sich vor dem Silbermann'schen vor allem dadurch aus, dass Deklination- und Breitenkreis auf einem Bogen D sitzen und dass man einen grossen Spiegel (ss) anwenden kann, weil der Schwerpunkt des Spiegels nahe dem Unterstützungspunkt liegt.

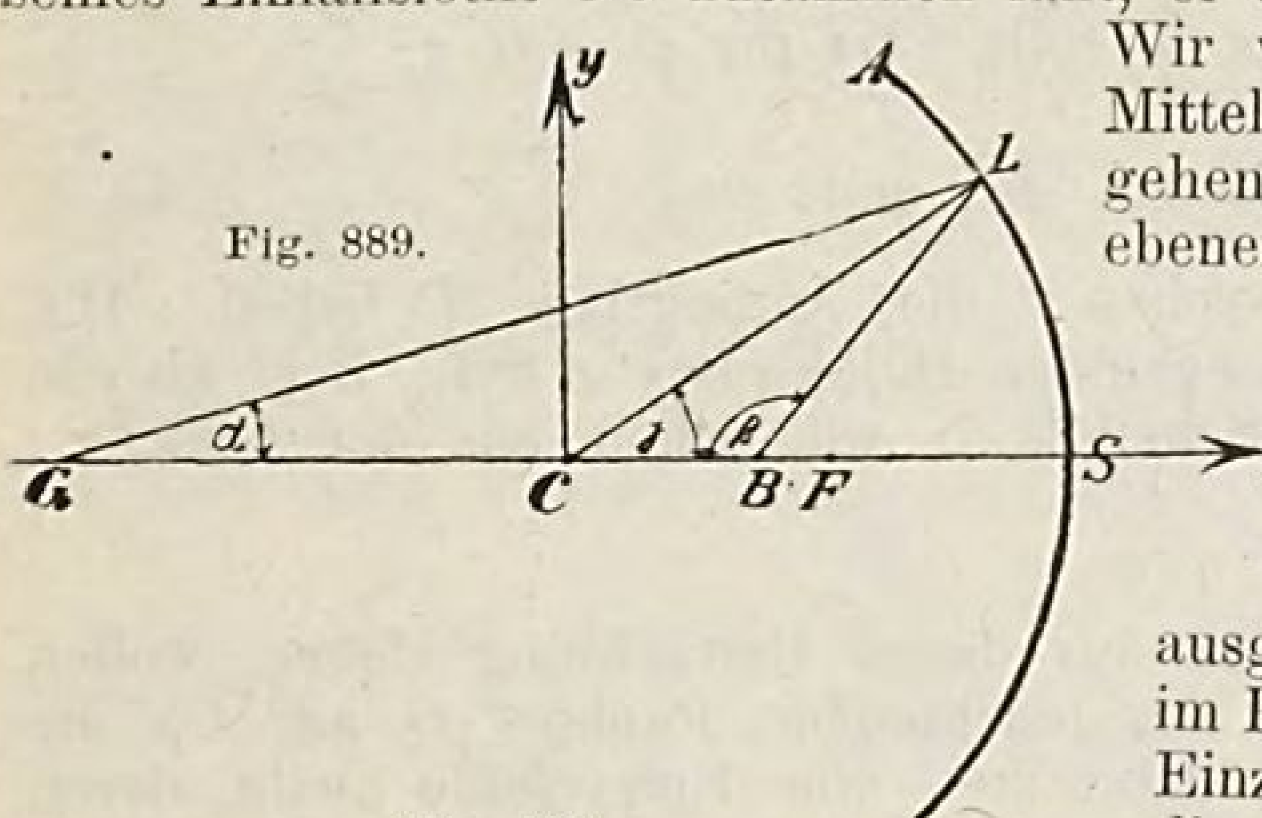
e. Reflexion an gekrümmten Flächen.

Jede beliebig gekrümmte Fläche kann man auffassen als aus ebenen Flächen-Elementen zusammen gesetzt. Das für ebene Flächen abgeleitete Reflexions-Gesetz gilt dann für jedes Flächenelem., dessen Flächen-Normale das Einfallsloth bildet. Je nach der Krümmung der Fläche haben die Normalen der Flächenelem. mehr oder weniger von einander abweichende Richtungen. Ist die Krümmung ganz unregelmässig, so auch die Richtung der Lothe benachbarter Flächenelem., und alle von einem Lichtpunkt L ausgehenden Strahlen gehen von den getroffenen Elem. der Fläche nach den verschiedensten Richtungen bunt durcheinander, so dass kein Bild von L zu Stande kommt, sondern die reflekt. Fläche sichtbar wird. Man nennt diese Art der Zurückwerfung diffuse Reflexion. Bei matt geschliffenen Platten tritt sie sehr deutlich auf und verschwindet um so mehr, je feiner polirt die Fläche ist. Ist die Krümmung der Fläche aber eine regelmässige, so wird auch die Reflexion eine gesetzmässige und regelmässige; es entstehen mehr oder weniger gute Bilder. Wir beschränken uns hier auf die Besprechung der:

f. Reflexion an Kugelflächen.

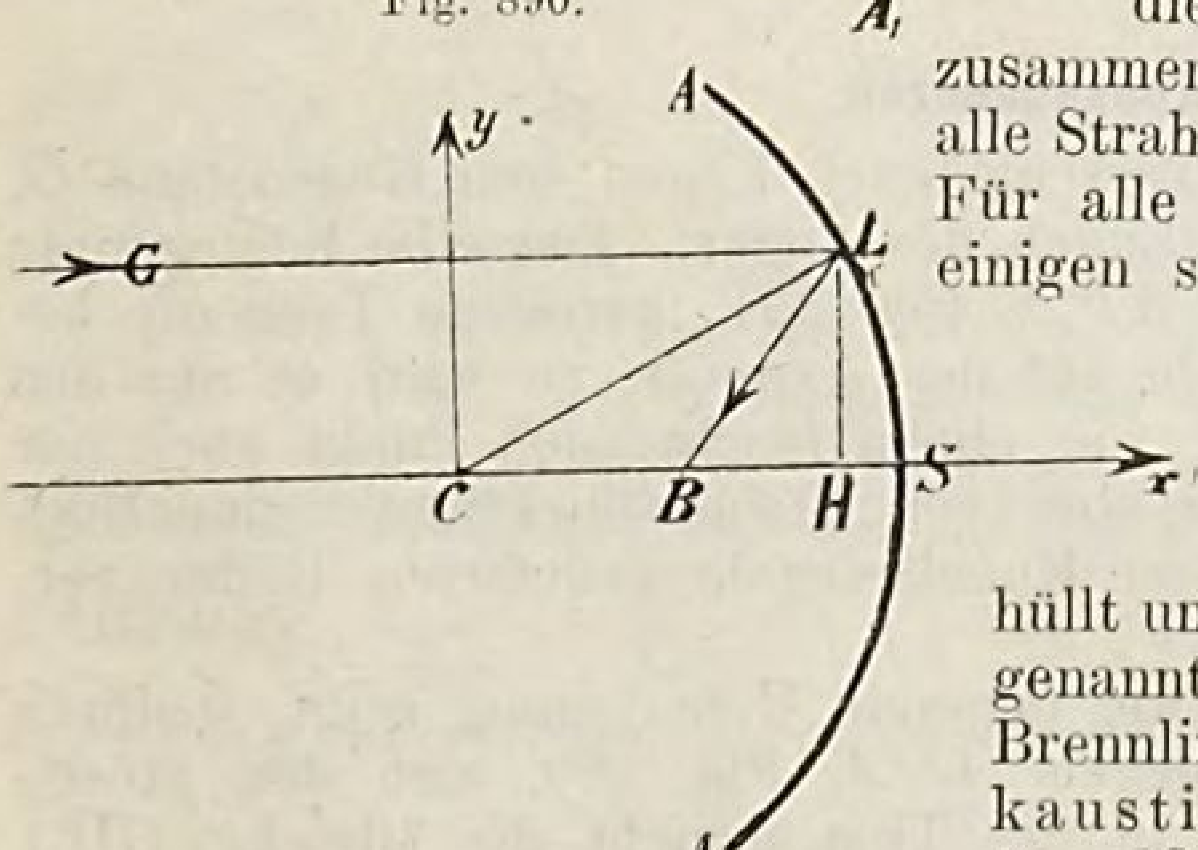
Ist C, Fig. 889, der Mittelp. des spiegelnden Kreisbogens AA_1 und G ein leuchtender Punkt, so heisst GCS der Axenstrahl, da seine Richtung mit der seines Einfallsloths CS zusammen fällt, er also in sich selbst zurückgeworfen wird.

Fig. 889.



Wir wollen diesen Strahl zur X-Axe, den Mittelp. C zum Anfangsp. und die durch C gehende auf GX ⊥ Linie zur Y-Axe eines ebenen Koordin.-Systems machen. Ein beliebiger 2. Strahl, GL, werde dann in der Richtung LB reflekt., wobei $\angle GLC = \angle BLC$ sein muss, da der Halbm. CL Einfallsloth bei L ist. Es fragt sich, ob alle von G ausgehenden Strahlen den Axenstrahl auch im Punkte B treffen, in dem sich jene beiden Einzelstrahlen GL und GS schneiden. Dass dies in der That der Fall, wenn G mit C zusammen fällt, lässt sich sofort erkennen, da dann alle Strahlen in sich selbst zurückgeworfen werden. Für alle andern Lagen von G auf der Axe vereinigen sich die reflekt. Strahlen aber nicht in einem Punkte; die Schnittp. zweier auf einander folgenden reflekt. Strahlen liegen vielmehr auf einer krummen Linie, welche demnach von allen reflekt. Strahlen umhüllt und Brennlinie oder kaustische Kurve genannt wird. Lassen wir die von AB erzeugte Brennlinie um die X-Axe rotiren, so entsteht eine kaustische Fläche, welche von allen an der Kugelfläche reflekt. Strahlen eingehüllt wird.

Fig. 890.



g. Gestalt der katakaustischen Fläche.

Betrachten wir den einfachsten Fall, dass die Strahlen parallel der Axe CX, Fig. 890, auffallen, d. h., dass der leuchtende Punkt G in der Entfernung ∞ liegt;

nennen wir $CB = m$, den Halbm. $CL = r$, $\measuredangle LCS = \psi$ und $\measuredangle LBS = \varphi$, so muss für den belieb. Strahl GL gelten: $\measuredangle GLC = BLC = \psi$ da ja GL parallel Cx sein soll; also ist auch: $BC = BL = m$, so dass aus dem rechtwinkl. $\triangle BHL$ folgt: $y^2 = m^2 - (x - m)^2$, d. h.: $m = \frac{y^2 + x^2}{2x} = \frac{r}{2\cos\psi}$. Für die verschiedenen Strahlen GL ändert sich nur ψ; die letzte Gleichg. sagt also aus, dass die verschiedenen reflekt. Strahlen die Axe CX in verschiedenen Punkten B schneiden. Um nun den Ort der Schnittpunkte je zweier sich ∞ naher reflekt. Strahlen zu erhalten, verfahren wir so: Da L die Koordin. $r\sin\psi$ und $r\cos\psi$ hat und $\measuredangle \varphi = 2\psi$ ist, wird die Gleichg. des belieb. Strahls LB sein:

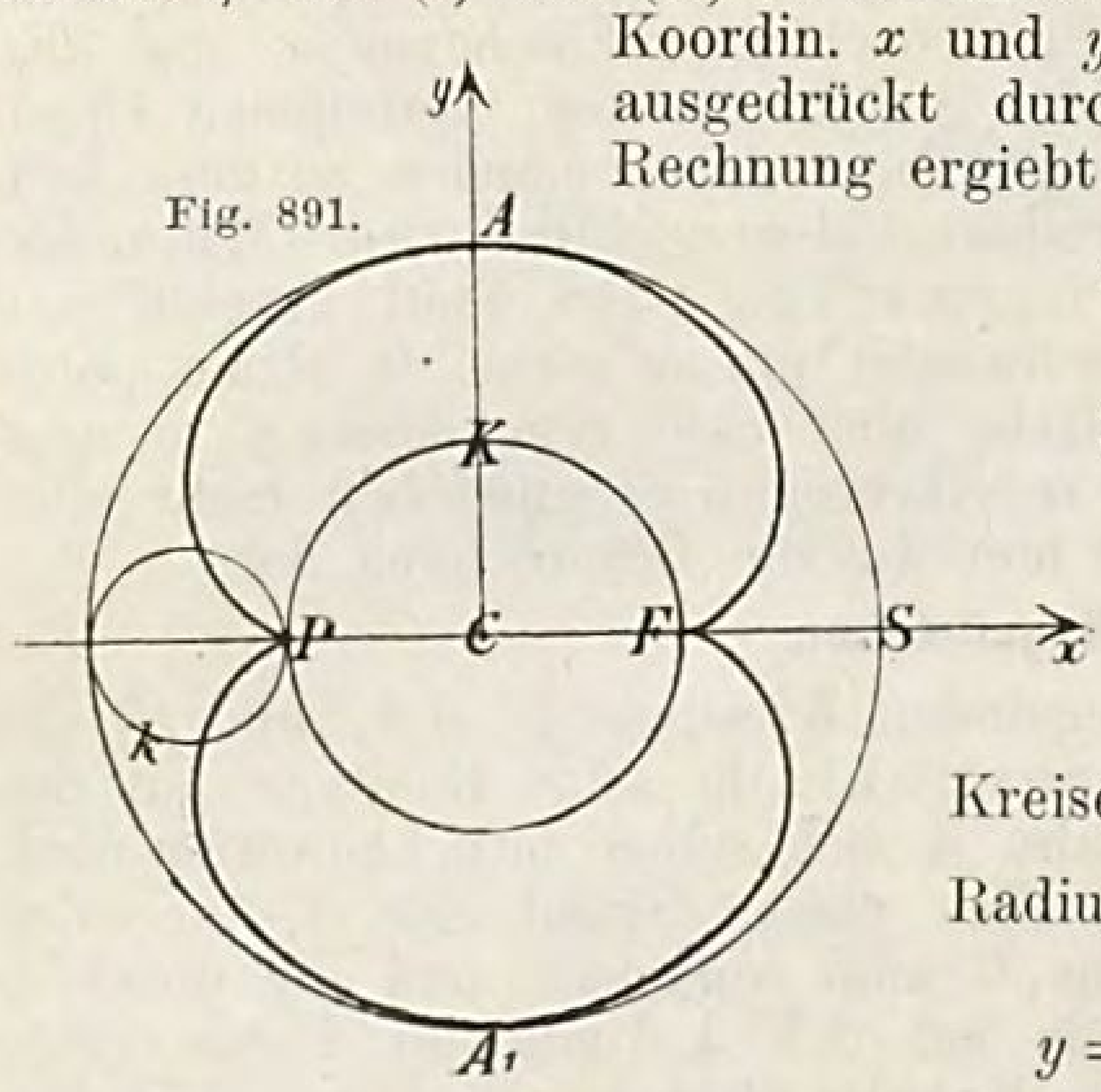
$$y - r\sin\psi = (x - r\cos\psi)\operatorname{tang} 2\psi, \text{ oder: } y\cos 2\psi - x\sin 2\psi + r\sin\psi = 0. \quad \text{(I)}$$

Es stellt somit diese Gleichg. für die verschiedenen Werthe von ψ die Schaar der reflekt. Strahlen dar, deren einhüllende Kurve wir zu suchen haben. Dazu differenziren wir (I) nach dem Parameter ψ und erhalten:

$$2y\sin 2\psi + 2x\cos 2\psi - r\cos\psi = 0. \quad \text{(II)}$$

Anstatt ψ aus (I) und (II) zu eliminiren, berechnen wir aus diesen Gleichgn. die Koordin. x und y eines Punktes der umhüllenden Kurve, ausgedrückt durch die Veränderliche ψ. Eine einfache Rechnung ergiebt:

Fig. 891.



$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{r}{4}(3\cos\psi - \cos 3\psi); \\ y &= \frac{r}{4}(3\sin\psi - \sin 3\psi) \end{aligned}\right\} \quad \text{(III)}$$

welches die Gleichg. einer Epicykloide ist, die dadurch entsteht, dass auf dem um C mit dem Halbm. $\frac{r}{2}$ beschriebenen Kreise KK, Fig. 891, ein Kreis k mit dem Radius $\frac{r}{4}$ rollt. Da für $\psi = 0, \pi, \frac{\pi}{2}$:

$$y = 0{,}0, \pm r \text{ und: } x = +\frac{r}{2}, -\frac{r}{2}, 0 \text{ ist,}$$

muss der beschreibende Punkt des Kreises k die Anfangslage P haben. Die Spitze F der Brennlinie AFA_1, des spiegelnden Halbkreises ASA_1, liegt also in der Mitte des Zentrums C und des Scheitels S wie schon aus der Gleichg.: $m = \frac{r}{2\cos\psi}$ für $\psi = 0$ folgt.

Ehe wir die optischen Konsequenzen aus dieser Betrachtung ziehen, wollen wir bemerken, dass für andere Lagen des leuchtenden Punktes G auf Cx die kaustische Kurve sich zwar ändert, aber dabei stets eine Epicycloide bleibt, deren Spitze auf dem Axenstrahl liegt.

h. Optische Konsequenzen.

Kennen wir die Katakaustik für die verschiedenen Lagen vom Gegenstand G, so auch sein Bild für die verschiedensten Lagen des Auges. Dasselbe liegt gerade da, wo die vom Auge an die Katakaustik AFA, Fig. 891, gezogene Tangente berührt. Befindet sich also das Auge gerade auf der Axe Cx, so wird es nur den Spitzenpunkt F wahrnehmen und folglich von einem leuchtenden Punkt auch nur einen Bildpunkt. Im allgem. erhalten wir aber von einem Objektpunkt eine Bildfläche und keinen Punkt, so dass die von Kugelspiegeln gelieferten Bilder verschwommen und undeutlich sind.

Diesem Uebelstande kann man nun, wie folgende Ueberlegung zeigt, dadurch abhelfen, dass man die Oeffnung des Spiegels ACA, Fig. 889, also den grösstmöglichen Winkel ψ sehr klein macht. In der That ergiebt die Gleichg. (III.), dass für $\psi = 10^0$ wird: $x = 0{,}522\,r$ und: $y = 0{,}005\,r$ und für $\psi = 5^0$ sogar nur: $x = 0{,}5057\,r$ und: $y = 0{,}0026\,r$.

D. h. aber nichts anderes, als dass für Spiegel von kleiner Oeffnung die Katakaustik auf ihre Spitze zusammen schrumpft, so dass von jedem Objektpunkt auch nahe wieder nur ein Punkt entworfen wird. Das Bild des unendlich fernen Punktes

heisst der **Brennpunkt** des Spiegels, da in ihm sich die parallelen Sonnenstrahlen vereinigen. Für ihn ist: $\psi = 0$ also: $m = \frac{r}{2}$; d. h. er liegt in der Mitte zwischen Scheitel und Zentrum und seine Entfernung vom Scheitel ist die **Brennweite** des Spiegels. Die einander zugehörigen Punkte, von denen einer das Bild des andern ist, und umgekehrt, werden **konjugirte Punkte** genannt. Wir wollen jetzt die zwischen ihren Entfernungen vom Scheitel S bestehenden Beziehungen ableiten, welche gestatten, die Lage des Bildes aus der des Gegenstandes zu bestimmen.

i. Beziehung zwischen der Entfernung konjugirter Punkte vom Spiegelscheitel.

Sei in Fig. 889 die Entfernung: $GS = g$, $BS = b$, $CS = r$ und die Brennweite: $FS = \frac{r}{2} = f$, wobei die Grössen g und b positiv genommen seien, wenn sie auf der Seite vom Spiegel liegen, von welcher das Licht kommt, so folgt aus $\triangle\, GLC$ und $\triangle\, BLC$: $\frac{g-r}{r} = \frac{\sin(\gamma - \alpha)}{\sin\alpha}$ und: $\frac{r-b}{r} = \frac{\sin(\gamma-\alpha)}{\sin\beta}$

demnach:
$$\frac{g-r}{r-b} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}.$$

Ferner gilt: $\operatorname{tang}\alpha = \frac{r\sin\gamma}{r\cos\gamma + g - r}$ und: $\operatorname{tang}\beta = \frac{r\sin\gamma}{r\cos\gamma - r + b}$, für welche Gleichgn. infolge der Kleinheit der vorkommenden Winkel aber die folgenden genommen werden können: $\operatorname{tang}\alpha = \alpha = \frac{r\gamma}{g}$ und: $\operatorname{tang}\beta = \beta = \frac{r\gamma}{b}$, so dass wird: $\frac{g-r}{r-b} = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{g}{b}$, oder nach b aufgelöst: $b = \frac{gr}{2g-r}$, welche Gleichg. gewöhnlich in der Form gegeben wird: $\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f}$. . . . (I.)

Sind uns also von den 3 Grössen: a, b und f, 2 gegeben, so kann mittels dieser Gleichg. die 3. Grösse berechnet werden. Für $g = \infty$ ist $b = f$; d. h. parallele Strahlen werden im Hauptbrennpunkt F vereinigt. Nimmt g ab, so wächst b; und zwar rückt das Bild B vom Brennp. F durch das Zentrum in die Entfernung ∞, wenn der leuchtende Punkt aus der Entfernung ∞ durch das Zentrum nach F bewegt wird. Dabei sind g und b immer positiv; d. h. der Schnittp. der reflekt. Strahlen liegt auf derselben Seite des Scheitels wie der Lichtp., der Bildp. ist **reell**.

Anders wenn G, Fig. 892, zwischen dem Brennp. F und dem Scheitel S liegt. Es wird dann b negativ und die reflekt. Strahlen gehen divergent vom Spiegel fort, so, als ob sie von einem Punkt B kämen, der hinter dem Spiegel liegt. Der Bildpunkt ist **virtuell** und sein Abstand: $b = -\frac{gf}{f-g}$. Für $g = f$ wird $b = -\infty$ und für $g = 0$ wird auch $b = -0$. D. h. während der leuchtende Punkt vom Brennp. zum Scheitel wandert, eilt sein Bildpunkt aus der Entfernung ∞ **hinter** dem Spiegel ebenfalls zum Scheitel S.

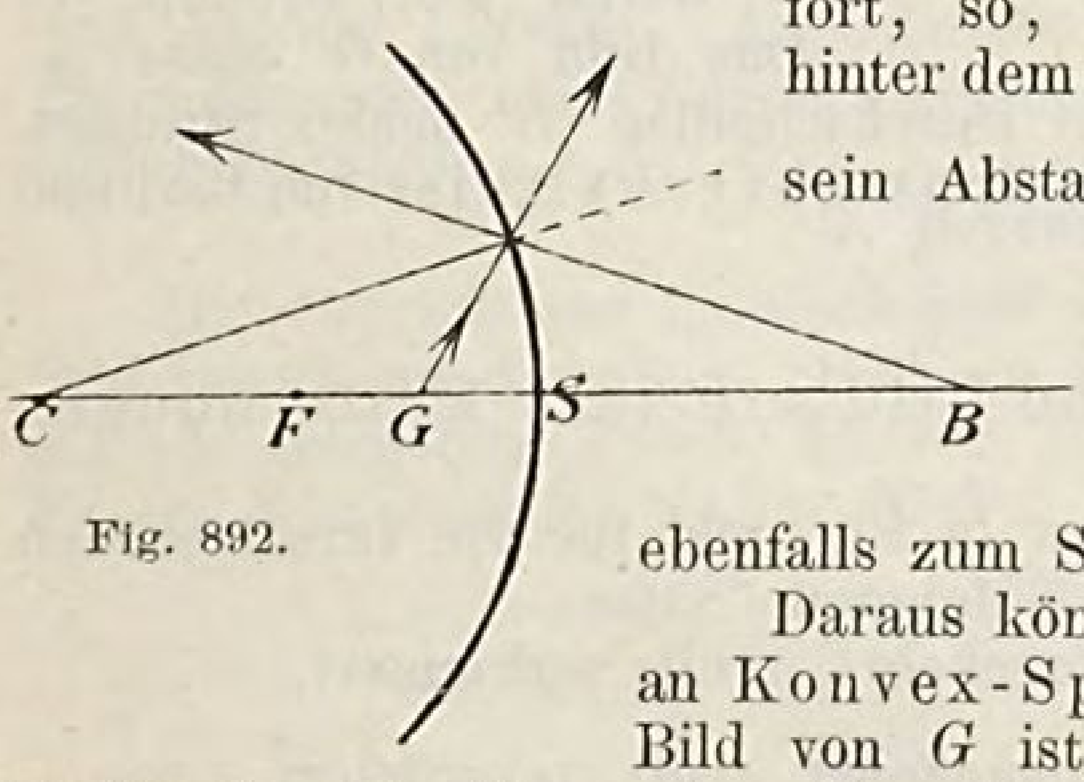


Fig. 892.

Daraus können wir unmittelbar die Gesetze der Reflexion an **Konvex-Spiegeln** ableiten. Denn ebenso wie B das Bild von G ist, würde G das Bild eines in B befindlichen leuchtenden Punktes sein. Es gilt daher für alle Entfernungen des Objekts B die Gleichg.: $\frac{1}{GS} - \frac{1}{BS} = \frac{1}{f}$, und wenn wir, wie im vorigen Falle setzen: $BS = +g$ und $GS = -B$ erhalten wir:

$$g = \frac{-bf}{b+f} \text{ oder: } \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}; \qquad \text{(II.)}$$

welche Gleichg. aussagt, dass b für jedes g negativ und $< f$ ist, dass der **konvexe Spiegel also nur virtuelle innerhalb der Brennweite gelegene Bilder giebt.** Multipliziren wir in der Gleichg. (II.) f mit -1, so geht diese in Gleichg. (I.)

über. Bei der obigen Festsetzung der Vorzeichen gilt also zwischen dem Abstande des leuchtenden Punkts und des Bildpunkts vom Scheitel eines Konvex- oder Konkav-Spiegels dieselbe Gleichg.: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ wenn im 1. Falle f negativ, im zweiten f positiv genommen wird.

Noch einfacher ist die Beziehung zwischen der Brennweite und den Abständen der konjug. Punkte vom Brennpunkt. Es ist in Fig. 889: $g=f+GF$, $b=f+BF$, woraus mit Hilfe von: $b=\frac{gf}{g-f}$ folgt: $\overline{BF}.\overline{GF}=f^2$. (III.)

D. h.: die Brennweite f ist die mittlere geometr. Proportionale zwischen den Abständen der konjug. Punkte G u. B vom Brennpunkt.

k. Bilder ausgedehnter Objekte, deren Lage und Grösse.

Statt des Lichtpunkts G, Fig. 893, sei ein um C mit dem Halbm. GC geschlagener Kreisbogen GG' leuchtend, dessen Bild wir aufsuchen wollen. Das Bild von G liegt in B; was aber von G in Bezug auf seinen Axenstrahl GCS gilt, muss auch für G' in Bezug auf $G'CS'$ gelten, woraus folgt, dass das Bild von G' auf $G'CS'$ liegt und zwar in B', wenn $CB=CB'$ ist. Der Kreisbogen BB' vom Halbm. CB ist also das Bild vom Kreisbogen GG' mit dem Halbm. CG. Da nun GG' und BB' als Gerade ⊥ auf GCS angenommen werden können, so gilt der Satz, dass ⊥ zur Axe stehende Linien ebenfalls ⊥ zur Axe gelegene Gerade zu Bildern haben.

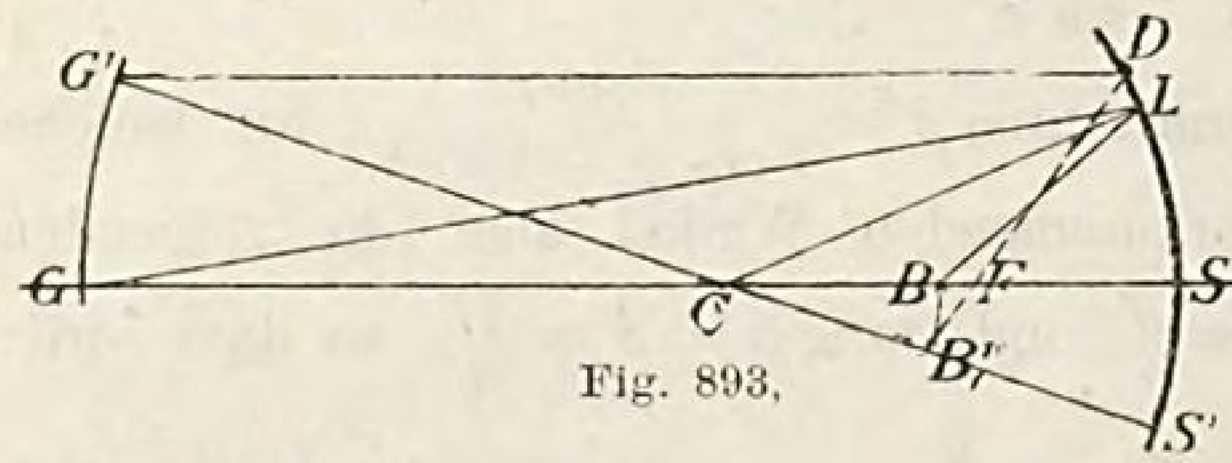


Fig. 893.

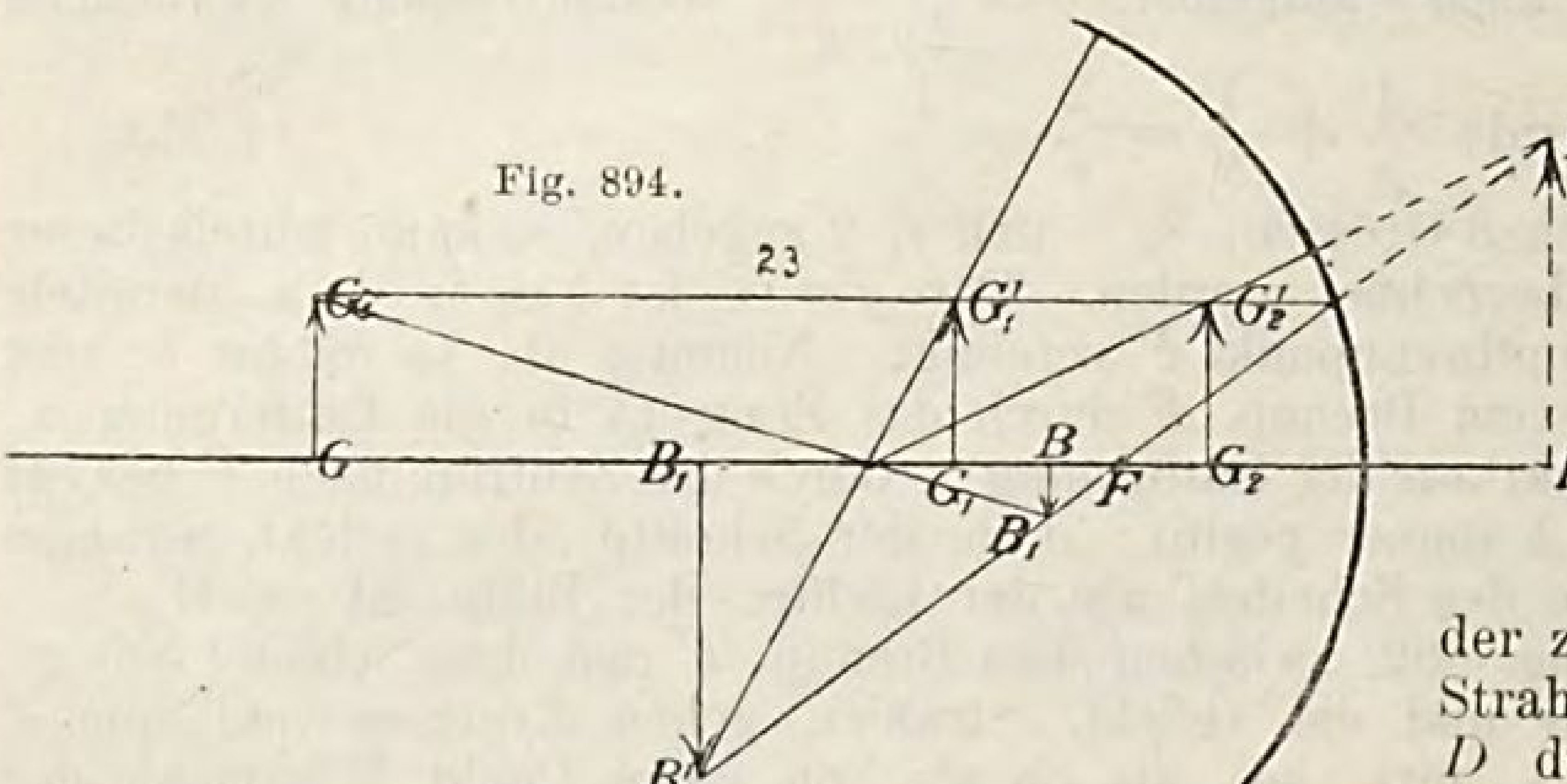


Fig. 894.

Uebrigens findet man das Bild von G' leicht durch Konstruktion. Der Strahl $G'CS$ wird in sich selbst reflekt.; der zur Axe GCS parallele Strahl $G'D$ aber geht von D durch den Brennp. F. Das Bild von G' muss sowohl auf DF wie $S'C$ liegen; d. h. es ist der Durchschnittsp. B' beider Strahlen.

Aus den △ GCG' und BCB' folgt noch das Grössenverhältniss von Bild und Gegenstand:

$$\frac{GG'}{BB'}=\frac{g-r}{r-b}=\frac{g}{b}.$$

D. h.: es verhalten sich Gegenstand und Bild wie ihre Entfernungen vom Scheitel des Spiegels.

Aus dem Grössenverhältniss, wie aus den in Fig. 894 für die verschiedenen Fälle ausgeführten Konstruktionen ergeben sich folgende Sätze:

Ist: $g>r$, so ist das Bild BB' umgekehrt, reell, verkleinert,

„ $\frac{r}{2}<g<r$, „ „ „ „ B_1B_1' umgekehrt, reell, vergrössert,

„ $g<\frac{r}{2}$, „ „ „ „ B_2B_2' aufrecht, vergrössert, virtuell.

Der Konkav-Spiegel liefert also reelle und virtuelle, vergrösserte und verkleinerte, umgekehrte und aufrechte Bilder, der Konvex-Spiegel nur aufrechte, virtuelle, vergrösserte Bilder. Eins gilt aber bei beiden Spiegeln, dass nämlich virtuelle Bilder stets aufrecht, reelle Bilder dagegen stets verkehrt liegen.

l. Intensität der Spiegelbilder.

1. An ebenen Flächen hängt die Intens. von der Politur und der Substanz selbst ab. Ist der Quecksilberspiegel derjenige, den keine Politur erreicht, so ist

auch sein Reflexionskoeffiz. k (der Bruchtheil des auffallenden Lichts, welcher reflektirt wird) am grössten. Nach Brewster ist bei senkr. Reflexion:

für: $k =$	Wasser	Tafelglas	Crownglas	Flintglas	Spiegelmetall	Quecksilber
	0,020	0,040 — 0,039	0,0455	0,091—0,053	0,60	0,60 — 0,70

Wie sich k mit dem Einfallswinkel ändert, werden wir später sehen.

2. Bei Kugelspiegeln ist die Lichtmenge m der Flächeneinheit des aufgefangenen Bildes: $m = kJ\frac{O}{b^2}$, wo k der Reflexionskoeffiz. der spiegelnden Substanz, O die Oeffnung, d. h. die Grösse der Spiegelfläche, J die Intens. des vom Gegenstande ausgesendeten Lichts und b die Bild-Entfernung bedeutet. In der That ist die Lichtmenge, welche mit der Intens. J von der Fläche Φ des Objekts G ausgeht und von der in der Entfernung g befindlichen Spiegelfläche O aufgefangen wird: $\frac{JO\Phi}{g^2}$. Diese durch Spiegelung auf $\frac{kJO\Phi}{g^2}$ geschwächte Lichtmenge verbreitet sich auf der Bildfläche φ, so dass auf die Flächeneinh. die Menge: $m = \frac{kJO\Phi}{\varphi g^2} = k\frac{JO}{b^2}$ kommt, da ja $\Phi : \varphi = g^2 : b^2$ ist.

VI. Brechung des Lichts.

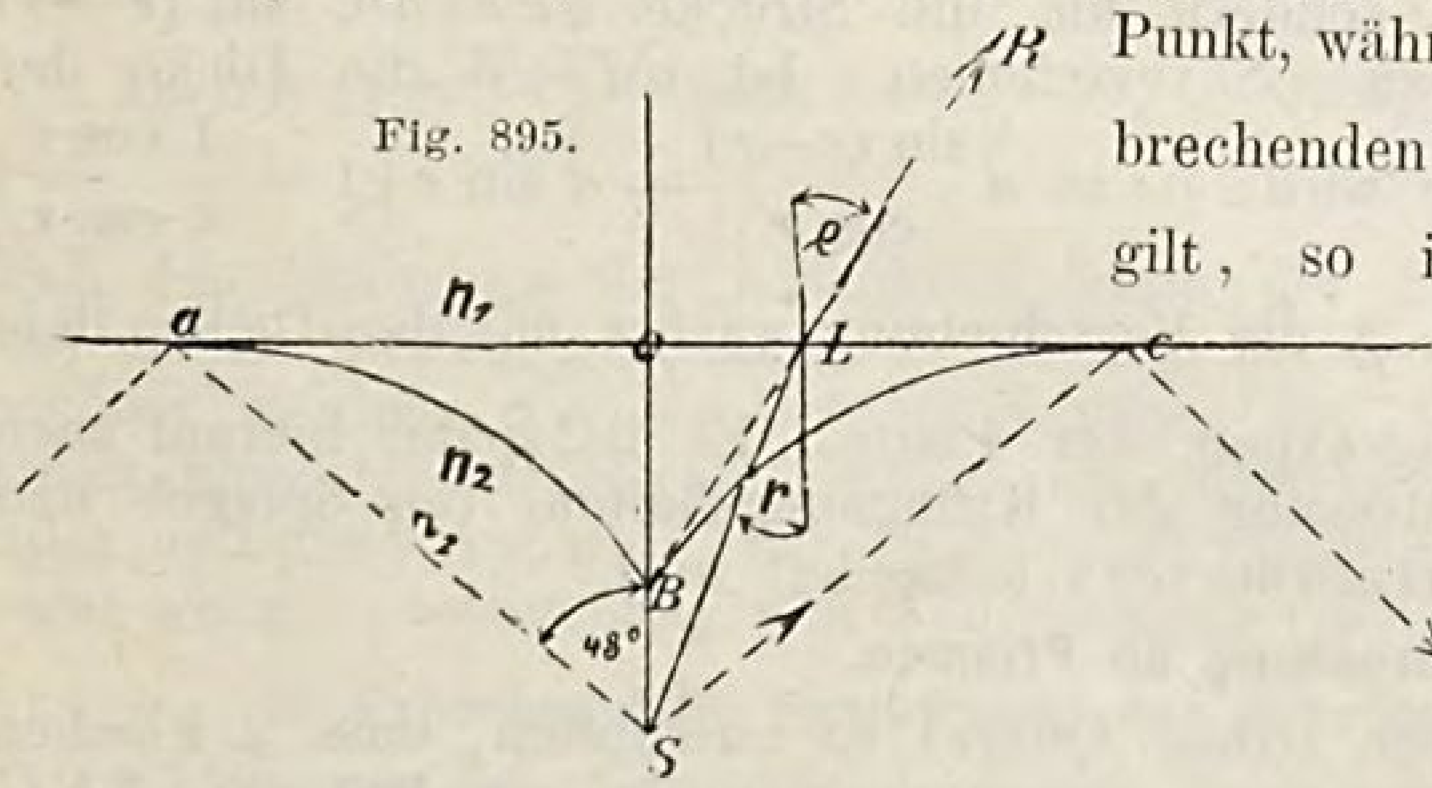
Die Thatsache, dass ein Lichtstrahl von seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt wird, wenn er von einem Medium in ein anderes tritt, war schon den Alten bekannt. Wie viele Versuche aber auch von Vitellio (1270) und Andern angestellt worden waren, um die Beziehung zwischen dem Grade der Ablenkung bei verschiedener Richtung des einfallenden Strahls fest zu stellen, so war es doch erst dem holländischen Physiker Willebrod Snell vergönnt, das sogen. Brechungsgesetz zu finden. Dasselbe sagt aus, dass wenn e den Einfallswinkel und r den zugehörigen Brechungswinkel bedeutet, das Verhältniss $\frac{\sin e}{\sin r}$ ein für je 2 Substanzen konstantes ist. Wie schon früher erwähnt worden, heisst dieses Verhältniss der absolute Brechungsquotient einer Substanz, sobald der Strahl aus dem Vakuum in letztere eintritt.

Es bedeute in Fig. 895 das Medium n_1 den luftleeren Raum, das Medium n_2 atmosphär. Luft; dann ist $n_1 = 1$ und für 0° Temp. und 760 mm Barometerstand wird $n_2 = 1{,}00029$. Daraus folgt, dass der absolute Brechungsquot. n_μ eines Mediums $\mu =$ ist seinem relativen Brechungsquot. $\frac{n_\mu}{n_2}$ zu Luft, multiplizirt mit dem Faktor 1,00029. Aus diesem Grunde bezeichnet man mit n einfach den Brechungsquot. eines Körpers gegen Luft und vernachlässigt meist den Reduktionsfaktor 1,00029.

a. Brechung ebener Flächen.

Die Betrachtung der Reflexion an ebenen Flächen ergab, dass das gespiegelte Bild immer an derselben Stelle zu liegen scheint, in welcher Richtung man auch auf die spiegelnde Fläche blicken mag; anders verhält es sich bei der Brechung. Es sei S, Fig. 895, ein im stärker brechenden Mittel n_2 befindlicher leuchtender Punkt, während sich das Auge A im schwächer brechenden Medium n_1 befindet. Da $\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin e}{\sin r}$ gilt, so ist der Winkel r grösser als der Winkel e; der Strahl SL wird vom Einfallslothe nach LR. abgelenkt Bezeichnen wir den Schnittp. des verlängerten Strahls RL mit der auf der Trennungsfläche $oc\perp$ stehenden Linie $SO = d$ mit B, die Strecke OB mit y und OL

Fig. 895.



mit x, so wird: $y = \frac{x}{\tan e}$, $x = d \tan r$ also: $y = d\frac{\tan r}{\tan e} = d\frac{n_1}{n_2}\frac{\cos e}{\cos r}$; sowohl

$\frac{n_1}{n_2}$ als $\frac{\cos e}{\cos r}$ ist < 1, demnach y stets $< d$. Für den speziellen Fall **senkrechter** Inzidenz wird: $y = d\,\frac{n_1}{n_2}$, für Wasser z. B. $= \frac{3}{4}\,d$, so dass der Boden eines mit Wasser gefüllten Gefässes um $\frac{1}{4}$ der Wasserhöhe gehoben erscheint. Eine genauere Rechnung zeigt, dass die gebrochenen Strahlen BLR eine kaustische Kurve abc (Evolute einer Ellipse) umhüllen, so dass bei einem Winkel $e \gtrless 0$ der leuchtende Punkt gehoben und noch seitlich verschoben erscheint.

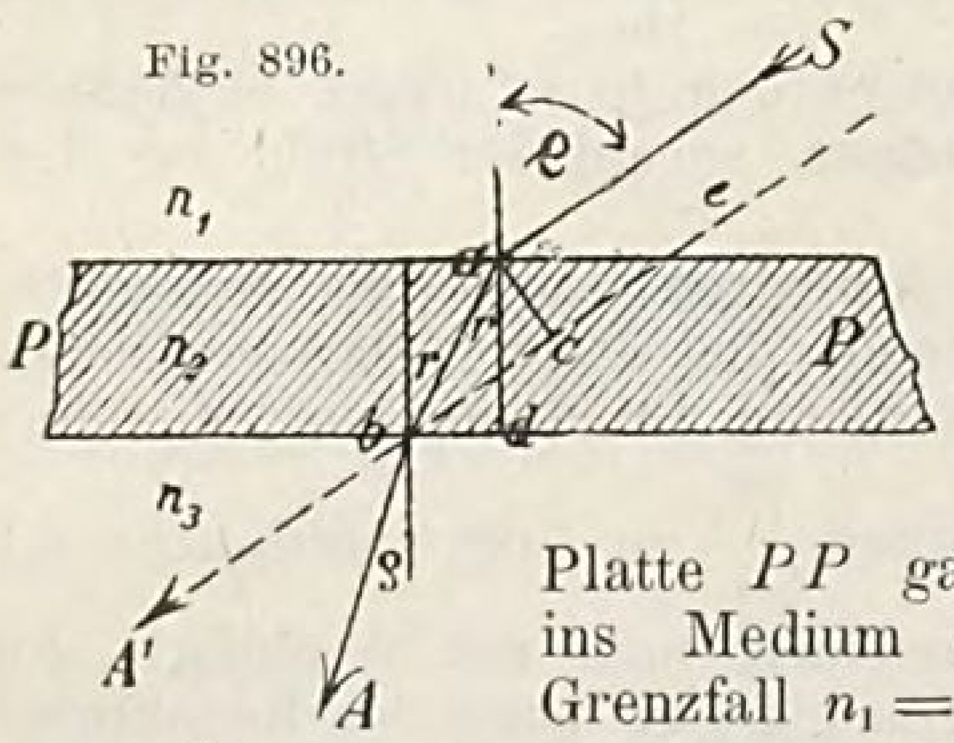
b. Grenze der Brechung.

Wenn ein Lichtstrahl SL, Fig. 895, aus einem stärker brechenden Medium n_2 in ein optisch dünneres Mittel n_1 übergeht, so tritt derselbe gar nicht mehr aus, wenn $\sin r = \frac{n_1}{n_2}$ geworden, weil dann $e = 90^0$ ist. In diesem Falle werden alle diejenigen Strahlen in das dichtere Medium zurück geworfen, **total reflektirt**, welche einen grössern Einfallswinkel r mit dem Einfallsloth bilden, als der aus $\sin r = \frac{n_1}{n_2}$ folgende ist. Letzterer heisst der Winkel der **totalen Reflexion**. Er ist für Wasser ca. 48^0, für Glas ca. $39{,}5^0$ und für Diamant ca. $23^0\ 42{,}5'$. Ein unter Wasser befindliches Auge würde demnach alle äussern Gegenstände in einem Konus von 48^0 halber Oeffnung zusammen gedrängt und rings um denselben den Grund des Wassers durch totale Reflexion sehen. Auf die wichtigen Anwendungen der totalen Reflexion kommen wir später zurück.

c. Brechung an plan-parallelen Platten.

Die plan-parallele Platte PP, Fig. 896, mit dem Brechungs-Index (-Expon.) n_2 sei umgeben vom Medium n_1 auf der obern, vom Medium n_3 auf der untern Seite.

Fig. 896.



Ist $n_1 < n_2 < n_3$ so ist der Gang des Strahls Sa so wie ihn Fig. 896 zeigt ($SabA$) und nach der Bezeichnungsweise gilt:

$$\frac{\sin e}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1};\quad \frac{\sin r}{\sin \rho} = \frac{n_3}{n_2}$$

also auch: $\frac{\sin e}{\sin \rho} = \frac{n_3}{n_1}$. D. h. der Strahl bA hat dieselbe Richtung im Medium n_3 als ob die Platte PP gar nicht da und der Strahl Sa bei a direkt ins Medium n_3 übergegangen wäre. Interessant ist der Grenzfall $n_1 = n_3$: Es wird dann: $\sin e = \sin \rho$, also $e = \rho$ und bA parallel Sa, woraus hervor geht, dass wenn eine plan-parallele Platte von einem einzigen Medium (Luft) umgeben ist, ein durch sie gehender Strahl von seiner Richtung **nicht** abgelenkt wird. Dabei ist bA' (der gebrochene Strahl für $n_1 = n_3$) aber nicht die Verlängerung von SA, sondern um die Strecke $ac = ab$, $\sin(e - r)$ parallel zu aS verschoben. Ist $ad = d$ die Dicke der Platte, so wird: $ac = d\,\frac{\sin(e-r)}{\cos r} = d \sin e\left(1 - \frac{1}{n}\frac{\cos e}{\cos r}\right)$

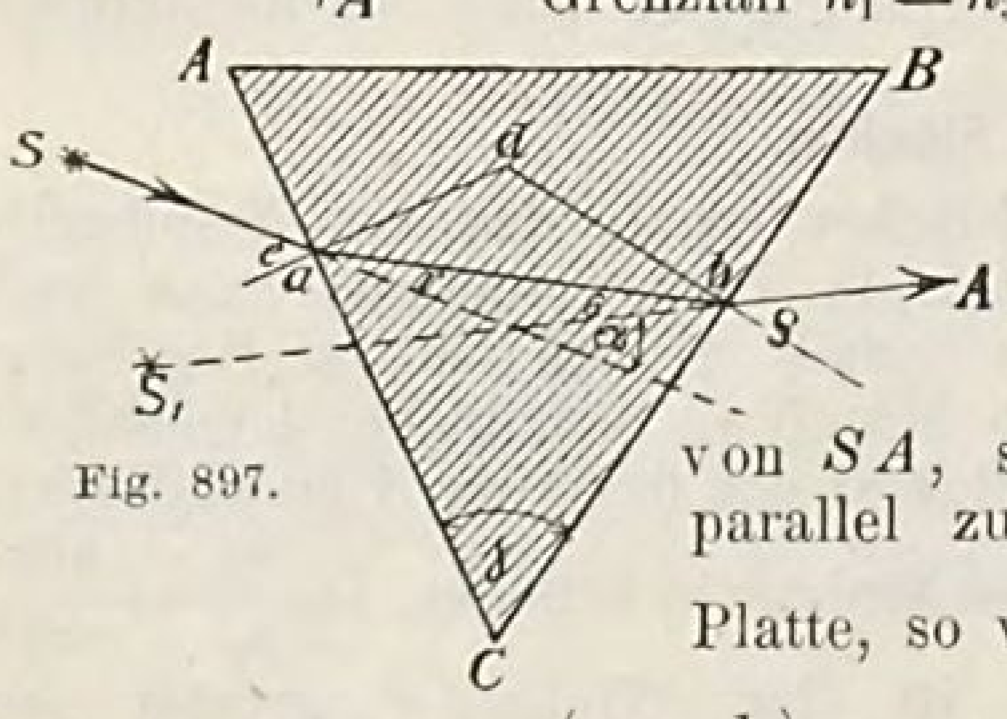


Fig. 897.

nahezu $= d \sin e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$ D. h. die Verschiebung wächst mit der Dicke, dem Einfallswinkel und dem Brechungsexpon. der Platte. Es ist später hierauf noch zurück zu kommen, wenn die Messung der Krümmungshalbm. von Spiegel- und Linsenflächen mittels des **Ophtalmometers** behandelt wird.

d. Brechung an Prismen.

Ist ein durchsichtiger Körper (Glas, Quarz) so geschliffen, dass 2 Flächen unter einem Winkel zusammen stossen, so nennt man ihn ein Prisma. ABC, Fig. 897, sei ein auf der Kante des Prismas $\perp$ stehender Hauptschnitt; AC und BC

sind dann die senkr. Projektionen der Seitenflächen, C ist diejenige der Kante, AB die der Grundfläche des Prismas auf die Ebene der Zeichnung. Der Winkel $ACB = \gamma$ heisst der brechende Winkel des Prismas.

Ein Prisma zeigt zweierlei Erscheinungen. 1. Erscheinen einem in A befindlichen Auge alle Gegenstände nach der brechenden Kante C zu bedeutend verschoben (S nach S_1); 2. wird ein der Kante paralleler weisser Lichtspalt in neben einander liegende farbige Spalte zerlegt, welche sich zu einem ⊥ zur Kante ausgedehnten Farbenband (Spektrum) zusammensetzen, — Dispersion des Lichts.

Hier wollen wir uns nur mit der Verschiebung beschäftigen, die ein durch das Prisma gehender Strahl $SabA$ erfährt und auf die Farbenzerstreuung erst später ausführlich eingehen. In der That können wir uns dadurch ganz unabhängig von der Farbenzerstreuung machen, dass wir einfarbiges Licht anwenden.

Nennen wir den Winkel α, welchen der einfallende Strahl Sa mit dem austretenden Strahl Ab bildet, die Ablenkung des Strahls, so ist dieselbe stets bestimmt durch den brechenden Winkel γ, den Brechungsexpon. n des Prisma's und den Einfallswinkel e des Strahls Sa. Es ist nämlich:

$$\sin e = n \sin r; \quad \sin \rho = n \sin \varepsilon;$$

$$\gamma = (r + \varepsilon) \text{ und } \alpha = \rho + e - (\varepsilon + r), \text{ also auch: } \alpha = \rho + e - \gamma.$$

D. h.: „die prismat. Ablenkung ist = der Summe des Einfallswinkels und des Brechungswinkels, vermindert um den brechenden Winkel."

Wichtig ist vor allem zu erfahren, wann α ein Minimum wird; dazu muss $\rho + e$ ein Minimum werden. Nun gilt gemäss der Gleichgn.:

$$\sin e = n \sin r \text{ und: } \sin \rho = n \sin \varepsilon;$$

$$\sin \rho + \sin e = n(\sin \varepsilon + \sin r); \ (1) \qquad \sin \rho - \sin e = n(\sin \varepsilon - \sin r), \ (2)$$

welche übergehen in:

$$\sin \frac{1}{2}(\rho + e) \cos \frac{1}{2}(\rho - e) = n \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\varepsilon - r}{2} \ (1) \text{ und:}$$

$$\cos \frac{\rho + e}{2} \sin \frac{\rho - e}{2} = n \cos \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\varepsilon - r}{2}. \ (2)$$

Bildet man: 1 $\cos \frac{\gamma}{2}$ und: 2 $\sin \frac{\gamma}{2}$, quadrirt und addirt, setzt:

$$\cos^2\left(\frac{\rho + e}{2}\right) = 1 - \sin^2\left(\frac{\rho + e}{2}\right) \text{ und ebenso: } \cos^2\left(\frac{\rho - e}{2}\right) = 1 - \sin^2\left(\frac{\rho - e}{2}\right)$$

so wird schliesslich:

$$\sin^2 \frac{\rho + e}{2} = \sin^2 \frac{\gamma}{2} \left(1 + \frac{(n^2 - 1)\cos^2 \frac{\gamma}{2}}{\cos^2 \frac{\gamma}{2} - \sin^2\left(\frac{\rho - e}{2}\right)}\right).$$

Daraus geht hervor, dass $\rho + e$ ein Minimum ist für $\rho = \varepsilon$; in diesem speziellen Falle ist dann $r = \varepsilon$. D. h. Linie $ab = bc$ und die Ablenkung $\alpha = 2c - \gamma$.

Unser Resultat sagt demnach aus, dass die Ablenkung des Strahls ein Minimum ist, wenn der Eintrittswinkel e = dem Austrittswinkel ρ ist, oder wenn der Strahl innerhalb des Prisma's ⊥ zur Halbirungslinie des brechenden Winkels γ verläuft.

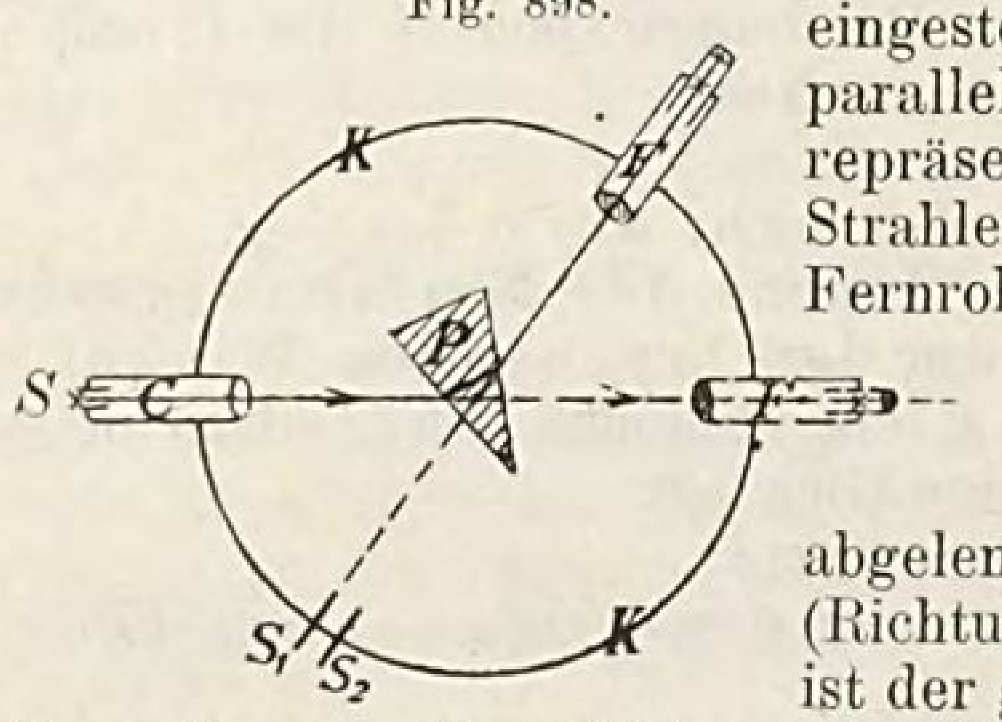
Da nun: $e = \frac{\alpha + \gamma}{2}$ und: $r = \frac{\gamma}{2}$ ist, so wird: $n = \frac{\sin e}{\sin r} = \frac{\sin \frac{\alpha + \gamma}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}}$. Im Fall des Minimums der Ablenkung kann der Brechungsexpon. also sehr leicht aus dieser Minimal-Ablenkung α und dem brechenden Winkel γ des Prisma's berechnet werden. Da der Brechungsexpon. der verschiedenen Substanzen in der Optik eine der wichtigsten Grössen ist, insofern die Berechnung der Linsen und aller optischen Apparate, der Farbenzerstreuung u. s. w, auf ihm beruhen, so ist seine genaue Bestimmung eine Hauptaufgabe der Optik.

e. Experimentelle Bestimmung des Brechungsexpon. fester Körper.

1. Wie aus dem Vorigen sich ergiebt ist die einfachste Methode der Bestimmung des Brechungsexpon. eines festen Körpers die folgende: Man schneidet aus dem

zu untersuchenden Körper ein Prisma oder schleift einfach 2 gegen einander geneigte Flächen an und bestimmt die Minimal-Ablenkung α und den Winkel γ, welchen die beiden brechenden Flächen mit einander bilden. Es ist dann: $n = \frac{\sin\frac{\alpha+\gamma}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}}$. Wie man den Winkel γ zweier Flächen bestimmt, ist S. 958 erläutert worden. Es bleibt also nur noch übrig, die Methode der Bestimmung von α zu beschreiben. Dazu dient wiederum das Goniometer von Wollaston, Fig. 898, auf dessen Theilkreis K das Prisma P so gestellt wird, dass sich die Axen des Kollimatorrohrs C und des Fernrohrs F bei belieb. Drehung des Fernrohrs und des Prismas im Hauptschnitt des letztern bewegen. Sendet das Kollimatorrohr parallele Strahlen aus, so sieht man durch das auf ∞ eingestellte Fernrohr F ein Bild des der Prismenkante parallel gestellten Spalts und die Axe des Fernrohrs repräsentirt die Richtung der auf dasselbe treffenden Strahlen. Man stellt demnach das Fadenkreuz des Fernrohrs ein mal auf den direkt gesehenen Spalt S (Richtung SF) ein, bringt dann das Prisma P in die Mitte des Theilkreises und dreht Fernrohr und Prisma so lange, bis das am wenigsten abgelenkte Spaltbild S_1 am Fadenkreuz erscheint (Richtung der Strahlen S_1F); der Drehungswinkel FF_1 ist der gesuchte Winkel α des Minimums der Ablenkung. Dass S_1 von allen Bildern des Spalts am wenigsten abgelenkt ist, erkennt man daran, dass jetzt bei belieb. Drehung des Prismas das Bild S_1 stets nach S_2 wandert. Da die Strahlen verschiedener Wellenlänge verschieden gebrochen werden, so ist auch das Minimum der Ablenkung, also auch der Brechungsexpon. einer Substanz für die verschiedenen Farben verschieden.

Fig. 898.



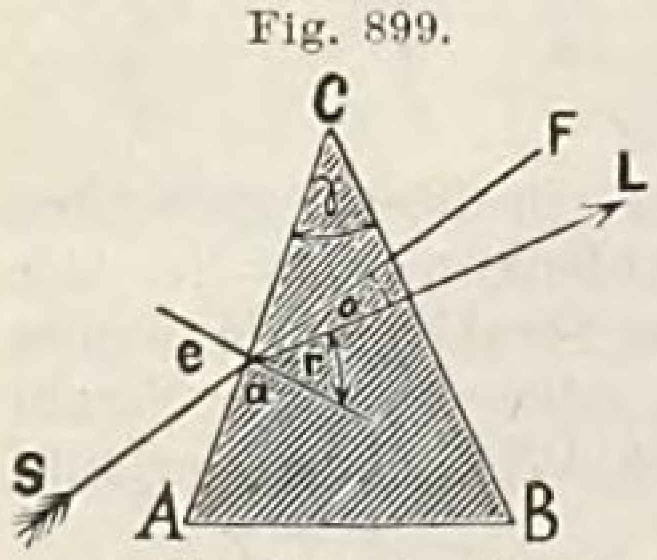
Wie später bei Besprechung der Dispersion des Lichts gezeigt werden wird, ist der Brechungsexpon. also eine Funktion der Wellenlänge. Man nennt nun die Differenz der Brechungsexpon. einer Substanz für 2 bestimmte Wellenlängen das Dispersions-Vermögen dieser Substanz.

2. Anstatt des Minimums der Ablenkung kann man diejenige Ablenkung α messen, welche der auf AC fallende Strahl SaF, Fig. 899, mit dem gebrochenen $\perp$ zur Fläche BC austretenden Strahl aL bildet. Es ist dann:

$$n = \frac{\sin e}{\sin r} = \frac{\sin(\alpha+\gamma)}{\sin\gamma},$$

wo der brechende Winkel γ ganz wie vorhin, $\measuredangle\ \alpha$ aber wie folgt zu messen ist: Man stellt mittels des Gauss'schen Okulars das Fernrohr $F \perp$ zu BC und dreht dasselbe zugleich mit dem Prismen-Tischchen, bis das Bild des Spalts am Fadenkreuz erscheint. Hierauf nimmt man das Prisma fort und stellt auf den direkt gesehenen Spalt ein (Richtung FaS); der Drehwinkel des Fernrohrs ist der Winkel α.

Fig. 899.



3. Abbe hat die Methode dadurch wesentlich vereinfacht, dass er die an BC $\perp$ gespiegelten Strahlen beobachtete. In diesem Falle gehen die vom Spalt kommenden Strahlen auf demselben Wege zurück und man kann daher Fernrohr und Kollimatorrohr vereinigen. Dazu bringt man im Fokus einen Spalt an, dessen eine Hälfte seitlich erleuchtet wird und dreht das Prisma so lange, bis durch die an BC gespiegelten Strahlen die obere Spalthälfte erleuchtet ist. Stellt man darauf das Kollimator-Fernrohr $\perp$ zur Fläche AC, so ergiebt die Drehung den Einfallswinkel e, und es ist der zu e gehörige Brechungswinkel: $r = \gamma$ woraus einfach: $n = \frac{\sin e}{\sin\gamma}$ folgt.

Der brechende Winkel γ wird durch die auf einander folgende Senkrechtstellung des Fernrohrs auf die Prismenflächen AC und BC erhalten.

f. Bestimmung der Brechungsexpon. flüssiger Substanzen.

Bei genügender Menge der Flüssigkeit bringt man dieselbe in ein Hohlprisma, Fig. 900, welches parallel der Basis längs ab durchbohrt ist und dessen Oeffnungen bei a und b mit planparallelen Platten geschlossen werden. Letztere bringen keine Ablenkung hervor; ein Strahl $SabF$ erhält also seine Brechung nur durch das Flüssigkeitsprisma, woraus hervor geht, dass die Bestimmung des Brechungsexpon. der eingeschlossenen Flüssigkeit ganz auf dieselbe Weise geschieht, wie bei einem Glasprisma.

Fig. 900.

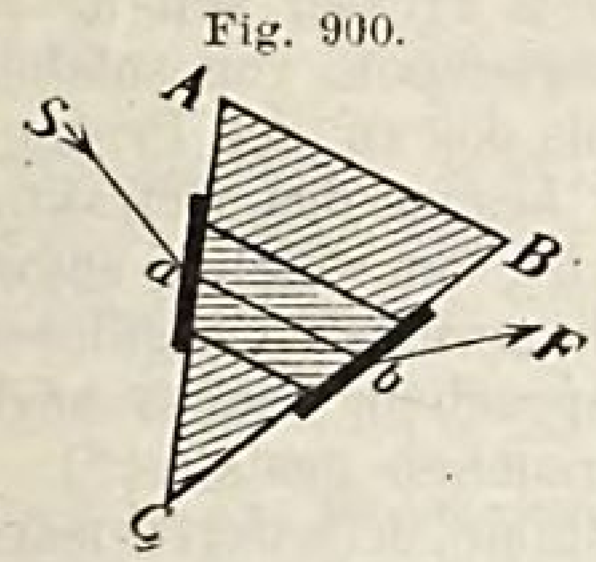
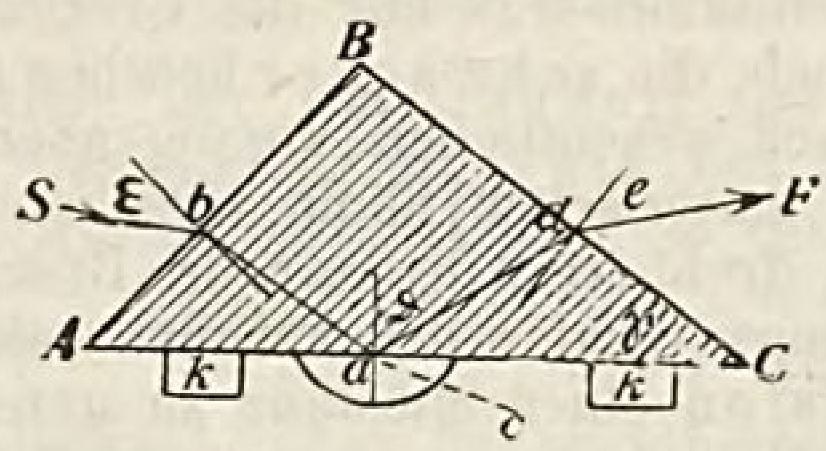


Fig. 901.



In den weitaus meisten Fällen hat man nur eine geringe Menge der zu untersuchenden Substanz zur Verfügung z. B. die Flüssigkeiten, welche die Linse des menschlichen Auges umgeben. Man benutzt dann das Prinzip der totalen Reflexion des Lichts; und zwar führen verschiedene Methoden zum Ziel, deren gebräuchlichste kurz angegeben werden sollen.

1. **Methode.** Man bringt an das auf den Klötzen k k ruhende Prisma ABC, Fig. 901, bei a einen Tropfen der betr. Substanz. Das Prisma sei stärker brechend, als die Substanz. Fallen dann von S Lichtstrahlen auf AB, so werden sie bei kleinem Einfallswinkel ε längs bac gehen. Wird ε grösser, so auch $\angle\ \vartheta$, und sobald ϑ der Grenzwinkel für die Substanz (n) und das Prisma (γ) geworden ist, wird das Licht bei a total reflekt. und tritt bei d nach F aus. Der Austrittswinkel e dieses total reflekt. Strahls lässt sich beobachten und somit n finden, wenn noch der brechende Winkel γ und der Brechungsexpon. ν des Prismas bekannt sind. Denn es gilt in Folge der totalen Reflexion: $\frac{\nu \sin \vartheta}{n} = 1$. Aus $\triangle\ adC$ folgt aber: $\vartheta = r + \gamma$, so dass wir erhalten: $n = \nu \sin (r + \gamma)$, wo für r der aus der Gleichg. $\sin r = \frac{\nu}{\sin e}$ erhaltene Werth einzusetzen ist.

2. **Methode; Abbe's Refraktometer.** Dasselbe besteht im wesentlichen aus 2 gleichen rechtwinkl. Flintglas-Prismen P und P_1, zwischen deren Hypothenusen-Flächen die Flüssigkeit als dünne Schicht $\sigma\sigma$ gebracht wird, so dass das Ganze eine planparallele Platte vorstellt Ein Lichtstrahl Sa tritt also bei b parallel zu Sa nach einem Fernrohr F aus, und das ganze Fokusfeld desselben ist hell. Wird das Doppelprisma in Richtung des Pfeils gedreht, so wächst der Einfallswinkel e und damit ϑ; ist er für die gerade parallel der Fernrohraxe laufenden Strahlen $=$ dem totalen Reflexionswinkel zwischen dem Prisma (ν) und der Flüssigkeit (n), so gilt: $\sin \vartheta = \frac{n}{\nu}$; und während die obere Fokushälfte dunkel, ist die untere noch hell. Diese Stellung ist stets mit grosser Genauigkeit wieder zu finden und so auch der Winkel e, für welchen die Axenstrahlen total reflekt. werden. Kennen wir noch γ, so ist: $\vartheta = r + \gamma$ und: $n = \nu \sin (r + \gamma)$, wo r gefunden wird aus der Gleichg.: $\sin e = \nu \sin r$.

Fig. 902.

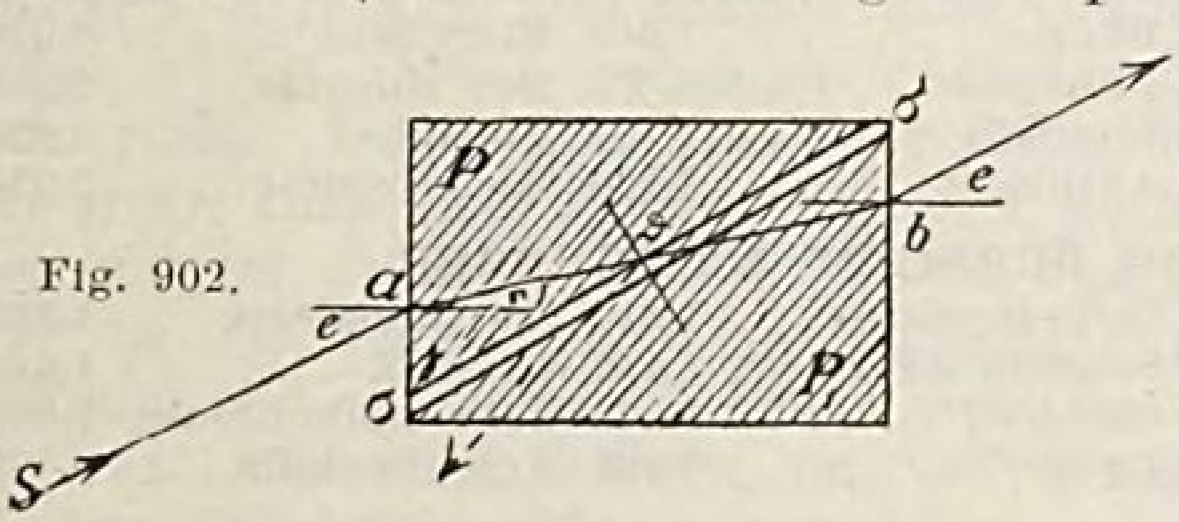
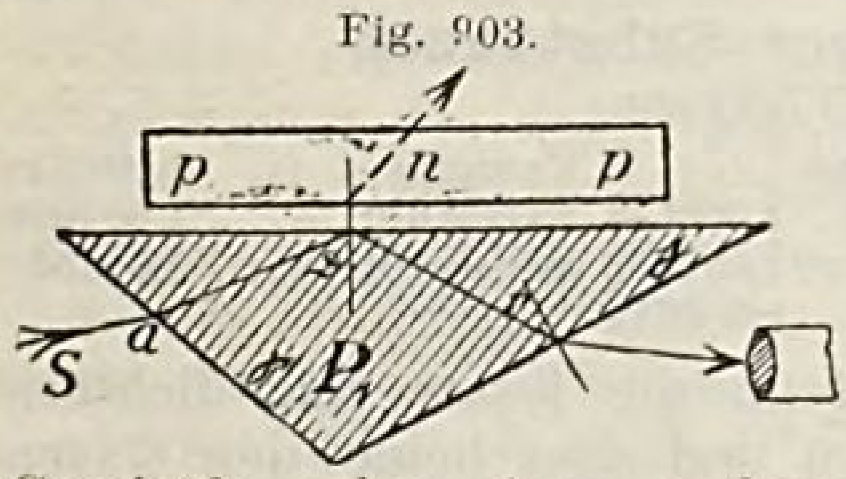


Fig. 903.

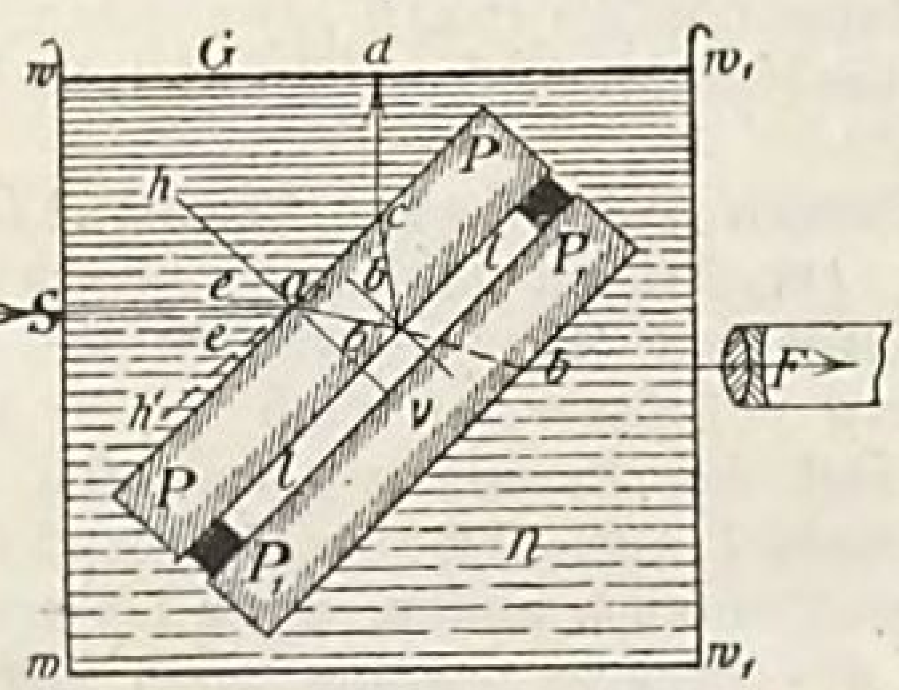


Das Abbe'sche Refraktometer gestattet gleichzeitig den Brechungsexpon. von Planparallelplatten und undurchsichtigen Gläsern zu bestimmen, wenn man das Prisma P fortnimmt und an Stelle dessen mittels Cassiaöls oder einer andern stark brechenden konsistenten Flüssigkeit die zu untersuchende Platte pp an P_1 befestigt, Fig. 903. Da die unendlich dünne Flüssigkeitsschicht als planparallel anzusehen ist, gilt für den totalen Reflexionswinkel ϑ eines auf P_1 fallenden Strahls Sa wieder: $\sin \vartheta = \frac{n}{\nu}$; also wird, da auch

hier: $\vartheta = r + \gamma$ und $\sin e = \nu \sin r$ ist, ebenso wie vorhin: $n = \nu \sin (r + \gamma)$, wo $\sin r = \frac{\sin e}{\nu}$ ist und e beobachtet werden kann. Damit keine Totalreflexion zwischen dem Prisma und der Flüssigkeit eintritt, muss der Brechungsexpon. der letztern grösser sein, als derjenige des Prismas. Leider muss auch ν stets grösser sein als n, so dass mittels des Abbe'schen Refraktometers nur die Brechungsexpon. von solchen Substanzen bestimmt werden können, die schwächer brechen als das zu den Prismen verwendete Flintglas. Einen ganz wesentlichen Vorzug aber besitzt das Refraktometer darin, dass es mit einer empirischen Skala versehen ist, an welcher sofort durch die mit dem Doppelprisma drehbare Alhydade die Brechungsexpon. abgelesen werden können, die diesem Drehungswinkel e des Prismas entsprechen, wie es auch auf einfache Weise die Dispersion einer Substanz zu untersuchen gestattet*).

3. Methode. Diese von E. Wiedemann ersonnene Methode erfordert wieder eine grössere Menge Flüssigkeit. In einem Glasgefäss G, Fig. 904, mit parallelen Wänden w und w_1 sind 2 durch eine dünne Luftschicht l getrennte rings herum aber zusammen gekittete Glasplatten P, P_1 um eine horizontale Axe drehbar und rings von der zu untersuchenden Flüssigkeit n umgeben. Es giebt 2 Stellungen der Platten wo der Lichtstrahl $SabF$ wegen totaler Reflexion zwischen der Glasplatte P und der eingeschlossenen Luftschicht l nach cd zurück geworfen wird und somit für das Fernrohr F verschwindet. Denn ist dies der Fall für einen Einfallswinkel $e = Sah$, so auch wenn die Platten so stehen, dass das Loth ah nach ah' fällt. Dieser Drehwinkel $= 2e$ kann also genau gemessen werden, woraus aber, da: $\sin b = \frac{1}{\nu}$ sein muss, folgt: $\sin e = \frac{\nu}{n} \sin b = \frac{1}{n}$ also: $n = \frac{1}{\sin e}$.

Fig. 904.



g. Brechungsexpon. von Gasen.

Der wegen der geringen Dichte der Gase nur kleine Brechungsexpon. wurde theils in Hohlprismen, genauer abermittels des Jamin'schen Interferenz-Apparats gemessen, auf dessen Einrichtung erst später einzugehen sein wird.

h. Resultate vielfacher Messungen von Brechungs-Exponenten.

Die folgenden Tabellen enthalten die nach den vor angegebenen Methoden aufgesuchten Brechungsexpon. fester und flüssiger Körper gegen Luft und die absoluten Brechungsexpon. einiger gasförmigen Körper.

α. Brechungs-Exponenten fester Substanzen:

Eis	1,310	Crownglas	1,534	Benzoe	1,569	Bleiglätte	2,076
Alaun	1,457	Zucker	1,545	Flintglas	1,6 bis 2,0	Bor Bleiglas	2,130
Opal	1,479	Bernstein	1,547	Steinkohle	1,701	Phosphor	2,820
Butter	1,480	Asphalt	1,579	Anthrazit	1,720	Bleichromat	2,926

β. Brechungs-Exponenten flüssiger Substanzen.

Essigsaur. Kupfer	1,333	Alkohol	1,370	Salpetersäure	1,410	Canadabalsam	1,532
Wasser	1,336	Kochsalzlösung	1,375	Schwefelsäure	1,440	Cassiaöl	1,640
Essig	1,347	Kalilauge	1,390	Olivenöl	1,469	Schwefelkohlenst.	1,680
Ammoniak	1,349	Salzsäure	1,401	Leinöl	1,485	Arsenbromür	1,781
Aether	1,358						

γ. Brechungs-Exponenten gasförmiger Substanzen (bezogen auf die D Linie und 0°, 760 mm).

Wasserstoff	1,000140	Stickoxyd	1,000303	Schwefelwasserstoff	1,000644	Cyangas	1,000834
Sauerstoff	1,000272	Kohlenoxyd	1,000340	SchwefligeSäure	1,000665	Salzäther	1,001059
Atmosph. Luft	1,000294	Kohlensäure	1,000449	Chlor	1,000772	Schwefeläther	1,00153
Stickstoff	1,000300						

Man erkennt aus diesen Zahlen, dass im allgem. die festen und dichtern Körper stärker brechen als die flüssigen und leichtern und dass beide den Gasen ganz beträchtlich überlegen sind. Daraus darf aber nicht geschlossen werden, dass der Brechungsexpon. der Dichte proportional sei. Im Gegentheil ändert er sich mit der Dichte sehr unregelmässig und nicht nur für verschiedene, sondern auch für einen und denselben Körper. Wird nämlich ein Körper erwärmt und

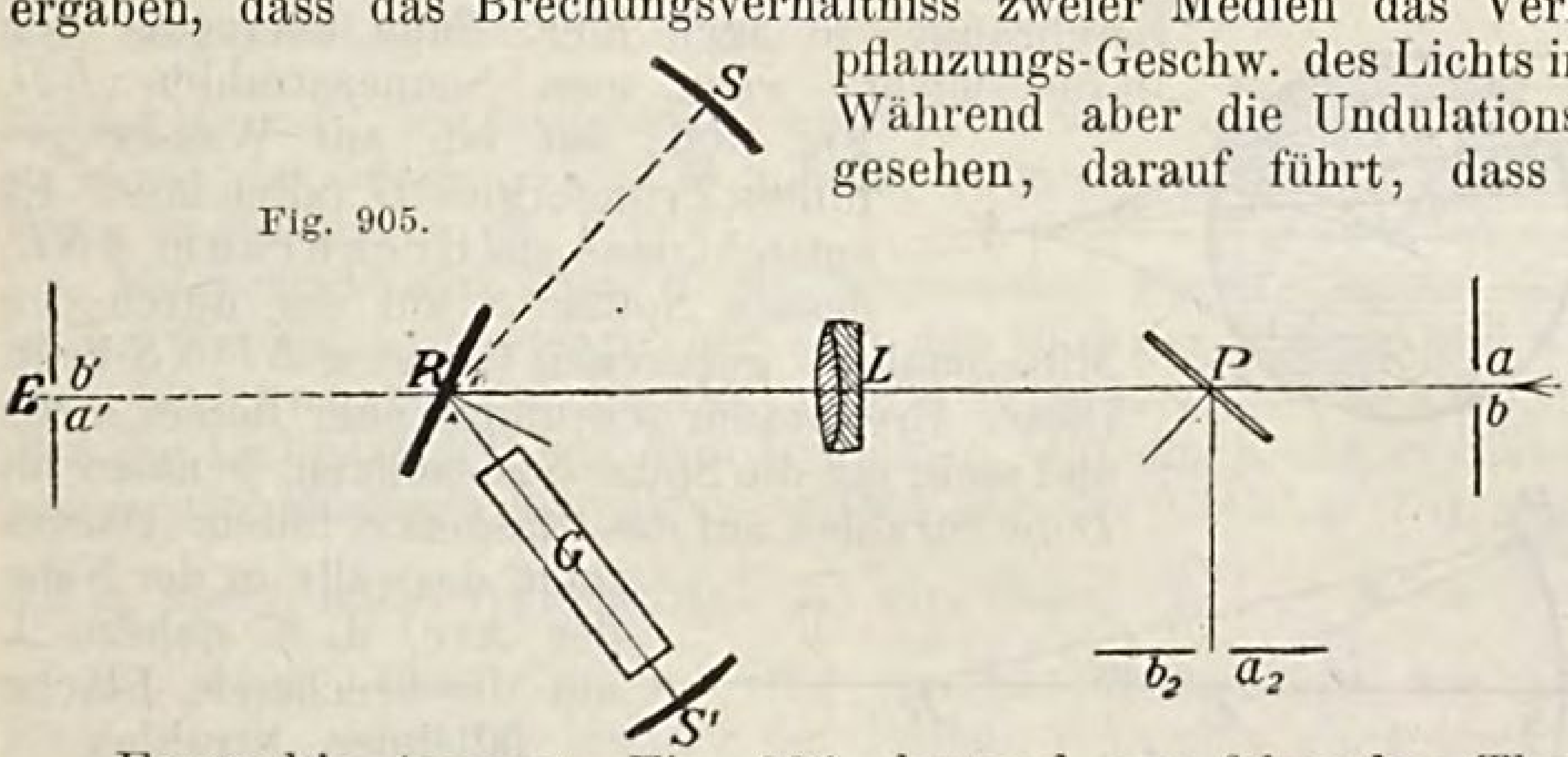
*) Abbe. Neue Apparate; Jena.

dadurch weniger dicht, so nimmt der Brechungsexpon. bei einigen schneller, bei andern proportional, bei noch andern langsamer als die Dichte des Körpers ab. Man hat in dieser Hinsicht vielfache Versuche angestellt und für manche Fälle auch Gesetze aufgefunden. So ist nach *Biot* und *Arago* die brechende Kraft ($n^2 - 1$) für ein Gas proportional seiner Dichte d; d. h. $\frac{n^2 - 1}{d}$ ist für alle Gase konstant. Für viele der von *Landolt* untersuchten Stoffe galt ferner das Gesetz, dass, wenn p das Molekulargewicht des Körpers (p ist das Produkt des Atomgewichts mit der Anzahl der Atome), n sein Brechungsexpon. und d seine Dichte bedeutet, die Molekular-Refraktion: $r = p\,\frac{n-1}{d}$ als konstant anzusehen ist. Auch ist die Molekular-Refrakt. einer Verbindung (chemisch oder mechanisch) = der Summe der Molekular-Refraktionen der Bestandtheile; hiernach lassen sich r und n einer Verbindung aus den Werthen von r und n der Bestandtheile berechnen.

i. Foucault's Versuch zur Widerlegung der Emissions-Theorie.

Ehe wir zur Besprechung der Brechung an *gekrümmten* Flächen übergehen, wollen wir den sinnreichen Versuch *Foucault's* beschreiben, der direkt die Emissions-Theorie zu gunsten der Undulations-Theorie widerlegte. Beide Theorien ergaben, dass das Brechungsverhältniss zweier Medien das Verhältniss der Fortpflanzungs-Geschw. des Lichts in ihnen sein müsse. Während aber die Undulations-Theorie wie wir gesehen, darauf führt, dass die Geschw. im dichtern Medium *kleiner* sei als im dünnern, führt die Emiss.-Theorie auf eine *grössere* Geschw. der Fortpflanzung im dichtern Mittel.

Fig. 905.



Foucault's Apparat, Fig. 905, bestand aus folgenden Theilen: Durch eine kleine Oeffnung ab fallen Sonnenstrahlen auf die achromat. Linse L, welche in E das Bild $a_1 b_1$ von ab entwirft. In der Entfernung LR von L war ein äusserst schnell rotirender Spiegel aufgestellt, dessen Drehaxe das Zentrum der Hohlspiegel S und S' war und deren Halbm. = ER genommen wurden. Bei der Stellung des Spiegels R in Fig. 905 werden alle Strahlen nach S_1 und von dort auf demselben Wege wieder zurück gehen, so dass das Bild von ab gerade mit der Oeffnung ab sich deckt. Damit man das Bild für sich betrachten kann, wird eine unter 45° gegen die Linsenaxe geneigte Platte P aufgestellt, welche das Bild nach $a_2 b_2$ reflekt. Bei anderer Stellung des rotirenden Spiegels R gehen alle Strahlen nach S und von da auf demselben Wege zurück, ein mit $a_2 b_2$ zusammen fallendes Bild der Oeffnung ab entwerfend. Dreht sich R so schnell, dass während derjenigen Zeit, die der Lichtstrahl braucht, um von R nach S (S_1) und zurück zu gehen, R einen kleinen Winkel beschrieben hat, so wird das von S (S_1) entworfene Bild $a_2 b_2$ verschoben erscheinen und zwar um so mehr, je mehr Zeit der Lichtstrahl zur Zurücklegung des doppelten Weges RS (RS_1) gebrauchte. Foucault brachte nun zwischen R und den Hohlspiegel S_1 eine 2 m lange mit Wasser gefüllte Röhre G und fand, dass jetzt das von S_1 erzeugte Bild $a_2 b_2$ eine merklich grössere Verschiebung erfuhr als das von S erzeugte Bild. Dieser Versuch zeigte also unzweideutig, *dass die Lichtgeschw. in einer Substanz mit der Dichte derselben abnimmt*, ganz wie es die Undulations-Theorie verlangt und er machte damit eigentlich erst die letzten Vertheidiger der Emissions-Theorie verstummen.

k. Brechung an gekrümmten Flächen.

Das Gesetz der Brechung gilt für beliebig kleine *ebene* brechende Flächen. Zerlegen wir demnach eine krumme brechende Fläche in ∞ kleine ebene Flächenelem., nehmen die auf ihnen errichteten Flächennormalen zu Einfallslothen, so ist

damit die Aufgabe der Brechung an beliebig gestalteter Oberfläche zurück geführt auf die bekannte Brechung an Ebenen. Auch lässt sich daraus sofort erkennen, dass die Brechung eine regelmässige ist, wenn die Krümmung der Fläche eine gesetzmässige ist und dass nur in diesem Falle möglicherweise ein Bild von einem Gegenstand entstehen kann. Damit letzteres eintritt, müssen alle von einem leuchtenden Punkte auf die brechende Fläche treffenden Strahlen sich nach der Brechung entweder wirklich oder verlängert in einem einzigen Punkte schneiden. Derartige Flächen heissen **aplanatische**; dieselben sind stets **Rotationsflächen** und ihre Axenschnitte Kurven 4. Ordnung. Für parallel einfallende Strahlen stellt die Meridiankurve einen Kegelschnitt dar; und zwar ist es eine Ellipse oder Hyperbel, je nachdem das Licht aus dem dünnern in das dichtere Medium geht oder umgekehrt. In der Praxis wendet man, der leichtern Herstellbarkeit wegen, gewöhnlich sphärisch gekrümmte brechende Flächen an, die trotz ihres Nichtaplanatismus unter gewissen Bedingungen deutliche Bilder liefern. Wir beschäftigen uns daher hier nur mit der Theorie der in der praktischen Optik angewendeten:

I. Brechung an Kugelflächen.*)

Ebenso wie bei der Reflexion an Kugelflächen alle von einem Punkte ausgehenden Strahlen nach der Reflexion eine Brennfläche einhüllen, die sich bei geringer Oeffnung des Spiegels auf einen Punkt beschränkt, so auch hier. Man überzeugt sich davon leicht, wenn man Sonnenstrahlen LD, Fig. 906, auf ein mit Wasser gefülltes Zylinderglas G fallen lässt. Es entsteht dann ein **Brennraum** ASB, dessen Spitze S auf der durch den Mittelpunkt C gezogenen Geraden $LDCS$ liegt. Dieser Brennraum schrumpft aber immer mehr und mehr auf die Spitze S zusammen, je näher an D die Strahlen auf das Glasgefäss fallen. Daraus folgt, dass alle in der Nähe der Axe, d. h. nahezu ⊥ auf die brechende Fläche fallenden Strahlen — Zentralstrahlen — sich nahezu in **einem Punkte vereinigen**. Dieses Resultat ergiebt sich auch analytisch und zwar folgendermassen.

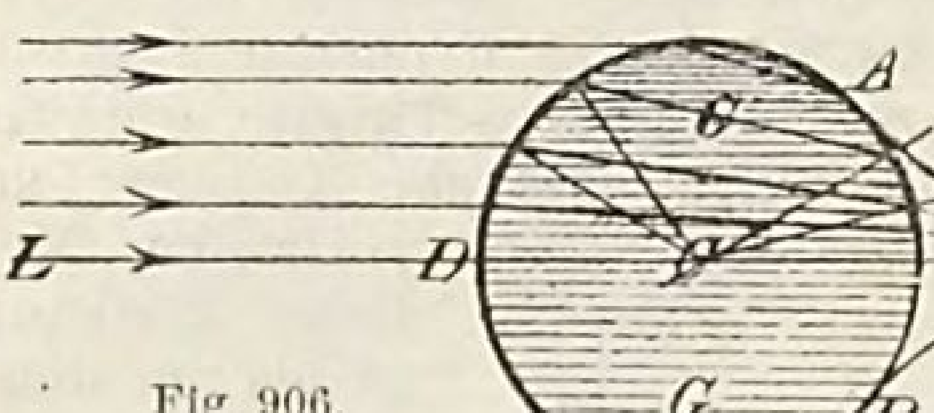


Fig. 906.

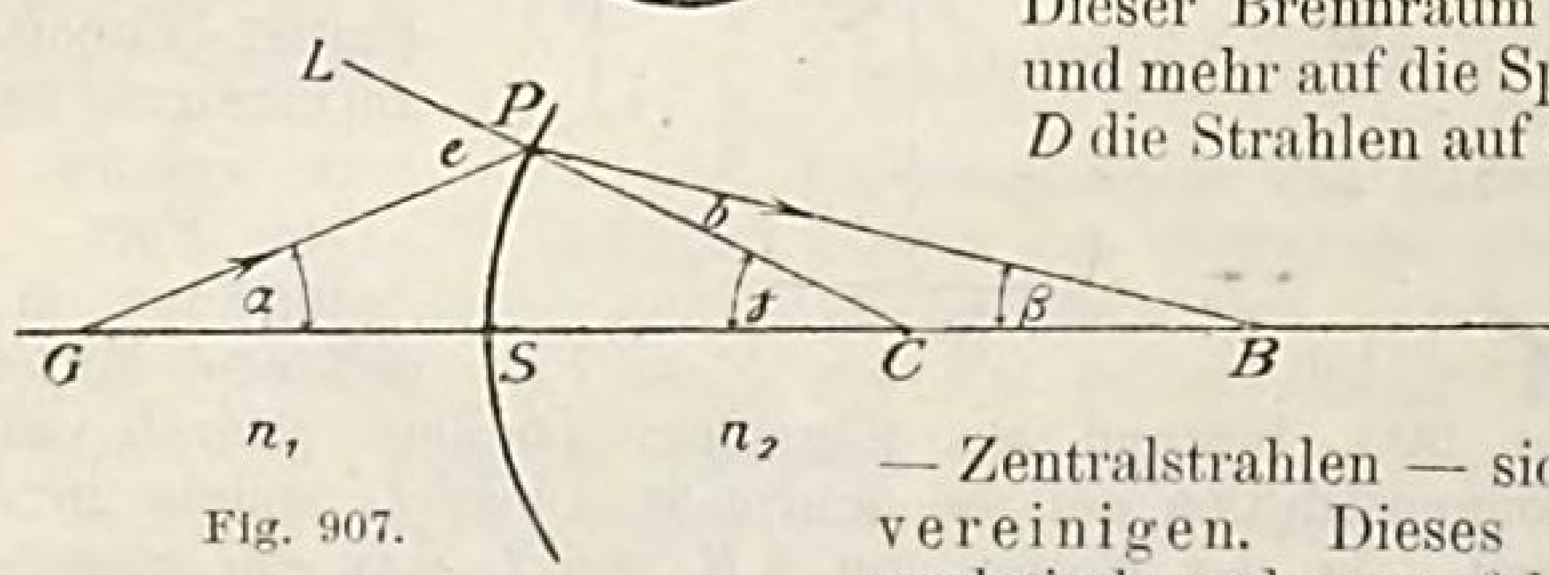


Fig. 907.

Es sei C, Fig. 907 der Mittelpunkt der Kugelfläche SP und G ein ausserhalb liegender leuchtender Punkt. Der normal auf die Kugelfläche bei S treffende Strahl GS geht ungebrochen durch den Mittelpunkt C; wir nennen darum die Linie GSC die Axe und S den Scheitel der brechenden Fläche. Ein anderer Strahl GP wird bei P gebrochen, und trifft die Axe GSC, event. die Verlängerung derselben nach rückwärts, in einem Punkte B dessen Entfernung von S wir bestimmen wollen.

Ist n_1 das Brechungsverhältniss des Mediums, aus welchem die Strahlen kommen, n_2 desjenigen, in welches sie eintreten, ferner $\angle GPL = e$ und $\angle BPC = b$, so gilt nach dem Brechungsgesetz: $n_1 \sin e = n_2 \sin b$.

Aus den Dreiecken GPC und BPC folgt aber:

$$\frac{\sin GPC}{\sin CGP} = \frac{GC}{PC} \text{ und: } \frac{\sin BPC}{\sin PBC} = \frac{BC}{PC},$$

also durch Division beider Gleichgn.: $\dfrac{\sin GPC}{\sin CGP} \cdot \dfrac{\sin PBC}{\sin BPC} = \dfrac{GC}{BC}$.

Sei noch: $\angle PGC = \alpha$, $\angle PBC = \beta$, $\angle PCG = \gamma$, so wird die letzte Gleichg., da: $\sin e = \sin(180 - e)$ und: $\dfrac{\sin e}{\sin b} = \dfrac{n_2}{n_1}$ ist: $\dfrac{n_2 \sin\beta}{n_1 \sin\alpha} = \dfrac{GC}{BC}$ oder:

$$\frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{GP}{BP} = \frac{GC}{BC}, \text{ insofern im } \triangle GBP \text{ gilt: } \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{PB}{GP}.$$

*) Helmholz. Mathemat.-physik. Exkurse. Wissenschaftl. Abhandl., Bd. II. S. 83.

Wir wollen uns nun auf die nahezu $\perp$ auf PS treffenden Strahlen, d. h. auf die Zentralstrahlen beschränken, für welche P in der unmittelbaren Nähe des Scheitels liegt. Dann können wir setzen: $GP = GS$ und $BP = SB$ und erhalten somit:

$$\frac{n_2}{n_1} \frac{GS}{BS} = \frac{GC}{BC}. \qquad \text{(I.)}$$

Bezeichnen wir den Halbm. SC mit r, die Entfernung GS mit f_1 und BS mit f_2, so wird die letzte Gleichg. nach f_2 aufgelöst: $f_2 = \frac{n_2 f_1 r}{n_2 f_1 - n_1 (f_1 + r)}$.

Für einen bestimmten Werth von f_1 erhalten wir auch nur einen Werth von f_2, welches auch immer der Werth von PS sein möge. Die Gleich. (I.) sagt also nichts anderes aus, als dass alle vom leuchtenden Punkt G ausgehenden Zentralstrahlen in einem Punkte B vereinigt werden.

Gewöhnlich schreibt man die Gleichg. (I.) anders; man formt sie um in:

$$\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{r}. \qquad \text{(II.)}$$

Für $f_1 = \infty$ wird: $f_2 = F_2 = \frac{n_2 r}{n_2 - n_1}$ und für $f_2 = \infty$ wird: $f_1 = F_1 = \frac{n_1 r}{n_2 - r_1}$, wo F_1 und F_2 die Hauptbrennweiten der brechenden Fläche bedeuten. Diese in (II.) eingeführt, giebt:

$$\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1 \qquad \text{(IIa.)}$$

woraus f_1 und f_2 leicht gefunden werden. Sollte dabei f_1 oder f_2 negativ werden, so heisst das, dass G und B auf der entgegen gesetzten Seite von S, als in der Figur angenommen ist, liegen.

Betrachten wir jetzt B als leuchtenden Punkt, so ist G sein Bild. Zwei solche Punkte, von denen der eine das Bild des andern und umgekehrt, heissen auch hier konjugirte Punkte. Wir erhalten also die Gleichgn. für den Fall, dass die Lichtstrahlen aus dem Medium n_2 auf die Konkavseite des kugelförmig begrenzten Mediums n_1 fallen, einfach aus der Gleichg. (II.), indem wir darin n_1 mit n_2 und f_1 mit f_2 vertauschen. Es wird dann: $\frac{n_2}{f_2} + \frac{n_1}{f_1} = \frac{n_1 - n_2}{r} = \frac{n_2 - n_1}{-r}$, woraus folgt, dass Gleichg. (II.) sowohl für konvexe wie konkave brechende Flächen gilt, wenn für letztere der Halbm. r negativ genommen wird.

Ein spezieller Fall ist der, wo $r = \infty$, d. h. die brechende Fläche eine Ebene ist.

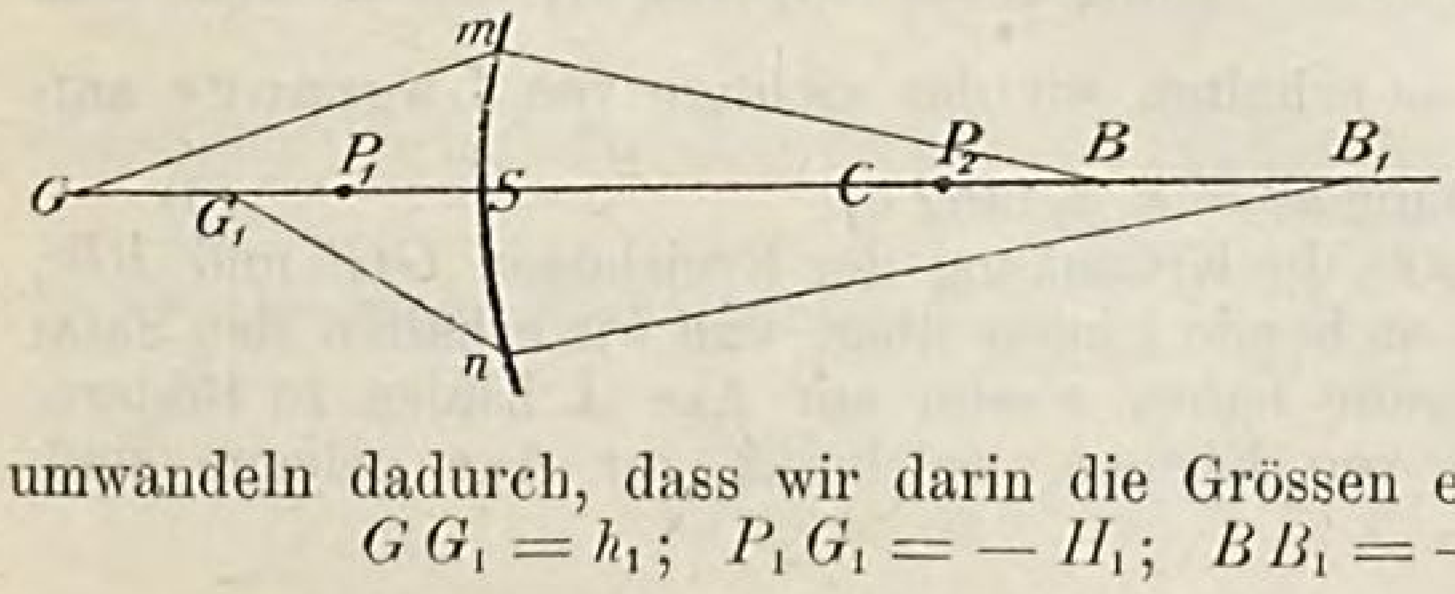
Es wird hierfür: $f_2 = -\frac{n_2}{n_1} f_1$; demnach liegt das Bild auf derselben Seite mit dem Gegenstande, und zwar um so näher der brechenden Ebene, je stärker brechend das I. Medium n_1 im Vergleich zum II. Medium n_2 ist, ganz wie wir früher gefunden.

Ebenso leicht lassen sich aus Gleichg. (II.) die Gesetze der Spiegelung an gekrümmten Spiegeln ableiten, wenn man darin $n_2 = -n_1$ setzt und die Bezeichnung gemäss der bei der Reflexion eingeführten abändert.

m. Beziehungen zwischen den Abständen konjugirter Punkte von andern konjug. Punkten und den Haupt-Brennpunkten.

Es sei B, Fig. 908, der Bildpunkt von G und B_1 derjenige von G_1 also B, G und B_1, G_1 zwei Paare konjug. Punkte in Bezug auf die brechende Fläche mSn, welche die Haupt-Brennweiten $P_1 S = F_1$ und $P_2 S = F_2$ habe. Setzen wir wieder $SG = f_1$ und $SB = f_2$, so gilt nach dem Frühern:

Fig. 908.



$\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1$; ebenso aber: $\frac{F_1}{\varphi_1} + \frac{F_2}{\varphi_2} = 1$, wenn SG_1 mit φ_1 und SB_1 mit φ_2 bezeichnet wird. Wir wollen diese Gleichgn. umwandeln dadurch, dass wir darin die Grössen einführen:

$$GG_1 = h_1;\quad P_1 G_1 = -H_1;\quad BB_1 = -h_2;\quad B_1 P_2 = -H_2,$$

wo die mit dem Index 1 bezw. 2 versehenen Grössen von G_1 bezw. B_1 nach rechts bezw. links, oder nach links bezw. rechts liegen, je nachdem sie negatives oder positives Vorzeichen haben. Mit Hilfe der neuen Zeichen wird dann:

$$\left.\begin{array}{l} h_1 = f_1 - \varphi_1 \\ h_2 = f_2 - \varphi_2 \end{array} \text{ und } \begin{array}{l} H_1 = F_1 - \varphi_1 \\ H_2 = F_2 - \varphi_2 \end{array}\right\} \text{ also: } \frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = \frac{F_1}{h_1 + \varphi_1} + \frac{F_2}{h_2 + \varphi_2} = 1,$$

oder: $$F_1 h_2 + F_1 \varphi_2 + F_2 h_1 + F_2 \varphi_1 = h_1 h_2 + \varphi_1 h_2 + h_1 \varphi_2 + \varphi_1 \varphi_2.$$

Nun gilt aber: $\frac{F_1}{\varphi_1} + \frac{F_2}{\varphi_2} = 1$; infolge dessen wird die letzte Gleichg.:

$$h_2 (F_1 - \varphi_1) + h_1 (F_2 - \varphi_2) = h_1 h_2 \text{ oder: } h_2 H_1 + h_1 H_2 = h_1 h_2,$$

welche auch geschrieben werden kann: $\frac{H_1}{h_1} + \frac{H_2}{h_2} = 1 \ldots .$ (3)

So oft wir demnach konjug. Punkte zu Ausgangspunkten der Messung nehmen, erhalten wir stets dieselbe Gleichg. Da wir sie auch erhielten, als wir die Abstände vom Scheitel S ab rechneten und erhalten würden, wenn wir das Zentrum C zum Ausgangspunkt nehmen würden, so folgt, dass der Scheitel S sowohl, als das Zentrum C je sein eigens Bild ist.

Die Gleichg. (3) wird unbrauchbar, wenn G_1 mit P_1 zusammen fällt, da dann h_2 und $H_2 = \infty$ und ferner $H_1 = 0$ wird. In diesem Falle wollen wir setzen:

$$G P_1 = f_1 - F_1 = l_1 \text{ und: } B P_2 = f_2 - F_2 = l_2,$$

wo aber l_1 und l_2 von P_1 und P_2 aus gerechnet sind; wir erhalten dann aus $\frac{F_2}{f_2} + \frac{F_1}{f_1} = 1$ die Gleichg.: $\frac{F_2}{l_2 + F_2} + \frac{F_1}{l_1 + F_1} = 1$, oder, entwickelt, die äusserst einfache Beziehung: $$l_1 l_2 = F_1 F_2. \quad (4)$$

n. Die durch eine brechende Fläche entworfenen Bilder und deren Grösse.

Ist wieder B das Bild von G, so ist auch der durch Rotation der Axe GCB um eine in C vertikal stehende Axe von B beschriebene Kreisbogen BB_1 das Bild vom Kreisbogen GG_1, beschrieben durch G. Es ist also das Bild ein geometrisch ähnliches Abbild des Objekts und das Verhältniss ihrer entsprechenden linearen Abmessungen ist = dem Verhältniss ihrer Abstände vom Kugelmittelp. Da das Bild verkehrt ist, falls wie hier $GC = g_1$ und $BC = g_2$ gleiches Vorzeichen haben,

so schreiben wir: $$-\frac{GG_1}{BB_1} = -\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{g_1}{g_2},$$ welche Gleichg. wird:

$$-\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{f_1 + r}{f_2 - r} = \frac{n_2 f_1}{n_1 f_2} = \frac{f_1 - F_1}{F_1},$$ also schliesslich:

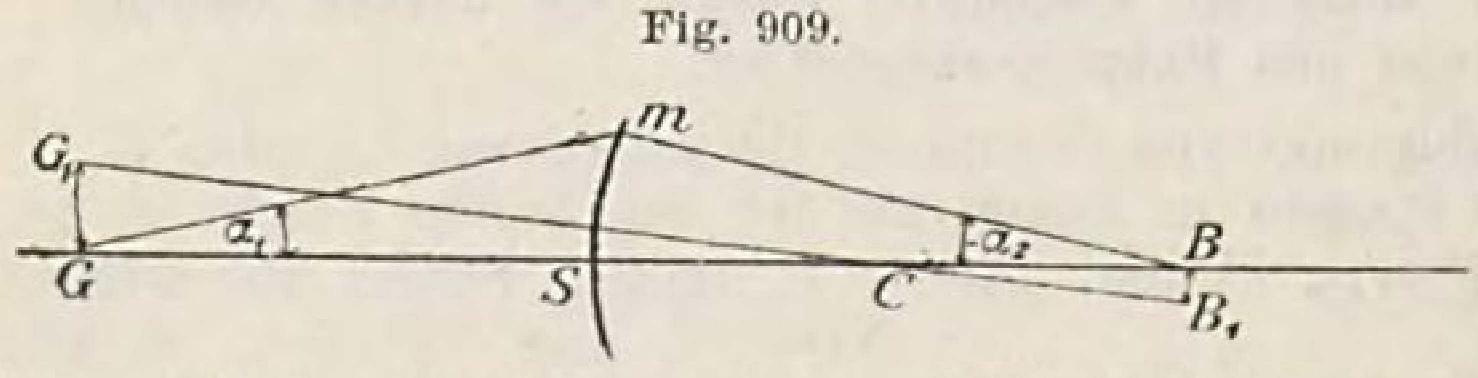
$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{F_1}{F_1 - f_1} = \frac{F_2 - f_2}{F_2}. \quad (5a)$$

Mit Benutzung der Zeichen $l_1 = f_1 - F_1$ und $l_2 = f_2 - F_2$ erhält dieselbe die einfachere Form:

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = -\frac{l_1}{F_1} = -\frac{F_2}{l_2}. \quad (5b)$$

Da die Einfallswinkel der Strahlen an der brechenden Fläche immer sehr klein bleiben sollen, so können wir bei Einführung der Divergenzwinkel α_1 und α_2 setzen:

Fig. 909.



$$Sm = GS \operatorname{tang} \alpha_1 = f_1 \operatorname{tang} \alpha_1;$$
$$Sm = BS \operatorname{tang} \alpha_2 = f_2 \operatorname{tang} \alpha_2.$$

Rechnen wir die Winkel positiv, wenn der Strahl sich in Richtung der als positiv gerechneten Bilder von der Axe entfernt, so wird in unserm Falle: $f_1 \operatorname{tang} \alpha_1 = -f_2 \operatorname{tang} \alpha_2$, und da nach dem Vorigen gilt: $f_1 n_2 = -\frac{\beta_1}{\beta_2} n_1 f_2$, so erhalten wir das wichtige von Lagrange aufgestellte Gesetz: $$n_1 \beta_1 \operatorname{tang} \alpha_1 = n_2 \beta_2 \operatorname{tang} \alpha_2 \quad (6)$$

Vernachlässigen wir in Fig. 909 die Krümmung der Kreisbögen GG' und BB', so gehen dieselben in ⊥ zur Axe stehende Linien über, und wir erhalten den Satz: Senkrecht zur Axe gelegene Gerade haben wieder zur Axe ⊥ Linien zu Bildern. Dasselbe gilt natürlich auch von Ebenen, welche ⊥ zur Axe gelegen sind.

o. Brechung durch beliebig viele konzentrische Kugelflächen.

Man nennt ein System brechender Kugelflächen, deren Zentra alle auf einer Geraden (der optischen Axe des Systems) liegen, ein zentrirtes optisches System. Man unterscheidet bei demselben „vorn“ (die Seite von der das Licht kommt), von „hinten“ (die Seite wohin das Licht geht) und nummerirt die brechenden Flächen demgemäss. Das vor der 1. brechenden Fläche gelegene Medium heisst das erste, das hinter der letzten, das letzte, das zwischen der 4. und 5. das 5. u s. w. Nehmen wir also m brechende Flächen an, so existiren $m+1$ Medien, deren Brechungsexpon. n_1, $n_2 \ldots n_{m+1}$ seien. Wie früher, nehmen wir die Halbm. der brechenden Flächen $\left\{\begin{array}{l}\text{positiv}\\ \text{negativ}\end{array}\right.$, wenn letztere $\left\{\begin{array}{l}\text{konvex}\\ \text{konkav}\end{array}\right.$ nach „vorn“ sind. Uebrigens sprechen wir stets von einem Bilde in einem gewissen Medium, auch wenn das Bild potentiell ist und erst durch Verlängerung der Strahlen über die Grenzen des Mittels hinaus entstehen würde.

Betrachten wir das Bild, welches von der 1. brechenden Fläche entworfen ist als den Gegenstand für die 2., das Bild der 2. als Gegenstand der 3. u. s. w., so folgt aus den für eine brechende Fläche abgeleiteten Gesetzen sofort, dass:

1. homozentr. Strahlen (von einem Punkte ausgegangen) nach allen Brechungen homozentrisch bleiben.

2. ein „vorn“ auf der Axe gelegener Punkt zum Bild wieder einen Punkt auf der Axe hat.

3. das letzte Bild einer ⊥ zur Axe stehenden Geraden wieder eine zur Axe Senkrechte und darum es

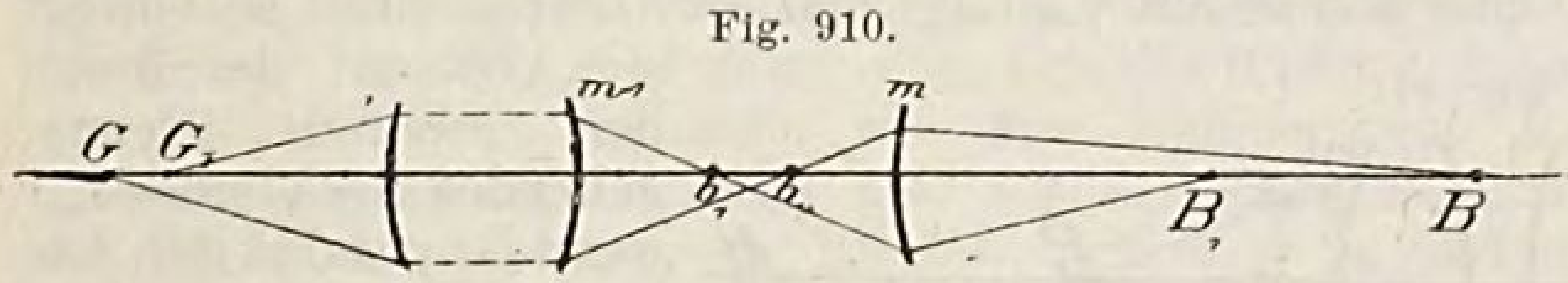
4. geometrisch ähnlich dem ursprünglichen ist.

Durch sukzessive Berechnung kann man also ohne grosse Schwierigkeit Grösse und Lage der letzten Bilder berechnen, wiewohl die Gleichgn. schon bei einer geringen Anzahl brechender Flächen sehr weitläufig werden. Wir wollen darum einige für beliebig viele brechende Flächen giltige Gleichgn. ableiten.

p. Verallgemeinerung von: $\frac{H_1}{h_1} + \frac{H_2}{h_2} = 1$.

Es sei in Fig. 910 mit 1 die 1., mit $(m-1)$ die vorletzte und mit m die letzte brechende Fläche bezeichnet; die Punkte G und B, G_1 und B_1 seien konjug. Punkte in Bezug auf das System, so dass analog der frühern Bezeichnungsweise zu setzen ist: $G\,G_1 = h_1$ und: $B\,B_1 = h_{m+1}$. H_1 = Abstand des 1. Hauptbrennp. von G_1, H_2 = Abstand des 2. von B_1. Wir wollen

Fig. 910.



beweisen, dass dann allgemein gilt: $\frac{H_1}{h_1} + \frac{H_2}{h_{m+1}} = 1$.

Wir wollen zeigen, dass, wenn diese Gleichg. für $(m-1)$ Flächen gilt, sie auch für m Flächen richtig ist. Es folgt daraus, indem sie für eine brechende Fläche bewiesen ist, dass sie für 2, 3 u. s. w. Flächen, also allgemein gilt.

Dazu sei b (b_1) das von den $(m-1)$ Flächen entworfene Bild von G (G_1) und demgemäss: $b\,b_1 = h_m$. Ferner bedeute L_1 (L_2) die Entfernung des ersten (zweiten) Hauptbrennpunktes des $(m-1)$ Flächensystems von G_1 und b_1, während die Abstände der Hauptbrennp. der letzten (m^{ten}) Fläche von den Punkten b_1 und B_1 seien: m_1 und m_2. Es gilt dann gemäss der Voraussetzung: $\frac{L_1}{h_1} + \frac{L_2}{h_m} = 1$, gemäss der Formel für eine brechende Fläche aber: $-\frac{m_1}{h_m} + \frac{m_2}{h_{m+1}} = 1$ demnach durch Verbindung beider Gleichgn.: $\frac{L_1}{L_2}\frac{1}{h_1} + \frac{m_2}{m_1}\frac{1}{h_{m+1}} = \frac{1}{L_2} + \frac{1}{m_1} = \frac{m_1 + L_2}{m_1 L_2}$ oder:

$$\frac{m_1 L_1}{m_1 - L_2}\frac{1}{h_1} + \frac{m_2 L_2}{m_1 - L_2}\frac{1}{h_{m+1}} = 1.$$

Da nun für $h_1 = \infty$ wird: $h_{m+1} = H_2 = \frac{m_2 L_2}{m_1 + L_2}$ und für $h_{m+1} = \infty$ wird:

$$h_1 = H_1 = \frac{m_1 L_1}{m_1 + L_2}, \text{ so erhalten wir schliesslich: } \frac{H_1}{h_1} + \frac{H_2}{h_{m+1}} = 1 \ldots. \quad (7)$$

q. Definition der Kardinalpunkte eines optischen zentrirten Systems.

1. Die Brennpunkte sind diejenigen, in denen sich Strahlen vereinigen, die im ersten oder letzten Mittel parallel der Axe verlaufen.

Brennebenen nennt man die senkr. zur Axe durch die Brennp. gelegten Ebenen. Es werden demnach alle Punkte einer Brennebene ihr Bilder in der Entfernung ∞ haben.

2. Die Hauptpunkte und die durch sie $\perp$ zur Axe gelegten Hauptebenen sind durch folgende Eigenschaften definirt: Der eine ist das Bild des andern und die in den Hauptebenen liegenden Bilder sind gleich gross und gleich gerichtet ($\beta_1 = \beta_2$).

3. Die Knotenpunkte sind so gelegen, dass jeder Strahl, der vor der Brechung durch den ersten geht, nach der Brechung parallel zu seiner ursprünglichen Richtung durch den zweiten geht. — Die Knotenebenen sind die $\perp$ zur Axe durch die Knotenp. gelegten Ebenen.

α. Kardinalpunkte einer brechenden Fläche.

Dass es zwei Brennp. giebt und wie deren Entfernungen F_1 und F_2 vom Scheitel der brechenden Fläche gefunden werden, wissen wir.

Für die Hauptp. muss sein: $\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{F_1}{F_1 - f_1} = \frac{F_2 - f_2}{F_2} = 1$, also $f_1 = f_2 = 0$.

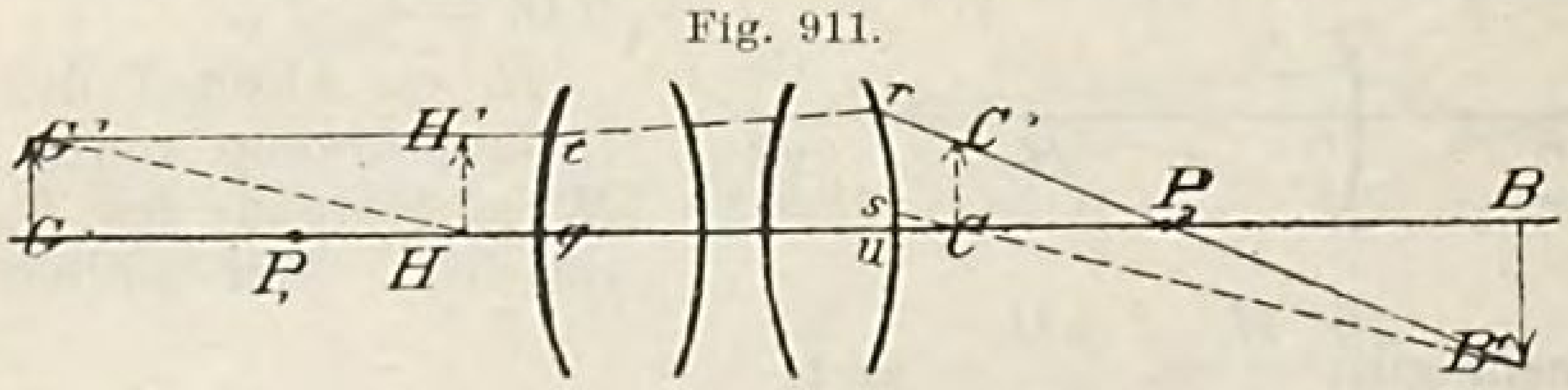
D. h. es fallen die Hauptp. zusammen in den Scheitel und letzterer ist sein eigenes Bild. Auch die Knotenp. fallen zusammen und zwar in den Mittelp. der Kugelfläche. In der That geht jeder im ersten Mittel gegen den Mittelp. gerichtete Strahl ungebrochen durch die Fläche α, im zweiten Mittel durch den Mittelp. selbst, also stets parallel sich selbst bleibend.

β. Kardinalpunkte eines Systems.

Es giebt nur zwei Hauptebenen bezw. Hauptpunkte und nur zwei Knotenpunkte bezw. Knotenebenen.

Sei GG^1, Fig. 911, eine leuchtende Gerade und BB^1 deren Bild, so bewegt sich B^1 auf der durch den zweiten Brennp. gehenden Geraden B^1P_2r wenn G^1 parallel der Axe längs G^1t fortwandert. Verschiebt sich demnach GG^1 parallel zu sich, so ändert sich die Grösse des Bildes BB^1 proportional dem Abstande P_2B, also von $+\infty$ bis $-\infty$, da dem Frühern gemäss P_2B zwischen diesen Grenzen variiren kann; dabei ist ein umgekehrtes Bild negativ gesetzt.

Fig. 911.



Nun giebt es für jede Entfernung Gq des Gegenstandes nur einen Werth von P_2B; darum kann BB_1 nur an einer Stelle mit seinem Gegenstande gleich gross sein. Da für die Hauptebenen Bild und Gegenstand ferner gleich gerichtet sein sollen, so ist deren Lage eindeutig bestimmt. Es sei CC' das gleich gerichtete und gleich grosse Bild von HH'; dann folgt aus den Dreiecken CP_2C' und BP_2B'

die Beziehung: $$\frac{CC_1}{BB_1} = \frac{CP_2}{P_2B}.$$

Nennen wir: $GG' = \beta_1$; $BB_1 = -\beta_2$; $HP_1 = F_1$; $CP_2 = F_2$; $HG = f_1$ und $CB = f_2$, so wird nach der Gleichg.: $\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1$ obige Gleichg.:

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{F_2}{F_2 - f_2} = \frac{F_1 - f_1}{F_1}.$$

Ferner erhalten wir, wenn $l_1 = f_1 - F_1$ und $l_2 = f_2 - F_2$ gesetzt wird, auch wieder

wie bei einer brechenden Fläche die einfachste Form für das Gesetz der Lage der Bilder eines zusammen gesetzten Systems: $l_1 l_2 = F_1 F_2$ und:

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = -\frac{l_1}{F_1} = -\frac{F_2}{l_2}. \qquad (8)$$

Da B' das Bild von G' und C das Bild von H ist, so ist auch Strahl $B'C$ der gebrochene Strahl von $G'H$. Indem wir jetzt sukzessive die für eine brechende Fläche bewiesene Gleichg. (S. 974): $n_1 \gamma_1 \operatorname{tang} \alpha_1 = n_2 \gamma_2 \operatorname{tang} \alpha_2$ auf die in den Hauptebenen entstehenden Bilder $\gamma_1 \gamma_2 \ldots \gamma_{m+1}$ von m brechenden Flächen anwenden, erhalten wir: $n_1 \gamma_1 \operatorname{tang} \alpha_1 = n_{m+1} \gamma_{m+1} \operatorname{tang} \alpha_{m+1}$, wo also: $\gamma_1 = HH'$; $\gamma_{m+1} = CC'$; $-\alpha_1 = G'HG$ und: $-\alpha_{m+1} = sCu = \measuredangle B_1CB$ bedeutet. Nun wissen wir, dass in den Hauptebenen des Systems der m Flächen $\gamma_1 = \gamma_{m+1}$ sein muss. Daher gilt: $n_1 \operatorname{tang} \alpha_1 = n_{m+1} \operatorname{tang} \alpha_{m+1}$. (9)

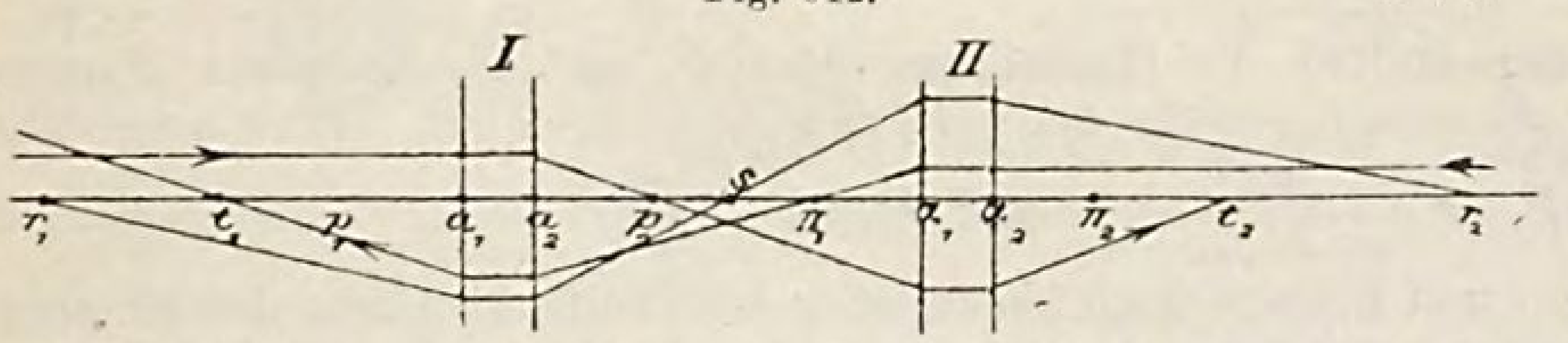
Diese Gleichg. kann noch dadurch umgeformt werden, dass gesetzt wird: $GG' = \beta_1 = -f_1 \operatorname{tang} \alpha_1$ und: $BB_1 = -\beta_2 = -f_2 \operatorname{tang} \alpha_{m+1}$, wodurch wir erhalten: $\frac{n_1 \beta_1}{f_1} = -\frac{n_{m+1}\beta_2}{f_2}$, oder bei Berücksichtigung von:

$$\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_1} = 1 \text{ und: } \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{F_1 - f_1}{F_1}, \text{ endlich: } \frac{n_1}{n_{m+1}} = \frac{F_1}{F_2}. \qquad (10)$$

D. h.: Die zu den Hauptpunkten eines optischen Systems gehörigen Haupt-Brennweiten sind den zugehörigen Brechungs-Exponenten des ersten und letzten Mittels proportional.

Da die Knotenpunkte konjug. Punkte sind, so gilt für die Knotenebenen, selbstverständlich auch die Gleichg. (9): $n_1 \gamma_1 \operatorname{tang} \alpha_1 = n_{m+1} \gamma_{m+1} \operatorname{tang} \alpha_{m+1}$, wo aber: $\alpha_1 = \alpha_{m+1}$ zu setzen ist, so dass wir erhalten: $\frac{n_1}{n_{m+1}} = \frac{\gamma_1}{\gamma_{m+1}}$. (11)

Fig. 912.



D. h. die Linear-Dimensionen zweier zusammen gehörigen in den Knotenebenen liegenden Bilder verhalten sich umgekehrt wie die zugehörigen Brechungsexpon. des ersten und letzten Mediums. Aus Fig. 911 folgt, dass sich die Bilder BB_1 eines und desselben Gegenstandes $GG' = \gamma_1$ verhalten wie ihre Entfernungen BP_2 vom II. Hauptbrennp. Letztere (BP_2) ergeben sich also aus den Bildgrössen BB'. Fällt BB' nach CC' in die II. Hauptebene, so ist $BB' = GG' = \gamma_1$ und sein Abstand: $CP_2 = F_2$; fällt BB_1 in die II. Knotenebene so ist nach Gleichg. (11): $BB_1 = \gamma_{m+1} = \frac{n_{m+1}}{n_1} \gamma_1$.

Sei jetzt G_2 sein Abstand von P_2, dem II. Haupt-Brennpunkt; dann wird:

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_{m+1}} = \frac{F_2}{G_2} \text{ also: } G_2 = \frac{\gamma_1}{\gamma_{m+1}} F_2 = \frac{n_1}{n_{m+1}} F_2 = F_1 \ldots. \qquad (12)$$

Die Abstände der Knotenp. von den zugehörigen Hauptp. seien a_1 und a_2; ferner G_1 der Abstand des 1. Hauptp. vom 1. Brennp. Es gilt dann:

$$a_2 = F_2 - G_2 = F_2 - F_1 \text{ und: } a_1 = G_1 - F_1$$

und mit Benutzung der allgem. Formel:

$$\frac{F_1}{a_1} + \frac{F_2}{a_2} = 1 \text{ muss sein: } \frac{F_1}{G_1 - F_1} + \frac{F_2}{F_2 - F_1} = 1,$$

welche Gleichg. aber erfüllt wird durch die Bedingung: $G_1 = F_2 \ldots$. (13)

Es wird somit: $a_1 = a_2 = F_2 - F_1$ und endlich: $\frac{G_1}{G_2} = \frac{n_{m+1}}{n_1}$. (14)

r. Bestimmung der Lage der Kardinalpunkte eines aus 2 einzelnen Systemen zusammen gesetzt. Systems, wenn von den einzelnen die Haupt- u. Brennp. gegeben sind.

Es seien I. und II., Fig. 912, zwei zentrirte optische Systeme, p_1 und p_2 die beiden Brennp., a_1 und a_2 die beiden Hauptp. des Systems I., π_1 und π_2 die

Brennp., α_1 und α_2 die Hauptp. vom System II.; der Abstand $a_2 \alpha_1 = d$ und die Brennweiten der Einzelsysteme: $a_1 p_1 = f_1$, $a_2 p_2 = f_2$, $\alpha_1 \pi_1 = \varphi_1$ und $\alpha_2 \pi_2 = \varphi_2$. Es ist dann der 1. Hauptbrennp. (t_1) des kombinirten Systems das Bild, welches I. von π_1 entwirft, der 2. Brennp. (t_{11}) dasjenige, welches II. von p_2 entwirft. In der That durchkreuzen sich dann alle im ersten resp. letzten Mittel parallel der Axe auffallenden Strahlen im letzten bezw. ersten Mittel im Punkte t_{11} bezw. t_1. Es sind t_1 und π_1 konjug. Punkte in Bezug auf I., t_{11} und p_2 solche in Bezug auf II. Demnach wird:

$$\frac{f_1}{a_1 t_1} + \frac{f_2}{a_2 \pi_1} = 1 \text{ also: } a_1 t_1 = \frac{(d - \varphi_1) f_1}{d - \varphi_1 - f_2} \text{ und analog: } \alpha_2 t_{11} = \frac{(d - f_2)\varphi_2}{d - \varphi_1 - f_2}.$$

Sei nun s das Bild vom ersten Hauptp. r_1 des kombin. Systems, entworfen vom System I., so muss, da der zweite Hauptp. r_{11} des kombin. Systems das Bild von r_1 ist, auch s das Bild von r_{11} in Bezug auf das System II. sein. Es sind demnach r_1 und r_{11} so zu bestimmen, dass in ihnen liegende Bilder gleich gross und gleich gerichtet sind. Es sei nun β_1 das Bild des in s befindlichen Objekts σ, entworfen von I. in r_1 und β_2 das Bild von σ, entworfen von II. in r_{11}, ferner $a_2 s = m$, also $\alpha_1 s = d - m$; gemäss Gleichg. (5a) wird dann:

$$\frac{\beta_1}{\sigma} = \frac{f_2}{f_2 - m} \text{ und: } \frac{\beta_2}{\sigma} = \frac{\varphi_1}{\varphi_1 - d + m}.$$

D. h. damit $\beta_1 = \beta_2$ wird, muss gelten: $\frac{f_2}{f_2 - m} = \frac{\varphi_1}{\varphi_1 - d + m}$ oder:

$$\frac{m}{f_2} = \frac{d - m}{\varphi_1} \quad (15), \text{ woraus für } m \text{ folgt: } m = \frac{f_2 d}{f_2 + \varphi_1}.$$

Sowohl r_1 und s als s und r_{11} sind konjug. Punkte in Bezug auf die Systeme I. und II.; demnach wird:

$$a_1 r_1 = \frac{m f_1}{m - f_2} = \frac{d f_1}{d - f_2 - \varphi_1}, \text{ und: } \alpha_2 r_{11} = \frac{(d - m)\varphi_2}{d - m - \varphi_1} = \frac{d \varphi_2}{d - f_2 - \varphi_1}.$$

Wir können nun endlich die Hauptbrennweiten F_1 und F_2 des komb. Systems berechnen, indem $F_1 = a_1 t_1 - a_1 r_1$ und: $F_2 = \alpha_2 t_{11} - \alpha_2 r_{11}$ ist. Dies ausgeführt giebt:

$$F_1 = \frac{\varphi_1 f_1}{\varphi_1 + f_2 - d} \text{ und } F_2 = \frac{\varphi_2 f_2}{\varphi_1 + f_2 - d}.$$

Aus den Haupt- und Brennp. findet man aber leicht die Abstände der Knotenp. von den Hauptbrennp., insofern der Abstand des 1. Knotenp. vom 1. Brennp. = ist der 2. Hauptbrennweite, der Abstand des 2. Knotenp. vom 2. Brennp. = der 1. Hauptbrennweite.

s. Specialisirung der allgem. Gleichgn. für ein System zweier brechenden Flächen, welches vorn und hinten von demselben Medium begrenzt wird (Linsen).

Es sei r_1 der Halbm. der 1., r_2 derjenige der 2. Fläche, d ihr Abstand, n_1 das Brechungsverhältniss des 1. und letzten, n_2 dasjenige des von den Flächen eingeschlossenen Mediums. Setzen wir dann: $\frac{n_2}{n_1} = \frac{n_2}{n_3} = n$, so wird gemäss den frühern Berechnungen:

$$F_1 = \frac{n_1 r_1 r_2}{(n - 1)[n(r_2 - r_1) + (n - 1) d]} = F_2, \text{ und für}$$

die Entfernungen der Hauptp. von den Linsenflächen findet man:

$$h_1 = \frac{d r_1}{n(r_2 - r_1) + d(n - 1)}; \quad h_2 = -\frac{d r_2}{n(r_2 - r_1) + d(n - 1)}.$$

Folglich wird der Abstand der beiden Hauptp. von einander:

$$H = h_1 + h_2 + d = \frac{(n - 1)(d + r_2 - r_1) d}{n(r_2 - r_1) + (n - 1) d}.$$

Die Knotenp. sind aber in diesem Falle identisch mit den Hauptp., da ja $G_1 = G_2 = F_1$ wird, d. d. eben so weit von den Hauptbrennp. entfernt liegen, wie die Hauptp.

Wir wollen hier einen für die Berechnung des schematischen Auges (siehe weiterhin) wichtigen Satz ableiten, nämlich, dass, wenn der Brechungsexpon. des 1. und letzten Mittels unverändert bleiben, für jedes zentrirte System ein anderes mit nur 2 brechenden Flächen gesetzt werden kann, welches ebenso grosse und

ebenso gelegene Bilder giebt, wie jenes. Damit dies der Fall, müssen in beiden Systemen die Hauptp. gleich weit von einander abstehen und die Haupt-Brennweiten einander gleich sein. Denn nur von diesen beiden Grössen hängt Lage und Grösse eines Bildes in einem optischen System ab. Um diese 2 Bedingungen zu erfüllen, sind 2 brechende Flächen genügend, da bei ihnen 4 Grössen r_1, r_2, n und d beliebig sind und demnach noch mehr als 2 Bedingungen gleichzeitig erfüllt werden können.

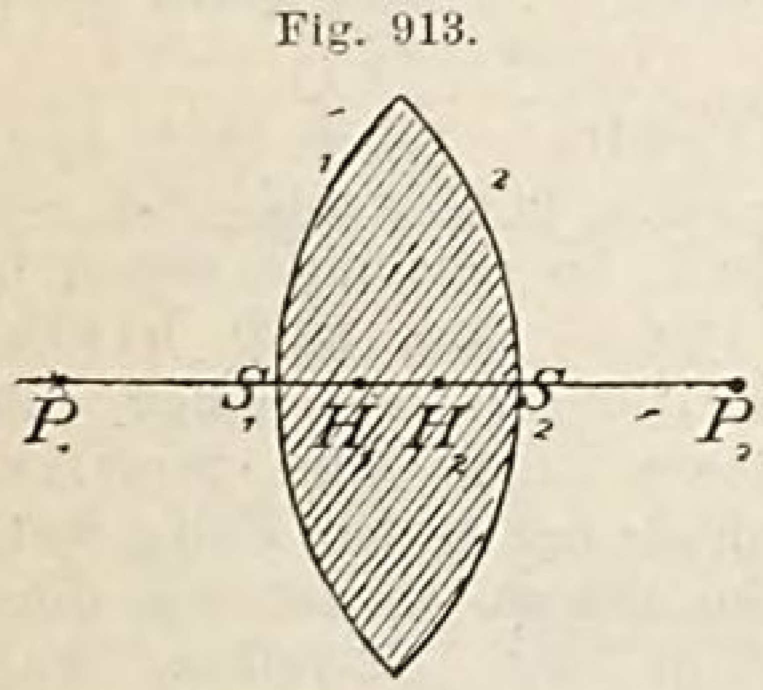
VII. Ueber die Linsen in ihren verschiedenen Formen.

Alle Linsen haben folgende Eigenschaften gemein. Es fallen die Knotenp. mit den Hauptp. zusammen und die 1. und 2. Haupt-Brennweite sind gleich, so dass es gleichgiltig ist, welche der Linsenflächen wir dem Lichte zuwenden. Man unterscheidet 2 Hauptklassen von Linsen: 1. Sammellinsen und 2. Zerstreuungslinsen. Die Unterschiede und Merkmale derselben ergeben sich aus den folgenden Betrachtungen.

a. Sammellinsen.

1. **Bikonvexe Linsen.** Beide Flächen 1 und 2, Fig. 913, sind konvex. Da im Folgenden das Licht stets von links auffallend angenommen wird, muss demnach der Halbm. r_1 der Fläche 1 positiv, der Halbm. r_2 der Fläche 2 negativ gesetzt werden.

Fig. 913.



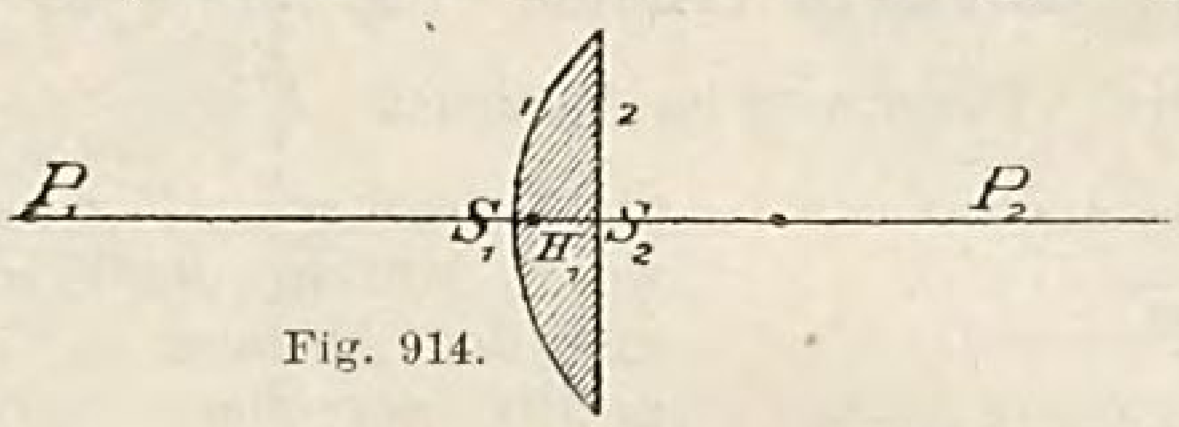


Fig. 914.

Es wird dann, wenn P_1, P_2 die beiden Brennp. und H_1, H_2 die beiden Hauptp. bezeichnen:

$$F = P_1 H_1 = P_2 H_2 = \frac{r}{1 - \frac{d}{6r}}$$

positiv und ebenso $H = H_1 H_2$, während $S_1 H_1$ und $S_2 H_2$ negativ sind. D. h. die beiden Hauptp. liegen innerhalb der Linse. Für $r_1 = -r_2$ wird, wenn $n = \frac{3}{2}$ und d klein gegen r ist, nahezu:

$$F = r + \frac{d}{6} \text{ und: } h_1 = S_1 H_1 = -\frac{d}{3} = S_2 H_2 = h_2, \text{ so dass } H = \frac{d}{3} \text{ wird.}$$

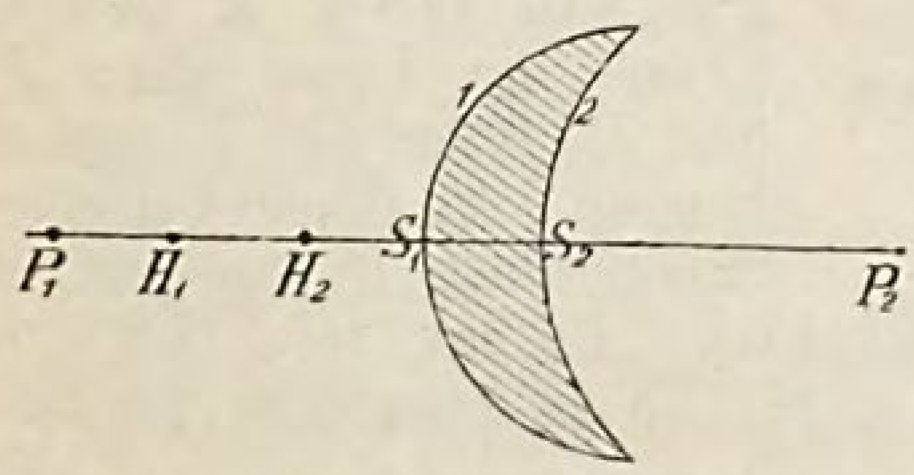
2. **Plankonvexe Linsen**, Fig. 914. Ist $r_1 > 0$; $r_2 = \infty$ so wird:

$$F = \frac{r_1}{n-1};\ h_1 = S_1 H_1 = 0;\ h_2 = S_2 H_2 = -\frac{d}{n};\ H = d - \frac{d}{n}.$$

Für $n = \frac{3}{2}$ ist: $F = 2 r_1$; $h_2 = -\frac{2}{3} d$ und: $H = \frac{d}{3}$. Wenn nun $r_2 > 0$ und $r_1 = \infty$ so erhalten wir ganz dieselben Resultate, nur dass die Indizes mit einander vertauscht sind.

3. **Konvex-konkave Linsen**, Fig. 915. Beide Halbm. sind entweder positiv oder negativ. Es sei ersteres der Fall: $r_2 > r_1$. Dann gilt: $F > 0$; $h_1 > 0$; $h_2 < 0$ und $H > 0$. Demnach existiren reelle Brennp. und H_1 (welcher stets ausserhalb der Linse) liegt vor H_2 (welcher Punkt in die Linse fallen kann). Sind die beiden Halbm. negativ, so gelten dieselben Beziehungen, nur dass in ihnen die Indizes vertauscht werden müssen.

Fig. 915.



Bei allen bis jetzt besprochenen Fällen sind nun die Brennweiten positiv, also die Brennp. reell. Darum heissen die Linsen mit reellen Brennp. auch Sammellinsen, insofern sie parallel auffallendes Licht vereinigen; dies unterscheidet sie von den im Folgenden zu besprechenden sogen.:

b. Zerstreuungslinsen.

1. **Bikonkave Linsen**, Fig. 916. Beide Flächen sind konkav und ist: $r_1 < 0$; $r_2 > 0$; demnach wird: $F < 0$; $h_1 < 0$ und $h_2 < 0$, während aber: $H = h_1 + h_2 + d > 0$ ist. D. h. die Brennweite ist negativ und die Hauptp. liegen innerhalb der Linse, wobei H_1 vor H_2 liegt. Für den speziellen Fall: $r_2 = -r_1$ wird analog der Bikonvexlinse

Fig. 916.

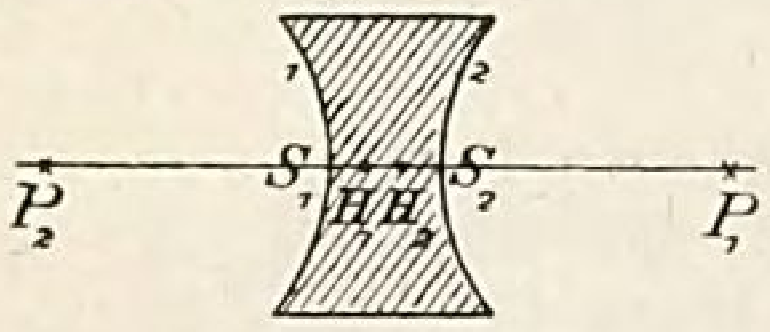
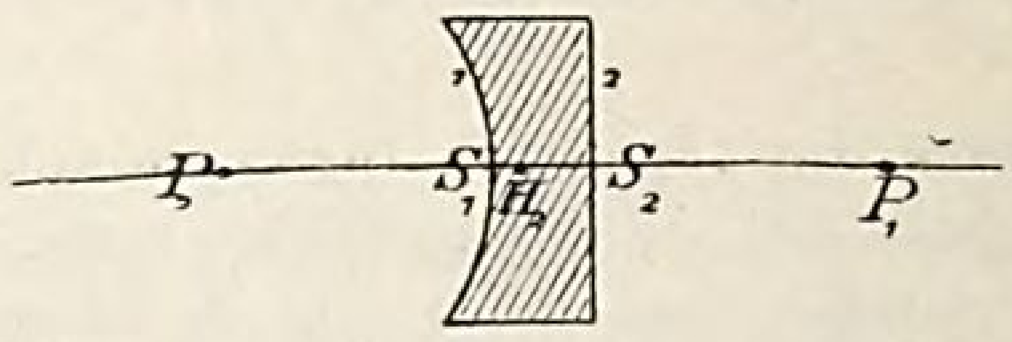


Fig. 917.

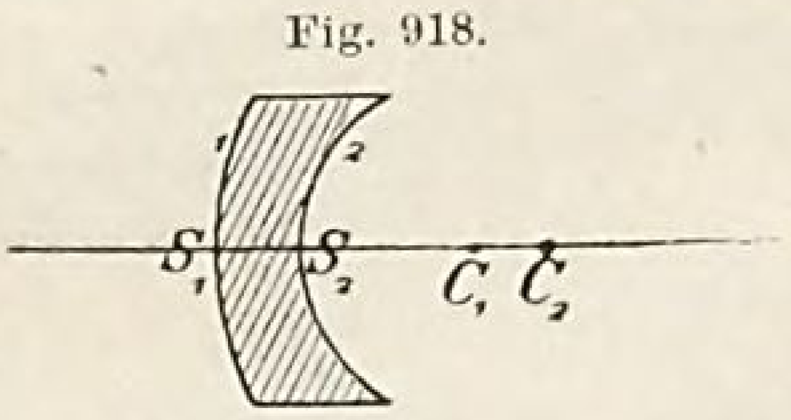


bei denselben Annahmen: $F = -\left(r + \frac{d}{6}\right)$; $h_1 = h_2 = -\frac{d}{3}$ und: $H = \frac{d}{3}$.

2. **Plankonkave Linsen**, Fig. 917. Ist $r_1 < 0$; $r_2 = \infty$ so wird: $F < 0$; $h_1 = 0$; $h_2 = -\frac{d}{n} = -\frac{2}{3}d$ wenn $n = \frac{3}{2}$ ist. Für den Fall: $r_2 > 0$ und $r_1 = \infty$ gilt ganz dasselbe, nur dass $h_2 = 0$ und $h_1 = -\frac{2}{3}d$ wird.

3. **Konvex-konkave Linsen**. Fig. 918. Es sei $r_1 > r_2$ und seien beide Halbm. positiv. Dann wird im Ausdruck: $F = \frac{n\,r_1\,r_2}{(n-1)\,[n\,(r_2 - r_1) + (n-1)\,d]}$ die Grösse $n\,(r_2 - r_1) + (n-1)\,d = n\,(C_1\,C_2) - d$, wo C_1 Mittelp. der Fläche 1, C_2 derjenige von 2 ist und der Abstand $C_1\,C_2$ von C_1 aus nach hinten positiv gerechnet werden muss. So lange also $d < n\,C_1\,C_2$ ist, hat unsere Linse eine positive Brennweite. Dies ist nicht mehr der Fall, wenn $d > n\,C_1\,C_2$ geworden. Im allgem. werden also diese Art Linsen Zerstreuungslinsen sein und nur in dem besondern Fall, wo $n\,C_1\,C_2 < d$ ist, Sammellinsen. Diesen Einzelfall ausgenommen, können wir ganz allgemein sagen, dass die Sammellinsen von der Mitte nach dem Rande zu dünner, die Zerstreuungslinsen dagegen dicker werden.

Fig. 918.



c. Unendlich dünne Linsen.

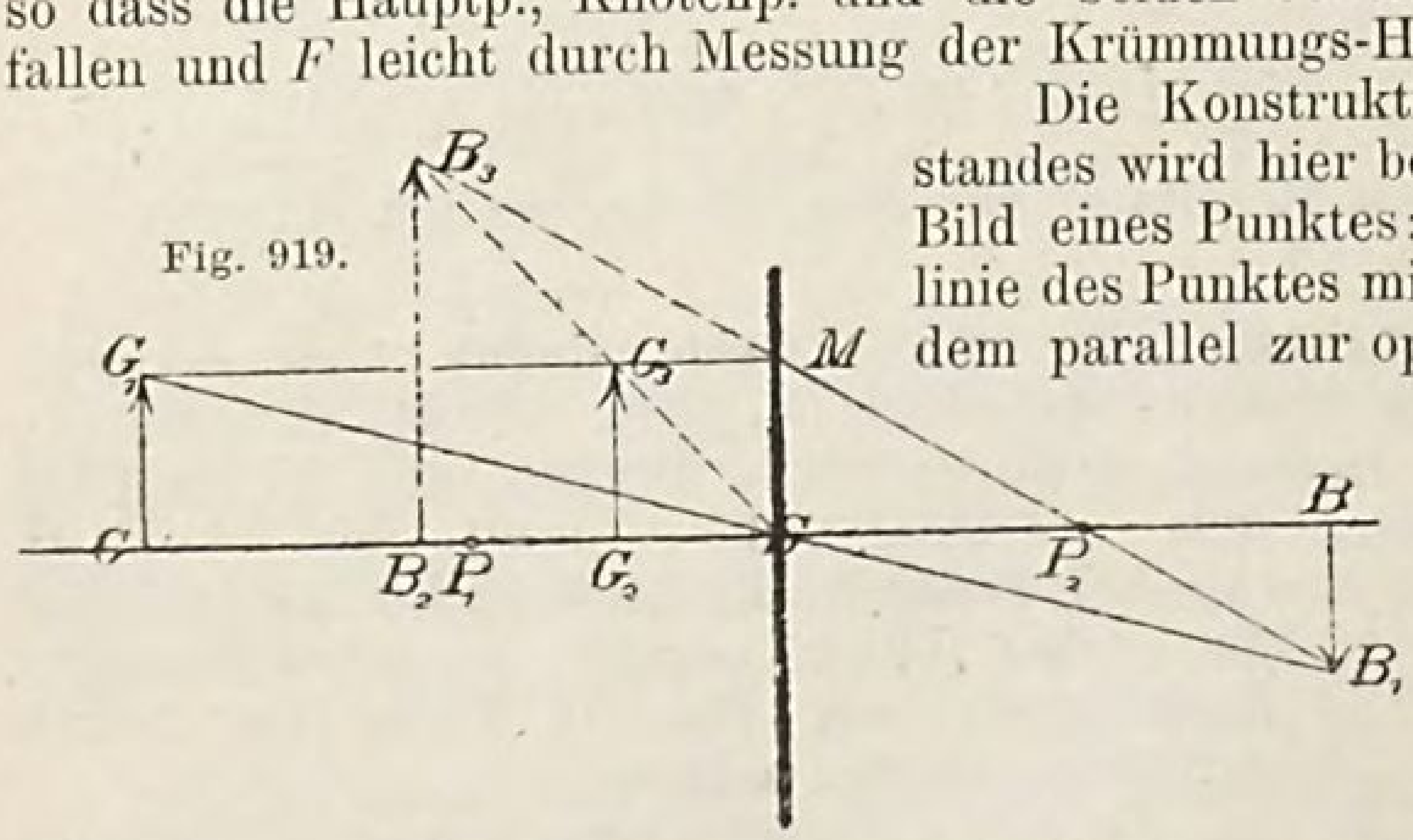
Ist die Dicke d der Linsen ∞ klein, so vereinfachen sich die Gleichgn. für die Kardinalpunkts-Entfernungen wesentlich. Es wird dann: $h_1 = h_2 = 0$; $H = d = 0$

und: $$F = \frac{r_1\,r_2}{(n-1)\,(r_2 - r_1)} \quad \text{oder:} \quad \frac{1}{F} = (n-1)\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right],$$

so dass die Hauptp., Knotenp. und die beiden Scheitel in einen Punkt zusammen fallen und F leicht durch Messung der Krümmungs-Halbm. gefunden werden kann.

Die Konstruktion der Bilder eines Gegenstandes wird hier besonders einfach, insofern das Bild eines Punktes: 1. stets auf der Verbindungslinie des Punktes mit dem Scheitel liegt und 2. auf dem parallel zur optischen Axe laufenden Strahl, welcher nach der Brechung durch den 2. Brennp. geht. Stelle die durch S, Fig. 919, zur Axe GSB ⊥ gelegte Ebene die Linse dar; P_1 und P_2 seien der 1. und 2. Brennp., von denen bei einer Sammellinse P_1 vor und P_2 hinter S liegt (bei einer Zerstreuungslinse umgekehrt). Ferner sei: $GS = a$, $BS = b$ und $P_1 S = P_2 S = f$, $GG_1 = \alpha$ und $BB_1 = \beta$. Es ist dann BB_1 das Bild von GG_1 und: $b = \frac{af}{a-f}$, während die Grösse des Bildes ist: $-\beta = \alpha\,\frac{b}{a}$. Daraus, wie aus der Konstruktion, folgt aber, dass, wenn der Gegenstand aus der

Fig. 919.



Entfernung ∞ nach dem Brennp. P_1 geht, das reelle und umgekehrte Bild vom Brennp. P_2 nach rechts in die Entfernung ∞ wandert. Ist aber $a < f$, liegt also der Gegenstand $G_2 G_3$ zwischen dem Brennp. und dem Scheitel, so sein aufrechtes, virtuelles und vergrössertes Bild $B_2 B_3$ auf derselben Seite der Linse. Und zwar durchläuft das Bild $B_2 B_3$ die lange Strecke von $-\infty$ bis S wenn $G_2 G_3$ nur von P_1 nach S wandert.

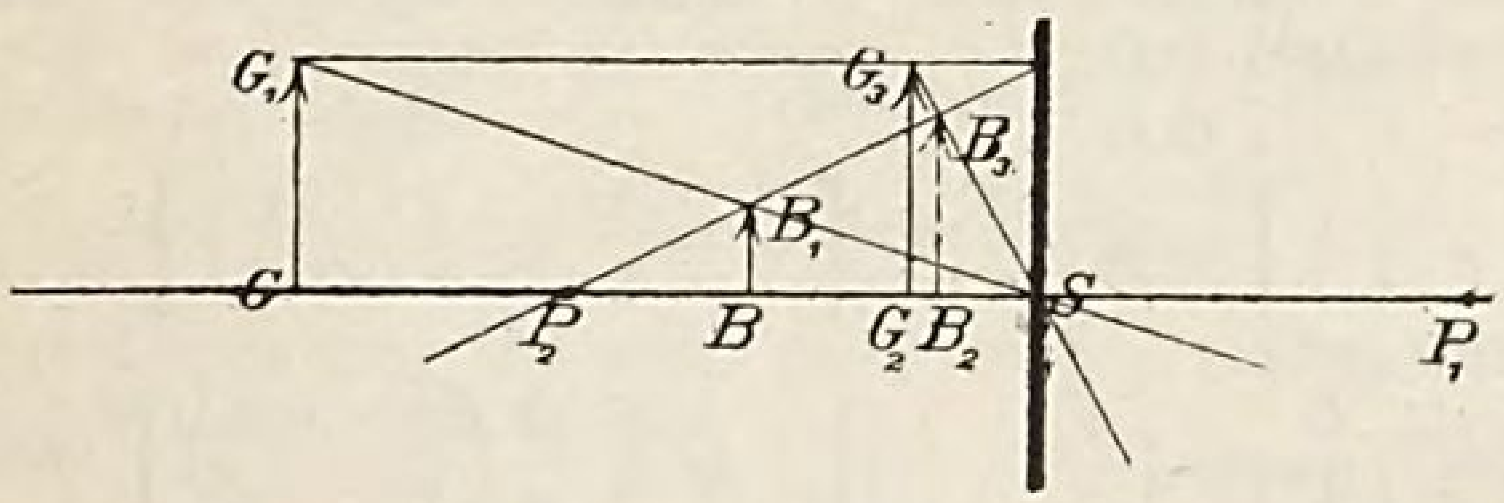
Ist die Linse eine Zerstreuungslinse, Fig. 920, so ist P_1 mit P_2 vertauscht, also f negativ und daher: $b = -\frac{af}{a+f}$. D. h., für jeden Abstand $a = GS$ wird b negativ; und zwar rückt, wie die Figur zeigt, B nur von P_2 nach S, wenn G aus der Entfernung ∞ nach S eilt. Bedeutet wieder $GG_1 = \alpha$ und $BB_1 = \beta$, so gilt jetzt:

$$\beta = -\alpha \frac{-b}{a} = \alpha \frac{b}{a}.$$

D. h., da b stets $< a$ ist, muss das Bild ein virtuelles, aufrechtes verkleinertes sein.

Während die Sammellinsen also reelle, verkleinerte und vergrösserte umgekehrte, oder, im Falle, dass der Gegenstand innerhalb der Brennweite liegt, aufrechte, virtuelle aber vergrösserte Bilder liefern, entstehen durch die Zerstreuungslinsen nur virtuelle, aufrechte und verkleinerte Bilder.

Fig. 920.



Wie bei den Hohlspiegeln gilt aber bei beiden Linsenarten allgemein, dass die reellen Bilder umgekehrt, die virtuellen aufrecht stehen.

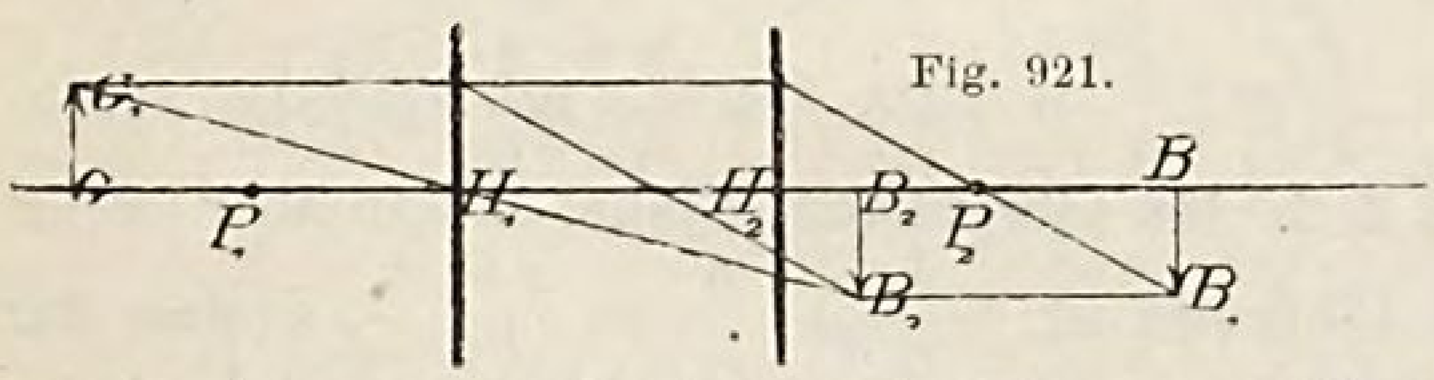
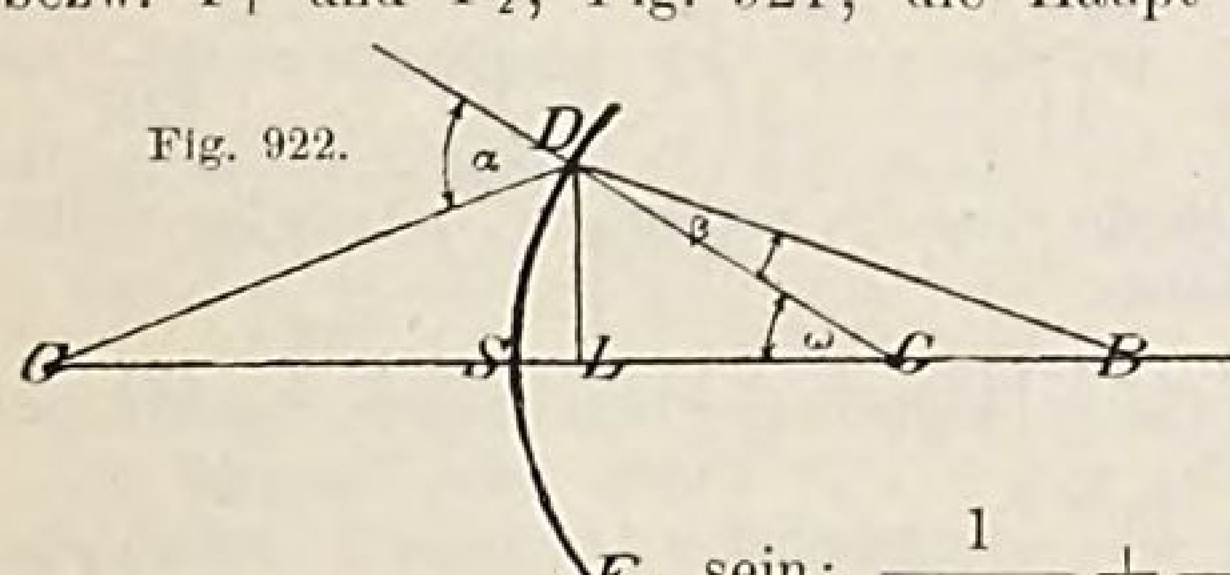


Fig. 921.

Diese Gesetze gelten auch für Linsen von endlicher Dicke.

Eine interessante Beziehung ist hier zu erwähnen zwischen einer ∞ dünnen Linse und einem Linsensystem von gleicher Brennweite. Für letzteres gilt, wenn H_1 und H_2 bezw. P_1 und P_2, Fig. 921, die Haupt- bezw. Brennp. sind und BB_1 das Bild von GG_1 ist: $\frac{1}{GH_1} + \frac{1}{BH_2} = \frac{1}{f}$. Für eine ∞ dünne Linse aber, für welche H_1 der Scheitel ist, in welchem Knoten und Hauptp. zusammenfallen, wird bei derselben Brennweite f und demselben Abstande GH_1 des Objekts sein: $\frac{1}{GH_1} + \frac{1}{H_1 B_2} = \frac{1}{f}$, wenn $B_2 B_3$ in diesem Falle das Bild von GG_1 ist. Aus beiden Gleichgn. folgt, dass $H_2 B = H_1 B_2$ ist, dass also B vom Scheitel H_1 der ∞ dünnen Linse gerade um die Strecke $H_1 H_2$ weiter entfernt ist als B_2. Es liegt demnach B in Bezug auf H_2 stets so, wie B_2 in Bezug auf H_1.

Fig. 922.



d. Abweichungen wegen der Kugelgestalt (sphärische Aberration).

Wie wir schon S. 972 erwähnten, werden die von einem Punkte des Objekts ausgehenden Strahlen von einer brechenden Kugelfläche nicht genau in einem Punkte, sondern auf einer kaustischen Fläche vereinigt. Die Folge davon ist, dass das Bild verzerrt wird u. z. um so mehr, je grösser die Oeffnung der Linse ist. Wir wollen diese Abweichung genauer betrachten um die Bedingungen zu finden, wann ein Linsensystem sowohl die von einem Punkte ausgehenden Zentral- als auch andere Strahlen nahezu wieder in einem Punkte vereinigt, d. h. ein sogen. aplanatisches System bildet.

In Fig. 922 sei G der Lichtp., C das Zentrum der Kugelfläche DSE, deren Scheitel in S liege; ein belieb. Strahl GD werde nach B gebrochen, wobei $GS = a$, $SB = b$,

das von D auf die Axe gefällte Loth $DL = y$, der Halbm. $DC = r$, $\angle DCS = \omega$, $\angle NDG = \alpha$ und $\angle BDC = \beta$ genannt werde. Es wird dann: $y = r \sin \omega$; $CL = r \cos \omega$; also $SL = r(1 - \cos\omega)$ wo: $\cos \omega = \sqrt{1 - \sin^2 \omega} = \left[1 - \left(\frac{y}{r}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$ zu setzen ist, insofern wir nicht mehr Zentralstrahlen allein betrachten wollen, für die: $\sin \omega = \omega$ und $\cos \omega = 1$ wäre. Wir beachten also bei Entwicklung von $\cos \omega$ nach aufsteigenden Potenzen von $\frac{y}{r}$ auch noch die Glieder 2. Ordnung als ∞ klein und erhalten: $\cos \omega = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{r}\right)^2$ also: $SL = \frac{y^2}{2r}$ und

somit:
$$GD = \sqrt{y^2 + \left(a + \frac{y^2}{2r}\right)^2} = a + \frac{1}{2} y^2 \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a}\right),$$
$$BD = \sqrt{y^2 + \left(b + \frac{y^2}{2r}\right)^2} = b - \frac{1}{2} y^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b}\right),$$
während früher einfach $GD = a$ und $BD = b$ angenommen worden war.

Nach dem Sinussatz gilt nun: $\frac{\sin \alpha}{\sin \omega} = \frac{a + r}{GD}$ und $\frac{\sin \beta}{\sin \omega} = \frac{b - r}{BD}$ also auch,

da: $\sin \alpha = n \sin \beta$ ist: $\frac{a + r}{b - r}\frac{BD}{GD} = n$, oder:
$$(a + r)\left[b - \frac{1}{2} y^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b}\right)\right] = n(b - r)\left[a + \frac{1}{2} y^2 \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a}\right)\right].$$
Beide Seiten durch arb dividirt giebt:
$$\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a}\right)\left[1 - \frac{1}{2}\frac{y^2}{b}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b}\right)\right] = n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b}\right)\left[1 + \frac{1}{2}\frac{y^2}{a}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a}\right)\right], \text{ also:}$$
$$\frac{1}{a} + \frac{n}{b} = \frac{n-1}{r} + \frac{1}{2} y^2 \left(\frac{n}{a} + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a}\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b}\right). \quad (1)$$
Bei der frühern Annahme, d. h. für sehr kleine Winkel ω war aber, wenn b_1 die zur Objektweite a gehörige Bildweite ist: $\frac{1}{a} + \frac{n}{b_1} = \frac{n-1}{r}$, so dass durch Subtraktion beider Gleichgn. wird:
$$\frac{n(b - b_1)}{b\, b_1} = -\frac{y^2}{2}\left(\frac{n}{a} + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a}\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b}\right), \text{ woraus folgt:}$$
$$b - b_1 = -\frac{y^2 b_1^2}{2n}\left(\frac{n}{a} + \frac{1}{b_1}\right)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a}\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b_1}\right), \quad (2)$$
wenn wir in dem mit y^2 multiplizirten Gliede statt bb_1 setzen: b_1^2. Dasselbe wollen wir thun in Gleichg. (1) und erhalten dann:
$$\frac{1}{a} + \frac{n}{b} = \frac{n-1}{r} + \frac{y^2}{2}\left(\frac{n}{a} + \frac{1}{b_1}\right)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a}\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b_1}\right). \quad (3)$$
Nun folgt aus der Gleichg.: $\frac{1}{a} + \frac{n}{b_1} = \frac{n-1}{r}$ zunächst:
$$\frac{1}{b_1} = \left(\frac{n-1}{r} - \frac{1}{a}\right)\frac{1}{n} \text{ und sodann: } \frac{1}{a} + \frac{1}{r} = n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b_1}\right);$$
also wird Gleichg. (3) darnach:
$$\frac{1}{a} + \frac{n}{b} = \frac{n-1}{r} + \frac{y^2(n-1)}{2n^2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{r}\right)^2\left(\frac{1}{r} + \frac{n+1}{a}\right). \quad (4)$$
Aus den Gleichgn. (3) und (4) geht hervor, dass die Koeffiz. von y^2 einander gleich sein müssen und somit wird schliesslich:
$$b - b_1 = -\frac{y^2}{2n} b_1^2 \frac{n-1}{n^2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{r}\right)^2\left(\frac{1}{r} + \frac{n+1}{a}\right), \text{ oder:}$$
$$b_1 - b = +\frac{y^2(n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a}\right)^2\left(\frac{1}{n} + \frac{n+1}{a}\right)}{2n\left(\frac{n-1}{r} - \frac{1}{a}\right)^2}. \quad (5)$$

Diese Differenz ist die Strecke, um welche das von den Randstrahlen entworfene Bild näher an S liegt im Vergleich zu dem von den Zentralstrahlen entworfenen Bilde. Wir wollen die Grösse dieser Strecke für die an Linsen entstehenden Bilder aufsuchen.

e. Sphärische Aberration an Linsen.

In Fig. 923 sei B_1 bezw. B_2 der Schnittp. des Strahls GD nach der Brechung an der 1. bezw. 2. Fläche mit der Axe GS_1S_2; ferner seien r_1 und r_2 die Halbm. der Flächen 1 und 2 und sei die Linsendicke S_1S_2 so klein, dass die von D und D' gefällten Lothe y und y_1 einander gleich und zwar $= y$ gesetzt werden können. Nach der Gleichg. (4) gilt zunächst, wenn $GS_1 = a$ ist:

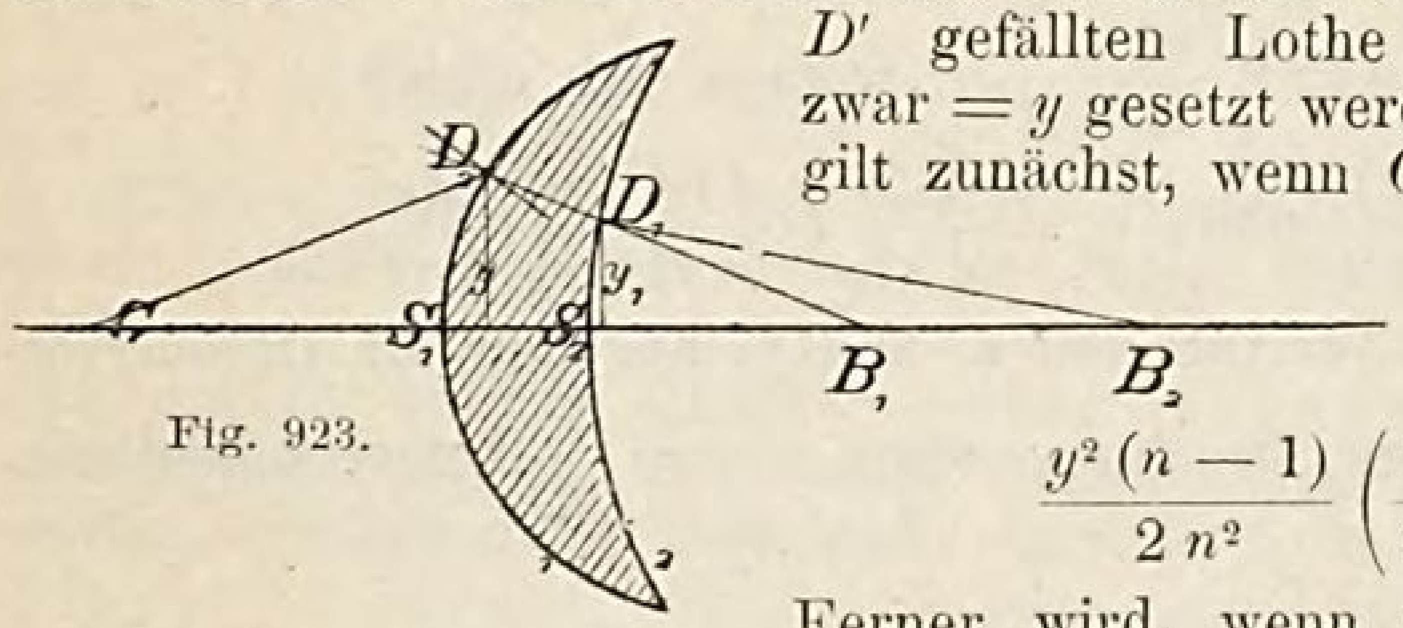


Fig. 923.

$$\frac{1}{a} + \frac{n}{B_1 S_1} = \frac{n-1}{r_1} + \frac{y^2 (n-1)}{2n^2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{r_1}\right)^2 \left(\frac{1}{r_1} + \frac{n+1}{a}\right). \quad (6)$$

Ferner wird, wenn wir $B_2 D_1$ als auf die Fläche 2 auffallenden Strahl betrachten $B_1 D_1$ als gebrochener anzusehen, r_2 und ebenso $B_1 S_2$ negativ in Rechnung zu bringen sein, so dass die Gleichg. (4) auf Fläche 2 angewendet, ergiebt:

$$\frac{1}{B_2 S_2} - \frac{n}{B_1 S_2} = -\frac{(n-1)}{r_2} + \frac{y_1^2 (n-1)}{2n^2} \left(\frac{1}{B_2 S_2} - \frac{1}{r_2}\right)^2 \left(\frac{n+1}{B_2 S_2} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Wenn also $y = y_1$ und somit $B_1 S_1 = B_1 S_2$ gesetzt und $B_2 S_2$ analog dem Frühern mit b bezeichnet wird, folgt:

$$\frac{1}{b} - \frac{n}{B_1 S_1} = -\frac{n-1}{r_2} + \frac{y^2 (n-1)}{2n^2} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{r_2}\right)^2 \left(\frac{n+1}{b} - \frac{1}{r_2}\right) \quad (7)$$

und durch Addition von (6) und (7):

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{y^2 (n-1)}{2n^2}$$

$$\left[\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{r_1}\right)^2 \left(\frac{1}{r_1} + \frac{n+1}{a}\right) + \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{r_2}\right)^2 \left(\frac{n+1}{b} - \frac{1}{r_2}\right)\right]. \quad (8)$$

Nach dem Frühern gilt für die Vereinigungsweite b_1 der Zentralstrahlen; unter Vernachlässigung der Linsendicke: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b_1} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$, welche Gleichg. in Verbindung mit (8) giebt:

$$b_1 - b = \frac{y^2 (n-1)}{2n^2} b_1^2 \left[\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{r_1}\right)^2 \left(\frac{1}{r_1} + \frac{n+1}{a}\right) + \left(\frac{1}{b_1} - \frac{1}{r_2}\right)^2 \left(\frac{n+1}{b_1} - \frac{1}{r_2}\right)\right] (9)$$

wobei wieder in dem mit y^2 multipliz. Gliede b_1 für b gesetzt worden ist.

Im allgem. wird somit $b_1 - b \gtrless 0$ sein. D. h. die von einem Punkte G ausgehenden Randstrahlen vereinigen sich in einem andern Punkt B als die Zentralstrahlen, so dass nicht ein Bildpunkt, sondern ein verschwommenes Bild entsteht. Es ist die „sphärische Aberration“ $(b_1 - b)$ proportional zu y^2 und da: $y^2 = r^2 (1 - \cos^2 \omega)$ ist, so wird sie in der That zu Null, wenn $\cos \omega = 1$ gesetzt wird, d. h. wenn nur Zentralstrahlen als wirkend gedacht werden. Soll aber dennoch bei grossem Werthe von y die Differenz $b_1 - b$ klein bleiben, so kann dies nur dadurch geschehen, dass der Klammerausdruck sehr klein gemacht wird. Dies tritt bei einem endlichen Abstande a des Objekts ein, wenn r_1 und r_2 gross sind. Es hängen aber r_1 und r_2 von der Brennweite der Linse ab und darum wollen wir untersuchen, wann bei gegebener Brennweite F und Abstand a, die Differenz $b_1 - b$, oder was dasselbe ist, wenn der Klammerausdruck ein Minimum wird.

Dazu sei: $\frac{a}{b_1} = \frac{1+z}{1-z}$; $\frac{r_1}{r_2} = \frac{u-1}{u+1}$ wo:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \text{ ist; also wird: } \frac{1}{b_1} = \frac{1+z}{2F}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1-z}{2F}; \quad \frac{1}{r_1} = \frac{u+1}{2(n-1)F}; \quad \frac{1}{r_2} = \frac{u-1}{2(n-1)F} \text{ und somit:}$$

$$b_1 - b = \frac{y^2(n+2)}{2n(n-1)^2(1+z)^2 F}\left[\left(u - 2\frac{n^2-1}{n+2}z\right)^2 + \frac{n^3(n+2) - n^2(n-1)^2 z^2}{(n+2)^2}\right].$$

Da F und a gegebene Grössen, so ist b_1 und mittels der Gleichg. $\frac{1+z}{1-z} = \frac{a}{b_1}$ auch z bestimmt, so dass nur noch u willkürlich bleibt. Es wird nun $b_1 - b$ ein Minimum für:

$$u = 2\frac{n^2-1}{n+2}z, \text{ woraus sich ergieb:}$$

$$r_1 = \frac{2(n-1)F(n+2)}{2z(n^2-1)+n+2} \quad \text{und:} \quad r_2 = \frac{2(n-1)F(n+2)}{2z(n^2-1)-n-2}.$$

Im Folgenden wollen wir die Werthe von r_1 und r_2 angeben für Linsen von der Brennweite $F = 3^{\text{cm}}$ und den Brechungsexpon.: $n = \frac{3}{2}$ bei verschiedenen Werthen von a. Es wird für:

1. $a = \infty$; $b_1 = F = 3^{\text{cm}}$; $r_1 = \frac{7}{4}{}^{\text{cm}}$; $r_2 = -10{,}5^{\text{cm}}$;
2. $a = 6^{\text{cm}}$; $b_1 = 6^{\text{cm}}$; $r_1 = +3^{\text{cm}}$; $r_2 = -3^{\text{cm}}$;
3. $a = 8^{\text{cm}}$; $b_1 = 4{,}8^{\text{cm}}$; $r_1 = 2{,}43^{\text{cm}}$; $r_2 = -4^{\text{cm}}$.

Für Zerstreuungslinsen, wo $F = -3^{\text{cm}}$ ist, behalten die Halbm. dieselben absoluten Werthe, nur vertauschen sie ihr Vorzeichen mit einander. Wenn also die beiden Kugelfl. nicht gleiche Krümmung haben, muss die stärker gekrümmte Fläche dem Objekt zugewendet werden, damit die sphärische Aberration möglichst beseitigt wird.

Aus dem Vorigen geht also hervor, dass durch passende Wahl der Halbm. r_1 und r_2 die Abweichung $b_1 - b$ wohl ein Minimum, nie aber $= 0$ werden kann. Dies erreicht man erst durch Kombination zweier oder mehrerer Linsen.

f. Aplanatisches Linsensystem.

Es seien in Fig. 924 L_1 und L_2 zwei ∞ dünne Linsen, deren Abstand von einander mit l bezeichnet werde. Ein von G ausgehender Randstrahl treffe die Axe nach der Brechung an L_1 in der Entfernung $S_1 B_1 = b_1 - \varepsilon$, ein Zentralstrahl in der Entfernung $S_1 D_1 = b_1$ vom Scheitel S_1 der ersten Linse. Dann gilt:

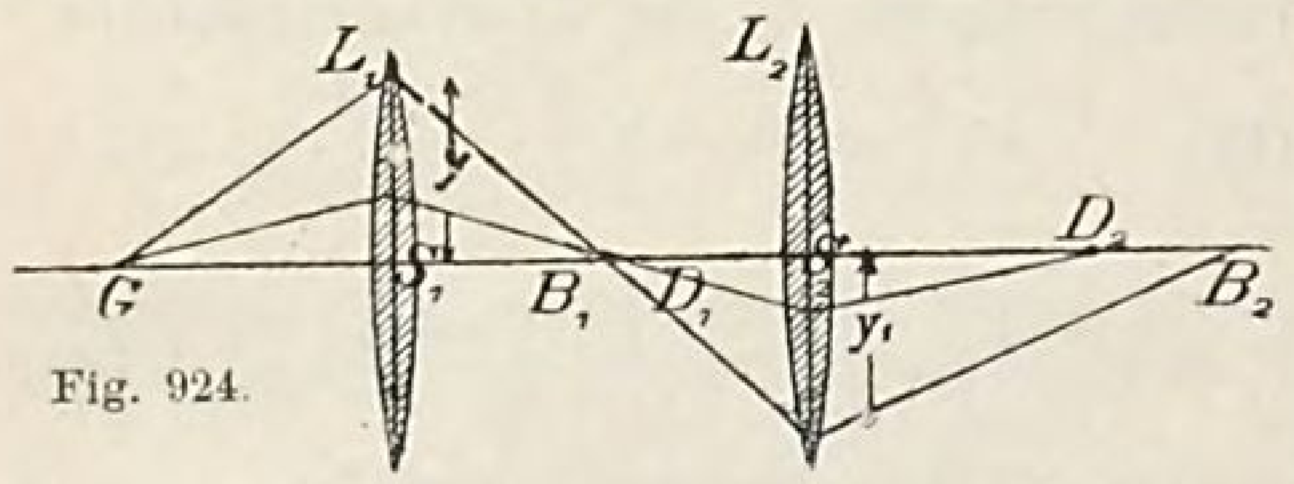


Fig. 924.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b_1 - \varepsilon} = \frac{1}{F_1} + y^2 k_1,$$

wenn mit a die Entfernung GS_1, mit F_1 die Brennweite von L_1 und mit k_1 der Faktor von y^2 in der Gleichg. (9), gebildet für Linse L_1, bezeichnet wird. Vermöge der Brechung an der Linse L_2 möge der Randstrahl die Axe im Abstand $S_2 B_2 = b_2$ schneiden, so dass analog der vorigen Gleichg. wird: $\frac{1}{l - b_1 + \varepsilon} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{F_2} + y_1{}^2 k_2$, wenn k_2 in Bezug auf die Linse L_2 dasselbe bedeutet, was k_1 in Bezug auf L_1 ist. Ferner folgt aus der Figur: $\frac{y}{y_1} = \frac{b_1 - \varepsilon}{l - b_1 + \varepsilon}$ also: $y_1 = y\frac{l - b_1 + \varepsilon}{b_1 - \varepsilon}$, so dass für $l = 0$, d. h. für die beiden ∞ nahe an einander liegenden Linsen wird: $y_1 = -y$ und infolge dessen:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b_1 - \varepsilon} = \frac{1}{F_1} + y^2 k; \quad -\frac{1}{b_1 - \varepsilon} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{F_2} + y^2 k_2 \text{ also addirt:}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} + y^2(k_1 + k_2).$$

Da nun k_1 proportional $\frac{1}{F_1}$, so auch k_2 proportional $\frac{1}{F_2}$ so dass, wenn F_1 u. F_2 verschiedene Vorzeichen haben, d. h. L_1 eine Sammellinse ist, wenn L_2 eine

Zerstreuungslinse oder umgekehrt, können wir durch passende Wahl der Halbm. der 4 brechenden Flächen es immer so einrichten dass $k + k_1 = 0$ wird.

Dann erhalten wir: $$\frac{1}{a} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2}$$

welches aber ganz dieselbe Gleichg. ist wie die für die durch L_1 und L_2 gehenden Zentralstrahlen. In der That gilt für die Zentralstrahlen sukzessive:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F_1} \text{ und: } \frac{1}{l - b_1} + \frac{1}{b_3} = \frac{1}{F_2},$$ wo $b_3 = S_2 D_2$ bedeutet;

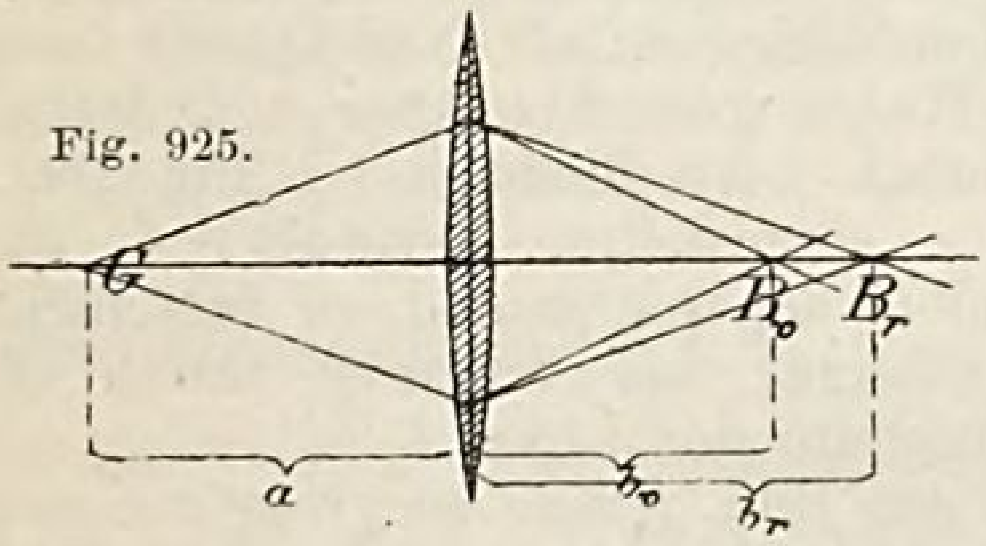
also da $l = 0$ sein soll, wird: $$\frac{1}{a} + \frac{1}{b_3} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2}. \qquad (10)$$

Daraus folgt, dass bei unserm Linsensystem ($k = -k_1$) die Vereinigungsweite b_2 der Randstrahlen mit derjenigen b_3 der Zentralstrahlen identisch ist, d. h. dass alle von einem Punkte ausgehenden Strahlen wieder nahezu in einem Punkte vereinigt werden. Ein solches aplanatisches Linsensystem ist um so leichter herzustellen, je mehr Linsen dazu genommen werden, insofern dann noch mehr variable Grössen zur Verfügung stehen.

g. Achromatische Linsen.

Bei der Ablenkung der Lichtstrahlen durch ein Prisma, S. 967, erwähnten wir, dass ein weisser Lichtstrahl aufgelöst wird in ein farbiges Band (Spektrum). Daraus folgt, dass verschiedenfarbige Strahlen eine verschieden grosse Ablenkung erfahren und somit auch der Brechungsexpon. einer Substanz mit der Farbe des auffallenden Lichts variirt. Dieser Umstand ist es, welcher bewirkt, dass das von einer Linse entworfene Bild, z. B. das der Sonne je nach der Entfernung des auffangenden Schirms mit immer anders gefärbtem Rande erscheint. Denn da die Brennweite F einer Linse abhängt vom Brechungsexpon. ihrer Substanz, so muss die Vereinigungsweite b_r der rothen Strahlen, Fig. 925, der Gleichg.:

Fig. 925.



$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b_r} = \frac{1}{F_r}$$ und diejenige b_v der violetten Strahlen der Gleichg.: $$\frac{1}{a} + \frac{1}{b_v} = \frac{1}{F_v}$$

genügen, wo F_r und F_v die Brennweiten derrothen und violetten Strahlen bezeichnen, d. h. es ist: $b_v \gtrless b_r$. Wir erhalten somit zwischen B_v und B_r immer anders gefärbte Bilder von G; und zwar liegt B_v vor B_r da, $F_r < F_v$ und somit $b_r > b_v$ ist. Dass diesem Uebelstand durch Anwendung einer Linse nicht abgeholfen werden kann, liegt auf der Hand. Wir betrachten daher wieder ein System von 2 Linsen, L_1 und L_2, deren Brennweiten für rothes und violettes Licht bezüglich seien: f_r, f_v f'_r, f'_v. Ist der Abstand a der Linsen von einander ∞ klein, so werden gemäss der Gleichgn. (10) die Brennweiten des Systems:

$$F_r = \frac{f_r f'_r}{f_r + f'_r}; \quad F_v = \frac{f_v f'_v}{f_v + f'_v},$$

so dass, wenn wieder b_r und b_v die Vereinigungsweiten der rothen und violetten Strahlen bedeuten, gilt:

$$\frac{1}{b_r} = \frac{1}{F_r} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f_r} + \frac{1}{f'_r} - \frac{1}{a} \text{ und: } \frac{1}{b_v} = \frac{1}{f_v} + \frac{1}{f'_v} - \frac{1}{a}.$$

Sollen sich die von einem Punkt G ausgehenden Strahlen verschiedener Farbe in einem Punkte vereinigen, so muss $b_r = b_v$, also auch:

$$\frac{1}{f_r} + \frac{1}{f'_r} = \frac{1}{f_v} + \frac{1}{f'_v} \text{ werden.}$$

Führen wir die Halbm. r_1 und r_2 der 1. Linse, diejenigen r'_1, r'_2 der 2. Linse, ferner deren Brechungsexpon. n und n' und die Linsendicken d und d' ein, so erhalten wir nach Gleichg. auf S. 978:

$$f = \frac{n r_1 r_2}{(n-1)[n(r_2 - r_1) + (n-1)d]} \text{ also: } \frac{1}{f} = (n-1)\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{n-1}{n r_1 r_2} d\right].$$

Versehen wir die Buchstaben rechts mit den entsprechenden Indizes, so finden wir: $\frac{1}{f_v}$, $\frac{1}{f'_r}$ und $\frac{1}{f'_v}$, so dass die Bedingung der Vereinigung verschiedenfarbiger Strahlen in einem Punkte lautet:

$$(n_r - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{n_r - 1}{n_r\, r_1 r_2} d\right) + (n_r{}^1 - 1)\left(\frac{1}{r_1{}^1} - \frac{1}{r_2{}^1} + \frac{n_r{}^1 - 1}{n_r{}^1 r_1{}^1 r_2{}^1} d\right) =$$

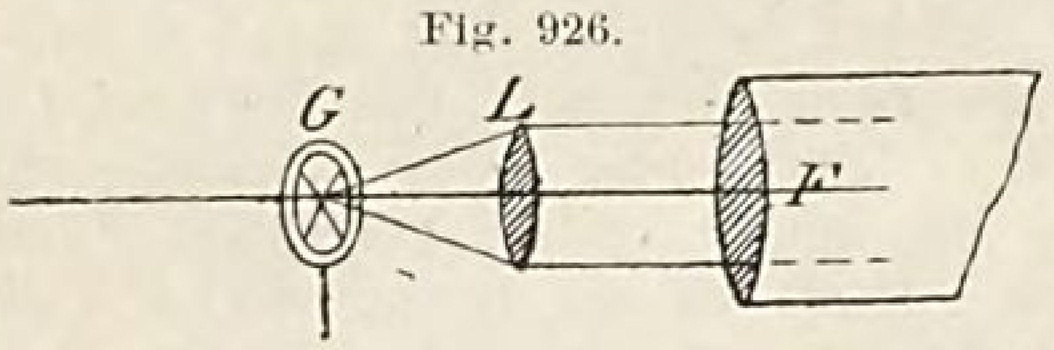
$$(n_v - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{n_v - 1}{n_v\, r_1 r_2} d\right) + (n_v{}^1 - 1)\left(\frac{1}{r_1{}^1} - \frac{1}{r_2{}^1} + \frac{n_v{}^1 - 1}{n_v{}^1 r_1{}^1 r_2{}^1} d\right). \quad \text{(a)}$$

Um diese Gleichung zu erfüllen, sind die 6 willkürlich zu wählenden Grössen r_1, r_2, $r_1{}^1$, $r_2{}^1$, d_1 und d_2 vorhanden. Demnach können ausser der einen obigen Bedingung der Achromasie noch andere Bedingungen erfüllt werden, wie z. B., dass $r_2 = r_1{}^1$ sein soll; d. h. es sollen die beiden Linsen die sich berührenden Flächen gemein haben oder ferner, es soll die Brennweite des Systems eine bestimmte Grösse haben. Eine Linse, bei welcher die Bedingung (a) erfüllt ist, heist eine **achromatische Linse**; die durch sie erzeugten Bilder sind frei von farbigen Rändern.

h. Experimentelle Bestimmung der Brennweiten und Brennpunkte von Linsen.

Die von einem ∞ entfernten leuchtenden Punkte (Sonne) kommenden Strahlen werden durch eine Sammellinse in ihrem Fokus vereinigt und können daselbst auf einem Schirme aufgefangen werden. Der Abstand des Schirms von der Linse ist die Brennweite derselben. Umgekehrt ist ein im Fokus einer Sammellinse befindlicher Gegenstand (Nadel) nur von einem auf ∞ eingestellten Auge oder Fernrohr sichtbar. Ist demnach F, Fig 926, ein auf ∞ eingestelltes Fernrohr, L die Linse und G der Gegenstand, so verschiebt man so lange, bis letzterer durch F deutlich gesehen wird; es ist dann GL die Brennweite der Linse L.

Fig. 926.



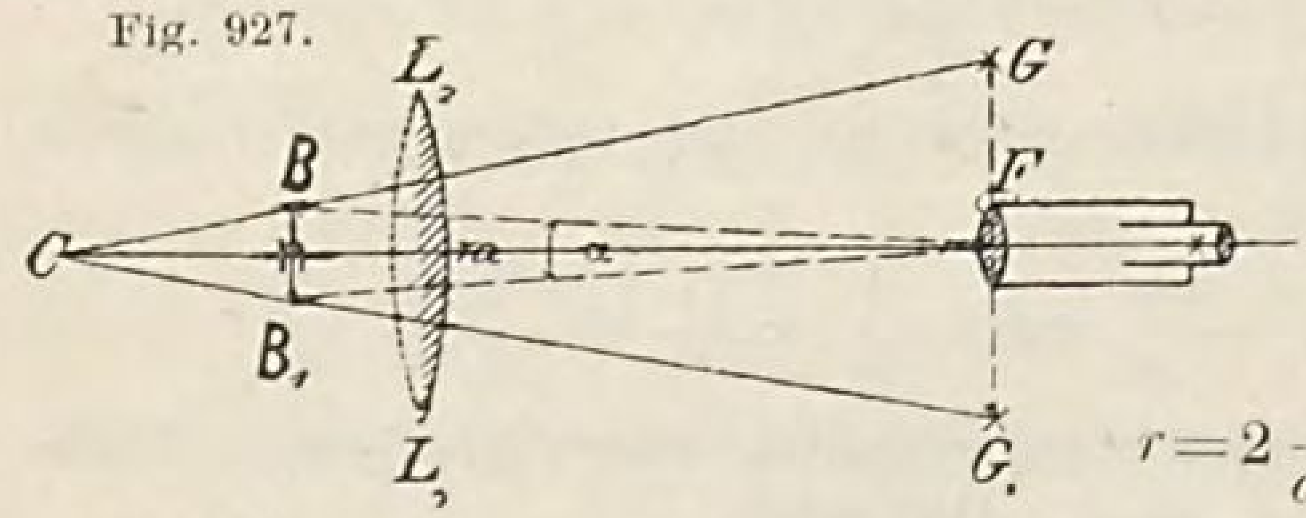
2. Da nun $b = 2f$ wird für $g = 2f$, so ist das Bild gerade so gross wie der Gegenstand, wenn ihre einzelnen Entfernungen von der Linse gerade der doppelten Brennweite gleich sind. Darauf beruht das **Focometer** von **Silbermann**, welches so eingerichtet ist, dass man die gleiche Grösse von Bild und Gegenstand leicht erkennen kann.

3. Man entwirft von einer Lichtflamme ein deutliches Bild auf einem weissen Schirm und misst die Entfernungen g und b des Gegenstandes und Bildes von der Linse. Es ist dann die Brennweite: $f = \frac{g\,b}{g + b}$.

4. Eine andere vielfach angewendete Methode beruht auf der Berechnung der Krümmungshalbm. der brechenden Flächen mittels Spiegelung.

Es sei in Fig. 927, F ein in der Ebene der Zeichnung drehbares Fernrohr, dessen Axe mit der der Linse $L_2 L_1$ zusammen fällt. G und G_1 seien 2 gleich weit von F abstehende leuchtende Punkte, von denen die vordere Linsenfläche $L_1 m L_2$ die ebenfalls symmetrisch zur Axe liegenden virtuellen Bilder BB_1 entwirft. Nennen wir $GG_1 = G$ $BB_1 = B$, $Fm = g$, $nm = b$ ferner $\angle BFB_1 = \alpha$ und Halbm. $Cm = r$ so gilt nach Früherem:

Fig. 927.



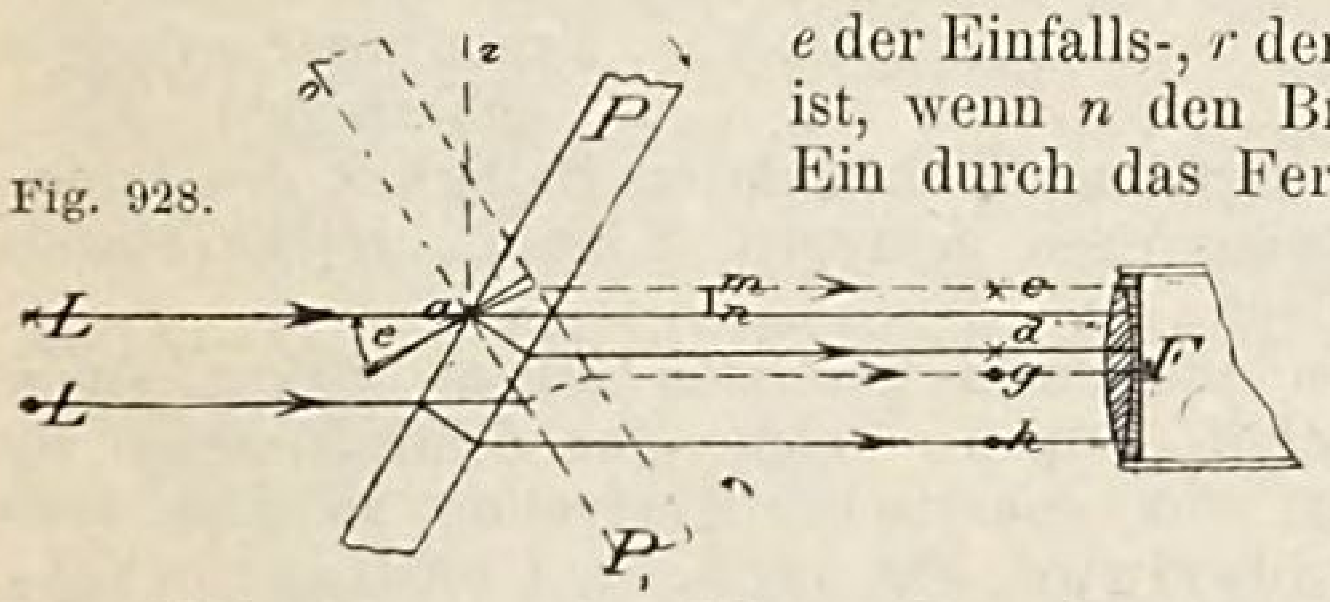
$$r = 2\frac{ab}{a + b},\quad \frac{G}{B} = \frac{g}{b} \text{ und: } \operatorname{tang} \alpha = \frac{B}{g + b};$$

Aus den beiden letzten Gleichgn. ergiebt sich: $b = \frac{g^2 \operatorname{tang} \alpha}{G - g \operatorname{tang} \alpha}$, wo G u. g gemessen und α dadurch bestimmt wird, dass man einmal das Fernrohr F auf B das andere mal auf B_1 einstellt. Kennen wir b so auch r und aus den Krümmungshalbm. der einzelnen Linsenflächen, dem Brechungsexpon. des Glases und der Linsendicke lässt sich durch Gleichg. (S. 972) mit Leichtigkeit die Brennweite der Linse berechnen. Dabei ist es schwierig die grosse Entfernung $Fm = g$ und $\angle\, \alpha$

genau zu messen, wodurch dann $b = \frac{g^2 \operatorname{tang} \alpha}{G - g \operatorname{tang} \alpha}$ sehr fehlerhaft wird. Demzufolge konstruirte Helmholtz einen Apparat (das Ophthalmometer) um die Bildgrösse $B B_1$ direkt zu bestimmen, unabhängig von der Entfernung Fm. Man findet dann b direkt aus: $b = g \frac{B}{G}$.

Im Prinzip beruht das Ophthalmometer auf der seitlichen Verschiebung eines durch eine planparallelle Platte gehenden Lichtstrahls. Sind nun P und P_1, Fig. 928, zwei gleich dicke sich um gleiche Winkel entgegen gesetzt drehende Platten, so erscheint ein Lichtstrahl La um gleich viel nach oben und unten verschoben, und zwar um die Strecke: $mn = d \frac{\sin(e - r)}{\cos r}$, wo d die Dicke der Platten, e der Einfalls-, r der Brechungswinkel, also $\sin e = n \sin r$ ist, wenn n den Brechungsexpon. der Platten bedeutet. Ein durch das Fernrohr F blickendes Auge wird anstatt des Lichtpunktes L somit 2 Bildpunkte c und d sehen, deren Abstand um so grösser ist, je grösser der Einfallswinkel e der Strahlen ist, d. h. der Winkel zao, um den die Platten gedreht worden sind, um die Verschiebung mn zu bewirken. Ist $\angle zao = 0$ so auch mn, und der Punkt L_1 wird einfach gesehen. Diese Null-Stellung ist also stets mit grosser Sicherheit zu finden. Wie von L so entstehen auch von L_1 zwei Bildpunkte g und h; dabei ist aber stets: $cg = dh = L L_1$ so dass wenn bei einem gewissen Winkel e gerade g mit d zusammen fällt, die Verschiebung $cd = 2mn = L L_1$ ist. Liest man nun für diese Verschiebung den Drehwinkel der Platten ab, so kann man $mn = \frac{L L_1}{2}$ berechnen. Zu erwähnen ist noch, dass diese Methode der Messung auch unabhängig ist von einer Bewegung von $L L_1$.

Fig. 928.



VIII. Die optischen Apparate.

Unter den optischen Apparaten versteht man speziell alle aus Linsen und Spiegeln zusammen gesetzten Instrumente, die bestimmt sind, das menschliche Sehvermögen in der einen oder andern Beziehung zu erhöhen.

a. Die Lupe oder das einfache Mikroskop.

Die Grösse eines Gegenstandes schätzen wir nach dem Sehwinkel, unter dem er uns erscheint. So dünkt uns das Objekt AB, Fig. 929, gleich gross mit CD, dagegen cd kleiner als CD. Um ein Objekt grösser erscheinen zu lassen, müssen wir es dem Auge nähern; dieses Nähern hat aber eine Grenze, insofern ein normalsichtiges Auge diejenigen Gegenstände nicht mehr deutlich erkennt, welche in einer Entfernung $< 25^{cm}$ liegen.

Fig. 929.

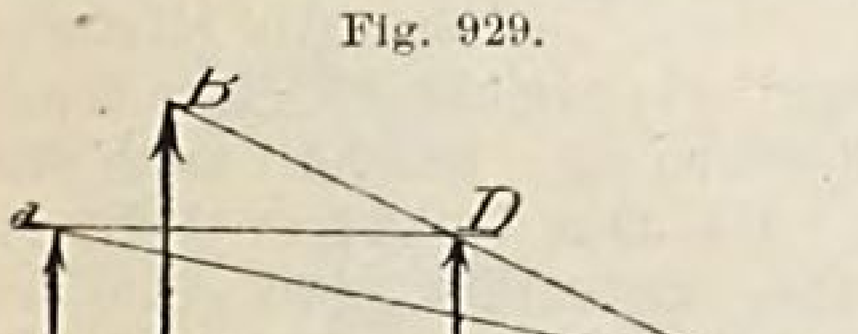
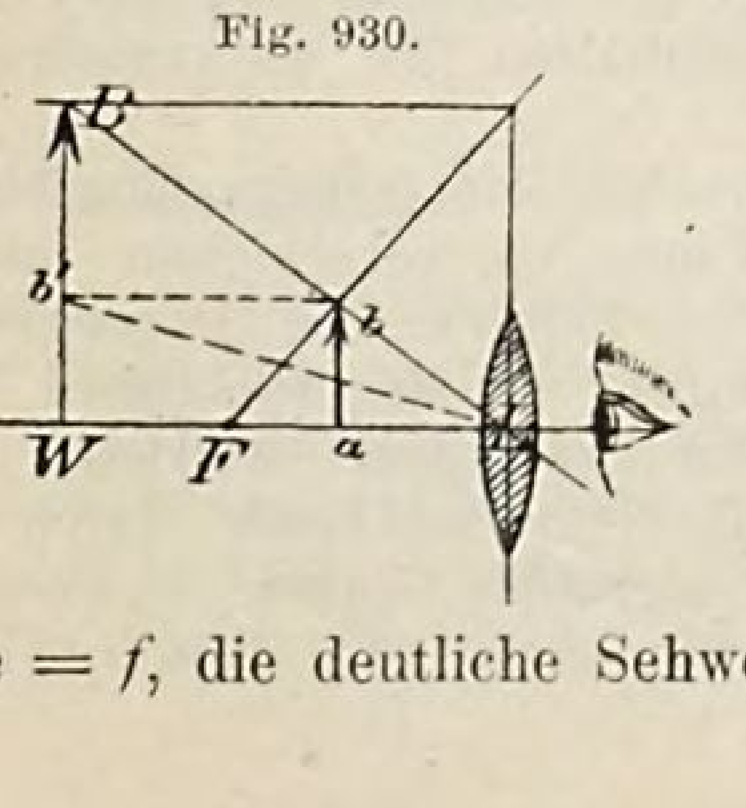


Fig. 930.



Diese nahen, unter grossem Sehwinkel erscheinenden Gegenstände in die deutliche Sehweite ($\leq 25^{cm}$) zu rücken, ist der Zweck der Lupe. Dieselbe ist eine Sammellinse L, Fig. 930, von kurzer Brennweite LF, innerhalb deren das Objekt ab so zu liegen kommt, dass das Auge O in der deutlichen Sehweite (bis W reichend) ein deutliches Bild $W'B$ sieht. Die Entfernung OL sei sehr klein genommen; dann erscheint das in die deutliche Sehweite gestellte Objekt $Wb' = ab$ also ohne Linse unter dem Sehwinkel $b'LW$. Mit Linse erscheint es unter dem Winkel BLW, also um $\frac{\angle BLW}{\angle b'LW}$, etwa $\frac{WL}{aL}$ mal vergrössert. Nach frühern Resultaten gilt aber: $\frac{WL}{aL} = \frac{FL + WL}{FL}$. Setzen wir die Brennweite $= f$, die deutliche Sehweite $= w$, so wird die Vergrösserungszahl der Lupe:

$m = \frac{f+w}{f} = 1 + \frac{w}{F}$. Je kleiner also f um so grösser wird m. Da nun eine Sammellinse von kleiner Brennweite stark gekrümmte Flächen hat und darum bei der starken sphärischen Abweichung nur für den mittlern Theil des Gesichtsfeldes ein scharfes Bild liefert, so wendet man meist zwei schwächere Sammellinsen hinter einander an, wie bei der Fraunhofer'schen, Fig. 931a., oder der Wilson-schen Lupe, Fig. 931b.

Fig. 931.

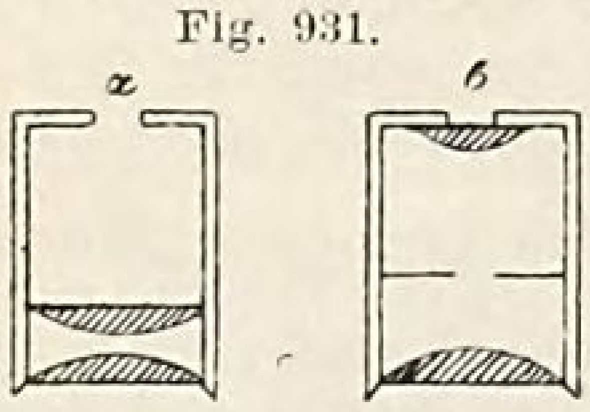
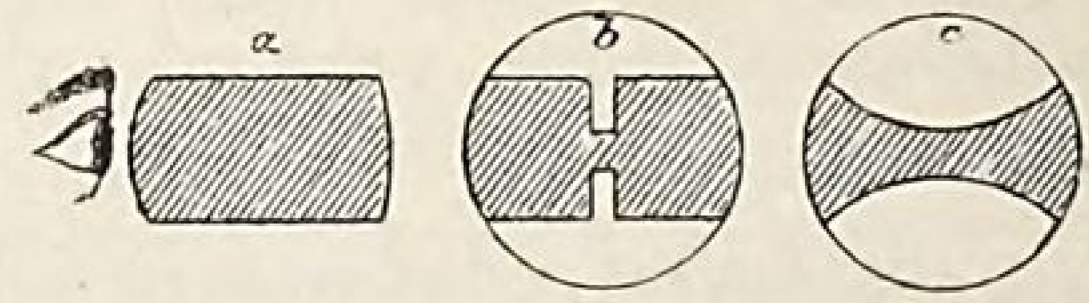


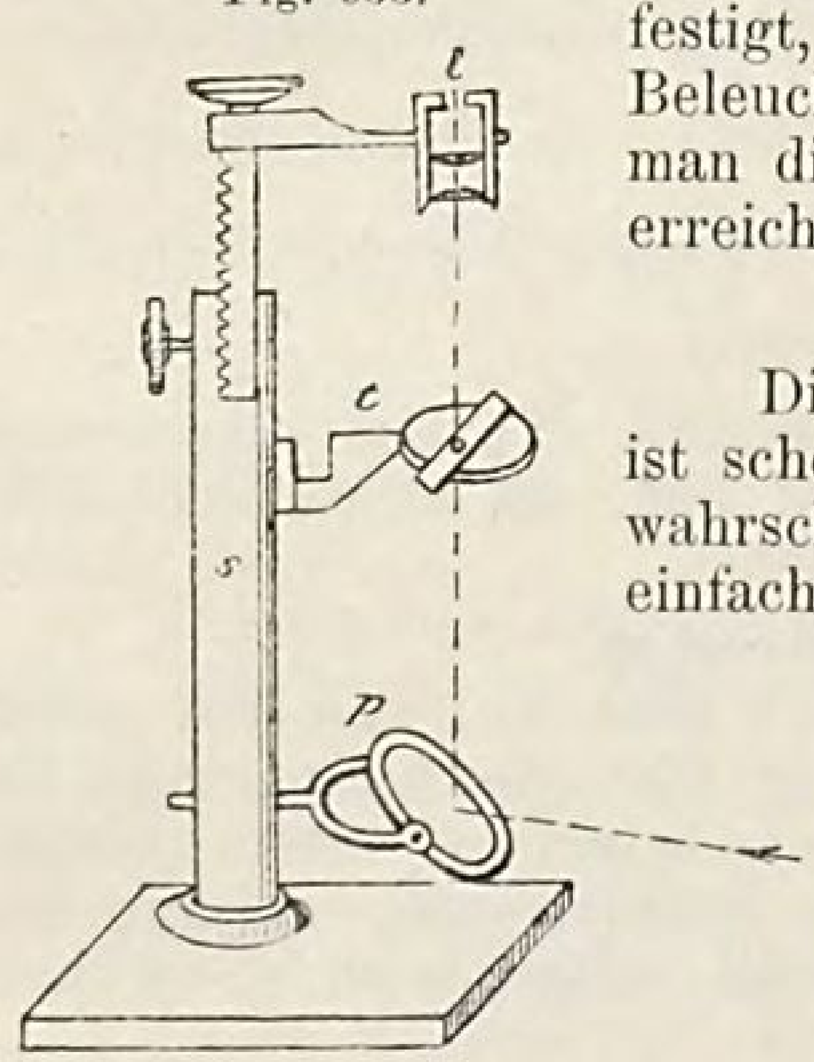
Fig. 932.



Die Vortheile der Anwendung zweier Linsen im Vergleich zu der nur einer von derselben Brennweite liegen in der geringern sphärischen Abweichung und in der durch grössere Oeffnungen vermehrten Helligkeit des Bildes. Plössl konstruirt Lupen aus 2 plankonvexen achromat. Linsen, welche einzeln und kombinirt gebraucht werden können.

Aehnlich wie die aus 2 Linsen zusammen gesetzten Lupen wirken einige andere aus einem Glasstück hergestellte Lupen, welche nur Zentralstrahlen zur Wirkung kommen lassen und darum von sphärischer Aberration ziemlich freie Bilder liefern. Dahin gehört die Zylinderlupe, Fig. 932a., die Coddington'sche, Fig. 932b., die Brewster'sche Lupe, Fig. 932c.; alle aber haben den Nachtheil gemeinsam, bei grosser Annäherung an das Objekt ein ziemlich beschränktes Gesichtsfeld zu besitzen.

Fig. 933.

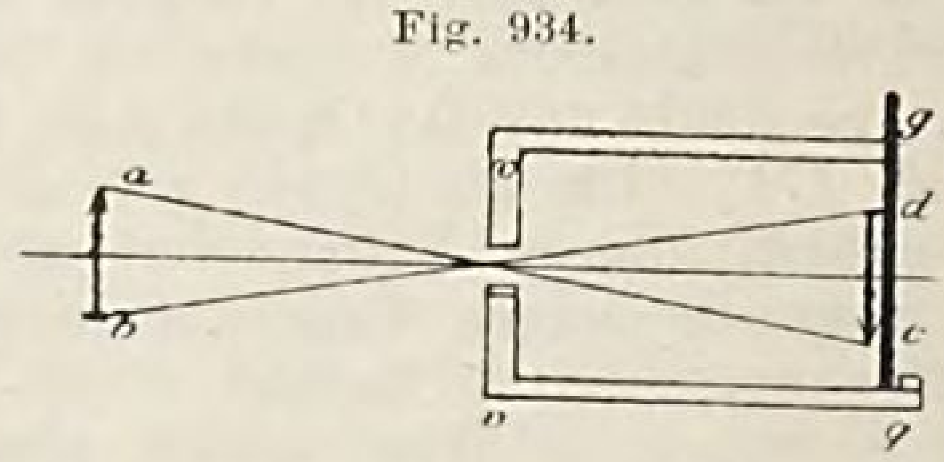


Ist, wie in Fig. 933 die Linse l an einem Stativ s befestigt, an welchem gleichzeitig ein Objekttisch t und ein Beleuchtungs-Spiegel p verstellbar angebracht sind, so nennt man diese Vorrichtung ein einfaches Mikroskop. Man erreicht mit ihm (lineare) Vergrösserungen bis 150.

b. Die camera obscura.

Die für die Neuzeit so wichtig gewordene Dunkelkammer ist schon von Leonardi da Vinci (1519) beschrieben und wahrscheinlich noch vor ihm erfunden worden. In ihrer einfachsten Form stellt sie sich als Lochcamera, Fig. 934, dar, bei der die Vorderwand vv eine sehr kleine Oeffnung hat, die Hinterwand durch eine matte Glasscheibe gg ersetzt ist. Auf letzterer

Fig. 934.



entsteht ein verkehrtes reelles Bild cd vom Gegenstand ab, welches kleiner wird, je weiter ab von der camera fortrückt, aber stets deutlich ist, welches auch die Entfernung der Scheibe von der Oeffnung sein möge. Da nun bei enger Oeffnung die Bilder sehr lichtschwach, bei weiter Oeffnung aber undeutlich sind, insofern dann nach jedem Bildpunkte ein ganzes Strahlenbüschel gelangt und somit kein Bildpunkt sondern ein Bildkreis entsteht, so wurde die Oeffnung sehr bald durch eine Sammellinse ersetzt. Um fremdes Licht abzuhalten, ist die camera inwendig geschwärzt und wohl verschlossen.

Die Einführung einer Linse als Bilderzeuger brachte die fernere Einrichtung mit sich, die matte Glasscheibe sowohl wie die Linse zu verschieben und so ein scharfes Bild auf der Rückwand zu erhalten. Seitdem die Photographie gelehrt hatte, die Bilder der camera obscura zu fixiren, ist der wichtigste Theil der letztern, die Linse oder das Objektiv, bedeutend verbessert worden. War schon durch Hall (1729) und Dollond (1759) die einfache Linse durch eine achromat. ersetzt worden, so suchte man für die Photographie Objekte zu erhalten, die bei vollständiger Achromasie grosse Lichtstärke, Schärfe des ganzen

Gesichtsfeldes und ein möglichst grosses Sehfeld und Tiefe, d. h. Schärfe für verschiedene Entfernungen, besitzen. Diese Bedingungen sind nun nicht alle zugleich vollständig erfüllbar und man hat die Objektive verschieden konstruirt, je nach dem Zwecke, den sie erfüllen sollen. So giebt es Landschafts-Linsen, Portrait-Objektive etc., bei denen die eine oder andere Bedingung in den Vordergrund gestellt ist. Um bei kurzer Brennweite dennoch eine grosse Oeffnung des Objektivs und dadurch möglichst helle Bilder zu erzielen, wendet man allgemein ein System von 2 achromat. Linsen an, die bald mehr oder weniger von einander abstehen und zwischen welche verschiedene Blenden eingeschoben werden können. Der Erste, welcher ein solches „Portrait-Doppel-Objektiv“ berechnete, war Petzval in Wien, welcher es dem Optiker Voigtländer zur Ausführung gab. Durch das Petzval'sche oder Voigtländer'sche Objektiv wurde das Portrait-Photographiren eigentlich erst möglich gemacht. Bei diesem Objektiv ist alles dem Zwecke geopfert, ein starkes Strahlenbündel zu erhalten, das frei von sphärischer und chromatischer Aberration ist. Fig. 935 stellt ein Petzval'sches Objektiv dar. Es besteht aus einer dem Objekte zugekehrten plankonvexen achromat. Linse *l* und einer bikonvexen Kombination *nm*, bei welcher die Flintglaslinse *m* in berechneter Entfernung von der Crownglaslinse *n* steht. Bei *b* werden die ungleich grossen Blenden eingeschoben.

Fig. 935.

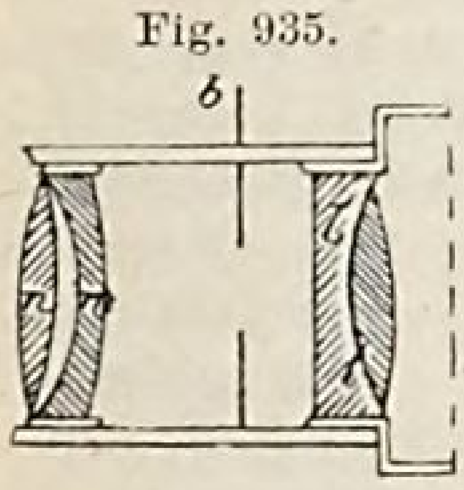


Fig. 936.

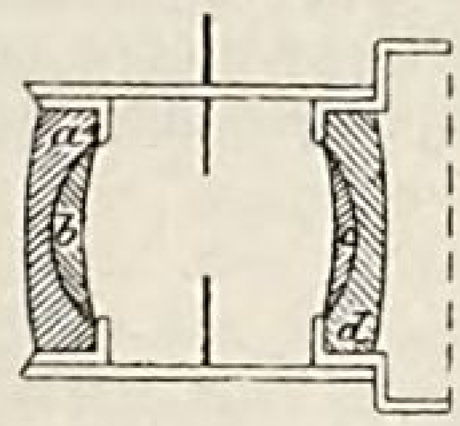


Fig. 937.

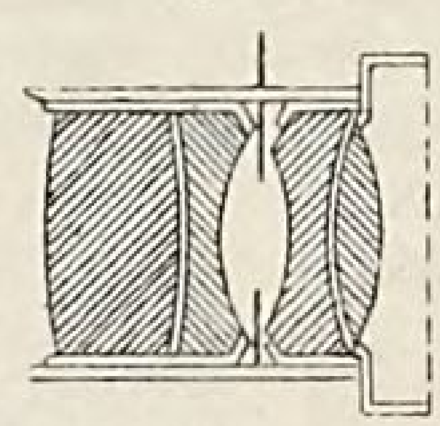
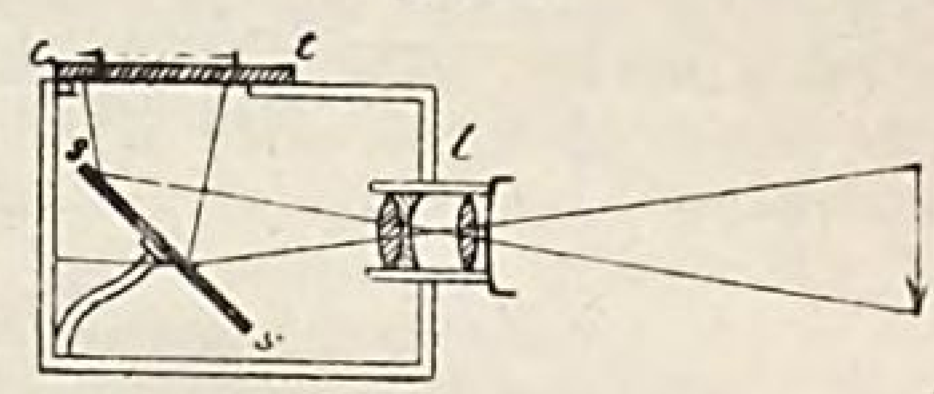


Fig. 938.



Ein anderes von Steinheil in München konstruirtes Objektiv, Fig. 936, „Aplanat“ genannt, giebt bei grosser Lichtstärke absolut scharfe und korrekte Zeichnungen bis zum Rande und ist frei von Reflexlicht-Flecken. Der Aplanat ist zum Photographiren von Architekturen, Landschaften, Reproduktionen und Gruppen im Freien verwendbar; sein Gesichtsfeld-Winkel ist ca. 60°. Er besteht aus den beiden entgegengesetzt gekrümmten und angeordneten achromat. und nahe aplanat. Doppellinsen *a*, *b* und *c*, *d*, wobei *b* und *c* aus Crownglas, *a* und *d* aus Flintglas bestehen.

Bei dem 1881 von Steinheil konstruirten „Antiplanat“, Fig. 937, so genannt, weil 2 Linsenpaare von grossen aber entgegengesetzten Fehlern in Bezug auf Kugelgestalt, Farbenzerstreuung etc. kombinirt sind, liegen die beiden Doppellinsen sehr nahe an einander. Der Antiplanat zeichnet sich durch ausserordentliche Tiefe und grosse Lichtstärke aus.

Fig. 939.

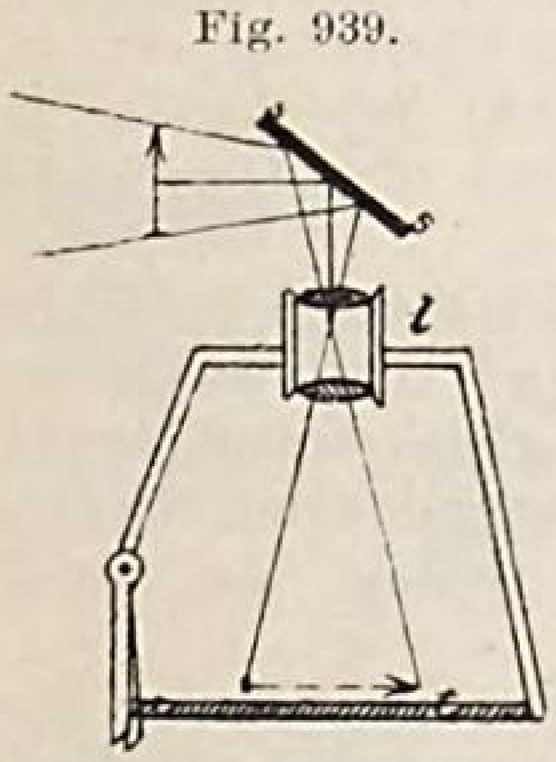
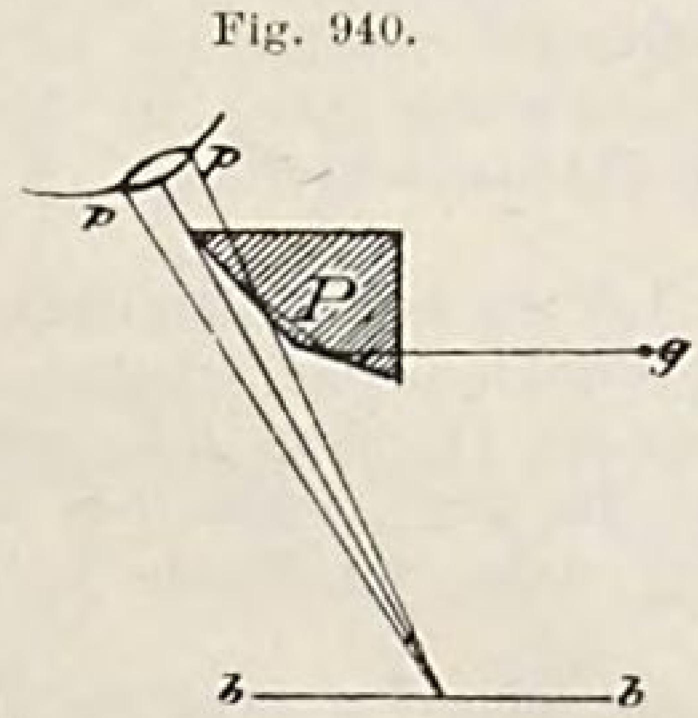


Fig. 940.



Alle andern ausserdem konstruirten und im Gebrauch befindlichen Objektive auch nur anzuführen fehlt der Raum und verweisen wir dazu auf das treffliche Handbuch der Photographie (3. Heft) von Dr. Josef Maria Eder. —

Will man das reelle Bild, welches das Objektiv einer camera liefert, nachzeichnen, so giebt man letzterer gewöhnlich die aus Fig. 938 und Fig. 939 ersichtliche Einrichtung. Darin ist *l* die Linse, *s* ein Spiegel und *t* die matte Tafel.

Einen ähnlichen Zweck verfolgen die camera lucida von Wollaston und die übrigen Zeichnungsapparate von Sömmering, Nobert und Nachet. Bei der camera lucida von Wollaston, Fig. 940, wird durch die eine Hälfte der Pupille *pp* das im Prisma *P* reflekt. Bild des Gegenstandes *g* gesehen, durch die andere Hälfte direkt das Blatt Papier *bb*, auf welchem das Bild sich projizirt.

Die andern beiden genannten Apparate dienen vornehmlich dazu, das im Mikroskop gesehene Bild durch einen über dem Okular unter 45° geneigt angebrachten Spiegel, Fig. 941, zugleich mit dem Papier (b) für die zeichnende Hand sichtbar zu machen. Dies geschieht durch ein Prisma P, welches das Papier nach O total reflektirt.

c. Das zusammengesetzte Mikroskop.

Alle zusammen gesetzten optischen Apparate bestehen im wesentlichen aus 2 Linsensystemen, dem Objektiv und dem Okular. Das zusammen gesetzte Mikroskop wendet man zur Vergrösserung kleiner Objekte an und zwar dann, wenn die Lupe nicht mehr ausreicht; seine Wirkungsweise ist in Fig. 942 schematisch dargestellt.

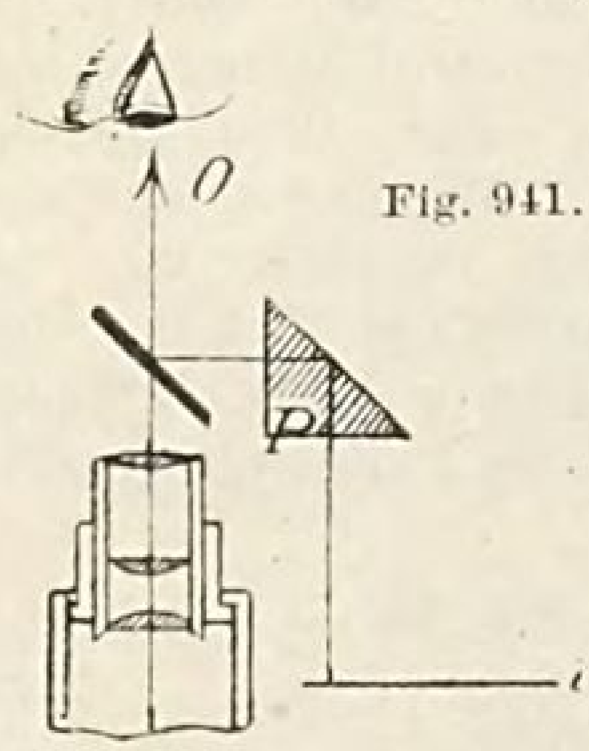
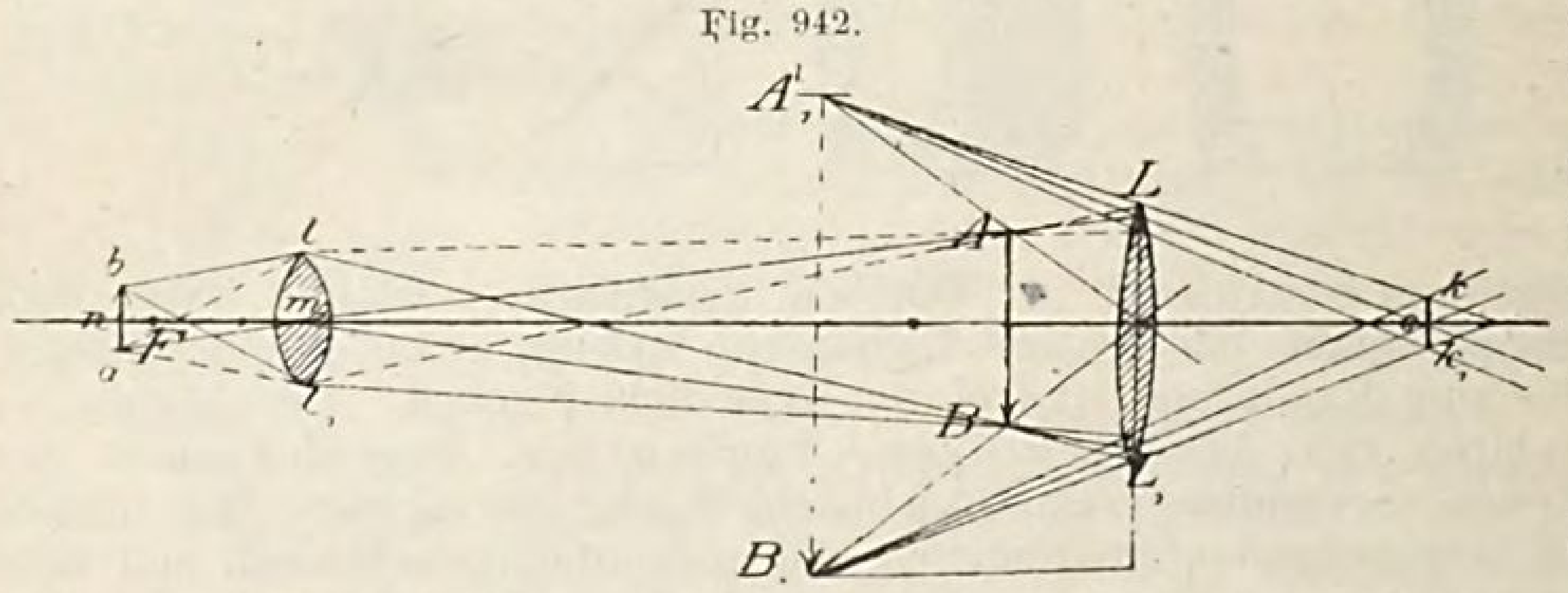


Fig. 941.

Das Objektiv l von sehr kleiner Brennweite mF entwirft von dem nahe dem Brennp. F gelegenen Objekt ab ein reelles, vergrössertes und umgekehrtes Bild AB, welches durch die Lupe (Okular) LL_1 betrachtet, für das Auge o nochmals vergrössert, virtuell und aufrecht in A_1B_1 zu liegen scheint. Daraus folgt, dass die Gesammt-Vergrösserung des Mikroskops, d. h. das Verhältniss des Sehwinkels A_1OB_1 zu dem Winkel aob unter dem das mit blossem Auge gesehene Objekt erscheinen würde, das Produkt der Vergrösserung des Objektivs und des Okulars ist. Sie wächst also mit dem Abstand des Okulars vom Objektiv oder mit der Länge des Mikroskop-Rohrs, und ferner mit der Abnahme der Brennweite des Objektivs u. des Okulars.

Fig. 942.



Um grösstmögliche Vergrösserung zu erzielen, zieht man es gewöhnlich vor, bei mässiger Länge des Rohres und geringer Vergrösserung des Okulars, Objektive von ausserordentlich kleiner Brennweite anzuwenden. Die Gründe dafür sind folgende: Ist schon die grosse Länge eines Mikroskops an sich unbequem, so hat ein durch seine Länge vergrösserndes Mikroskop noch den wesentlichen Nachtheil, dass das Objekt sehr nahe dem Brennp. liegen muss. Dadurch geht aber die Tiefe des Mikroskops verloren, d. h. die Fähigkeit die in verschiedenen Tiefen gelegene Theile eines Objekts zugleich deutlich zur Anschauung zu bringen. Denn wir wissen, dass wenn ein Lichtpunkt sich nur von $2f$ bis f bewegt, sein Bildpunkt von $2f$ bis in die Entfernung ∞ eilt. Eine starke Vergrösserung durch das Okular aber ist insofern unpraktisch, als: 1. die Ungenauigkeiten des Objektiv-Bildes vergrössert, 2. aber das Gesichtsfeld bedeutend verkleinert würde.

1. Das Gesichtsfeld. Wäre AB ein selbstleuchtender Gegenstand, so sendete z. B. Punkt B Strahlen nach allen Punkten des Okulars, und man würde sein Bild B_1 auch dann noch sehen, wenn der Durchm. LL_1 sehr klein gemacht würde. Dies ist aber beim Mikroskop nicht der Fall. Alle von b ausgehenden Strahlen schneiden sich in B, um das Okular nahe am Rande L_1 zu treffen, da, wo die Gerade bmB das Okular schneidet.

Um alle von dem Objekt ab ausgehenden Strahlen durch das Okular noch aufzufangen, und somit sichtbar zu machen, muss $\angle LmL_1 = amb$ sein und ferner die Okularlinse in ihrer ganzen Ausdehnung zur Bild-Erzeugung beitragen. Soll $\angle LmL_1$, welcher das Gesichtsfeld des Mikroskops misst, gross sein, so auch der Durchm. des Okulars; dies schliesst aber eine starke Vergrösserung durch das Okularglas aus.

2. Helligkeit des Bildes. Alle von den Objektpunkten ausgehenden Hauptstrahlen, bmL_1, amL u. s. w., schneiden sich nach dem Austritt aus dem

Okular in dem Augenp. O, welcher das Bild vom Objektiv-Zentrum m ist; ebenso passiren alle austretenden Strahlenbündel, $a l l_1$, $b l l_2$ u. s. w., durch die Kreisfläche $k k_1$, den sogen. Okularkreis, welcher das Bild der Objektivöffnung $l l_1$ darstellt. Um daher die grösstmöglichste Lichtmenge zu empfangen, muss man die Pupille des Auges nach O bringen. Die Grösse des Okularkreises ist gemäss den frühern Gleichgn. leicht zu berechnen; und zwar ergiebt sich, dass der Quotient aus dem Halbm. des Objektivs zum Halbm. des Okularkreises = ist der Vergrösserung, multipliz. mit $\frac{nm}{no}$; dieser Bruch kann beim Fernrohr = 1 gesetzt werden. Nennen wir diejenige Vergrösserung, wobei der Okularkreis = der Pupille ist, die Normalvergrösserung des Instruments, so gelten die folgenden von Helmholtz und Abbe gefundenen Sätze (deren Beweise wir übergehen müssen):

a. Die Helligkeit des Instruments wird = der des freien Auges, wenn die Vergrösserung $\leqq$ als die Normalvergrösserung ist.

b. Dagegen wächst bei gleich bleibender Divergenz der einfallenden Strahlen die Helligkeit umgekehrt proportional der Vergrösserung der Flächen, wenn diese $>$ als die Normalvergrösserung ist. Da die Normalvergrösserung nach Helmholtz im Maximum 166,7 beträgt, so wird die Helligkeit $= \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}$ etc. für eine 333, 500, 666 etc. fache Vergrösserung; sie nimmt also mit letzterer schnell ab. Experimentell lässt sich die Grösse des Okularkreises finden, indem man das Instrument auf eine helle Fläche einstellt. Man sieht dann vor dem Okular eine helle Kreisfläche auf dunklem Grunde; der Okularkreis und seine Vergleichung mit dem Querschnitte der Pupille giebt sofort das Verhältniss, in welchem die Helligkeit des Bildes zur Helligkeit des direkt gesehenen Objekts steht.

3. **Das Objektiv und das Okular.** Wo es sich, wie beim Mikroskop-Objektiv, darum handelt, Linsen mit kurzer Brennweite herzustellen, die möglichst frei von Aberrationen sein sollen, wendet man stets eine Kombination von mehreren achromat. Linsen an, wie sie zuerst von Selligue (1824) und Amici angefertigt wurden. Bei kleinem Oeffnungswinkel (bis zu 35°) und 16 mm Brennweite genügen 2 achromat. Linsen a und c Fig. 943, bei einem Winkel bis 60° und einer Brennweite bis 6 mm, 3 achromat. Linsen a, b, c während man für grössere Oeffnungswinkel 4 gliedrige Systeme anwendet, von denen die unterste Linse d möglichst nahe dem Objekt steht.

Fig. 943.

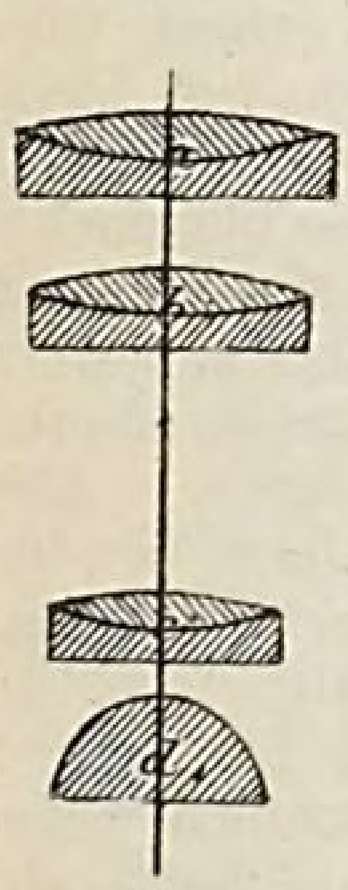
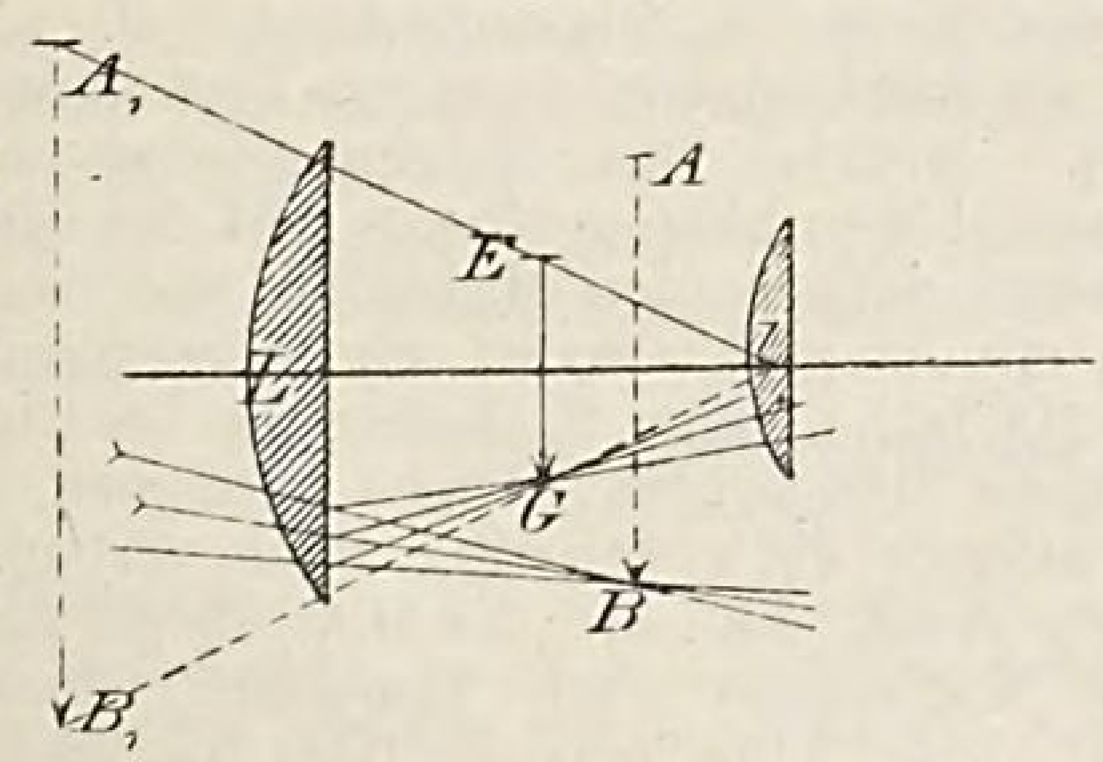


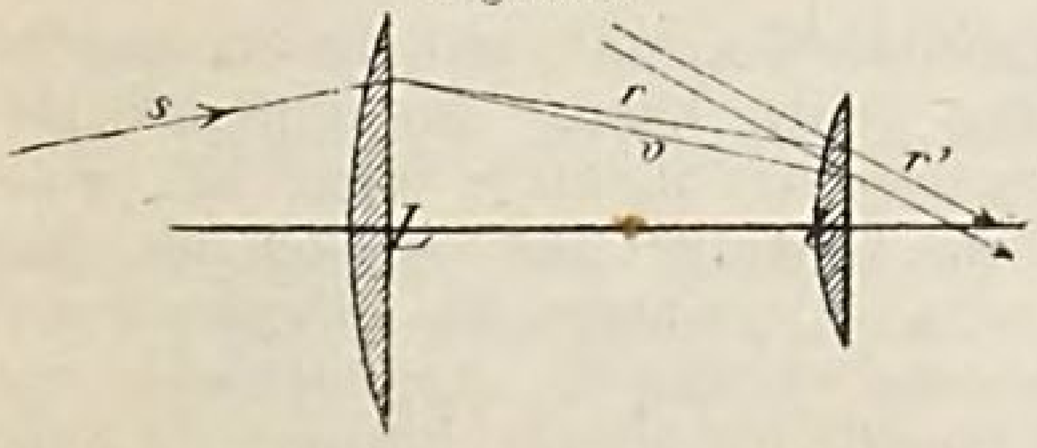
Fig. 944.



Auch das Okular soll bei grossem Gesichtsfeld kleine Brennweite haben und aberrationsfreie Bilder liefern. Für diesen Zweck wendet man jetzt allgemein 2 plankonvexe Linsen an, die zugleich so berechnet und gestellt sind, dass sie für verschiedene Farben dieselbe Vergrösserung (d. h. gleiche Brennweiten) haben, also die chromat. Aberration aufheben.

Bei dem Huyghens'schen Okular, Fig. 944, fängt die sogen. Kollektivlinse L alle vom Objektiv kommenden Strahlen auf, noch ehe sie das Bild AB erzeugen und konzentrirt sie auf ein kleineres Bild EG, welches durch die Lupe l, das eigentliche Okularglas vergrössert und aufrecht in $A_1 B_1$ gesehen wird. Bei gleicher Vergrösserung giebt dieses Huyghens'sche (oder Campani'sche) Okular ein doppelt so grosses Gesichtsfeld als eine einfache Lupe. Inwiefern es die chromat. Abweichung aufhebt geht aus Fig. 945 hervor. Ein vom achromat. Objektiv kommender Strahl s theilt sich bei L in einen rothen r und einen violetten v. Da letzterer das Okular l dem Scheitel näher durchsetzt als ersterer,

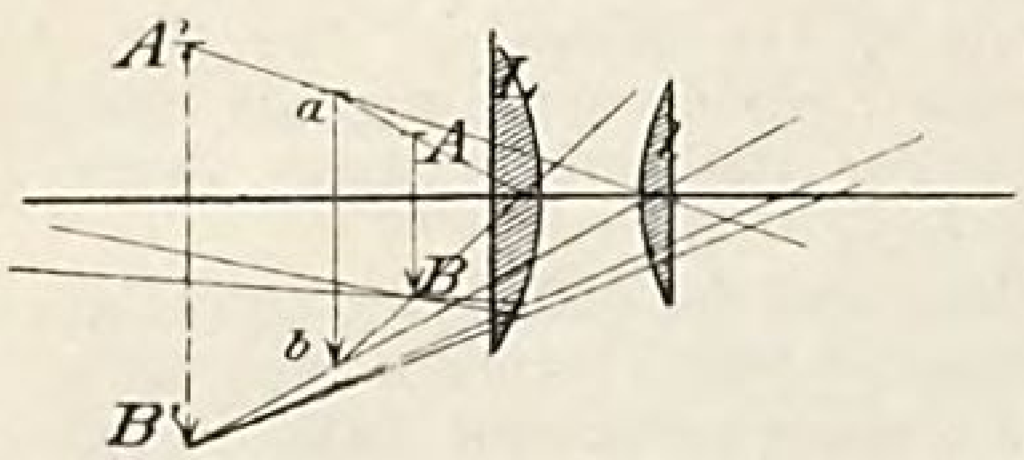
Fig. 945.



so wird er hier weniger gebrochen und man kann es durch passende Wahl der Entfernung Ll dahin bringen, dass die aus l tretenden Strahlen r_1 und v^1 einander parallel laufen, d. h für das Auge von einem Punkte eines entfernten Sehfeldes zu kommen scheinen. An die Stelle des reellen Bildes EG bringt man eine Blende und wenn man Messungen ausführen will, ein Fadenkreuz, welches dann gleichzeitig mit EG in der Ebene des Bildes $A_1 B_1$ erscheint.

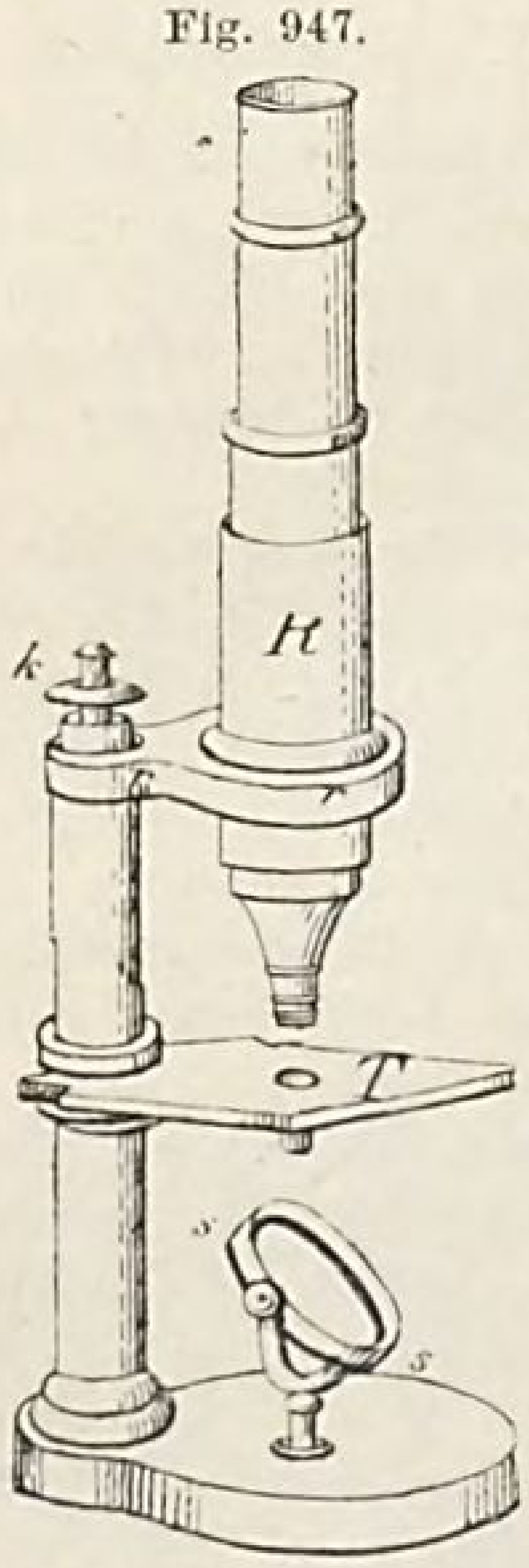
Praktischer in letzterer Beziehung ist das beim Fernrohr meist angewendete Ramsden'sche Okular, Fig. 946. Dasselbe besteht aus den beiden plankonvexen Linsen L und l und wirkt wie eine Doppellupe. In der That entwirft das Kollektivglas L vom Objektivbild AB ein virtuelles Bild ab, welches noch innerhalb der Brennweite von l liegt und, durch das Okularglas l betrachtet, nochmals vergrössert in $A'B'$ erscheint. Da somit AB ausserhalb des Okulars liegt, so auch die Blende mit dem Fadenkreuz — ein zum Messen sehr günstiger Umstand.

Fig. 946.



4. Mechanische Einrichtung eines zusammen gesetzten Mikroskops. Das im Ring r und mittels der Schraube k auf und ab zu bewegende Rohr R trägt am untern Ende das Objektiv-System, am obern das Okular-System. Um verschiedene Vergrösserungen erzielen zu können, sind einem Mikroskop verschiedene Objektive mit dazu gehörigen Okularen beigegeben. Bei den sogen. Pankrati'schen kann man ohne Wechsel der Objektive und Okulare durch Ausziehen der Rohre R bescheidene Variationen in der Vergrösserung herbei führen. Die Objekte werden auf den Objekttisch T gelegt, der in seiner Mitte eine Oeffnung hat, durch welche ein Hohlspiegel s Licht auf das Objekt sendet. Statt eines einfachen Hohlspiegels s wendet man bei sehr starken Vergrösserungen aus Linsen zusammen gesetzte Beleuchtungs-Apparate an.

Fig. 947.

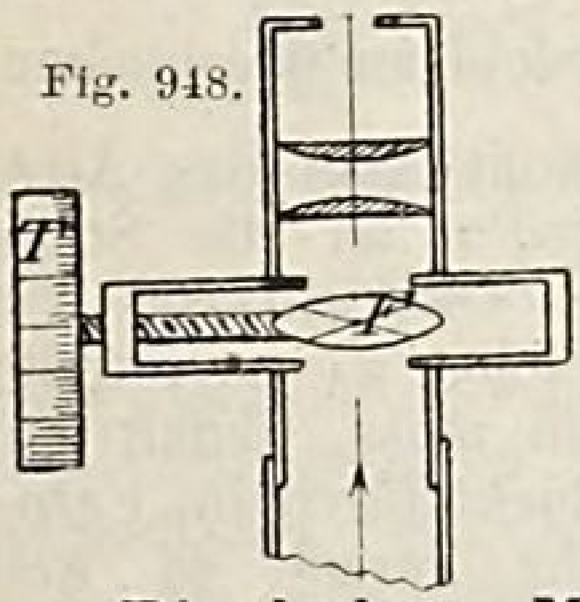


5. Experimentelle Bestimmung der Vergrösserung eines Mikroskops. Statt die Brennweiten der einzelnen Linsen und daraus die Gesammt-Vergrösserung des Mikroskops zu bestimmen, verfährt man einfacher direkt so: Man legt auf den Objekttisch ein Glasmikrometer, d. h. einen Glasmaassstab, auf welchem die Länge von 1 ^{mm} etwa in 100 Theile getheilt ist. Mittels eines Zeichnungs-Apparates projizirt man auf das im Mikroskop gesehene Bild des Glasmikrometers einen seitwärts aufgestellten Maassstab und vergleicht beide Maassstäbe mit einander. So ist die Vergrösserung in unserm Falle eine 100 fache, wenn 2 Theilstriche des Glasmikrometers mit 2 Theilstrichen des projizirten Maassstabes gerade zusammen fallen. Aber nicht die Vergrösserung allein, sondern die gleichzeitig damit verbundene Wiedergabe der Details kleinster Objekte macht die Güte des Mikroskops aus, und darum wählt man zur Prüfung eines Mikroskops auch künstliche Objekte, wie die „Nobert'schen Platten“, bei denen 1 par. Linie noch in 1000 bis 2000 Th. getheilt sein sollen. Die gebräuchlichste Vergrösserung ist die 600 fache, insofern wegen der Abnahme der Helligkeit bei stärkerer Vergrösserung die Deutlichkeit der Details wieder abnimmt.

Wesentlich mehr leisten die sogen. „Immersions-Systeme“, mit denen man bis zu einer mehr denn 3000 fachen Vergrösserung gehen kann. Sie unterscheiden sich von den bisher besprochenen „Trocken-Systemen“ dadurch, dass bei ihnen zwischen das Deckplättchen des Objekts und das Objektiv eine stärker als Luft brechende Flüssigkeit (Wasser, Oel, Glycerin u. s. w.) gelagert ist. Dadurch wird vorerst der schädliche Einfluss des Deckgläschens verringert, was bewirkt, dass ein Objektpunkt aufgelöst wird in mehrere (vergl. S. 965). Ferner wird die Divergenz der aus dem Deckglase austretenden Strahlen verkleinert, so dass der Oeffnungswinkel und damit die Helligkeit der Bilder vergrössert wird.

Grenze der Leistungsfähigkeit der Mikroskope. Wiewohl durch die Immersion die Vergrösserungsfähigkeit des Mikroskops bedeutend zunimmt, kann sie doch nie über eine gewisse Grenze hinaus gehen. Diese ist aber weder in der zu geringen Helligkeit, noch in den früher genannten Fehlerquellen zu suchen, sondern wird einzig bedingt durch die von Abbe und v. Helmholtz zuerst berechnete Beugung der Lichtstrahlen im Mikroskop. Mit der Vergrösserung wächst die Beugung der in ein äusserst enges Bündel zusammen gedrängten Strahlen schliesslich so stark, dass dagegen alle andern schädlichen Einflüsse verschwinden. Nach v. Helmholtz ist die Grösse der kleinsten wahrnehmbaren Distanz zu $^1/_{3636}$ mm, bei Immersions-Systemen zu $^1/_{4848}$ mm berechnet worden. In der That ist diese theoret. Grenze schon nahezu erreicht; nach Harting ist die praktisch gefundene Grenze $^1/_{3313}$ mm, nach Dippel $^1/_{3500}$ mm; bei violettem Lichte ist man wegen seiner kleinen Wellenlänge noch etwas weiter gekommen.

Okular-Mikrometer. Das Okular-Mikrometer dient zur Messung kleiner Abstände, z. B. auch der Gitterstreifen eines Nobert'schen Gitters. Zu dem Zwecke ist das mit einem Fadenkreuz versehene Okular oder, wie in Fig. 948 angedeutet, das Fadenkreuz F allein mittels einer Mikrometerschraube $\perp$ zur Mikroskop-Axe verschiebbar. Die lineare Verschiebung ist an der in 100 Th. getheilten Trommel T bei $^1/_{10}$ mm Ganghöhe der Mikrometerschraube bis auf $^1/_{1000}$ mm ablesbar. Fällt das Fadenkreuz in dieselbe Ebene wie das mikroskop. Bild des als Objekt dienenden Gitters, so ist das Fadenkreuz nach einander nur auf 2 Gitterstriche einzustellen, um aus der Drehung der Trommel den Abstand der Gitterstreifen zu berechnen.


Fig. 948.

Binokulare Mikroskope. Man unterscheidet hier die stereoskopischen Binokular-Mikroskope, bei denen die beiden Augen desselben Beobachters gleichzeitig dasselbe Objekt betrachten, so dass ein stereoskopischer Effekt erzielt werden soll, von denen, wo gleichzeitig zwei verschiedene Beobachter dasselbe Objekt betrachten. Ersteres ist gewöhnlich so eingerichtet, dass die von dem gemeinschaftl. Objektiv kommenden Strahlen getheilt und dem einzelnen Auge zugeführt werden. Bei letzterm fängt ein im Innern des einen Rohrs befindliches total reflektirendes Prisma die Hälfte der vom Objektiv kommenden Strahlen auf, um sie nach dem 2. Rohre zu senden.

d. Von den Fernröhren (Teleskope).

Wenn man alles zusammen hält, was sich heute noch über die Erfindung des Teleskops fest stellen lässt, erscheint es als ziemlich sicher, dass der Middelburger Brillenschleifer Lippershey 1608 das erste Teleskop verfertigt hat. Dagegen scheint Jacob Adriamzoon erst nach Lippershey Fernrohre angefertigt und der auch als Erfinder des Fernrohrs genannte Zacharias Jansen das erste zusammengesetzte Mikroskop konstruirt zu haben.

α. Das astronomische Fernrohr.

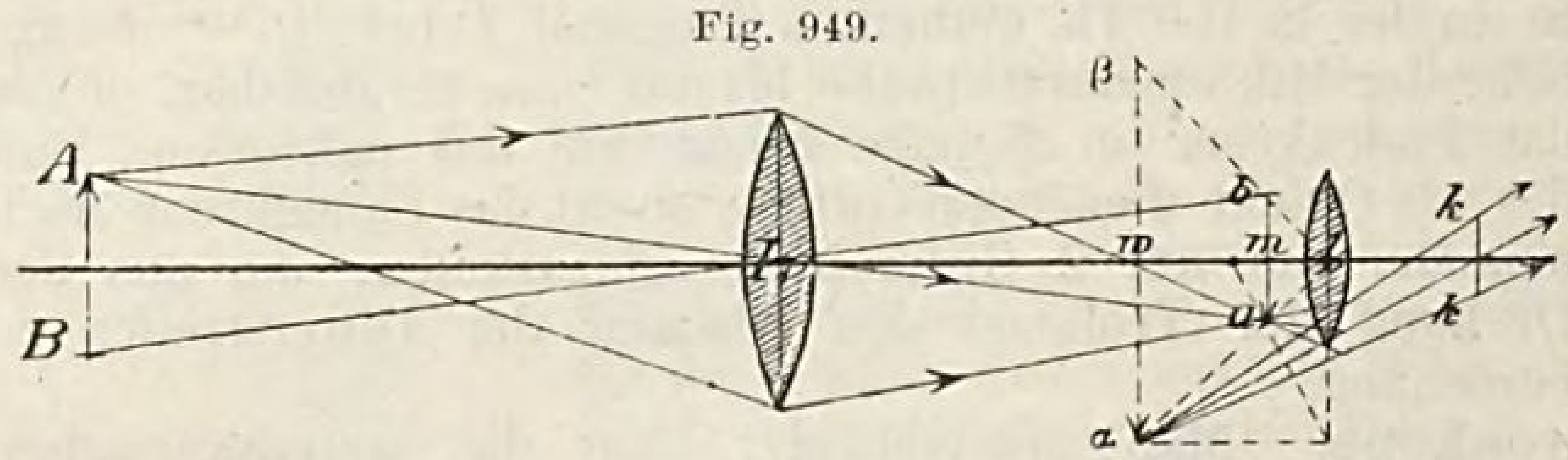
Im astronom. Fernrohr, Fig. 949, entwirft die Objektivlinse L von einem entfernten Gegenstande AB ein verkleinertes reelles Bild ab, welches, durch die Lupe l betrachtet, in der deutlichen Sehweite als virtuelles vergrössertes Bild $\alpha\beta$ erscheint. Während das Objekt AB mit blossem Auge unter dem Sehwinkel ALB erscheint, so durch das Fernrohr unter dem $\angle\ \alpha l \beta = a l b$. Das Fernrohrbild $\alpha\beta$ ist demnach um $\frac{\angle alb}{\angle aLb} = \frac{mL}{ml}$ mal grösser als das direkt gesehene Objekt AB. Sind F und f die Brennweiten des Objektivs L und des Okulars l so gilt: $Lm = \frac{FAL}{AL - f}$ und $lm = \frac{flw}{lw + f}$, woraus sich die Länge des Fernrohrs berechnet zu: $Ll = Lm + lm = F + f$. Dabei ist F gegen AL und f gegen w ∞ klein genommen worden, was in der That annähernd der Fall ist. Die gefundene Vergrösserungszahl $m = \frac{mL}{ml}$ wird demnach $= \frac{F}{f}$ und ist somit leicht empir. zu bestimmen. Bei gleichem Okular ist sie der Brennweite des Objektivs proportional. Wird AL kleiner so mL grösser; für nähere Gegenstände

muss das Fernrohr ausgezogen werden, während es für kleinere Sehweiten lw, also für kurzsichtige Augen verkürzt werden muss.

Objektiv und Okular des astronomischen Fernrohrs. Da in das Fernrohr nur Strahlen mit geringen Divergenzwinkeln eindringen, so braucht weniger die sphärische als die chromat. Abweichung korrigirt zu werden. Darum besteht das Fernrohr-Objektiv auch nur aus einer einzigen achromat. Crown-Flintglas-Linse von grosser Brennweite. Das Okular hingegen, welches beim Fernrohr vergrössernd wirken soll, ist ganz wie beim Mikroskop eingerichtet. Gewöhnlich wendet man das Campanische Okular an, doch bei Messungen lieber das Ramsden'sche, insofern dessen Fadenkreuz nicht zwischen, sondern vor die beiden Gläser zu liegen kommt.

Gesichtsfeld und Ort des Auges. Sei r der Halbm. des Okulars, so ist der Gesichtswinkel ω des Fernrohrs, Fig. 949: $\omega = \frac{2r}{Ll} = \frac{2r}{F+f} = \frac{2r}{\left(\frac{F}{f}+1\right)f}$, d. h. also: bei konstanter Brennweite f des Okulars nimmt das Gesichtsfeld ab, wenn die Vergrösserung $\frac{F}{f}$ zunimmt. Um das ganze Gesichtsfeld zu überblicken,

Fig. 949.



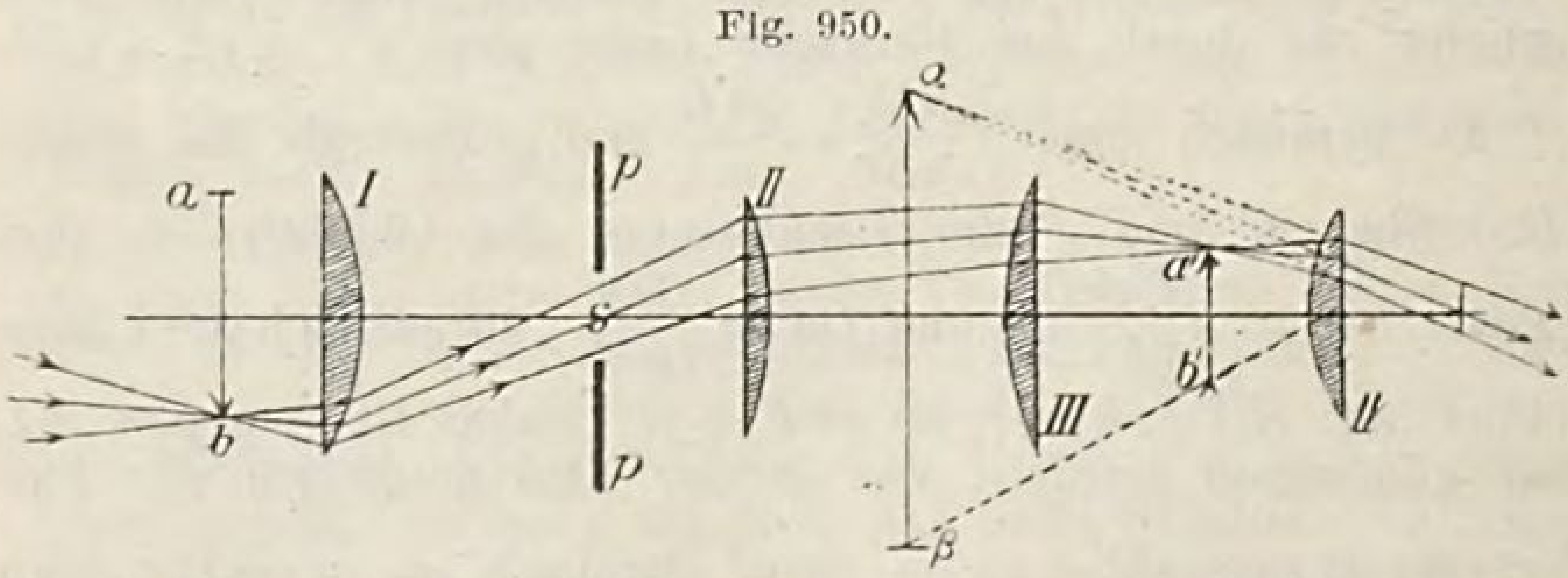
bringt man das Auge wieder an die Stelle des Okularkreises kk, welcher = der Pupille sein muss, damit ein Objekt durch das Fernrohr gerade so hell erscheine wie mit blossem Auge. Da nun gilt: $R = mr$, wo $m = \frac{F}{f}$, R und r die Halbm. des Objektivs und des Okularkreises sind, so ist es unnütz, den Objektivhalbm. $> R > \frac{F}{f}\rho$ zu machen (wo ρ den Halbm. der Pupille bedeutet). Im allgemeinen ist die Helligkeit $H = \frac{R^2}{\rho^2\left(\frac{F}{f}\right)^2}$ also proportional der Objektivfläche und umgekehrt proportional dem Quadrat der Vergrösserung.

Die 3 Haupteigenschaften eines guten Fernrohrs sind: Vergrösserung, Helligkeit und Schärfe. Man geht selten über eine 900fache Vergrösserung hinaus. Bei solch starken Vergrösserungen müssen auch sphär. und chromat. Abweichungen möglichst ganz beseitigt sein, ein Umstand, der an der Herstellung grosser homogener Flintglas-Linsen scheitert. Daher kommt es auch, dass bei stark vergrössernden Teleskopen das Objektiv das 10fache des ganzen übrigen Apparats kostet.

β. Das terrestrische Fernrohr.

Das astronom. Fernrohr zeigt uns die Objekte umgekehrt. Dies wirkt störend, sobald man nicht Sterne, sondern terrestrische Gegenstände betrachten will. Man hat deswegen terrestrische Fernröhre konstruirt, deren Okulare den Zweck haben, aufrechte Bilder zu liefern. Die jetzt gebräuchliche Form eines terrestrischen Okulars ist in Fig. 950 schematisch

Fig. 950.



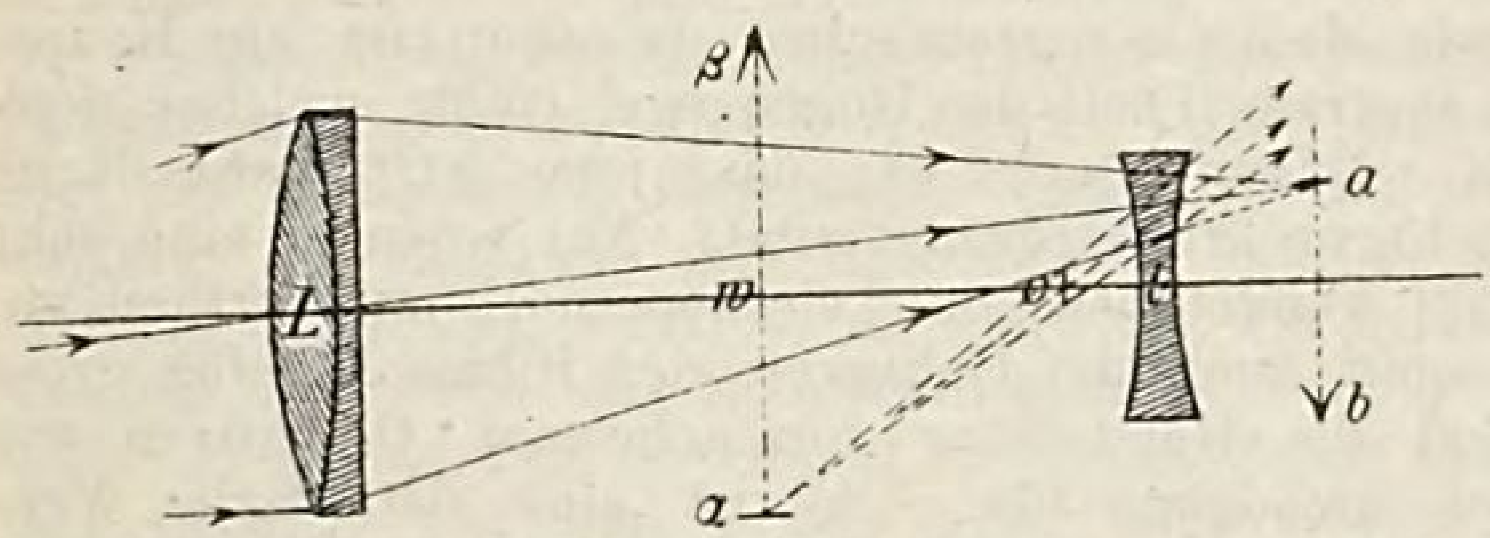
dargestellt. Im wesentlichen ist es ein schwach vergrösserndes Mikroskop. Das vom Objektiv des Fernrohrs entworfene Bild ab steht innerhalb der Brennweite der Linse I, so dass z. B. die von b ausgehenden Strahlen nach dem Durchgang

durch I divergiren. Nachdem diese Strahlenbündel die Axe bei s, wo eine Blende p ist, geschnitten haben, werden sie von der Linse II nahe parallel oder konvergent gemacht, um von Linse III zu dem aufrecht stehenden Bilde $a'b'$ vereinigt zu werden. Dieses Bild wird schliesslich durch die Lupe IV als vergrössertes virtuelles Bild $a\beta$ gesehen.

γ. Das holländische oder Galilei'sche Fernrohr.

Dasselbe Fernrohr zeichnet sich vor allem dadurch aus, dass es bei kurzer Länge des Rohrs und bei Anwendung einer einzigen Okularlinse aufrechte Bilder liefert. Das Schema desselben ist in Fig. 951 dargestellt. Noch ehe die vom achromat. Objektiv L kommenden Strahlen sich zu einem verkehrten Bilde ab vereinigen, treffen sie auf die einfache Zerstreuungslinse l, von der sie so gebrochen werden, als ob sie von dem aufrechten, virtuellen, vergrösserten Bilde $\alpha\beta$ kämen. Dabei muss das Okular l so gestellt werden, dass lw = der deutlichen Sehweite ist. Auch hier kann die Länge des Rohrs nahezu $Ll = F - f$ und die Vergrösserung $m = \frac{F}{f}$ gesetzt werden. Wenn demnach m klein ist, wird auch das Rohr nur kurz. So ist für $m = 8$, $F = 8f$, also $Ll = 8f - f = 7f$, d. h. nur 7 mal so gross als die kurze Okular-Brennweite f. Man wendet deshalb das holländische Fernrohr vorzugsweise zu Theatergläsern und Feldstechern an, zumal es wegen seines geringen Gesichtsfeldes und geringer Helligkeit (der Okularkreis liegt innerhalb in o) höchstens eine 30fache Vergrösserung verträgt. Das Gesichtsfeld wird wegen der Divergenz der austretenden Strahlen von einem Kegelmantel begrenzt, dessen Basis die Pupille und dessen Spitze der Mittelp. des Objektivs ist.

Fig. 951.



δ. Spiegel-Teleskope.

Wenn auch die durch Linsen entworfenen Bilder lichtstärker sind als die von Hohlspiegeln erzeugten, so haben doch letztere den grossen Vorzug, frei von dem Hauptfehler der Farbenzerstreuung zu sein. Dieser Umstand veranlasste die Astronomen zu einer Zeit, als der Achromatismus der Linsen noch ein unlösbares Räthsel schien, die Objektive der Fernrohre durch metallene Hohlspiegel zu ersetzen. So entstanden die verschiedenen Spiegelteleskope, die sich meist nur durch die Art und Weise unterscheiden, wie das vom Hohlspiegel erzeugte Bild des entfernten Gegenstandes durch das Okular betrachtet wird.

Am einfachsten ist das Spiegelteleskop von Herschel (1771), bei welchem das durch den schräg gegen die Axe des Rohres stehenden Objektivspiegel S, Fig. 952, am Rande des Rohrs entworfene Bild b vom entfernten Gegenstande durch das Okular l betrachtet wird.

Fig. 952.

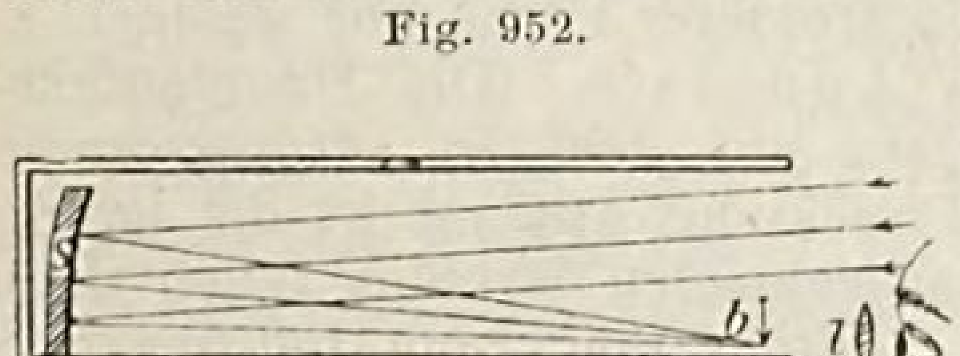


Fig. 953.

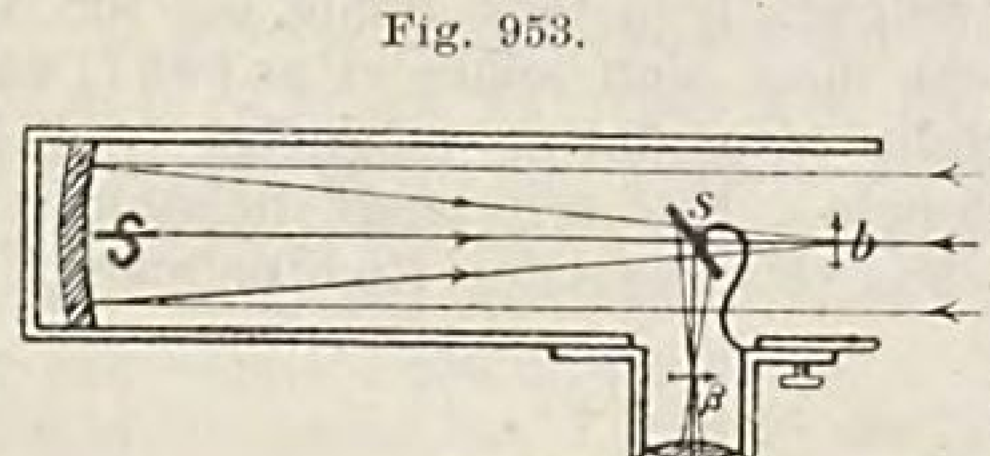
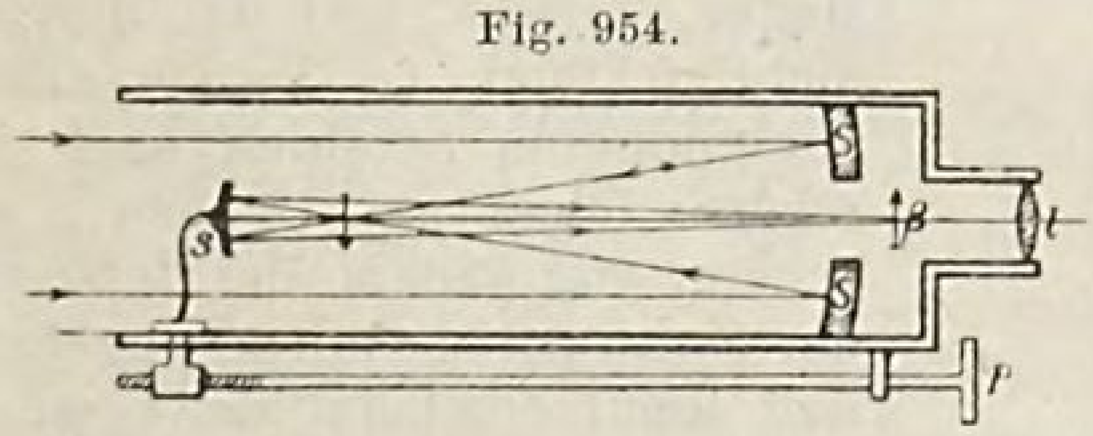


Fig. 954.



Damit der durch den Kopf des Beobachters abgeblendete Theil der Strahlen noch zur Bilderzeugung beitrage, konstruirte Newton (1672) ein Teleskop, bei dem die vom Spiegel S, Fig. 953, nach b konvergirenden Strahlen durch einen kleinen Spiegel s seitwärts nach β geworfen werden. Dieses in β entstehende Bild wird wieder durch die vergrössernde Lupe l betrachtet, welche mit dem Spiegel s zugleich seitlich verschiebbar ist, um eine gute Einstellung zu erzielen.

Bequemer eingerichtet zum Beobachten als diese Teleskope ist das von Gregory (1663) konstruirte Teleskop, welches in Fig. 954 schematisch dargestellt

ist. Die vom zentral durchbohrten Objektivspiegel S reflekt. Strahlen erzeugen nahe dem Brennp. des kleinen Spiegels s das Bildchen b. Hinter der Oeffnung des Objektiv-Spiegels befindet sich die Lupe l, mittels deren man das durch s von b entworfene aufrechte Bild β beobachtet. Die genaue Einstellung geschieht durch Verschieben von s mittels einer Schraube r.

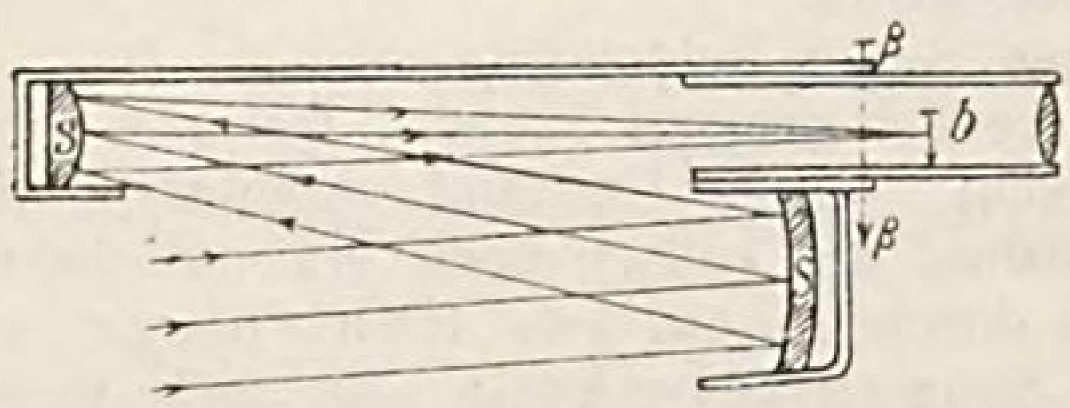
Von diesem Gregory'schen Teleskop unterscheidet sich endlich das Cassegrain'sche Teleskop dadurch, dass statt des Hohlspiegelchens s ein zwischen b und S liegender Konvexspiegel angebracht ist. Die auf denselben konvergent fallenden Strahlen werden also noch mehr konvergent gemacht und vereinigen sich vor der Okularlinse zu einem verkehrten Sammelbild.

Bei dem Gregory'schen, wie dem Cassegrain'schen Teleskop ist ein Hauptnachtheil der, dass gerade der zentrale Theil des Hohlspiegels fehlt, welcher doch die regelrechtesten Bilder giebt. Daher kommt es, dass jene jetzt ganz durch die achromatischen dioptrischen Fernrohre verdrängt sind. Nur wo man eine sehr starke Vergrösserung erzielen will, wendet man jene Teleskope noch mit Vortheil an, da der Objektiv-Spiegel und somit auch die Helligkeit des Bildes beliebig gross gemacht werden kann, während die Herstellung von achromat. Objektiven von mehr denn 45 ^{cm} Durchmesser unmöglich ist. So ist eine 6400 fache Vergrösserung, wie sie Herschel mit seinem 40 füssigen Teleskop, dessen Spiegel einen Durchm. von 1,25 ^{m} hatte, bei dioptrischen Fernröhren noch nicht erreicht worden.

In neuerer Zeit wendet man statt der sphär. Spiegel parabolisch geformte an, welche die parallelen Strahlen ohne sphär. Abweichung vereinigen; man ersetzt ferner die Metallspiegel durch solche aus Glas mit dünnem politurfähigen Silberüberzug. Solche Hohlspiegel reflekt. bei geringerm Gewichte bedeutend mehr Strahlen als die Metallspiegel und widerstehen ausserdem besser dem Einfluss der Luft.

Vorzügliches leistet ein vor mehreren Jahren (1877) von Förster & Fritsch in Wien erfundenes, wegen seiner geringen Länge Brachy-Teleskop genanntes Spiegel-Fernrohr, welches die Vorzüge des Herschel'schen mit denen des Cassegrain'schen vereinigt. Aus Fig. 955 ist seine Wirkungsweise ersichtlich. Die vom Objektiv-Spiegel S kommenden Strahlen werden von dem konvexen Spiegel s so reflekt., dass bei b ein verkehrtes reelles Bild entsteht, welches durch die Lupe l vergrössert in $\beta\beta$ gesehen wird. Ein Brachy-Teleskop von 106 ^{mm} Spiegelöffnung erfüllt schon die für Fernrohre der besten Art gestellten Bedingungen (Auflösung der Doppelsterne in der Jungfrau, β im Orion, dem Polarstern etc.).

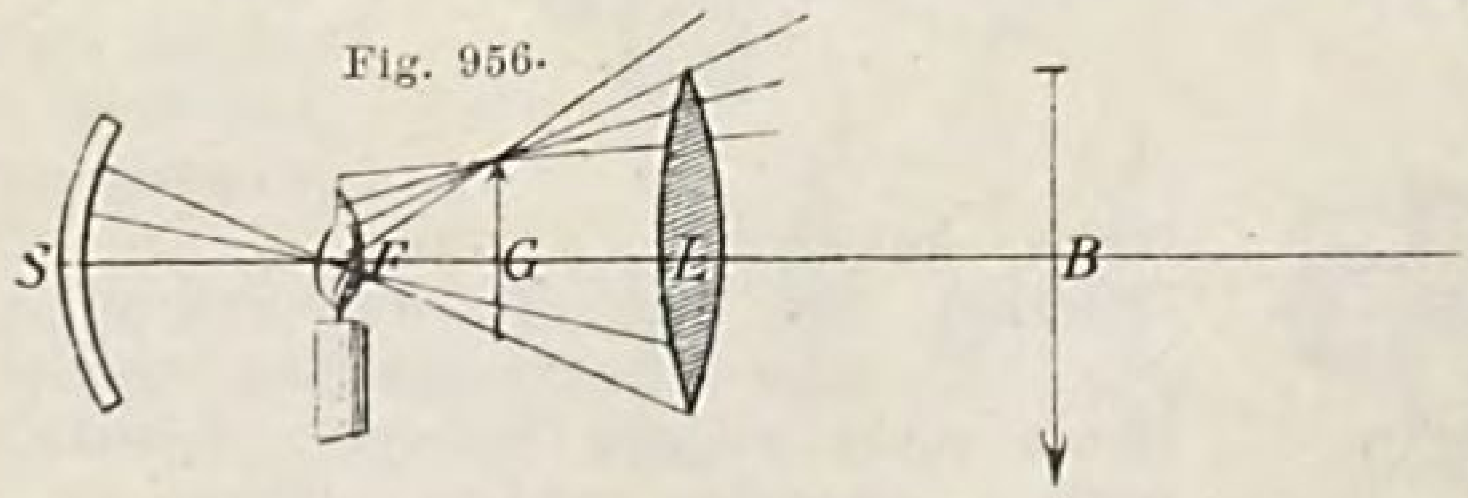
Fig. 955.



e. Projektions-Apparate.

Um ein vergrössertes, reelles Bild eines Gegenstandes etc. auf einem Schirme zu entwerfen, welches lichtstark genug ist, um von grösserer Ferne aus gesehen zu werden, bedient man sich eines Projektions-Apparats. Die Hauptaufgabe desselben besteht also darin, möglichst viel Licht auf dem zu vergrössernden Objekt zu sammeln. Ein seit lange bekannter Projektions-Apparat ist die laterna magica, Fig. 956. Die von der Lichtflamme F ausgehenden Strahlen fallen theils direkt, theils vom Hohlspiegel S, in dessen Zentrum sich F befindet, reflekt., auf das durchsichtige Objekt G. Da von allen Lichtpunkten Strahlen nach je einem Objektpkt. gehen, so scheint von jedem der letztern ein Strahlenbüschel auszugehen und somit erscheint der Gegenstand als selbstleuchtend. Die Linse L wird also von ihm in gewisser Entfernung ein reelles, vergrössertes und verkehrtes Bild B entwerfen, welches auf einem weissen Schirme aufgefangen werden kann. Wie die Figur erkennen lässt, treffen viele der Lichtstrahlen die Linse L gar nicht und gehen somit für die Projektion

Fig. 956.



verloren. Man ersetzt deswegen auch bei den einfachsten Zauberlaternen die eine Linse durch zwei geringerer Brennweite, von denen die erste nur die Divergenz der Strahlen vermindert, die zweite die Strahlen vereinigt. Der Vortheil ist unmittelbar einzusehen.

Wesentlich vervollkommnet ist der Apparat bekannt unter dem Namen **Skioptikon**. Bei dieser verbesserten laterna magica werden die von der Lichtquelle F und dem Spiegel S kommenden Strahlen noch ehe sie das Objekt treffen, von mehreren Konvex-Linsen (Kondensor-Linsen) parallel oder schwach konvergent gemacht, fallen dann auf das durchsichtige Objekt und werden mittels zweier achromat. Linsen zu dem Bilde vereinigt.

Aehnlich wie das Skioptikon ist der für wissenschaftliche Zwecke verbreitetste Projektions-Apparat, die **Dubosque'sche Laterne** eingerichtet; sie ist in Fig. 957 schematisch dargestellt. Darin bedeutet F den elektr. Flammenbogen, welcher im Zentrum des Spiegels S und zugleich im Brennp. des Linsensystems I., II., III. steht, so dass aus III. ein zylindrisches Strahlenbündel austritt, welches an Stelle der Sonnenstrahlen zu vielen optischen Versuchen gebraucht wird. Will man nun ein Objekt G projiziren, so stellt man dasselbe vor Linse III. und entwirft von ihm mittels einer oder zweier achromat. Linsen 1 und 2 ein reelles Bild auf einem weissen Schirm w.

Fig. 957.

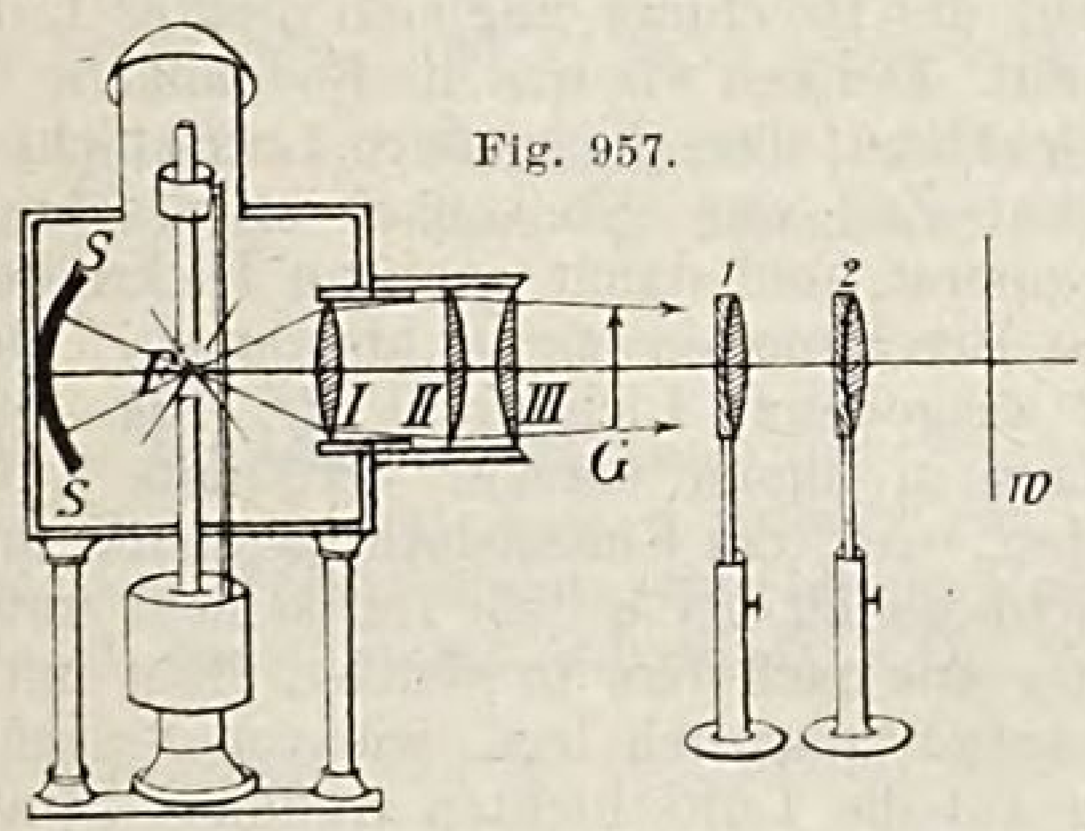
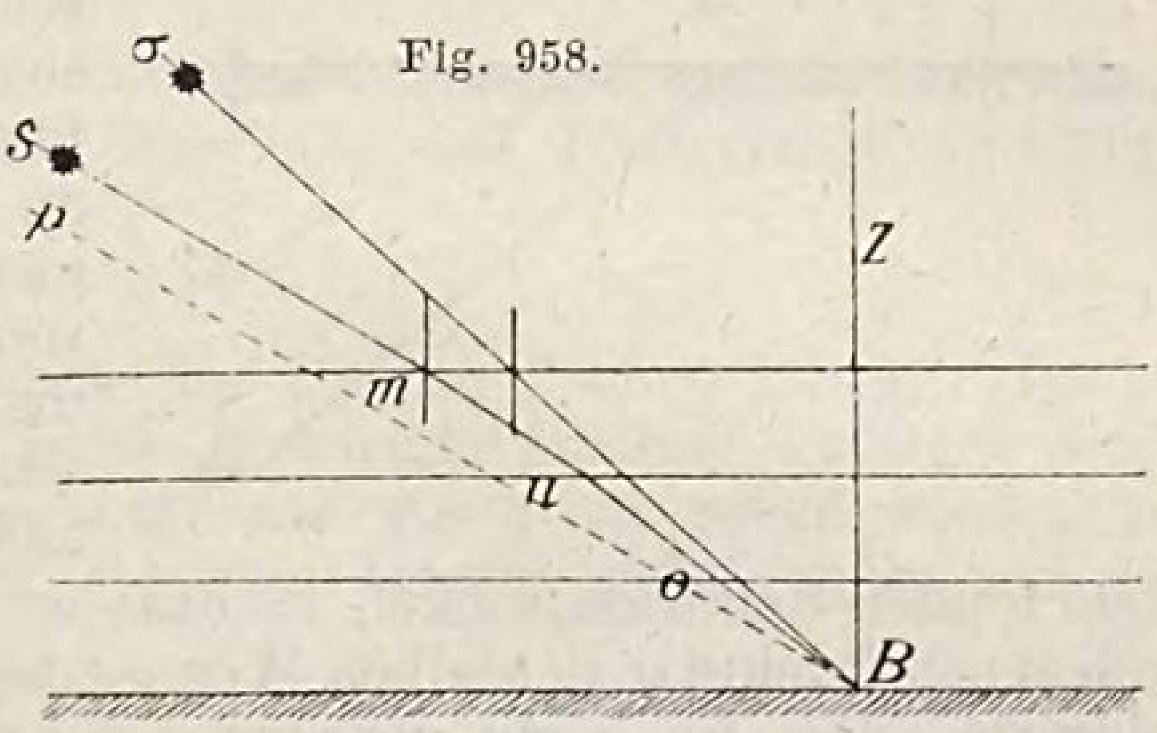


Fig. 958.



Statt des elektr. Lichts kann man auch das durch Glühen von Kalk in der Knallgas-Flamme erhaltene sogen. Drummond'sche Kalklicht anwenden.

f. Die optischen Erscheinungen der Atmosphäre.

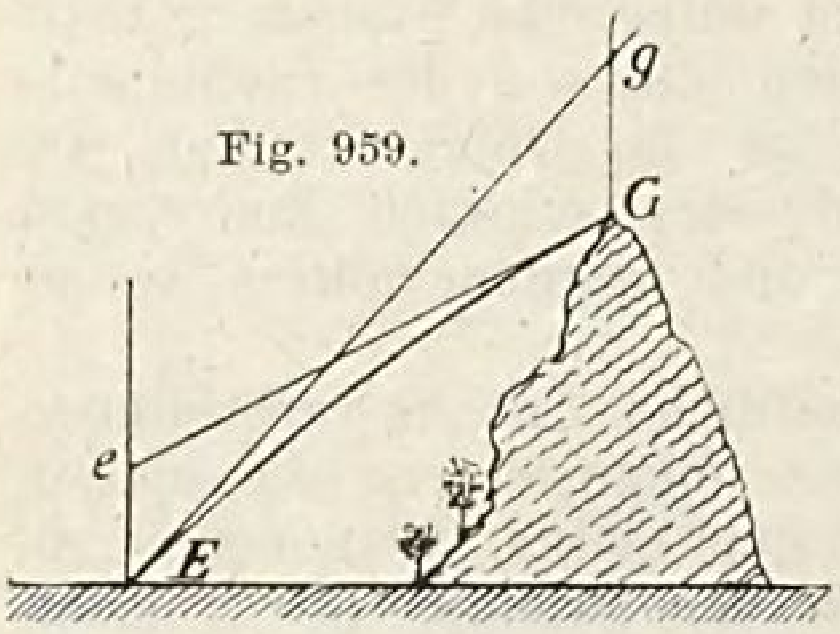
α. **Die astronom. Refraktion.** In Folge der von oben nach unten zunehmenden Dichte der Atmosphäre erscheint ein Stern s, Fig. 958, um einen gewissen Winkel nach dem Zenith z zu verschoben. In der That nähert sich der vom Stern s kommende Strahl sm, bei m in die Luft eintretend, immer mehr der Vertikalen, so dass er eine Kurve $smnoB$ beschreibt, deren Tangente σB in B die Richtung angiebt, in welcher s von B aus gesehen wird. Ist pB parallel sm, so heisst $\angle pBz = \alpha$ die wahre, $\angle \sigma Bz = \beta$ die scheinbare Zenithdistanz des Sterns s und ihre Differenz $\delta = \alpha - \beta$ die astronomische Refraktion.

Nehmen wir an, dass alle Luftschichten eben und parallel seien, so geht die Brechung des Strahls sm so vor sich, als ob dieser direkt aus dem ersten in das letzte Medium ginge. Der Einfallswinkel im ersten Medium mit dem Brechungsexpon. $= 1$ ist aber α und der im letzten mit dem Brechungsexpon. $= n_0$ ist β; demnach gilt: $\sin\alpha = n_0 \sin\beta$, oder: $\sin(\beta + \delta) = n_0 \sin\beta = 1{,}000294 \sin\beta$, woraus δ für jeden beliebigen Winkel β folgt.

Unter der Annahme, dass die Luftschichten kugelschalig und parallel der Erdoberfläche sind, gestaltet sich die Rechnung etwas komplizirter; auch kommen dabei die Abhängigkeit der Dichte und Temperat. der Luftschichten von ihrer Höhe vor. Es existiren nun verschiedene Refraktions-Theorien und Tafeln, welche für eine gewisse scheinbare Zenithdistanz die Refraktion δ berechnen lassen. Für die am Horizont befindlichen Gestirne beträgt δ mehr als 34′, d. h. es ist beinahe = dem Durchm. von Sonne oder Mond. Daraus geht hervor, dass wir letztere Gestirne auch dann noch ganz sehen, wenn sie bereits unter den Horizont gesunken sind und dass in Folge dessen die Tage länger dauern, als es ohne die astronom. Refrakt. der Fall wäre.

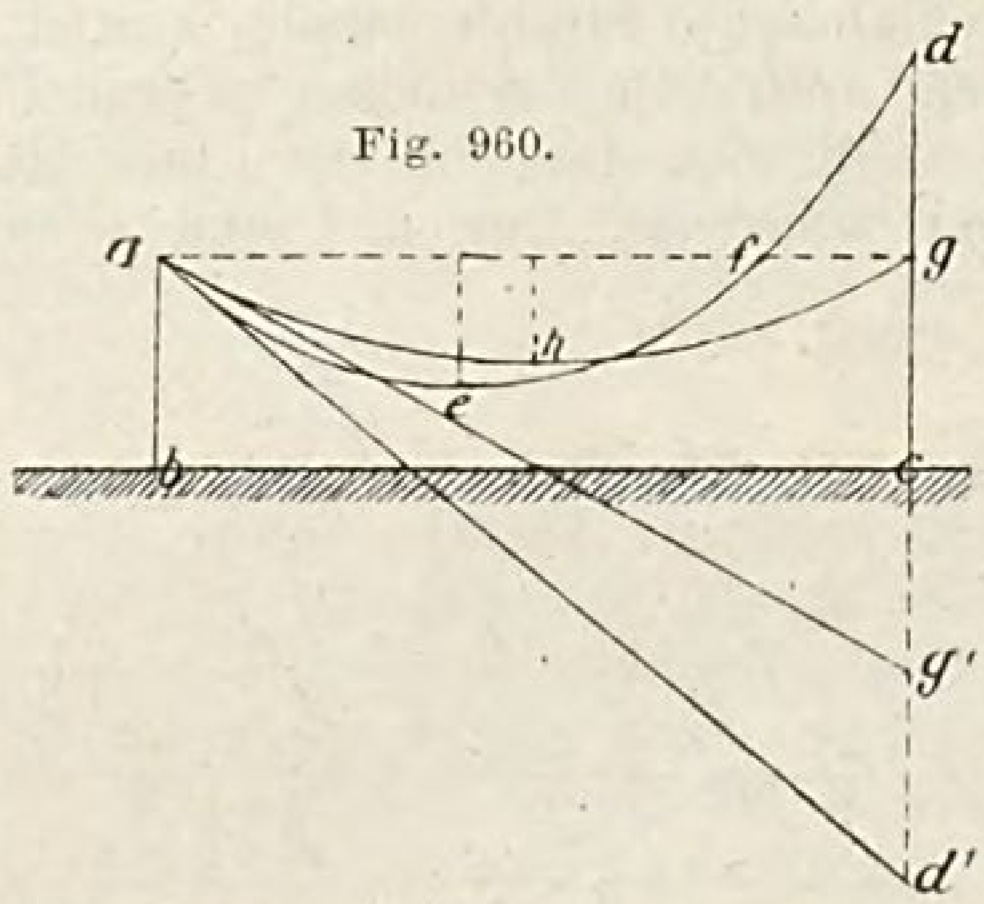
β. **Terrestrische Refraktion.** Nach dem Vorigen erklärt es sich, dass, Fig. 959, der von E aus gesehene Gipfel G eines Berges und umgekehrt der von G aus betrachtete Punkt E der Ebene gehoben erscheinen muss. Ist GE die Kurve des Lichtstrahls zwischen G und E so giebt die Tangente an dieselbe im Punkte G bezw. E den scheinbaren Ort e bezw. g von E bezw. G. Die Erfahrung hat gelehrt, dass die Summe der beiden Refrakt. $(GEg + EGe)$ proportional ist dem Winkel, welchen die Lothe gG und eE am Erdmittelpkt. mit einander einschliessen. Durch die terrestrische Refraktion erklärt sich das Schwanken entfernter Punkte im Fernrohr und das Zittern von Gegenständen, deren Lichtstrahlen durch eine stark bewegte, z. B. durch einen Brand erhitzte Luftschicht gehen müssen.

Fig. 959.



γ. **Luftspiegelung.** Auch die von den Reisenden nach den Wüstenländern beschriebene Täuschung, gemäss deren das Auge einen See vor sich zu sehen glaubt, in dem sich die entfernten Gegenstände spiegeln, beruht auf der Brechung ungleich dichter Luftschichten. Denken wir uns die Bodenfläche bc so stark erhitzt, dass die niedern Luftschichten für kurze Zeit von unten nach oben schnell an Temperat. und damit auch an Dichtigkeit und an Brechungsvermögen abnehmen. Der von d ausgehende Lichtstrahl df, Fig. 960, tritt dann in immer stärker verdünnte Luftschichten, wird vom Einfallsloth abgelenkt und trifft schliesslich bei e eine Luftschicht unter dem totalen Reflexionswinkel, so dass er von e aus nach dem in gleicher Höhe mit f gelegenen Punkte a denselben Weg ea nach aufwärts zurück legt, wie von f nach e abwärts. Der bei g mit geringerer Neigung auf die Luftschichten treffende Strahl wird schon bei h total reflekt., und so scheint der Gegenstand cgd verkehrt in cg_1d_1 als ob er in der Fläche bc gespiegelt wäre.

Fig. 960.



In Polargegenden wird oft das umgekehrte Schauspiel beobachtet, indem sich ein Spiegelbild nach oben ausbildet. Es tritt dies ein, wenn die obern Luftschichten anomaler Weise wärmer sind als die untern, so dass die nach oben gehenden Lichtstrahlen total nach unten reflekt. werden. —

IX. Dispersion des Lichts.

Lässt man einen Strahl weissen Lichts durch Brechung von seinem Wege ablenken, etwa indem man ihn durch ein Glasprisma gehen lässt, so tritt ausser der Brechung eine Zerlegung des Lichts auf. Fällt das Licht durch eine kreisrunde Oeffnung ein und nach seinem Durchgang durch das Prisma auf einen weissen Schirm, so sieht man hier nicht einen runden weissen Fleck, sondern ein in die Länge gezogenes Bild, dessen einer Rand roth, dessen anderer violett ist. Nimmt man als Einfallsöffnung einen schmalen Spalt, der der brechenden Kante des Prismas parallel steht, so erhält man einen hellen Streif, der, vom am wenigsten abgelenkten Ende beginnend, die Farben roth, orange, gelb, grün, blau, indigo, violett zeigt.

Dieser Versuch wurde zuerst von Newton (1666) angestellt. Er schloss daraus, dass: 1. das weisse Sonnenlicht aus verschiedenfarbigen Strahlen zusammen gesetzt sei, und dass: 2. die verschiedenfarbigen Strahlen verschieden stark gebrochen werden. Diese Zerlegung des gemischten Lichts in die verschiedenfarbigen Bestandtheile nennt man Dispersion, das durch ein Prisma entworfene farbige Bild des Spalts Spektrum.

Benuzt man Sonnenlicht, so zeigt das Spektrum nicht nur die oben genannten 7 Farben, — deren Bezeichnung von Newton eingeführt ist, — sondern es sind unendlich viele verschiedenen Farben vorhanden, die je nach ihrer Wellenlänge verschieden stark gebrochen werden.

Dass diese Farben wirklich im farblosen weissen Licht vorhanden sind und nicht erst durch die Beschaffenheit des Prismas herbei gebracht werden, hat schon Newton dadurch nachgewiesen, dass er durch Vereinigung des Spektrums in einem Punkt, etwa mittels einer Linse, wieder weisses Licht hervor brachte.

Wir haben früher gesehen, dass der Brechungsexpon. für irgend ein Medium = dem Quotient. der Lichtgeschw. in Luft (oder genauer im Vakuum) und der in dem betr. Medium: $n = \frac{v}{v_1}$ ist. Wir haben auch besprochen, dass im Vakuum und in Luft die Geschw. v für alle Farben nahezu identisch ist, etwa = 300000 km pro Sek. Wenn also im Prisma die verschiedenen Farben verschieden stark gebrochen werden, so muss die Geschw. verschieden langer Wellen in ponderabler Substanz verschieden gross sein. In der That lehrt die Mechanik, dass die Geschw. transversaler Wellen nur dann unabhängig von der Wellenlänge ist, wenn letztere ∞ gross gegen den Abstand der Moleküle ist. Ist dies nicht der Fall, so tritt Abhängigkeit von der Wellenlänge ein. Die Erscheinung der Dispersion zwingt uns also zu der Annahme, dass im Innern der ponderablen Substanz der Lichtäther in anderer Weise gelagert sei, als im Weltraum, so dass sich hier die Wellenlänge von Einfluss zeigt.

Es ist zuerst (1836) Cauchy gelungen, unter diesen Bedingungen die Geschw. zu berechnen, und er fand, dass man setzen müsse: $v = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4} + \ldots$, wo a, b, c... Konstanten für das betr. Medium sind. Daraus ergiebt sich dann als Gleichg., welche die Beziehung zwischen Brechung und Wellenlänge darstellt:

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \ldots$$

Diese Gleichg. ist bekannt unter dem Namen der Cauchy'schen Dispersions-Formel, in der A, B, C wieder für ein jedes brechende Medium konstant sind. Da die Wellenlängen sehr kleine Grössen sind, wie wir später sehen werden, so ist λ^4 schon ausserordentlich klein gegen λ^2; man benutzt daher meist nur die beiden ersten Glieder der Reihe, und schreibt: $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$.

Diese Gleichg. ist von grosser Wichtigkeit, indem sie gestattet, aus dem Brechungsexpon. eines Strahls seine Wellenlänge zu bestimmen. Haben wir nämlich irgend ein Prisma, und bestimmen die Brechungsexpon. für 2 verschiedenfarbige Strahlen, deren Wellenlängen wir auf anderm Wege gefunden haben, so haben wir die beiden Gleichgn.: $n_1 = A + \frac{B}{\lambda_1^2}$ und $n_2 = A + \frac{B}{\lambda_2^2}$, aus denen A und B zu berechnen sind. Findet man dann für irgend eine andere Farbe n_3, so lässt sich durch die obige Gleichg. das zugehörige λ_3 ausrechnen.

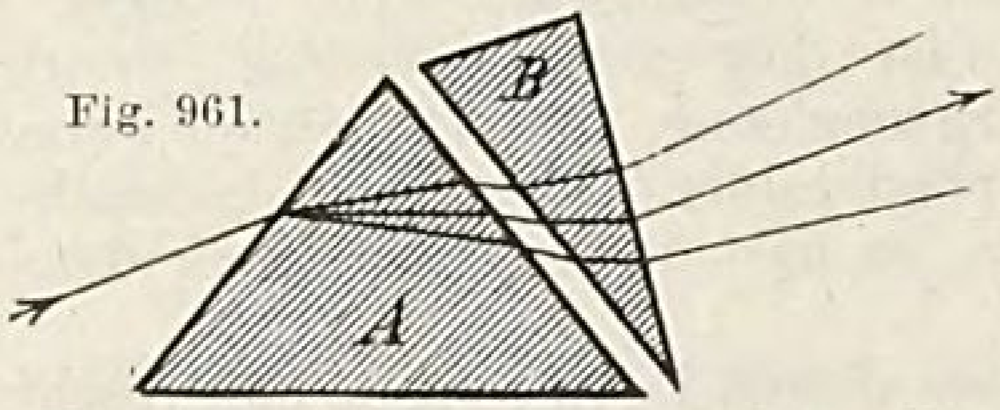
Die Cauchy'sche Rechnung ist später als nicht ganz streng richtig erwiesen, und von Christoffel verbessert worden; ferner sind auf Grund anderer theoret. Annahmen andere Dispersions-Formeln abgeleitet worden, so namentlich von Briot, Redtenbacher und Ketteler. Indessen sind auch alle diese Formeln nicht ganz richtig; die danach bestimmten Wellenlängen weichen von den wirklichen ab, und sie sind so viel schwieriger zu benutzen, dass man ziemlich allgemein die Cauchy'sche Formel beibehalten hat.

Zu erheblich besserer Uebereinstimmung mit der Erfahrung hat eine Gleichg. geführt, welche sich aus der Dispersions-Theorie von v. Helmholtz ableiten lässt. Diese Theorie nimmt an, dass die festen Molekeln dem Aether bei seinen Schwingungen einen der Reibung ähnlichen Widerstand leisten; sie führt zu der Gleichg.: $n^2 = 1 - P\lambda^2 + Q\frac{\lambda^4}{\lambda^2 - \lambda^2_m}$, wo P, Q, λ_m Konstanten sind, und zwar P sehr nahe = Q ist, so dass man auch angenähert schreiben kann:

$$n^2 = 1 + Q\frac{\lambda^2_m}{1 - \left(\frac{\lambda_m}{\lambda}\right)^2}.$$

In der Cauchy'schen Dispersions-Formel sind die Grössen A, B konstant für jedes Medium, aber für jedes verschieden. Die Differenz $n_1 - n_2 = d$ der Brechungsexpon. für die äussersten rothen und violetten Strahlen bezeichnet man als die Grösse der Dispersion des betr. Mediums. Von ihr hängt die Länge des Spektrums ab, welches durch Prismen mit gleichem brechenden Winkel aus verschiedener Substanz erzeugt wird. Vergleichen wir verschiedene Substanzen, z. B. Glas-Sorten, so finden wir sehr grosse Unterschiede im Werthe von d. Ebenso zeigt sich, dass für verschiedene Substanzen und die gleiche Wellenlänge die Brechungsexpon. sehr verschieden sein können. Dieser Umstand, dass wir Substanzen kennen, die das Licht wenig ablenken aber stark dispergiren und solche die es stark ablenken aber wenig dispergiren, giebt die Möglichkeit, Prismen herzustellen, welche das Licht zu einem Spektrum ausbreiten, ohne es im ganzen abzulenken. Solche Prismen, welche man „à vision directe" oder geradsichtige Prismen nennt, erhält man, wenn man an ein Prisma A, Fig. 961, von starker Dispersion und geringer Ablenkung, z. B. von Crownglas, ein zweites B, in umgekehrter Stellung fügt, welches stark ablenkt, wenig dispergirt, wie z. B. ein solches aus Flintglas. Der brechende Winkel von B wird so gross gewählt, dass die Ablenkung von A für eine mittlere Farbe gerade aufgehoben wird; von der Dispersion geht dabei nur wenig verloren, und man kann durch Aneinanderfügung mehrer solcher Prismen starke Dispersion ohne Ablenkung erhalten. Dies wird vielfach zu kleinen Taschen-Spektroskopen verwandt. In der folgenden Tabelle sind die Brechungsexpon. n_D für gelbes Licht und die Grösse der Dispersion d, für einige Substanzen zusammen gestellt.

Fig. 961.



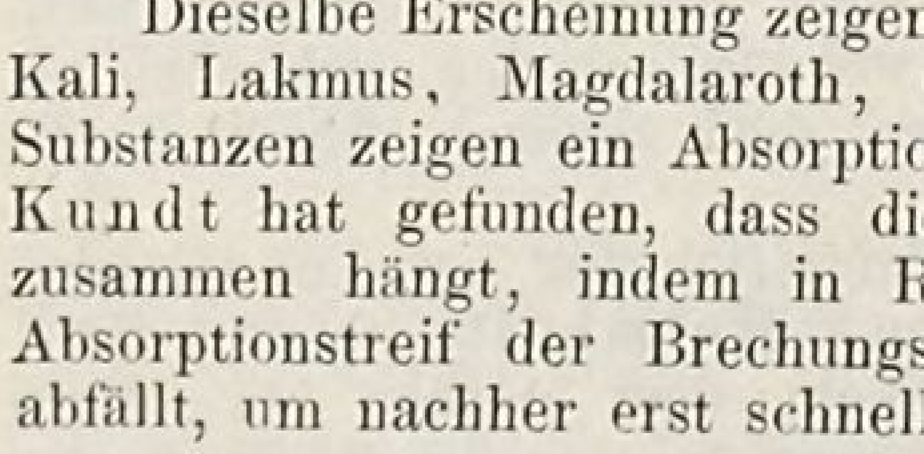
	n_D	d		n_D	d
Bleiglas	1,7321	0,0677	Wasser	1,3343	0,0132
Flintglas	1,7073	0,0371	Schwefelkohlenst. . .	1,6308	0,0837
„	1,6350	0,0433	Steinsalz	1,56	0,029
Crownglas	1,6114	0,0192	Diamant	2,49	0,056
„	1,5280	0,0204	Chromsaur. Blei . .	2,97	0,770

Anomale Dispersion. Während fasst alle Substanzen der Dispersions-Gleichg. so weit genügen, dass der Brechungsexpon. mit abnehmender Wellenlänge zunimmt, giebt es eine Anzahl anderer — namentlich Farbstoffe — die sich ganz abweichend verhalten. Diese Erscheinung ist zuerst von Christiansen (1870) beobachtet und von Kundt näher untersucht worden; man bezeichnet sie als anomale Dispersion.

Bringt man z. B. in ein Hohlprisma alkoholische Fuchsin-Lösung, so erhält man damit ein Spektrum, bei welchem grün am wenigsten gebrochen ist. Dann folgen blau, indigo, violett, roth, orange, gelb, gelbgrün. Das normale Spektrum ist also bei Fuchsin im grünen getheilt und die sonst als zweite erscheinende Hälfte der ersten voraus gesetzt.

Dieselbe Erscheinung zeigen u. a. Fuchsin, Karmin, Alizarin, übermangansaures Kali, Lakmus, Magdalaroth, Cyanin, viele Anilinfarben. Die meisten dieser Substanzen zeigen ein Absorptions-Spektrum mit sehr starken Absorptions-Banden. Kundt hat gefunden, dass die starke Absorption mit der anomalen Dispersion zusammen hängt, indem in Richtung der abnehmenden Wellenlänge vor dem Absorptionstreif der Brechungsexpon. rasch wächst, in demselben dann stark abfällt, um nachher erst schnell, dann langsamer wieder zu steigen.

Fig. 962.



Figur 962 veranschaulicht dies Verhalten für Cyanin. Auf der Abszissenaxe sind die Wellenlängen aufgetragen, darüber in ghi der Absorptions-Streifen. Als Ordin. sind die Brechungsexpon. genommen, und es zeigt die Kurve ab den Brechungsexpon. des Lösungsmittels, die Kurve $cdef$ den des Cyanins. Wie man sieht, sind die Brechungsexpon. von e bis f kleiner, als von c bis d; bei Benutzung des Cyanins als Prisma muss also der 2. Theil des Spektrums vor dem ersten liegen.

Auch diese Verhältnisse haben sich theoret. ableiten lassen aus der Einwirkung der ponderablen Moleküle auf den Lichtäther. Ein starker Absorptions-Streif deutet,

wie wir bei Besprechung der Absorption des Lichts sehen werden, darauf hin, dass die den materiellen Atomen eigenen Schwingungen überein stimmen mit den Schwingungs-Zahlen der betr. Wellen. Die Folge davon ist, dass die lebendige Kraft der Aetherwellen zum grossen Theil an die Atome abgegeben wird; die anomale Dispersion zeigt, dass dabei die Fortpflanzungsgeschw. geändert wird in der Weise, dass die längern Wellen verlangsamt, die kürzern beschleunigt werden. Denn dann wächst für erstere $n = \frac{v}{v_1}$, für letztere nimmt es ab, wenn v die Geschw. im Vakuum, v_1 die im dispergirenden Medium bezeichnet.

X. Wirkungen des Lichts.

Ehe wir dazu übergehen, das von verschiedenen Lichtquellen ausgesandte Licht zu untersuchen, müssen wir uns mit den verschiedenen Wirkungen des Lichts bekannt machen, auf welchen die Untersuchungs-Methoden beruhen. Je nach dem Reagens, welches wir den Wellen aussetzen, können wir 4 verschiedene Wirkungsweisen unterscheiden, die aber nicht in verschiedenen Eigenschaften des Lichts beruhen, sondern in der Natur der Reagentien. Gerade so wie ein und derselbe elektr. Strom sich kenntlich machen kann durch Zersetzung eines Elektrolyten, oder durch Erhitzung eines Drahtes, oder durch Bildung von Funken, oder durch Ablenkung einer Magnetnadel, gerade so können Aetherwellen durch Licht, Wärme, chemische Wirkung ihr Dasein dokumentiren.

a. Optische Wirkungen.

Wenn wir Himmelslicht durch ein Prisma zu einem Spektrum ausbreiten, so erkennen wir ein farbiges Band, dessen eines Ende roth, dessen anderes violett ist. Die äussersten rothen Strahlen haben eine Wellenlänge von etwa 700 (M^m)*), die äussersten violetten von 400 (M^m). Indessen zeigt ein Blick, dass an diesen Stellen das Licht nicht plötzlich abbricht, da die Enden des Spektrums nicht scharf begrenzt sind, sondern nur durch Lichtschwäche allmählich verschwinden. Benutzen wir helleres Licht, etwa direktes Sonnenlicht, so werden die Grenzen weiter hinaus geschoben und gehen von etwa 760 bis 390 (M^m). Besonders variabel ist die Fähigkeit des Auges für kürzere Wellenlängen; für verschiedene Individuen ist sie ganz verschieden. Blendet man die hellen Theile des Spektrums bis etwa 400 (M^m) ab, so sind viele Augen im Stande kürzere Wellen bis etwa 350 (M^m) zu sehen, wie zuerst v. Helmholtz nachwies. Das Licht erscheint dabei lavendelgrau. Die Sichtbarkeit ist also wesentlich bedingt durch die Intens. der Strahlen, daneben auch vom Bau des Auges; denn ausserhalb der gegebenen Grenzen ist das Dasein von Aetherwellen nicht erkennbar.

b. Wärme-Wirkungen.

Früher glaubte man, wo das Auge nichts mehr wahrnehme, seien auch keine Strahlen vorhanden. Im Jahre 1800 maass Herschel die Wärme, welche in verschiedenen farbigen Strahlen des Sonnenlichts vorhanden ist, indem er ein schmales Thermometer in einem Spektr. verschob. Dabei fand er, dass im violetten Licht die Wärmewirkung fast 0 sei und nach dem rothen Ende allmälig zunehme. Als er nun das Thermometer über das rothe Ende hinaus bewegte, fand er, dass die Erwärmung noch immer steige, bis zu einer Entfernung vom rothen Ende, die etwa = dem Abstand dieses vom gelb war; bei noch weiterer Verschiebung nahm sie wieder rasch ab. Dadurch war der Beweis geliefert, dass es noch grössere Wellenlängen giebt als solche von 760 (M^m), die zwar das Auge vermöge seiner Konstruktion nicht wahrnehmen kann, die aber durch Wärmewirkung sich kenntlich machen. Man bezeichnet dieselben als ultrarothe Strahlen.

Statt des unempfindlichen Thermometers sind später schmale Thermosäulen (namentlich von Lomansky) zur Wärmemessung benutzt worden. Das empfindlichste Instrument für diesen Zweck ist wohl das von Langley konstruirte, in den letzten 10 Jahren benutzte Bolometer. Dasselbe besteht aus einem Platinstreifen von 0,0001 ^{mm} Dicke und 0,02 ^{mm} Breite, welcher in einen Zweig einer Wheatstone'schen Brücke (S. 917) eingeschaltet ist. Wird dies Blättchen der Lichtstrahlung ausgesetzt, so erwärmt es sich; sein Widerstand für galvanische Ströme wächst, und das Galvanometer des Brückenzweiges giebt einen Ausschlag. Langley konnte so die Erwärmung um $^1/_{20000}$° C. noch messen; dieses Instrument zeigte,

*) Dies zur Abkürzung gewählte Zeichen bedeutet Milliontel-Millimeter.

dass Strahlen bis zur Wellenlänge $\lambda = 2800$ (M^m) im Sonnenlicht vorhanden sind und Wärmewirkungen ausüben. Bei irdischen Wärmequellen hat Langley sogar noch viel längere Wellen nachweisen können.

c. Chemische Wirkungen.

Vergl. hierzu XVI. S. 1056 ff.

d. Fluoreszenz und Phosphoreszenz.

Brewster fand 1838, dass einige Substanzen, wenn sie von Licht getroffen werden, die Eigenthümlichkeit zeigen, selbst andersfarbiges Licht auszusenden. Stokes untersuchte dann diese Erscheinung genauer und nannte sie Fluoreszenz; er fand dass die betr. Substanzen stets dasselbe Licht aussenden, von welchem Lichte sie auch getroffen werden. Aber nicht jedes Licht ist im Stande, das Leuchten hervor zu rufen; es zeigte sich, dass namentlich die kurzen Wellen, also diejenigen welche hauptsächlich chemisch wirksam sind, stark erregend wirken. Stokes stellte das Gesetz auf, dass zur Erregung des Fluoreszenz-Lichtes stets Strahlen von kürzerer Wellenlänge, als die erregten, erforderlich sind. Ob dies Gesetz immer gilt, ist aber noch zweifelhaft.

Es seien einige Substanzen genannt, welche die Erscheinung besonders deutlich zeigen, und dabei folgende Farben geben: Chlorophyll-Tinktur (roth), — Magdalaroth (orange), — Lackmus-Tinktur (orange), — Kalium platincyanür (goldgelb), — Uranglas (gelb), — Kurkuma-Lösung (hellgrün), — Aeskulin, — schwefelsaures Chinin (blau). — Lykopodium-Aufguss (dunkelblau). — Ausserdem eine grosse Menge von Pflanzenextrakten, Mineralien, Glassorten, mehr oder weniger.

Andrerseits wurde 1603 beobachtet, dass ausgeglühter schwefelsaurer Baryt nach Belichtung lange Zeit eigenes Licht aussendet. Später fand man eine grosse Anzahl von Verbindungen, namentlich von Calcium, Strontium, Baryum, Uran, welche dieselbe Erscheinung zeigen; man nennt sie Phosphoreszenz.

Der Unterschied zwischen Fluoreszenz und Phosphoreszenz ist, wie später Becquerel nachwies, nur ein quantitativer; alle fluoreszirenden Körper leuchten auch noch nach der Belichtung, wenn auch nur sehr kurze Zeit (kleine Bruchtheile von Sekunden) so dass wir das Eigenlicht nur gleichzeitig mit dem erregenden Licht sehen; die Körper dagegen, bei denen das Nachleuchten längere Zeit dauert, sind die phosphoreszirenden. In neuester Zeit ist man in der Herstellung phosphoreszirender Substanzen weit vorgeschritten und sie haben unter dem Namen von Balmain'scher Farbe vielfache Anwendung gefunden.

Von grossem Einfluss auf die Intensität und Dauer der Phosphoreszenz ist die Temperatur. Steigert man dieselbe, so wird das Licht heller, dauert aber auch nur kürzere Zeit. Bei vielen Substanzen kann man nur durch Erhitzen das Phosphoreszenz-Licht so weit steigern, dass es sichtbar wird.

Auch die Phosphoreszenz wird im allgemeinen durch kurze Wellen, blau, violett, ultraviolett, besonders stark hervor gerufen. Dagegen äussern die langen Wellen, rothes und ultrarothes Licht, wie Becquerel zuerst fand, gerade die umgekehrte Fähigkeit, nämlich schon bestehendes Fluoreszenzlicht auszulöschen. Beleuchtet man daher eine phosphoreszirende Platte mit Tageslicht, so dass sie leuchtet, und lässt dann auf sie an einzelne Stellen ultrarothes Licht fallen, so werden diese Stellen dunkel. Die Phosphoreszenz bietet somit Mittel, sowohl die ultravioletten, als die ultrarothen Strahlen zu untersuchen, und sie ist dazu namentlich von Soret und Becquerel benutzt werden. Soret lässt die unsichtbaren ultravioletten Theile des Spektrums auf eine fluoreszirende Platte fallen, die in das Okular eines Spektral-Apparats eingeschoben ist, und als welche er entweder Uranglas, oder eine dünne Schicht der genannten Flüssigkeit nimmt. Dann wird das Spektrum sichtbar, allerdings nicht in der ihm eigenthümlichen Farbe, sondern in der Farbe des Fluoreszens-Lichts. Becquerel dagegen lässt neben dem ultrarothen Theil des Spektrums etwas diffuses Tageslicht auf die phosphoreszirende Platte fallen; es zeigt sich dann das Spektrum dunkel auf hellem Grunde, als ein Negativ — in photograph. Bezeichnungsweise — weil das diffuse Tageslicht die ganze Platte zur Phosphoreszenz anregt, die vom hellen Spektrum getroffenen Stellen aber ausgelöscht werden.

XI. Emission des Lichts.

a. Emission durch feste Körper.

Wir sehen Körper nur dann, wenn von ihrer Oberfläche ausgehende Strahlen in unser Auge gelangen. Alle Körper, die sich in gewöhnlicher Temperat. befinden,

sehen wir nur dann, wenn sie fremdes auf sie fallendes Licht reflektiren; halten wir dies ab, so sind die Körper unsichtbar. Dies Verhalten ändert sich, sobald wir die Körper erhitzen; dann fangen sie an, selbstleuchtend zu werden, sie senden selbst sichtbare Strahlen aus. Zuerst erscheinen sie dunkelroth, bei steigender Temperat. werden sie immer weisser, um bei der höchsten Hitze die man deshalb „Weissglühhitze" nennt, rein weiss zu erscheinen. Draper hat zuerst (1847) diese Verhältnisse genauer untersucht und gefunden, dass die verschiedensten Materialien: Kohle, Metalle, Gläser, Steine, bei einer und derselben Temperat. anfangen leuchtend zu werden, nämlich bei etwa 525° C., um ebenso gemeinsam weissglühend zu werden.

Untersuchen wir mittels des Spektrums das ausgesandte Licht, so zeigt sich, dass zuerst nur die längsten dunkelrothen Wellen ausgesandt werden; dazu kommen allmälig die gelben, grünen, blauen, violetten, ultravioletten, während gleichzeitig die Intens. der einzelnen Farben steigt, bis schliesslich das Gemisch aller ausgesandten Farben weiss erscheint. Die Wellenlänge der ausgesandten Strahlen ist also bei den festen Körpern nur Funktion der Temperat.; wir können daraus schliessen, dass auch unter 525° die Körper Wellen aussenden; nur sind dies die längsten Wellen, die ultrarothen, welche für das Auge nicht sichtbar sind. Dagegen äussern sie sich durch Wärmewirkung; die Wämestrahlung eines noch nicht glühenden Metalls, eines Kachelofens ist bekannt. Mittels der für das ultrarothe Licht empfindlichen Platten ist es auch gelungen, Körper, die für das Auge vollständig unsichtbar sind, bei Temperat. von 100 bis 200° zu photographiren; dieselben müssen also Strahlen von der Wellenlänge etwa $\lambda = 1000 (M^m)$ aussenden.

Die Thatsache, dass das emittirte Licht nur Funktion der Temperat. ist, ist auch von grosser Wichtigkeit für die künstlichen Lichtquellen, die Lampen, deren Licht hauptsächlich von den in der Flamme befindlichen glühenden Kohlepartikelchen herrührt, also von glühenden festen Körpern. Die Lichter und gewöhnlichen Lampen erscheinen gelb, weil wegen der niedrigen Temperat. die violetten und ultravioletten Strahlen fehlen oder relativ schwach sind. Befördern wir den Luftzutritt, — was z. B. durch Einschnürung der Flamme in den sogen. Sonnenbrennern geschieht, — so kommt mehr Sauerstoff zur Verbrennung, die Flamme wird heisser und dadurch weisser. Wollen wir noch weisseres Licht haben, so müssen wir noch höhere Temperat. nehmen, wie sie z. B. bei Verbrennung von Wasserstoff mit Sauerstoff im Knallgasgebläse erreicht wird. Lenkt man eine solche Flamme, deren Temperat. etwa 3000° C. beträgt, gegen einen Kalkblock, so wird dieser glühend und sendet ziemlich weisses Licht aus. Die höchste erreichbare Temperat. erzielen wir im elektr. Flammenbogen, der entsteht, wenn ein starker elektr. Strom zwischen zwei Kohlestücken übergeht; die Temperat. erreicht 4000 bis 5000° C., und in Folge davon ist das Licht sehr weiss.

Die glühenden festen Körper senden Strahlen von allen möglichen Wellenlängen aus; wenn wir ihr Licht zu einem Spektrum ausbreiten, so muss dasselbe ein kontinuirliches farbiges Band bilden. Man bezeichnet solche Spektra als kontinuirliche. Alle festen glühenden Körper geben ein kontinuirl. Spektrum. Ganz anders verhalten sich leuchtende Gase und Dämpfe.

b. Licht-Emission der Dämpfe.

Wenn wir in eine Flamme von hoher Temperat. ein leicht verdampfbares Element oder Salz bringen, sei es in flüssigen oder festem Zustande, so wird es in Dampf verwandelt, welcher in Folge der hohen Temperat. glühend wird. Der Dampf sendet aber nicht Wellen von allen Farben aus, sondern nur von einigen bestimmten Farben. Das Spektrum ist daher kein kontinuirl., sondern besteht aus einzelnen getrennten farbigen Linien oder Bändern, die durch mehr oder weniger dunkle Zwischenräume getrennt sind. Untersucht man nun Dämpfe verschiedener Substanzen, so zeigt sich, dass ihre Spektra verschieden sind, und wir können, mit (gewissen nachher zu besprechenden) Einschränkungen sagen: jede chemische Verbindung zeigt, in glühenden Dampf verwandelt, ihr besonderes charakteristisches Spektrum.

Es ist dadurch ermöglicht, die chemische Natur irgend einer Substanz zu erkennen, indem wir sie in leuchtenden Dampf verwandeln und ihr Spektrum beobachten, sobald wir von allen bekannten Substanzen die Spektra beobachtet und gezeichnet haben. Man hat diese Art der Analyse Spektralanalyse genannt.

Wenn die Dämpfe nicht alle Farben emittiren, so kann ihr Licht auch nicht weiss erscheinen und die Thatsache, dass man auf diese Weise gefärbte Flammen erzeugen kann, war den Feuerwerkern längst bekannt. Es hatten auch Physiker bemerkt, dass die durch verschiedene Salze gefärbten Flammen verschiedene Spektra geben. Dass aber jede Substanz ihr besonderes Spektrum giebt und immer ein und dasselbe Spektrum geben muss, so dass ihre Anwesenheit oder Abwesenheit daran erkannt werden kann, das sprachen erst 1859 Kirchhoff und Bunsen aus und wurden so Begründer der Spektralanalyse.

c. Beziehungen zwischen Licht und Wärme.

Bevor wir uns zur Besprechung der Spektralanalyse wenden, wollen wir einige Hypothesen über das Entstehen der Lichtemission ausführen, die in ihren Folgerungen viele der Erscheinungen erklären.

Nach der mechan. Wärmetheorie sind die kleinsten Theile der Materie, die Moleküle, in steter Bewegung begriffen, deren Grösse von der Temperat. abhängt, mit ihr zunimmt. Bei dieser Molekularbewegung beschreiben die Molek. fester und flüssiger Körper ihre Bahnen um feste Zentren, wobei sie ausserordentlich oft zusammen stossen, da sie sich relat. sehr nahe sind. In Gasen liegen die Molek. weit aus einander, schwirren regellos umher und stossen nur relat. selten zusammen.

Die Molek. sind zusammen gesetzt aus Atomen; und zwar enthält wahrscheinlich jedes Molek. eine sehr grosse Anzahl von Atom. Bei den Zusammenstössen der Molek. werden diese erschüttert, und die Atome gerathen in Vibrationen, die durch die Masse und den Aufbau des Molek. wie durch die zwischen den Atomen wirkenden Kräfte bedingt sind. Jedenfalls sind in jedem Molek. von gegebener Beschaffenheit auch die Arten der möglichen Schwingungen, die Schwingungszahlen, gegeben. Es brauchen aber durch einen Stoss nicht alle möglichen Schwingungen hervor gerufen zu werden. Zwischen den Molek. und Atomen befindet sich der Lichtäther, der wie sie mit verdichteter Atmosph. umgeben wird. Bei der geradlinigen Fortbewegung der Molek. wird die ganze Aetherhülle mit fortgetragen; bei den Schwingungen der Atome dagegen geräth der Aether selbst in Schwingungen und diese müssen sich fortpflanzende Wellen erzeugen, die uns als Licht erscheinen.

Mit steigender Temperat. werden die Molekular-Bewegungen schneller, die Zusammenstösse stärker; daher wird auch die Atombewegung lebhafter. Analog mit akustischen Verhältnissen, und um den Thatsachen Rechnung zu tragen, müssen wir annehmen, dass je lebhafter die Zusammenstösse sind, desto schnellere Schwingungen der Atome erzeugt werden. Dann ergiebt sich sofort, dass bei Temperat.- Steigerung immer kürzere Wellenlängen emittirt werden.

d. Entstehung verschiedener Spektra.

Durch einen Zusammenstoss zweier Molek. werden alle denkbaren Schwingungen der Atome angeregt; sie verschwinden jedoch sofort bis auf die Eigenschwingungen des Systems, die allein sich längere Zeit erhalten. Wenn daher die Zusammenstösse ungemein zahlreich sind, wie es z. B. bei den festen glühenden Körpern der Fall ist, so können sich die Eigenschwingungen nicht frei ausbilden; es sind alle möglichen Schwingungen vorhanden und das emittirte Licht giebt ein kontinuirl. Spektrum.

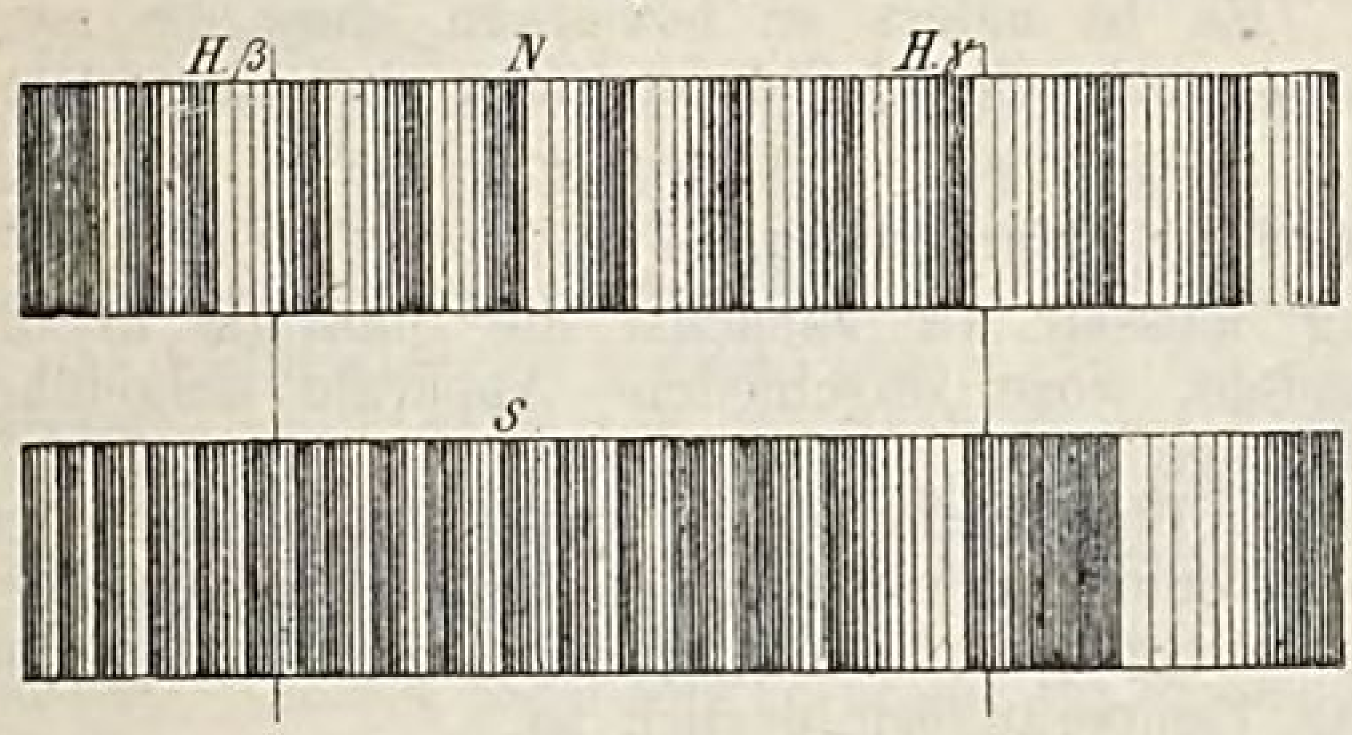
Bei den Dämpfen finden die Zusammenstösse in grossen Zwischenräumen statt; hier kommen die Eigenschwingungen zur Geltung; jeder Dampf zeigt sein besonderes Spektrum von hellen Linien, deren Wellenlängen den Schwingungszahlen der Atome entsprechen, wir haben ein sogen. Linienspektrum.

Zwischen den beiden Grenzfällen des kontinuirl. und des Linienspektrums giebt es noch eine Mittelstufe, das Bandenspektrum, oder kannelirte Spektrum, welches auf folgende Weise zu erklären ist:

Während bei festen Körpern die Moleküle sehr komplizirt gebaut sind, aus sehr vielen Atomen bestehen, werden sie bei steigender Temperat. durch Zerfallen immer einfacher, wenn auch der ideelle Grenzfall, dass bei Elem. die Atome einzeln vorhanden sind, wohl nie erreicht wird. Je komplizirter der Molekularbau, um so mehr verschiedene Eigenschwingungen sind möglich, aus um so mehr Linien besteht das Spektrum. Die Erfahrung lehrt, dass dabei immer eine ganze Anzahl dicht neben einander liegender Schwingungszahlen vorhanden ist, die sich um eine

Haupt-Eigenschwingung gruppiren. Im Spektrum erscheinen daher nicht einzelne Linien, sondern breitere abschattirte Bänder, die häufig von einem hellsten Rande beginnend, allmälig dunkler werden, bis das nächste Band wieder mit sehr hellem Rande beginnt. Solche Spektren machen den Eindruck einer seitlich belichteten kannelirten Säule, wonach der Name. Sie entsprechen also sehr zusammengesetzten Molekülen, wie sie entweder bei niedriger Temperat. bei den Elem., oder bei Verbindungen vorkommen. Fig. 963 zeigt solche kannelirten Spektra bezw. von Stickstoff und Schwefel.

Fig. 963.



Wird der Druck eines Dampfes gesteigert ohne Temperat.-Aenderg., so werden die Stösse häufiger, die Eigenschwingungen können sich nicht so frei ausbilden; es sind noch andere vorhanden, und zwar desto stärkere, je näher sie der Eigenschwingung liegen. Im Spektrum macht sich dies dadurch kenntlich, dass die Ränder der Linien unscharf werden, die Linien sich verbreitern.

e. Wirkung der Elektrizität.

Wir haben gesehen, wie gesteigerte Temperat. die Molekular-Bewegung vermehrt, diese die Atom-Bewegung, welche schliesslich auf den Aether wirkt. Aber wir haben in den elektr. Entladungen ein weit kräftigeres Mittel, um den Aether in Bewegung zu versetzen. Haben wir ein Gas zwischen zwei Elektroden, die abwechselnd geladen und entladen werden, so wird der Aether dabei aller Wahrscheinlichkeit nach gewaltig in Bewegung gesetzt; er erschüttert die Atome, die nun ihrerseits die weitern Schwingungen des Aethers regeln, so dass wir auf diese Weise auch die dem Gase eigenthümlichen Spektrallinien sehen. Die Molekular-Bewegung, d. h. die Temperat., braucht dabei gar nicht gesteigert zu werden, und in der That hat E. Wiedemann nachweisen können, dass Gase bei gewöhnlicher Temperat. durch elektr. Entladungen leuchtend werden können.

f. Gesetze der spektral-analyt. Erscheinungen.

Wir können nun die Gesetze der spektral-analyt. Erscheinungen, die sich grösstentheils aus den obigen Anschauungen ohne Schwierigkeit ergeben, zusammen stellen:

1. Jeder feste Körper giebt beim Glühen ein kontinuirl. Spektrum; die einzigen Ausnahmen bilden Erbiumoxyd und Didymoxyd, die dabei ein Linienspektrum geben.

2. Jede Substanz, in leuchtenden Dampf verwandelt, giebt ein diskontinuirl. Spektrum, welches ihr eigenthümlich ist. Hier ist allerdings die Einschränkung zu machen, dass die Substanz als solche bei der hohen Temperat. nicht immer bestehen kann. Sehr viele, vielleicht die meisten Verbindungen, zerfallen schon, bevor sie in leuchtenden Dampf verwandelt sind; dann kann der Dampf auch nur die Spektra der Zerfalls-Produkte, also event. der Elemente, zeigen.

3. Der leuchtende Dampf jeder Verbindung (falls sie noch nicht dissoziirt ist), und der Dampf der Elem. bei niedriger Temperat. geben ein Bandenspektrum.

4. Bei hoher Temperat. und geringer Dichte geben die leuchtenden Dämpfe Linienspektra. Da die meisten Verbindungen dann schon zerfallen sind, kennt man hauptsächlich Linienspektra von Elem.

5. Steigerung des Druckes verbreitert die Linien. Beim Wasserstoff z. B. besteht bei nur einigen Millimetern Druck das Spektrum im wesentlichen aus 4 Linien, die mit zunehmendem Druck so breit werden, dass bei 10 Atmosph. das Spektrum kontinuirl. ist.

6. Steigerung der Temperat. (ohne gleichzeitige Drucksteigerung) macht die Spektra immer einfacher, d. h. dieselben werden immer mehr diskontinuirl.;

das Licht wird auf immer weniger Maxima beschränkt. So kann man durch sehr starke Verdünnung und starke elektr. Entladung bewirken, dass ein Wasserstoff-Spektrum aus nur einer Linie entsteht.

Dies die wesentlichsten Gesetze der spektral-analyt. Erscheinungen, so weit sie bisher aufgefunden sind. Es ist indess zu bemerken, dass sie noch nicht ganz sicher sind; es kommen noch vielerlei Ausnahmen und unerklärte Thatsachen vor.

g. Methoden der Untersuchung.

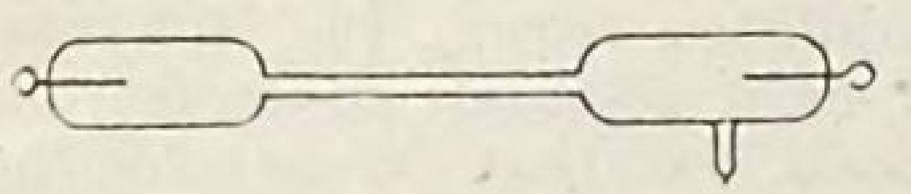
Zum Zweck der Untersuchung müssen wir zunächst die Substanz in die Form leuchtenden Dampfes verwandeln, wozu verschiedene Apparate eingeführt sind. Handelt es sich um leicht flüchtige Salze, so bringt man sie, wie Fig. 964 zeigt, an einem Platindraht in die Flamme des Bunsen'schen Gasbrenners, oder man verbrennt sie im Knallgas-Gebläse, oder selbst im elektr. Kohlenbogen, wenn zur Verdampfung die höchste Temperat. erforderlich ist.

Fig. 964.



Weit häufiger benutzt man kräftige elektr. Funken, wie sie von Influenz-Elektrisir-Maschinen oder Induktions-Apparaten geliefert werden. Handelt es sich um Untersuchung von Körpern, welche die Elektrizität leiten, also um Metalle, so unterbricht man an einer Stelle die Leitung, verbindet zwei Stücke der Substanz mit den Enden und lässt Funken zwischen ihnen überspringen; dabei verdampfen kleine Mengen des Metalls und der Funke zeigt das Spektrum desselben. Hat man Gase zu untersuchen, so werden dieselben in Glasröhren eingeschlossen, in welche Platindrähte eingeschmolzen sind, die den Strom einführen. Gewöhnlich giebt man den Röhren, welche Geissler'sche Röhren genannt werden, die Form, Fig. 965. Zwei weitere Stücke, in welche die Elektroden aus Platin- und Aluminiumdraht eingeschmolzen sind, werden durch ein enges Kapillarrohr verbunden. In diesem wird die Entladung auf engem Raum zusammen gedrängt und dadurch die Intens. des Leuchtens erheblich gesteigert. Ein dem weiten Theile angeblasenes Seitenröhrchen dient dazu, das Ganze auszupumpen und mit dem betr. Gase zu füllen, und wird dann zugeschmolzen.

Fig. 965.



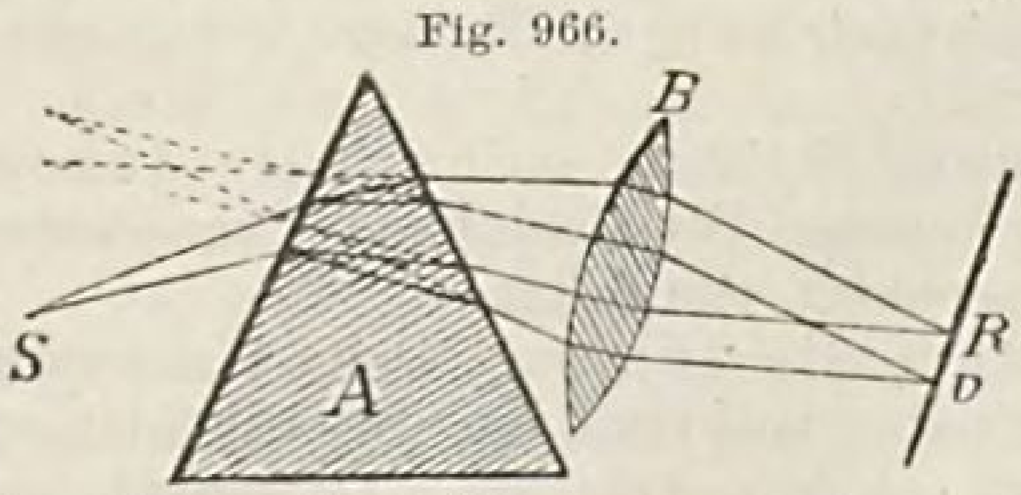
Sehr bequem ist es häufig, die Substanz in Lösung zu bringen, dieselbe zu einer Elektrode (S. 919) zu machen, die zweite Elektrode in Form eines Platindrahtes dicht über die Flüssigkeit zu bringen, so dass Funken zwischen beiden überspringen. Dabei verdampft etwas Flüssigkeit und man erhält das Spektrum der Lösung.

Weiter müssen wir das Licht zu einem möglichst scharfen Spektrum ausbreiten und die Wellenlängen bestimmen.

h. Spektralapparate.

Um ein Spektrum zu erhalten können wir ein Prisma benutzen; zweckmässiger ist aber ein Beugungsgitter (welches erst später bei der Interferenz besprochen werden wird).

Fig. 966.



Wenn verschiedenfarbige Strahlen durch das Prisma A, Fig. 966, gehen, so werden sie, wie wir früher gesehen haben, verschieden gebrochen; die verschiedenen Farben verlassen in verschiedener Richtung das Prisma. Setzen wir dahinter eine Linse B, so vereinigt dieselbe jedes Bündel in einem Punkte. Wir erhalten also die einzelnen Farben neben einander und völlig getrennt je nach der verschiedenen Brechbarkeit, so dass ein scharfes Spektrum in der Ebene C entsteht. Wir können dasselbe durch eine Lupe vergrössert betrachten, oder auch Lupe und Linse B zu einem Fernrohr vereinigen. Die Linse B bildet in der Ebene C Bilder der Lichtquelle neben

einander in den verschiedenen Farben ab. Damit dieselben nicht über einander fallen, nimmt man die Lichtquelle sehr schmal, man benutzt einen feinen Spalt. Weiter zeigt die Theorie leicht, dass das Spektrum am schärfsten wird, wenn die Lichtquelle in der Entfernung ∞ vom Prisma steht, d. h. wenn die Strahlen parallel auffallen.

Danach werden die Spektralapparate folgendermaassen konstruirt: An einem getheilten Kreis A, Fig. 967, ist das sogen. Kollimatorrohr B, durch welches das Licht einfällt, befestigt; dasselbe trägt vorn bei C eine Linse und hinten, genau im Brennpunkt von C, den Spalt D. Dadurch ist bewirkt, dass das vom Spalt aus in das Kollimatorrohr eingetretene Licht als ein paralleles Strahlenbündel auf das Prisma E fällt, so als ob der Spalt in der Entfernung ∞ stände. An dem Theilkreis ist, um dessen Axe drehbar, ein Fernrohr F mit Fadenkreuz G befestigt. Dieses Fernrohr wird (wie man es zu bezeichnen pflegt) auf ∞ eingestellt, d. h. so, dass einfallende parallele Strahlen gerade in der Ebene des Fadenkreuzes vereinigt werden. Da nun paralleles Licht auf das Prisma fällt, wird jede Farbe als paralleles Strahlenbündel in das Fernrohr gelangen und auf dessen Fadenkreuz eine schmale Lichtlinie, entsprechend dem Spalt D, entwerfen. Bei Drehung des Fernrohrs werden nach einander die verschiedenen Farben mit dem Fadenkreuz zusammen fallen; messen wir dann am Theilkreis den Ablenkungs-Winkel für eine Farbe, so können wir ihren Brechungsexpon. berechnen und daraus, bei Kenntniss der Dispersions-Formel für das Prisma, die Wellenlänge.

Fig. 967.

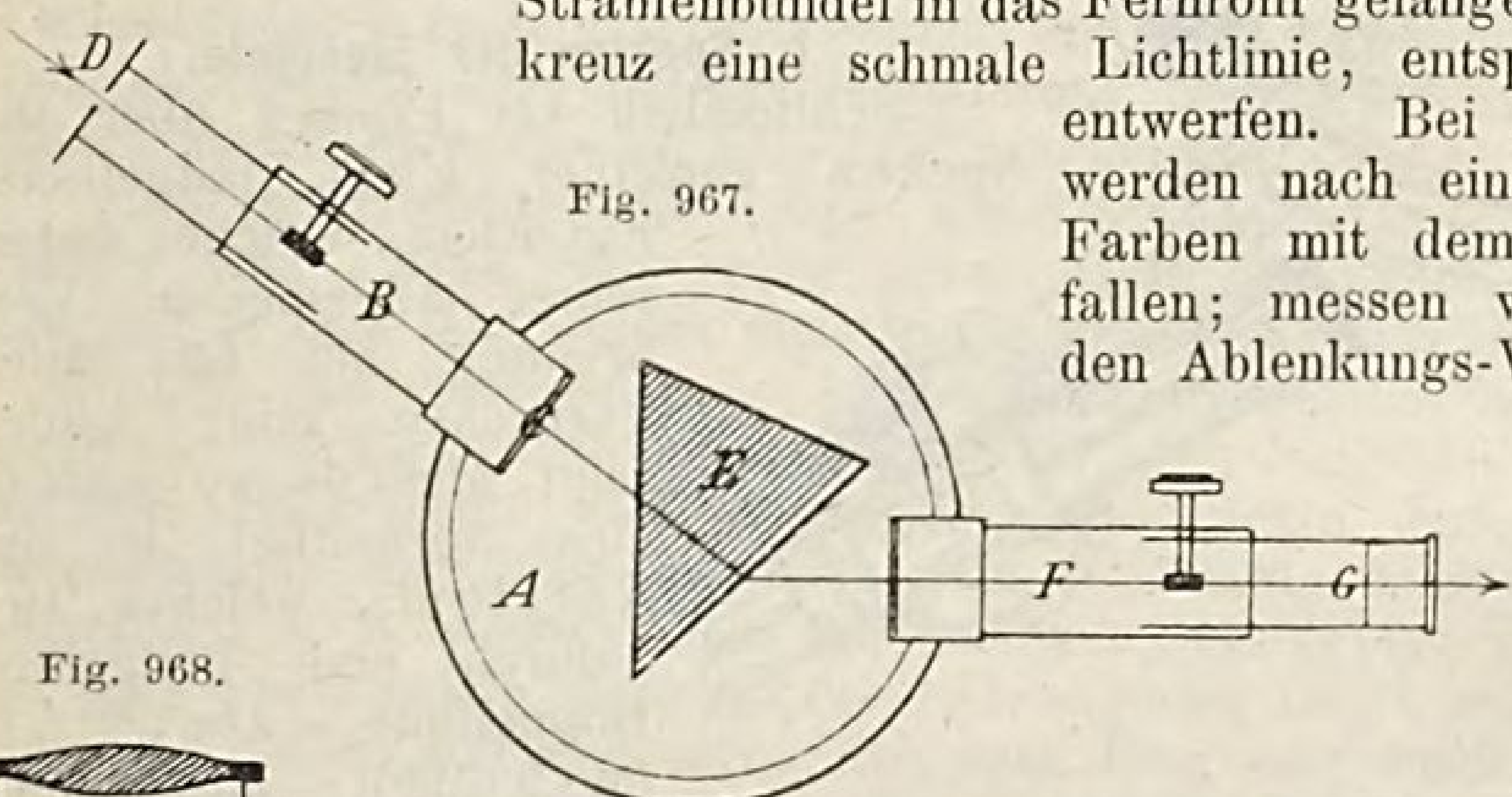
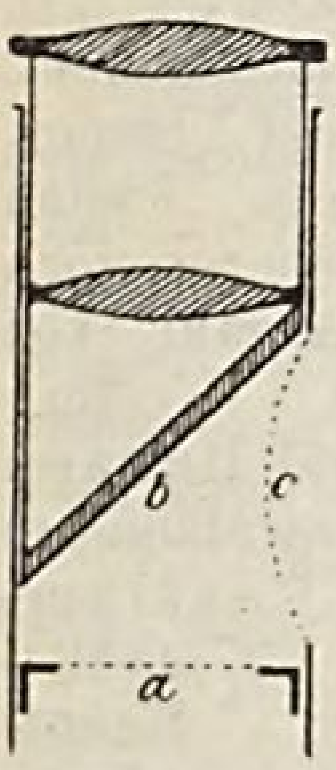


Fig. 968.



Zur genauen Bestimmung des Brechungsexpon. mittels des Minimums der Ablenkung ist es nöthig, das Prisma so aufzustellen, dass seine Flächen ⊥ zur Axe des Fernrohrs und Kollimatorrohrs stehen, die ihrerseits wieder ⊥ zur Drehaxe des Fernrohrs sein müssen. Zu dieser Justirung benutzt man am besten das sogen. Gauss'sche Okular, dessen Einrichtung Fig. 968 zeigt. Zwischen dem Okular und dem Fadenkreuz a ist ein unter 45° zur Rohraxe geneigtes Stück Spiegelglas b angebracht, während das Rohr einen entsprechenden seitlichen Ausschnitt hat. Setzt man hier eine Flamme davor, so wird durch Reflexion an b das Fadenkreuz beleuchtet. Die von ihm ausgehenden Strahlen werden durch das Objektiv parallel gemacht; treffen sie ⊥ auf eine spiegelnde Fläche, die Fläche des Prismas, so werden sie auf dem Wege, den sie gekommen, zurück geworfen, durch die Objektivlinse wieder vereinigt und es entsteht in der Ebene des Fadenkreuzes ein Bild desselben. Blickt man also in das Okular, so sieht man Fadenkreuz und Bild neben oder über einander, wenn die spiegelnde Fläche nicht genau ⊥ zum Fernrohr steht, dagegen genau zusammen fallend, wenn die Fläche richtig steht.

Wie wir später sehen werden, kann man genau denselben Spektralapparat für Gitter benutzen, die man statt des Prismas aufsetzt; auch dann erhält man, und zwar viel leichter und genauer, die Wellenlänge mittels Winkelmessung.

Bei der physikal. Benutzung der Spektralanalyse kommt es meist darauf an, sehr genaue Wellenlängen-Bestimmungen ausführen zu können. Dazu reicht die Dispersion eines Prismas nicht aus, selbst wenn dasselbe aus sehr stark dispergirender Substanz, z. B. Schwefelkohlenstoff, hergestellt ist. Man baut deshalb Spektral-Apparate, bei welchen das Licht durch mehrere hinter einander liegende Prismen geht. Da die Prismen für die beobachteten Strahlen unter dem Minimum der Ablenkung stehen müssen, so wird eine Vorrichtung angebracht, welche bei Drehung des Fernrohrs gleich alle Prismen mitdreht, so dass die gerade ins Fernrohr gelangende Farbe obiger Bedingung genügt. Man hat solche Apparate gebaut,

deren Dispersion dem Durchgang durch 48 Prismen entspricht. Einen Apparat mit 4 Prismen zeigt Fig. 969.

Will man andrerseits keine Wellenlänge bestimmen, so sind die Prismen „à vision directe" sehr bequem. Ein damit konstruirtes kleines Taschen-Spektroskop zeigt in halber Grösse Fig. 970. Links ist der Spalt, der durch Drehen an dem äussern Ringe enger und breiter gemacht werden kann. Dahinter folgt in dem ausziehbaren Rohr eine achromatische Linse, welche ein Bild des Spalts in der Okularöffnung rechts entwirft. Zwischen die letztere und die Linse ist das Prismensystem eingeschaltet, bestehend aus 3 stark dispergirenden Crownglas-Prismen und 2 umgekehrt gestellten stark brechenden Flintglas-Prismen (Fl).

Fig. 969.

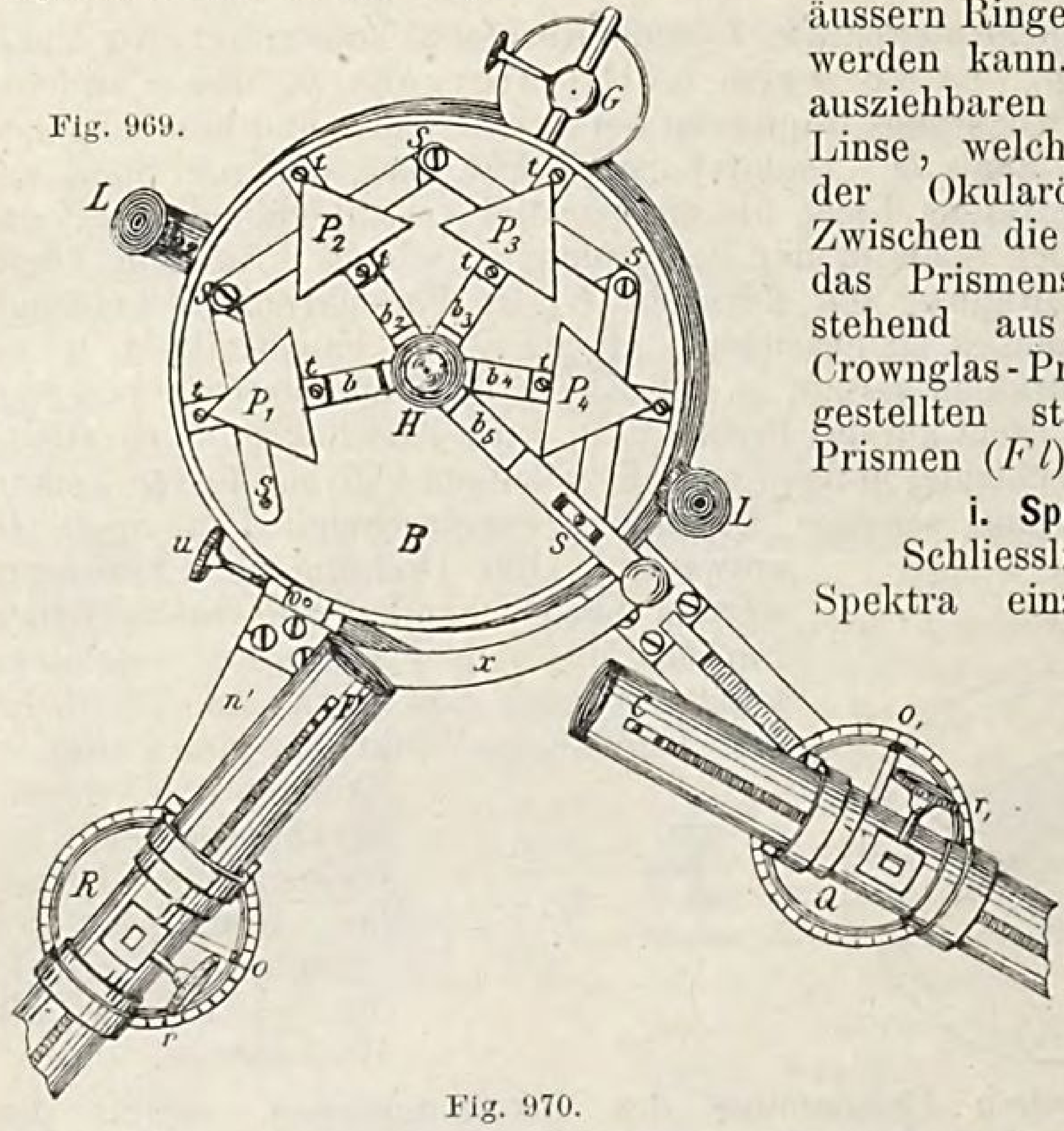
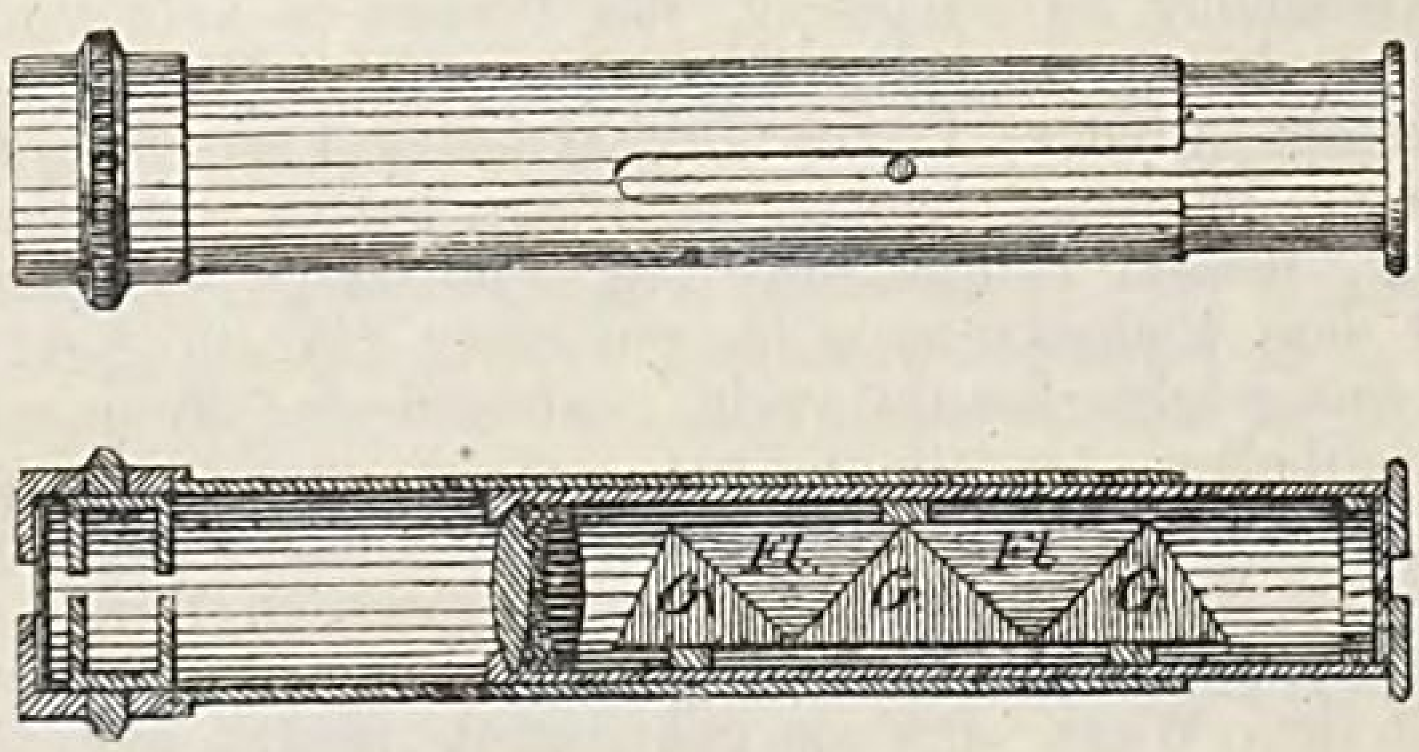


Fig. 970.



i. Spektra der Elemente.

Schliesslich sei Einiges über die Spektra einzelner Elem. mitgetheilt. Ein Elem., welches wegen seiner allgemeinen Verbreitung bei fast allen Versuchen seine Linien zeigt, auch da wo man es nicht vermuthet, ist das Natrium, welches sich durch eine hellgelbe Doppellinie — $\lambda = 589{,}5$ u. 588,9 (Mm) — auszeichnet. Bei niedriger Temper. sind nur diese Linien sichtbar, bei höherer noch eine ganze Anzahl von Linienpaaren. — Im Jahre 1860 fand Bunsen durch die Spektralanalyse 2 neue Elem.: Caesium, hellste Linien 497,2 (Mm) und Rubidium — Hauptlinie 629,7 (Mm). Dann entdeckten: Crookes 1861 das Thallium — Hauptlinie $\lambda = 535{,}0$ (Mm); Reich und Richter 1863 das Indium — Hauptlinie λ: 451,0 und 410,1 (Mm) — endlich Lecoq das Gallium — Linien 417,0 und 403,1 (Mm). — Lithium — Hauptlinie 670,5 (Mm) — und Strontium — Linie 640,7 (Mm), zeichnen sich durch das rothe Licht aus, und letzteres wird daher zu Feuerwerkszwecken viel benutzt. Baryum giebt grünes Licht wegen der Hauptlinie 493,3 (Mm); Kalium und Calcium geben rothviolettes Licht. — Besonders interessant sind die Metalloide, von deren jedem wir mehrere Spektra kennen. Der Sauerstoff zeigt 4 verschiedene Spektra, ein kontinuirl., ein Bandenspektrum, 2 Linienspektra; endlich zeigt Ozon noch ein Bandenspektrum. Stickstoff giebt ein Linien- und zwei Bandenspektra.

Von besonderer Wichtigkeit ist Wasserstoff, von welchem man ein kontinuirl. Spektrum und 2 Linienspektra kennt. Das höherer Temperat. entsprechende Linienspektrum zeichnet sich durch wenig zahlreiche Linien aus, und wird viel als Vergleichs-Spektrum gebraucht; seine Hauptlinien sind: 656,2; 486,1; 434,0; 410,1; 396,9; 388,7: 380,1; 379,5; 376,9 (Mm).

Von Chlor, Brom, Jod, Fluor haben wir Banden- und Linienspektren, die mit Aenderung von Druck und Temperat. sehr variabel sind. Auch Kohle zeigt Banden- und Linienspektrum; ferner kennen wir Spektra von CN und CO.

Von den Metallen erhalten wir zum grossen Theil nur Linienspektra, die aus sehr vielen Linien bestehen. Am komplizirtesten ist das Eisenspektrum, das etwa 1500 Linien zeigt. Die meisten Linien haben die Metalle im ultravioletten.

k. Blitz und Nordlicht.

Es seien schliesslich noch 2 Emissions-Spektra erwähnt, welche wir bei Naturerscheinungen beobachten können: das Spektrum des Blitzes und das des Nordlichts. Der Blitz ist eine starke elektr. Entladung durch die Luft; er giebt folglich in seinem Spektrum die Linien von Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff. Dagegen ist, wie das Entstehen des Nordlichts selbst, so auch sein Spektrum noch räthselhaft. Es zeigt neben einigen Luftlinien eine Hauptlinie, $\lambda = 556{,}7$ (Mm), die keinem irdischen Elem. entspricht.

XII. Absorption des Lichts.

Wenn Strahlen durch ponderable Substanz gehen, so werden, wie wir gesehen haben, verschiedene Farben in Folge der Dispersion getrennt, was wir durch eine Wechselwirkung zwischen ponderablen und Aether-Molekülen erklärten. Es tritt aber gleichzeitig eine andere Veränderung der Strahlen ein, die Absorption, die wir durch dieselben Gründe erklären können.

Man unterscheidet die Körper als durchsichtige und undurchsichtige; letztere sind solche, die schon durch dünne Schichten kein Licht durchlassen, während erstere noch durch dicke Schichten Licht durchlassen.

Unter den durchsichtigen Körpern unterscheiden wir wieder farbige und farblose, z. B. buntes und weisses Glas. Die Farbigkeit kommt daher, dass die farbigen Substanzen von durchgehendem Lichte einzelne Wellenlängen fast ungeschwächt durchlassen, andere fast vollständig zurück halten, absorbiren. Lassen wir z. B. weisses Licht durch blaues Glas gehen, so zeigt die Untersuchung mit dem Spektroskop, dass im durchgegangenen Licht roth und gelb ganz fehlen, grün und violett schwach vorhanden sind, blau sehr stark.

Indessen sind weder zwischen den durchsicht. und undurchsicht., noch zwischen den farbigen und farblosen Körpern scharfe Grenzen zu ziehen; die Unterschiede sind nur quantitativer, nicht qualitativer Art. Wenn wir nur die Schicht dick oder dünn genug machen, findet selbst bei dem durchsichtigsten Körper, z. B. destillirtem Wasser, Absorption und bei den undurchsichtigsten, den Metallen, z. B. Silber, Lichtdurchgang statt. Ebenso zeigt sich dann, dass verschiedene Farben verschieden stark absorbirt werden; bei Wasser und Silber ist z. B. das durchgehende Licht blau.

Es gelten für die Absorpt. des Lichtes zwei Gesetze, welche namentlich von Bunsen und Roscoe experimentell bewiesen wurden.

1. Die Menge des absorbirten Lichts ist proportional der Menge des auffallenden Lichts; nennen wir also letztere J, erstere J', so ist: $\frac{J'}{J} =$ Konst.

2. Gleich dicke Schichten eines Körpers absorbiren einen gleichen Bruchtheil des auffallenden Lichts.

Haben wir daher einen Körper von der Dicke n, auf den die homogene Lichtmenge L fällt, so denken wir uns denselben in n Schichten von der Einh. der Dicke zerlegt. Eine solche absorbire den Bruchtheil y des auffallenden Lichts, lasse $x = 1 - y$ durch. Dann absorbirt die 1. Schicht: yL; es tritt aus und fällt auf die 2. Schicht: $L - yL = xL$. Diese absorbirt davon yxL, lässt durch: $xL - yxL = x^2 L$, u. s. w. bis aus der letzten Schicht austritt: $x^n L$, während absorbirt ist: $(1 - x^n) L$.

Für die farbigen Körper ist für einzelne Farben y sehr klein, für andere sehr gross, während für die durchsicht. farblosen y für alle Wellenlängen klein und nahezu gleich ist. Ganz gleich sind indessen bei keinem Körper die y- oder x-Werthe für alle Wellenlängen, sondern stets Funktionen dieser, so dass wir das aus einem Körper von der Dicke n austretende Licht darstellen müssen durch eine Reihe: $x_1^n L_1 + x_2^n L_2 + \ldots x_m^n L_m$, wo die Indizes 1, 2, .. m sich auf verschiedene Wellenlängen beziehen, und die L_m-Werthe die im einfallenden Licht vorhandene Menge der betr. Farbe bedeuten.

Wenn schon für die sichtbaren Strahlen die Grenzen zwischen durchsicht. und undurchsicht. keine scharfen sind, so sind sie noch weniger aufrecht zu halten, wenn wir auch die ultrarothen und ultravioletten Strahlen berücksichtigen. Während z. B. Hartgummi uns als undurchsicht. gilt, lässt es Wellenlängen, die $>$ als etwa 700 (M^m) sind vollständig durch; es ist durchsichtig, so dass man hindurch photographiren kann. Andererseits ist Alaunlösung vollkommen durchsichtig und farblos für optische Strahlen, für ultrarothe aber undurchsichtig. In analoger Weise ist weisses Glas für das ultraviolette Licht undurchsichtig. Das ist von Wichtigkeit für die Spektralapparate, mit welchen man dies Licht untersuchen will; bei denselben müssen Prismen und Linsen aus Quarz oder Doppelspath geschliffen werden, welche beide für ultraviolett durchsichtig sind. Auch atmosphär. Luft ist für sehr kurze Wellen undurchsicht. Cornu hat nachgewiesen, dass Wellenlängen von 184 (M^m) schon durch eine 1 ^{m} dicke Luftschicht völlig absorbirt werden, solche von 157 (M^m) gar schon durch eine Schicht von 0,1 ^{m} Dicke. Dadurch ist eine Grenze für unsere Kenntniss sehr kurzer Wellenlängen gegeben.

a. Arten der Absorption.

Zur wahren Kenntniss der Absorpt. des Lichts durch einen Körper müssen wir das durchgegangene Licht mittels des Spektroskops zu einem Spektrum ausbreiten, wo sich dann lichtschwächere oder ganz dunkle Partien zeigen. Die absorbirende Substanz wird irgendwo in den Weg der Strahlen gebracht, gewöhnlich vor den Spalt. Die Absorpt. kann sich in verschiedener Weise äussern; man unterscheidet im allgemeinen:

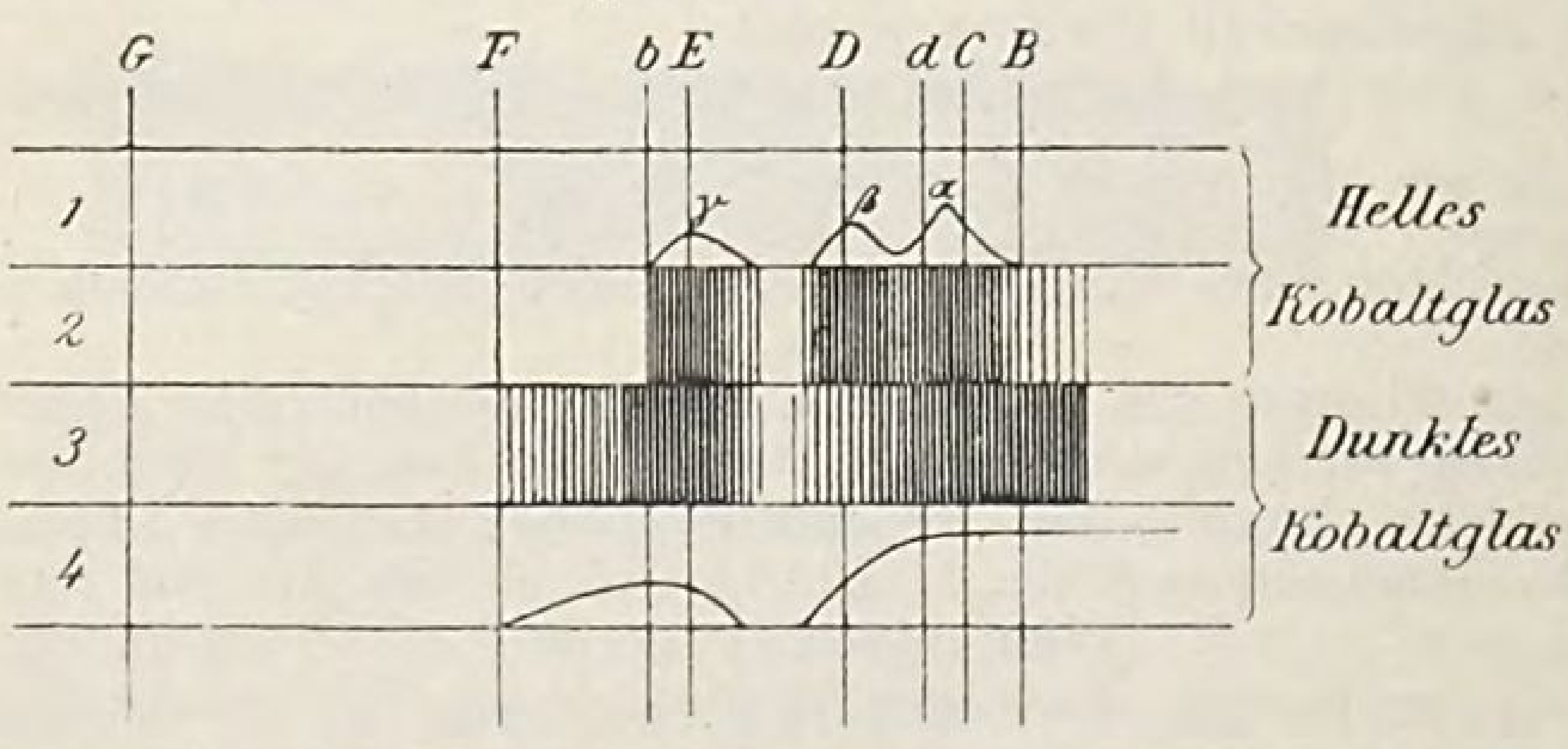
1. **Einseitige Absorpt.**, d. h. das eine Ende des Spektrums wird vollständig absorbirt, und die Absorpt. nimmt von diesem Ende an allmälig ab. Meist wird violett und blau absorbirt. Diese Absorpt. kann sich auch auf ultraviolett oder ultraroth beschränken, z. B. bei Glas und Alaun; dann erscheinen die Substanzen farblos durchsichtig.

2. **Zweiseitige Absorpt.**, wenn sowohl kurze wie lange Wellen absorbirt werden, mittlere aber nicht. Hierher gehören die meisten gefärbten Medien, auch die Metalle.

3. **Schatten**; so nennt man Absorptions-Banden, welche im Spektrum langsam zu- und abnehmen und nicht allzu dunkel sind.

4. **Absorptions-Streifen**; sie erscheinen, wenn die Absorpt. sehr rasch ansteigt und wieder rasch abnimmt, wodurch schmale, dunkle, scharf begrenzte Streifen im Spektrum entstehen.

Fig. 971.



Die Absorptions-Spektra werden meist grafisch durch eine Kurve gegeben, deren Ordin. der Grösse der Absorpt. proportional sind. Fig. 971 giebt als Beispiel die Absorptions-Spektra von Kobaltglas und die entsprechenden Kurven.

Diese Art der Analyse hat sich als technisch sehr wichtig heraus gestellt, namentlich zur Unterscheidung der Farbstoffe, die sich meist durch charakteristische Absorpt.-Spektra auszeichnen, chemisch kaum von einander zu trennen sind. Ebenso haben neuere Untersuchungen gezeigt, dass eine Menge isomerer organischer Verbindungen, die chemisch nicht zu unterscheiden sind, sich durch verschiedene Absorption im ultraroth scheiden lassen.

Näheres über dies ganze Gebiet gehört dem Gebiete der Chemie an. Als mit besonders auffallenden Absorptions-Spektren begabt wollen wir nur noch nennen: Uebermangansäure, Chrom, Blut, und die zur Gruppe des Erbium und Didym gehörenden Elem., welche nur durch ihre Absorptions-Spektra aufgefunden worden sind.

b. Absorption durch Gase.

Wie bei der Emission des Lichts, so nehmen auch bei der Absorpt. die Gase und Dämpfe eine andere Stellung ein, als die festen und flüssigen Körper. Brewster liess zuerst 1834 Licht durch salpetrige Säure gehen und fand ein Absorptions-Spektrum, welches von zahllosen dunkeln Linien durchfurcht war. Dann erhielt Miller das Spektrum von Jod und Brom, Gernez von Schwefel, Selen, Tellur; und heute kennen wir die Absorptions-Spektra von fast allen Elem., indem man dieselben bei den höchsten Temperat., im elektr. Kohlenbogen, in Dampf verwandelt hat. Alle diese Spektra unterscheiden sich von denen der festen und flüssigen Körper dadurch, dass die Absorpt. sich auf einzelne Wellenlängen beschränkt, also statt der breiten verwaschenen Bänder der Flüssigkeiten scharf begrenzte Linien oder Bänder auftreten. Eine ungeahnte Wichtigkeit erhielten diese Absorptions-Spektra durch die Entdeckung ihres gesetzmässigen Zusammenhangs mit den Emissions-Spektra der betr. Substanzen. Dies Gesetz, welches schon von Angström, Foucault, Stokes geahnt, aber erst von Kirchhoff 1861 richtig ausgesprochen und bewiesen wurde und unter dem Namen des Kirchhoff'schen Gesetzes bekannt ist, erweiterte mit einem Male das Gebiet der Spektral-Analyse von den irdischen Substanzen zu den Himmelskörpern und wurde so wohl zu der wissenschaftlich wichtigsten Entdeckung dieses Jahrhunderts.

c. Das Kirchhoff'sche Gesetz.

Dieses Gesetz lässt sich folgendermaassen aussprechen:

Nennen wir die Intens. des auf einen gegebenen Körper von der Temperat. t fallenden homogenen Lichts J, den Theil, den der Körper davon absorbirt J', so nennt Kirchhoff den Quot. $\frac{J}{J'} = A$ das Absorptions-Vermögen des Körpers für die betr. Farbe. Nennen wir ferner die Intens. des Lichts derselben Farbe, welches der Körper bei derselben Temperat. t aussendet, das Emissions-Vermögen E, so ist für alle Körper bei derselben Temperat. das Verhältniss zwischen Emissions-Vermögen und Absorptions-Vermögen für die gleiche Farbe: $\frac{E}{A} =$ Konst., wo also die Konstante nur von der Temperat. und der Wellenlänge abhängt.

Wir können über die Konstante noch nähern Aufschluss erlangen. Schwarz nennen wir solche Körper, die von auffallendem Lichte sehr wenig reflektiren oder durchlassen; wir können uns einen Körper denken, der alles auffallende Licht absorbirt und ihn als absolut schwarzen Körper bezeichnen. Für ihn ist für jede Farbe und Temperat.: $J = J'$, $A = 1$; bezeichnen wir für ihn E durch e, so gilt: $\frac{e}{1} =$ Konst., also für alle Körper: $\frac{E}{A} = e$; $E = eA$, wo die 3 Grössen sich stets auf gleiche Farbe und gleiche Temperat. beziehen.

Die Emission eines Körpers ist also proportional seiner Absorption bei derselben Temperat., und der Proportionalitäts-Faktor ist e: das Emissions-Vermögen des absolut schwarzen Körpers. Einen solchen kennen wir zwar nicht; es wird sich ihm aber etwa Kohle sehr nähern. Bei niedriger Temperat. emittirt Kohle nur lange unsichtbare Wellen; für sichtbare Wellen ist daher hier $e = 0$. Je höher die Temperat. steigt, für desto kürzere Wellen erhält e einen angebbaren Werth. Bei etwa 525° C. z. B. beginnt Kohle dunkelrothes Licht auszusenden; mit steigender Hitze treten die gelben, grünen, u. s. w. Strahlen hinzu, während die schon vorhandenen an Intens. zunehmen. Das Auftreten der kürzern Wellen und die Intens.-Zunahme finden aber ganz kontinuirl. statt; nirgends zeigen sich plötzliche Aenderungen. Für e als Funktion von λ und t können wir also folgendes aussagen: e ist eine stetige Funktion von λ und t; für jedes λ ist bei niedriger Temperat. e wenig von 0 verschieden, erhält bei bestimmtem Werth von t einen angebbaren Werth, um dann mit t zu wachsen; je kleiner λ, desto grösser muss t sein, damit e einen messbaren Werth erhält.

Diese Eigenschaften von e genügen, um viele Erscheinungen zu erklären:

Da für keinen existirenden Körper $t = 0$, so folgt aus: $E = et$, dass $E = 0$, so lange $e = 0$; sobald aber die Temperat. so hoch ist, dass e von 0 verschieden,

ist für alle Körper auch E nicht $= 0$. D. h. alle Körper beginnen bei derselben Temperat. Licht auszusenden. Dies haben wir als Draper'sches Gesetz schon auf S. 1003 besprochen.

Da ferner e keine Unstetigkeiten besitzt, müssen E und A gleichzeitig, d. h. für dasselbe λ, Maxima und Minima besitzen. D. h. bei jeder Temperat. muss ein Körper die Wellen stark absorbiren, die er bei derselben Temperat. emittirt. Die Folge davon ist, dass die Absorptions-Spektra der Gase und Dämpfe dieselben Banden und Linien dunkel auf hellem Grunde zeigen müssen, die sie bei derselben Temperat., wenn sie Licht ausstrahlen, hell auf dunklem Grunde zeigen. Es ist damit ausgesprochen, dass wir die Absorptions-Spektra der Dämpfe gerade so gut zur Analyse benutzen können, wie die Emissions-Spektra, und namentlich die neueren Untersuchungen von Lockyer, Liveing und Dewar über Metalldämpfe, haben erwiesen, dass in der That das Absorptions-Spektrum Linie für Linie mit dem Emissions-Spektrum derselben Temperat. überein stimmt.

d. Sonnen-Spektrum.

Die Veranlassung zur Aufstellung des Kirchhoff'schen Gesetzes gab die Thatsache, dass ein Linienpaar im Gelben, welches wir als dem Natriumdampf eigenthümlich kennen, sich mit genau denselben Wellenlängen als dunkle Linien im Sonnenspektrum vorfand, eine Thatsache, die von der grössten Wichtigkeit für unsere Kenntniss von der Sonne wurde.

Der Erste, welcher das Sonnenspektrum genauer untersuchte, war Fraunhofer (1814). Er bemerkte, dass es auf kontinuirl. hellem Grunde eine zahllose Menge von dunkeln Linien besass, und bezeichnete die dicksten und dunkelsten derselben, im sichtbaren Theil bei roth beginnend, mit den Buchstaben A bis H. Nach ihm werden die Linien „Fraunhofer'sche Linien" genannt. Er lieferte auch eine erste kleine Zeichnung des Spektrums. Kirchhoff gab dann eine grössere sehr genaue Zeichnung mit etwa 700 Linien; endlich stellte Angström (1868) einen Atlas des sichtbaren Sonnen-Spektrums mit etwa 1000 Linien her, der auch heute noch als fundamental gilt. Der ultraviolette Theil ist dann 1881 photographisch von Cornu fest gelegt worden, der ultrarothe 1880 von Abney.

Auch im ultraroth und ultraviolett sind die auffallendsten Linien mit Buchstaben bezeichnet worden, und wir geben im Folgenden deren Namen und Wellenlängen:

Φ_2	= 1240 (M^m)	Z	= 820 (M^m)	b_1	= 518,310 (M^m)	L	= 381,96 (M^m)	r	= 314,47 (M^m)
Φ_1	= 1200 „	A	= 766,40 „	b_4	= 516,688 „	M	= 372,62 „	S_1	= 310,08 „
τ	= 980 „	B	= 686,71 „	F	= 486,074 „	N	= 358,18 „	S_2	= 309,97 „
σ	= 957 „	C	= 656,21 „	G	= 430,725 „	O	= 344,10 „	s	= 304,65 „
ϱ	= 943 „	D_2	= 589,513 „	h	= 410,12 „	P	= 336,00 „	T	= 301,96 „
π	= 900 „	D_1	= 588,912 „	H	= 396,81 „	Q	= 328,63 „	t	= 299,44 „
X	= 860 „	E	= 526,913 „	K	= 393,33 „	R	= 317,98 „	U	= 294,77 „

Es tritt nun die Frage auf, wie die Fraunhofer'schen Linien entstehen? Dass es Absorptions-Linien sind, dass also Licht, welches allein ein kontinuirl. Spektrum liefern würde, durch Gase und Dämpfe geht, welche die dunklen Linien durch Absorption erzeugen, ist zweifellos; es fragt sich nur, wo diese Dämpfe zu suchen sind, und woraus sie bestehen? Für den Ort der Absorption sind nur zwei Möglichkeiten vorhanden: entweder ist er die Erdatmosphäre, oder eine Sonnenatmosphäre. Die erste Möglichkeit wird dadurch ausgeschlossen, dass dann dieselben Absorptions-Linien auch in den Spektra der übrigen Himmelskörper vorhanden sein müssten, was nicht der Fall ist. Auch müssten dann die Linien bei niedrigem Sonnenstande, Morgens und Abends, wo die Strahlen einen weit längern Weg durch die Erdatmosphäre zurück zu legen haben, dunkler sein, als Mittags, wo der Weg kürzer ist. Mit Ausnahme einzelner weniger Linien, die wir nachher noch besprechen wollen, ist das auch nicht der Fall, so dass nothwendiger Weise die Absorption in der Sonnenatmosphäre zu suchen ist. Wir müssen also annehmen, dass die Sonne aus einem heissen Kern besteht, der ein kontinuirl. Spektrum liefert; er ist umgeben von Dämpfen der in der Sonne befindlichen Substanzen, und diese erzeugen die dunklen Linien.

Daraus ergiebt sich das wichtige Resultat, dass wir die chemische Zusammensetzung der Sonne finden können. Da Emissions- und Absorptions-Spektra Linien von identischer Wellenlänge liefern, so brauchen wir nur die Wellenlänge der

Fraunhofer'schen Linien zu bestimmen und sie mit den irdischen Spektren zu vergleichen.

So hat schon Kirchhoff die Anwesenheit vieler irdischen Elemente in Dampfform in der Sonne konstatiren können, weil viele Linien derselben mit Fraunhofer'schen koinzidiren. Die genauesten Untersuchungen darüber hat Lockyer angestellt und nach ihm sind in der Sonne sicher vorhanden: Natrium, Eisen, Calcium, Chrom, Nickel, Kobalt, Baryum, Zink, Wasserstoff, Mangan, Titan, Aluminium, Strontium, Blei, Kadmium, Cer, Uran, Kalium, Vanadium, Palladium, Molybdäm. Ferner sind wahrscheinlich vorhanden: Indium, Lithium, Rubidium, Cäsium, Wismuth, Zinn, Silber, Beryll, Lanthan. Es sind dies im ganzen 30 Elem.; und zwar sind die meisten der auf der Erde häufig vorhandenen Elem. auch in der Sonne gefunden worden, so dass deren chemische Zusammensetzung nicht wesentlich von der der Erde abweicht. Auffallend ist, dass sämmtliche Metalloide fehlen. Lockyer hat daraus, und aus andern hier nicht näher zu besprechenden Gründen, den Schluss gezogen, dass dieselben zusammengesetzte Körper seien, die bei der sehr hohen Temperat. der Sonne zerfallen seien.

Die genannten Elem. genügen, um die grosse Mehrzahl der Fraunhofer'schen Linien zu erklären; einzelne bleiben aber übrig, die von irdischen Elem. nicht bekannt sind. Sie können entweder uns unbekannten Elem. angehören, oder nur bei der für uns unerreichbaren Temperat. der Sonne von bekannten erzeugt werden.

Während die Mehrzahl der Fraunhofer'schen Linien vom Stande der Sonne unabhängig ist, nehmen einzelne mit sinkender Sonne an Dunkelheit zu; sie werden also durch Absorption in der Erd-Atmosphäre erzeugt und werden daher terrestrische oder atmosphärische Linien genannt. Durch die neuern Untersuchungen ist fest gestellt, dass sie ausser durch Wasserdampf auch durch den Sauerstoff erzeugt werden. Ihre Dunkelheit zu gleicher Tageszeit hängt sehr vom Feuchtigkeitsgehalt der Luft ab; namentlich vor Gewittern werden sie sehr deutlich, so dass man sie als Vorzeichen für das Wetter zu benutzen versucht hat. Sie liegen namentlich im rothen und gelben Theil des Spektrums und die Linien A und B scheinen dazu zu gehören.

e. Protuberanzen.

Die Spektralanalyse hat uns noch weit mehr kennen gelehrt, als die chemische Zusammensetzung der Sonne. Bei totalen Sonnenfinsternissen war beobachtet worden, dass über den Sonnenrand rothe wolkenartige Gebilde vorragen, welche man Protuberanzen nennt; dieselben waren für gewöhnlich nicht sichtbar, da das Sonnenlicht sie überstrahlt. Lockyer und Janssen kamen (1868) gleichzeitig auf die Idee, sie mittels des Spektroskops immer sichtbar zu machen. Entwirft man mittels eines Fernrohrs ein Bild des Sonnenrandes auf dem Spalt eines Spektroskops von grosser Dispersion und macht den Spalt breit, so erscheint an den Stellen des Spektrums, wohin das von den Protuberanzen ausgesandte Licht fällt, ein Bild der Protuberanz; bei engem Spalt dagegen sieht man das Emissions-Spektrum derselben, welches zeigt, dass wir es in ihr mit glühendem Wasserstoff zu thun haben. Wir müssen sie also auffassen als Eruptionen von Wasserstoff, die aus dem Innern der Sonne kommen und auch andere Dämpfe, wie Eisen, Natrium, Magnesium, mit in die Höhe reissen. Die Formen der Protuberanzen sind sehr verschieden; theils sehen sie aus wie Feuerstrahlen, theils wie Wolken oder Rauch; sie erreichen die enorme Höhe von 500 000 ^{km}.

f. Verschiebung der Linien eines Spektrums.

Bei Beobachtung ihres Spektrums mit engem Spalt zeigte sich häufig die merkwürdige Thatsache, dass die Linien verzerrt oder verschoben waren, dass also z. B. die Wasserstoff-Linien nicht an ihrer richtigen Stelle im Spektrum erschienen, sondern etwas nach der Seite von roth oder blau verschoben. Diese Erscheinung erklärt sich so: Ein in der Entfernung a befindlicher, sich mit der Geschw. v von uns entfernender Körper sende uns Licht der Wellenlänge λ, der Schwingungsdauer τ zu. In einem bestimmten Moment wird eine Welle ausgehen und nach der Zeit $t = \frac{a}{u}$, wo u die Lichtgeschw. bezeichnet, uns treffen. Nach der Zeit τ geht eine 2. Welle aus; dann befindet sich aber der Körper in

der Entfernung $a + \tau v$; die 2. Welle trifft uns also, statt nach der Zeit $t + \tau$, nach: $t' + \tau = \frac{a + \tau v}{u} + \tau$. Die scheinbare Schwingungsdauer der uns treffenden Wellen ist also: $t' - t + \tau = \tau + \frac{\tau v}{u} = \tau \frac{u + v}{u}$.

Da die Wellenlänge proportional der Schwingungsdauer ist, so wird die wirkliche Wellenlänge λ sich verwandeln in die scheinbare: $\lambda \frac{u + v}{u}$. Nähert sich uns der leuchtende Körper, so wird sich umgekehrt λ verwandeln in: $\lambda \frac{u - v}{u}$. Bei Entfernung oder Näherung wird also die Wellenlänge scheinbar grösser oder kleiner. Man bezeichnet dies Gesetz als das Doppler'sche Prinzip. Da nun von der Wellenlänge die Grösse der Brechung abhängt, so folgt unmittelbar, dass bei Bewegung des leuchtenden Körpers die Linien im Spektrum verschoben sein müssen. Haben wir es mit Linien zu thun, deren wirkliche Wellenlänge wir kennen, und messen wir die Verschiebung und damit die scheinbare Wellenlänge, so können wir daraus die Geschw. des leuchtenden Körpers, v, berechnen, da wir u kennen.

Es ist dies ein sehr überraschendes und wichtiges Resultat, welches für die Astronomie von Bedeutung geworden ist. Von den Fixsternen konnten die Astronomen immer nur die Bewegung ⊥ zur Sehlinie messen, während die andere Komponente, die Bewegung in der Sehlinie, von uns fort oder auf uns zu, für ewig unbekannt bleiben zu müssen schien. Jetzt giebt die Spektralanalyse durch Verschiebung der Linien das Mittel, gerade diese Kompon. zu finden, und so die wahre Bewegung zu erhalten. — Für die Protuberanzen haben sich auf diese Weise enorme Geschw. bis zu 500 km pro Sek. ergeben.

Weiter können wir leider nicht auf die interessanten Resultate eingehen, welche die spektral-analytische Untersuchung der Protuberanzen, Sonnenflecken und der andern Theile der Sonne ergeben hat. Jedenfalls zeigen alle Erscheinungen, dass die Sonne aus einem in sehr hoher Temperat. befindlichen Kern besteht, den wir uns wegen des hohen Druckes als flüssig denken können, oder auch als gasförmig. Aus ihm steigen fortwährend Dämpfe auf, die sich dabei ausdehnen und abkühlen und so eine Hülle bilden, die wir als Sonnenoberfläche sehen, und welche Photosphäre genannt wird. Diese Hülle erzeugt die Fraunhofer'schen Linien. Sie wird vielfach durchbrochen von aufsteigenden Wasserstoff-Strömen, den Protuberanzen, während andererseits sich an einzelnen Stellen Massen kondensiren und niedersinken, die Sonnenflecken.

Auch für die übrigen Himmelskörper, Planeten, Fixsterne, Kometen, Nebelflecke, hat die Spektralanalyse wichtige Aufschlüsse gegeben, auf die hier aber nicht näher einzugehen ist.

XIII. Interferenz des Lichts.

Von den S. 950 ff. besprochenen Anschauungen über das Wesen des Lichts, dass es nämlich in periodischen Schwingungen ⊥ zum Strahl bestehe, haben wir bisher kaum Gebrauch zu machen gehabt. Erst in den nun folgenden Besprechungen wird sich die Nothwendigkeit und Richtigkeit dieser Hypothesen erweisen, indem wir mit ihrer Hülfe im Stande sind, zahllose verwickelte Erscheinungen zu erklären. Wir betreten hiermit das Gebiet der theoretischen Optik; da aber dieselbe unserm Zwecke mehr oder weniger fremd ist, und meist einen sehr grossen mathematischen Hülfsapparat erfordert, so werden wir uns auf die wichtigsten Umrisse und auf Ausführung nur einzelner weniger Punkte zu beschränken haben.

Bei Besprechung der Interferenz werden wir sehen, dass das Licht eine periodische Bewegung ist, und gleichzeitig, wie wir die Schwingungsdauer und Wellenlänge dieser Bewegung finden können, von deren Grösse wir schon vielfach, namentlich auf dem Gebiet der Spektralanalyse zu sprechen hatten. Die Lehre von der Polarisation des Lichts zeigt uns dann weiter, dass wir nothwendig transversale Schwingungen annehmen müssen, während die Interferenz-Erscheinungen sich auch durch longitudinale erklären liessen, und in der That

früher so erklärt worden sind. Wir benutzen natürlich, auf diese Kenntniss fussend, auch für das Interferenz-Gebiet die Annahme transversaler Wellen.

Wir werden später sehen, dass es möglich ist, Strahlen herzustellen, bei denen sämmtliche Schwingungen in einer Ebene, die durch den Strahl gelegt ist, stattfinden, was für gewöhnlich nicht der Fall ist. Solches Licht heisst linear polarisirtes Licht, und wir haben schon früher die Gleichg desselben aufgestellt: $y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$, wo y die Verschiebung des betrachteten Punktes aus seiner Gleichgewichtslage in der zum Strahl senkr Richtung bezeichnete, A die Amplitude, T die Schwingungsdauer, λ die Wellenlänge, t die variable Zeit, endlich x die Entfernung des betrachteten Punktes auf dem Strahl von dem als Anfangspunkt der Bewegung genommenen Punkte; $2\pi \frac{x}{\lambda}$ nannten wir „die Phase" des Punktes zur Zeit t.

Wir wollen nun zusehen, was geschieht, wenn zwei Wellen von gleicher Wellenlänge (also gleicher Farbe) gleicher Schwingungsebene, aber verschiedener Amplitude und Phase zusammen wirken. Die beiden Bewegungen seien gegeben durch die Gleichgn.: $y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right)$ und: $y' = B \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x+\delta}{\lambda}\right)$; der Phasen-Unterschied zwischen den beiden Wellen ist: $2\pi \frac{x+\delta}{\lambda} - 2\pi \frac{x}{\lambda} = \frac{2\pi\delta}{\lambda}$. Man bezeichnet dann δ als Gangunterschied der beiden Wellen. Wenn beide Strahlen zusammen wirken, so ist nach dem Prinzip von der Koexistenz kleiner Bewegungen ihre Gesammtwirkung einfach = ihrer Summe:

$$Y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) + B \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} + B \cos 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$$

$$= \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) \left[A + B \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}\right] + \cos 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) B \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda}.$$

Setzen wir:

$$\left.\begin{aligned} A + B \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} &= M \cos 2\pi \frac{N}{\lambda} \\ \text{und: } B \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda} &= M \sin 2\pi \frac{N}{\lambda} \end{aligned}\right\} \ldots (1), \text{ so wird:}$$

$$Y = M \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) \cos 2\pi \frac{N}{\lambda} + M \cos 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) \sin 2\pi \frac{N}{\lambda}$$

$$= M \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x - N}{\lambda}\right).$$

Wir erhalten also eine Welle mit der gleichen Schwingungsebene und der gleichen Farbe, wie die beiden Kompon., aber anderer Amplitude M und anderer Phase $2\pi \frac{x - N}{\lambda}$.

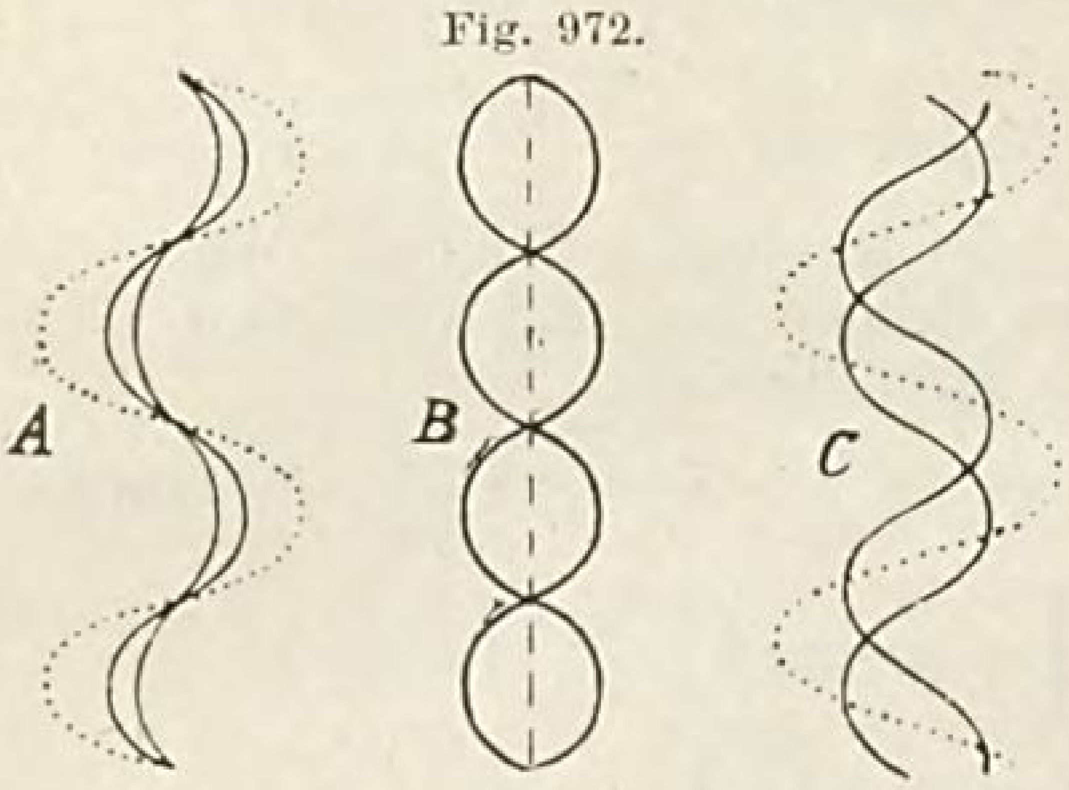
Aus den Substitutions-Gleichgn. (1) folgt nun durch Quadriren und Addiren: $M^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$, wodurch M bestimmt ist; dann ergiebt jede der Gleichgn. auch N.

Von besonderer Wichtigkeit ist der Ausdruck von M, der resultirenden Amplitude, die nicht konstant ist, sondern abhängig von dem Gangunterschied der Kompon. Ist derselbe ein Vielfaches der ganzen Wellenlänge, $\delta = n\lambda$, so wird: $\cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = 1$; $M^2 = A^2 + B^2 + 2AB$; $M = A + B$. Die neue Amplitude ist = der Summe der alten. Ist dagegen δ ein ungerades Vielfaches der halben Wellenlänge, $\delta = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$, so wird: $\cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = -1$; $M^2 = A^2 + B^2 - 2AB$; $M = A - B$; die neue Amplitude ist die Differenz der beiden alten. Hat δ irgend einen andern Werth, so hat auch M einen zwischen diesen beiden Grenzen liegenden Werth.

Besonders interessant ist der Fall, dass $A = B$ ist; für $\delta = 2n \frac{\lambda}{2}$ wird dann: $M = 2A$ und für $\delta = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}$ wird: $M = O$. Wir sehen daraus, dass 2 Wellen mit der Amplitude A in der Zusammensetztung eine Welle mit der Amplitude 0 geben können. Da die Intens. des Lichts proportional dem Quadrat der Amplitude ist, so können 2 Strahlen von der Intens. A^2 sich vereinen zu einem Strahl der Intens. 0, oder der Intens. $4A^2$, oder von irgend einem mittlern Werthe, je nach dem zwischen ihnen herrschenden Gangunterschied. Diese Erscheinung, dass 2 Strahlen sich schwächen oder stärken können, bezeichnet man als die **Interferenz des Lichts.**

Auch grafisch lassen sich leicht 2 Wellen zusammen setzen, indem wir einfach ihre Ordin. algebraisch addiren. So sind in Fig. 972 3 Fälle grafisch behandelt: 1) A nahezu $= B$; $\delta = 0$. 2) $A = B$; $\delta = \frac{\lambda}{2}$. 3) $A = B$; $\delta = \frac{\lambda}{4}$. Es sind dabei die beiden Kompon. mit ausgezogenen Linien gezeichnet, die Resultanten mit punktirten*).

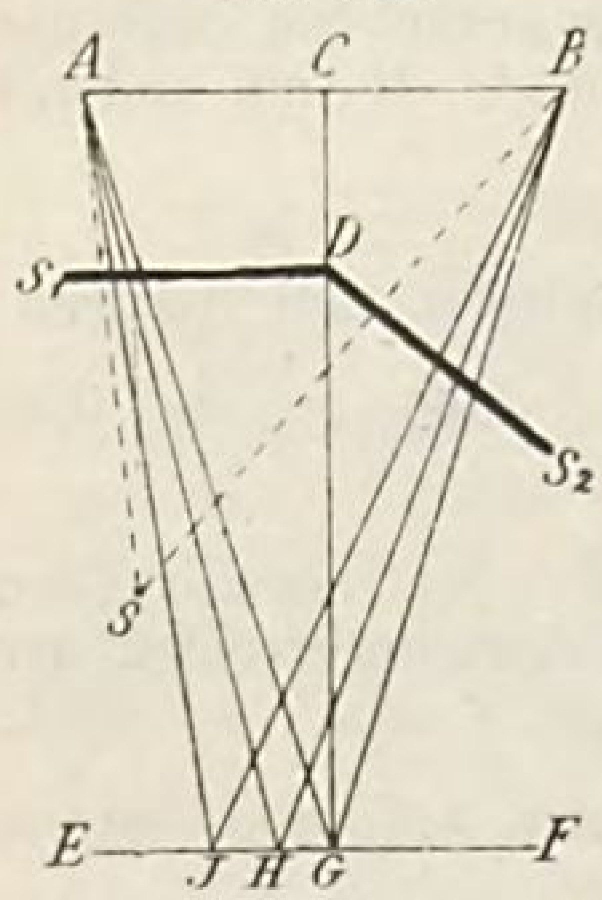
Fig. 972.



Wir wollen als Beispiele 2 Fälle behandeln, in denen solche Interferenz-Erscheinungen zu Stande kommen, von denen der erste historisches Interesse bietet, insofern er der erste absichtlich angestellte Interferenz-Versuch war und eine angenäherte Bestimmung der Wellenlänge gestattete, der zweite dagegen eine sich vielfach in der Natur darbietende Interfer.-Erscheinung bildet.

Zum deutlichen Zustandekommen von Interfer. ist die Erfüllung verschiedener Bedingungen erforderlich: 1. müssen die interferirenden Strahlen nahezu die gleiche Richtung haben, damit die Interf. auf einer grössern Strecke sichtbar wird; 2. muss die Farbe die gleiche sein; 3. müssen die Schwingungs-Ebenen identisch sein; 4. müssen die Intens. nahezu gleich sein, damit die Resultante fast den Werth 0 oder 4 erreicht und deutliche Kontraste zwischen hell und dunkel entstehen. Diese Bedingungen zusammen, namentlich die 2. und 3., lassen sich nur erfüllen, wenn beide Strahlen von demselben leuchtenden Punkte herkommen, weil sonst stets Unterschiede vorhanden sind.

Fig. 973.



Den frühesten Interfer.-Versuch hat **Fresnel**, der Hauptbegründer der heutigen theoret. Optik, angestellt. Neigt man 2 Spiegel $S_1 D$ und $D S_2$, Fig. 973, um ein Geringes gegen einander, (in der Figur ist der Winkel, um grössere Deutlichkeit zu erhalten, beträchtlich zu gross gezeichnet) und bringt davor einen Lichtpunkt S, so erhält man 2 Bilder A und B, die als Lichtzentren aufgefasst werden können. Man erhält so 2 dicht neben einander befindliche Lichtpunkte, die als Bilder eines und desselben Punktes identische Strahlen in den Raum vor den Spiegeln senden. Verbinden wir AB durch eine Linie und ziehen senkr. zu ihrer Mitte die Linie CD, so ist jeder Punkt derselben von A und B gleich weit entfernt. In A und B haben die Strahlen stets die gleiche Phase; in jedem Punkte der Linie CD, z. B. in G werden die 2 Strahlen AG und BG also ohne Phasen-Unterschied zusammen kommen und sich addiren. Gehen wir aber in einer zu CDG ⊥ durch G gelegten Ebene EF seitwärts, z. B. nach E hin, so wird der Weg für den Strahl von A immer kürzer, für den Weg von B immer länger, die Strahlen kommen also mit einem Phasen-Unterschied zusammen.

*) Vergl. auch S. 857 ff.

Sei der Punkt H so gelegen, dass der Weg AH um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge des benutzten einfarbigen Lichts länger ist, als BH, so kommen die Strahlen mit einem Gangunterschied $\delta = \frac{\lambda}{2}$ in H zusammen, heben sich also vollständig auf, da sie gleiche Intens. besitzen. Im Punkte H herrscht also volle Dunkelheit. Gehen wir noch weiter, so wächst der Gangunterschied, die Helligkeit wird allmälig grösser, bis im Punkte J der Gangunterschied $\delta = \lambda$ geworden, also wieder volle Helligkeit vorhanden ist. So folgen abwechselnd in immer gleichen Abständen Lichtmaxima und Minima $= 0$.

Dasselbe ist natürlich auf der andern Seite von G der Fall, wo der Weg für den Strahl von B kürzer, für den von A länger wird. Haben wir in S einen Spalt, der parallel der Schnittlinie D der beiden Spiegel steht, und beleuchten ihn mit einfarbigem Licht, so erhalten wir auf einem Schirm EF, der irgendwo parallel AB aufgestellt ist, eine Reihe von hellen und dunkeln Linien. Messen wir den Abstand zweier dunkeln Linien, und kennen wir die Entfernung des Schirms von den Spiegeln und den Abstand AB, so sind wir im Stande die Differenz $BH - AH$ zu berechnen, d. h. die Grösse der Wellenlänge des benutzten Lichts zu finden. Sobald man den einen Spiegel verdeckt, verschwinden die Interferenz-Streifen — ein eklatanter Beweis dafür, dass durch Zusammenwirken zweier Lichtstrahlen Dunkelheit erzeugt wird.

Dieser sogen. Fresnel'sche Spiegelversuch ist mehrfach modifizirt worden; darauf, wie auf eine genauere Berechnung ist hier nicht einzugehen. —

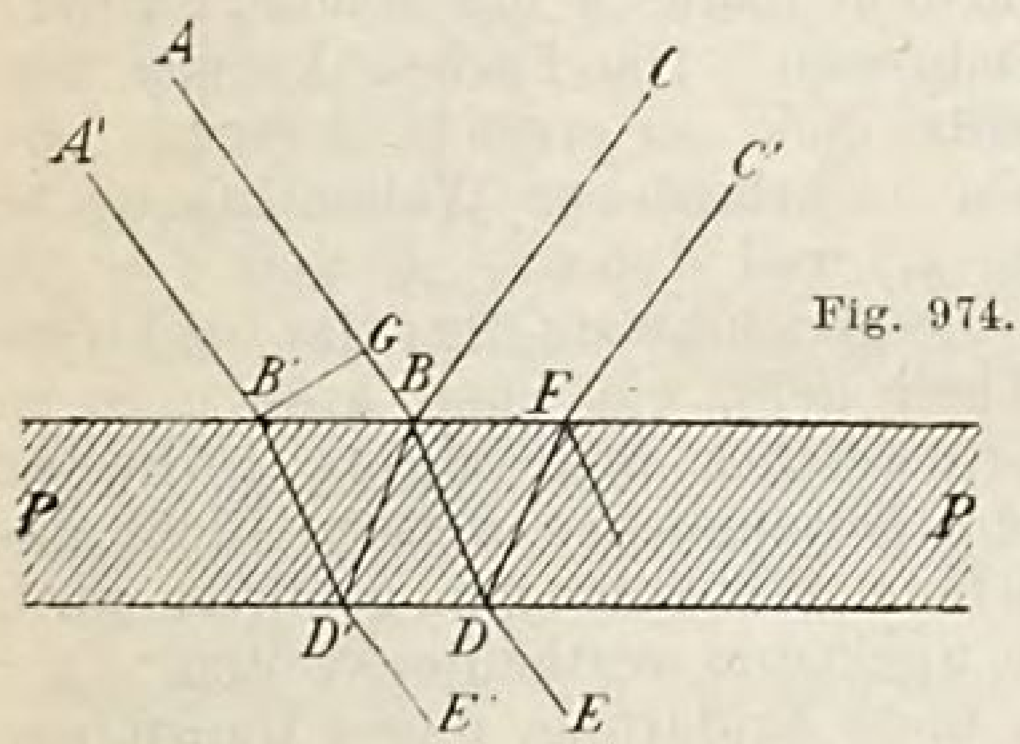
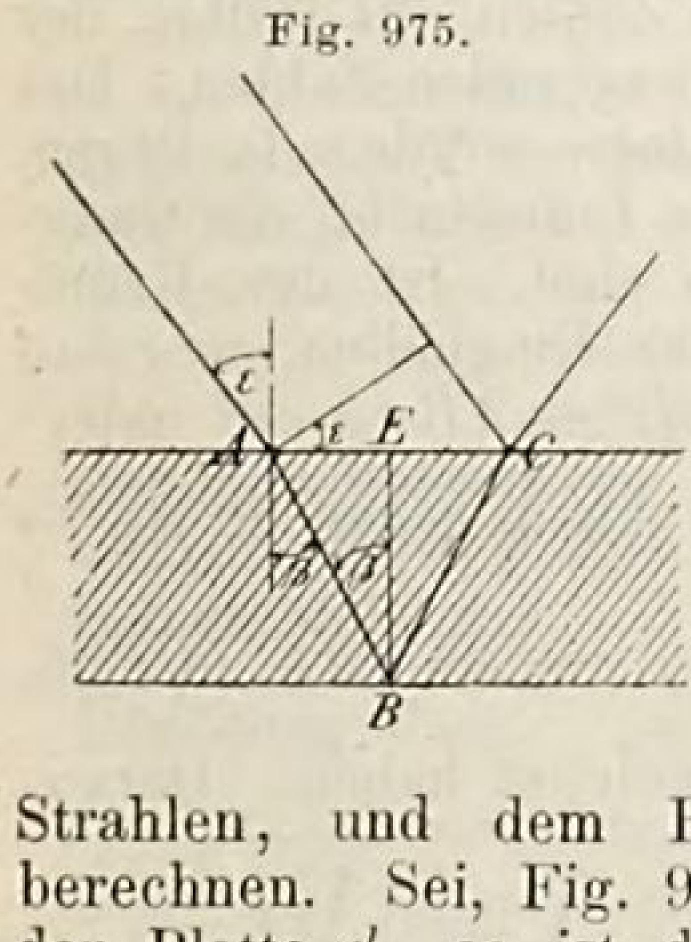


Fig. 974.

Man hat häufig Gelegenheit, prächtige Farben-Erscheinungen wahrzunehmen, die auch auf Interferenz beruhen und die als Farben dünner Blättchen bezeichnet werden. Sie treten z. B. auf an Seifenblasen, an altem Glase, an dünnen über Wasser ausgebreiteten Oelschichten, an dünnen Oxydschichten auf Metallen u. s. w. Das Zustandekommen der Farben erklärt sich folgendermaassen: Es sei Fig. 974 P, eine dünne Schicht etwa von Glas oder von Seifenwasser, beiderseits von Luft begrenzt. Es falle ein Bündel von Strahlen auf die obere Fläche, so wird ein Strahl AB in B theilweise reflektirt werden nach BC, theilweise gebrochen werden nach BD. An der 2. Grenzfläche, in D, wird der Strahl theils austreten nach DE, theils wieder reflekt. nach DF, wo er abermals theils austreten wird in der Richtung FC' parallel BC, theils reflekt. wird. Wir können nun zu jedem Strahl AB, der den Strahl BC erzeugt, einen 2. einfallenden Strahl $A'B'$ finden, der so gelegen ist, dass ein Theil von ihm den Weg $A'B'D'BC$ durchläuft, so dass in BC zwei Strahlen austreten, die verschiedene Wege zurück gelegt haben.

Fig. 975.



In der Wellenebene $B'G$, welche $\perp AB$ ist, haben beide Strahlen die gleiche Phase; von da an aber durchläuft bis B hin der eine Strahl nur den Weg GB in Luft, und wird dann in Luft an Glas reflekt.; der zweite durchläuft den Weg $B'D' + D'B$ und wird dabei in Glas an Luft reflekt. im Punkte D'. Zwischen den beiden Strahlen ist daher ein Gangunterschied vorhanden und sie können interferiren. Die Grösse des Gangunterschiedes hängt von der Länge des Weges im Glase ab, also von der Dicke der Platte, der Neigung der einfallenden Strahlen, und dem Brechungsexpon. Der Gangunterschied lässt sich leicht berechnen. Sei, Fig. 975, der Einfallswinkel ε, der Brechungswinkel β, die Dicke der Platte d, so ist der Weg des einen Strahls $= 2\,AB$. Aus $\triangle\,ABC$ folgt: $AB = \frac{d}{\cos\beta}$. Der Weg des andern Strahls ist: $DC = AC \sin\varepsilon = 2\,AE \sin\varepsilon = 2\,d \operatorname{tang}\beta \sin\varepsilon$. Der erste Weg wird in Luft, der zweite in Glas durchlaufen;

um also die optische Weglängen-Differenz zu erhalten, müssen wir den zweiten Weg mit n multipliziren und erhalten als Gangunterschied:

$$\delta = \frac{2\,d}{\cos\beta} - 2\,d\,n \operatorname{tang}\beta \sin\varepsilon = \frac{2\,d}{\cos\beta}\,(1 - \sin\beta\sin\varepsilon).$$

Da $\frac{\sin\varepsilon}{\cos\beta} = n$, so: $\delta = \frac{2\,d}{\cos\beta}\,(1 - \sin^2\varepsilon) = \frac{2\,d\cos^2\varepsilon}{\cos\beta}$.

Man sollte nun annehmen, dass sobald $\delta = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$ für die betr. Farbe des einfallenden Lichts ist, die beiden austretenden Strahlen sich vernichten. Der Versuch zeigt aber, dass das nicht der Fall ist, sondern dass dazu $\delta = 2n\frac{\lambda}{2}$ sein muss. Wie wir später sehen werden, ergiebt die Theorie, dass bei Reflexion eines Strahls im dünnern Medium am dichtern ein Gangunterschied von $^1/_2$ Wellenlänge eintritt, bei Reflexion im dichtern am dünnern aber nicht. Nun wird Strahl DC in Luft an Glas reflekt.; hier tritt also die Phasen-Aenderung ein. Also haben wir $\delta = \frac{2\,d\cos^2\varepsilon}{\cos\beta} - \frac{\lambda}{2}$ als wirklichen Gangunterschied, und dies muss, damit Vernichtung der Strahlen eintreten kann, $2n\frac{\lambda}{2}$ werden.

Fällt weisses Licht auf die Platte, so wird im reflekt. Licht die Farbe fehlen, für welche $\delta = n\lambda$; das reflekt. Licht kann also nicht mehr weiss sein, sondern ist gefärbt. Hat die Platte an verschiedenen Stellen verschiedene Dicke, so werden dort verschiedene Farben ausgelöscht, und es entsteht dadurch das schöne Farbenspiel der Seifenblasen und anderer dünner Membranen. Die Farben können nur an sehr dünnen Platten auftreten; wird die Platte dick, so erreicht δ einen sehr grossen Werth und ist dann ein Vielfaches sehr verschiedener Wellenlängen; es verschwindet dann etwa λ_1, weil $\delta = m\lambda_1$, ebenso λ_2, weil $\delta = n\lambda_2$, λ_3 weil $\delta = o\lambda_3$ u. s. w. Es fehlen dann also zahlreiche Farben, die gleichmässig über das Spektrum vertheilt liegen; es fehlt ein Theil roth, ein Theil gelb, ein Theil grün u. s. w. Den Rest bildet dann zusammen wieder weiss, welches man weiss höherer Ordnung nennt. Es unterscheidet sich von dem gewöhnlichen weissen Licht dadurch, dass es nicht durch Vorhandensein aller Wellenlängen gebildet wird, sondern nur durch gleichmässig über das ganze Spektrum vertheilte Wellen.

Die erste genaue Untersuchung, wenn auch nicht Erklärung, dieser Interferenz verdankt man Newton bei den sogen. Newton'schen Ringen. Legt man eine schwach gekrümmte Linse auf eine ebene Glasplatte und lässt von oben homogenes Licht einfallen, so erscheinen um die dunkle Mitte helle und dunkle Ringe. Als Blättchen dient hier die dünne Luftschicht zwischen Linse und Platte, welche von der Mitte aus an Dicke allmälig zunimmt. Newton fand, dass die Halbm. der dunkeln Ringe sich verhalten, wie die Wurzeln aus den geraden Zahlen, die Halbm. der hellen, wie die Wurzeln aus den ungeraden Zahlen. Das ergiebt sich so: Die dunkeln Ringe werden da liegen, wo, entsprechend der Dicke d der Luftschicht, die Gangunterschiede λ, 2λ, 3λ, u. s. w. sind. Ist der Krümmungshalbm. der Linse $= R$, der Ringhalbm. $= r$, so ist, Fig. 976,: $r^2 = R^2 - (R-d)^2 = 2Rd - d^2$ oder: $d = \frac{r^2}{2R} + \frac{d^2}{2R}$. Da nun d sehr klein gegen R ist, so

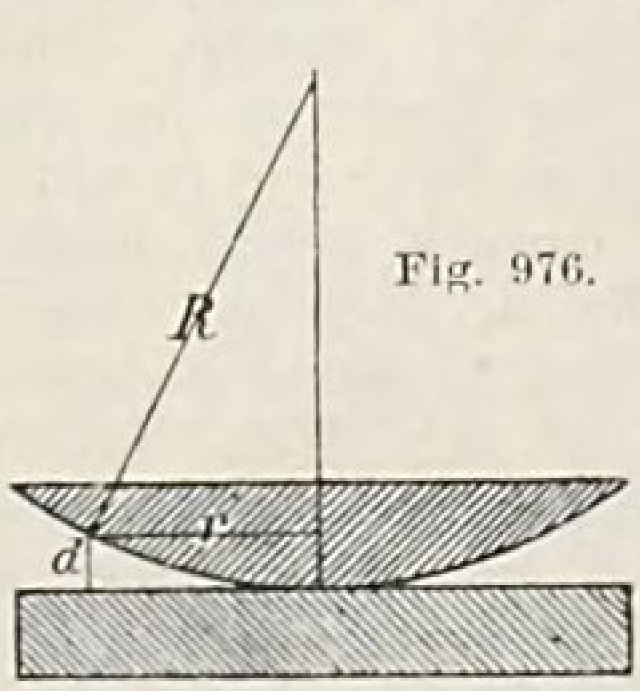


Fig. 976.

können wir das 2. Glied fortlassen, also schreiben: $d = \frac{r^2}{2R}$ oder: $r = a\sqrt{2d} = c\sqrt{\delta}$, da der Gangunterschied proport. $2d$ ist, wie wir vorher abgeleitet haben. Daraus ergiebt sich ohne weiteres, dass r für dunkle Ringe wie: $\sqrt{0\frac{\lambda}{2}} : \sqrt{2\frac{\lambda}{2}} : \sqrt{4\frac{\lambda}{2}} \ldots$, für die hellen Ringe dagegen wie: $\sqrt{1\frac{\lambda}{2}} : \sqrt{3\frac{\lambda}{2}} : \sqrt{5\frac{\lambda}{2}}$ u. s. w. sich verhält.

Im durchgehenden Licht erscheinen die Farben dünner Blättchen ebenfalls, indem, Fig. 974, die Strahlen $ABDE$ und $A'B'D'BDE$ zur Interferenz kommen. Die Farben sind aber viel weniger hell, da der eine Strahl nur durch 2 Reflexionen, in B und D, geschwächt ist, der andere durch 4, in $B'_1 D'_1 B_1 D_1$ so dass die beiden interferirenden Strahlen sehr verschiedene Intens. besitzen, und sich daher nur wenig schwächen können.

Wir wollen auf diese Art der Interferenz nicht weiter eingehen, sondern uns einem wichtigern Falle zuwenden, den man die **Beugung** oder **Diffraktion** des Lichts nennt.

Wir haben auf S. 954 das Huyghens'sche Prinzip besprochen, welches aussagt, dass man einen leuchtenden Punkt stets durch eine beliebige Wellenfläche ersetzen kann, um die Wirkung auf einen andern Punkt zu erhalten. Ist also, Fig. 977, A der leuchtende Punkt, K eine Wellenfläche desselben, B ein äusserer Punkt, so erhalten wir die Helligkeit in B, wenn wir jeden Punkt von K als Wellenzentrum auffassen, von welchem Strahlen nach B ausgehen. Es scheint nun so, als ob dem die geradlinige Fortpflanzung des Lichts widerspräche, da wir wissen, dass B von A nur Licht auf dem Wege ACB erhält, die übrigen Punkte der Wellenfläche aber kein Licht nach B senden. Dieser scheinbare Widerspruch klärt sich auf, wenn wir die Interferenz berücksichtigen. In der Wellenfläche haben alle Punkte die gleiche Phase; von da aus haben aber die Strahlen ungleich lange Wege bis B zurück zu legen. Der Strahl DB sei so lang, dass sein Weg gerade um $^1/_2$ Wellenlänge mehr betrage, als der Zentralstrahl CB. Wir denken uns um C einen Kreis mit dem Halbm. CD beschrieben, so werden von dem innerhalb gelegenen Theil der Wellenfläche nur Strahlen ausgehen, die alle in B mit Gangunterschieden zwischen 0 und $\frac{\lambda}{2}$ gegen den Zentralstrahl ankommen. Sei der Strahl BE so gewählt, dass er um $\frac{\lambda}{2}$ länger als BD, und schlagen wir wieder einen Kreis mit dem Halbm. CE, so kommen von dem ringförm. Stück zwischen CD und CE lauter Strahlen, die in B Phasen zwischen $\frac{\lambda}{2}$ und λ haben. BF sei wieder um $\frac{\lambda}{2}$ länger, BG abermals, u. s. w. Durch Kreise zerlegen wir so die kugelförm. Wellenfläche in die sogen. **Huyghens'schen Zonen**, von denen die Strahlen in B mit den Gangunterschieden 0 bis $\frac{\lambda}{2}$, $\frac{\lambda}{2}$ bis λ, λ bis $3\frac{\lambda}{2}$, $3\frac{\lambda}{2}$ bis 2λ u. s. w. eintreffen. Die Phase des Lichts jeder Zone ist also von der der vorher gehenden und der folgenden um $^1/_2$ Wellenlänge verschieden, muss also diese durch Interferenz schwächen. Bezeichnen wir die von den Zonen kommenden Lichtmengen mit m_1, m_2, $m_3 \ldots$, so ist die gesammte nach B kommende Lichtmenge: $M = m_1 - m_2 + m_3 - m_4 \ldots$ Wir haben abwechselnde Vorzeichen setzen können, weil die posit. und negat. Zonen sich durch algebr. Addition zusammen setzen und sich dabei theilweise aufheben. M ist also eine unendliche Reihe, deren Glieder abwechselndes Vorzeichen haben und, wie der Augenschein und die Ueberlegung zeigt, immer abnehmen. Was die Grösse der m-Werthe betrifft, so ergiebt eine einfache Rechnung, dass: $m_2 = \frac{m_1 + m_3}{2}$, $m_4 = \frac{m_3 + m_5}{2}$ u. s. w.

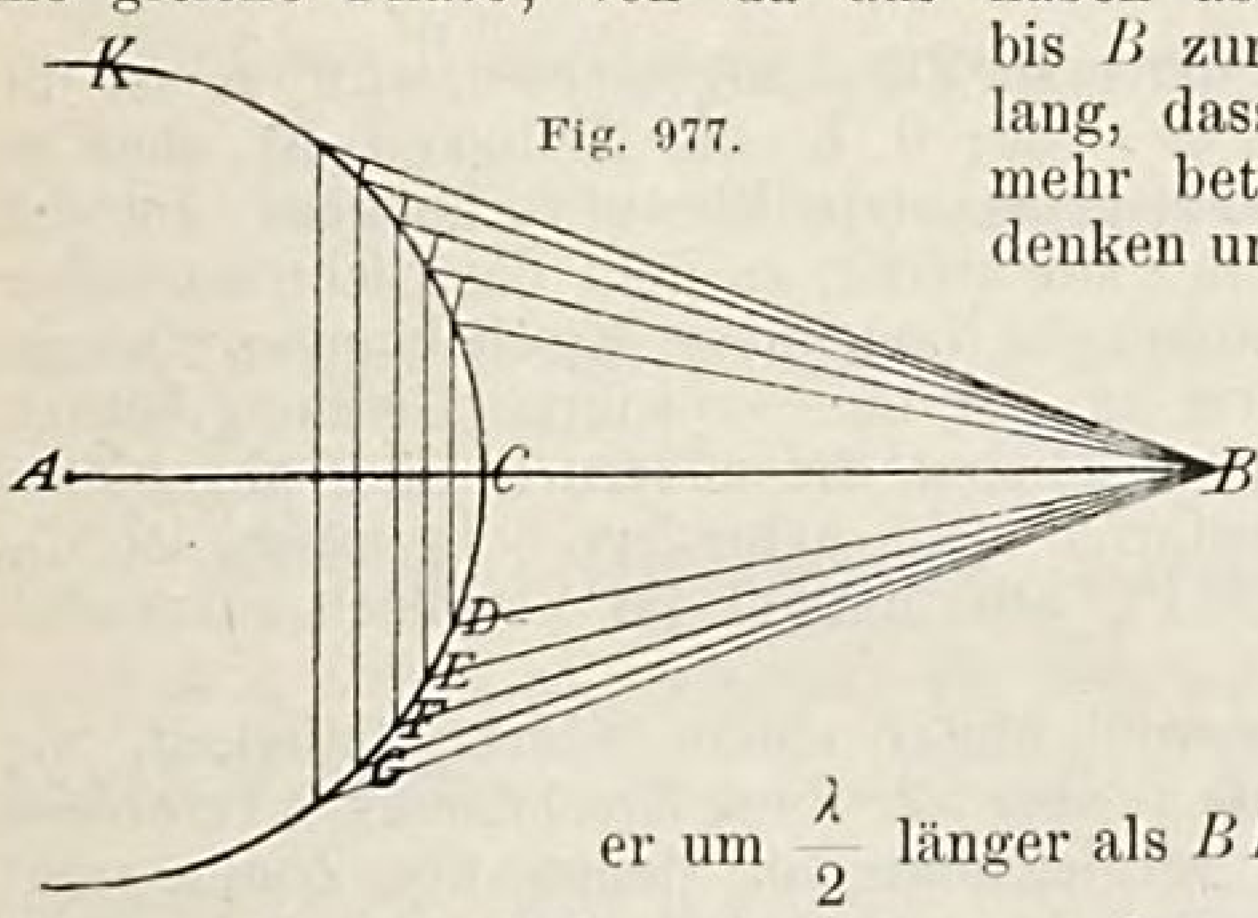


Fig. 977.

Bilden wir danach die Summe M, so folgt:

$$M = m_1 - \frac{m_1 + m_3}{2} + m_3 - \frac{m_3 + m_5}{2} + m_5 - \frac{m_5 + m_7}{2} \ldots,$$

d. h. $M = \frac{m_1}{2}$. Wir sehen also, dass das gesammte von der Wellenfläche nach B

gelangende Licht sich durch Interferenz aufhebt, bis auf die Hälfte des von der ersten Zone ausgehenden Lichts. Da nun die Zonen wegen der Kleinheit der Wellenfläche ebenfalls ungemein klein sind, so kommt nur von dem Punkte der Wellenlänge Licht nach B, der dem direkten Strahl AB entspricht. Das Huyghens'sche Prinzip ergiebt also bei Berücksichtigung der Interferenz ebenfalls die geradlinige Fortpflanzung des Lichts.

Die eben angestellte Ueberlegung lehrt aber noch viel mehr; sie zeigt nämlich, dass zum Zustandekommen obigen Resultats die Mitwirkung aller Zonen nöthig ist, dass aber, wenn wir etwa durch Schirme einzelne Zonen abblenden, die Reihe für M ganz verschiedene Werthe annehmen kann. Könnten wir z. B. m_2, m_4, m_6 u. s. w. von der Mitwirkung in B abhalten, so würde dort die Helligkeit viel grösser sein. Um ohne langwierige mathemat. Rechnungen einen gewissen Einblick in die Verhältnisse zu gewinnen, die eintreten können, wenn wir die ungehinderte Ausbreitung des Lichts von der ganzen Wellenfläche nicht zulassen, diene ein Zahlenbeispiel. Für Fig. 977 ergeben sich die Grössen m nach willkürlicher Einheit gemessen, folgendermaassen:

$$m_1 = 81;\ m_2 = -70;\ m_3 = 59;\ m_4 = -49;\ m_5 = 38;\ m_6 = -28;$$
$$m_7 = 18;\ m_8 = -11 \text{ u. s. w.}$$

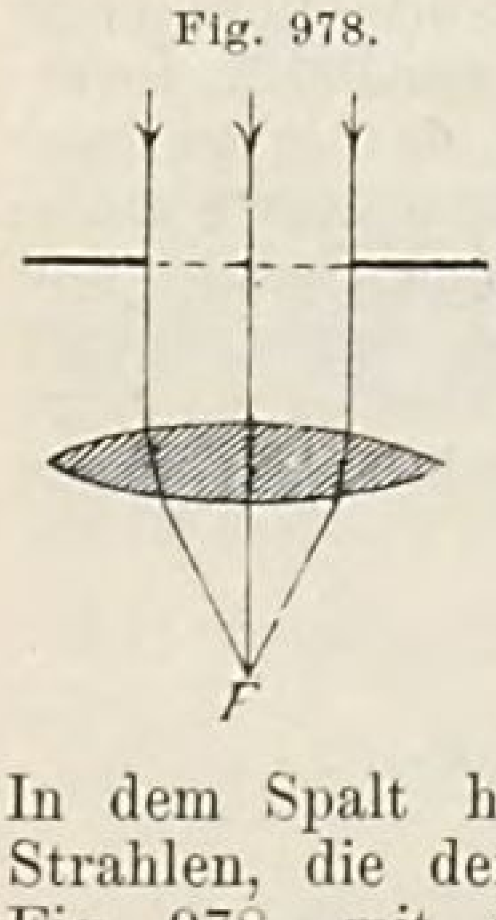
daraus folgt: $M = 40 = \frac{m_1}{2}$. Bringen wir nun aber einen kreisrunden Schirm in den Gang der Strahlen, so dass gerade die erste Zone abgeblendet wird, so ist die in B auftretende Lichtmenge: $M - m_1 = -41$, d. h. die Helligkeit ist eben so gross, wie ohne Schirm, nur ist die entgegengesetzte Phase vorhanden. Da der Schirm den direkten Strahl AB in diesem Falle abhält, so geht das Licht scheinbar um den Schirm herum; es wird gebeugt, woher der Name dieser Erscheinungen stammt.

Bringen wir andrerseits einen Schirm an, der eine kreisförm. Oeffnung besitzt, gerade so gross, dass m_1 und m_2 hindurch können, die andern m aber abgehalten werden, so wird der direkte Strahl dadurch nicht gehindert. Trotzdem ist die Helligkeit in B dann nur $= m_1 - m_2 = 11$, also dunkel im Vergleich zur vollen Beleuchtung.

Wie man sieht, können wir also sowohl hinter einem Schirm Helligkeit, wie auch hinter einer Oeffnung Dunkelheit haben; aber alle diese Erscheinungen erfordern beugende Schirme, deren Dimensionen vergleichbar mit denen der Zonen sind; daher werden diese Beugungs-Erscheinungen für gewöhnlich nicht wahrgenommen, sondern es scheint sich das Licht nur geradlinig fortzupflanzen.

Die angedeuteten Beugungs-Erscheinungen, welche durch kugelförm. sich ausbreitende Wellen hervor gerufen werden, nennt man Fresnel'sche Beugung. Erheblich lichtstärker und wichtiger, weil sie zu genauer Kenntniss und leichter Messung der Wellenlängen geführt haben, sind die sogen. Fraunhofer'schen Beugungs-Erscheinungen, welche durch parallele Strahlenbündel erzeugt werden. Sie werden so beobachtet, dass man parallele Strahlen auf die beugende Oeffnung fallen lässt, und hinter letztere eine Linse setzt. Dieselbe vereinigt jedes Strahlenbündel, welches parallel einer Richtung auf sie fällt, in einem Punkte, welcher da liegt, wo eine durch den Mittelp. der Linse gezogene der betr. Richtung parallele Linie, die Nebenaxe, auf eine durch den Brennp. der Linse zu ihrer Hauptaxe ⊥ stehenden Ebene trifft. Die Strahlen kommen in diesem Punkte zusammen mit den Gangunterschieden, welche sie in einer zur Nebenaxe ⊥ Ebene vor der Linse gehabt haben, da der Durchgang durch die Linse bekanntlich keinen Gangunterschied zwischen den verschiedenen Strahlen hinzu bringt.

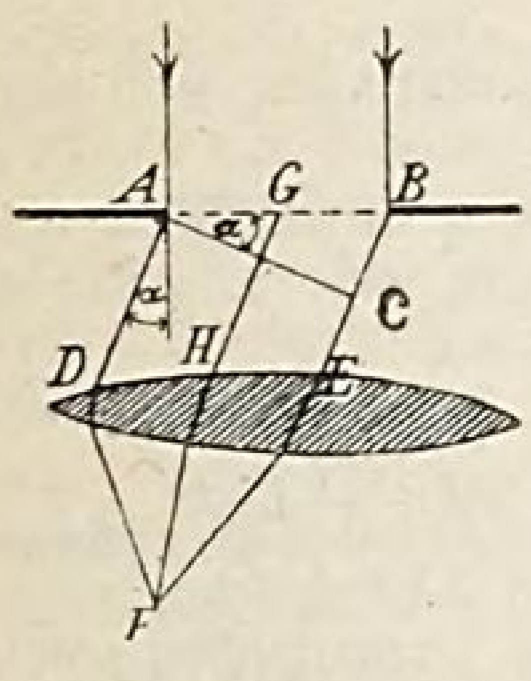
Fig. 978.



Wir wollen den Fall betrachten, dass ein paralleles einfarbiges Strahlenbündel ⊥ auf einen Spalt fällt. Dann kann nach Huyghens Prinzip jeder Punkt des Spalts als neues Zentrum aufgefasst werden, welches nach allen Seiten Strahlen aussendet. In dem Spalt haben alle Punkte die gleiche Phase. Nehmen wir zuerst die Strahlen, die den Spalt normal verlassen, so werden sie vereinigt im Punkte F, Fig. 978, mit dem Phasen-Unterschied, den sie in einer zu ihrer Richtung ⊥ Ebene vor der Linse, also z. B. im Spalt, gehabt haben, d. h. mit dem Phasen-

Unterschied 0; sie summiren sich einfach. Nun wollen wir eine andere Richtung ins Auge fassen, z. B. eine solche, die den Winkel α mit der Normalen bildet, Fig. 979. In F werden die Strahlen vereinigt mit dem Phasen-Unterschied, den sie in der zu ihnen ⊥ Ebene AC hatten. Der Gangunterschied zwischen den einzelnen Strahlen des Bündels wird dadurch hervor gebracht, dass sie von der Spaltebene AB wachsende Wege bis AC zurück zu legen haben. Wenn z. B. die Länge $BC = 1$ Wellenlänge ist, so ist der Gangunterschied zwischen den Randstrahlen $= AD$ und BE 1 Wellenlänge. Dann können wir das Licht in gleich grosse Bündel theilen: in dem Bündel AD bis GH sind alle Gangunterschiede von 0 bis $\frac{\lambda}{2}$ vorhanden, im Bündel GH bis BC alle Gangunterschiede von $\frac{\lambda}{2}$ bis λ. Zu jedem Strahl des einen Bündels findet sich daher ein Strahl im zweiten, dessen Gangunterschied $= \frac{\lambda}{2}$ ist. Diese beiden Strahlen vernichten sich also bei ihrer Vereinigung in F, da sie gleiche Intens. besitzen, und so muss im Punkte F Dunkelheit herrschen.

Fig. 979.



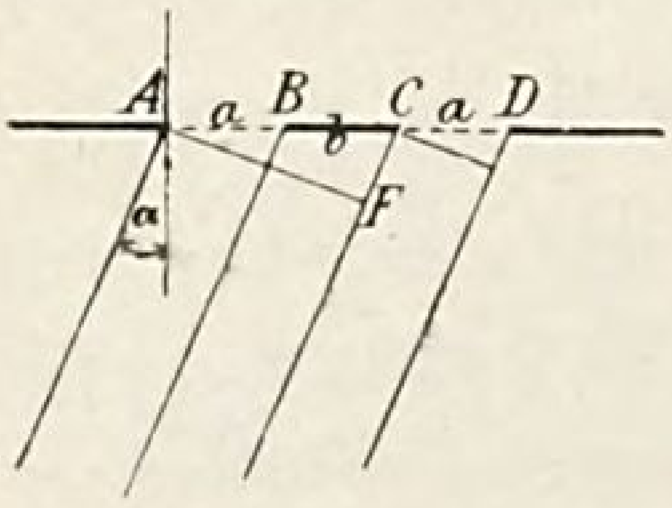
Wird der Winkel α noch grösser, so wird $BC = \frac{3}{2}\lambda$; dann können wir die Strahlen in 3 Theile theilen, mit den Gangunterschieden 0 bis $\frac{\lambda}{2}$, $\frac{\lambda}{2}$ bis λ, λ bis $\frac{3}{2}\lambda$. Der 1. und 2. Theil vernichten sich, der 3. bleibt bestehen, so dass wir im Vereinigungspunkt Helligkeit haben, aber geringere als im Punkte F, da nur $\frac{1}{3}$ der Strahlen wirksam bleibt. Wächst α noch mehr, BC auf 2λ, so ist das Licht in 4 Theile zu zerlegen, die sich zu je zweien vernichten, so dass wieder Dunkelheit entsteht. Noch weiter wird $BC = \frac{5}{2}\lambda$; dann bleibt $\frac{1}{5}$ der Strahlen wirksam u. s. w. Nennen wir die Breite des Spalts $AB = a$ so ergiebt die Figur: $BC = a \sin\alpha$. Wir haben also Lichtmaxima, wenn: $a \sin\alpha = \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda, \frac{7}{2}\lambda \ldots$, dagegen Lichtminima, wenn: $a \sin\alpha = \lambda, 2\lambda, 3\lambda \ldots$ Dasselbe gilt natürlich bei zunehmendem Winkel α auf der andern Seite der Normalen. Wenn also das Licht auf den Spalt fällt, so erhalten wir durch die Linse auf dem Schirm eine Reihe heller und dunkler Linien parallel dem Spalte. Dabei liegen die Minima unter Richtungen α gegen die Normale, welche definirt sind durch $\sin\alpha = \frac{\lambda}{a}, \frac{2\lambda}{a}, \frac{3\lambda}{2} \ldots$. Die Minima sind sämmtlich $= 0$. Andrerseits sind die Richtungen der Lichtmaxima definirt durch: $\sin\alpha = \frac{3}{2}\frac{\lambda}{a}, \frac{5}{2}\frac{\lambda}{a}, \frac{7}{2}\frac{\lambda}{2} \ldots$, wobei die Intens. allmälich abnimmt. Und zwar zeigt die genaue Theorie, dass wenn wir die Intens. des mittelsten Bildes $= 1$ setzen, die Intens. der folgenden Maxima sind: $\left(\frac{1}{\frac{3\pi}{2}}\right)^2; \left(\frac{1}{\frac{5\pi}{2}}\right)^2; \left(\frac{1}{\frac{7\pi}{2}}\right)^2 \ldots$ Zwischen den Minimis und Maximis nimmt die Lichtstärke allmälich ab und zu.

Komplizirter wird die Erscheinung, wenn wir 2 Spalte von der Breite a, getrennt durch einen dünnen undurchsichtigen Balken von der Breite b haben, Fig. 980. Zunächst in normaler Richtung werden die Strahlen beider Spalte sich ohne Gangunterschied summiren. Ferner wird in den Richtungen, wo ein Spalt Dunkelheit gab, also für $\sin\alpha = \frac{n\lambda}{a}$, auch bei 2 Spalten Dunkelheit herrschen. Aber von den Stellen wo ein Spalt Licht übrig liess, können einige verschwinden, indem das Licht des

2 Spalts das des ersten vernichtet. Das wird der Fall sein, wenn zwischen den symmetr. gelegenen Randstrahlen A und C der Gangunterschied $=$ einem ungeraden Vielfachen von $^1/_2$ Wellenlänge ist, wenn also: $CF = \frac{\lambda}{2}, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda \ldots$

Es ist aber nach Fig. 980: $CF = (a + b)\sin\alpha$; die neuen Minima treten also in den Richtungen $\sin\alpha = \frac{\lambda}{2(a+b)}, \frac{3\lambda}{2(a+b)}, \frac{5\lambda}{2(a+b)}$ auf. An den Stellen dagegen, wo Licht übrig bleibt, wird es heller sein, weil nun 2 Spalte zusammen wirken.

Fig. 980.



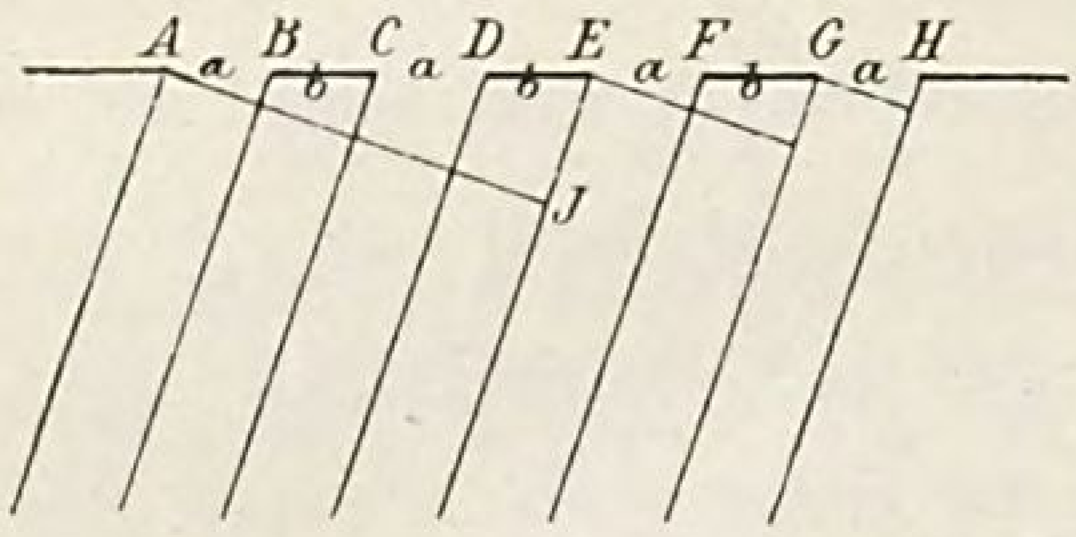
Haben wir 4 Spalte von der Breite a mit Balken von der Breite b dazwischen, so treten Minima auf: 1. wo ein Spalt solche liefert, also wo: $\sin\alpha = \frac{n\lambda}{a}$; 2. wo zwei Spalte solche liefern, also für: $\sin\alpha = \frac{(2n+1)\lambda}{2(a+b)}$; denn wenn Spalt 1 und 2 sich vernichten, vernichten sich auch Spalt 3 und 4. Endlich können noch neue Minima auftreten, indem Spalt 1 und 3 sich vernichten; denn dann vernichten sich auch 2 und 4. Das ist der Fall, wenn EJ, Fig. 981, $= (2n+1)\frac{\lambda}{2}$, oder, da:

$$EJ = 2(a+b)\sin\alpha,$$

so geschieht dies in Richtungen:

$\sin\alpha = \frac{(2n+1)\lambda}{4(a+b)}$. Bei 8 Spalten kommen noch neue Minima, wo $\sin\alpha = \frac{(2n+1)}{8(a+b)}\lambda$ ist, u. s. w. Die übrig bleibenden Maxima nehmen aber immer an Helligkeit zu, da sie von immer mehr Spalten Licht erhalten; und zwar nimmt ihre Intens. zu, wie das Quadrat der Zahl der vorhandenen Spalten.

Fig. 981.



Es wird zur Klarmachung des Einflusses, den zahlreiche Oeffnungen ausüben, vielleicht am zweckmässigsten sein, grafisch ein Beispiel durchzuführen.

Wir nehmen $a = b$, so haben wir:

bei 1 Spalt:	Max.	$\sin\alpha = 0$;	$\frac{3\lambda}{2a}$;	$\frac{5\lambda}{2a}$;	$\frac{7\lambda}{2a}$
	Min.	$\sin\alpha = \frac{2\lambda}{2a}$;	$\frac{4\lambda}{2a}$;	$\frac{6\lambda}{2a}$;	$\frac{8\lambda}{2a}$
bei 2 Spalten:	Min.	$\sin\alpha = \frac{3\lambda}{4a}$;	$\frac{5\lambda}{4a}$;	$\frac{7\lambda}{4a}$	...
bei 4 Spalten:	Min.	$\sin\alpha = \frac{3\lambda}{8a}$;	$\frac{5\lambda}{8a}$;	$\frac{7\lambda}{8a}$	...
bei 8 Spalten:	Min.	$\sin\alpha = \frac{3\lambda}{16a}$;	$\frac{5\lambda}{16a}$;	$\frac{7\lambda}{16a}$	...

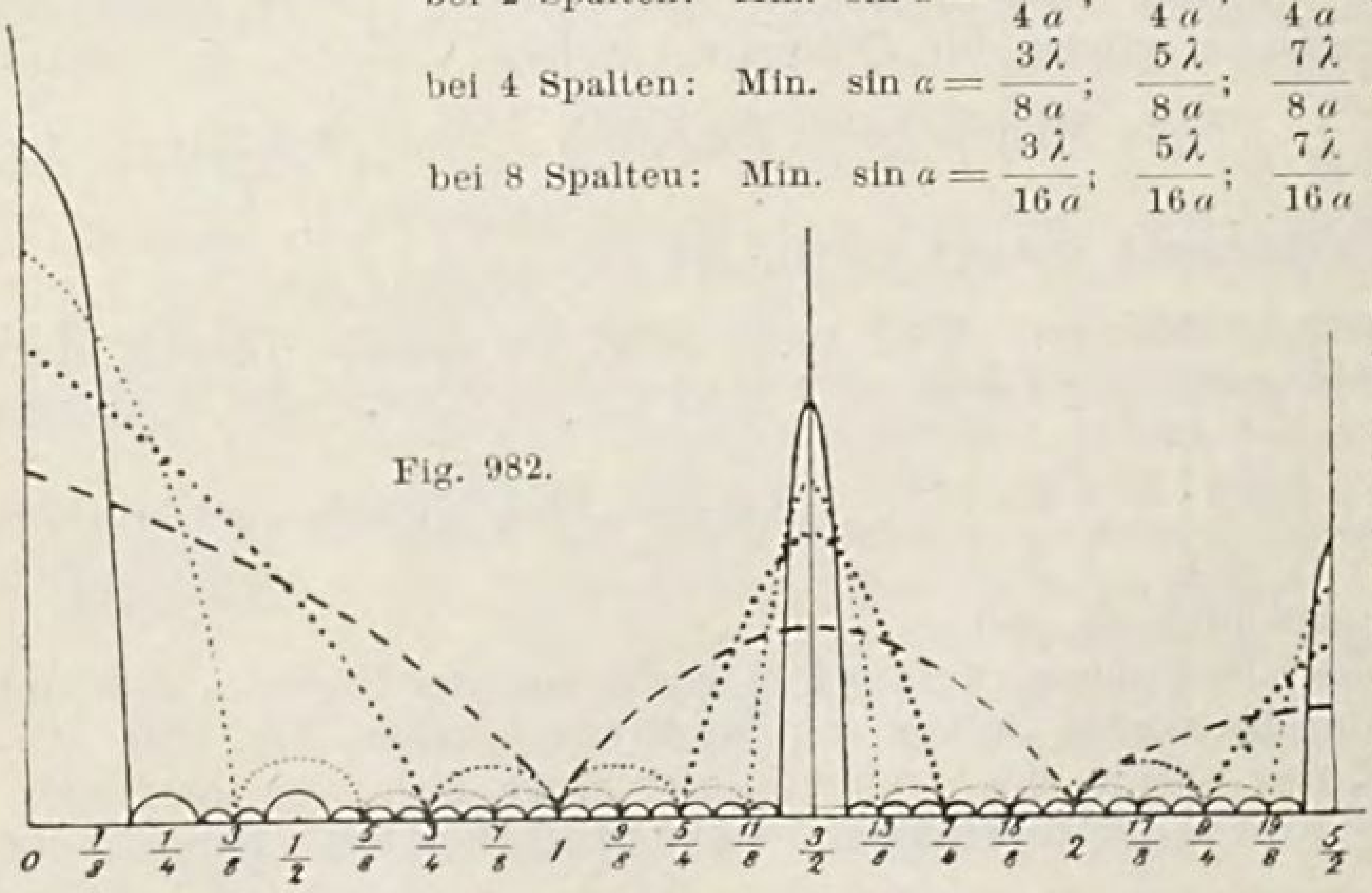


Fig. 982.

Wie man aus diesen Gleichgn. sieht, und wie die in Fig. 982 dargestellten Kurven, — welche die Intens.-Linien für 1 Spalt gestrichelt, für 2 Spalte stark punktirt, für 4 Spalte schwach punkt., für 8 Spalte ausgezogen zeigen — ergeben, wirkt die Zunahme der Spaltezahl dahin, nur einzelne wenige Maxima stehen zu lassen, sie scharf zu begrenzen, und ihre Helligkeit zu erhöhen. In der Figur ist diese Zunahme der Helligkeit

blos angedeutet; in Wirklichkeit müssen die Ordin. der Lichtmaxima von 8 Spalten 64 mal so lang sein, als die von 1 Spalt.

Haben wir sehr viele Spalte, so bleibt Licht überhaupt nur übrig in den Richtungen: $\sin\alpha = \frac{n\lambda}{a+b}$, die symmetr. zu dem mittelsten unabgelenkten Felde des Spalts gelegen sind. Die Theorie zeigt, dass die Helligkeit des m^{ten} Bildes gegeben ist durch: $\frac{1}{m^2\pi^2}$, wenn die Intens. des auffallenden Lichts $= 1$ ist. Zwischen diesen Maximis herrscht volle Dunkelheit.

Diese Erscheinung gestattet mit grosser Leichtigkeit Wellenlängen zu bestimmen. Setzen wir auf den Tisch des Goniometers ein Gitter, wie man eine solche Reihe Spalte mit dazwischen liegenden Balken bezeichnet, ⊥ zum Kollimator, so fällt das den Spalt beleuchtende Licht parallel und ⊥ auf. Durch das Objektiv des Fernrohrs wird in der Ebene seines Brennp. das Interferenz-Bild entworfen, welches wir durch das Okular des Fernrohrs vergrössert betrachten. Messen wir durch Drehen des Fernrohrs die Winkel α für die abgelenkten Bilder und bestimmen wir die Konstante des Gitters $a + b$, (was sich unter dem Mikroskop leicht ausführen lässt) so ergiebt die Gleichg.: $\sin\alpha = \frac{n\lambda}{a+b}$ den Werth der Wellenlänge.

Solche optischen Gitter oder Diffraktionsgitter stellte zuerst Fraunhofer her, indem er eine Glasplatte mit Russ überzog und mit der Theilmaschine in den Russ Linien zog. Später versilberte man das Glas und theilte in die Silberschicht, wobei man bis zu einem Abstand der Linien von 0,01 mm kam. Dann theilte man direkt die Glasfläche mit dem Diamant; dabei sind zwischen den Linien zwar keine undurchsichtigen Stellen vorhanden, sondern es ist dort nur das Glas etwas dicker, aber wie der Versuch und die von Quincke entwickelte Theorie zeigt, bleiben die Erscheinungen ganz dieselben. So gelang es 700 Linien auf 1 mm Länge zu ziehen.

Es kommt bei der Herstellung der Gitter namentlich auf genaue Uebereinstimmung der Abstände zwischen den Linien an. Vor wenigen Jahren ist es Prof. Rowland in Baltimore gelungen, eine ausgezeichnete Theilmaschine herzustellen und er hat damit bis zu 1700 Linien auf 1 mm ziehen können. Genau dieselben Erscheinungen, die ein Gitter bei durchgehendem Licht giebt, muss es auch bei reflekt. Lichte zeigen; man hat daher in letzter Zeit angefangen die Theilung in Spiegelmetall auszuführen, weil dasselbe das Licht sehr stark reflekt. und die Gitter weniger zerbrechlich werden. Die Benutzung von reflekt. Licht hat den Vortheil, dass das zu untersuchende Licht nicht durch die Glasplatte zu gehen braucht, wobei es ja durch Absorption verändert werden kann.

Wie die betr. Gleichg. zeigt, ist die Ablenkung der Maxima proportional der Wellenlänge. Lassen wir also Licht von grösserer oder kleinerer Wellenlänge auffallen, so werden deren Maxima mehr oder weniger abgelenkt werden. Lassen wir Licht auffallen, welches verschiedene Farben enthält, so werden diese also durch Beugung und Interferenz gesondert, wir erhalten zu beiden Seiten des Mittelbildes eine Reihe von Spektra; je nachdem in der Gleichg. $n = 1, 2, 3\ldots$ nennt man sie Spektrum 1., 2.... Ordnung. Zu je höherer Ordnung wir gehen, um so lichtschwächer wird das Spektrum, um so grösser wird aber auch seine Länge. Denn die Länge des 1. Spektrums ist gegeben durch:

$$\sin\alpha_r - \sin\alpha_v = \frac{1\,\lambda_r}{a+b} - \frac{1\,\lambda_v}{a+b} = 1\,\frac{\lambda_r - \lambda_v}{a+b},$$ die des 2. durch:

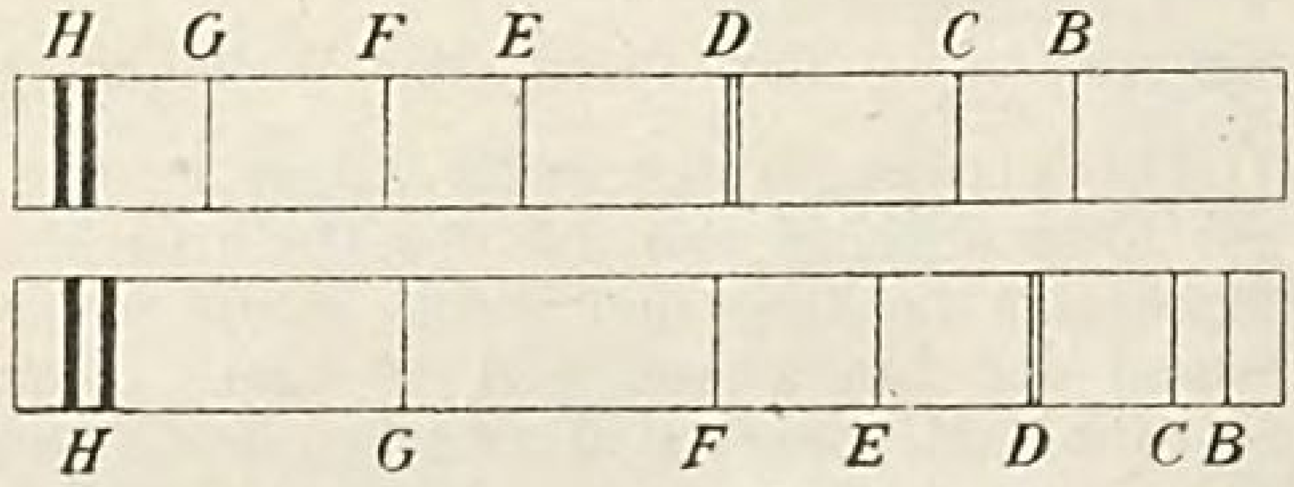
$$\sin\alpha_r - \sin\alpha_v = \frac{2\,\lambda_r}{a+b} - \frac{2\,\lambda_v}{a+b} = 2\,\frac{\lambda_r - \lambda_v}{a+b}$$ u. s. w.

Das Spektrum 2., 3., ... Ordnung ist also 2, 3 ... mal so lang, wie das 1. Ordnung. Eine Folge davon ist, dass die Spektra höherer Ordnung über einander fallen; denn es kann werden: $\sin\alpha = n\,\frac{\lambda_1}{a+b} = m\,\frac{\lambda_2}{a+b}$. Nehmen wir z. B. die Grenze des roth im ersten Spektrum, dessen $\lambda = 760\,(\mathrm{M^m})$, so wird dies zusammen fallen mit $\lambda = 380\,(\mathrm{M^m})$ des Spektr. 2. Ordnung, oder $\lambda = 253\,(\mathrm{M^m})$ des Spektr. 3. Ordnung.

Diese Wellen sind alle unsichtbar, das Spektrum 1. Ordnung ist also frei. Dagegen haben wir für roth 2. Ordnung die Gleichg.: $2 . 760 = 3 \lambda_3 = 4 \lambda_4$, d. h. $\lambda_3 = 506$ von der 3. Ordnung und: $\lambda_4 = 380$ von der 4. fallen damit zusammen, wovon das 1. im blauen sichtbar ist. Es ist dies ein Nachtheil der Gitterspektra, der aber für die meisten Untersuchungen dadurch zu beseitigen ist, dass, wenn man etwa das roth 2. Ordnung untersuchen will, man vor dem Spalt ein rothes Glas anbringt, welches das blaue Licht ganz abhält. —

Die beiden Apparate, welche wir zur Herstellung von Spektra haben, das Prisma und das Gitter, unterscheiden sich in ihrer Wirkung sehr wesentlich. Während beim Prisma das blaue Ende stärker gebrochen ist, wird beim Gitter das rothe Ende mehr abgelenkt. Der Hauptunterschied liegt aber in der verschiedenen Art der Dispersion. Für Prismen galt: $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$, für Gitter: $\sin \alpha = \frac{\lambda}{c}$. Während also beim Prisma die Ablenkung umgekehrt proport. der Wellenlänge ist, und wegen der Veränderlichkeit von A und B bei verschiedenen Substanzen von einem Prisma zum andern variirt, ist beim Gitter die Ablenkung proport. der Wellenlänge, und alle Gitterspektra sind einander ähnlich. Man bezeichnet daher die Gitterspektra als **normale Spektra**. Aus den obigen Gleichg. ergiebt sich ferner, dass im prismat. Spektrum roth sehr zusammen gedrängt ist im Vergleich mit blau. Wie gross die Unterschiede sind, zeigt Fig. 983, welche ein gleich langes Sonnenspektrum durch Gitter und Prisma entworfen, darstellt.

Fig. 983.



Wir haben diesen einen Fall einer Fraunhofer'schen Beugungs-Erscheinung mit grosser Ausführlickeit behandelt wegen seiner hervor ragenden Wichtigkeit für die gesammte Optik. Aehnlich kann man auch die Beugung bei beliebig gestalteten Oeffnungen untersuchen, was namentlich von **Schwerdt** ausgeführt worden ist. Die Erscheinungen entsprechen aufs genaueste den Rechnungen und bilden so die schönste Stütze für die Theorie, nach welcher das Licht auf einer periodischen Wellenbewegung des Aethers beruht. Dass diese Bewegung eine transversale ist, werden die im nächsten Abschnitt zu behandelnden **Polarisations-Erscheinungen** lehren.

XIV. Polarisation und doppelte Brechung.

Dem Zwecke der vorliegenden Arbeit entsprechend, sollen unter dieser Ueberschrift nur die wichtigsten Thatsachen besprochen werden, so weit sie für die Praxis oder zum Verständniss der Theorie nöthig sind; im übrigen ist auf Spezialwerke über den Gegenstand zu verweisen.

a. Erscheinungen beim Kalkspath.

Wir wollen zunächst, um die Erscheinungsweise des polarisirten Lichts zu erkennen, untersuchen was geschieht, wenn ein Strahl natürlichen Lichts durch einen Kalkspath-Kristall geht. Der Kalkspath — kohlensaurer Kalk — findet sich in Rhomboedern kristallisirt; an demselben giebt es 2 Eckpunkte, in denen die 3 zusammen stossenden Seiten stumpfe Winkel bilden. Die Verbindungslinie dieser Ecken, Fig. 984, heisst die kristallographische Hauptaxe. Lassen wir auf die eine Fläche eines solchen Kristalls Licht ⊥ fallen, so wird der Strahl im Kristall in 2 zerlegt, von welchem der eine unabgelenkt durchgeht, der 2. abgelenkt wird. Den ersten Strahl nennt man den **ordentlichen oder ordinären** Strahl, den 2. den **ausserordentlichen** oder **extraordinären**, Fig. 985, *o* und *e*. Drehen wir den Kristall um den ordentl. Strahl, so bleibt

Fig. 984.

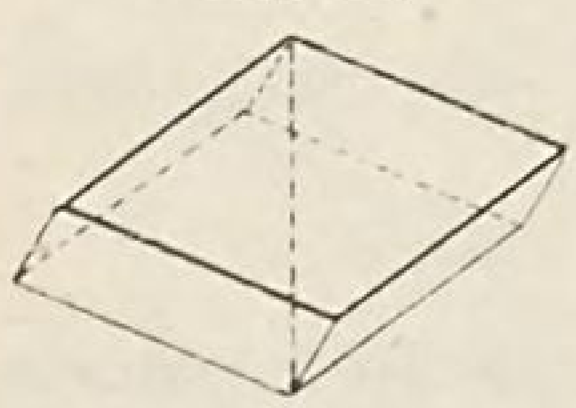
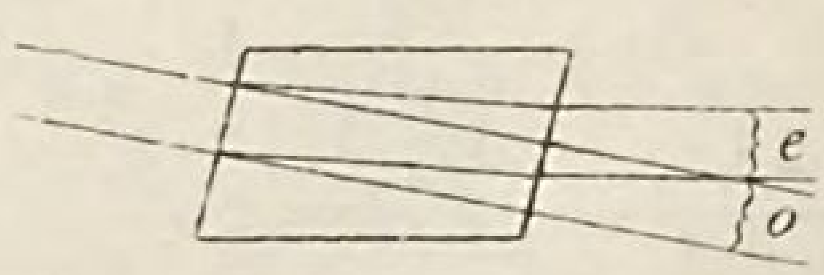


Fig. 985.



dessen Richtung unverändert, während der ausserordentl. mit gedreht wird; es zeigt sich dabei, dass derselbe immer abgelenkt ist in einer Ebene, die man durch die Axe und die kurze Diagonale der Einfallsfläche legen kann. Eine so gelegte Ebene heisst ein Hauptschnitt des Kristalls.

Wir wollen nun die Austrittsfläche des Kristalls mit einem Blatt Papier bedecken, welches ein kleines Loch hat, so dass nur der ordin. Strahl austreten kann. Denselben lassen wir auf einen 2. ebenso mit einem Blatt Papier bedeckten Kristall fallen. Drehen wir nun den 2. Kristall, so zeigt sich, dass das ganze auf ihn fallende Licht durchgeht, wenn sein Hauptschnitt parallel dem des 1. Kristalls steht; stehen dagegen beide ⊥ zu einander, so geht gar kein Licht durch, während in mittlern Stellungen ein Theil durchgeht.

Es zeigt somit das aus dem 1. Kalkspath tretende Licht eine gewisse Seitlichkeit; wir müssen bei ihm rechts und links, von oben und unten, unterscheiden; der Strahl verhält sich „polar" und da diese Polarität in Beziehung zu der Stellung des Hauptschnitts des 1. Kristalls steht, so nennt man diesen die Polarisations-Ebene des Strahls, und sagt: der ordin. Strahl ist im Hauptschnitt polarisirt. Untersuchen wir auf gleiche Weise den aus dem 1. Kristall austretenden extraordin. Strahl, so zeigt sich, dass derselbe durch den 2. Kristall als ordin. nur durchgelassen wird, wenn der 2. Hauptschnitt ⊥ zum 1. steht. Der extraordin. Strahl besitzt also eine Seitlichkeit, die ⊥ zu der des ordin. gerichtet ist; man sagt: der extraordin. Strahl ist ⊥ zum Hauptschnitt polarisirt.

An diese Erscheinung knüpfen sich wichtige Folgerungen: Jede Schwingung ist in 3 Komponenten zerlegbar, eine in Richtung des Strahls, 2 ⊥ zu ihm und zu einander. Zur Erklärung der Seitlichkeit der polarisirten Strahlen müssen wir jedenfalls das Vorhandensein auch der ⊥ zum Strahl erfolgenden Schwingungen annehmen, da rein longitudinale Schwingungen sich nach verschiedenen Seiten unmöglich verschieden verhalten können. Wenn nun im ordin. Strahl, der aus dem 1. Kristall austritt, ausser den transversalen Schwingungen auch longitudinale vorhanden wären, so müssten dieselben, da sie den 1. passirt haben, auch durch den 2. Kristall gehen; es könnte also bei gewissen Stellungen desselben nicht volle Dunkelheit herrschen. Da dies der Fall ist, so folgt, dass das polaris. Licht aus rein transversalen Schwingungen bestehen muss. Weiter können wir die Annahme machen, dass im ordin. und extraordin. Strahl nur Schwingungen in je einer Ebene statt finden; denn sonst wäre auch die völlige Dunkelheit bei gewissen Stellungen schwer erklärbar. Die Schwingungen stehen in den beiden Fällen ⊥ zu einander. Wenn wir aber beim ordin. Strahl linear polaris. Licht haben, welches im Hauptschnitt polaris. ist, so ist damit noch nicht ausgesagt, ob die Schwingungen im Hauptschnitt erfolgen, oder etwa ⊥ dazu, sondern nur, dass sie unter einer bestimmten Richtung zum Hauptschnitt erfolgen. Wir wollen, mit Fresnel, annehmen, dass in einem linear polaris. Strahle die Schwingungen ⊥ zur Polarisat.-Ebene stehen. Neumann machte die Annahme, dass Schwingungsebene und Polarisat.-Ebene zusammen fallen; aus beiden Annahmen folgen die Gesetze in gleicher Weise, und es hat sich bisher nicht entscheiden lassen, welche die richtige ist. Fresnel nimmt an, dass der Lichtäther stets die gleiche Elastizität besitze, dagegen in verschiedenen Medien verschiedene Dichtigkeit. Daraus folgt: Schwingungsebene ⊥ Polarisat.-Ebene. Neumann setzt die Dichtigkeit konstant, die Elastizität verschieden.

b. Fresnel-Arago's Gesetze.

Den fundamentalen Beweis für Transversal-Schwingungen lieferten Fresnel und Arago, indem sie experimentell die Gesetze fanden:

1. 2 Strahlen mit gleichen Polarisat.-Ebenen interferiren wie natürl. Licht.
2. 2 Strahlen mit ⊥ zu einander stehenden Polarisat.-Ebenen interferiren gar nicht; ihre Intens. summiren sich immer, welches auch der Phasen-Unterschied sein mag.

Dass aus diesen Thatsachen Transversal-Schwingungen sich ergeben, lässt sich folgendermaassen beweisen: Die beiden Strahlen mögen die Richtung OX verfolgen; ihre Schwingungen geschehen nach beliebigen Richtungen OM (Winkel mit den

Koordin.-Axen: α, β, γ) und QN (Winkel α', β', γ'). Die Strahlen seien gegeben durch die Gleichgn.:

$$y = A \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \text{ und } y' = B \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{\delta}{\lambda}\right).$$

Damit ist ausgesprochen, dass beide Strahlen in der X-Richtung fortgehen und gleiche Farbe haben, aber in verschiedenen Ebenen schwingen mit dem Phasen-Unterschied $2\pi\frac{\delta}{\pi}$. Wir zerlegen sie in Kompon. nach den Axen:

$$C_x = A\cos\alpha\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right);\ C_y = A\cos\beta\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right);\ C_z = A\cos\gamma\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right).$$

$$C_x' = B\cos\alpha'\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{\delta}{\lambda}\right);\ C_y' = B\cos\beta'\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{\delta}{\lambda}\right);$$

$$C_z' = B\cos\gamma'\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{\delta}{\lambda}\right).$$

Die resultirenden Verschiebungen nach den Axen sind dann, z. B. nach der X-Axe:

$$X = A\cos\alpha\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + B\cos\alpha'\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{\delta}{\lambda}\right)$$

$$= A\cos\alpha\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + B\cos\alpha'\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

$$+ B\cos\alpha'\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\sin 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\left[A\cos\alpha + B\cos\alpha'\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right]$$

$$+ \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\left[B\cos\alpha'\sin 2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right] = D_x\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{\Delta}{\lambda}\right),$$

wobei gesetzt ist:

$$D_x\cos 2\pi\frac{\Delta}{\lambda} = A\cos\alpha + B\cos\alpha'\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda} \text{ und: } D_x\sin 2\pi\frac{\Delta}{\lambda} = B\cos\alpha'\sin 2\pi\frac{\delta}{\lambda}.$$

Aus beiden letztern Gleichgn. folgt durch Quadriren und Addiren:

$$D_x^2 = A^2\cos^2\alpha + B^2\cos^2\alpha' + 2AB\cos\alpha\cos\alpha'\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}.$$

Auf gleiche Weise erhalten wir für die Resultanten nach den beiden andern Axen:

$$Y = D_y\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{\Delta}{\lambda}\right);\ Z = D_z\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{\Delta}{\lambda}\right),$$

wobei:

$$D_y^2 = A^2\cos^2\beta + B^2\cos^2\beta' + 2AB\cos\beta\cos\beta'\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda},$$

$$D_z^2 = A^2\cos^2\gamma + B^2\cos^2\gamma' + 2AB\cos\gamma\cos\gamma'\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}.$$

Nennen wir die Amplitude der sich aus X, Y und Z ergebenden Gesammt-Resultante R, so ist: $R^2 = D_x^2 + D_y^2 + D_z^2$, und dieser Ausdruck stellt die Intens. dar. Es ist:

$$R^2 = A^2(\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma) + B^2(\cos^2\alpha' + \cos^2\beta' + \cos^2\gamma')$$

$$+ 2AB\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}(\cos\alpha\cos\alpha' + \cos\beta\cos\beta' + \cos\gamma\cos\gamma')$$

$$= A^2 + B^2 + AB\cos 2A\frac{\delta}{\lambda}(\cos\alpha\cos\alpha' + \cos\beta\cos\beta' + \cos\gamma\cos\gamma').$$

Wegen des 3. Gliedes rechts erscheint also die Intens. abhängig von dem Phasen-Unterschied der beiden Strahlen. Das ist nach dem 2. Fresnel-Arago'schen Gesetze bei ⊥ zu einander polaris. Strahlen nicht der Fall, sondern es ist immer $R^2 = A^2 + B^2$. Also ist das 3. Glied $= 0$; d. h., da weder A, noch B, noch $\delta = 0$ ist, muss $\cos\alpha\cos\alpha' + \cos\beta\cos\beta' + \cos\gamma\cos\gamma' = 0$ sein.

Dies ist aber die bekannte Bedingung dafür, dass die Richtungen α, β, γ und α', β', γ' ⊥ zu einander stehen. Damit ist erwiesen, dass in 2 rechtwinkl. zu einander polaris. Strahlen die Schwingungen ⊥ auf einander stehen.

Aber sie stehen nicht nur ⊥ zu einander, sondern auch zur Strahlenrichtung. Denn

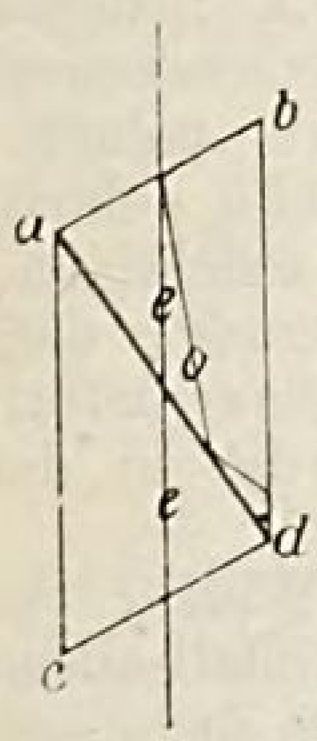
drehen wir die Schwingungsebene des einen Strahls um 90°, so sollen nach dem ersten Gesetz die Strahlen interferiren wie natürl. Licht, also sich auslöschen können, wenn $A = B$, und der Gangunterschied $= \frac{1}{2}$ Wellenlänge ist. Dazu ist aber nöthig, dass die Richtungen OM und ON nach der Drehung zusammen fallen, und das ist nicht anders möglich, als wenn sie vorher ⊥ zum Strahl gewesen sind.

Ein linear polaris. Lichtstrahl ist daher ein solcher, in dem die Schwingungen stets in einer durch den Strahl gelegten Ebene ⊥ zum Strahl erfolgen. Da nun, wie wir sehen werden, es möglich ist, natürl. Licht ohne Lichtschwächung in 2 polaris. Theile zu zerlegen, so folgt, dass auch das natürl. Licht nur transversale Schwingungen enthalten kann.* Das natürl. Licht kann sich daher von polaris. nur dadurch unterscheiden, dass in ihm die Schwingungsebene nicht konstant ist; es können entweder gleichzeitig Schwingungen in allen Richtungen ⊥ zum Strahle vorhanden sein, oder die Schwingungsebene kann sich sehr rasch ändern; in beiden Fällen erhalten wir natürl. Licht, wie Dove nachgewiesen hat.

c. Nikol'sches Prisma.

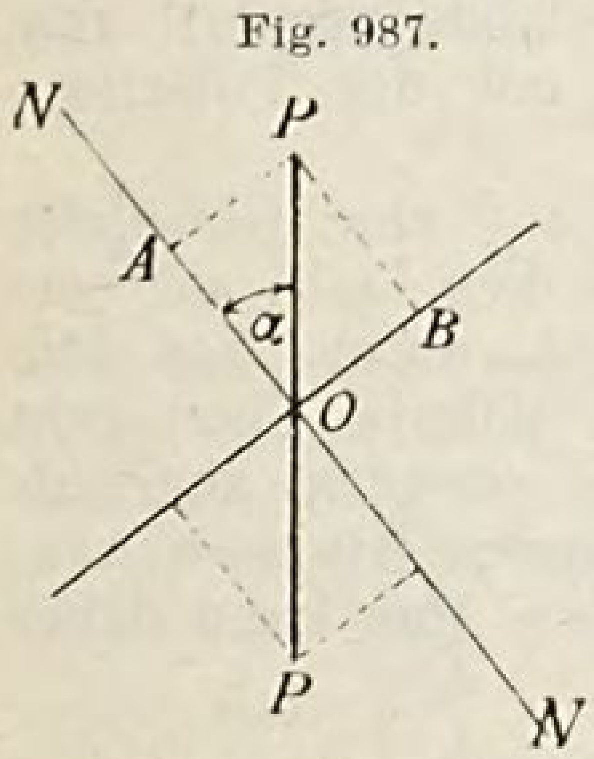
Ehe wir zur Besprechung der Fälle übergehen, in denen Polarisat. des Lichts eintritt, wollen wir ein wichtiges Instrument kennen lernen, welches zur Erkennung dieses Lichts dient, das Nikol'sche Prisma oder kürzer das Nikol. Es wird aus einem Kalkspath-Rhomboeder hergestellt, indem man zunächst dessen Flächen ab und cd, Fig. 986, so schleift, dass bei b und c Winkel von 68° entstehen. Dann wird es ⊥ zum Hauptschnitt längs ad durchsägt und werden die beiden Theile mit Kanadabalsam wieder zusammen gekittet. $\angle\, bac$ ist $= 109°\,8'$, $\angle\, bad = 89°\,17'$. Einfallendes Licht wird in den ordin. Strahl o und den extraordin. e zertheilt; sie verfolgen etwas verschiedene Richtungen, da ihre Brechungsexpon. etwas verschieden sind. Für den Strahl e ist der Brechungsexpon. für Kalkspath und Balsam fast gleich; e geht also unabgelenkt in den 2. Theil des Nikols über und tritt aus. Der Strahl e dagegen fällt schräger auf die Balsamschicht, und für ihn ist der Brechungsexpon. zwischen Kristall und Balsam so verschieden, dass totale Reflexion eintritt, der Strahl o also aus der Fläche cd nicht austritt.

Fig. 986.



Im Strahl e ist, wie wir gesehen haben, nur ⊥ zum Hauptschnitt polaris., also im Hauptschnitt schwingendes Licht vorhanden; nur Schwingungen parallel dem Hauptschnitt werden also durch das Nikol durchgelassen. Haben wir linear polaris. Licht, welches in der Ebene P-P, Fig. 987, schwingt, und fällt es auf ein Nikol, dessen Hauptschnitt parallel NN ist, also mit PP den $\angle\,\alpha$ bildet, so können wir die Amplitude, $OP = a$, in 2 Kompon. zerlegen: $OA = a \cos\alpha$ parallel NN, und: $OB = a \sin\alpha$ ⊥ NN; nur die 1. Kompon. wird durchgelassen. Ist $\alpha = 0$, so geht alles Licht durch, ist $\alpha = 90°$, so geht nichts durch; in Zwischenstellungen ist die Amplitude proport. zu $\cos\alpha$, die Intens. also zu $\cos^2\alpha$.

Fig. 987.



Fällt dagegen natürl. Licht auf das Nikol, so wird bei jeder Stellung desselben die eine Hälfte des Lichts durchgelassen, beim Drehen des Nikols ändert sich die Helligkeit nicht.

d. Polarisation durch Reflexion und Brechung.

Im Jahre 1810 entdeckte Malus, dass ein natürl. Lichtstrahl an einem ersten Spiegel reflekt., von einem 2. Spiegel nicht nach allen Richtungen gleich stark zum 2. Male reflekt. werde, sondern dass volle Reflexion eintritt, wenn die Einfalls- oder Reflexions-Ebenen beider Spiegel einander parallel stehen, am wenigsten reflekt. wird, wenn die beiden Ebenen ⊥ zu einander stehen. Mit einem Nikol untersucht erweist sich das 1 mal reflekt. Licht als theilweise polaris. und zwar in der Reflexions-Ebene. Die theilweise Polarisat. macht sich dadurch kenntlich, dass beim Drehen des Nikols zwar Helligkeits-Unterschiede eintreten, aber keine völlige Dunkelheit zu bewirken ist, weil zwar der polaris.

Theil ganz ausgelöscht werden kann, das beigemengte natürl. Licht aber immer zur Hälfte durchgeht. Aendern wir den Einfallswinkel des Lichts auf den Spiegel, und damit auch den Reflexionswinkel, so zeigt sich, dass es einen Winkel giebt unter dem einfallend das reflekt. Licht völlig polaris. ist. Man nennt diesen Winkel den Polarisat.-Winkel der Substanz.

Dasselbe, was vom Glas gilt, gilt von allen durchsichtigen Substanzen, z. B. auch von Flüssigkeiten.

Brewster erkannte, dass der Polarisat.-Winkel p mit dem Brechungsexpon. zusammen hängt, dass $\tan p = n$ ist. Daraus folgt, dass er der Einfallswinkel ist, für welchen der reflekt. und gebrochene Strahl einen rechten Winkel bilden.

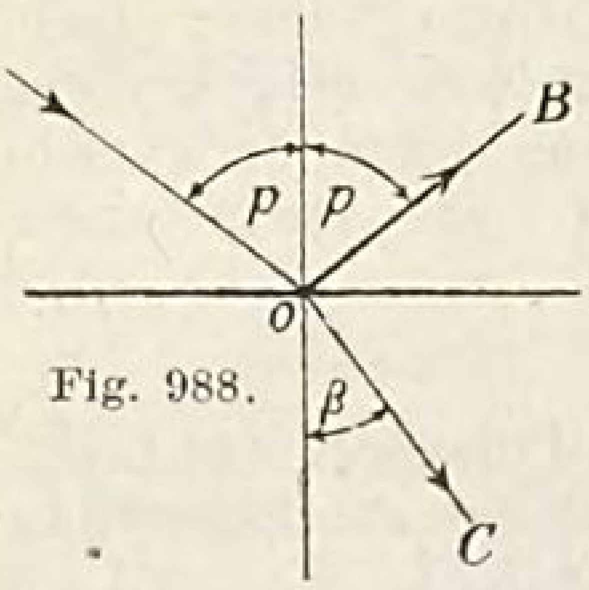


Fig. 988.

Denn wir haben, Fig. 988, $n = \frac{\sin p}{\sin \beta}$, oder wenn $OC \perp OB$, $\beta + p = 90^0$, $\sin\beta = \cos p$, also $n = \tan p$. So ergiebt sich z. B. für Flintglas: $n = 1{,}729$, $p = 59^0\ 58'$; für Crownglas: $n = 1{,}500$, $p = 56^0\ 19'$; für Alkohol: $n = 1{,}377$, $p = 45^0\ 1'$; für Wasser: $n = 1{,}336$, $p = 53^0\ 11'$. Da der Brechungsexpon. von der Farbe abhängt, muss auch p für verschiedene Farben verschieden sein, und das Licht kann durch Reflexion nur dann völlig polaris. werden wenn es einfarbig ist.

Von dem auf eine durchsichtige Platte fallenden Licht wird nur ein Theil reflekt., ein anderer Theil wird gebrochen und geht durch. Bei $\perp$ Inzidenz zeigt das gebrochene Licht keine Polarisat.; dieselbe nimmt aber zu mit wachsendem Einfallswinkel. Das gebrochene Licht ist $\perp$ zur Einfallsebene polaris.; indessen ist für keinen Einfallswinkel das durchgegangene Licht vollständig polaris. Arago fand, dass die Intens. des polaris. Theils stets gleich gross im reflekt. und gebrochenen Licht ist. Dies Gesetz ergiebt sich auch aus der Ueberlegung, dass beide Theile entstanden sind aus der Zerlegung einer gewissen Menge natürl. Lichts in zwei $\perp$ zu einander stehende polaris. Hälften, von denen die in der Einfallsebene polaris. reflekt. wird, die andere durchgeht.

Fällt nun polaris. Licht auf eine Glasplatte unter dem Polarisat.-Winkel, so wird es ganz reflekt. werden oder ganz durchgehen, je nachdem die Einfallsebene mit der Polarisat.-Ebene zusammen fällt oder $\perp$ auf derselben steht. In den Zwischenstellungen wird ein Theil reflekt., dessen Intens., wie Arago fand, proport. zum Quadrat des cos. des Winkels ist, den die Einfallsebene mit der Polarisat.-Ebene bildet.

Lassen wir natürl. Licht unter dem Polarisat.-Winkel auf eine Glasplatte fallen, so ist das durchgehende Licht theilweise polaris. Fällt dies Licht auf eine 2. parallele Platte, so geht das schon polaris. Licht ungeschwächt durch; von dem nicht polaris. wird ein Theil als polaris. reflekt., ein gleicher polaris. Theil geht durch zusammen mit dem Rest des natürl. Lichts; eine 3. Platte verstärkt abermals die polaris. Menge, und haben wir sehr viele Platten, einen sogen. Plattensatz, so ist das durchgehende vollständig $\perp$ zur Einfallsebene polaris. Man kann daher einen Plattensatz ebenso verwenden, wie ein Nikol.

e. Fresnel's Theorie der Reflexion und Brechung.

Es ist Fresnel gelungen, diese Erscheinungen theoretisch abzuleiten; er geht dabei von 4 Annahmen aus, nämlich:

1. die lebendige Kraft eines Strahls bleibt unverändert bei seiner Zerlegung in einen reflekt. und einen gebrochenen Strahl;

2. der Aether besitzt stets gleiche Elastizität, aber in verschiedenen Medien verschiedene Dichte;

3. die Schwingungen lassen sich nach dem Parallelogramm der Kräfte zerlegen oder zusammen setzen;

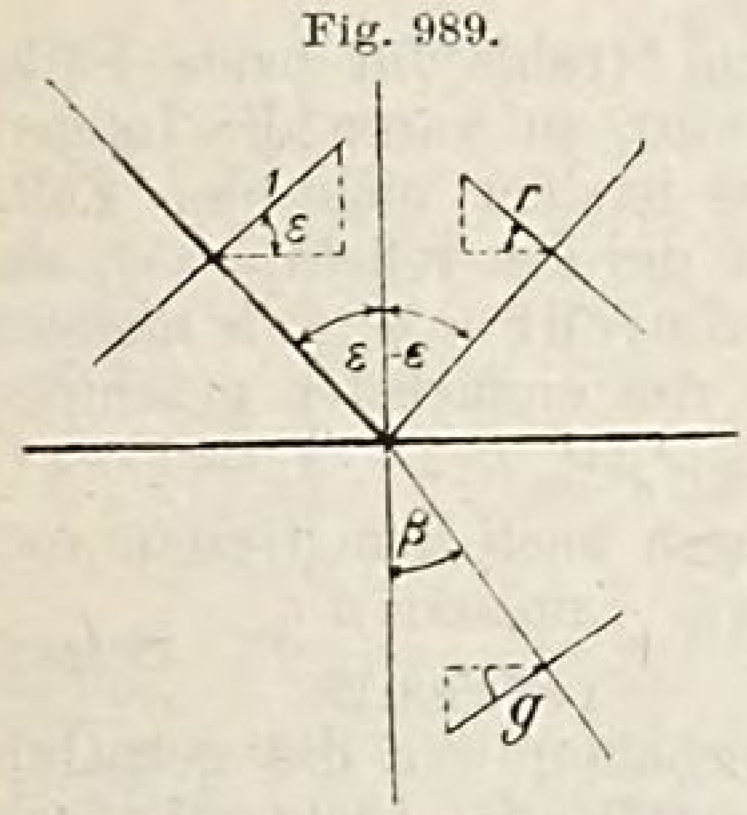
4. In der Grenzfläche zweier Medien machen die in den 2 verschiedenen Medien liegenden Aethertheilchen ident. Schwingungen.

Auf Grund dieser Annahmen wollen wir zunächst betrachten, was geschehen muss, wenn $\perp$ zur Einfallsebene oder parallel der Einfallsebene polaris. Licht auf die Grenze zweier durchsichtigen Medien trifft.

1. Das einfallende Licht sei senkr. zur Einfallsebene polaris.; dann geschehen seine Schwingungen in dieser Ebene. Seine Amplitude sei $= 1$, die des reflekt. Strahls $= r$, des gebrochenen $= g$; der Einfallswinkel sei ε, der Brechungswinkel β. Wir zerlegen die Schwingungen in die Kompon. parallel und ⊥ zur Grenzfläche; dann folgt für erstere aus Annahme 4 und aus Fig. 989:

$$1 \cos\varepsilon + r\cos(-\varepsilon) = g\cos\beta \quad \text{oder} \quad (1 + r)\cos\varepsilon = g\cos\beta. \qquad (1)$$

Fig. 989.



Die Kompon. ⊥ der Grenzfläche schwingen in verschiedenen Medien; es muss die Bewegungs-Grösse, d. h. Amplitude × Dichtigkeit, = sein in beiden Medien. Nennen wir die Dichtigk. des Aethers in beiden Medien d und d', so ist:

$$1 \sin\varepsilon\, d + r\sin(-\varepsilon)\, d = g\sin\beta\, d' \quad \text{oder:}$$

$$(1 - r)\sin\varepsilon = g\sin\beta\,\frac{d'}{d}.$$

Nun haben wir früher gesehen, dass die Fortpflanzungs-Geschw. v und v' in 2 Medien sich verhalten:

$$v : v' = \sqrt{\frac{e}{d}} : \sqrt{\frac{e}{d'}}; \quad \text{also ist:} \quad \frac{v}{v'} = n = \sqrt{\frac{d'}{d}},$$

wenn n den Brechungsexpon. bedeutet, oder $\frac{d'}{d} = n^2 = \frac{\sin^2\varepsilon}{\sin^2\beta}$. (2)

Also folgt für die ⊥ Kompon.:

$$(1 - r)\sin\varepsilon = g\sin\beta\,\frac{\sin^2\varepsilon}{\sin^2\beta} \quad \text{oder:} \quad (1 - r)\sin\beta = g\sin\varepsilon. \qquad (3)$$

Eliminiren wir aus (1) und (3) g, so folgt:

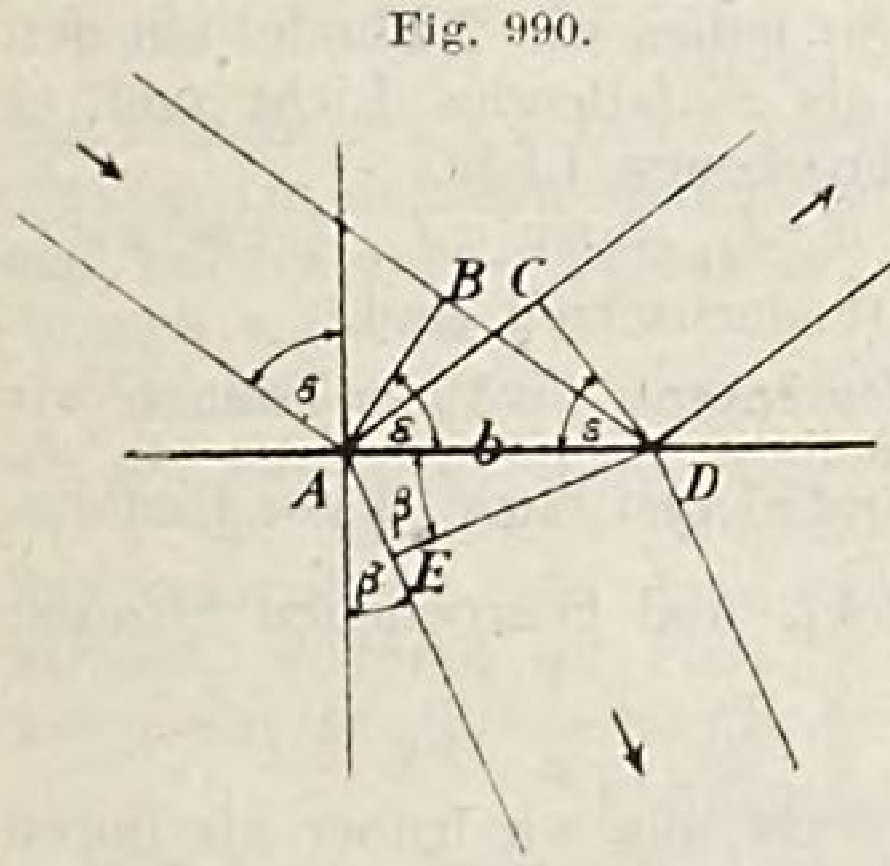
$$r = \frac{\sin\beta\cos\beta - \sin\varepsilon\cos\varepsilon}{\sin\varepsilon\cos\varepsilon + \sin\beta\cos\beta}, \quad \text{oder:} \quad r = -\frac{\operatorname{tang}(\varepsilon - \beta)}{\operatorname{tang}(\varepsilon + \beta)}. \qquad (4)$$

2. Das einfallende Licht sei parallel der Einfallsebene polaris.; dann finden die Schwingungen parallel der Grenzfläche statt und es folgt aus Annahme (4):

$$1 + r = g. \qquad (5)$$

Zur Bildung einer 2. Gleichg. müssen wir Annahme (1) berücksichtigen, dass die lebend. Kraft im einfallenden Strahl = der Summe der lebend. Kräfte im reflekt. und gebrochenen Strahl ist. Die lebend. Kraft ist = Masse × Quadrat der Geschw. oder = Volumen × Dichte × Quadrat der Amplitude, da letztere proport. der Geschw. Von dem Moment wo das einfallende Bündel A erreicht bis zu dem, wo es D erreicht, Fig. 990, wird in ihm das Volumen ABD × der ⊥ zur Zeichnung vorhandenen Tiefe a bewegt; in derselben Zeit haben wir im reflekt. Strahl als Volumen: $ACD \times a$, im gebrochenen: $ADE \times a$. Nennen wir $AD = b$, so sind, nach Figur, die 3 Volumina: $\frac{ab^2}{2}\sin\varepsilon\cos\varepsilon$; $\frac{ab^2}{2}\sin\varepsilon\cos\varepsilon$; $\frac{ab^2}{2}\sin\beta\cos\beta$. Folglich giebt

Fig. 990.



Annahme (1): $\frac{ab^2}{2}\sin\varepsilon\cos\varepsilon\,.\,d\,1^2 = \frac{ab^2}{2}\sin\varepsilon\cos\varepsilon\,.\,d\,r^2 + \frac{ab^2}{2}\sin\beta\cos\beta\,.\,d'g^2$,

oder bei Berücksichtigung von (2): $(1 - r^2)\sin\beta\cos\varepsilon = g^2\sin\varepsilon\cos\beta$. (6)

Dividiren wir (6) durch (5), setzen rechts $g = (1 + r)$, so erhalten wir:

$$r = -\frac{\sin(\varepsilon - \beta)}{\sin(\varepsilon - \beta)}. \qquad (7)$$

Wir haben somit für die beiden Fälle r berechnet und es bleibt g zu finden:

1. Für ⊥ zur Einfallsebene polaris. Licht ist nach (1): $g = (1 + r)\frac{\cos\varepsilon}{\cos\beta}$, oder

bei Einsetzung nach Gleichg. (4) und gehöriger Umformung:

$$g = \frac{2 \sin\beta \cos\varepsilon}{\sin\beta \cos\beta + \sin\varepsilon \cos\varepsilon}. \qquad (8)$$

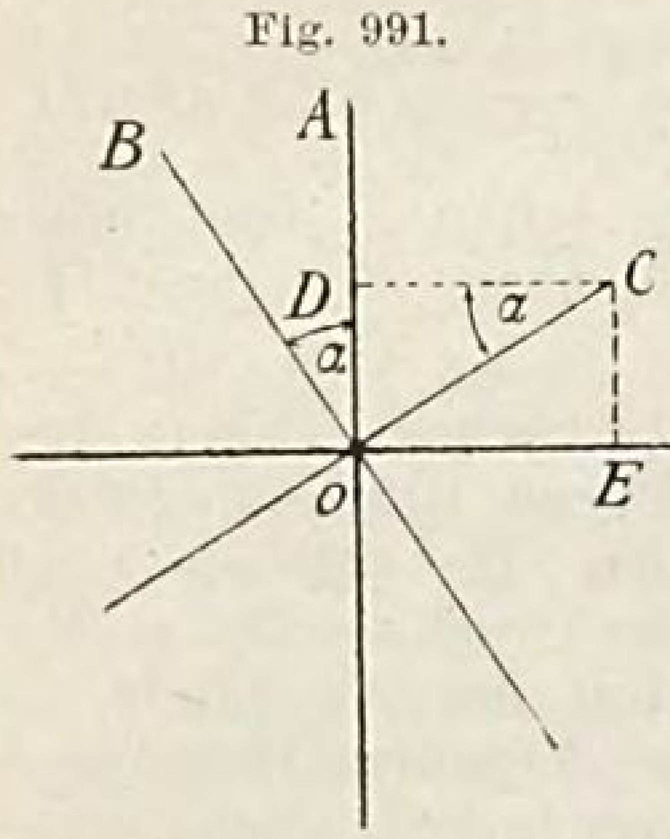
2) Für parallel polaris. Licht ist nach (5): $g = 1 + r$, oder nach Einsetzen von (7) und Umformung:

$$g = \frac{2 \cos\varepsilon \sin\beta}{\sin(\varepsilon + \beta)}. \qquad (9)$$

Wir wollen die Intens. des reflekt. und gebrochenen Strahls für beide Fälle bestimmen. Fänden die Schwingungen im selben Medium statt, so wären die Intens. einfach proportional den Quadraten der Amplituden; das ist hier nicht der Fall. Setzen wir die Intens. des einfallenden Lichts $= 1^2$, so ist die des reflekt. $= r^2$, da diese im selben Medium stattfindet, aber die des gebrochenen nicht $= g^2$; wir müssen zur Bestimmung den Satz von der lebend. Kraft benutzen. Am einfachsten geschieht dies so: Nennen wir die Intens. 1, J_r, J_g, so ist $1 = J_r + J_g$; $J_g = 1 - J_r = 1 - r^2$. Den Werth von $1 - r^2$ haben wir in Gleichg. (6), die sich nach dem Gesetz von der Erhaltung der lebend. Kraft ergab, abgeleitet: $1 - r^2 = \frac{\sin\varepsilon \cos\beta}{\cos\varepsilon \sin\beta} g^2$. Setzen wir hier für g die Werthe aus (8) und (9) ein, so erhalten wir die gesuchte Intens. J_g. Unterscheiden wir die Fälle, wo das einfallende Licht ⊥ zur Einfallsebene polaris. ist und wo es ihr parallel polaris. ist, durch die Indizes s und p, so haben wir also für die Intens.:

$$\left.\begin{aligned} J_{se} = 1;\; J_{sr} = \frac{\tan^2(\varepsilon - \beta)}{\tan^2(\varepsilon + \beta)};\; J_{sg} = \frac{\sin 2\varepsilon \sin 2\beta}{(\sin\beta \cos\beta + \sin\varepsilon \cos\varepsilon)^2} \\ J_{pe} = 1;\; J_{pr} = \frac{\sin^2(\varepsilon - \beta)}{\sin^2(\varepsilon + \beta)};\; J_{pg} = \frac{\sin 2\varepsilon (\sin 2\beta}{\sin^2(\varepsilon + \beta)} \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

Fig. 991.



Von diesen beiden Spezialfällen können wir leicht zu dem allgemeinen übergehen, wo die Polarisat.-Ebene des einfallenden Lichts den Winkel α mit der Einfallsebene macht, wo, wie man es bezeichnet, das Licht unter einem „Azimuth" α polaris. ist. Ist in Fig. 991 AO die Einfallsebene, BO die Polaris.-Ebene, so stellt CO die Schwingung dar, deren Amplitude = 1 sei; wir zerlegen sie in die Kompon. $DO = 1 \sin\alpha$, die ⊥ zur Einfallsebene polaris. und in $EO = 1 \cos\alpha$, die parallel der Einfallsebene polaris. ist. So haben wir 2 Bündel mit den Intens. $\sin^2\alpha$ und $\cos^2\alpha$ als einfallendes Licht und es werden die Intens. des gebrochenen Lichts:

$$J_{ar} = \sin^2\alpha\, J_{sr} + \cos^2\alpha\, J_{pr} \text{ u.: } J_{ag} = \sin^2\alpha\, J_{sg} + \cos^2\alpha\, J_{pg}$$

wo die Werthe von: J_{sr}, J_{pr}, J_{sg} und J_{pg} aus (10) einzusetzen sind.

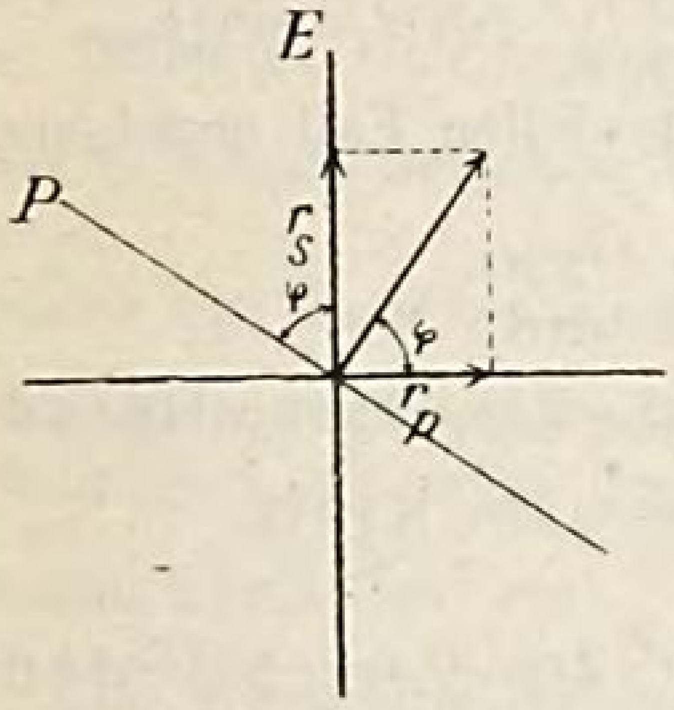
Ist endlich das einfallende Licht natürliches der Intens. = 1, so können wir es zerlegen in 2 Bündel von den Intens. $= \frac{1}{2}$, die parallel und bezw. ⊥ zur Einfallsebene polaris. sind. So werden die Intens. des reflekt. und gebrochenen Strahls:

$$J_{nr} = \frac{1}{2} J_{sr} + \frac{1}{2} J_{pr} \text{ und: } J_{ng} = \frac{1}{2} J_{sg} + \frac{1}{2} J_{pg}.$$

Aus diesen wichtigen Gleichgn. ergeben sich alle Gesetze, die wir früher als durch Beobachtung gefunden angegeben haben, z. B. das Brewster'sche Gesetz, dass $n = \tan p$, worin p der Polarisat.-Winkel ist. Es ist nämlich, wie wir oben sahen, das reflekt. Licht: $J_{nr} = \frac{1}{2} J_{pr} + \frac{1}{2} J_{sr}$, wo der 1. Theil in der Einfalls-Ebene polaris. ist, der 2. ⊥ dazu. Unter dem Polarisat.-Winkel muss der 2. Theil = 0 werden; er ist $\frac{1}{2} \frac{\tan^2(\varepsilon - \beta)}{\tan^2(\varepsilon + \beta)}$. Dies wird = 0 wenn 1.: $\tan(\varepsilon - \beta) = 0$, d. h. wenn $\varepsilon = \beta$, d. h. wenn gar keine Brechung vorhanden; der Fall hat hier keinen Sinn; wenn 2.: $\tan(\varepsilon + \beta) = \infty$, d. h. wenn $\varepsilon + \beta = 90^\circ$, also wenn Einfallswinkel und Brechungswinkel sich zu 90° ergänzen, ist das reflekt. Licht ganz in der Einfallsebene polaris.; dies ist das Brewster'sche Gesetz.

Wir wollen noch einige andere wichtige Folgerungen aus den Gleichgn. ziehen. Fällt Licht auf, welches unter dem Azimuth α gegen die Einfallsebene E, Fig. 992, polarisirt ist, so sind, wie wir gesehen, die Amplituden der reflekt. Strahlen:

Fig. 992.



$$r_s = -\sin\alpha \frac{\operatorname{tang}(\varepsilon-\beta)}{\operatorname{tang}(\varepsilon+\beta)},\quad r_p = -\cos\alpha\frac{\sin(\varepsilon-\beta)}{\sin(\varepsilon+\beta)}.$$

Diese beiden Theile setzen sich zusammen zu einem linear polaris. Strahl mit einer Polarisat.-Ebene P, mit Azimuth φ, welches gegeben ist durch:

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{r_s}{r_p} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\,\frac{\operatorname{tang}(\varepsilon-\beta)}{\operatorname{tang}(\varepsilon+\beta)}\,\frac{\sin(\varepsilon+\beta)}{\sin(\varepsilon-\beta)} = \operatorname{tang}\alpha\frac{\cos(\varepsilon+\beta)}{\cos(\varepsilon-\beta)}.$$

Da nun $\cos(\varepsilon+\beta) < \cos(\varepsilon-\beta)$, so folgt, dass: $\operatorname{tang}\varphi < \operatorname{tang}\alpha$, also $\varphi < \alpha$ ist. D. h., wenn linear polaris. Licht auffällt, so wird bei der Reflexion die Polarisat.-Ebene gedreht; u. zw. wird das Azimuth verkleinert. Ist $(\varepsilon+\beta) = 90^0$, d. h. fällt das Licht unter dem Polarisat.-Winkel auf, so wird $\operatorname{tang}\varphi = 0$; d. h. wie auch α beschaffen ist, wie auch immer das einfallende Licht polaris. ist, das reflekt. Licht ist völlig in der Einfallsebene polaris.: ein neuer Beweis für das Brewster'sche Gesetz.

Eine weitere wichtige Folgerung ist diese: Wir hatten:

$$r_p = -\frac{\sin(\varepsilon-\beta)}{\sin(\varepsilon+\beta)}\quad\text{und:}\quad r_s = -\frac{\operatorname{tang}(\varepsilon-\beta)}{\operatorname{tang}(\varepsilon+\beta)}.$$

Ist daher die Gleichg. des einfallenden Lichts:

$$y = \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right),\ \text{so ist z. B.:}\ r_p = -\frac{\sin(\varepsilon-\beta)}{\sin(\varepsilon+\beta)}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}-\frac{x'}{\lambda}\right).$$

Ist nun das 2. Mittel dünner, als das 1., so ist $\beta > \varepsilon$, also das negat. Vorzeichen für r_p fällt fort. Ist aber das 2. Medium dichter, so ist stets $\varepsilon > \beta$, also r_p, die Amplitude, ist negativ, was keinen Sinn hat. Wir können aber das negat. Vorzeichen dadurch fortschaffen, dass wir die Phase um $1^1/_2$ Wellenlängen ändern, also schreiben:

$$r_p = +\frac{\sin(\varepsilon-\beta)}{\sin(\varepsilon+\beta)}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}-\frac{x'+\frac{\lambda}{2}}{\lambda}\right).$$

Somit ergiebt sich aus den Fresnel'schen Gleichgn. die wichtige Folgerung, dass bei Reflexion im dünnern Medium am dichtern eine Phasen-Aenderung von $^1/_2$ Wellenlänge eintritt, eine Thatsache, von der wir bei den Farben dünner Blättchen Gebrauch machten.

Wir wollen damit diese Gleichgn. verlassen und nur noch bemerken, dass sie auch die totale Reflexion ergeben. Wird aber der Einfallswinkel noch grösser, so werden die Ausdrücke imaginär, die Gleichgn. versagen ihren Dienst. Fresnel selbst vermuthete, dass dann eine Kompon. bis zu gewisser Tiefe in das 2. Medium eindringt, wodurch ein Phasen-Unterschied zwischen den Kompon. entsteht. Wir wenden uns zur Betrachtung der dann eintretenden Verhältnisse.

f. Elliptische und zirkulare Polarisation.

Wir haben bisher 2 Lichtstrahlen zusammen gesetzt, die gleiche Schwingungs-Ebene aber verschiedene Phasen hatten; das gab uns die Interferenz-Erscheinungen. Dann haben wir Strahlen zusammen gesetzt, die verschiedene Schwingungs-Ebenen, aber gleiche Phase hatten; wir erhalten linear polaris. Licht. Es bleibt uns noch übrig, Strahlen zusammen zu setzen, die verschiedene Schwingungsebene und verschiedene Phase haben; wir werden elliptisch polaris. Licht erhalten. Die beiden Wellen seien gegeben durch:

$$x = x_0\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{l}{\lambda}\right) = x_0\sin\psi\ \text{und:}\ y = y_0\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{l'}{\lambda}\right) = y_0\sin(\psi-\alpha),$$

wo $\alpha = 2\pi\frac{l'-l}{\lambda}$ = Phasen-Unterschied, entsprechend dem Gangunterschied $l'-l$.

Aus den Gleichgn. folgt:

$$\sin\psi = \frac{x}{x_0},\ \cos\psi = \sqrt{1-\sin^2\psi} = \sqrt{1-\frac{x^2}{x_0{}^2}};\ \frac{y}{y_0} = \sin\psi\cos\alpha - \cos\psi\sin\alpha$$

$$= \frac{x}{x_0}\cos\alpha - \sin\alpha\sqrt{1-\left(\frac{x}{x_0}\right)^2};\ \left(\frac{y}{y_0}\right)^2 + \left(\frac{x}{x_0}\right)^2 - 2\frac{yx}{y_0 x_0}\cos\alpha = \sin^2\alpha.$$

Dies ist aber die Gleichg. einer Ellipse. Wir wollen als speziellen Fall annehmen, dass die komponirenden Amplituden seien:

$$y_0 = x_0 = A, \text{ also: } x^2 + y^2 - 2xy\cos\alpha = A^2\sin\alpha,$$

Wir wollen sehen, was daraus für einige Gangunterschiede wird:

Für $l'-l = 0: \alpha = 0: \cos\alpha = +1: \sin\alpha = 0$; Gleichg.: $x^2+y^2-2xy=0, x=y$: Gerade

„ „ $= \frac{\lambda}{4}: \alpha = \frac{\pi}{2}$: „ $= +0$: „ $+1$; „ $x^2+y^2-A^2$: Kreis

„ „ $= \frac{\lambda}{2}: \alpha = \frac{\pi}{2}$: „ $= -1$: „ 0; „ $x^2+y^2+2xy=0, x=-y$: Gerade

„ „ $= \frac{3\lambda}{4}: \alpha = \frac{3\pi}{2}$: „ $= 0$: „ -1; „ $x^2+y^2=-A^2$: Kreis

„ „ $= \lambda: \alpha = 2\pi$: „ $= +1$: „ 0; „ $x^2+y^2-2xy=0: x=y$: Gerade.

Für zwischen den angenommenen liegende Werthe von $l'-l$ erhalten wir die Gleichg. einer Ellipse. In Fig. 993 sind die Bahnen eines Punktes gezeichnet, der von beiden Wellen getroffen wird, wenn ihr Gangunterschied 0, $\frac{\lambda}{8}, \frac{\lambda}{4}$ bis λ beträgt. Wie wir daraus ersehen, beschreibt jeder Punkt im allgem. eine Ellipse und solches Licht nennt man elliptisch polaris. Wenn aber der Gangunterschied ein ungerades Vielfaches einer $^1/_4$ Wellenlänge beträgt und die beiden Kompon. gleich hell sind, die gleiche Amplitude besitzen, so beschreibt jeder Punkt einen Kreis; das Licht heisst dann zirkular polaris. Ist endlich der Gangunterschied ein Vielfaches von $^1/_2$ Wellenlänge, so entsteht linear polaris. Licht. In der Fig. ist der Sinn der Bewegung durch die Pfeile angedeutet; bei Gangunterschieden 0 bis $\frac{\lambda}{2}$ findet die Bewegung rechts herum statt, bei Gangunterschieden $\frac{\lambda}{2}$ bis λ links herum.

Fig. 993.

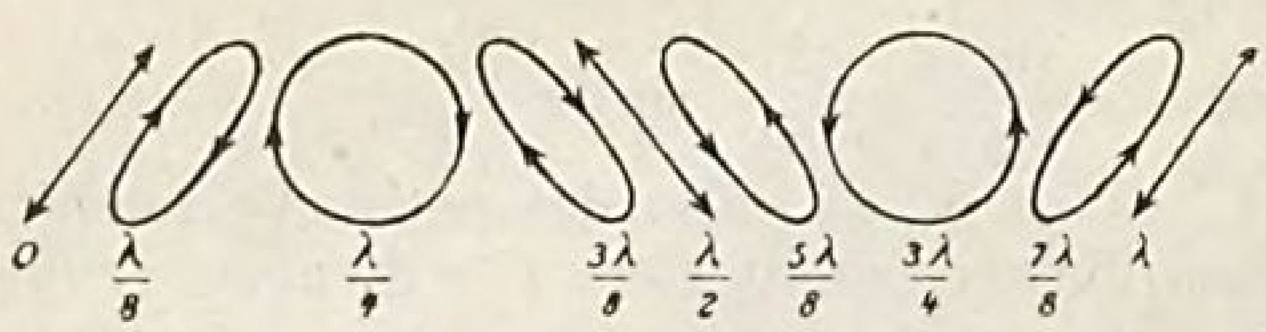
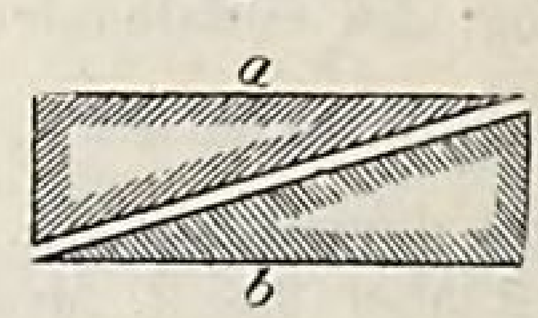


Fig. 994.



Fragen wir, wie elliptisch oder zirkular polaris. Licht erkennbar ist, so ist klar, dass es mittels eines Nikols (S. 1027) bei keiner Stellung ganz ausgelöscht wird. Von zirkularem Licht wird bei jeder Stellung des Nikols die Hälfte durchgehen, es wird also wie natürliches erscheinen. Von ellipt. Licht wird am meisten durchgehen, wenn der Hauptschnitt des Nikols parallel der grossen Axe steht, am wenigsten in der dazu ⊥ Stellung; das Licht wird also wie theilweise linear polaris. erscheinen. Das Nikol'sche Prisma ist also zur Erkennung unbrauchbar; man benutzt dazu den Babinet'schen Kompensator, der hier gleich beschrieben werden soll.

Es werden 2 Keile aus Quarz geschliffen, so dass die Flächen *a* und *b* parallel der Axe sind, Fig. 994. Während aber bei dem einen Keil die Axe in der Ebene der Zeichnung liegt, liegt sie beim zweiten ⊥ dazu. Wie wir es früher beim Kalkspath gesehen haben, gehen auch durch den Quarz zwei ⊥ zu einander polaris. Strahlen, der ordin., ⊥ zur Axe schwingend, und der extraordin., ihr parallel schwingend. Sie besitzen verschiedene Fortpflanzungs-Geschw.; beim Durchgang durch eine Quarzplatte tritt daher ein Gangunterschied auf, dessen Grösse von der Dicke der Platte abhängt. Da nun in den Keilen die Axen gekreuzt liegen, wird die Schwingung, die den obern Keil als ordin. durchsetzt, im untern zur extraordin. und umgekehrt. Gehen daher zwei ⊥ zu einander polaris.

Strahlen durch die Keile an einer Stelle, wo beide gleich dick sind, so hebt der untere Keil den durch den obern eingeführten Gangunterschied auf; die Keile üben keinen Einfluss aus. Verschiebt man aber einen Keil nach rechts oder links, so wird die in ihm durchlaufene Strecke dicker oder dünner; der ordin. oder extraordin. Strahl wird verzögert gegen den andern. Mittels des Kompensators können wir also beliebige Gangunterschiede zufügen oder wegnehmen. Haben wir z. B. ellipt. polaris. Licht, zwischen dessen Kompon. ein Gangunterschied von $\frac{\lambda}{8}$ besteht, so können wir dasselbe durch Wegnahme von $\frac{\lambda}{8}$ mittels des Keils in linear polaris. verwandeln, was nicht möglich ist bei theilweise polaris. Licht. Ebenso lässt sich zirkulares Licht erkennen, daran, dass es durch Zufügung oder Wegnahme eines Gangunterschiedes von $\frac{\lambda}{4}$ in lineares verwandelt wird.

Die Hauptfälle, in denen ellipt. Polarisat. eintritt sind:

1. Die Reflexion an durchsichtigen Substanzen unter einem Einfallswinkel, der grösser als der Winkel der totalen Reflexion ist. Beim Winkel der totalen Reflexion ist der Gangunterschied zwischen den beiden ⊥ zu einander linear polaris. Kompon. = 0; mit zunehmendem Einfallswinkel nimmt er zu, um dann wieder abzunehmen.

2. Bei der Reflexion an Metallen zeigt sich, dass bei jedem Einfallswinkel der parallel der Einfallsebene polaris. reflekt. Strahl verzögert ist gegen den andern. Die Grösse des Gangunterschiedes hängt vom Einfallswinkel ab; der Einfallswinkel, bei dem der Gangunterschied $\frac{\lambda}{4}$ wird, heisst die Hauptinzidenz des betr. Metalls. Auf diese Erscheinungen soll hier nicht näher eingegangen werden.

g. Doppelbrechung.

Wir wenden uns zu den Kristallen, welche, wie wir schon gesehen haben, das Licht bei seinem Durchgang gleichzeitig doppelt brechen und polaris. Während Körper, die in Bezug auf alle physikal. Erscheinungen sich nach allen Richtungen von einem Punkte aus durchaus gleichförm. verhalten, so dass in ihnen keine Richtung vor andern ausgezeichnet ist, isotrope genannt werden, existiren viele Körper, welche anisotrope genannt werden, in denen die Eigenschaften mit der Richtung variiren. Zu diesen Körpern gehören vor allem die Kristalle, in welchen die Moleküle nach bestimmten Gesetzen gelagert sind, etwa so, dass in einer Richtung die Moleküle näher an einander liegen, als in andern Richtungen. Die Folge davon ist, dass die Kristalle nach verschiedenen Richtungen verschiedene Elastizität besitzen. Sämmtliche optischen Erscheinungen zwingen uns zu der Annahme, dass auch der Lichtäther in den Kristallen in Folge der Einwirkung der ponderablen Substanz nach verschiedenen Richtungen verschiedene Elastizität besitzt. Da von dieser die Fortpflanzungs-Geschw. eines Strahls abhängt, so folgt, dass nach verschiedenen Richtungen schwingende Strahlen sich verschieden schnell durch den Kristall fortbewegen; fällt ein Strahl ⊥ auf, so können die Schwingungen in allen möglichen Richtungen ⊥ zum Strahl erfolgen; je nach ihrer Richtung wird die Geschw. des Strahls eine andere sein.

Erfahrungsgemäss steht in den Kristallen die Schwingungsrichtung der sich am langsamsten fortpflanzenden Strahlen ⊥ zu der Schwingungsrichtung derjenigen, die sich am schnellsten bewegen. Fällt nun natürl. Licht auf einen Kristall, so werden seine Schwingungen in 2 Kompon. zerlegt, so dass sie von allen möglichen Strahlen den schnellsten und den langsamsten bilden. Da ferner von der Geschw. der Brechungsexpon. abhängt, zu ihr umgekehrt proport. ist, so folgt, dass eine auffallende Welle natürlichen Lichts sich in 2 rechtwinklig zu einander polaris. zerlegen muss, die mit verschiedener Geschw. und in verschiedener Richtung fortgehen.

Daraus erklären sich die Erscheinungen, die wir schon beim Kalkspath besprochen haben. Lassen wir einen Strahl ⊥ auffallen, so zerlegt er sich in den ordin. Strahl, der gerade durchgeht und in den abgelenkten extraordin.; erster ist im Hauptschnitt polaris., letzter ⊥ zum Hauptschnitt. Fällt das Licht schief auf, so werden beide Strahlen abgelenkt, bleiben aber beide im Hauptschnitt.

Als Hauptschnitt hatten wir eine Ebene definirt, welche durch die kristallographische Axe und die kurze Diagonale der natürl. Seitenflächen gelegt werden kann. Wir können nun aber allgemeiner jede durch die Axe gelegte Ebene Hauptschnitt nennen, da sich zeigt, dass alle die gleiche Eigenschaft haben, dass in ihnen einfallendes Licht, auch bei der Doppelbrechung in ihnen bleibt.

h. Optisch einaxige Kristalle.

Lassen wir einen Strahl in einem Hauptschnitt auffallen, aber unter verschiedener Neigung gegen die Axe, und bestimmen jedesmal die Brechungsexpon. beider entstehenden Strahlen, so zeigt sich, dass der Brechungsexpon. des ordin. Strahls für alle Neigungen konstant ist, z. B. beim Kalkspath = 1,654, dass er aber für den extraordin. Strahl von der Neigung abhängt. Und zwar ist er beim Kalkspath am kleinsten, = 1,483, wenn der Strahl ⊥ zur Axe durchgeht; er nimmt zu, je kleiner die Neigung wird, und wenn der Strahl parallel der Axe durchgeht, so wird er ebenfalls = 1,654 = dem des ordin Strahls. In Richtung der Axe haben also beide Strahlen die gleiche Geschw.; deshalb findet auch in dieser Richtung keine Doppelbrechung statt. Solche Richtungen bezeichnet man als optische Axen, und nennt Kristalle, die eine derartige Richtung besitzen, wie der Kalkspath, optisch einaxige Kristalle. Bei ihnen fällt die optische Axe zusammen mit der kristallographischen. In allen Richtungen um die Axe herum verhalten sich die Strahlen, sobald sie dieselbe Neigung gegen die Axe haben, identisch; um die Axe herum ist also alles symmetr. angeordnet.

i. Wellenfläche einaxiger Kristalle.

Wir haben schon vielfach von den Wellenflächen zu sprechen gehabt, und eine solche definirt als eine Fläche, die durch die Endpunkte von Linien gelegt werden kann, welche nach allen Richtungen von einem Punkte aus gezogen sind,

Fig. 995.

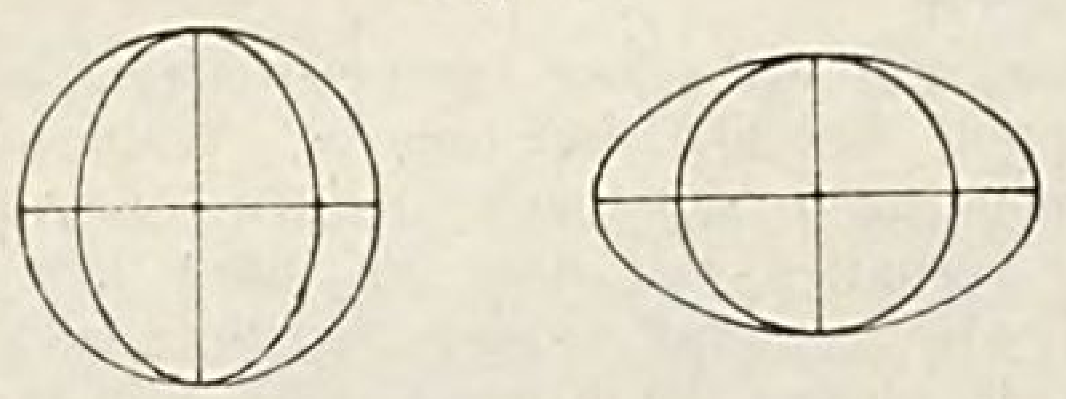
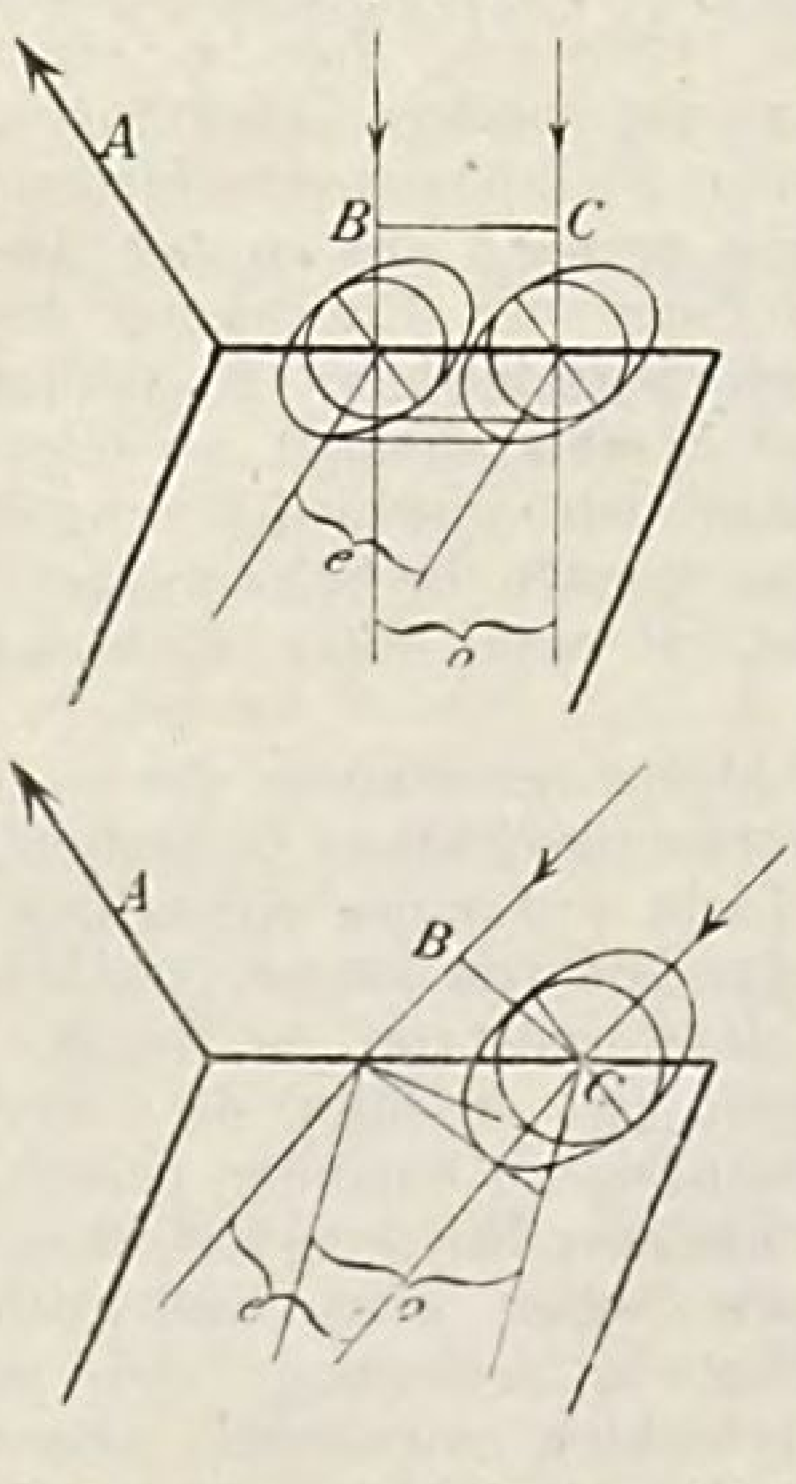


Fig. 996.



und deren Länge proport. der Fortpflanzungs-Geschw. des Lichts in dieser Richtung ist. In den Kristallen können in jeder Richtung 2 verschiedene Strahlen sich bewegen, die Wellenfläche wird also aus zwei Schalen bestehen müssen. Sie entstehen durch Rotation einer Kurve um die Axe, um welche herum Alles symmetrisch ist. Die Wellenfläche für den ordin. Strahl ist eine Kugel, die für den extraordin. ein Rotations-Ellipsoid.

Es giebt zwei Arten einaxiger Kristalle; bei den einen, wie dem Kalkspath, dem Turmalin, dem Smaragd, ist der Brechungsexpon. des extraordin. Strahls im Maximum = dem des ordin., man nennt sie negat. oder repulsive Kristalle; bei andern, wie Quarz, schwefelsaur. Kali, Eis, ist der Brechungsexpon. des extraordin. Strahls grösser als der des ordin., im Minimum ihm gleich; solche bezeichnet man als positive oder attraktive. Bei erstern, Fig. 995, besteht die Wellenfläche aus einer Kugel und einem umschriebenen abgeplatteten Rotations-Ellipsoid, bei letztern aus einer Kugel und einem eingeschriebenen verlängerten Rotations-Ellipsoid.

Wir haben früher gesehen, dass die Kenntniss der Wellenfläche mittels des Huyghens'schen Prinzips den Verlauf der Strahlen grafisch zu finden gestattet. In Fig. 996 ist diese Konstruktion ausgeführt für die Fälle, dass natürliches paralleles Licht im Hauptschnitt auf einen Kalkspath ⊥ oder schräg fällt; es bedeutet A die Richtung der Axe, BC die Wellenebene des einfallenden Lichts, o und e das ordin. und extraordin. Strahlenbündel nach der doppelten Brechung. Die Figuren werden ohne weiteres verständlich sein,

wenn man bedenkt, dass die Wellenebenen nach der Brechung tangential an die Wellenfläche sind, während die Strahlenrichtung durch den Radiusvektor nach dem Berührungspunkt gegeben ist.

k. Elastizitätsfläche.

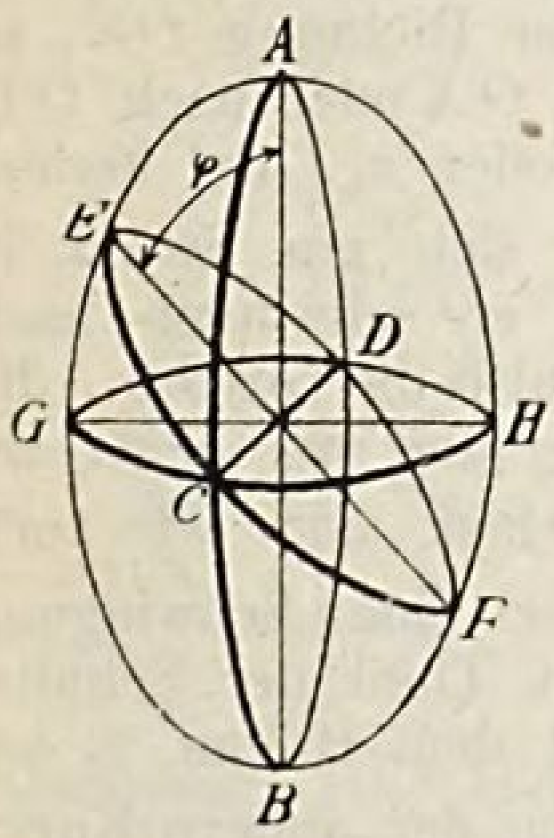
Die Frage, wie diese Erscheinungen sich aus der Undulations-Theorie erklären, und wie die Elastizität des Aethers sich verhalten muss, hat wieder Fresnel erklärt.

Denken wir uns einen elastischen Stab, und geben ihm einen Stoss, so entsteht eine Welle, die längs des Stabes fortläuft. Ist der Stab zylindrisch, so bietet er gegen Biegung nach allen Seiten gleichen elast. Widerstand, die Welle wird also mit derselben Geschw. fortlaufen, von welcher Seite wir auch den Stoss geben. Besitzt aber der Stab etwa ellipt. Querschn., so ist der Widerstand gegen Biegung in der Ebene der grossen Axe der Ellipse am grössten, in der Ebene der kleinen Axe am kleinsten, Wellen mit Schwingungen in diesen beiden Ebenen laufen mit verschiedener Geschw. fort. Geben wir einem solchen Stab einen Stoss in einer mittlern Richtung, so entstehen, wie die Erfahrung zeigt und die Theorie lehrt, 2 Wellen, die sich mit der möglichst grossen und der möglichst kleinen Geschw. fortpflanzen. Wenn daher der Lichtäther in verschiedenen Richtungen verschiedene Elastizität besitzt, so wird dasselbe bei den Lichtschwingungen eintreten müssen, und es bleibt nur zu untersuchen, wie die Elastizität von der Richtung abhängt.

Wir denken uns im Kristall einen Punkt, von welchem aus wir nach allen Richtungen Linien ziehen, deren Länge proport. der Grösse der Elastizität für Schwingungen in der Richtung der Linien gemacht werden; durch ihre Endp. legen wir eine Fläche, welche man die Elastizitätsfläche nennt. Von derselben wissen wir für die einaxigen Kristalle schon, dass sie eine Rotationsfläche um die Axe sein muss, da um diese herum alles symmetr. ist, wir brauchen also nur einen Querschn. durch die Axe der Fläche zu kennen.

Fresnel nimmt an, dass die Elastizität für Schwingungen in der Axenrichtung für negat. (posit.) Kristalle am grössten (kleinsten) sei, für Schwingungen ⊥ dazu am kleinsten (grössten). Bildet die Schwingungs-Richtung mit der Axe den Winkel φ, so nimmt mit wachsendem φ bei negat. (posit.) Kristallen die Elastizität ab (zu), bis sie bei 90° ihren kleinsten (grössten) Werth erreicht. Ist die Elastizität in Richtung der Axe $= \beta^2$, ⊥ dazu $= \alpha^2$, so ist sie unter dem Winkel φ: $\rho^2 = \beta^2 \cos^2 \varphi + \alpha^2 \sin^2 \varphi$. Diese Gleichg. stellt eine Ellipse dar, und folglich ist die Elastizitätsfläche der einaxigen Kristalle ein Rotations-Ellipsoid und zwar ein verlängertes für die negativen, ein abgeplattetes für die posit. Kristalle. Diese Fläche ergiebt uns nun die Fortpflanzungs-Verhältnisse folgendermaassen. Sei Fig. 997 das Ellipsoid. Ist eine einfallende Welle gegeben, so legen wir ihr parallel eine Ebene EF durch den Mittelp. des Ellipsoids, welche dieses in einer Ellipse schneidet. In der einfallenden Welle können die Schwingungen in allen Richtungen in der Ebene EF erfolgen; sie zerlegen sich im Kristall in die Schwingungen mit grösster und kleinster Elastizität, deren Richtungen durch die Axen des Schnitts EF gegeben sind. Die kleine Axe CD ist nun, welches auch die Neigung φ gegen die Rotationsaxe sein mag, immer = dem Durchm. des Kreisschnitts GH; der eine auftretende Strahl schwingt also immer mit der gleichen Elastizität, besitzt stets die gleiche Fortpflanzungs-Geschw.; es ist dies der ordin. Strahl. Die grosse Axe des Schnitts, EF, ist dagegen variabel, mit der Neigung φ, sie ist am grössten für $\varphi = 0^\circ$, am kleinsten für $\varphi = 90^\circ$; und zwar ist dann, da für $\varphi = 90^\circ$ der Schnitt ein Kreis wird, überhaupt für alle Schwingungen die Elastizität dieselbe, = dem Durchm. des Kreises. Die Elastizitätsfläche lehrt uns also, dass ein einfallender Strahl im allgem. in 2 ⊥ zu einander schwingende Strahlen zerfällt, von denen der eine stets dieselbe Geschw. hat, der andere eine variable; nur wenn der Strahl parallel der Axe durchgeht, findet diese Zerlegung nicht statt; alle Schwingungs-Richtungen sind gleich berechtigt. Da der Brechungs-

Fig. 997.



expon. umgekehrt proport. zur Fortpflanzungs-Geschw. ist, so folgt weiter dessen Konstanz für den ordin. Strahl, dessen Veränderlichkeit für den ausserordentlichen.

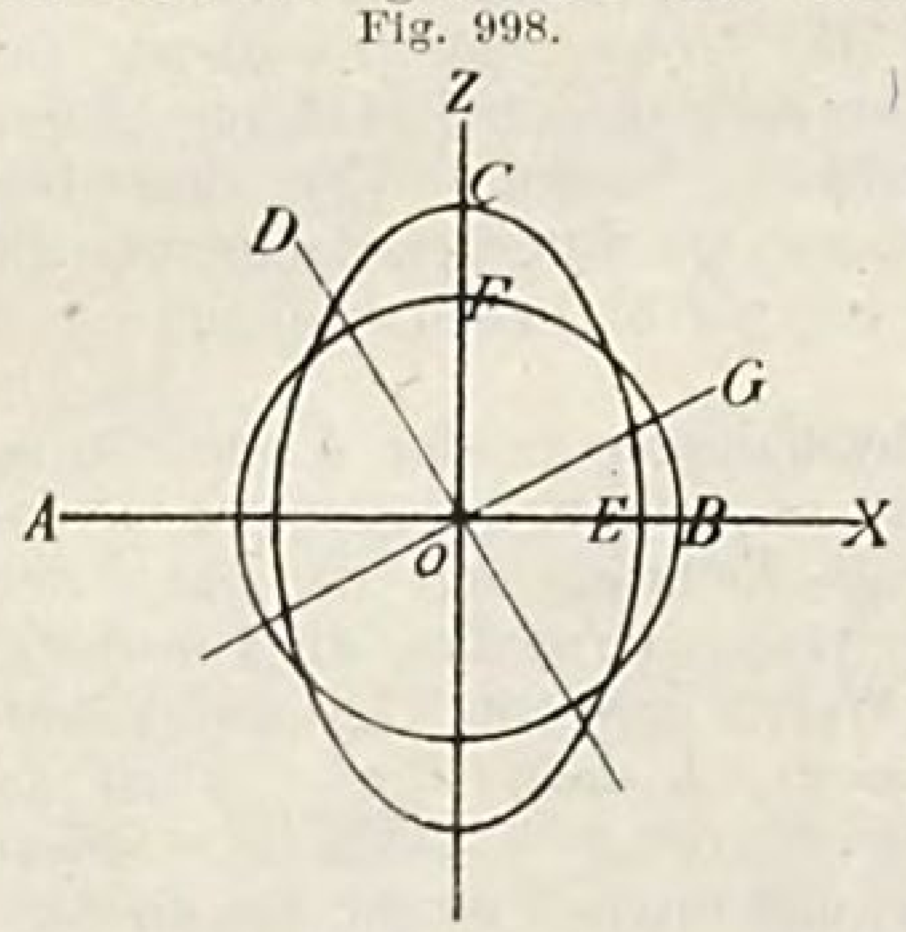
I. Zweiaxige Kristalle.

Ausser den einaxigen Kristallen giebt es optisch zweiaxige, bei denen die Verhältnisse viel verwickelter liegen, so sehr, dass dieselben nicht empir. gefunden worden sind, sondern dass sie zuerst theoret. abgeleitet worden sind; dies geschah durch Fresnel; der Versuch hat dann die Theorie glänzend bestätigt.

Während bei den einaxigen Kristallen die Elastizität zwar von der Richtung abhängt, aber doch eine Axe existirt, um die herum alles symmetr. ist, giebt es bei den zweiaxigen Kristallen eine solche Linie nicht. Gehen wir von einem Punkte aus, so ist in einer Richtung die Elastizität am grössten, in einer dazu ⊥ Richtung am kleinsten, in einer 3. auf den beiden ersten ⊥ Richtung hat sie einen mittlern Werth. Diese 3 Richtungen nennt man die 3 Axen der Elastizität. Bezeichnen wir die Elastizitäten in diesen Richtungen mit a^2, b^2, c^2, so ist nach Fresnel's Annahme für irgend eine andere Richtung, welche mit jenen die Winkel α, β, γ bildet, die Elastizität $= a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cos^2 \beta + c^2 \cos^2 \gamma$; die Elastizitätsfläche ist demnach hier ein dreiaxiges Ellipsoid.

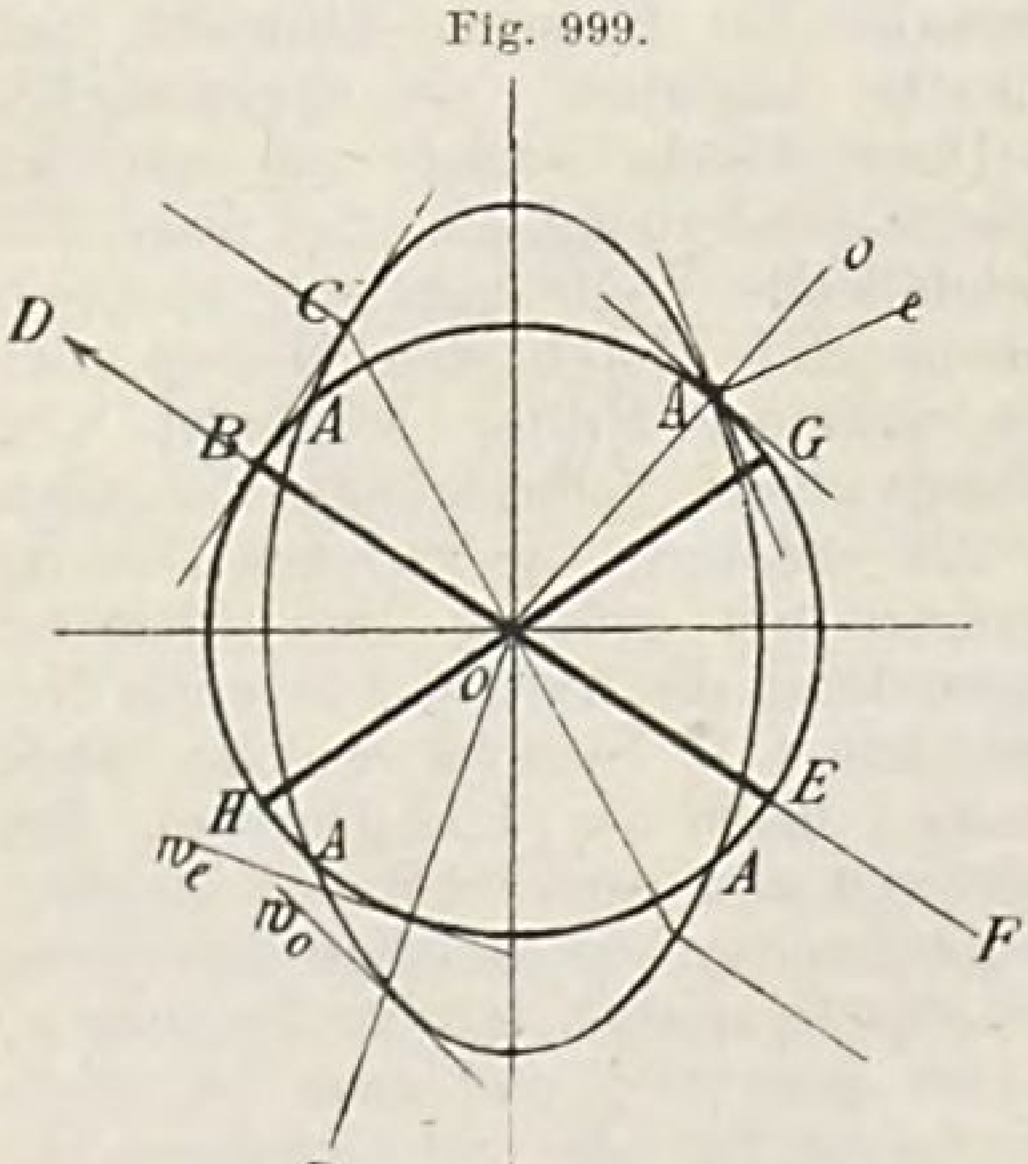
Wir wollen nun versuchen, aus dieser Annahme die Wellenfläche zu konstruiren, welche hier eine sehr verwickelte Gestalt annimmt. Wir wollen die 3 Schnitte konstruiren, die mit der Wellenfläche gebildet werden durch Ebenen, welche durch die Axe der grössten und kleinsten Elastizität, der grössten und mittlern, und der kleinsten und mittlern gelegt sind. Es seien OX, OY, OZ die Richtungen, die parallel den Axen der grössten, mittlern, kleinsten Elastizität sind. Schwingungen nach OX mögen sich mit der Geschw. v_a fortpflanzen, nach OY mit v_b, nach OZ mit v_c, wo dann $v_a > v_b > v_c$ ist.

Fig. 998.



Wir nehmen zuerst die Ebene OXZ. Bewegt sich ein Strahl in der Richtung AB von O aus, Fig. 998, so kann er schwingen nach OZ oder ⊥ dazu; nach OY, senkr. zur Papierfläche. Je nachdem hat er die Geschw. v_c oder v_b, kommt also in der Zeiteinheit bis zum Punkte E oder B. Bewegt sich ein Strahl in der Richtung OZ, so kann er schwingen nach OX oder nach OY, hat also die Geschw. v_a oder v_b, und kommt bis C oder F. Bewegt sich ein Strahl in Richtung OG, so kann er schwingen nach OD oder nach OY, hat also die Geschw., die im 1. Fall zwischen v_a und v_c liegt, im 2. Fall $= v_b$ ist. Wir sehen, dass wie auch der Strahl geht, immer eine Schwingung nach OY stattfindet, ein Theil der Schnittkurve also ein Kreis mit dem Halbm. v_b ist, während die Radiivektoren der andern Kurve von $v_a > v_b$ bis $v_c < v_b$ abnehmen. Diese Kurve ist eine Ellipse, deren Axen v_a u. v_c sind.

Fig. 999.



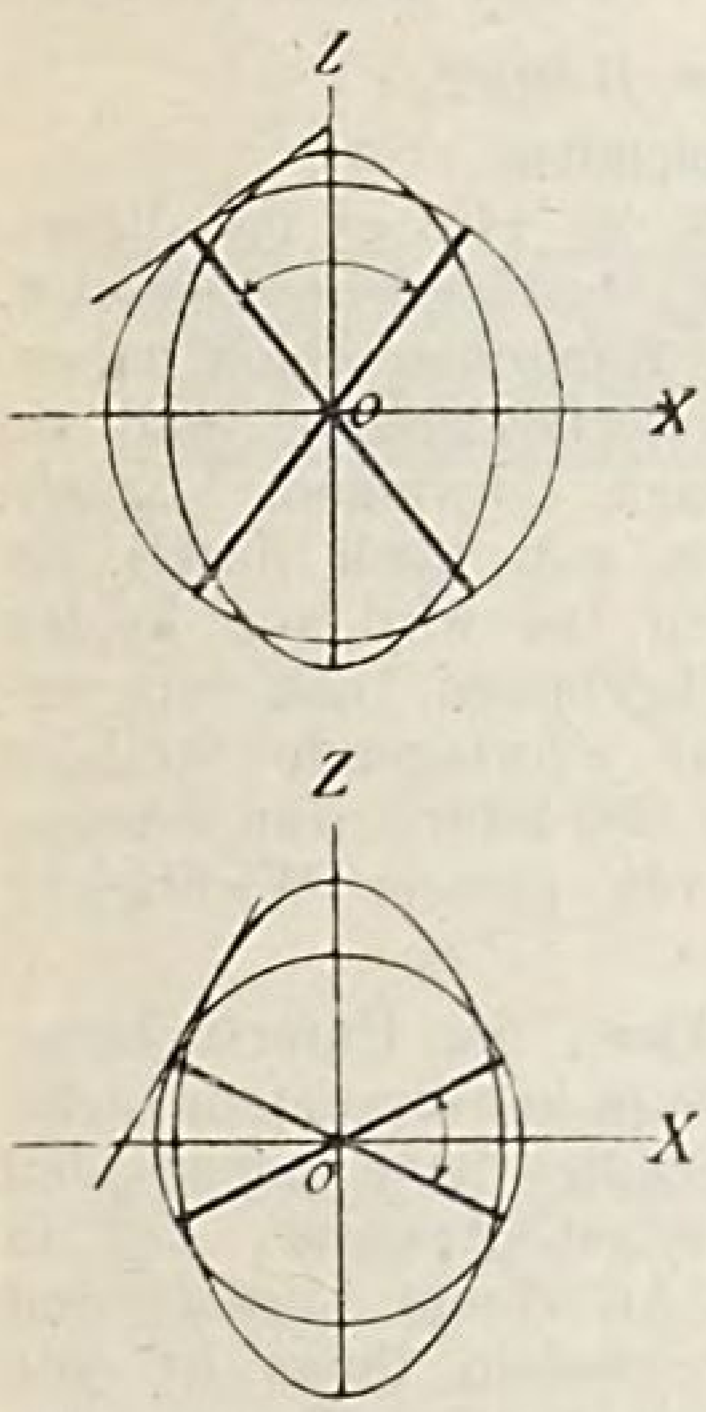
Wir haben also auch hier in jeder Richtung 2 verschiedene Geschw., also 2 Strahlen; von ihnen besitzt der eine konstante Geschw. für alle Richtungen, d. h. in dieser Ebene, und heisst daher der ordin., während der 2., dessen Geschw. von der Richtung abhängt, der extraordin. heisst. Aus der Wellenfläche findet man, wie wir früher gesehen haben, die zu einem Strahl gehörige Wellenebene, indem man im Berührungspunkt des Strahls mit der Wellenfläche Tangenten-Ebenen legt. Es gehören hier also zu jeder Richtung zwei Wellenebenen, z. B., Fig. 999, zur

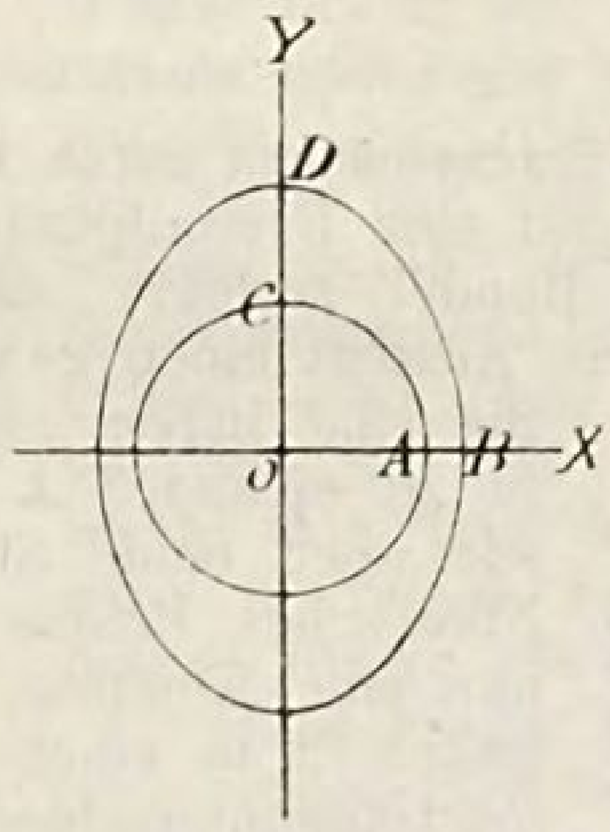
Richtung OR die Ebene w_e und w_o. Nun entstehen eigenthümliche Verhältnisse dadurch, dass sich Ellipse und Kreis in 4 Punkten A schneiden. Zur Richtung OA, in der die beiden Strahlen gleiche Geschw. haben, gehören 2 Tangentenebenen, die an den Kreis und die an die Ellipse. In Wahrheit giebt es nicht nur 2 solcher Ebenen, sondern der Punkt A ist eine trichterförmige Vertiefung in der Wellenfläche, so dass sich unendlich viele Tangential-Ebenen in A legen lassen. Wenn also im Kristall ein Strahl in der Richtung OA fortgeht, wird er beim Austritt in einen Strahlenkonus Ao, Ae zerfallen, was man äussere konische Refraktion nennt. Ferner lassen sich 4 Tangential-Ebenen legen, die Kreis und Ellipse gemeinsam sind. Dieselben berühren nicht nur in 2 Punkten, B und C, sondern in einem Kreise. Es gehört also zu den Strahlen OB, OC und andern, die einen Strahlenkonus im Kristall bilden, ausserhalb des Kristalls dieselbe Strahlenrichtung DB. Diese Erscheinung bezeichnet man als innere konische Refraktion.

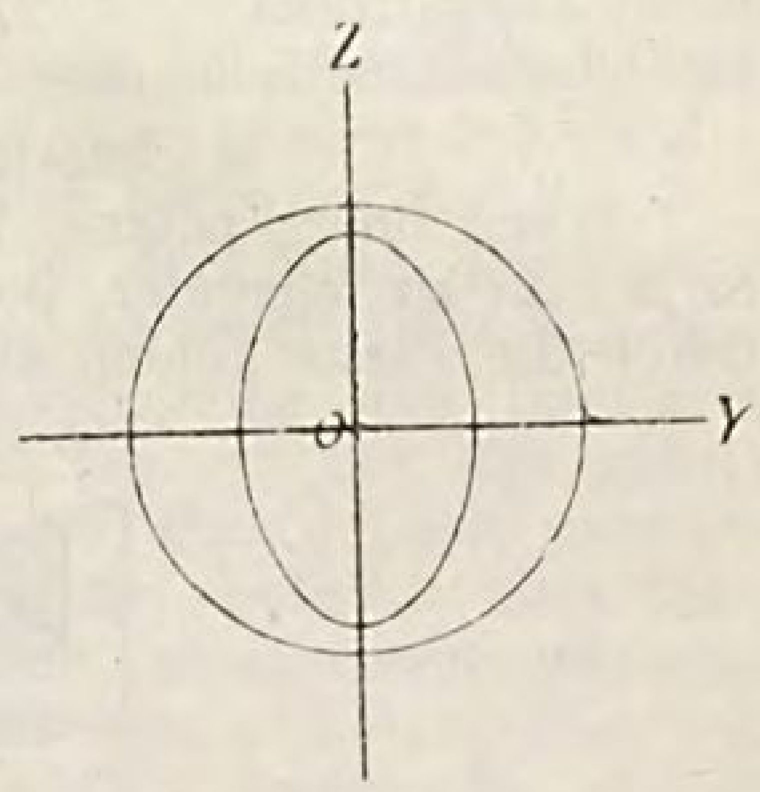
Fällt nun auf den Kristall ein Bündel in der Richtung DB auf, so wird es in demselben zwar in verschiedene Strahlen zerlegt, beim Austritt aber erscheint wieder nur ein Strahlenbündel parallel OF, der Einfallsrichtung. Strahlen die in Richtung BOE durch den Kristall gehen, werden also nicht in 2 zerlegt, und es entspricht also diese Richtung unserer Definition einer optischen Axe. Solcher Richtungen giebt es offenbar zwei: BE und GH, woher diese Kristalle optisch zweiaxige genannt werden. Die Axen liegen, wie wir sehen, in der Ebene der grössten und kleinsten Elastizitätsaxe, weshalb diese die optische Axenebene genannt wird.

Richtungen wie OA nennt man auch sekund. optische Axen.

Fig. 1000. Fig. 1001. Fig. 1002.







Auch unter den zweiaxigen Kristallen unterscheidet man posit. und negat., je nachdem die Axe der mittlern Elastizität an Grösse näher der Axe der grössten oder der kleinsten Elastizität kommt; der besprochene Querschn. der Wellenfläche sieht in den beiden Fällen aus, wie Fig. 1000 zeigt. Im 1. Fall halbirt die Axe der kleinsten Elastizität den spitzen Winkel zwischen den optisch. Axen, den Axenwinkel, im 2. Falle die Axe der grössten Elastizität. Die Halbirende des spitzen Winkels nennt man die erste Mittellinie.

Wir haben bisher nur einen Querschnitt der Wellenfläche konstruirt. Wir untersuchen jetzt den mit der Ebene der grössten und mittleren Elastizität.

Ein Strahl OX, Fig. 1001, kann nach OY oder OZ, $\perp$ zur Ebene der Zeichnung schwingen; danach besitzt er die Geschw. v_b oder v_c, kommt bis B oder A. Ein Strahl OY schwingt nach OX oder OZ, hat die Geschw. v_a oder v_c, kommt bis D oder C. Ebenso kann jeder andere in dieser Ebene verlaufende Strahl nach OZ schwingen, also die Geschw. v_c haben, oder er hat eine zwischen v_b und v_a liegende Geschw. Als Durchschnittskurve haben wir also einen Kreis mit dem Halbm. v_c und eine ihn einschliessende Ellipse mit den Axen v_b und v_c.

Nehmen wir endlich den Schnitt mit der Ebene OYZ, Fig. 1002, so ist für alle Strahlen eine mögliche Schwingung nach OX gerichtet, ihre

Geschw. v_a; die andere mögliche Schwingung ist nach OZ oder OY oder einer mittlern Richtung gerichtet; die Geschw. nimmt zu von v_c bis v_b. Der Querschnitt ist also ein Kreis mit dem Halbm. v_a und eine in ihm liegende Ellipse mit den Axen v_b und v_c.

Die Kenntniss dieser 3 Querschn. giebt nun zwar kein vollständiges Bild der Wellenfläche zweiaxiger Kristalle, aber sie zeigt doch, dass zu ihrer Konstruktion nur die Grössen v_a, v_b, v_c, oder die diesen entsprechenden 3 Brechungsexpon. nöthig sind. Will man die Wellenfläche angenähert beschreiben, so kann man sagen, sie bestehe aus 2 Schalen, die im ganzen 3axige Ellipsoide sind und konzentr. liegen. Aber das äussere Ellipsoid hat an 4 Punkten trichterförm. Vertiefungen, das innere an entsprechenden Punkten Ausbauchungen, so dass die beiden Flächen sich in diesen 4 Punkten berühren.

Wir können die verschiedenen Kristalle mit den isotropen Körpern folgendermaassen übersichtlich vergleichen: Die allgemeinste mögliche Annahme über die Elastizität ist, dass sie nach 3 auf einander ⊥ Richtungen verschiedene Grösse hat; die Elastizitätsfläche ist dann ein 3axiges Ellipsoid, wir haben 2axige Kristalle. Steht die mittlere Elastizität näher der $\begin{Bmatrix}\text{grössern}\\ \text{kleinern}\end{Bmatrix}$ als der $\begin{Bmatrix}\text{kleinern}\\ \text{grössern}\end{Bmatrix}$, so haben wir $\begin{Bmatrix}\text{positive}\\ \text{negative}\end{Bmatrix}$ Kristalle. Wird die mittlere Elastizität = der $\begin{Bmatrix}\text{grössern}\\ \text{kleinern}\end{Bmatrix}$, so wird die Elastizitätsfläche ein $\begin{Bmatrix}\text{abgeplattetes}\\ \text{verlängertes}\end{Bmatrix}$ Rotations-Ellipsoid, wir haben einen $\begin{Bmatrix}\text{positiven}\\ \text{negativen}\end{Bmatrix}$ 1axigen Kristall. Werden endlich alle 3 Axen gleich, so wird die Elastizitätsfläche eine Kugel, wir haben einen isotropen Körper.

m. Interferenz-Erscheinungen durch Kristallplatten.

Wenn linear polaris. Licht auf eine Kristallplatte fällt, so wird es im allgem. in 2 ⊥ zu einander polaris. Bündel zerlegt, die mit verschiedener Geschw. durch die Platte gehen, also beim Austritt einen gewissen Gangunterschied haben. Sie sind indess nicht interferenzfähig, weil sie in zu einander ⊥ Ebenen schwingen. Lassen wir aber beide Strahlen nun noch durch ein Nikol'sches Prisma gehen, so wird von beiden nur eine Kompon. durchgelassen, und wir erhalten 2 in einer Ebene schwingende Strahlen mit Gangunterschied, die also interferiren müssen. Diese Erscheinung ist von grosser Wichtigkeit geworden.

Fig. 1003.

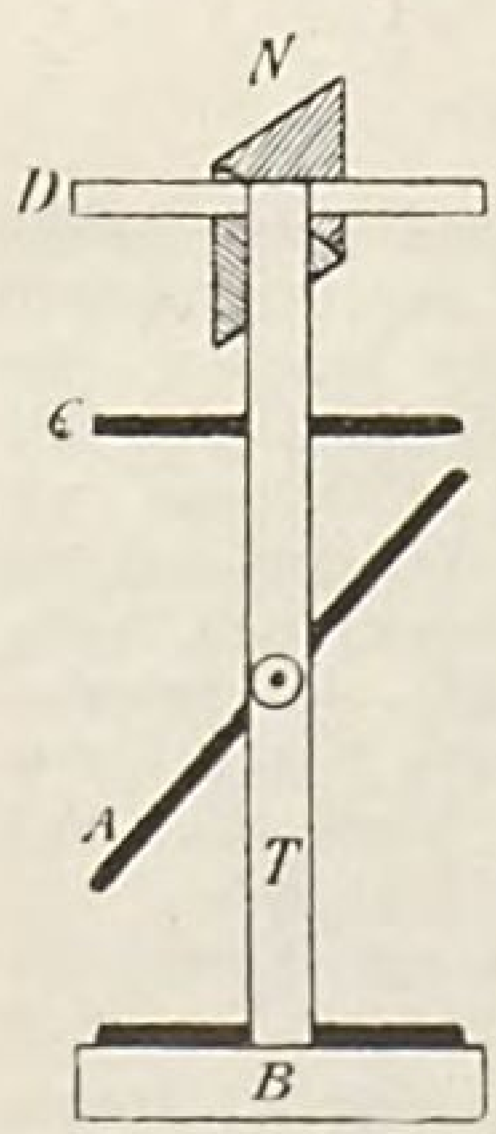
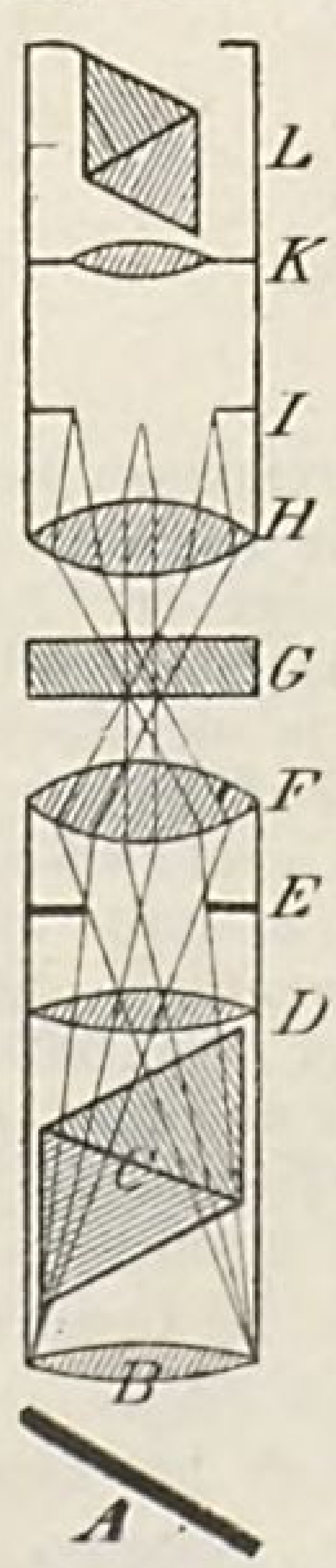


Fig. 1004.



Man verwendet 2 Arten der Untersuchung, die in parallelem und die in konvergentem Licht. Für paralleles Licht benutzt man meist den Nöremberg'schen Polarisat.-Apparat, der in Fig. 1003 skizzirt ist. An einem Fuss B sind 2 Säulen T befestigt; zwischen ihnen ist eine Glasplatte A drehbar angebracht, ferner eine feste horizontale, nur als Träger dienende Glasplatte C, endlich oben eine Platte D, in der drehbar ein Nikol'sches Prisma N steckt. Der Fuss B ist mit einem ebenen Spiegel belegt. Das Tageslicht fällt auf die Platte, welche so geneigt ist, dass es unter dem Polarisat.-Winkel nach dem Spiegel B reflekt. wird; von hier wird es zurück geworfen, geht durch A, ebenso durch C und die darauf liegende zu untersuchende Platte, und wird dann durch N entweder durchgelassen oder nicht, je nach dessen Stellung.

Zur Beobachtung in konvergentem Licht dient das sogen. Polarisations-Mikroskop, wovon in Fig. 1004 eine Skizze gegeben ist: A ist ein Spiegel, der

das Licht in den Apparat hinein reflektirt; es wird durch das Nikol C, den **Polarisator**, polaris. und durch die beiden Linsen B und D auf die Oeffnung eines Diaphragmas E konzentrirt, so dass jeder Punkt von E getroffen wird von einem Kegel polaris. Lichts, dessen Basis B ist. E liegt in der Brennweite einer sehr dicken Linse F (in Wahrheit sind es mehrere dünne dicht an einander befindliche Linsen), die jeden Strahlenkegel in ein Bündel paralleler Strahlen verwandelt; 3 solcher Bündel sind in der Figur angegeben. Diese parallelen Bündel durchdringen in allen Richtungen die Kristallplatte G und fallen auf eine dicke Linse H, welche jedes parallele Bündel in einem Punkte des Diaphragmas J vereinigt. Das hier entstehende Bild wird durch eine Lupe K und ein Nikol'sches Prisma L, den **Analysator**, vergrössert betrachtet. In dem so entstehenden Bilde wird also jeder Punkt durch Licht gebildet, welches einem den Kristall parallel durchdringenden Bündel angehört. Die Mitte des Bildes entspricht dem Lichte, welches ⊥ durch den Kristall gegangen ist, während je weiter wir nach dem Rande des Bildes kommen, desto schräger durch den Kristall gegangenes Licht sichtbar wird. Wir übersehen also mit einem Blick die Interferenzen von Strahlen, die in verschiedenen Richtungen durch die Platte gegangen sind.

Wir wollen untersuchen, was eintreten muss, wenn wir planparallele Platten in diesen Apparaten betrachten.

1. Einaxige Platten, deren Flächen ⊥ zur Axe geschliffen sind:

a. im parallelen Licht gehen alle Strahlen parallel der Axe durch; es tritt keine Doppelbrechung ein, die Platte verhält sich wie ein Stück Glas.

Fig. 1005.

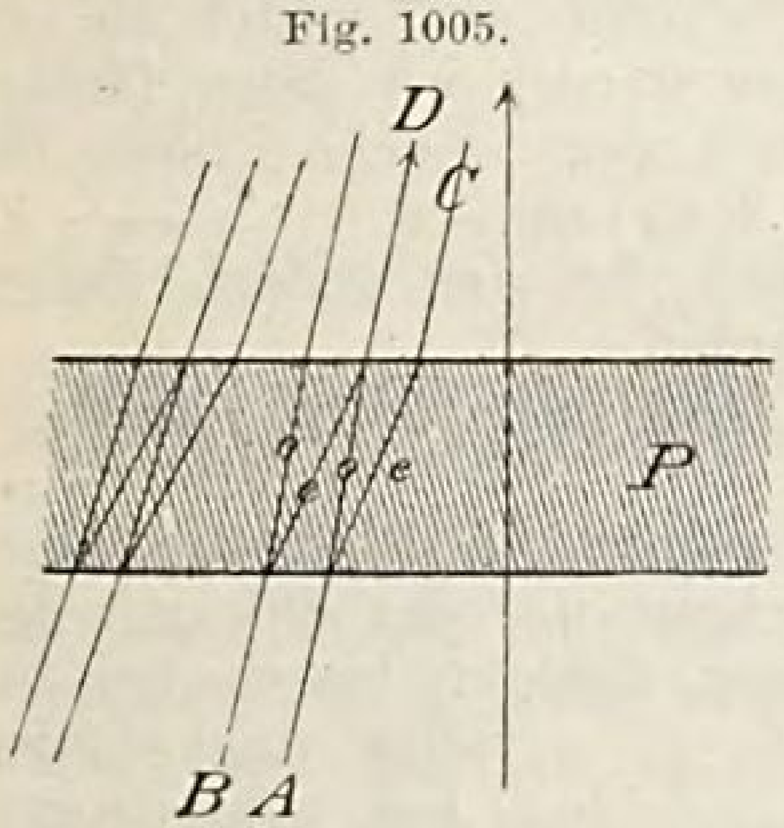
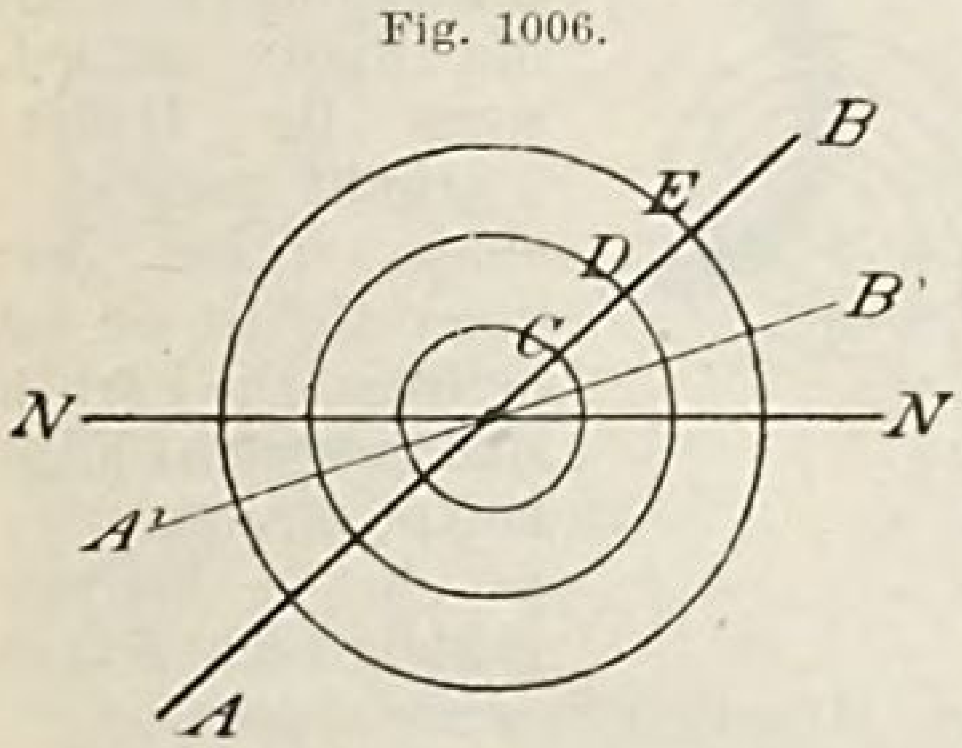


Fig. 1006.

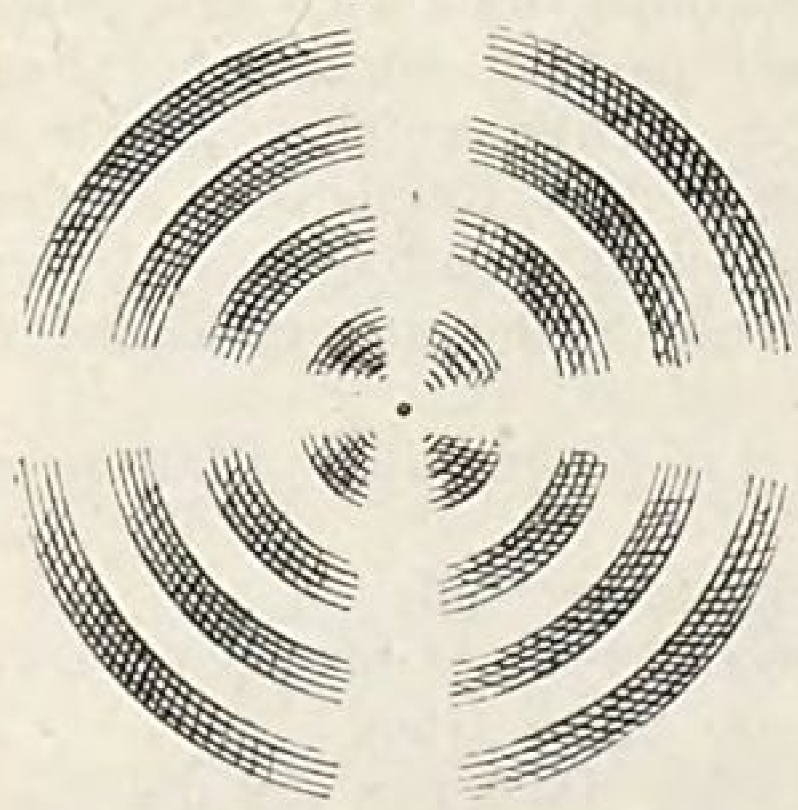


b. im konvergenten Licht: Da rings um die Axe alles symmetr. ist, brauchen wir nur einen Hauptschnitt durch die Axe zu betrachten. Wir nehmen an, es falle einfarbiges Licht auf, die Nikols stehen parallel. Fig. 1005 stelle einen solchen Schnitt durch die Platte dar, der mit der Richtung der Nikols den Winkel = 45° bildet. In der Mitte des Gesichtsfeldes erscheinen Strahlen, die parallel der Axe durchgehen, also ohne Doppelbrechung und Interferenz; die Mitte ist hell. Weiter ab von der Axe geht ein Strahl A schräg durch, der also doppelt gebrochen wird in die ⊥ zu einander polaris. Strahlen C und D, die gleiche Helligkeit haben, da der betrachtete Hauptschnitt 45° mit den Nikols bildet. Daneben geht ein Strahl B durch, der ebenfalls doppelt gebrochen wird, so dass seine eine Kompon. auch in der Richtung D austritt. In D haben wir also 2 ⊥ zu einander polaris. Strahlen von gleicher Intensit. mit einem gewissen Phasen-Unterschied. Das obere Nikol, der Analysator, lässt von jedem die Hälfte durch, aber beide mit derselben Schwingungsrichtung, so dass sie interferiren. Sei bei der gewählten Richtung der Strahlen zwischen o und e der Gangunterschied $= \frac{\lambda}{2}$ des Lichts, so löschen sich die beiden Theile aus, es entsteht Dunkelheit. Es bedeute in Fig. 1006, die das Gesichtsfeld darstellt, N die Richtung der Nikols, AB die Ebene der Zeichnung, Fig. 1005, C den Punkt, wo die besprochenen Strahlen sichtbar sind. — Lassen wir die Neigung der Strahlen zunehmen, so wächst der Gangunterschied zwischen den beiden Kompon. o und e, da sie einen längeren Weg im Kristall zurück legen, sie heben sich also nach dem Durchgang durch den Analysator nicht mehr völlig auf. Ist bei zunehmender Neigung der Gangunterschied $= \lambda$ geworden, so addiren sich die Kompon.; es wird daher völlige Helligkeit herrschen in dem von der Mitte weiter ab gelegenen Punkte D des Gesichtsfeldes. Wird die Neigung noch grösser, so wächst der Gangunterschied auf $\frac{3}{2}\lambda$, es ist wieder Dunkelheit im

Punkte E; so finden wir von innen nach aussen abwechselnd Licht-Maxima und Minima; und da um die Axe herum alles symmetr., müssen wir im Ganzen helle und dunkle Ringe erhalten.

Aber die Erscheinung ist etwas komplizirter: in den Punkten C, E u. s. w. tritt völlige Dunkelheit nur ein, weil die mit $\frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}$ u. s. w. zur Interferenz kommenden Strahlen gleiche Intensität besitzen, da die betrachtete Ebene 45° mit N bildet. In andern Ebenen, z. B. $A'B'$ ist der Gangunterschied derselbe, aber die beiden Kompon. sind nicht gleich stark; es tritt nur Lichtschwächung ein, nicht volle Dunkelheit. Je weiter wir von C, E u. s. w. auf den dunkeln Ringen nach N hin gehen, desto schwächer werden daher die Licht-Minima. In der Ebene N endlich und in der dazu ⊥ Ebene tritt überhaupt keine Interferenz auf, weil die Schwingungen ganz als ordin. oder extraordin. Strahl durch die Platte gehen. Die Erscheinung ist also ein System von hellen und dunkeln Ringen, durchsetzt von einem hellen Kreuz, Fig. 1007. Bei gekreuzten Nikols ist statt dessen ein dunkles Kreuz vorhanden.

Fig. 1007.



Für Licht von grösserer Wellenlänge muss die Neigung grösser sein, damit der Gangunterschied $= \frac{\lambda}{2}$ wird; die dunkeln Ringe werden also weiter ab von der Mitte liegen. Beleuchten wir mit weissem Licht, so werden wir daher farbige konzentr. Ringe erhalten, mit weissem oder schwarzem Kreuz. Solche Linien, die gleiche Farben zeigen, nennt man i s o c h r o m a t i s c h e K u r v e n.

Wir haben dies eine Beispiel ausführlicher behandelt; bei den andern Fällen sollen nur die Thatsachen ohne Erklärung gegeben werden.

2. Einaxige Platten, deren Flächen parallel der Axe oder schräg dazu geschliffen sind.

a. in parallelem Licht. Bei parallelen Nikols erscheint die Platte in einer von ihrer Dicke abhängigen Farbe, wenn ihr Hauptschnitt 0° oder 90° mit den Nikols bildet. Beim Drehen der Platte wird sie immer dunkler, bis sie bei 45° völlig dunkel ist. Bei gekreuzten Nikols dagegen ist die Platte dunkel, wenn ihr Hauptschnitt parallel einem Nikol ist; unter 45° ist sie am hellsten. Die Farben sind in beiden Fällen komplementär.

Fig. 1008 a.

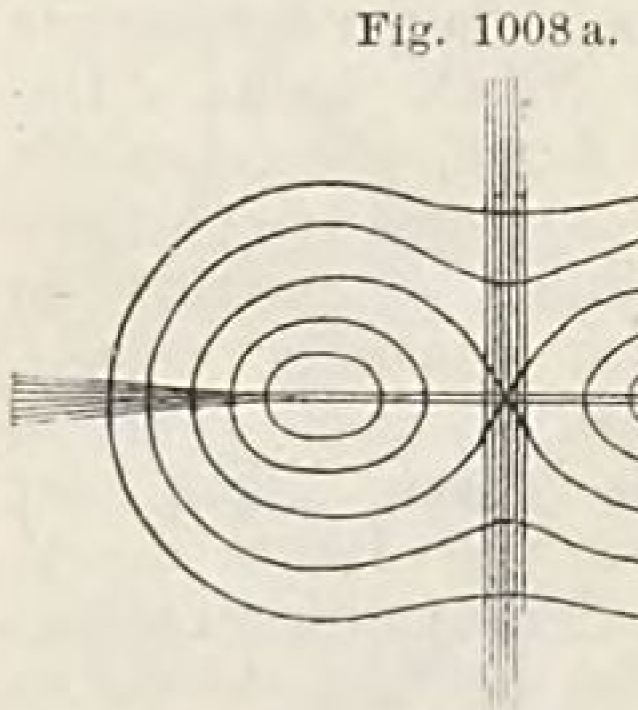
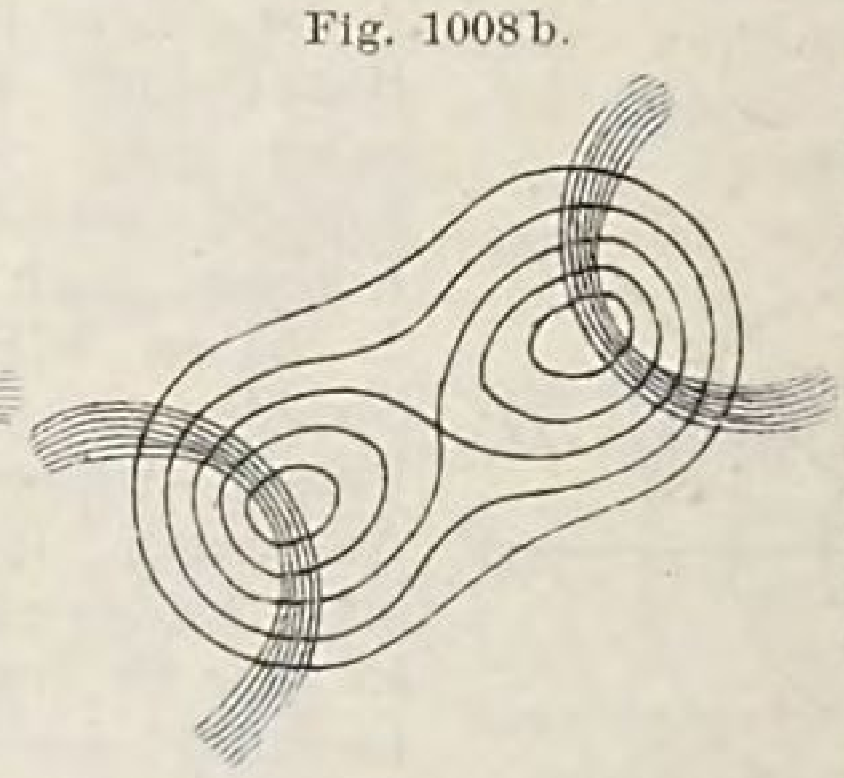


Fig. 1008 b.



b. in konvergentem Licht zeigen nur sehr dünne Platten Interferenz-Streifen, die zu Hyperbel-Systemen gehören.

3. Zweiaxige Kristalle, ⊥ zur ersten Mittellinie geschnitten:

a. in parallelem Licht zeigen sie die Erscheinungen wie in 2a.

b. in konvergentem Licht tritt ein System farbiger L e m n i s k a t e n auf, deren Brennpunkte den Axenrichtungen entsprechen. Die Lemnisk. sind bei gekreuzten Nikols von einem schwarzen Kreuz oder 2 schwarzen Hyperbeln durchzogen, je nachdem die Axenebene parallel einem der Nikols ist, oder 45° mit ihnen bildet, Fig. 1008.

n. Rotations-Polarisation.

Wir haben den Quarz unter den einaxigen Kristallen genannt; er zeigt aber noch besondere Eigenschaften in Richtung der Axe. Lässt man einfarbiges paralleles Licht durch ein Nikol N_1 auf eine ⊥ zur Axe geschnittene Platte fallen, dann

durch ein 2. Nikol N_2, so müssen N_1 und N_2, damit das Licht völlig ausgelöscht wird, nicht einen Winkel von 90^0 bilden, sondern es muss dazu N_2 um mehr oder weniger gedreht werden. Das durch den Quarz gegangene Licht ist also noch linear polaris., aber in einer andern Ebene, als das auffallende Licht: der Quarz hat die Polaris.-Ebene gedreht. Dabei findet man unter den Quarzen solche, die die Ebene rechts herum drehen, und solche, die sie links drehen, sog. Rechts- und Links-Quarze. Die Gesetze der Drehung sind:

1. Die Grösse der Drehung ist proportional der Dicke der Platte.
2. Die Grösse der Drehung ist abhängig von der Farbe des Lichts, dem Quadrat der Wellenlänge nahezu umgekehrt proport. (nach Stefan: $\rho = \frac{816}{\lambda^2} - 1{,}75$).

Die Drehung durch 1 mm Quarz beträgt für Licht der Fraunhofer'schen Linien:

B	*D*	*E*	*G*	*H*
$15^0{,}5$	$21^0{,}7$	$27^0{,}5$	$42^0{,}4$	51,0

Fällt daher weisses linear polaris. Licht auf eine Quarzplatte, so werden die verschiedenen Farben verschieden gedreht, die Schwingungs-Richtungen werden verschieden, die Platte wirkt depolarisirend. Fig. 1009 stellt dies für einen Rechtsquarz dar; NN ist die Schwingungsrichtung des auffallenden Lichts, R, G u. s. w. sind die Schwingungsrichtungen der rothen, gelben u. s. w. Strahlen.

Auch diese Erscheinung hat Fresnel mit der Theorie in Einklang bringen können: Jeder linear polaris. Strahl kann betrachtet werden als aus 2 entgegen gesetzt zirkularen zusammen gesetzt. Denn:

$$y = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{2} \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \frac{a}{2} \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x - \frac{\lambda}{4}}{\lambda}\right) \\ + \frac{a}{2} \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) - \frac{a}{2} \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x - \frac{\lambda}{4}}{\lambda}\right) \end{array} \right.$$

Durch die positiv und negativ zugefügten letzten Glieder, welche Schwingungen darstellen sollen, in einer Ebene ⊥ zu der Schwingungsebene der ersten Glieder, erhalten wir 2 sich entgegengesetzt bewegende zirkulare Strahlen. Fresnel nimmt an, dass in Quarz jeder Strahl in 2 solche Kompon. zerlegt wird, diese sich aber mit verschiedener Geschw. bewegen. Nach dem Durchgang ist dann etwa die eine Kompon. rechts herum bis A, Fig. 1010, gedreht, die andere links herum bis A'. Beide setzen sich wieder zusammen zu linear polaris. Licht, dessen Schwingungsebene aber nun AB ist, nicht NN.

Fig. 1009.

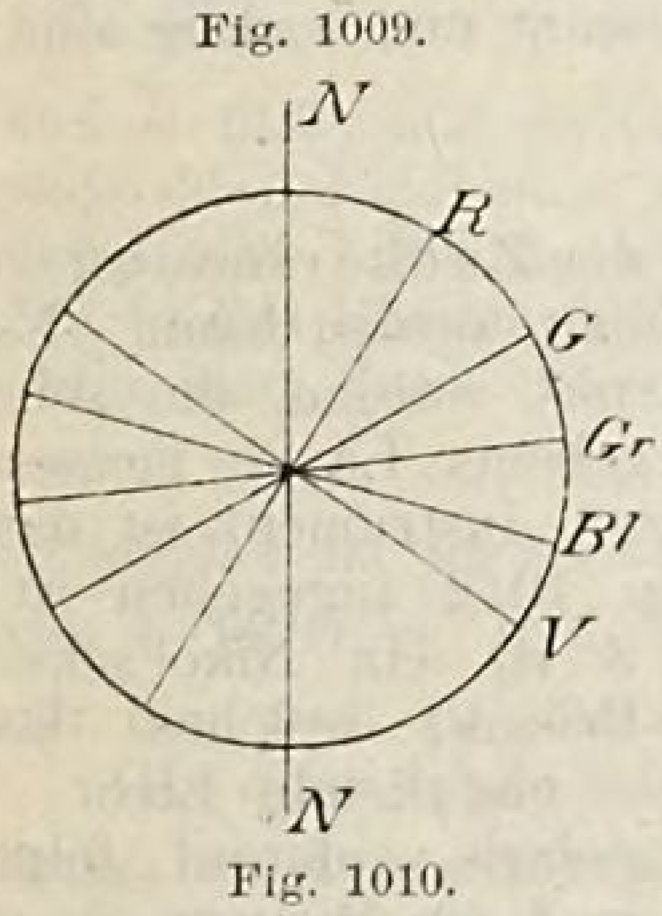


Fig. 1010.

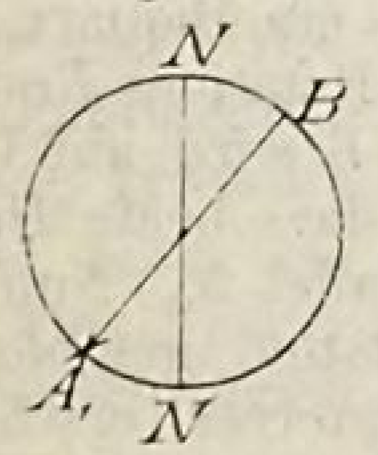
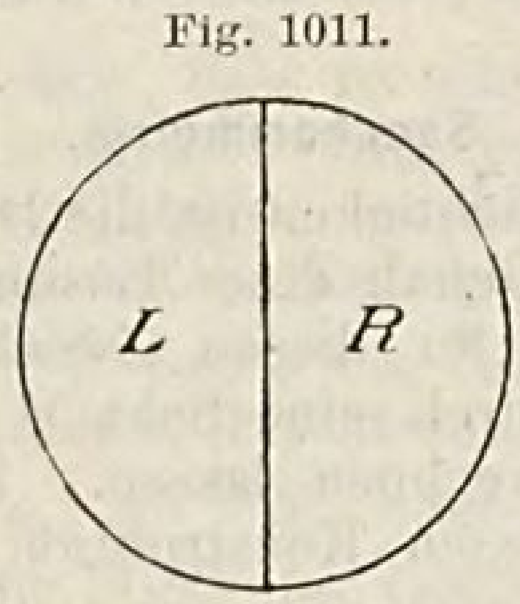
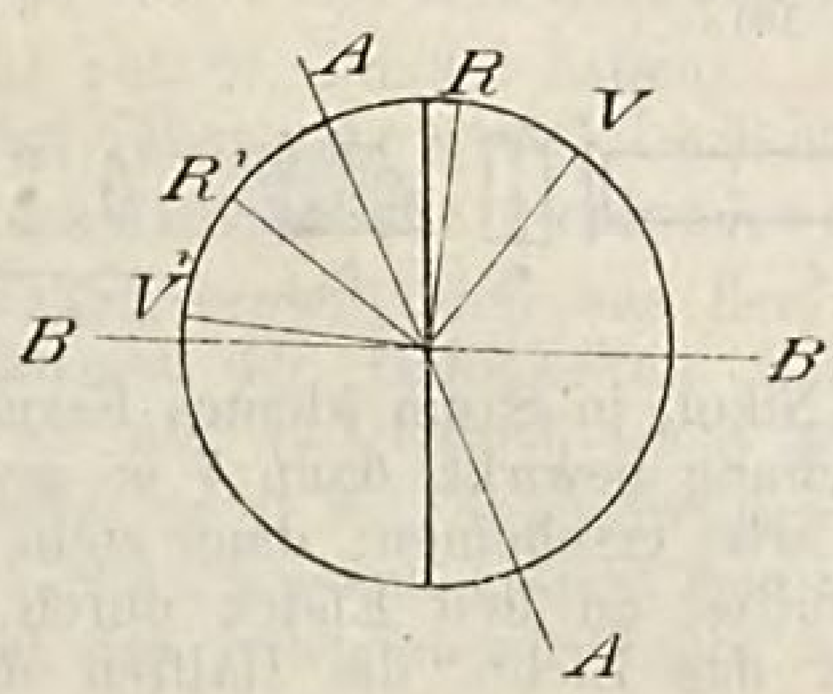


Fig. 1011.





Diese Eigenschaft des Quarzes wird benutzt zu einigen messenden Apparaten:

1. **Der Biquarz** besteht aus einem Rechts- und einem Links-Quarz, Fig. 1011. Fällt nach AA schwingendes Licht auf, so entstehen in den beiden Hälften die Farben-Ablenkungen RV und $R'V'$. Wird davor ein Nikol gebracht mit Schwingungsrichtung BB, so würde dasselbe bei der in der Figur angenommenen Lage auf der linken Seite fast alles roth und

violett durchlassen, auf der rechten Hälfte fast gar kein roth, — da dessen Schwingungsrichtung ⊥ zum Nikol — dagegen mehr violett. Der Linksquarz würde also mehr roth erscheinen, der Rechtsquarz mehr violett. Es ist leicht einzusehen, dass die Färbung beider Hälften nur dann ident. sein wird, wenn BB parallel oder ⊥ AA ist. Da Gleichheit der Färbung leicht zu erkennen ist, kann man Biquarz und Nikol BB benutzen, um die Polaris.-Ebene AA von Licht zu finden.

2. **Der Rotations-Kompensator** besteht aus 2 Keilen aus Quarz ⊥ zur Axe, deren erster rechts, der zweite links dreht. Lässt man linear polaris. Licht hindurch gehen an einer Stelle, wo beide Keile gleich dick sind, so ist der Kompensator wirkungslos, da der eine Keil eben so viel rechts dreht, wie der andere links. Verschiebt man aber den einen Keil, so dass er an der Durchgangsstelle dicker wird, so überwiegt sein Einfluss. Kennt man die der Verschiebung entsprechende Dicken-Zunahme, so kann man beliebige Drehungen zufügen oder zurück nehmen. Der Apparat wird daher benutzt, um die Drehung der Polarisations-Ebene zu messen.

Der Quarz besitzt die Fähigkeit der Drehung nur in Richtung der Axe; sonst verhält er sich wie ein gewöhnlicher einaxiger Kristall. Es giebt noch andere Kristalle mit derselben Fähigkeit, z. B. Zinnober, Benzil, welches sogar 15 mal stärker dreht als Quarz. Manche Substanzen die im regulären System kristallisiren, also keine optische Axe besitzen, z. B. chlorsaures und bromsaures Natron, essigsaures Uranylnatron, drehen ebenfalls und zwar beim Durchgang in allen Richtungen.

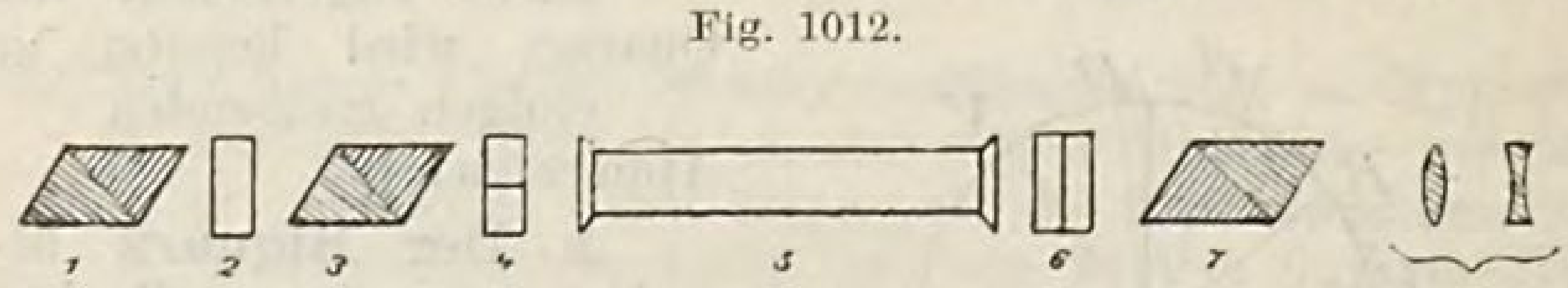
Von den einaxigen Kristallen ist noch schwefels. Strychnin zu nennen, welches die Fähigkeit zu drehen auch in Lösung behält, und somit zu den drehenden Flüssigkeiten hinüber leitet.

Von Flüssigkeiten giebt es eine grosse Anzahl, die Drehvermögen besitzen: Lösungen von Rohrzucker, Dextrin, Kampfer, Zitronenöl, Terpentinöl, Weinsäure, weinsauren Salzen u. s. w. Auch Dämpfe drehen, z. B. Terpentinöl und Kampfer. Bei allen diesen Substanzen ist die Drehung sehr gering im Vergleich zu Quarz. Die Gesetze bleiben dieselben, wie für den Quarz; nur dass neben der Dicke der Schicht ihr Gehalt an drehender Substanz, ihre Konzentration, zu berücksichtigen ist. — Die Substanzen drehen theils rechts, theils links, oder auch beides. So hat man 2 isomere Arten von Weinsäure, deren eine rechts, die andere links dreht; jede bildet Salze, die dann auch r. und l. drehen. Auch können beide Weinsäuren gemischt vorkommen; sie bilden dann die isomere Traubensäure, die nicht dreht, inaktiv ist. Auf diese Verhältnisse, die theoret. sehr interessant und wichtig sind, können wir hier nicht eingehen.

o. Saccharimetrie.

Von besonderer praktischer Wichtigkeit ist die Drehung der Zuckerlösungen geworden, da dadurch leicht der Gehalt einer Lösung bestimmt werden kann. Es sind daher verschiedene Apparate für diesen Zweck konstruirt worden, die sehr genau die Grösse der Drehung durch eine Schicht von gegebener Länge messen und dadurch den Zuckergehalt berechnen lassen. Das älteste Instrument ist das Saccharimeter von Soleil, dessen Konstruktion in Fig. 1012 angegeben ist.

Fig. 1012.



3 ist ein Nikol'sches Prisma, welches das einfallende Licht polaris.; darauf folgt in 4 ein Biquarz, in 6 ein Rotations-Kompensator, in 7 ein analysirendes Nikol, in 8 ein kleines Fernrohr. 6 wird auf 0 eingestellt, so dass es keine Drehung bewirkt, dann 7 so gestellt, dass beide Hälften des Biquarzes 4 in gleicher Farbe erscheinen; dann steht 7 parallel 3. Nun wird die mit der Zuckerlösung gefüllte, an den Enden durch Glasplatten geschlossene Röhre 5 eingelegt; sie dreht das Licht, die Hälften des Biquarzes erscheinen verschieden gefärbt. Durch Verschieben des Kompensat. 6 stellt man wieder gleiche Farbe her und indem man die dazu nöthige Verschiebung abliest, kennt man die Grösse der Drehung und damit den Zuckergehalt. 1 ist ein Nikol, 2 eine

Quarzplatte; diese Theile haben nur den Zweck, dem einfallenden Licht eine beliebige Farbe zu geben.

Ganz ähnlich ist das Polaristrobometer von Wild konstruirt. An Stelle des Biquarzes ist eine Savart'sche Interferenz-Platte gebracht, welche das Auftreten von Interferenz-Streifen bewirkt, sobald 7 mit 3 Winkel von 0°, 90°, 180°, 270° bildet, während bei 45°, 135° u. s. w. die Streifen verschwinden. Man stellt zuerst auf Streifenlosigkeit ein, legt die Zuckerröhre ein, und dreht das Nikol, bis die Streifen wieder verschwinden Mit diesem Instrument lässt sich der Drehungswinkel 10 mal genauer bestimmen, als mit dem Soleil'schen.

In neuerer Zeit hat man noch empfindlichere Instrumente hergestellt, die sogen. Halbschatten-Apparate, deren Konstruktion wir aber übergehen müssen.

p. Polarisations-Photometer.

Bevor wir die doppelte Brechung verlassen, wollen wir noch ihre Benutzung zu photometr. Zwecken angeben. Wie wir S. 953 ff. bei Besprechung der ältern Photometer sahen, beruht die Helligkeits-Vergleichung zweier Lichtquellen darauf, dass man von ihnen 2 benachbarte Flächen bescheinen lässt, und bewirkt, dass beide Flächen gleich hell erscheinen; das geschieht durch Verschieben der einen Lichtquelle. Nun können wir aber auf viel genauere Weise das eine Licht schwächen: sendet es polaris. Licht aus, so brauchen wir nur ein Nikol davor zu bringen. Fällt dessen Hauptschnitt mit der Schwingungsebene zusammen, so geht alles Licht durch; wird das Nikol um einen ∠ α gedreht, so geht nur ein Bruchtheil ($\cos^2\alpha$) durch. Wenn wir also das Licht beider Lichtquellen polaris., so können wir das stärkere leicht in bekanntem Maasse schwächen, bis es dem andern gleich ist. Darauf beruht das Wild'sche Photometer. Fig. 1013 giebt eine Skizze von dessen Einrichtung:

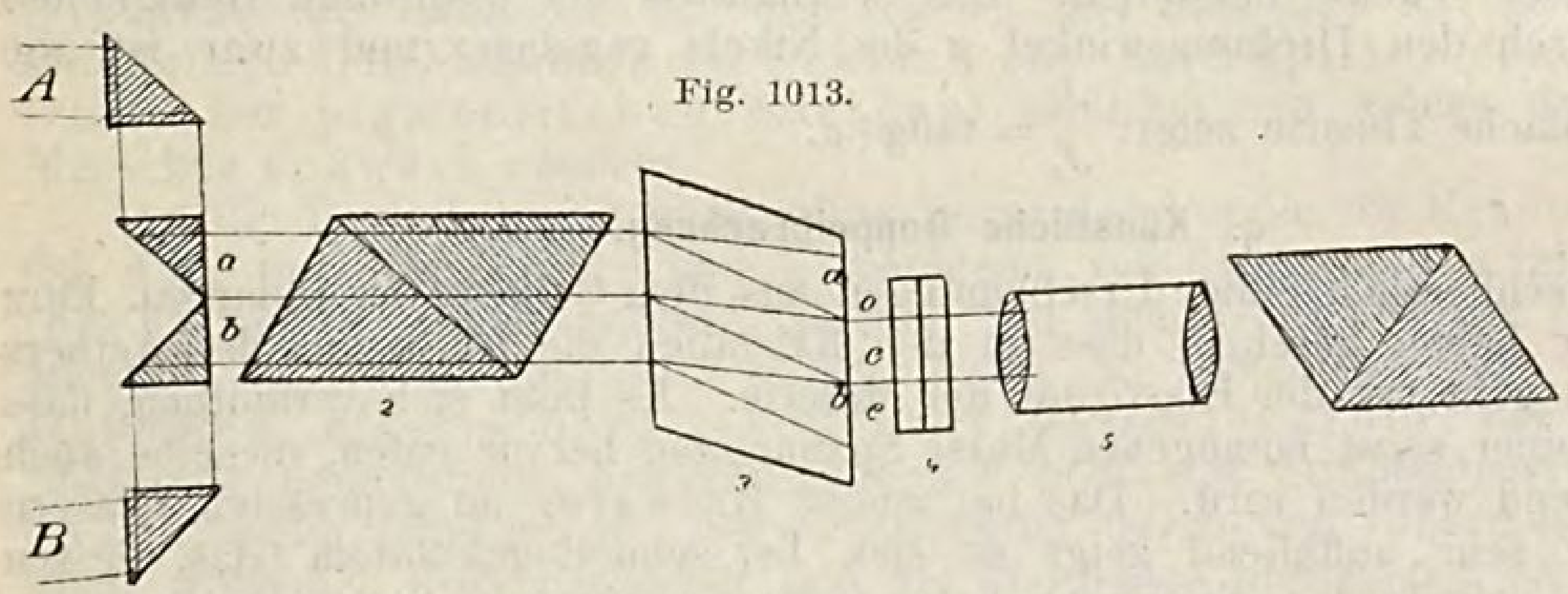


Fig. 1013.

Vorn in 1 befinden sich 4 total reflekt. Prismen, auf welche das Licht der beiden Quellen A und B fällt, und welche bewirken, dass es scheinbar von den beiden an einander stossenden Flächen a und b ausgeht. Die beiden Strahlenbündel gehen darauf durch das Nikol 2, welches von jedem nur die Hälfte linear polaris. durchlässt. Die beiden Bündel fallen darauf auf ein Kalkspath-Rhomboeder 3, wo jedes in einen ordin. und einen extraord. Strahl a_o, a_e, b_o, b_e zerfällt. Bildet der Hauptschnitt von 3 einen ∠ von 45° mit dem Hauptschnitt von 2, so ist $a_o = a_e$, $b_o = b_e$; sonst aber ist entweder $a_o > a_e$, $b_o > b_e$, oder umgekehrt. Bei passender Dicke von 3 fallen a_e und b_o in der Mitte des Gesichtsfeldes c über einander, so dass wir hier 2 ⊥ zu einander polaris. Bündel haben.

Ist $a_o = b_e$, so scheint daher von e natürl. Licht auszugehen; sind sie verschieden stark, so kann man durch Drehen von 2 entweder a_o oder b_e schwächen, bis sie gleich sind. Die Schwächung ergiebt sich aus dem Drehungswinkel, und daraus das ursprüngliche Verhältniss der Helligkeiten. Um genau zu erkennen, dass $a_o = b_e$ geworden, dass wir also in e natürl. Licht haben, ist in 4 eine Savart'sche Platte, in 5 ein Fernrohr, in 6 ein analysirendes Nikol angebracht. Sobald c noch eine Spur polaris. Lichtes aussendet, sieht man isochromat. Interferenz-Kurven, die verschwinden, sobald das beleuchtende Licht natürliches, also $a_o = b_e$ geworden ist.

Noch vollkommener ist das Glan'sche Photometer, welches nicht nur die Gesammt-Intens. zweier Flammen, sondern auch ihre Intens. in einzelnen Farben

zu vergleichen gestattet. In Fig. 1014 ist der Bau dieses Apparats skizzirt: In 1 befindet sich ein Spalt, dessen obere Hälfte durch ein total reflekt. Prisma bedeckt ist, welches das Licht der einen Flamme in den Apparat wirft, während das Licht der andern durch die freie Hälfte des Spalts direkt eintritt. Die beiden Bündel fallen auf eine doppelt brechende Substanz, z. B. ein Kalkspath-Rhomboeder 2, welches 2 über einander liegende Bilder, Fig. 1015 des Spalts giebt. Es stossen dabei in der Mitte ein ordin. Bild der untern Spalthälfte b und ein extraordin. der obern Hälfte a zusammen, die $\perp$ zu einander polarisirt sind. Die beiden Bündel o und e gehen nun durch ein Nikol 3. Steht dessen Hauptschnitt unter 45° gegen den Hauptschn. von 2, so geht von o und e je die Hälfte durch; durch Drehung von 3 aber kann o oder e nach dem Gesetz des cos. beliebig geschwächt und $b_o = a_e$ gemacht werden. Diese beiden Strahlen gehen durch ein Prisma *à vision directe*, 4, fallen dann in ein Fernrohr, 5, in dem man also 2 Spektra, gebildet von b_o und a_e über einander sieht. Durch 2 im Fernrohr angebrachte Schieber, 6, kann man jede Stelle des Spektrums abgrenzen und durch passende Drehung von 3 gleiche Helligkeit dieser Theile herstellen. Das Verhältniss der ursprüngl. Helligkeiten ist wieder durch den Drehungswinkel α des Nikols gegeben; und zwar ist, wie die höchst einfache Theorie zeigt: $\frac{J_1}{J_2} = \text{tang}^2\,\alpha$.

Fig. 1014.

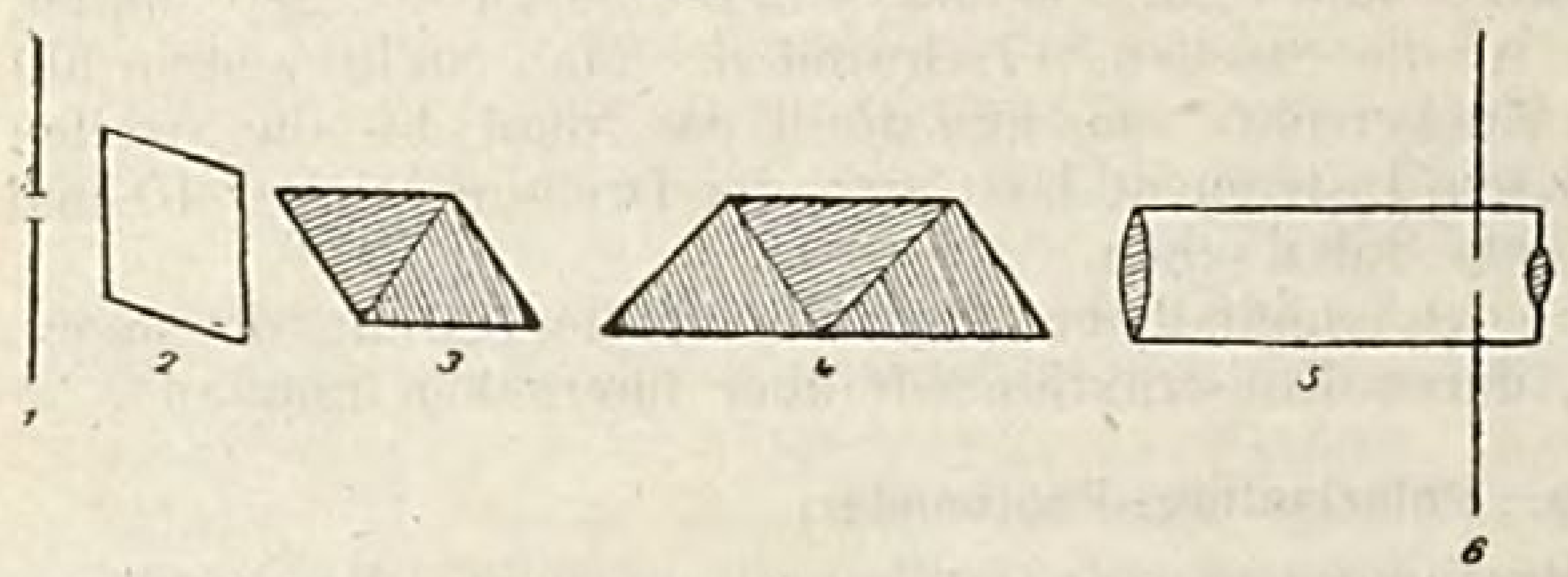
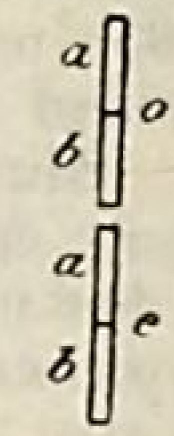


Fig. 1015.



q. Künstliche Doppelbrechung.

Es seien schliesslich einige Erscheinungen aus dem Gebiete der Polarisat. kurz erwähnt. Wir haben gesehen, dass in den Kristallen die Elastizität des Aethers Hand in Hand geht mit der Elastizität der Materie. Es lässt sich vermuthen, dass wenn wir in einer sonst homogenen Masse Spannungen hervor rufen, dieselbe auch doppelt brechend werden wird. Das hat zuerst Brewster an gepressten Gläsern nachgewiesen; sehr auffallend zeigt es sich bei schnell gekühltem Glas, dessen Schichten stets verschiedene Spannung haben; ebenso bei ungleichm. eintrocknenden Schichten von Gelatine u. dergl. Es besteht aber ein wesentlicher Unterschied zwischen dieser Doppelbrechung und der natürl.: Bei dieser ist der Betrag der Doppelbrechung an bestimmte Stellen geknüpft, bei der natürl. an bestimmte Richtungen. Verschiebt man daher eine schnell gekühlte Glasplatte im Polarisat.-Instrument, so verschiebt man die Interferenz-Figur, während bei einer Kristallplatte letztere unverändert bleibt.

r. Dichroismus.

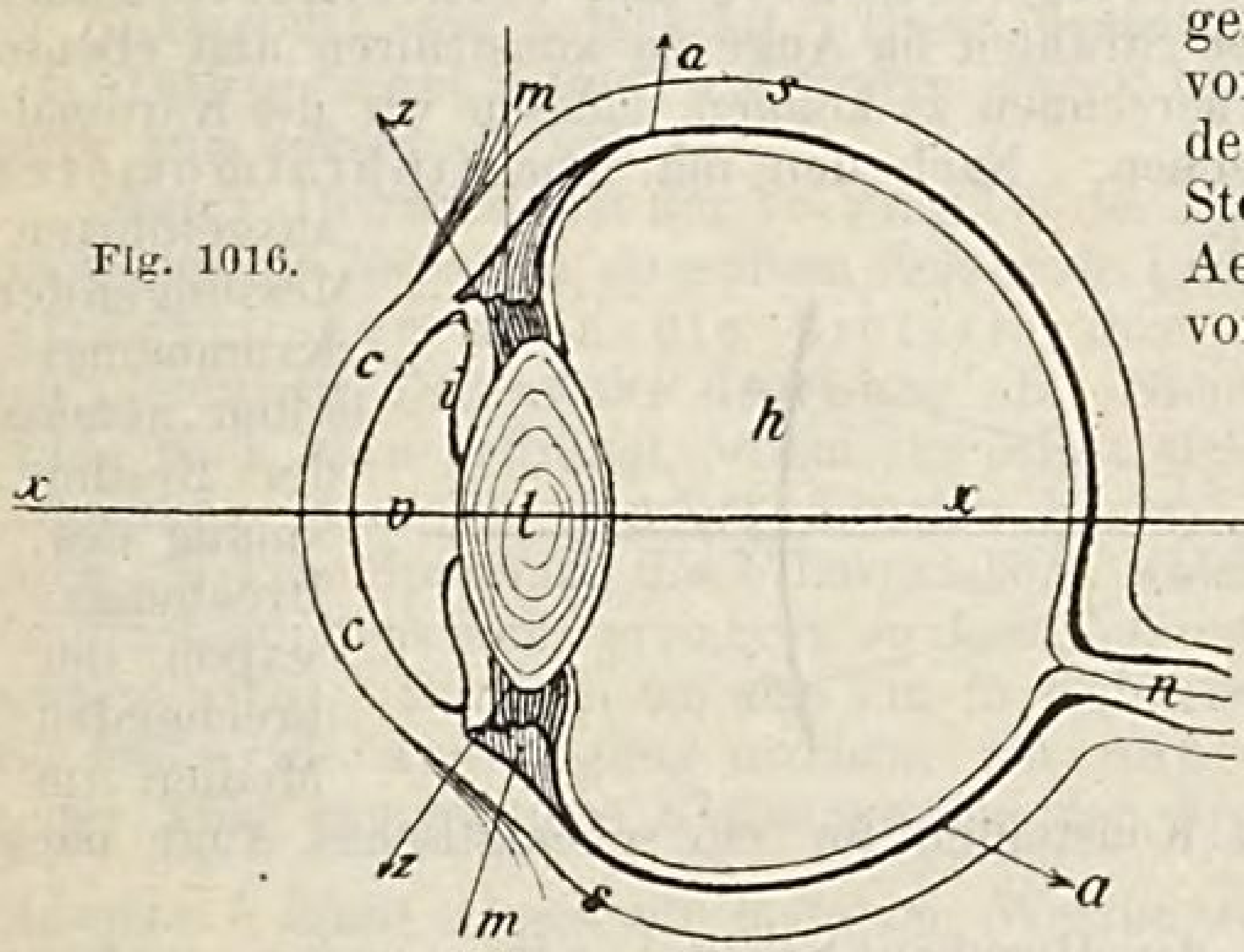
Wie der Durchgang des Lichts im ganzen durch einen Kristall von der wechselnden Elastizität beeinflusst ist, so hängt auch die Absorption von derselben ab. Von Strahlen, die mit verschiedener Schwingungs-Richtung durch den Kristall gehen, können verschiedene Mengen oder verschiedene Farben absorbirt werden. So haben wir schon erwähnt, dass vom Turmalin der ordin. Strahl sehr stark absorbirt wird, so dass dieser aus ziemlich dünnen Platten schon gar nicht mehr austritt, und wir daher Turmalinplatten zur Polarisat. des Lichts benutzen können, da allein der extraordin. Strahl austritt. Sehr viel häufiger kommt verschiedene Absorption der Farben vor; es erscheinen bei auffallendem weissen Licht der ordin. und extraordin. Strahl verschieden gefärbt, was man Dichroismus nennt. Bei einaxigen Kristallen haben wir 2 verschiedene Absorptionen: für Schwingungen parallel der Axe und für Schwingungen $\perp$ zur Axe. Bei zweiaxigen Kristallen haben wir 3 verschiedene Absorptionen für die nach den 3 Elastizitäts-Axen erfolgenden Schwingungen. Für Schwingungen nach einer mittlern Richtung tritt eine Mischfarbe auf.

XV. Physiologische Optik.

a. Das Auge als optischer Apparat.

Wie die camera obscura des Photographen, entwirft auch das Auge der Wirbelthiere und Menschen von den äussern Objekten reelle, verkehrte und verkleinerte Bilder. Das menschliche Auge liegt als rundlicher Körper, Augapfel genannt, in der Augenhöhle und wird von 6 Muskeln bewegt. Die camera des Auges wird aus 3 Hüllen gebildet. Stellt Fig. 1016 den horizontalen oder Aequatorschnitt des rechten Auges vor, so bedeutet *s* die äusserste Hülle, die Sehnenhaut oder Sclerotica. Dieses ist eine straffe, weisse, dicke Haut, welche vorn als das „Weisse" des Augapfels erscheint und nur im mittlern vordern und stärker gekrümmten Theile bei *c* als sogen. Hornhaut oder Cornea durchsichtig ist. Die auf die Sehnenhaut folgende 2. Hülle wird von der Aderhaut Chorioidea *a* gebildet, einer aus Blutgefässen bestehenden, mit zahllosen schwarzen Pigmentzellen übersäeten straffen Haut, welche vorn bei *i* in die regenbogenfarbige Iris übergeht und mit ihr durch die häutigen Falten, die Ciliarfortsätze *m*, verbunden ist. Die Iris ist fast eben und hat in der Mitte eine kreisförmige Durchbohrung, das Sehloch oder die Pupille, durch die man das Dunkel der pigmentischen Aderhaut erblickt, und welche darum bei allen Menschen schwarz aussieht.

Fig. 1016.



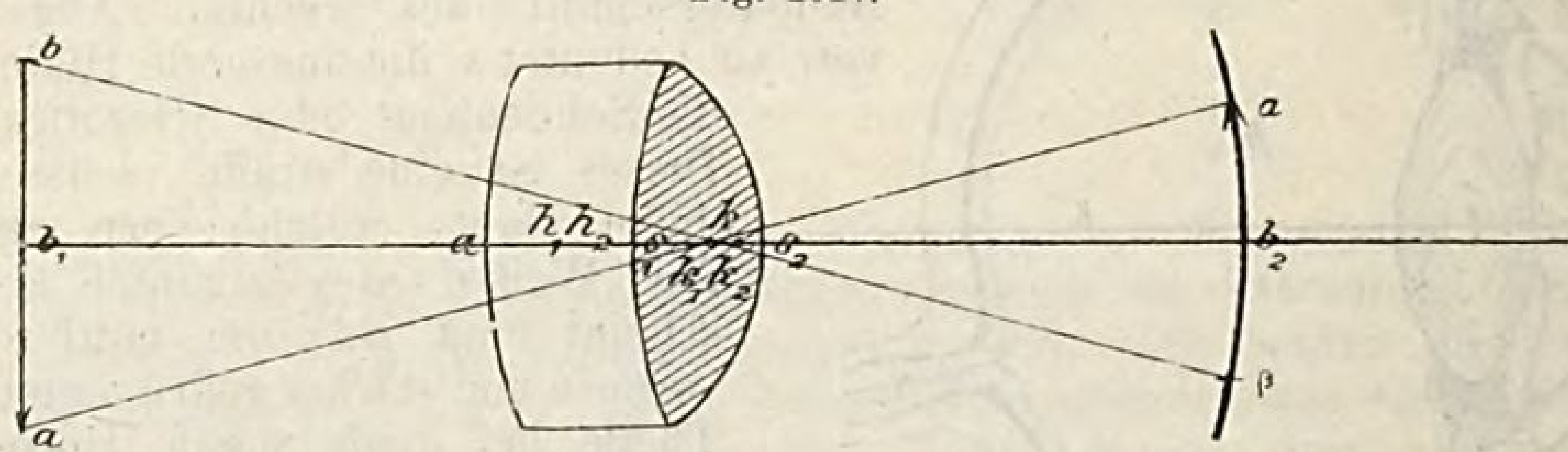
An die Iris lehnt sich unmittelbar hinter der Pupille die Kristalllinse *l* an, das Auge in 2 Kammern, *v* und *h*, scheidend, von denen erstere mit der Augenfeuchtigkeit (humor aqueus), letztere mit dem Glaskörper (humor vitreus) angefüllt ist. Was die Linse selbst betrifft, so besteht sie aus einem durchsichtigen, elastischen, bikonvexen Gallertekörper, der durch ein ihn ringförmig umgebendes, halskrausenähnlich gefaltetes Strahlenband (zonula zenii) bei *z* ringsum befestigt ist, dessen Spannung durch den Ciliarmuskel *m* bewirkt wird. Zwischen dem Glaskörper und der Chorioidea breitet sich als innerste Hülle des Augapfels die Netzhaut aus, in der sich die Fasern des bei *n* eintretenden Sehnerven verzweigen. So ausserordentlich dünn die Netzhaut auch ist, zerfällt sie doch in viele einzelne Schichten, von denen die wichtigste die zunächst der Aderhaut gelegene Schicht der Stäbchen und Zapfen ist. Jedes Zäpfchen ist durch eine besondere Nervenfaser (die Müller'schen Fasern) durch die mittlern Netzhautschichten (Körnerschichten) hindurch mit den Fasern des auf der innersten Netzhautschicht ausgebreiteten Sehnerven verbunden. Dass die Stäbe und Zapfen die eigentlich lichtempfindlichen Elemente sind, deren Erregung also durch eine Lichteinwirkung veranlasst wird, geht aus Folgendem hervor:

Wollen wir einen Punkt deutlich sehen, so fixiren wir ihn, d. h. wir entwerfen von ihm ein Bild an der Stelle des deutlichsten Sehens, nämlich da, wo die optische Axe *xx* des Auges die Netzhaut schneidet. Wegen ihrer gelben Farbe heisst diese Stelle der gelbe Fleck (macula lutea); während nun hier, und besonders in seiner Vertiefung, der sogen. Netzhautgrube, die Retina-Elemente auf die Zapfen reduzirt sind und letztere am zahlreichsten und engsten stehen, fehlen die Zapfen ganz an der Eintrittsstelle *n* des Sehnerven, wo überhaupt keine Lichtempfindung sich geltend macht. Dieser von Mariotte zuerst entdeckte sogen. blinde Fleck ist ziemlich gross; er hat etwa 6° horizontale und 8° vertikale Ausdehnung und liegt ca. 12° vom Fixationspunkte. oder der Netzhautgrube nach der Nasenseite zu. Uebrigens nimmt von der Netzhautgrube nach allen Seiten ringsum mit der Zahl der Zapfen auch die Grösse der Deutlichkeit des Sehens ab.

α. Gang der Lichtstrahlen im Auge.

Die stark gewölbte Hornhaut, die Augenfeuchtigkeit und die Kristalllinse des Auges wirken nach den von Listing, v. Helmholtz und Andern angestellten Messungen wie ein bikonvexes, brechendes System. Alle von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen werden also wieder in einem Bildpunkte vereinigt und so entstehen reelle, verkehrte und verkleinerte Bilder auf der Netzhaut. Um den Gang der Strahlen im Auge zu konstruiren und ebenso Lage und Grösse der Netzhautbilder berechnen zu können, müssen wir die Kardinalpunkte des brechenden Systems kennen. Nach den mit dem Ophtalmometer ausgeführten Messungen der Krümmungshalbm., gemäss der Bestimmung des Brechungsexpon. der brechenden Medien im Auge berechnen sich die optischen Konstanten für ein schematisches Auge nach Listing wie folgt:

Fig. 1017.



Es ist, wenn mit a, Fig. 1017, der Hornhaut-Scheitel, mit s_1 und s_2 vorderer und hinterer Linsenscheitel, mit h_1 und h_2, bezw. k_1 und k_2, bezw. b_1 und b_2 1. und 2. Haupt- bezw. Knoten- bezw. Brennpunkt bezeichnet wird: $ab_1 = 12{,}8326^{mm}$; $ab_2 = 22{,}647^{mm}$; $ah_1 = 2{,}1746^{mm}$; $ah_2 = 2{,}5724^{mm}$, also: $h_1h_2 = 0{,}3978^{mm}$. Ferner wird: $ak_1 = 7{,}242^{mm}$; $ak_2 = 7{,}6398^{mm}$, so dass die Hauptbrennweiten sind: $bh_1 = 15{,}0072^{mm}$ und $b_2h_2 = 20{,}0746^{mm}$.

Lassen wir die beiden Knotenpunkte zusammen fallen in k, wo $kb_2 =$ ca. 15^{mm}, so finden wir den Ort α des Bildes von einem beliebig gelegenen Lichtpunkt a, indem wir die Verbindungslinie ak bis zur Netzhaut verlängern. Damit alle von a ausgehenden Strahlen wirklich in einem Punkte α vereinigt werden, ist es nöthig, dass ihre Divergenz eine geringe sei. Dies wird nun dadurch erreicht, dass man die Pupille verengen und somit nur Zentralstrahlen eintreten lassen kann. Die Pupille vertritt also gleichsam die verschieden grossen Blenden eines photograph. Objektivs. Den Winkel ($akb = \alpha k \beta$), welchen die Hauptstrahlen (ak und bk) der entferntesten Punkte a und b eines Objekts ab einschliessen, nennt man den Seh- oder Gesichtswinkel des Objekts, während man unter Gesichtsfeld den Winkel der äussersten überhaupt gleichzeitig sichtbaren Gegenstände versteht. Derselbe beträgt für jedes Auge 160° von rechts nach links und 120° von oben nach unten, für beide Augen aber mehr denn 180° in horizontaler Ausdehnung.

β. Akkomodation des Auges.

Die Theorie der Konvexlinsen, S. 974 ff., liefert das Resultat, dass die Bildweite b mit der Entfernung g des Gegenstandes variirt. Wenn f die Brennweite der Linse bedeutet, so ist das Gesetz dieser korrespondirenden Veränderung $b = \frac{gf}{g-f}$, so dass für die Abnahme der Gegenstandsweite g von ∞ bis $2f$ die Bildweite b von f bis $2f$ wächst. Um also innerhalb obiger Intervalle mit einer camera deutliche Bilder zu erhalten, muss man den Abstand der matten Scheibe von $b = f$ bis $b = 2f$ variiren können.

Anders verhält es sich beim Auge. Trotzdem die Entfernung der Netzhaut von der vordern Augenfläche, und somit auch die Bildweite b eine konstante ist, können nicht nur Gegenstände in der diesem b zukommenden Entfernung g sondern (innerhalb gewisser Grenzen) beliebig weit liegende Objekte deutlich gesehen werden. Diese Fähigkeit des Auges, sich auf belieb. Entfernung „einzustellen", nennt man sein Akkomodations-Vermögen. Der Mechanismus der Akkomodat. war seit Keppler eines der grössten Räthsel der Augenkunde, und es bedurfte der feinsten und schärfsten Beobachtung und genauer, schwieriger Experimente, um seine Lösung zu finden. Sanson, einem englischen Augenarzte, gebührt das

Verdienst, die nach ihm benannten Reflexbilder einer hellen Flamme an den beiden Linsenflächen der Augenlinse entdekt zu haben, während v. Langenbeck eine Grössenänderung derselben bei verschiedener Akkomodat. des Auges bemerkte. Es bedurfte also nur noch genauer Untersuchungen mit dazu geeigneten Hilfsmitteln, um alle die mit der Akkomodat. verbundenen Variationen der Sanson'schen Bilder und der Krümmung der Linsenflächen fest zu stellen, und der Mechanismus der Akkomodat. war aufgeklärt. Diese Messungen führten Cramer und vor allem v. Helmholtz mit seinem zu diesem Zweck konstruirten vortrefflichen Ophthalmometer aufs genaueste aus.

Nach v. Helmholtz ist der Vorgang bei der Akkomodat. folgender: Stellt ein Auge von ∞ auf die Nähe ein, so wölben sich beide Linsenflächen, und zwar die vordere beträchtlicher denn die hintere; ihre Krümmungshalbm. werden kleiner, also nimmt die Brennweite der Linse ab. Gleichzeitig wird die Pupille an ihrem Rande nach vorn gedrängt, wobei sie selbst sich verengert, während die Hornhaut-Krümmung ganz unverändert dieselbe bleibt. Die Wölbung der Linse geschieht durch stärkere Spannung des Ciliarmuskels, welche bewirkt, dass die Spannung des Strahlenblättchens sich verringert, so dass sich die Linse infolge ihrer Elastizität zusammen zieht. Darnach ist also ein in Ruhe befindliches Auge auf ∞ akkomodirt und muss eine Anstrengung machen, um nahe Gegenstände zu erkennen. Dass in der That ein geringes Kleinerwerden der Brennweite genügt, um die konstante Bildweite b eines Auges für beliebige Werthe von g der Gleichg.: $b = \frac{gf}{g-f}$ genügen zu lassen, ergiebt ein Zahlenbeispiel.

Damit für $g = \infty$ und $g = 125^{mm}$ b denselben konstanten Werth 20^{mm} behält, muss sich f von 20 zu $17{,}17^{mm}$ verringern.

γ. Deutliche Sehweite.

Durch das Akkomodat.-Vermögen sind wir zwar im Stande, verschieden weit entfernte Gegenstände zu fixiren, nicht aber dieselben gleichzeitig deutlich zu sehen. Dies zeigt sehr schlagend der Scheiner'sche Versuch. Erblickt man durch 2 sehr nahe (ca. 3^{mm}) stehende Oeffnungen eines Kartenblattes eine ⊥ zur Verbindungslinie der Löcher stehende Nadel einfach und deutlich, so erscheint sie verschwommen und doppelt, wenn man sowohl auf einen nähern als auf einen entferntern Punkt akkomod. Sobald also die Nadel fixirt ist, vereinigen sich die durch die getrennten Löcher gehenden Strahlen gerade auf der Netzhaut, schneiden sich jedoch vor oder erst hinter derselben, je nachdem ein näherer oder entfernterer Punkt fixirt wird.

Aber auch nach einander kann man das Auge nicht auf alle möglichen Entfernungen akkomodiren. Denn bringt man bei fortwährender Fixirung der Nadel dieselbe dem Auge näher und näher, so wird bald eine Grenze erreicht, von welcher an bei noch grösserer Annäherung die Nadel ebenfalls doppelt und verschwommen gesehen wird; dieser Grenzpunkt heisst der Nahepunkt des Auges. Ihm entspricht ein sogen. Fernpunkt, der die Entfernung angiebt, bis zu welcher ein Auge noch Gegenstände deutlich sehen kann. Liegt bei einem normalen Auge der Fernpunkt im Unendlichen und der Nahepunkt in ca. 12^{cm} Entfernung, so wechselt die Entfernung beider für die verschiedenen Augen. Die Strecke vom Nahe- bis zum Fernpunkt eines Auges bezeichnet man als sein Akkomod.-Gebiet. Innerhalb desselben liegt stets ein Punkt, welcher dadurch definirt ist, dass das Auge seine halbe disponible Akkomod.-Kraft braucht um sich auf ihn einzustellen; seine Entfernung vom Auge heisst die mittlere deutliche Sehweite.

Zu dem Begriff der disponiblen Akkomod.-Kraft gelangt man wie folgt: Wir setzen die Akkomodat.-Spannung, die im Fernpunkt = 0 im Nahepunkt aber am grössten ist, umgekehrt proport. der Entfernung, auf welche eingestellt werden soll. Ist letztere e, der Fernpunkt aber um f entfernt, so ist, um von f auf e zu akkomodiren, der dazu nöthige Akkomodat.-Aufwand: $A_e = \frac{1}{e} - \frac{1}{f}$, d. h. $= 0$ für $e = f$. Sei nun n die Entfernung des Nahepunktes, so wird A_n der Aufwand, um von f auf n einzustellen: $A_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{f}$ also, da $A_f = 0$ ist, stellt

$A = A_n - A_f = \frac{1}{n} - \frac{1}{f}$ die ganze disponible Akkomodat.-Kraft dar. Darnach ergiebt sich für die oben definirte mittlere deutliche Sehweite m eines Auges die Gleichg.: $\frac{1}{m} - \frac{1}{f} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{f}\right)$ woraus: $m = \frac{2nf}{n+f}$ folgt.

Für ein normalsichtiges Auge wird $f = \infty$ und $n = 125^{mm}$ angenommen, so dass die normale mittlere Sehweite $m = 250^{mm}$ zu setzen ist. Kennt man n und f, so kann man m berechnen; erstere Werthe ergeben sich aber leicht mittels des oben beschriebenen Scheiner'schen Versuchs.

δ. Anormalsichtige Augen (Kurzsichtigkeit, Fernsichtigkeit, Brillen).

Je nach der Grösse der mittlern deutlichen Sehweite m theilt man die Augen ein in 3 Klassen: 1. die emmetropischen oder normalsichtigen, deren Fernpunkt im Unendlichen liegt und für welche darum $m = 250^{mm}$ ist; 2. die myopischen oder hypometropischen, d. h. die kurzsichtigen Augen, für welche $m < 250^{mm}$ ist, so dass die Bilder entfernterer Objekte schon vor der Netzhaut entstehen, und 3. die hypermetropischen oder fernsichtigen Augen, bei denen $m > 250^{mm}$ ist und die Retina zu nahe der Linse liegt, so dass nahe Gegenstände ihre Bilder hinter der Netzhaut entwerfen.

Um diese Anomalien aufzuheben, wendet man Konkav- bezw. Konvexlinsen an, welche bewirken sollen, dass ein in $m = 25^{cm}$ vom Auge entferntes Objekt, dem Auge in seiner normalen mittlern deutlichen Sehweite μ liegend erscheint. Die Brennweite φ, die Art der anzuwendenden Linsen, ergiebt sich aus: $\frac{1}{\varphi} = \frac{1}{m} - \frac{1}{\mu}$.

In der That gilt sukzessive, wenn f die Brennweite des Auges, b der Abstand der Netzhaut und F die Brennweite des kombin. Linsensystems (φ und f) ist: $\frac{1}{\mu} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$; $\frac{1}{m} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$ und: $\frac{1}{\varphi} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$, woraus dann obige Gleichg. sich ergiebt. Beim kurzsichtigen Auge, wo $\mu < m$, wird demnach φ negativ, die korrigirende Linse also eine Zerstreuungs- oder Konkavlinse sein müssen, während beim fernsichtigen Auge $\mu = m$ und daher φ positiv ist, d. h. eine Konvex- oder Sammellinse genommen werden muss. Für $\mu = 5^{cm}$ wird $\varphi = -6{,}25^{cm}$; letztere Zahl giebt die Nummer der Brille an und man sagt z. B.: Myopie $\frac{1}{6}$. Uebrigens ist zu erwähnen, dass die Sammellinsen die Sehschärfe, wenn auch nur unbedeutend, vergrössern, die Zerstreuungsgläser oder Konkavbrillen dieselbe vermindern.

ε. Das Auge verglichen mit künstlichen optischen Apparaten.

Als ein Haugtvorzug unseres Auges ist sein grosses Gesichtsfeld zu betrachten; zumal gilt dies wenn man bedenkt, dass dasjenige der künstlichen Apparate namentlich bei starker Vergrösserung meist sehr klein ist. Während aber letztere Bilder geben, die in ihrer ganzen Ausdehnung scharf sind, liefert das Auge nur an der Netzhautgrube deutliche Bilder. Im ganzen Gesichtsfelde ist also nur der dem gelben Fleck entsprechende Theil scharf, d. h. ein unter 1° Gesichtswinkel gesehenes Flächenstückchen.

Wenn wir uns dieser mangelhaften Zeichnung des übrigen nicht fixirten, d. h. indirekt gesehenen Theils des Sehfeldes nicht bewusst werden, so liegt dies an der grossen Beweglichkeit unseres Auges, welche erlaubt, schnell nach einander alle Theile des Sehfeldes zu fixiren und auf der Netzhautgrube abzubilden. Dies ist auch der Grund, weswegen die dem „blinden Fleck" entsprechende grosse Lücke im Gesichtsfeld gar nicht bemerkt wird, weil wir dass, was wir deutlich sehen wollen, auch immer fixiren. Ebenso wenig bemerken wir die Lücken im Gesichtsfelde, welche dadurch entstehen, dass die auf der innersten Schicht der Retina liegenden Gefässstämme Schatten werfen auf die hinter ihnen liegende lichtempfindliche Netzhautschicht. Dadurch können alle die linienförmigen Objekte nicht gesehen werden, welche ihre Bilder gerade an der Stelle dieser Schatten entwerfen würden. Aber auch in der Aufhebung der chromat. und sphär. Ab-

weichungen ist die Technik der Natur bei weitem überlegen. Wiewohl durch die ellipsoidische Form der Hornhaut und die Dichtenabnahme der Linse nach dem Rande zu, auch die Brechung nach dem Rande zu schwächer ist, so wäre doch bei der geringen Brennweite der 9 mm im Durchm. grossen Linse die sphär. Abweichung eine sehr beträchtliche, wenn nicht bei sehr divergenten Strahlen die Pupille verengt werden könnte.

Was die Chromasie des Auges anlangt, so ist diese so gross, dass ein für rothes Licht auf ∞ eingestelltes Auge im violetten Licht nur eine Sehweite von 0,7 m hat.

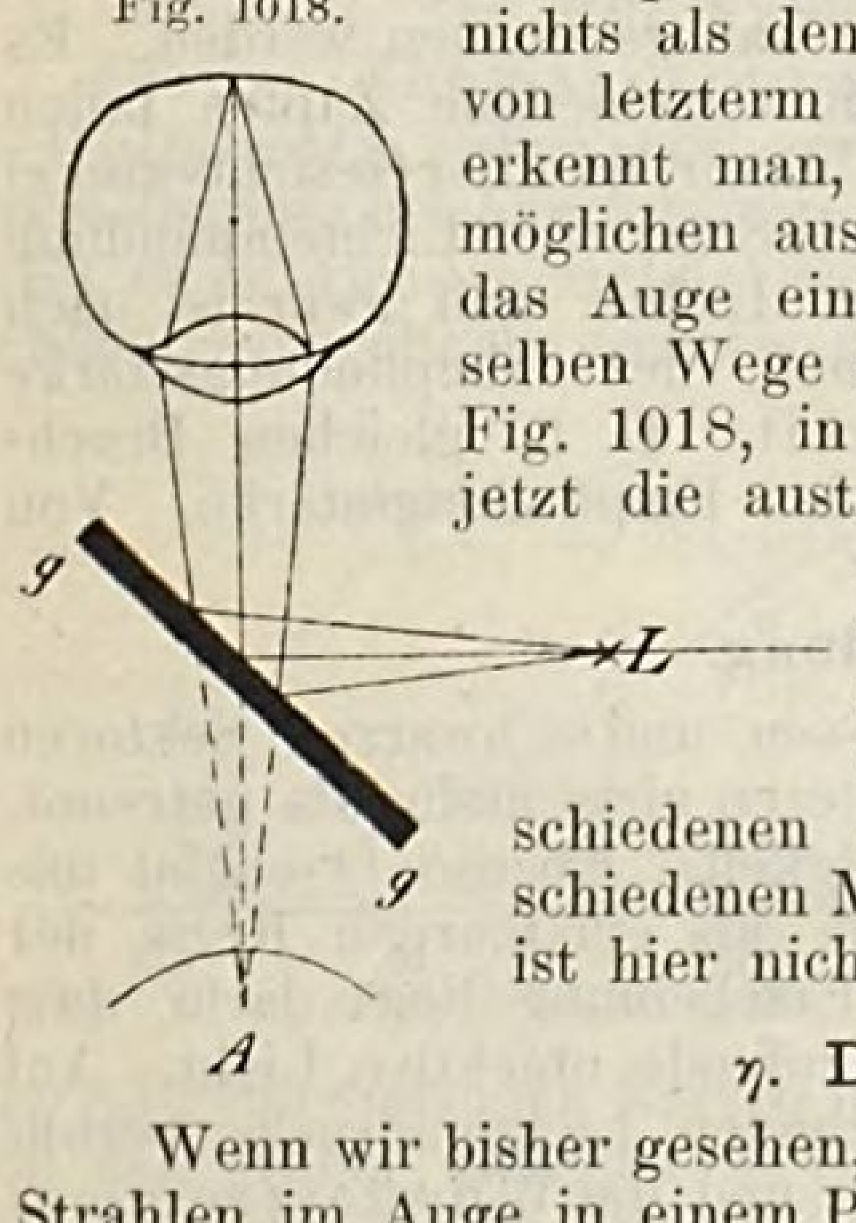
Neben diesen Fehlern weist das Auge einen noch grössern auf, der bei guten Instrumenten ganz vermieden werden kann, nämlich den Astigmatismus. Darunter versteht man die Abweichung der Hornhaut von der Kugelgestalt und die schlechte Zentrirung derselben mit der Kristalllinse. Die Folge davon ist, dass die durch die Augenaxe gelegten Meridianebenen des Augenobjektivs verschiedene Brennweiten haben. Gewöhnlich kommt dem Horizontalschnitt die kleinste, dem Vertikalschnitt die grösste Brennweite zu, so dass eine horizontale Linie in grösserer Entfernung deutlicher gesehen wird, als eine vertikale. Macht sich der Astigmatismus unangenehm bemerkbar, so korrigirt man ihn mittels zylindrischer Brillengläser. Denn stellt man die Axe der zylindr. Fläche parallel dem vertikalen Meridian-Schnitt grösster Brennweite, so sieht man horizontale Linien wie durch eine planparallele Platte, während die von vertikalen Linien kommenden Strahlenbüschel konvergenter gemacht werden, so dass bei passender Wahl des Glases alle Meridianschnitte dieselbe kürzeste Brennweite erhalten, wie der Horizontalschnitt.

Schliesslich sei noch erwähnt, dass die aus faserigem Gewebe bestehende Kristalllinse sowohl diffuses Licht aussendet, als auch bei blauem Licht die Erscheinung der Fluoressenz zeigt; ferner dass die in ihr enthaltenen Faserzüge und Trübungen durch ihre Schatten die sogen. entoptischen Objekte hervor rufen. Man sieht dieselben, indem man durch eine feine Oeffnung zum hellen Himmel aufblickt. Dann treten gleichzeitig bewegliche dunkle Pünktchen im Gesichtsfelde auf, fliegende Mücken genannt, welche verursacht werden durch die Schatten der im Glaskörper schwimmenden Fäserchen.

ξ. Der Augenspiegel.

Erst durch v. Helmholtz Erfindung des Augenspiegels war es möglich, die intraokularen Theile des lebenden Auges zu untersuchen. Blickt man durch die Pupille ins Innere eines beleuchteten Auges, so sieht man weiter nichts als den schwarzen Augenhintergrund, als ob gar kein Licht von letzterm reflekt. würde. Dass es aber dennoch der Fall ist, erkennt man, wenn man das Auge irgend wie in den Gang der möglichen austretenden Strahlen bringt. Da nun alle vom Licht in das Auge eintretenden Strahlen, wenn überhaupt, auf ganz demselben Wege austreten, so brachte v. Helmholtz eine Glasplatte g, Fig. 1018, in den Gang der von L kommenden Strahlen, so dass jetzt die austretenden Strahlen durch g nach dem beobachtenden Auge A gelangen konnten. In der That sieht man so die beleuchtete Netzhaut, von der man mittels zwischen gg und A gesetzter Linsen ein vergrössertes virtuelles Bild entwerfen kann. Auf die zu verschiedenen Zwecken konstruirten Augenspiegel und die verschiedenen Methoden vom Augenhintergrund ein Bild zu erzeugen, ist hier nicht einzugehen.

Fig. 1018.



η. Die Gesichts-Empfindung.

Wenn wir bisher gesehen, dass alle von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen im Auge in einem Punkte der Netzhaut vereinigt werden und daselbst nur einige Nervenfasern, nicht aber deren Nachbarn in Erregung versetzen, so ist damit noch keineswegs erklärt, in wiefern wir das Licht empfinden und die äussern Dinge wahrnehmen. Denn wiewohl von letztern ein Bild auf der Netzhaut hervor gerufen wird, so verstehen wir nicht, dieses Bild gleichsam abzulesen, sondern die von den Lichtstrahlen getroffenen Nerven pflanzen diesen Zustand der Erregung oder Reizung bis zum Gehirn fort, wo wir dieselben mit einander

zu Vorstellungen verknüpfen. In der That hört jede Empfindung irgend welcher Art auf, wenn wir den leitenden Nerven zum Gehirn durchschneiden. Unsere Anschauung eines räumlich ausgedehnten Objekts kommt auch erst durch die Verschmelzung der Eindrücke beider Augen im Gehirn zu Stande. Da nun alle Nervenfäden des Körpers von gleicher Beschaffenheit sind, und ihre Erregung in derselben Veränderung besteht, mögen sie dem Geruch oder dem Geschmack, dem Lichte, Gefühl oder Schall dienen, so kann die Verschiedenheit, welche die Erregung verschiedener Nervenstämme zeigt, nur von der Verschiedenheit der Organe abhängen, auf welche der gereizte Nerv seine Erregung überträgt.

Johannes Müller, der grosse Physiolog des Anfangs dieses Jahrhunderts war es, der zuerst aussprach, dass die sonst gleichen Nerven doch von einander abweichende aber jedesmal ganz bestimmte Wirkungen von stets derselben Art hervor brächten. Nach seiner Lehre, der sogen. Lehre von den spezifischen Sinnes-Energieen, giebt es, entsprechend den 5 Sinnen, auch 5 ganz verschieden empfindende Nerven, deren Erregung, sei es durch einen elektr. Schlag, sei es durch Verbrennung oder Durchschneidung derselben, die Empfindung des Geruchs, Geschmacks, Gefühls, des Lichts und des Schalls hervor bringt, je nachdem der erregte Nerv ein Geruchs-, Geschmacks-, Gefühls, ein Licht empfindender oder Schall empfindender Nerv ist. Wie irrthümlich es ist, Lichtempfindung mit wirklich vorhandenem Licht zu verbinden, beweist, dass ein Druck auf den Augapfel, Andrang des Blutes nach dem Auge etc., starke Lichtempfindungen hervor ruft, selbst wenn ringsum alles dunkel und das Auge geschlossen ist.

ϑ. Art, Schärfe und Stärke der Lichtempfindung.

Wie aus der grössten Deutlichkeit des Sehens auf dem gelben Fleck, der geringsten auf dem blinden Fleck, und ferner aus dem Wahrnehmen der Schatten der Netzhautgefässe hervor geht, sind die Zapfen und Stäbchen die lichtempfindliche Schicht der Netzhaut. Da jeder Zapfen nur eine Lichtempfindung hervor bringt, so muss das Bild eines Objekts die ganze Fläche des Zapfens einnehmen, damit das Objekt noch gesehen wird. Hieraus ergiebt sich der Gesichtswinkel des kleinsten sichtbaren Objekts zu ca. 30″. Nur wenn die Helligkeit des Gegenstandes von der seiner Umgebung sehr abweicht, kann er selbst bei 1″ Gesichtswinkel gesehen werden. Darunter gehört z. B. ein feines Haar auf dunklem Papier etc.

Die Grösse der lichtempfindlichen Zapfen bestimmt gleichzeitig den Abstand, bei welchem 2 leuchtende Punkte noch als getrennte wahrgenommen werden. Es ist dies nämlich erst der Fall, sobald ihre Bilder auf verschiedene Zapfen fallen oder wenigstens nicht gleichzeitig auf einen; daraus geht hervor, dass der Gesichtswinkel der Lichtpunkte wenigstens 30″ betragen muss. Was die Stärke der Lichtempfindung betrifft, so hängt diese ab von der Helligkeit des Lichts; und zwar ist nach Fechner's psycho-physischem Gesetz die Zunahme der Empfindungsstärke proportional dem Logarithmus der Helligkeit. D. h. gleichen Bruchtheilen der Helligkeit entspricht gleiche Zunahme der Empfindungsstärke. Von den Farben erregt gelb die grösste Lichtempfindung.

ι. Dauer der Lichtempfindung.

Dreht man eine Scheibe mit abwechselnd weissen und schwarzen Sektoren immer schneller und schneller, so erkennt man die Sektoren nicht mehr als getrennt, sondern die Scheibe zeigt eine gleichmässige Helligkeit. Ebenso erscheint uns eine im Kreise schnell umgedrehte glühende Kohle als ein feuriger Kreis, der Blitz als eine leuchtende Linie. Der Grund dieser Erscheinung liegt darin, dass die Lichtwirkung länger andauert als das sie hervor rufende objektive Licht. Auf dem Kontinuirlichwerden eines periodisch wiederkehrenden Lichteindrucks beruht auch die stroboskopische Scheibe von Stampfer und die Wundertrommel oder das Zoetrop. Beide zeigen dem Auge schnell auf einander folgend Zeichnungen von Gegenständen in den verschiedenen Phasen ihrer Bewegung, wodurch in der That das Auge den Gegenstand als scheinbar bewegt erblickt.

ϰ. Irradiation.

Ein weisser Streifen auf schwarzem Grunde erscheint uns breiter als ein gleich grosser schwarzer Streifen auf weissem Grunde, wie überhaupt helle Flächen grösser

aussehen als dunkle. v. Helmholtz erklärt diese Erscheinung durch die auch bei vollkommener Akkomod. wegen der sphär. und chromat. Abweichung auftretenden Zerstreuungskreise; damit stimmt sehr gut überein, dass die Erscheinungen der Irradiation besonders bei unvollkommener Akkomod. stark auftreten. Plateau meint dagegen, dass eine Ausbreitung des Lichteindrucks auf die benachbarten Stellen der Netzhaut stattfindet.

b. Ueber Farben und Farbenempfindung.

Nicht alle von der Sonne oder einem glühenden festen Körper ausgehenden Aetherschwingungen vermögen unsere Licht empfindenden Nerven zu erregen. Nur die Strahlen, deren Wellenlängen zwischen 0,000406 und 0,000645 (M^m) liegen, machen auf uns den Eindruck von „Licht"; und zwar erscheinen sie je nach der Grösse der Wellenlänge verschieden gefärbt.

Mit Newton unterscheidet man, von grosser zu kleiner Wellenlänge übergehend, im Spektrum die 7 Regenbogenfarben roth, orange, gelb, grün, blau, indigo und violett.

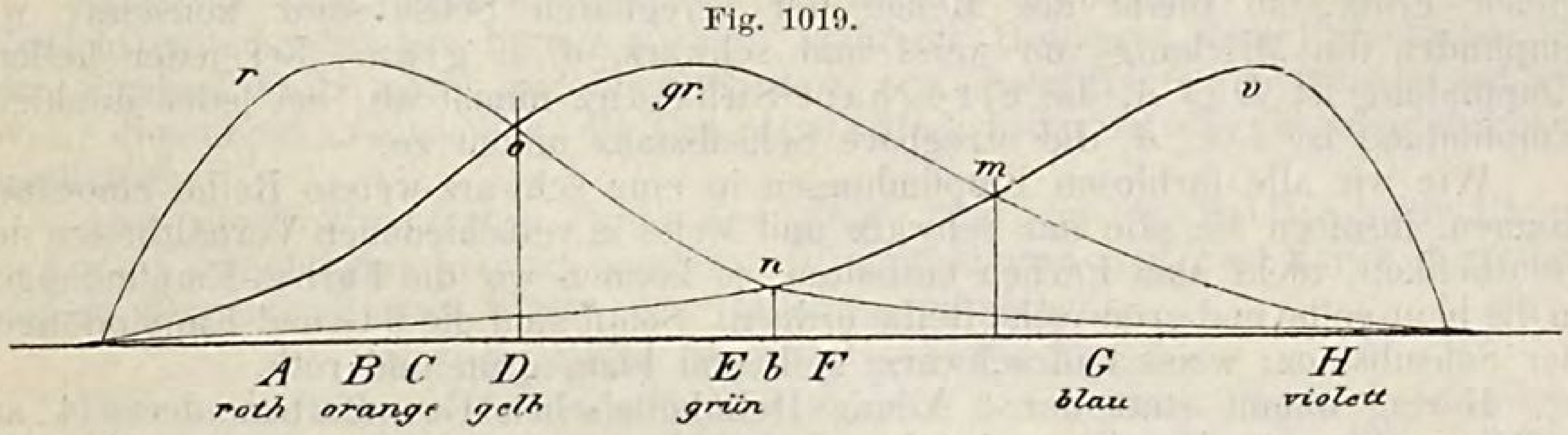
Wir wollen sehen, was entsteht, wenn wir 2 dieser „einfachen" Farben mit einander mischen. Dazu ist nöthig, eine Stelle der Netzhaut gleichzeitig mit zweierlei Licht zu beleuchten. Die einfachste Methode dies zu bewirken ist die von v. Helmholtz angegebene: man blickt durch eine Glasplatte nach einer farbigen Oblate und bringt mit letzterer das durch Spiegelung erhaltene Bild einer 2. andersgefärbten Oblate zur Koinzidenz. Abweichend von der Tonempfindung, wo ein Akkord von mehreren Tönen vom Ohr getrennt gehört wird, verschmelzen die gleichzeitigen Empfindungen zweier Farben zu einer neuen Mischfarbe. Maxwell untersuchte die Farbenmischung mittels schnell rotirender Scheiben, deren Sektoren verschieden gefärbt waren. Das Resultat aller dieser Untersuchungen ist folgendes:

Geben alle Farben in demselben Verhältnisse gemischt, wie sie im Sonnenlichte enthalten sind, weiss, so ist von diesem weiss dasjenige nicht zu unterscheiden, welches aus der Mischung von nur zwei sogen. Komplementär-Farben oder von drei Farben, roth, grün und violett entsteht. Letztere drei Farben aber sind es, aus deren Mischung in verschiedenen Verhältnissen alle die verschiedenen Farben-Empfindungen für unser Auge hergestellt werden können, welche die Spektralfarben hervor rufen. Diese Thatsache war die Veranlassung zur Young-Helmholtz'schen Theorie der Farben.

α. Die Young-Helmholtz'sche Farbenlehre.

Die von Thomas Young im Anfange dieses Jahrhunderts aufgestellte, von v. Helmholtz später mit grossem Scharfsinn ausgeführte Farbentheorie ist eine Spezialisirung des Gesetzes von den spezifischen Sinnes-Energieen. Nach ihr giebt es im Auge dreierlei Arten von Nerven, welche wohl alle zugleich von einer beliebigen Spektralfarbe erregt werden, aber doch in verschieden hohem Grade. Während

Fig. 1019.



die roth empfindenden Nerven hauptsächlich von den rothen, die grün empfindenden von den grünen Strahlen in Erregung gesetzt werden, geschieht die Reizung der violett empfindenden Nervenart durch die Aetherschwingungen kleinster Wellenlänge. In Fig. 1019 ist die Erregungsstärke der drei Nervenarten für die versch. Spektralfarben schematisch dargestellt. Darin stellt die Ordin. den Grad der Erregung für die als Abszissen aufgetragenen Wellenlängen dar; und zwar bezieht sich die Rothkurve *r* auf die roth empfindenden Nerven, die Grünkurve *gr*, auf die grün empfindenden etc. Darnach giebt gleich starke Reizung aller 3 Nerven die Empfindung weiss. Dies geschieht aber auch noch, wenn solche Farben gleichzeitig

auf das Auge einwirken, für die die Summen der Ordin. jeder der drei Kurven einander gleich sind, d. h. also bei Einwirkung zweier Komplementär-Farben.

β. Ueber Farben-Blindheit

Ein farbenblindes Auge verwechselt Farben, welche ein normales Auge noch unterscheidet, und alle Farben-Unterschiede seines Farbensystems entstehen durch die Mischung von nur zwei einfachen Grundfarben. Wie die Untersuchungen*) an einseitig Farbenblinden, deren eines Auge trichromatisch, deren anderes dagegen dichromatisch ist, gezeigt haben, sind diese beiden Grundfarben der sogen. Roth- und Grünblinden ganz dieselben; und zwar gelb und blau. Es lässt sich also die früher auf Grund der Young-Helmholtz'schen Farbenlehre aufgestellte Hypothese nicht mehr aufrecht erhalten, dass bei den Rothblinden die roth empfindenden und bei den Grünblinden die grün empfindenden Nervenfasern unempfindlich seien oder ganz fehlten. Denn darnach müsste ein Rothblinder nur grün, blau und violett, ein Grünblinder nur roth, purpur und violett empfinden können, während sie gelb und blau wahrnehmen. Ferner müsste der neutrale Punkt m, Fig. 1019, d. h. der Ort, wo die Grün- und Violettkurve des Rothblinden sich schneiden und letzterer im Spektrum grau sieht, im blau liegen, der neutrale Punkt n des Grünblinden aber im grün des Spektrums. Ersteres ist aber nicht der Fall, insofern für beide der neutrale Punkt an einer Stelle und zwar im grün liegt, also wo sich eine Gelb- und Blaukurve schneiden würden. Besser stimmt mit der Young-Helmholtz'schen Theorie ein interessanter von Holmgren neuerdings beobachteter Fall einer einseitigen Violettblindheit. Hier lag in der That der neutrale Punkt am Durchschnittsp. o der Roth- und Grünkurve, d. h. im gelb.

Noch ehe die aus der Untersuchung einseitig Farbenblinder gewonnenen Resultate bekannt waren, hatte Ewald Hering**) in Prag dieselben auf Grund seiner neuen Farbentheorie vorhergesagt, so dass letztere viel an der Wahrscheinlichkeit ihrer Richtigkeit und damit viele Anhänger gewonnen hat. Wir wollen auf diese neue Farbenlehre so weit eingehen, als es zum Verständniss der Farbenblindheit nöthig ist.

γ. Die Hering'sche Farbenlehre.

Die von Hering aufgestellte Theorie erklärt die Licht- und Farben-Empfindungen durch chemische Prozesse oder Stoffwechsel der „Sehsubstanz". Nach ihr beruht die Empfindung des Weissen oder Hellen auf einem durch Erregung erlittenen Verlust, die Schwarz-Empfindung dagegen auf einem Ersatz der Sehsubstanz. Erstern Prozess nennt Hering den Dissimilirungs- oder D-Prozess, letztern den Assimilirungs- oder A-Prozesss. Indem wir uns des Stoffwechsels der Sehsubstanz bewusst werden, empfinden wir Licht. Während nun an der gereizten Netzhautstelle der D-Prozess vor sich geht, tritt auch gleichzeitig in den nicht gereizten Theilen der Netzhaut der A-Prozess ein, freilich mit der Entfernung von der beleuchteten Stelle schnell abnehmend. Sind D und A gleich gross, so bleibt die Menge der erregbaren Sehsubstanz konstant; wir empfinden die Mischung von weiss und schwarz, d. i. grau. Bei jeder hellern Empfindung ist $D > A$, die erregbare Substanz nimmt ab; bei jeder dunklern Empfindung ist $D < A$, die erregbare Sehsubstanz nimmt zu.

Wie wir alle farblosen Empfindungen in eine schwarz-weisse Reihe einordnen können, insofern sie alle nur schwarz und weiss in verschiedenen Verhältnissen der Deutlichkeit, nicht aber Farben enthalten, so können wir die Farben-Empfindungen in die blau-gelbe und grün-rothe Reihe ordnen. Somit sind die 6 Grund-Empfindungen der Sehsubstanz: weiss und schwarz, gelb und blau, grün und roth.

Hering nimmt statt der 3 Young-Helmholtz'schen Grundfarben deren 4 an, weil nur diese 4 entweder ganz ohne Beimischung einer andern Farbe oder doch nur einer vorkommen. So kann grün entweder ins blaue oder ins gelbe, nicht zugleich in beide Farben spielen.

Dies ist nicht der Fall, z. B. bei violett, welches roth und blau gleichzeitig erkennen lässt. Da nun einerseits roth und grün, andererseits gelb und blau nie

*) Vergl. W. Preyer. Ueber den Farben und Temperatursinn m. besond. Rücksicht auf Farbenblindheit. Bonn 1881.

**) Ewald Hering. Zur Lehre vom Lichtsinn; Wien 1878 und: Zur Erklärung der Farbenblindheit aus d. Theorie der Gegenfarben; Prag 1880.

gleichzeitig in einer Farbe deutlich bemerkbar sind, so dass die Roth-Empfindung die Empfindung des grün und ebenso die Gelb-Empfindung diejenige des blau ausschliesst, so nennt Hering sie „Gegenfarben".

Ebenso wie dem weiss und schwarz ein Dissimilirungs- und Assimilirungs-Prozess entspricht, so auch dem gelb und blau, dem grün und roth, so dass die Sehsubstanz in dreifacher Weise des Stoffwechsels fähig ist. Demnach muss die Sehsubstanz in die schwarz-weiss, blau-gelb und roth-grün empfindende Substanz eingetheilt werden, von denen die erstere, die farblose, reichlicher im Sehorgan vorhanden ist als die beiden andern. Während nun die schwarz-weisse Substanz von allen Strahlen erregt wird, wirken auf die blau-gelbe und grün-rothe nur gewisse Strahlen dissimilirend, gewisse andere aber auch assimilirend, andere gar nicht. Ist der *A*- und *D*-Prozess gemischten Lichts für die blau-gelbe und roth-grüne Substanz gleich gross, so heben sich bei jeder Substanz beide Prozesse auf, und es bleibt die Wirkung auf die schwarz-weisse Substanz übrig; d. h. die Farbe der gemischten Lichtarten ist weiss, die letztern selbst aber sind sogen. Komplementär- oder besser „Konträrfarben". Das im passenden Verhältniss gemischte gelbe und blaue Licht kann demnach mittels der gelb-blauen Sehsubstanz nicht gesehen werden, und da durch gelb und blau die rothgrüne Substanz nicht erregt wird, so bleibt nur die Wirkung auf die schwarz-weisse Substanz übrig; d. h. die Mischfarbe von gelb und blau ist weiss, ebenso die Mischfarbe von roth und grün. Nach dieser Theorie muss also ein sogen. Rothblinder ein Rothgrün-Blinder sein; d. h., es muss ihm die roth-grün-empfindende Sehsubstanz fehlen, so dass er farblos sieht was uns roth oder grün erscheint, während er in allen roth und grün enthaltenden Mischfarben nur gelb und blau erkennt. Mittels gelb, blau, weiss und schwarz sind demnach alle seine Farben-Empfindungen zu mischen.

Bei dem von Hippel untersuchten Rothgrün-Blinden verhielt es sich in der That so, wie es Hering voraus gesagt. Ohne näher darauf eingehen zu können, wollen wir erwähnen, dass sich aus der Hering'schen Theorie auch alle andern Farben-Erscheinungen natürlich und ungezwungen erklären lassen.

Erkennt man auch einen Farbenblinden sehr sicher daran, dass er das Spektrum der Sonne nicht wie die Normalsichtigen von roth zu violett kontinuirlich gefärbt sieht, sondern dass sein Spektrum in 2 farbige Theile durch die sog. „neutrale" Stelle zerlegt ist, welche ihm ebenso wie graues oder dunkel-weisses Licht erscheint, so bedient man sich bei der praktischen Untersuchung doch einfacherer Methoden.

Diejenigen von Maxwell, Seebeck und Holmgren*) untersucht, gründen sich auf die Vergleichung der Farben und sind daher denen vorzuziehen, welche Benennungen vorgelegter Farben verlangen.

Maxwell modifizirt zwei Farben auf einem Farbenkreisel ihrem Tone, ihrer Sättigung und ihrer Intensität nach, bis sie einem Farbenblinden absolut gleich erscheinen, was für einen Normalsichtigen nie der Fall sein wird.

Einfacher lässt Seebeck von verschieden gefärbten Wollfäden die am ähnlichsten aussehenden heraus suchen, während Holmgren dem Untersuchenden eine Strähne Wolle reicht und ihn auffordert, aus einem Haufen verschiedenfarbiger Wolle diejenigen auszusuchen, die ihm als am ähnlichsten mit der vorgelegten Farbe erscheinen.

Auch die Kontrastfarben (siehe flgd. Seite) sind von Dr. Stilling zur Untersuchung Farbenblinder benutzt worden. Diese Methoden und eine Kritik derselben sind in dem angeführten Werke von Holmgren mitgetheilt.

δ. Subjektive Farben und Nachbilder.

Fixirt man längere Zeit eine farbige Scheibe auf weissem Papier, und nimmt dieselbe fort, so erblickt man an ihrer Stelle jetzt ein komplementär gefärbtes sogen. „Nachbild". So erscheint eine grüne Rose mit rothem Stengel im Nachbild richtig gefärbt. Diese subjektiven Farben der Nachbilder sind gesättigter selbst als die Spektralfarben; sie verdanken, nach Young, ihre Entstehung dem Umstande, dass die Netzhaut auf die vom farbigen Fleck getroffene Stelle für diese Farbe abgestumpft wird und man darum im weissen Lichte nur noch die Komplementär-Farbe erkennen kann. Auf demselben Grunde beruhen auch die:

*) F. Holmgren. *De la cécité des couleurs dans ses rapports avec les chemins de fer et la marine;* Stockholm 1877.

ε. Kontrast-Erscheinungen.

Die Kontrast-Erscheinungen entstehen durch die Einwirkung neben einander befindlicher Farben und Helligkeiten. Ein grauer schmaler Papierstreifen erscheint auf farbigem Papier komplementär zu letzterm gefärbt.. Hierher gehört auch die Erscheinung der farbigen Schatten. Ein vom Tageslicht und einer gelben Flamme beleuchteter Stab wirft auf eine weisse Tafel zwei farbige Schatten; der vom Tageslicht herrührende erscheint röthlich, der des gelben Lichtes dagegen blau.

c. Die Gesichts-Wahrnehmung.

Trotzdem wir beim Sehen nur die Erregung der Sehnerven-Fasern empfinden, haben wir doch die Vorstellung von ausser uns liegenden Objekten, nie von deren Lage, Grösse und körperlicher Ausdehnung. Wie kommt es denn, müssen wir uns fragen, dass die Netzhaut-Eindrücke uns eine Anschauung des Raumes liefern, dass wir die Raumverhältnisse mit einer Feinheit und Sicherheit unterscheiden, wie wir es mittels des Tastgefühls nicht annähernd im Stande sind? Wohl entstehen die Bildpunkte an verschiedenen Stellen der Netzhaut; auch werden verschiedene Nervenfasern durch die verschiedenen Theile des flächenhaften Bildes erregt; doch ist dies wirklich ein Grund der räumlichen Trennung in unserer Anschauung? sehen wir nicht vielmehr alle Gegenstände einfach, wiewohl sie sich in jedem der beiden Augen abbilden, also zwei getrennte Nervenapparate in Erregung setzen!

Die einzig richtige Antwort auf diese Fragen scheint die empiristische Theorie vom Sehen zu geben, welche behauptet, dass die Sinnes-Empfindungen nichts weiter sind, als den äussern Dingen entsprechende Zeichen, deren Bedeutung durch tausendfältige Erfahrung und Uebung erst erlernt werden müsse. Dabei existirt aber noch ein Unterschied in der Empfindung einer und derselben Erregung, je nachdem sie an dieser oder jener Netzhautstelle eintritt. Nach Lotze wird derselbe das Lokalzeichen der Empfindung genannt.

Sehen wir nun zu, auf welche Weise wir das Lesen dieser Zeichen erlernen können, so weist uns die Uebereinstimmung der durch das Sehen mit der durch das Tastgefühl gewonnenen Raum-Unterscheidung darauf hin, dass es unser eigener Körper ist, an dem wir unsere frühesten Studien beginnen. Dadurch, dass das Kind beim Berühren des eigenen Körpers zwei Empfindungen, bei Berührung eines äussern Gegenstandes dagegen nur eine hat, lernt es Dinge kennen, die ausser ihm existiren; gleichzeitig verfolgt es mit dem Auge die Bewegung seiner Hand, mit dem es alles Gesehene zu betasten sucht; es merkt sich die Veränderungen der Gesichts-Eindrücke beim Wenden des Kopfes, beim Gehen und lernt so den Eindruck kennen, den ein Objekt auf verschiedene Netzhautstellen macht. Kurz es ist ein fortwährendes Vergleichen und Prüfen der vom Auge wahrgenommenen Bewegung der Hände mittels des Tastsinns, wodurch wir schliesslich unabhängig von letzterm werden. Darnach ist die Frage, warum wir die Gegenstände aufrecht und mit beiden Augen einfach sehen, leicht zu beantworten. Aus der Erfahrung wissen wir, dass wir die Hand heben oder senken müssen, um einen Gegenstand zu erfassen, dessen Bild unterhalb oder oberhalb des Fixationspunktes, d. h. der Netzhautgrube liegt; auch müssen wir den Blick heben, um nach einander höher gelegene Theile eines Gegenstandes zu erblicken, wobei uns die gleichzeitig gesehene Hand durch das Tastgefühl kund giebt, was höher oder tiefer liegt. Auf diese Weise verstehen auch die Unwissendsten das richtig zu ergreifen, was sie sehen, ohne das Geringste von einem Netzhautbild und dessen Lage zu kennen.

Auch das Einfachsehen der Objekte trotz der zweifachen Netzhautbilder ist die Folge davon, dass wir einen deutlich gesehenen Gegenstand nur als ein mal vorhanden fühlen. Um Gegenstände eines flächenhaften Gesichtsfeldes nach einander deutlich zu sehen, müssen wir unsere Blicklinie um einen gewissen Winkel drehen. Dazu bedarf es aber einer Muskel-Anstrengung, die proportional dem Drehwinkel sein wird, so dass wir aus ersterer den Gesichtswinkel eines Objekts schätzen und aus deren Vergleichung auf die relative Grösse der Objekte schliessen können. Gegenstände von gleich grossem Gesichtswinkel erscheinen uns von gleicher Grösse. Um aber aus der scheinbaren die wahre Grösse zu finden vergleichen wir erstere mit der scheinbaren Grösse eines bekannten Objekts oder nehmen die geschätzte Entfernung des Objekts zu Hilfe.

Wie weit ein Gegenstand, dessen wahre Grösse wir nicht kennen, von uns entfernt ist, dies zu beurtheilen, bleibt stets Sache der Uebung. Es geschieht mittels eines Auges, theils durch Wenden des Kopfes, durch Bewegung des Körpers, um die Grösse des Winkels kennen zu lernen, den die Blicklinien bei den verschiedenen Stellungen einschliessen, theils durch Vergleichung der Akkomodations-Anstrengung, hängt aber im ganzen wesentlich von Nebenumständen ab. Liegen zwischen dem zu messenden Gegenstande und uns noch viele andere, so dünkt er uns ferner und daher grösser; auch die Luftperspektive ändert unser Urtheil, insofern bei klarer Luft die Objekte uns näher zu liegen scheinen, als bei nebliger Atmosphäre. Ein sicheres Mittel die Tiefen-Dimensionen des Gesichtsfeldes zu messen, liefert uns aber erst das Sehen mit zwei Augen. Wie schon erwähnt, sehen wir ein fixirtes Objekt einfach; um daher verschieden entfernte Dinge deutlich zu sehen, müssen wir den Winkel zwischen den Blicklinien ändern, wozu wir eine verschieden grosse Anstrengung auszuüben haben. Ausser dem direkt fixirten Gegenstand sehen wir nun noch alle diejenigen Objekte einfach, deren Bilder in Bezug auf die Netzhautgrube in gleicher Richtung und Entfernung liegen.

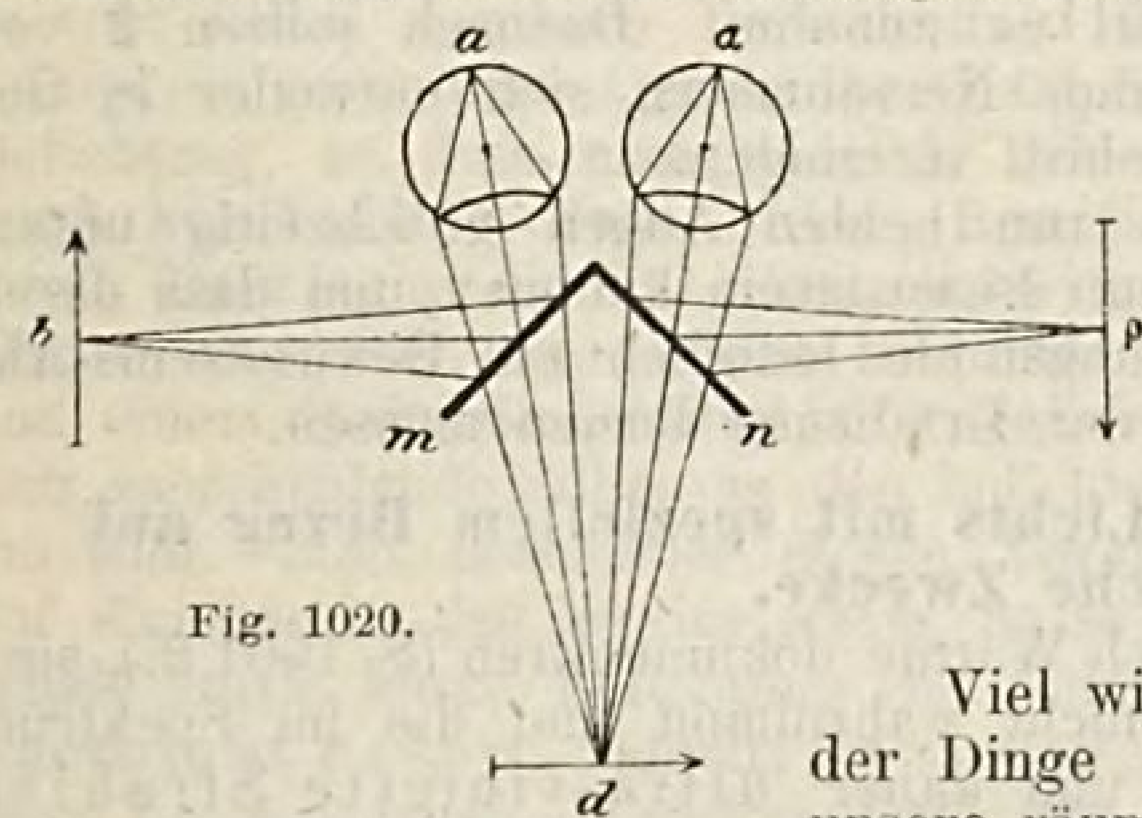
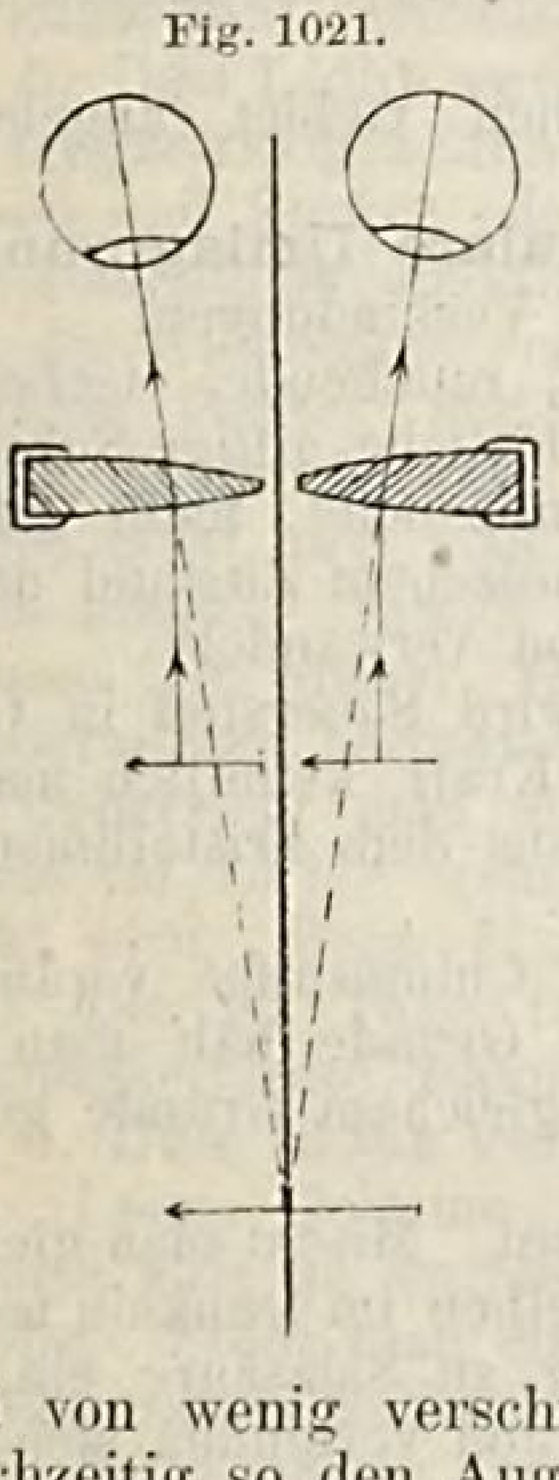


Fig. 1020.

Dass wir nicht alle im Sehfeld gelegenen Dinge einfach sehen, lässt sich leicht beobachten. Von zwei vor das Gesicht in verschiedener Entfernung und hinter einander gehaltenen Fingern erscheint stets der nicht fixirte doppelt und verschwommen. Die Verbindungslinie aller zugleich einfach gesehenen Punkte heisst der „Horopter". Derselbe ist eine Kurve doppelter Krümmung.

Fig. 1021.



Viel wichtiger als zur Schätzung der Entfernung der Dinge ist aber das Sehen mit zwei Augen für unsere räumliche Anschauung und unsere Vorstellung der Körperlichkeit der Dinge. Es war der grosse und vielseitige Lionardo da Vinci, welcher zuerst auf die Verschiedenheit der durch die beiden Augen erhaltenen Bilder eines Objekts aufmerksam machte. In der That erblickt von der vor das Gesicht gebrachten Hand, deren Daumen der Nase zugekehrt ist, das rechte Auge beim Schliessen des linken mehr von der Innenfläche, das linke mehr vom Rücken der Hand oder umgekehrt. So erhalten wir von einem fixirten Objekte also gleichsam den Eindruck zweier von einander abweichenden perspektivischen Bilder. Darin liegt der Grund, dass in uns ein Bild, und sei es vom grössten Künstler in bester Perspektive gemalt, niemals den Eindruck der körperlichen Natur hervor ruft; dasselbe vermag eben nur den beiden Augen eine Ansicht zu liefern.

Dass in der That erst die Verschmelzung der verschiedenen perspektiv. Netzhautbilder die körperl. Anschauung zu Stande bringt, lehrt das von Wheatestone erfundene:

Stereoskop. Bieten wir auf irgend eine Weise zwei von wenig verschiedenen Standpunkten aufgenommene Bilder eines Objekts gleichzeitig so den Augen dar, dass jedes Auge nur ein Bild, beide aber dieselben am gleichen Orte des Raumes erblicken, so erhalten wir den Eindruck eines körperlichen Objekts. Wheatestone erzielte dies mit zwei Spiegeln *m* und *n*, Fig. 1020, welche die verschiedenen Bilder *b* und *β* beiden Augen *a* und *α* in *d* erscheinen lassen, so aber dass *a* nur *b* und *α* nur *β* erblickt.

Dasselbe wird mittels des Brewster'schen Prismenstereoskops erreicht, dessen Wirkungsweise aus Fig. 1021 hervor geht.

Wie genau das stereoskop. Sehen ist, folgt aus dem Versuch Dove's, dass zwei ganz gleiche, mit derselben Platte gedruckte Kupferstiche im Stereoskop eine

flächenhafte Wirkung hervor bringen, wie ein mit 2 Augen betrachtetes Bild. Sowie aber 2 Bilder von verschiedenen Kupferplatten herrühren und seien letztere auch noch so überein stimmend gestochen, so werden im Stereoskop räumliche und Tiefen-Unterschiede auftreten; diese Thatsache wird u. a. zum Erkennen von Fälschungen bei Papiergeld benutzt.

Eine interessante und eigenthümliche Erscheinung tritt ein, wenn man 2 Bilder ganz verschiedener Objekte unter dem Stereoskop betrachtet. Man sieht dann nicht gleichzeitig beide Bilder sich decken, sondern von dem einen mehr oder weniger als vom andern.

Dieser Wettstreit der Sehfelder macht sich auch geltend, wenn man mit jedem Auge durch anders gefärbte Gläser blickt. Es entsteht keine Mischfarbe, sondern es tritt fleckenweise bald die eine, bald die andere hervor. Ja, wie Dove gezeigt hat, entsteht sogar graphitähnlicher Glanz, wenn man die stereoskop. Bilder z. B. eines Kristalls so ausführt, dass bei dem einen die Umrisse schwarz auf weiss, beim andern weiss auf schwarz gezeichnet sind. Dass die Mischfarbe grau nicht auftritt widerstreitet der Annahme einer Verschmelzung beider Netzhautbilder, wie Johannes Müller annahm. Darnach sollten 2 von korrespondirenden Netzhautstellen ausgehende Nervenfasern sich entweder in der Kreuzungsstelle der Sehnerven oder im Gehirn vereinigen.

Wir müssen daher annehmen, dass von beiden Augen gleichzeitig unterscheidbare Empfindungen unvermischt zum Bewusstsein kommen, und dass deren Verschmelzung zum körperlichen Anschauungsbilde lediglich ein Bewusstseins-Akt ist, den zu machen wir erst mühsam aus der Erfahrung lernen müssen.

XVI. Chemische Wirkungen des Lichts mit speziellem Bezug auf photographische Zwecke.

Während die langen Wellen sich durch Wärme dokumentiren (S. 1001 ff.), sind die kürzern, die das Auge für gewöhnlich nicht wahrnimmt und die im Spektrum jenseits der Grenze von violett liegen, und daher ultra-violette Strahlen genannt werden, zuerst durch ihre Fähigkeit bekannt geworden, chemische Verbindungen zu befördern, bezw. zu lösen.

Man kann folgende Wirkungen die dem chemischen Gebiet angehören unterscheiden:

1. **Unter dem Einfluss des Lichts finden molekulare Umlagerungen statt;** es entstehen allotrope Modifikationen, oder isomere Verbindungen.

So wird der Phosphor, der gewöhnlich als eine gelbe, rauchende, riechende, leicht schmelzbare und entzündliche, in Schwefelkohlenstoff lösliche giftige Substanz auftritt, durch Wärme oder durch Licht in eine rothe, unlösliche, nicht giftige Modifikation übergeführt. Ebenso wird Schwefel in geschmolzenem Zustand durch Licht in eine in Schwefelkohlenstoff unlösliche Modifikation verwandelt.

Bei Gegenwart verschiedener organischer Substanzen wird Sauerstoff in Ozon übergeführt, der sich durch seine bleichende, zersetzende Kraft kenntlich macht.

Zinnober wird im Lichte allmälig schwarz, indem sich aus dem kristallinischen rothen amorphes schwarzes Quecksilbersulfid bildet.

Ein interessantes Beispiel bietet ferner das Chinin. Chininsulfat verändert sich im Lichte unter Gelbfärbung in Chinidin; aus diesem Grunde hält man bei der Darstellung von Chinin die Arbeitsräume dunkel; aus gleichem Grunde geben moosbedeckte Chinabäume mehr Chinin als andere.

2. **Das Licht führt chemische Verbindungen herbei.** Mischt man gleiche Volumen von Chlor und Wasserstoff, so verbinden sich dieselben im Dunkeln nicht; bei schwacher Beleuchtung tritt eine allmälige Verbindung zu Salzsäure ein, im Sonnenlicht eine plötzliche mit Explosion. — Chlor, Brom, Jod verbinden sich mit vielen organischen Substanzen nur, oder wenigstens viel leichter unter Mitwirkung des Lichts. — Die Verbindung mit Sauerstoff, die Oxydation, wird in zahllosen Fällen durch das Licht befördert. Hierher gehört das Bleichen zahlloser Farbstoffe, die Wachs- und Leinen-Bleiche. Viele Harze werden durch diese Oxydation in ätherischen Oelen unlöslich, z. B. Asphalt, worauf die ersten Versuche der Photographie durch Niepce beruhen.

3. **Das Licht besitzt die Fähigkeit, Verbindungen zu zerlegen.** Die wichtigste Thätigkeit des Lichts auf diesem Gebiete ist die Zerlegung der

Kohlensäure. Menschen und Thiere verbrauchen den in der Atmosphäre vorhandenen Sauerstoff, der eingeathmet zur Verbrennung der Kohlenwasserstoffe dient und theilweise wieder als Kohlensäure ausgeathmet wird. Diese wird nun von den Pflanzen aufgenommen und durch ihren grünen Farbstoff, das Chlorophyll, bei Gegenwart von Licht in Sauerstoff und Kohlenstoff zerlegt, welch letzteren die Pflanzen zum Aufbau ihrer Zellen zurück behalten. Im Dunkeln findet diese Zerlegung nicht statt.

Chlorsilber, Bromsilber, Jodsilber werden unter Dunkelfärbung zerlegt. Darauf beruht das gewöhnliche photograph. Positiv-Verfahren. Zahllose weitere Beispiele dieser Thätigkeit des Lichts, müssen als praktisch unwichtig übergangen werden.

4. **Das Licht verleiht einigen Substanzen die Fähigkeit, andere anzuziehen.** Diese Wirkung des Lichts gehört zu den allermerkwürdigsten und unaufgeklärtesten; sie ist deshalb von grossem Interesse, weil auf ihr die ersten und auch viele der jetzigen photograph. Methoden beruhen. Das erste Beispiel wurde von Daguerre im Jahre 1833 zufällig entdeckt; dasselbe begründete die „Daguerreotypie“. Wenn man eine Jodsilber-Platte kurze Zeit dem Licht aussetzt, so tritt keine sichtbare Veränderung ein; aber die belichteten Stellen haben die Fähigkeit gewonnen, Quecksilber-Dämpfe zu verdichten, je nach dem Grade der Belichtung, so dass man dadurch Bilder erhalten kann. — Ein zweites Beispiel entdeckte Talbot: Jod-, Chlor-, Bromsilber auf Papier, Eiweiss, Collodium erhält durch Belichtung die Fähigkeit, pulveriges Silber in „statu nascendi“ anzuziehen. Giesst man über eine solche belichtete Platte ein Gemisch von Höllensteinlösung und einem Reduktions-Mittel (Pyrogallus-Säure, Eisenvitriol u. s. w.) so wird das sich ausscheidende Silber an den belichteten Stellen nieder geschlagen und erzeugt ein Bild. Man bezeichnet diesen Vorgang als physikalische Entwicklung; auf ihm beruht das heutige sogen. nasse Verfahren der Photographie. Bromsilber erhält durch kurze Belichtung die Fähigkeit, durch alkalische Pyrogallus-Lösung, Eisenoxalat u. s. w. reduzirt zu werden: chemische Entwicklung. Das benutzt man im modernen „Trockenverfahren“, wobei das Bromsilber in Gelatine oder Collodium fein zertheilt, emulsionirt, ist.

5. **Das Licht verändert bei manchen Substanzen die Klebrigkeit und die hygroskopischen Eigenschaften.** Mischt man chromsaure Kalilösung mit Gummi und Zucker oder Honig, und überzieht damit eine Platte, so erhält man eine Schicht, die klebrig ist und trockene Farbenpulver fest hält; durch Belichtung geht die Klebrigkeit verloren. Belichtet man daher die Platte unter einem durchsichtigen Positiv, und bestäubt dieselbe z. B. mit Graphit, so bleibt derselbe an den durch die dunkeln Partien des Positiv's geschützten Stellen kleben, an den andern nicht, und man erhält eine Kopie, die an Feinheit dem besten Silberbilde gleich kommt. Nimmt man als Pulver Schmelzfarbe, so kann man das Bild einbrennen. In dieser Weise werden die auf Glas und Porzellan eingebrannten Photographien hergestellt.

Ueberzieht man eine Platte mit Eisenchlorid und Weinsäure, so bildet sich daraus im Lichte weinsaures Eisenoxydul, welches hygroskopisch ist, und daher feucht wird. Beim Einstäuben mit Farbepulver erhält man daher auch hier ein Bild. Die zu Tage tretende Feinheit der Unterschiede in der Klebrigkeit und Feuchtigkeit sind Staunen erregend.

6. **Das Licht verändert chromsaure Leimschichten in mannigfacher Art.** Leim, Gelatine, ist in kaltem Wasser unlöslich, schwillt aber darin zu Gallerte auf; im warmen Wasser löst er sich leicht, beim Erkalten gerinnt die Lösung. Stellt man eine solche Leimschicht auf Glas oder Papier her, taucht sie in chromsaure Kalilösung und lässt sie trocknen, so hat man eine Schicht, die durch das Licht in verschiedener Weise verändert wird:

a. Sie verliert durch Belichtung ihre Quellfähigkeit. Exponirt man daher unter einem Negativ und taucht sie in kaltes Wasser, so quellen nur die geschützten Stellen; man erhält ein Relief, welches man in Gips, dann in Metall abgiessen und zum Druck benutzen kann.

b. Die Schicht verliert ihre Löslichkeit im warmen Wasser. Ueberzieht man daher eine Stahl- oder Kupferplatte mit der Schicht, belichtet unter einem Negativ und wäscht in warmem Wasser, so lösen sich die nicht belichteten

Stellen in der ganzen Dicke der Schicht auf. Giesst man nun über diese ein Aetzmittel, so werden die nicht belichteten Stellen geätzt, die belichteten bleiben durch die Leimschicht geschützt, und man erhält eine Stahl- oder Kupferdruckplatte (Heliographie, Heliogravüre).

Mischt man unter den Leim irgend ein Farbepulver, Tusche, Kohle, Röthel u. dergl., überzieht damit Papier und belichtet, so löst sich im warmen Wasser der Leim und damit das Farbepulver an allen nicht belichteten Stellen, so dass an den den dunkelsten Theilen des Negativs entsprechenden Punkten das weisse Papier erscheint, an den weniger dunkeln mehr oder weniger durchschimmert. So erhält man ein Positiv in beliebiger Farbe (Kohledruck, Pigmentdruck).

Ist die Leimschicht ohne Farbepulver dick, so erhält man nach Behandlung mit heissem Wasser auch hier ein starkes Relief, welches sich unter der hydraul. Presse in Blei abformen lässt; danach macht man galvanoplastische Clichés, die zum Druck benutzt werden (Woodbury-Typie, Goupil's Photogravüre).

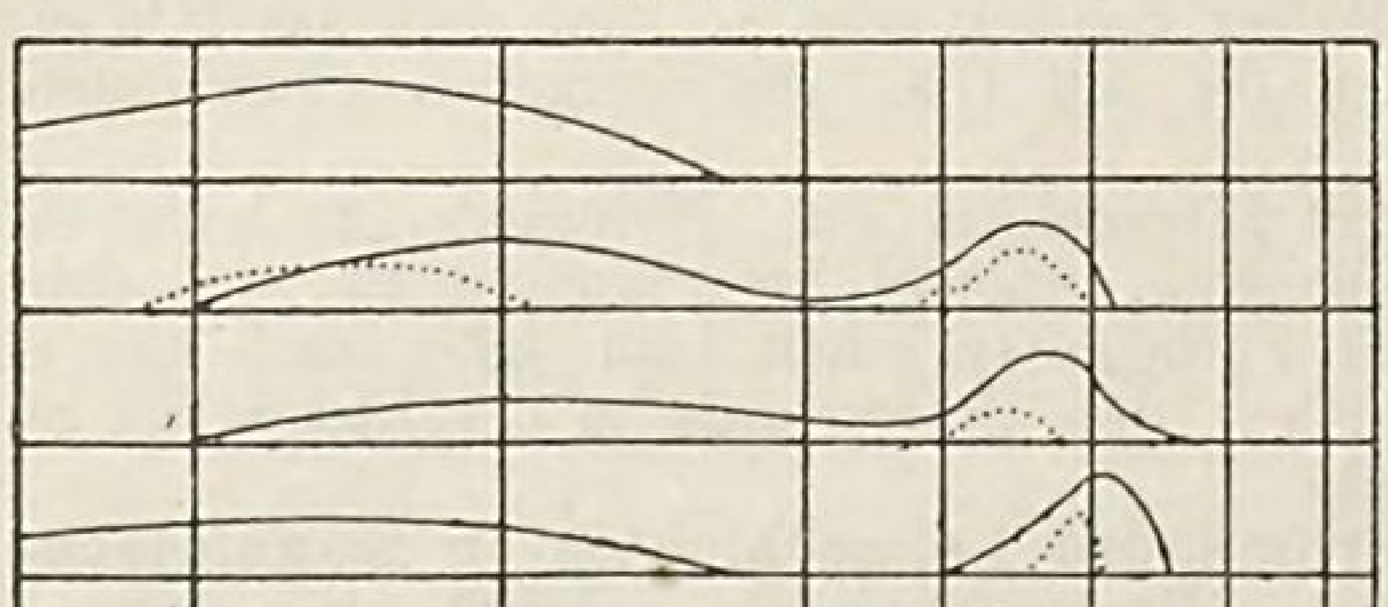
c. Die Leimschicht erhält durch Licht die Fähigkeit, fette Schwäre anzunehmen. Belichtet man daher eine solche Schicht, und walzt sie dann mit Druckerschwärze ein, so nehmen nur die belichteten Stellen Farbe an, die sie dann unter der Druckerpresse an Papier wieder abgeben (Lichtdruck oder Albertypie). Man kann das Bild auch auf einen lithographischen Stein oder auf Zink übertragen, und dann mit diesem weiter drucken (Photo-Lithographie, Photo-Zinkographie).

Man nahm lange Zeit an, dass die chemischen Wirkungen in erheblichem Maasse nur durch die kurzen Wellen des Lichts hervor gebracht würden. Dies hat sich aber als falsch erwiesen, und es ist das Gesetz, nach dem die Wirkung stattfindet, von H. W. Vogel ausgesprochen worden:

Zur chemischen Wirksamkeit kommen die Strahlen, die durch die betr. Substanz absorbirt werden (S. 1009 ff.) Es werden bei der Absorption Aether-Bewegungen vernichtet; dieselben treten dann in Atom- oder molekularen Bewegungen auf, die wir als chemische Veränderungen wahrnehmen.

Dieses Gesetz hat Vogel zu einer wichtigen praktischen Folgerung geführt: Die zur Photographie benutzten Silbersalze absorbiren für gewöhnlich nur die kurzen Wellen (des blauen und violetten Lichts), werden also auch nur von diesen Strahlen zerlegt. Wenn man aber dem Silbersalze Farbstoffe mit starker Absorptions-Fähigkeit für längere Wellen beimischt, so werden diese Wellen zu chemischer Wirkung gebracht Man kann so Platten herstellen, die auch für grünes, gelbes und rothes Licht empfindlich sind.

Fig. 1022.



In Fig. 1022 sind als Ordin. die Wellenlängen aufgetragen, die wichtigsten Fraunhofer'schen Linien (S. 1012) ausgezogen. Als Abszissen sind für die ausgezogenen Linien die Stärkengrade der chem. Wirkung durch die betr. Wellenlänge genommen, für die punktirte Linie die Stärkegrade der Absorption des Farbstoffs. Die oberste Kurve giebt die chemische Wirkung auf gewöhnliches Bromsilber; die 2. zeigt die Wirkung auf Bromsilber mit Naphtalinroth und die Absorptions-Kurve des letztern; die 3. zeigt die Wirkung eines Zusatzes von Aldehydgrün, die 4. von Methylviolett, die 5. von Eosin.

In neuester Zeit hat Vogel einen noch geeignetern Farbstoff gefunden, das Azalin; die damit hergestellten Platten haben grosse Wichtigkeit erhalten, da sie wegen ihrer Empfindlichkeit für nahezu alle Spektralfarben, ausser roth, die in der Natur vorkommenden Farbenwerthe erheblich richtiger wiedergeben, als die gewöhnlichen Platten, auf welche roth wie schwarz, blau wie weiss wirkt*).

*) Vergl. in der „Festschrift zur Eröffnung der technischen Hochschule zu Berlin 1884".

XIII.
Die Lichtpaus-Verfahren.

Bearbeitet von **H. J. Kolk**, Ingenieur u. techn. Chemiker in Berlin.*)

Litteratur: G. Pizzighelli. Anthrakotypie u. Cyanotypie. Wien 1881, Verl. der photogr. Correspondenz (Dr. E. Hornig). — Josef Pizzighelli u. Arthur Baron Hübl. Platinotypie. 2. Aufl. Wien 1883. — H. Schuberth. Das Lichtpaus-Verfahren. Leipzig 1883, Hartleben. — Die modernen Lichtpaus-Verfahren. Düsseldorf 1884, Ed. Liesegang's Verlag. — Photograph. Wochenbl. v. Dr. F. Stolze in Berlin.

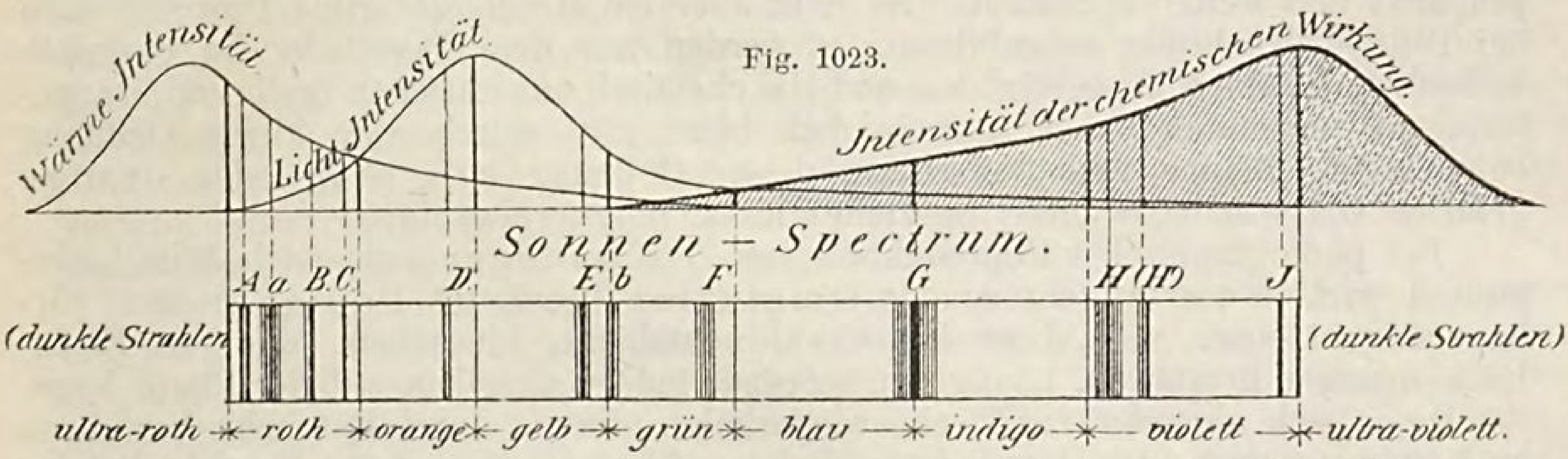
I. Allgemeines.

Die wissenschaftlichen Unterlagen für die photographischen Verfahrensweisen, sind so weit sie dem Gebiete der Lehre vom Licht angehören, in dem vorauf gehenden Abschnitt (S. 949—1058) mitgetheilt. Indem auf diesen Abschnitt, speziell auf folgende Stellen: S. 967, 998—1002, 1009 ff., 1051—1053 und 1056—1058 verwiesen wird, erübrigt es hier nur noch, als Einleitung zu der weiterhin behandelten speziellen Praxis des Lichtpausens, theils einiges Ergänzende anzuführen, theils auch einiges Weitere mitzutheilen, welches, als von dem im Abschnitt XII. behandelten Gegenstande weit abliegend, dort ausser Betracht bleiben musste.

Die verchiedenfarbigen Strahlen, in welche das — weisse — Sonnenlicht beim Durchgang durch ein Prisma zerlegt wird, und welchen verschiedene Wellenlängen zugehören, benennt man nach den Wirkungen, die sie vorzugsweise ausüben — Lichtwirkung, Wärmewirkung, chemische Wirkung — bezw. als „leuchtende Strahlen“, „Wärmestrahlen“ und „chemische Strahlen“.

Die Licht-Intensität hängt wesentlich von den Strahlen der beiden Farben orange und gelb, die Wärme-Intensität wesentlich von den Strahlen rother Färbung und die Intensität der chemischen Wirkung wesentlich von den Strahlen der beiden Farben indigo und violett ab (vergl. indess letzte Seite am Schluss). Die grünen wie die hellblauen Strahlen sind in Bezug auf Licht- und Wärmewirkung sehr unbedeutend, wogegen sie chemische Wirkungen von noch einiger Bedeutung äussern. Eine strenge Scheidung hinsichtlich der Wirkungsweise findet indess nicht statt, so wenig wie in dem Sonnenspektrum, Fig. 1023, zwischen den einzelnen Farben strenge Grenzen bestehen; sowohl hierbei als bei den Wirkungsweisen bestehen

Fig. 1023.



allmälige Uebergänge von der einen zur andern, wie dies die Figur zeigt. Auf die aus derselben gleichfalls hervor gehende Wirkung der nicht wahrnehmbaren ultra-rothen Strahlen, insbesondere zur Wärme-Erzeugung,

*) Bei der grossen Regsamkeit auf dem Gebiete des Lichtpaus-Verfahrens und den sich rasch folgenden Neuerungen erscheint die Bemerkung nicht überflüssig, dass das Manuskript zu der vorliegenden Arbeit im August 1884 zum Abschluss gebracht ward.

wie die vorzugsweise chemische Wirkung der gleichfalls nicht wahrnehmbaren ultra-violetten Strahlen sei hier nochmals speziell aufmerksam gemacht.

Von den 7 Spektralfarben nennt man 3 wohl primäre, nämlich roth, gelb und blau (ultramarin, hellblau), wogegen die übrigen 4: orange (roth-gelb) grün (gelb-blau), indigo (dunkelblau) und violett (blau-roth) als sekundäre bezeichnet werden, vermöge des Umstandes, dass sie, verglichen mit den als „primären" bezeichneten Farben als Mischfarben erscheinen. —

Direktes Sonnenlicht (Sonnenstrahlen) ist bei Prozessen, welche auf den chemischen Licht-Wirkungen beruhen, nicht immer gut verwendbar, unter Umständen sogar von sehr nachtheiliger Wirkung, weil mit seiner an sich günstigen Intensität die störende Eigenschaft verbunden ist, starke Schatten und Reflexe hervor zu bringen.

Frei hiervon ist das sogen. zerstreute (diffuse) Licht (Luftlicht), ein von dem in der Atmosphäre schwebenden Wasserdampf-Staubtheilchen reflektirtes Licht. Da ausserdem das zerstreute Licht in einer bläulichen Färbung erscheint — um so intensiver, je klarer und dunstfreier der Luftkreis ist — und dieses Licht vermöge dessen eine hohe chemische Wirkung ausübt, wird es in der Photographie und besonders beim Lichtpausen meist gut benutzbar sein.

Spektra des Sonnenlichts, die in der Zeit nahe dem Auf- oder Untergange der Sonne genommen werden, zeigen Mangel an blauen und violetten Strahlen; daher sind die genannten Tageszeiten zur Ausführung von photographischen oder Lichtpaus-Arbeiten ungeeignet.

Mondlicht ist zu solchen Arbeiten, abgesehen von der demselben mangelnden Intensität, ebenfalls ungeeignet, aus dem Grunde, dass in ihm die chemisch wirkenden Strahlen mangeln.

Künstliches Licht ist an chemisch wirkenden Strahlen durchgehends ärmer als Sonnenlicht, dagegen reich an orange und roth gefärbten Strahlen. Selbst das — bläulich erscheinende — elektrische Licht ist im Vergleich zum Sonnenlicht gelb. Daher ist künstliches Licht in der Photographie nicht leicht gut verwendbar. Vermöge der besondern Lage und Begrenzung indess, welche im Spektrum des elektr. Lichts die gelben Strahlen haben, ist bei Benutzung hoch empfindlicher Präparate es dennoch möglich, vom elektrischen Licht bei photographischen Aufnahmen etc. Gebrauch zu machen.

Ebenfalls sind für diesen Zweck verwendbar und auch praktisch benutzt worden: das Drummondsche Kalklicht, das Magnesiumlicht und das Licht des brennenden Schwefels. Doch bleiben alle an Leistungsfähigkeit hinter dem elektr. Licht zurück, und zwar etwa in der Reihenfolge abnehmend, in der sie vorstehend angeführt wurden.

Kerzenlicht, Lampenlicht, Petroleumlicht und Gaslicht sind allesammt sehr arm an chemisch wirkenden Strahlen. Von dieser Eigenschaft kann in der Photographie und beim Lichtpaus-Verfahren in der Weise Gebrauch gemacht werden, dass man bei solchem Licht lichtempfindliche Papiere (Kopir-Papiere) präparirt und weiter behandelt. Es giebt aber ein Mittel, derartige Prozesse auch bei Tages-Beleuchtung auszuführen; es werden aus dem Tageslicht die chemisch wirksamen Strahlen ausgeschieden und die chemisch unwirksamen (gelb und orangefarbigen) zugelassen indem man in dem betr., nur durch eine kleine Oeffnung beleuchteten Raume zum Verschluss dieser Oeffnung eine gelb oder orange gefärbte Glasscheibe benutzt; Spezielles hierzu folgt weiterhin. —

Bei photographischer Reproduktion von Zeichnungen, wie auch beim Lichtpausen wirken die in dem zu den Originalen benutzten Papier vielfach vorhandenen, kleinen, vom Auge kaum wahrnehmbaren Fleckchen, die von Eisen-Beimengungen herrühren, häufig sehr störend, indem dieselben auf der Platte bezw. der Kopie sich als schwarze Flecke wiederholen, die nur durch Retouchir-Verfahren zu beseitigen sind. Die Erscheinung weist auf Uebung besonderer Vorsicht bei der Auswahl des Papiers zu Zeichnungen (Original-Papier) hin, von welchen Lichtpausen genommen werden sollen.

Noch wichtiger mit Bezug hierauf ist die folgende Thatsache: blau, welches einen Antheil von gelb, oder grau, welches einen Antheil von roth enthält, wird chemisch weniger intensiv wirken, als ungemischtes blau bezw. grau. Für das Lichtpausen wird hiervon direkte Anwendung gemacht, indem man der Zeichen-

tusche, die zur Herstellung der Originale dienen soll, einen Zusatz von gelb, bezw. roth giebt. Die mit der Tusche alsdann gezogenen Linien etc. halten die Wirkung der blau gefärbten Strahlen des Sonnenlichts besser ab; d. h die auf dem Kopirpapier stehen bleibenden Linien etc. nehmen bei sog. „Positiven" an Tiefe des Farbentons und bei „Negativen" an Reinheit und Schärfe zu. Eine fernerweite Nutzanwendung zieht man aus der angeführten Thatsache, indem man für die Originalzeichnungen zu Lichtpausen bläulich nicht aber gelb gefärbtes Papier wählt. Ersteres begünstigt die chemische Wirkung des Sonnenlichts auf die von der Zeichnung frei bleibenden Theile des Kopirpapiers, gelb gefärbtes Papier dagegen schmälert dieselbe. Dies kann sich sowohl in der Belichtungs-Dauer, als in der Qualität der Lichtpause zeigen.

Ausser Licht-, Wärme- und chemischen Wirkungen äussert Licht auch physikalische Wirkungen, welche insbesondere bei Erzeugnissen, die der organischen Natur angehören, sich geltend machen; diese Wirkungen zeigen sich zuweilen gleichzeitig in Verbindung mit chemischen Wirkungen.

Im Nachfolgenden werden auschliesslich die chemischen Wirkungen, d. h. diejenigen Veränderungen stofflicher Art, welche Licht an Körpern hervor bringt, und fast ebenso ausschliesslich wird die Benutzungsweise dieser Eigenschaft des Lichts für die Zwecke des sogen. Lichtpaus-Verfahrens zur Behandlung gelangen.

II. Chemische Wirkungen des Lichts insbesondere auf anorgan. Stoffe.

Während unter dem Einfluss des Lichts bei organischen Stoffen sowohl neue Verbindungen als auch Zerlegungen bestehender Verbindungen vor sich gehen, treten, wenn anorganische Stoffe dem Einfluss des Lichts ausgesetzt werden, meist Zersetzungen — Reduktionen — ein.

Metall-Oxyde werden zu Oxydulen und Metallen umgewandelt — reduzirt; doch erleidet die Mehrzahl der Metall-Verbindungen eine Zersetzung nur bei Gegenwart eines zweiten Körpers, der die Eigenschaft besitzt, frei gewordene Bestandtheile — insbesondere Sauerstoff und Chlor — zu absorbiren und sich mit ihnen zu verbinden.

Auch bei solchen Körpern, die ohne Anwesenheit eines zweiten Körpers bei Belichtung Zersetzungen erleiden, wie dies z. B. bei Chlorsilber stattfindet, ist die Gegenwart eines zweiten Körpers dienlich, weil derselbe die Energie der chemischen Wirkung des Lichts unterstützt, indem er frei gewordene Bestandtheile gewissermaassen forträumt — und so für die ungehinderte Fortsetzung des Zersetzungs-Prozesses Raum schafft.

Solche die Zersetzung der Metall-Verbindungen unterstützende — hier und da auch bedingende — fremde Körper sind zumeist organischer Herkunft; es gehören dahin Papierfaser, Leim, Gelatine, Gummi arabicum, organische Säuren, wie Citronensäure etc.

In besonderm Maasse lichtempfindlich zeigen sich die höhern Oxydationsstufen: Oxyde und Chloride der Edelmetalle, wie auch die des Eisens, Chroms und des Urans. Die Mehrzahl der in Anwendung befindlichen photograph. Verfahrensweisen gründet sich auch auf die bei Belichtung erfolgende Zersetzung der Salze der gen. Metalle, wogegen die bekannte Licht-Empfindlichkeit verschiedener Verbindungen von Mangan, Kupfer, Blei und Quecksilber praktische Verwendung in der Photographie bisher nicht gefunden hat.

Die Salze der Edelmetalle werden sowohl in der Form gewöhnlicher Lösungen als auch auf Papier aufgetragen, bei Belichtung unter Ausscheiden von Metall in Staub- oder Pulverform zersetzt. Goldsalze liefern braune oder rothe, Silbersalze graue oder braune und Platinsalze grau-schwarze Metallpulver. Die Salze von Eisen, Chrom und Uran werden sämmtlich bei Belichtung reduzirt; doch findet dies nur statt, wenn organische Stoffe gegenwärtig sind. Bei Reduktion der Eisensalze ist der organische Stoff durch eine organische Säure vertretbar, wie z. B. beim oxalsauren, citronensauren oder weinsauren Eisenoxyd.

Eisenoxyde oder Ferridsalze werden bei Belichtung zu Eisenoxydulen oder Ferrosalzen zersetzt. — Bei Eisenchlorid findet eine Zersetzung zu Eisenchlorür

statt, wie jener Körper auch bei Gegenwart einer organischen Substanz einen Theil seines Chlorgehalts verliert und zu Chlorür reduzirt wird. Oxalsaures Eisenoxyd wird zu Eisenoxydul-Salz und Kohlensäure auch ohne Anwesenheit weiterer organischer Stoffe zersetzt; die Kohlensäure entweicht. — Ebenso wie oxalsaures Eisenoxyd verhalten sich die Doppelsalze: oxalsaures Eisenoxyd-Kali, -Ammon, bezw. -Natron. Hier findet aber die Zersetzung energischer und schneller statt, indem die frei werdende Kohlensäure in dem -Kali, bezw. -Natron und -Ammon Stoffe antrifft, mit denen sie sich rasch zu kohlens. Kali, bezw. Natron und Ammon verbindet.

Die chromsauren Salze gehen bei Belichtung in die Formen des chromsauren Chromoxyds oder des Chromsuperoxyds und Chromoxyds über. — Die Uranoxyd-Salze setzen sich in Uranoxydul-Salze um. — Für die Reduktion sowohl der chromsauren als der Uranoxyd-Salze durch Belichtung ist die Anwesenheit organischer Substanzen Vorbedingung. —

Anschliessend an das Vorhergehende möge im Vorübergehen einer ebenfalls auf chemischer Thätigkeit des Lichts beruhenden Erscheinung gedacht werden, welche häufig bei Fensterglas beobachtet wird: Fensterglas nimmt unter Einwirkung des Sonnenlichts ausgesprochene Färbungen an.

Fast alle Gläser sind lichtempfindlich; bei vielen Glassorten genügt eine Belichtung von nur wenigen Tagen, um eine deutliche Farben-Veränderung hervor treten zu lassen, die später auch eine wesentliche Veränderung in der Struktur der Oberfläche mit sich bringt. Immer findet eine Verdunkelung der Färbung des Glases statt, beim weissen ins gelbliche und bräunliche. Am schnellsten und auffallendsten werden manganhaltige Gläser von fleischfarbigem Ton vom Licht verändert; dieselben nehmen rasch braune Färbung an. Am unangenehmsten ist diese Veränderung bei grossen Scheiben, welche Inschriften, die mittels Aufkittung von Buchstaben hergestellt sind, tragen (Schau- und Thürfenster). Werden derartige Buchstaben zum Zwecke der Veränderung der Inschrift ein mal wieder abgenommen so treten die frei gelegten Stellen als ungefärbte stark hervor; d. h. es erscheint gewissermaassen ein Abdruck der frühern Inschrift: hell auf dunklerem Grunde.

Abhülfe ist selbst nicht durch Schleifen und Poliren zu schaffen, da die Verfärbung ihren Sitz nicht nur in der Oberfläche hat, sondern die ganze Dicke der Scheibe durchsetzt.

III. Beschaffenheit der Originale zu Lichtpausen.

Lichtpaus-Verfahren sind Kopir-Methoden, mittels deren man von flachen, durchbrochenen oder durchscheinenden Gegenständen, z. B. Pflanzenblättern, Zeichnungen, Spitzen, Schablonen etc., unter Benutzung der chemischen Wirkung des Lichts Reproduktionen in der Grösse des Originals anfertigt. Diese Erklärung schliesst die Unterscheidung ein, welche gegen das photographische Verfahren besteht, in welchem die *camera obscura* (S. 988) benutzt wird. Da der Lichtpaus-Prozess sich auf die Eigenschaft gewisser Körper gründet, im Lichte eine der Farbe nach direkt sichtbare oder doch entwickelbare Veränderung zu erleiden, so folgt, dass die Original-Zeichenblätter, von welchen Kopien — Lichtpausen — genommen werden sollen, an den zeichnungsfreien Stellen lichtdurchlassend, in den Zeichnungslinien Licht zurück haltend — deckend — sein müssen. Daher sind Originale auf möglichst reinem transparenten Papier und in möglichst tief schwarzer, deckender Tusche ausgeführt am geeignetsten zur Reproduktion. Die Zeichnungsblätter dürfen auch keine Falten und Kniffe etc. enthalten, da solche sich als feine Linien auf der Lichtpause markiren; dieselben werden daher am besten gerollt oder flach liegend in Mappen aufbewahrt. Als Original-Papier wähle man hiernach ein in der Durchsicht weisses, leicht bläulich gefärbtes, möglichst transparentes, dünnes, glattes Papier von möglichst gleichmässiger Stärke, ohne Knoten und Flecken. Vor allem muss die Rückseite des Papiers frei von Schrift, Zeichnung oder Druck sein, da diese in umgekehrtem Sinne (als Spiegelbild) auf der Lichtpause erscheinen würden. Am ungünstigsten ist gelbe Färbung des Originalpapiers, weshalb die Benutzung geölter Pauspapiere zu Originalen, besonders wenn diese wiederholt kopirt werden sollen, möglichst zu

vermeiden ist. Alle geölten Papiere sind im Lichte und überhaupt mit der Zeit stark nachgilbend und nehmen schliesslich sogar eine körnige gelbbraune Textur an, welche die chemisch wirkenden Lichtstrahlen mehr oder weniger zurück hält.*)

Je mehr das Original-Papier den vorstehend ausgesprochenen Anforderungen genügt, um so rascher verläuft der Kopirprozess, um so reiner ist die erzielte Kopie. Allermindestens muss das Original-Papier lichtdurchlassend sein, womit freilich nicht gesagt ist, dass man von Originalen auf starkem Zeichenpapier gar keine Kopien erzielen könne. Selbst von Originalen auf Whatman-, Kupferdruck- und Karton-Papier lassen sich brauchbare Kopien erzielen; nur dauert die Belichtung entsprechend länger und erfordert die Ausführung des Prozesses eine nicht leicht zu erwerbende Routine; sie wird „Spezialität“*).

Die schwarze chinesische Tusche eignet sich am besten zum Zeichnen der Originalpausen, weil alle andern deckend wirkenden Farben nur schlecht aus der Ziehfeder fliessen und deshalb unscharfe Linien geben. Die Tusche muss aber derart eingerieben und versetzt sein, dass dieselbe leicht aus der Ziehfeder fliesst und tief schwarz deckend ist. Blasse mit Tusche gezogene Linien lassen Licht durch und geben unscharfe Lichtpausen. Zu empfehlen ist es, der möglichst dick eingeriebenen Tusche eine, chemische Lichtstrahlen weniger durchlassende, Farbe beizumischen, z. B. Gummi gutti, van-Dyckbraun, Englischroth, Zinnober, Carmin. Von diesen Farben wirkt Carmin allerdings nur gering, fliesst aber gut aus der Feder, während Englischroth und Zinnober schwer fliessen.**)

Mit grossem Vortheil macht man von folgendem Verfahren hinsichtlich Behandlung der Tusche und der Original-Zeichnungen Gebrauch: Man fertige sich eine etwas klebrig bleibende Tusche, indem man pro 10 ccm richtig eingeriebener Tusche 1—2 Tropfen Glycerin und ein ca. erbsengrosses Stück Kandiszucker zusetzt und gut mischt. Mit dieser Tusche zeichne man das zu kopirende Original in gewöhnlicher Weise, vermeide aber die gezeichneten Stellen durch Reiben und Schieben mit Lineal oder Dreieck zu verwischen. Wenn die Zeichnung ganz fertig ist, stäube man feines Metallbronze-Pulver über das glatt liegende Blatt und reibe dies vorsichtig mit einem weichen Tuschpinsel in kreisförmiger Bewegung in die Tuschlinien fest; hierdurch werden dieselben bedeutend deckender und bei richtiger Behandlung auch ganz undurchsichtig. Um diese Originale gegen Feuchtigkeit zu schützen, kann man die Zeichnungs-Seite event. mit einem klaren Spirituslack überziehen, welcher Ueberzug das Papier in höherm Grade transparent macht. Ein Zusatz von doppeltchromsaurem Kali zur Tusche, der hier und da wohl gemacht wird, ist nicht zu empfehlen.

IV. Unterscheidungen der Lichtpausen-Arten.

Nach der Art der erzielten Lichtpausen unterscheidet man:

1. Umkehrung des Originals sowohl der Farbe als der Lage nach (Spiegelbild); z. B. weisse oder helle Zeichnung als Spiegelbild auf braun-schwarzem oder dunklem Grunde; derartige Kopien heissen „Negative“. Ein Unterschied besteht wieder, ob der dunkle Grund deckend oder nicht deckend ist, d. h. chemisch wirkende — aktinische — Lichtstrahlen abhält oder durchlässt. Negative mit deckendem Grunde sind die vollkommensten; sie können demnächst als Originale zur Erzeugung von Positiven benutzt werden.

2. Umkehrung der Farbe, nicht aber der Lage nach, z. B. weisse oder helle Zeichnung auf blauem oder dunklem Grunde in gleicher Lage der Zeichnung wie beim Original: „Negative in richtiger Stellung“ und:

3. Keine Umkehrung, weder der Farbe noch der Lage nach; z. B. schwarze oder dunkle Zeichnung auf weissem oder hellem Grunde in gleicher Lage der Zeichnung wie beim Original: „Positive“. Hierbei ist wieder zu unterscheiden: ob die Lichtpause durch einmaliges Kopiren direkt nach dem Original erzielt wird, „direktes Positiv“, oder durch wiederholtes Kopiren nach einem vorher gefertigten kopirfähigen Negativ, schlechthin „Positiv“.

*) Vergl. Photogr. Wochenbl. 1884, S. 413 ff.

**) Verfasser hat sowohl ein bläulich-weisses, nicht gelb werdendes und hoch transparentes Pauspapier in Rollen als auch eine besonders für Lichtpaus-Originale sehr geeignete, tief schwarze, fast kein chemisch wirkendes Licht durchlassende, flüssige, zum Ausziehen fertige Tusche präparirt, welche von ihm direkt bezogen werden kann.

Stellt Fig. 1024 ein Original dar, so giebt Fig. 1025 eine Umkehrung desselben, sowohl der Farbe als der Lage nach (Negativ), Fig. 1026 dagegen keine Umkehrung weder der Farbe noch der Lage nach (Positiv).

Positive Kopien sind den Originalen am meisten entsprechend und deshalb vorzuziehen. Von den beiden Arten sind es wieder die direkt erzielten Positive, welche für die speziellen Zwecke der Technik den meisten Werth besitzen.

Im Folgenden sollen Kürze halber alle Verfahren, durch welche direkte Positive erhalten werden, als „direkt positive", alle übrigen aber als „negative Verfahren" bezeichnet werden.

Fig. 1024. Original.



Fig. 1025. Negative Kopie.



Fig. 1026. Positive Kopie.



V. Geschichtlicher Ueberblick der Erfindung und Entwicklung der Lichtpaus-Verfahren.

Die ersten Versuche Lichtpausen anzufertigen, wurden schon 1802, d. i. gleichzeitig mit den ersten photographischen Versuchen mit Silbersalzen angestellt. Durch das gemeinsame Streben sind seitdem viele brauchbare Methoden erfunden und ausgebildet worden, bei denen die Kopien entweder weiss auf braunem, blauem, grünem, rothem, gelbem Grunde oder farbig: braun, blau, violett, schwarz auf weissem oder doch hellem Grunde erscheinen.

Die erwähnten ersten Anfänge wurden von Wedgewood, Sohn des berühmten englischen Porzellan-Fabrikanten Josuah Wedgewood, unternommen. 1803 erschien von diesem Experimentator in dem „*Journal of the Royal Institution of 1803*" ein Bericht über eine Methode, Gemälde auf Glas zu kopiren, ebenso Profile — Silhouetten — und Kopien von flachen Gegenständen, Pflanzen-Blättern, Schmetterlingsflügeln etc., durch Wirkung des Lichts auf ein mit salpetersaurem Silber (Höllenstein) getränktes Papier als weisse Zeichnung auf braunem Grunde auzufertigen. Humphry Davy begleitete diesen Bericht mit Anmerkungen, unter denen die wichtigste diejenige ist, in welcher ausgeführt wird, dass man mit grossem Vortheil anstatt des salpetersauren Silbers auch das viel empfindlichere Chlorsilber anwenden könne.

Alle diese Kopien vertrugen, weil nicht fixirt, kein Licht, mussten daher im Dunkeln aufbewahrt und konnten nur bei künstlichem Kerzen- oder Lampenlicht betrachtet werden.

16 Jahre später (1819) entdeckte Sir John Herschel die Wirkung des unterschwefeligsauren Natrons auf Silbersalze; doch blieb diese Entdeckung bis 1839 so gut wie unbeachtet. Erst als 1839 der Engländer Fox Talbot mit seinem neu entdeckten hoch empfindlichen Chlorsilber-Papier (Papier mit Chlorsilber und salpetersaurem Silberoxyd präparirt) auftrat, nahm dieser, nach der von Sir John Herschel unterm 14. März 1839 ertheilten Anweisung das unterschwefeligsaure Natron zum Fixiren seiner Bilder in Gebrauch, und es ist dies Salz seitdem für diesen Zweck auch in beständiger Anwendung geblieben.*)

*) Um etwaigen Irrthümern vorzubeugen, sei hier bemerkt, dass die Bezeichnung „Talbot'sches Lichtpaus-Verfahren" sich immer nur auf den genannten Fox Talbot bezieht, niemals aber auf Romain Talbot in Berlin, einen Händler mit lichtempfindlichem Papieren und Apparaten zum Lichtpaus- und photographischen Verfahren.

War auch durch die Fixirung der Lichtpausen ein bedeutender Fortschritt erzielt, so blieb zunächst noch der grosse Uebelstand bestehen, dass die präparirten Papiere — die Kopirpapiere — keine Haltbarkeit besassen, daher stets frisch — möglichst noch am Tage der Präparirung — benutzt werden mussten. Dieser Mangel hinderte lange, dass das Lichtpaus-Verfahren eine durchschlagende praktische Bedeutung und Verwerthung erlangte. Darin ist erst seit 1870 Wandel geschaffen, seit welcher Zeit man im Stande ist, lichtempfindliches Papier herzustellen, welches seine Brauchbarkeit für eine längere Zeit bewahrt.

A. Ost in Wien fand zuerst in dem Zusatz von Citronensäure zu dem Silberbade ein Mittel, um ein längere Zeit haltbares gesilbertes Papier zu erzielen. Die heute unter dem Namen „Lichtpaus-Papiere" im Handel befindlichen gesilberten Papiere sind mehr oder weniger dem Ost'schen ähnlich.

Weitere Rezepte zur Präparirung von haltbaren Chlorsilber-Papieren wurden von Fritz Haugk, Dr. van Monckhoven, Dr. A. Trapp, W. M. Ashmann, Dr. F. Stolze und in neuester Zeit von Capt. W. de Abney gegeben. Abney's Rezept verdient den Vorzug vor allen ähnlichen.

Seit 1871 ist das Lichtpaus-Verfahren zu allgemeinerer Anwendung gelangt. In der ersten Zeit wurden vornehmlich Kopien auf Chlorsilber-Papier gefertigt; da aber dies Verfahren der vielen, mit peinlichster Sauberkeit und Akkuratesse auszuführenden Manipulationen wegen umständlich, andererseits auch der theuren Silbersalze wegen zu kostspielig erschien, fühlten sich Fachleute angeregt, einfachere und billigere Verfahren zu schaffen.

Das zunächst bekannt gewordene war das Eisen-Blauverfahren mit Eisensalzen: die „Cyanotypie". Döbbereiner hatte bereits 1831, allerdings an wässerigen Lösungen (nicht auf Papier), beobachtet, dass eine Auflösung von oxalsaurem Eisenoxyd (Ferrid-Oxalat) besonders bei Ueberschuss von Oxalsäure durch Belichtung unter Entwickelung und Entweichung von Kohlensäure in unlösliches oxalsaures Eisenoxydul (Ferro-Oxalat) übergeführt werde. Diese Wirkung des Lichts auf oxalsaure Eisenoxyd-Salze wurde später weiter studirt von Emerson J. Reynolds, welcher konstatirte, dass die Doppelsalze, z. B. oxalsaures Eisenoxyd-Ammoniak die angegebene Reaktion schneller und deutlicher zeigen.

Im Jahre 1840 fand Sir John Herschel, dass allgemein Eisenoxyd-Salze in Verbindung mit organischen Stoffen (auch mit organischen Säuren, z. B. Oxalsäure, Citronensäure etc.) durch Lichteinwirkung zu Eisenoxydul-Salzen reduzirt werden, und 1840 — 1842 wurde von ihm, unter Anwendung des zitronensauren Eisenoxyd-Ammoniak's die erste Kopie mit Eisensalzen auf Papier erzielt. Herschel präparirte Papier mit einer wässerigen 10proz. Auflösung dieses Eisenoxyd-Salzes, belichtete unter einer Zeichnung und tauchte dann die Kopie in eine schwache Auflösung von neutralem Goldchlorid, wobei sich an den belichteten Stellen Eisenoxydul und das Gold in Form feinen Pulvers metallisch abschied und so nach erfolgtem Auswaschen eine weisse Zeichnung auf purpurfarbigem Goldgrunde entstand. Herschel nannte diesen Prozess „Chrysotyp- oder Aurotyp-Prozess." Andererseits tauchte Herschel eben solche Kopien in eine 10proz. Auflösung von Ferrid-Cyankalium (rothes Blutlaugensalz) und erhielt so Kopien in weisser Zeichnung auf blauem Grunde: die oben genannten Cyanotypien. Bei beiden Verfahrungs-Arten genügte zum Fixiren der Kopie das Auswaschen derselben in Wasser.

Während bei der Aurotypie die Purpurfarbe aus fein vertheiltem metallischen Golde besteht, ergiebt sich bei der Cyanotypie die blaue Farbe als ein dem Berlinerblau ähnlicher Niederschlag von Turnbullsblau. Dieses entsteht durch Fällung von Eisenoxydul-Salzen mit rothem Blutlaugensalz, während Berlinerblau entsteht wenn Eisenoxyd-Salze mit gelbem Blutlaugensalz gefällt werden.

Turnbullsblau ist bedeutend lichtbeständiger als Berlinerblau, welch letzteres im Lichte stark ausbleicht. Zur Entwicklung und Färbung der Kopien mit Eisensalzen ist das rothe Blutlaugen-Salz auch vorzuziehen, weil es das am intensivsten gefärbte Blau liefert. Der chemische Vorgang ist kurz der folgende:

Werden Eisenoxyd-Salze belichtet, so findet an den belichteten Stellen eine Reduktion zu Eisenoxydul-Salzen statt, während die gegen die Wirkung des

Lichts geschützten Stellen (die unter der Zeichnung liegenden) unverändert Eisenoxyd — bleiben. Nun sind die hier in Betracht kommenden Eisenoxydul-Salze (oxalsaure, zitronensaure, weinsaure etc.) in Wasser unlöslich und bilden gleichzeitig mit rothem Blutlaugensalz den schönen intensiven blauen Niederschlag des Turnbullsblau; hingegen ist das Eisenoxyd-Salz in Wasser löslich und ergiebt mit dem rothen Blutlaugensalz keinen Niederschlag. Darnach muss beim Belichten unter einer positiven Zeichnung und demnächstigen Auswaschen eine Kopie in weisser Zeichnung auf blauem Grunde entstehen.

Man kann auch, nach dem Vorgange Herschels, bei diesem Kopir-Verfahren die Entwickelungs- oder Färbungs-Flüssigkeit des Ferrid-Cyankaliums schon sogleich mit der Eisenoxyd-Lösung gemischt auf das Papier bringen und es findet dann der Niederschlag des Turnbullsblau schon während der Belichtung, und entsprechend dem Fortschreiten der Reduktion des Eisenoxyd-Salzes zu Eisenoxydul-Salz, statt. Es sind dann die Kopien nach der Belichtung zur Entwicklung und Fixirung der weissen Linien nur noch mehrere mal in reinem klaren Wasser auszuwaschen um sodann — als fertig — getrocknet zu werden. Das Cyanotyp-Verfahren in dieser speziellen Art und Weise ausgeführt, ist dasjenige, welches seit 1867*) in Frankreich und England in Anwendung steht, später auch Eingang in Deutschland gefunden hat. Selbstverständlich erhält man nach demselben bei Benutzung eines — nach irgend einem Verfahren hergestellten — Negativs ein Positiv: blaue Zeichnung auf weissem Grunde.

Mit oxalsauren Eisenoxyd-Salzen haben vornehmlich: Halleur 1853, Phypson 1861, Dr. Zöller 1860, Dr. Schwarz 1863, Dr. Vogel 1876 und Willis Versuche angestellt.

Alle Lösungen mit Ferrid-Oxalaten sind sehr lichtempfindlich, liefern aber nie ein sensibilisirtes Papier von einiger Haltbarkeit, so dass es unmöglich ist, solches Papier auf längere Zeit im voraus zu präpariren; man muss die Präparirung immer stets kurz vor dem Gebrauche ausführen.

Lösungen zur Selbstausführung der Präparirung lichtempfindlichen Eisenpapiers**) sind später in den Handel gebracht von:

1. H. Dolmetsch, Baumeister in Stuttgart, 1875—76. Das mit der Dolmetsch'schen Lösung präparirte Papier war nur wenige Tage haltbar. Dolmetsch empfahl seine Lösung auch zum Präpariren von ungeleimtem (Kupferdruck-) Papier; von demselben wird die Lösung vollständig aufgesaugt und so bei der Belichtung — die allerdings länger genommen werden muss — ein intensiv deckendes blaues Negativ erzielt, nach welchem man wieder Positive — blau auf weiss — kopiren kann. Diese negativen Kopien lassen sich aber, der leichten Zerreissbarkeit des ungeleimten Papieres wegen, besonders bei grossen Blättern nur sehr schwierig, kaum durchführbar, behandeln.

2. Kuno Mair in München, 1875 (System Beaurain). Das präparirte Papier war noch weniger haltbar, als das mit Dolmetsch'scher Lösung präparirte.

3. Romain Talbot in Berlin, 1876. Die Lösung war zusammen gesetzt und geliefert von Prof. Dr. Vogel. — Das präparirte Papier war nur wenige Stunden — in maximo 4 Std. — haltbar, lieferte kein reines weiss und nur ein leichtes blau. Auch zersetzt sich die Lösung selbst bei Aufbewahrung im Dunkeln.

Haltbar präparirte Papiere haben angefertigt und in den Handel gebracht:

1. Zuerst Marion fils & Géry in Paris, 1868 — die sogen. „*Papiers au Ferro-Prussiate.*“

2. Marion & Co. in London.

3. Oskar Kramer in Wien, 1876. Diese Papiere wurden nach dem Verfahren des Ingenieurs W. Seyfert und unter dessen Leitung hergestellt, später nach dem Verfahren des Ingenieurs v. Itterheim in Winterthur (jetzt in Wien).

4. Ingenieur J. Kolk in Berlin, 1876, welcher bereits 1866/67 Cyanotypien fertigte.

5. A. Messerli in Zürich, 1876.

*) Nach dem Prinzip des Sir John Herschel'schen Cyanotyp-Verfahrens (mit citronensaurem Eisenoxyd-Ammoniak) erzeugte Lichtpausen in weissen Linien auf blauem Grunde waren unter dem Namen *Photocalques* im Jahre 1867 zuerst auf der Pariser Weltausstellung zu sehen.

**) Hier sei gleich hinzu gefügt, dass man im Durchschnitt zum Präpariren von Papier pro 1 qdcm 0,3—0,4 ccm Lösung, d. i. pro 1 qm 30—40 ccm rechnen kann, so dass 1 l Lösung zum Präpariren von ca. 25—35 qm Papier ausreicht.

6. Dr. Briegleb in Tullenau bei Nürnberg, durch Nestler in Nürnberg, 1879. Dies Papier war nur geringwerthig und zum Gebrauch wenig empfehlenswerth.

7. Ingenieur A. Bertsch in Gundershofen i. E. (Vertreter in Berlin Ingenieur Philipp), 1881. Seit Mai 1884 nach einer vom Ingen. J. Kolk erworbenen Rezeptur*).

Lösungen werden meist nur in den Handel gebracht, wenn die damit präparirten Papiere nicht haltbar sind. Unter den Lösungen kann die von Dolmetsch als beste empfohlen werden.

Von den präparirten Papieren waren bis 1878 die Marion'schen die besten. Dann folgten: Kramer'sche, Kolk'sche, Messerli'sche, Bertsch'sche und als minderwerthigste die Dr. Briegleb'schen.

1878 hat der Verfasser dieses eine wesentliche Verbesserung im Cyanotyp-Verfahren gefunden, indem er ein Präparat ermittelte, mittels dessen sich ein Cyanotyp-Papier von höchster Haltbarkeit (er erzielte nach 5 Jahren noch gute Kopien mit fast reinem weiss) und hoher Lichtempfindlichkeit präpariren lässt, welches dunkelblaue, fast schwarzblaue, deckende Farbe, selbst auf dünnem transparenten Pauspapier gute kopirfähige Negative, danach scharfe und rein weisse Positive — Diapositive — mit allen Halbtönen und Details liefert.**) Auch hat Verfasser 1878 eine zu Ergänzungen und Korrekturen auf dem blauen Grunde dienende, von ihm dargestellte weisse Tinte in den Handel gebracht. — Es wurde hiermit 1878 die vielfach ausgesprochene Behauptung, dass auf Cyanotyp-Papier und besonders auf geleimtem und dünnem transparenten Pauspapier brauchbare kopirfähige Negative unmöglich zu erzielen seien***), mit absoluter Gewissheit widerlegt.

Sir John Herschel hatte 1840 weiterhin auch den Versuch gemacht, ein mit citronensaurem Eisenoxyd-Ammoniak präparirtes und getrocknetes Papier nach der Belichtung unter einer positiven Zeichnung mit einer Lösung von gelbem Blutlaugensalz, der etwas Gummi arabicum zugesetzt war, zu entwickeln und zu färben und dabei ein Positiv in violett-blauer Farbe auf grünlich-gelbem Grunde erzielt. Dies war das „positive“ Cyanotyp-Verfahren, welches 1878 von Pellet, 1880 von Collache und weiterhin von Pizzighelli und Joltrain verbessert und danach geübt worden ist. Heute kommen haltbar präparirte Papiere zu diesem Verfahren unter der Bezeichnung „Pellets Ferrocyan-“ oder „Positive Cyanotyp-Papiere“ im Handel vor.

Nach schon oben gemachter Angabe bildet sich bei dem positiven Cyanotyp-Verfahren durch Zusammentreten des Eisenoxyd-Salzes der nicht belichteten Linien einer Zeichnung mit dem gelben Blutlaugensalz des Entwicklungs-Bades, ein blauer Niederschlag von dem nur wenig lichtbeständigen Berlinerblau. Das Verfahren eignet sich auch zur Massen-Reproduktion und bei grossen Original-Zeichnungen wenig, weil es sehr viel Sorgfalt, Sauberkeit, sowie besondere Uebung und Geschicklichkeit erfordert.

Im Jahre 1860 veröffentlichte Poitevin ein Verfahren, bei welchem eine Lösung von Eisenchlorid und Weinsteinsäure in Wasser zur Anwendung kam†) und die durch Belichtung erzeugten (Eisen-) Bilder unter Anwendung einer Lösung von Gallussäure in sog. Gallustinten-Bilder umgewandelt wurden: „Tintenbilder-Verfahren“.

Da die chlorreiche Lösung des Eisenchlorids mit Leichtigkeit in die Faser des Kopirpapiers eindringt und dieselbe lockert, empfiehlt es sich als Kopirpapier ein möglichst gut geleimtes, glatt und stark satinirtes Rohpapier zu benutzen und ausserdem der Präparirlösung eine die Poren des Papiers schliessende Substanz z. B. Gummi arabicum, Arrowroot oder Gelatine hinzu zu setzen. Obgleich nun ein solcher Zusatz des öftern und selbst von Poitevin nicht nur in Vorschlag, sondern

*) Das von C. Schleicher & Schüll in Düren in den Handel gebrachte Papier ist nach der Kolk'schen Rezeptur von A. Bertsch in Gundershofen präparirt.

**) Man vergl.: 1. Photogr. Wochenblatt, von Dr. F. Stolze, Jahrg. 1879, S. 153 — 154 und 185 – 187; ferner Jahrg. 1884, S. 413 — 415 u. 417. — 2. Photogr. Mittheilungen', von Prof. Dr. Vogel, Jahrg. 1879, S. 53—54 und 83—84. — 3. Papierzeitung, von Civil-Ingen. C. Hofmann in Berlin; 1879, S. 566.

***) Man vergl.: 1. Dr. H. Vogel Lehrbuch d. Lithographie, 3. Aufl., S. 432. — 2. Photogr. Notizen von A. Moll, Jahrg. 1878, S. 85—88. — 3. Deutsche Bauzeitg., Jahrg. 1882, S. 610 und 1883, S. 63.

†) Und zwar: 100g Wasser, 10g Eisenchlorid und 3g Weinsteinsäure.

auch in Anwendung gebracht worden war, erhielt doch 1880, — weil Niemand Einspruch erhob, — Colas in Neuilly ein deutsches Reichs-Patent auf ein Rezept zu einer Präparir-Lösung und deren Anwendung, die durchaus dem Poitevin'schen Prinzip entspricht.*) Seit dem 30. Nov. 1882 ist jedoch dies Patent wieder gelöscht und das Verfahren zu Jedermanns Benutzung frei.

Es haben dann Ingenieur A. Bertsch in Gundershofen i. Elsass 1881, und Ingen. J. Kolk in Berlin 1884 die Präparation dieses Tintenbilder-Papiers noch wesentlich verbessert und beide ein einigermaassen haltbar präparirtes Papier zu dem Verfahren in den Handel gebracht**). —

Die Chrom-Photographie (Verfahren mit Chromsalzen) entwickelte sich wie folgt: Im Jahre der Entdeckung der Daguerreotypie (1839) beobachtete Mungo Ponton, dass Chromsäure und ihre Salze in Berührung mit organischen Stoffen, Papier, Holz etc. lichtempfindlich seien, und dass die belichteten Stellen unlöslich werden, dahingegen die unbelichteten löslich bleiben, entsprechend dem chemischen Vorgange, dass bei der Belichtung die Chromsäure zu braunem Chromsuperoxyd und endlich, bei langer Belichtung, zu grünem Chromoxyd reduzirt wird.

Ferner fand der Erfinder der Silberpapier-Photographie Fox Talbot 1852, dass Chromoxyd den Leim (Gelatine) gerbe und ihn dann unlöslich in heissem Wasser mache. Er wandte daher eine Leimlösung versetzt mit doppelt-chromsaurem Kali (Chrom-Leimlösung) an, überzog eine Stahlplatte mit dieser Lösung, liess dieselbe im Dunkeln trocknen, belichtete sie unter einer Zeichnung, löste die unbelichteten Theile dann in warmem Wasser fort und erhielt so ein Bild in nacktem Metall auf mit unlöslicher Leimschicht bräunlich überdecktem Grunde. Er ätzte die frei liegenden Stellen des Metalls mit Säure tief, druckte in der Kupferdruck-Presse und erzielte auf solche Weise Stahldrucke, ähnlich den Stahlstichen.

Die vorstehend angeführten zwei hoch wichtigen Beobachtungen wurden von andern Experimentatoren, z. B. Hunt, Halleur, Pretsch, Swan, Woodbury, Albert, Willis und vielen andern erfasst, weiter verfolgt und sind so zu verschiedenen heute sehr wichtigen Druckverfahren entwickelt worden, z. B. dem Lichtdruck oder der Albertypie, der Photolithographie, dem Pigment- oder Kohledruck, der Photogravure, dem Woodbury- oder Reliefdruck etc.***), ferner aber auch zu einigen vorzüglichen Lichtpaus-Verfahren, als dem 1865†) von Willis erfundenen „Anilindruck", der von Dr. Sobacchi 1879 beschriebenen und von Pizzighelli ausgeübten und benannten „Anthrakotypie", der „Negrographie" von v. Itterheim und einigen andern untergeordneten Verfahren, worüber (wie ebenso über die Verfahren mit Uransalzen, deren Begründer Burnett, 1840, ist) an späterer Stelle gehandelt wird.

Schliesslich ist hier noch des Verfahrens mit Platinsalzen, der „Platinotypie" zu gedenken, welche von William Willis jun. in Bromley erfunden und deren Ausübung demselben im Juni 1873 für England, Frankreich und Belgien patentirt worden ist. Der Erfinder brachte 1878 den ersten und 1880 den zweiten Verbesserungs-Nachtrag bei den Patentämtern ein. — Dies patentirte Verfahren ward streng geheim gehalten, aber seit einigen Jahren von der Platinotype-Compagnie in London dem Publikum gegen eine jährliche Lizenzgebühr von ca. 40 M. zur Ausübung überlassen. Zu Anfang 1882 reichten indess Josef Pizzighelli und Arth. Baron Hübl (k. k. Hauptleute der Genie- u. Artillerie-Waffe) der Photographischen Gesellschaft in Wien eine theoretisch-praktische Abhandlung über Platinotypie ein, welche nach stattgefundener Prüfung mit der Voigtländer-Medaille in Gold prämiirt, darauf von der Photogr. Geseslischaft in Druck gelegt und zum

*) 300g dest. Wasser, 10g Gelatine, 20ccm Eisenchlorid in Syrups-Konsistenz, 10g Weinsteinsäure und 10g schwefelsaures Eisenoxyd. —

**) Man vergl.: 1. Deutsche Bauzeitg., Jahrg. 1884, S. 406—407. — 2. Photogr. Wochenbl. von Dr. F. Stolze, Jahrg. 1884, S. 413—415 und 417.

***) Vergl. auch S. 1058.

†) Man vergl. über den Anilindruck ausführliche und zutreffende Mittheilungen an folgenden Stellen: Deutsche Bauzeitung, 1878 S. 206, 260, 1879 S. 29, 70 u. 91. — Photogr. Notizen von A. Moll, Jahrg. 1878, S. 85—88. — Photogr. Wochenblatt von Dr. F. Stolze, Jahrg. 1879, S. 185—187; Jahrg. 1884, S. 413—415 und 417.

Gemeingut Aller heraus gegeben wurde. Seitdem ist die Anwendung dieses Verfahrens ohne Lizenzgebühr Jedermann frei gestellt.

VI. Apparate, Utensilien und Einrichtungen.

Die photographischen Reaktionen sind von so grosser Feinheit, dass sehr unbedeutende Dinge wie Verunreinigungen oder Nichtbeachtung gegebener Vorschriften wiederholtes Misslingen bewirken. Auf ein gutes Resultat kann aber selbst bei genauer Beachtung der gegebenen Vorschriften auch nicht gerechnet werden, wenn nicht die nothwendigsten Apparate, Utensilien etc. in gutem Zustande vorhanden sind. Diese sollen in Folgendem der Reihe nach besprochen werden.

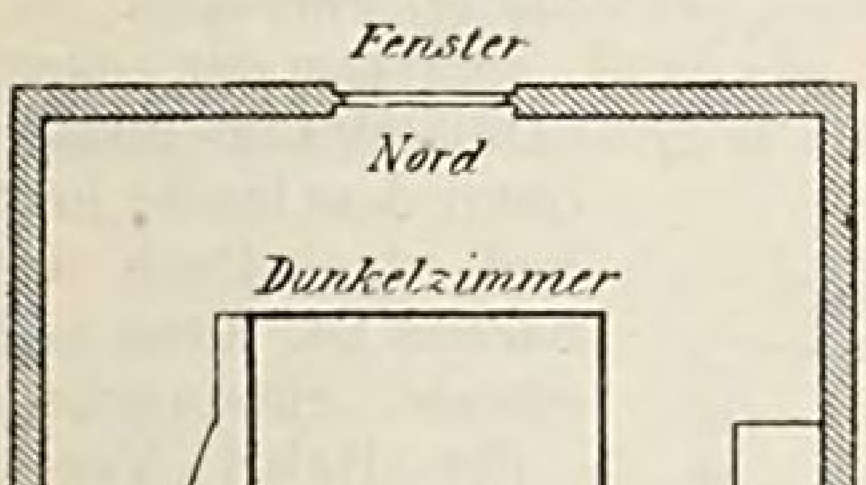
a. Dunkelraum und Belichtungsraum.

Einige der Manipulationen beim Lichtpausen dürfen nicht im direkten Tageslicht, sondern müssen in einem Raum vorgenommen werden, in welchen die chemisch am stärksten wirkenden blauen, violetten und ultravioletten Strahlen weder eintreten, noch auch in welchem sie von darin vorhandenem künstlichen Lichte erzeugt werden können. Da die gelben, orange und rothen Lichtstrahlen nur sehr wenig chemisch wirken, so folgt, dass unter „Dunkelraum“ in photogr. Bedeutung des Worts keineswegs ein gegen alle Lichtstrahlen abgeschlossener, durchaus dunkler, sondern nur ein solcher Raum verstanden wird, aus welchem die chemisch wirkenden Lichtstrahlen fern gehalten sind. Es darf in dem Raume, da die gelben und orange Strahlen eine besondere Licht-Intensität besitzen, sogar eine bedeutende Helligkeit herrschen, deren Grad nach dem Maasse der Lichtempfindlichkeit der im Raume zur Benutzung kommenden Präparate zu bemessen ist.

Lampenlicht enthält, wie schon oben angeführt, nur äusserst wenige chemisch wirkenden Strahlen. Ferner hat man es bei den Lichtpaus-Verfahren ohne Ausnahme nicht mit solchen hoch lichtempfindlichen Präparaten zu thun, wie der Photograph bei der Negativplatte, welche ja mittels Gebrauchs der camera obscura ein Bild in möglichst kurzer Zeit erzielen will; daher ist es bei Ausübung sämmtlicher Lichtpaus-Verfahren gestattet, in einem von Lampenlicht erhelltem Raume ohne Dämpfung des Lampenlichts zu arbeiten.

Man kann indessen auch die Anwendung des Lampenlichts vermeiden, indem man ein nach Norden gelegenes einfenstriges Zimmer wählt, die Fensteröffnung mit einem passenden, lichtdicht schliessenden Rahm, der mit Pappe oder dunklem, Licht nicht durchlassendem Papier überklebt ist, lichtdicht zusetzt, dann in der Pappen- oder Papier Füllung des Rahms ein quadratisches Feld von der Grösse einer gewöhnlichen Fensterscheibe ausschneidet und die Ausschnitt-Oeffnung einfach mit einem Blatt, besser noch einer doppelten Lage des im Handel vorkommenden sogen. Solferino-Papiers (welches beiderseits mit Mennige gefärbt ist) dicht überklebt. Sorgfältig zu beachten ist, dass die ganze Rahm-Beklebung und ebenso das orangefarbige Papier frei von Löchern oder Rissen sei.

Fig. 1027.



Man kann auch den beweglichen Fensterrahm in angegebener Weise mit überkleben, verliert dabei jedoch den Vortheil, ihn event. leicht entfernen und die Verdunklung des Zimmers aufheben zu können.

Die übrige Disposition in dem Zimmer sei, bei einer vollständig für den Zweck getroffenen Einrichtung, Fig. 1027, wie folgt: Beiderseits längs der Wand wird je ein langer Tisch gestellt und über dem Tische rechts ein lichtdicht verschliessbares Regal zur Aufbewahrung der erforderlichen Chemikalien, unter diesem ein Fach für die Waage und die Glasgeräthe, Mensuren, Trichter etc. Auf dem Regal würden etwaige weitere kleinere Apparate, wie Filtrirgestell etc. Platz finden können. Unter dem rechter Seits stehenden Tische würden die Wasser-Behälter, Eimer etc. Platz finden, während auf dem Tische selbst das Ansetzen der Lösungen, das Präpariren der lichtempfindlichen Papiere, und nach erfolgtem Kopiren das Fertigmachen der

Kopien, das Waschen, Färben, Fixiren etc. in den betr. Schalen etc. erfolgt. — Der Tisch an der linken Seite, versehen mit einem lichtdicht schliessenden geräumigen Schubfache zur event. Aufbewahrung der präparirten oder auch der Roh-Papiere, sowie der Kopien bis zu ihrer Fertigmachung, würde vornehmlich zur Beschickung und Entleerung der darauf gelegten Kopirrähme benutzt werden. Unter diesem Tische ist event. noch in halber Höhe ein Brett zur Auflegung der Papier-Aufbewahrungs-Büchsen und -Mappen anzubringen. Will man das ganze durch das orangefarbige Fenster eintretende Licht bei der Präparirung der Papiere und der Fertigmachung der Kopien ausnutzen, was allerdings sehr praktisch ist, so stelle man auch an der Fensterseite einen Tisch auf.

Fig. 1028.

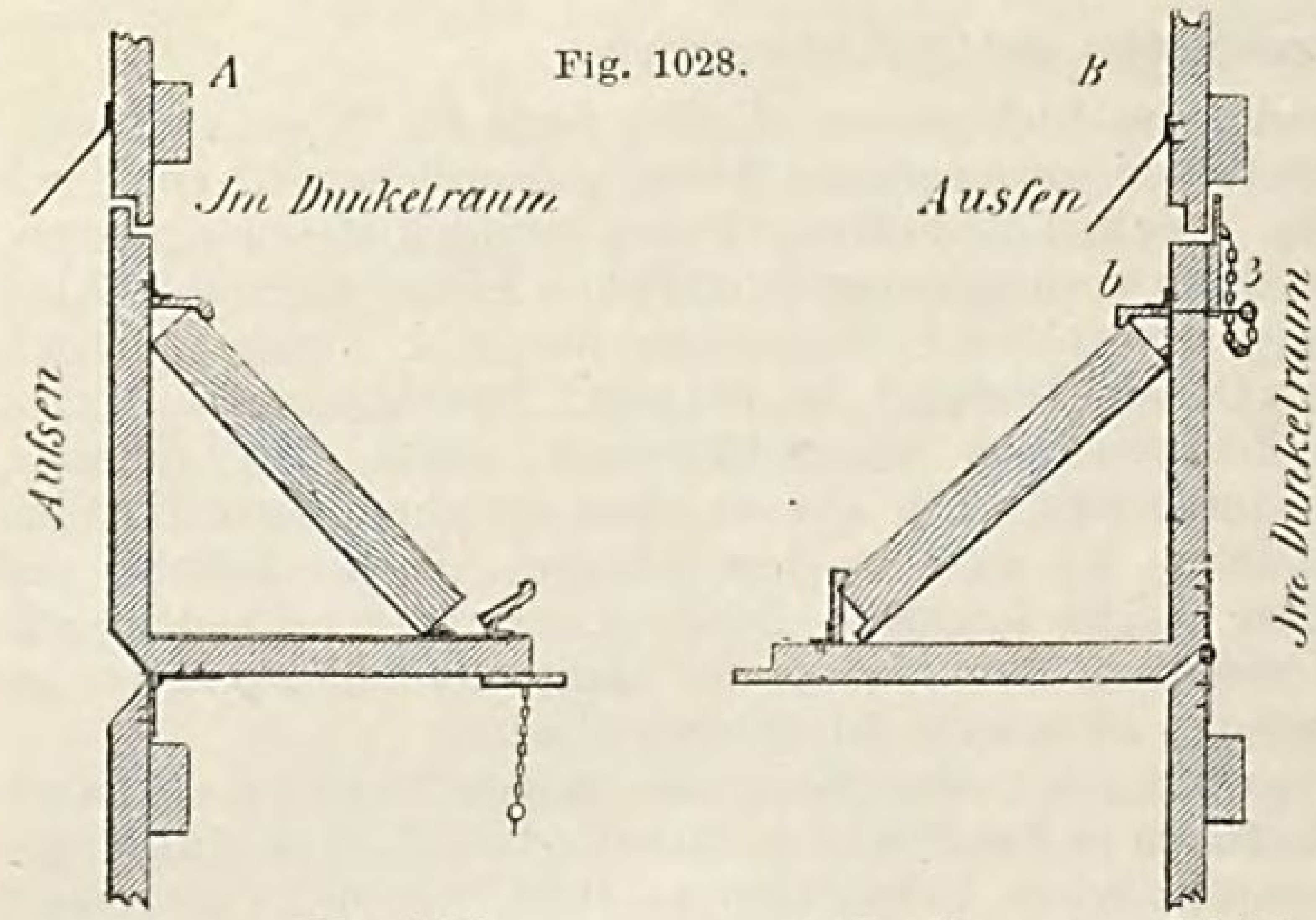
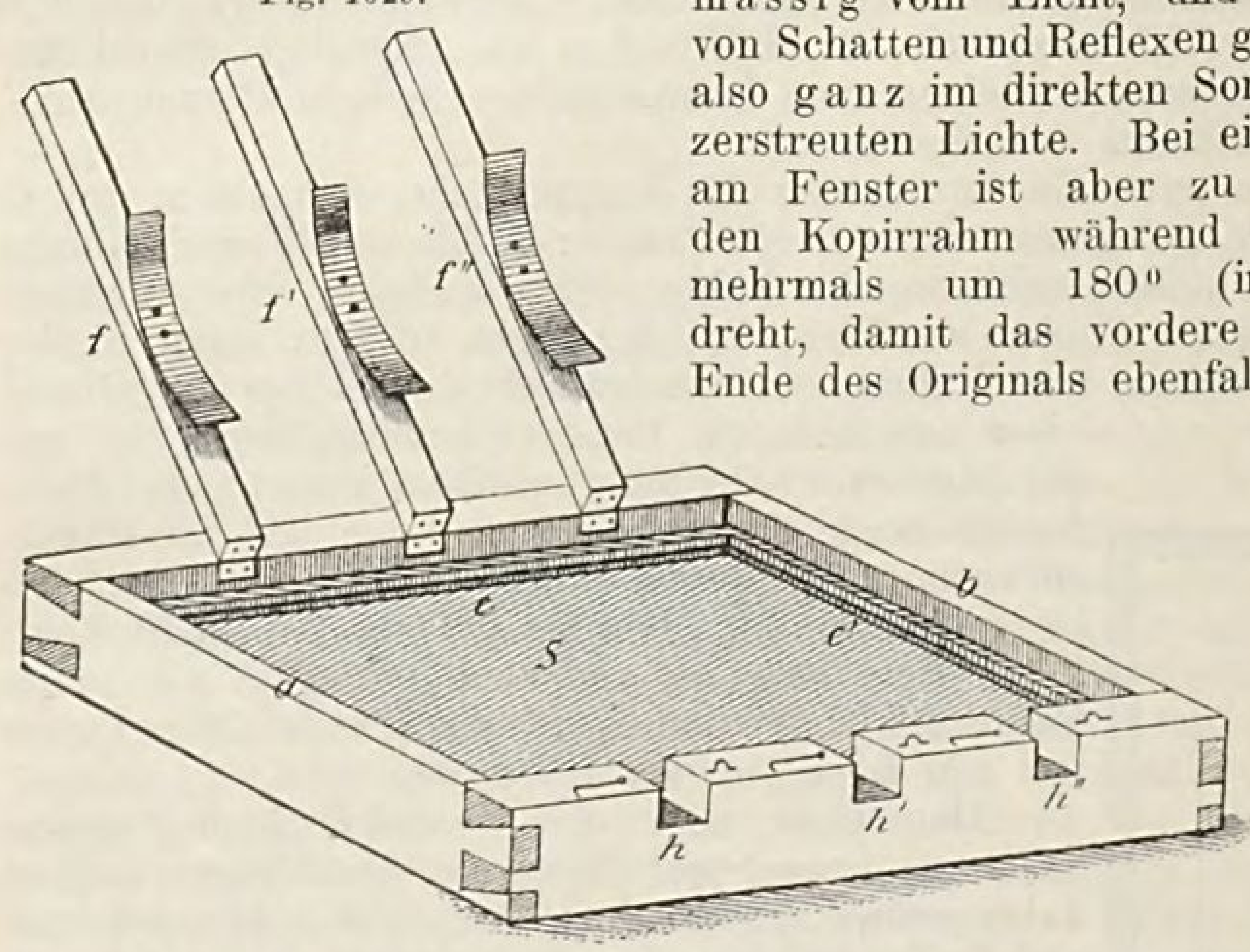


Fig. 1029.



Die Belichtung erfolgt bei den Lichtpaus-Verfahren, wo meist grosse Flächen vorkommen, um eine gleichmässige und möglichst senkrecht auftreffende Belichtung zu erzielen, stets am besten im Freien. Sollten die Witterungs-Verhältnisse dies nicht gestatten, so kann man auch, wenn die Grösse des Kopirrahms nicht hinderlich ist, die Belichtung am offenen Fenster vornehmen, wobei aber zu beachten ist, dass die ganze Grösse d. Originals gleichmässig vom Licht, und nicht etwa theilweise von Schatten und Reflexen getroffen wird. Entweder also ganz im direkten Sonnenlicht oder ganz im zerstreuten Lichte. Bei einer Belichtung im oder am Fenster ist aber zu empfehlen, dass man den Kopirrahm während der Belichtungs-Dauer mehrmals um 180° (in horizontaler Lage) dreht, damit das vordere in's Zimmer reichende Ende des Originals ebenfalls des stärkern Lichts von aussen theilhaftig werde.

Wenn der sogen. Dunkelraum direkt unter dem Dache liegt und das Dach ein flaches ist, kann man mittels entsprechender Hebel-Vorrichtung den auf dem Tische liegenden und beschickten Kopirrahm zur direkten Belichtung durch die Decke auf das flache Dach befördern und dabei die Einrichtung noch so treffen, dass die im Dache hierbei entstehende Oeffnung von der Hebel-Vorrichtung selbstthätig und lichtdicht wieder geschlossen wird. In den Fig. 1028, A. u. B., ist ein betr. Beispiel hierzu gegeben, in welchem indessen, wie ersichtlich, der Kopirrahm nicht aufs Dach, sondern durch die Wand nach Aussen gebracht wird.

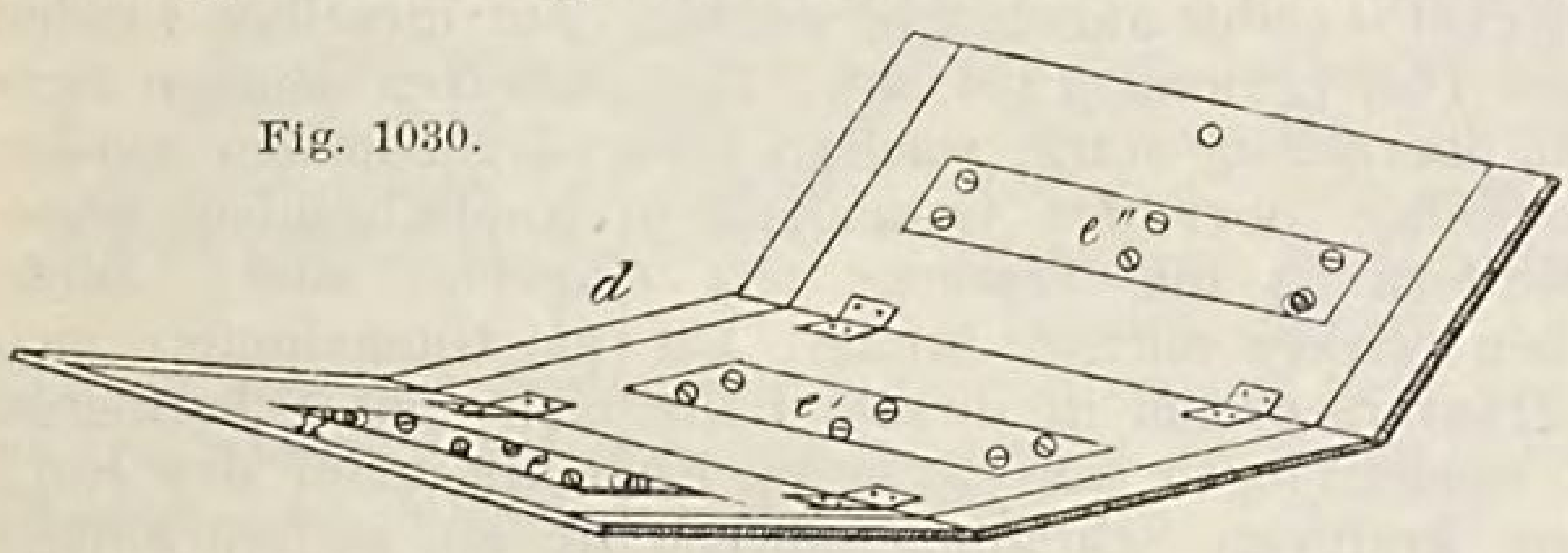
b. Kopirrähme.

Dieser wird angewendet um während der Belichtung den für die Erzielung von scharfen Kopien erforderlichen innigen Kontakt des lichtempfindlichen Papiers mit dem Original herzustellen. Press- oder Kopirrähme bestehen im wesentlichen aus einem festen, aus ganz trocknem Holze gefertigten Rahm *ab*, Fig. 1029, in

welchem auf einer angearbeiteten — also nicht angeleimten —, ringsum laufenden, in ganzer Länge in einer Ebene liegenden Leiste *c* von ca. 2^{cm} Breite und 1,5 — 2^{cm} Stärke eine reine und plan geschliffene Spiegelglas-Platte *S* gelegt wird. Auf die Glasplatte wird zuerst das Original und alsdann das Kopirpapier, ersteres dem anzuwendenden Verfahren entsprechend mit der Zeichenseite entweder nach oben oder unten gekehrt, flach und glatt gelegt; hierauf folgt ein Bogen möglichst glatten Zeichenpapiers, und schliesslich, um eine möglichst gleichmässig vertheilte Pressung und innige Berührung zwischen Original und Kopirpapier zu erzielen, noch ein sogen. Pressbausch. Zuletzt wird ein die ganze Glasplatte deckender Klappdeckel *d*, Fig. 1030, der aus mehreren mittels Scharnieren verbundenen, und durch Nuthen dicht zusammen schliessenden Feldern besteht, aufgelegt und werden die mit den stählernen Druckfedern *f*, *f'*, *f''* versehenen Traversen zugeklappt und mittels des bei *h*, *h'*, *h''* befindlichen Haken- oder Riegel-Verschlusses fest gelegt.

Der Kopirrahm und alle dazu gehörigen Theile — besonders die Pressbausche — sind stets trocken zu erhalten. Die Glasplatte muss, um ein Zerspringen derselben durch Werfen etc. des Holzrahms zu vermeiden, allerseits mit 3 — 4^{mm} Spielraum im Falze liegen. Auch belegt (oder besser beklebt) man, um eine gleichmässigere Auflagerung für die Platte ringsherum zu erzielen, die Auflagerfläche der Leiste vortheilhaft mit einem entsprechend breiten Streifen Gummi- oder Filztuch. — Die Stärke der Glasplatte nimmt man 5 — 8^{mm}, und zwar bei grössern Kopirrähmen stärker als bei kleinern. Das Glas muss möglichst rein weiss sein, d. h., dasselbe muss ein Blatt weisses Papier, welches man darunter legt, rein weiss erscheinen lassen. Ferner muss die Glasplatte frei von Blasen und Flecken in der Masse und beiderseits durchaus frei von Kritzeln oder Ritzen sein, da diese sich auf der Kopie durch Flecken oder Striche markiren würden. Beim Gebrauch und vor dem Einlegen ist die Glastafel auf beiden Seiten von Staub und etwaigen Flecken sorgfältig zu reinigen. — Zum Pressbausch nimmt man entweder, der Grösse der Spiegelplatte entsprechend, mehrere Lagen durchaus gleichmässig und glatt vertheilt liegenden weichen Papiers, oder besser eine doppelte und glatte Lage dicken Filz- oder Kommiss-Tuches, oder endlich auch ein mit Schafwolle gleichmässig dick gefülltes Kissen; auch kann ein flacher mit Luft aufgebläheter Gummisack, verwendet werden. — Bei für Lichtpauszwecke speziell angefertigten Rähmen, deren Tiefe so bemessen ist, dass der eingelegte Klappdeckel bei geschlossenen Traversen von den Druckfedern an allen Stellen gleichmässig glatt und fest gegen die Glasplatte gedrückt wird, wo also keine überschüssige Tiefe vorhanden ist, genügt es, wenn hinter Orginal und Kopirpapier ein Blatt glatten Zeichenpapiers oder Karton gelegt wird und der Klappdeckel zum gleichmässigen Anpressen auf seiner ganzen Innenfläche mit starkem Filztuche von gleichförmiger Dicke überklebt ist. An den Stossfugen der Klappdeckel-Felder muss dann nach vollständiger Trocknung des aufgeklebten Tuches, dieses glatt und genau in den Fugen des Klappdeckels durchschnitten werden. Welche Art von Pressbausch aber man auch anwenden mag, immer bleibt zu berücksichtigen, dass dieser nie grösser als die Glasplatte, eher ringsherum 1 — 2^{cm} kleiner genommen wird, damit beim Schliessen des Kopirrahms nicht ein Hineinquetschen erfolgt und der Bausch Falten annimmt. Dass der Bausch, der eine gleichmässige Pressung ausüben soll, möglichst gleichmässige Dicke erhalten muss, ist selbstverständlich.

Fig. 1030.



Der Press- oder Klappdeckel, Fig. 1030, welcher ebenfalls, um ein bequemes Oeffnen und Schliessen zu ermöglichen, ringsherum im Innern des Rahms mit ein wenig Spielraum liegen muss, ist, um durch Wärme oder Feuchtigkeit ein etwaiges Werfen zu verhindern, an seiner Langseite mit Hirnleisten zu versehen. Bedingung ist, dass der Klappdeckel sich stets der Glasplatte parallel anschmiege. Der Klappdeckel besteht aus mehreren durch Scharniere verbundenen Feldern (bei kleinern

2—3, bei grossen 4—6 Feldern), ein mal um sich stets, auch wenn der Deckel sich etwas geworfen haben sollte, durch den Federdruck leicht der Glasplatte anlegen, dann aber auch um beim Nachsehen der Kopie auf Lichtreife mit Offenlegung nur einer Traverse und des betr. Feldes des Klappdeckels ausreichen zu können. Es ist deshalb auch gleich beim Beschicken des Kopirrahms darauf zu achten, dass selbst kleine Originale sammt dem zugehörigen Kopirpapier, mindestens unter zwei Klappdeckel-Feldern vertheilt zu liegen kommen. — Bei grossen Kopirapparaten nimmt man die Klappdeckel-Felder 25—30 cm breit, bei kleinen kommen stets, mindestens zweitheilige Klappdeckel zur Anwendung. Um das Eindrücken der Federn in das Holz des Klappdeckels zu vermeiden, bringt man an den Stellen, wo jene zur Wirkung kommen, vortheilhaft entsprechend lange und breite Blechstreifen *e*, *e'*, *e''* auf dem Klappdeckel an und giebt zu demselben Zwecke den scharfen Enden der Federn selbst eine leichte Rückwärts-Biegung. Bei Kopirrähmen über 40 cm Breite werden an jeder Traverse 2—3 Federn angebracht. Die Federn müssen möglichst gleiche Spann- und Federkraft besitzen und in ihrer Biegung gleich sein. Ihre Lage zu den Traversen kann sowohl parallel, oder auch bis 30° geneigt sein. Bei Anwendung von 3 Federn an jeder Traverse nehme ich die mittlere Feder parallel, die beiden seitlichen schräg aber unter sich parallel, Fig. 1031.

Fig. 1031.

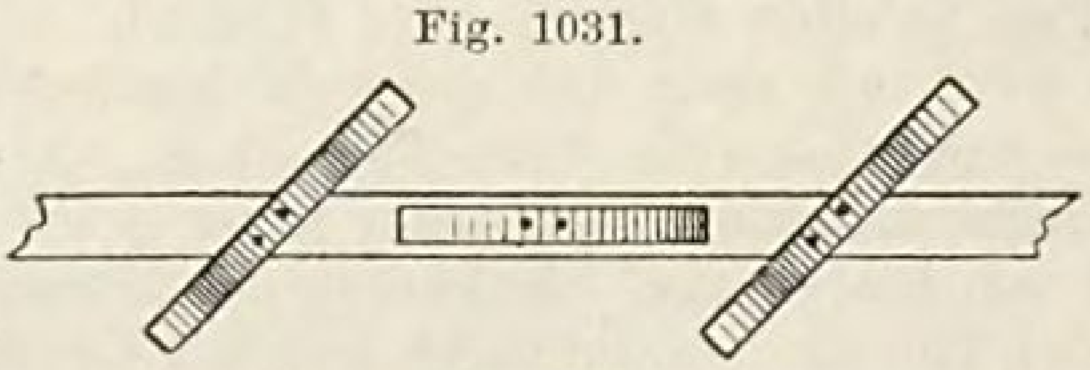


Fig. 1033.

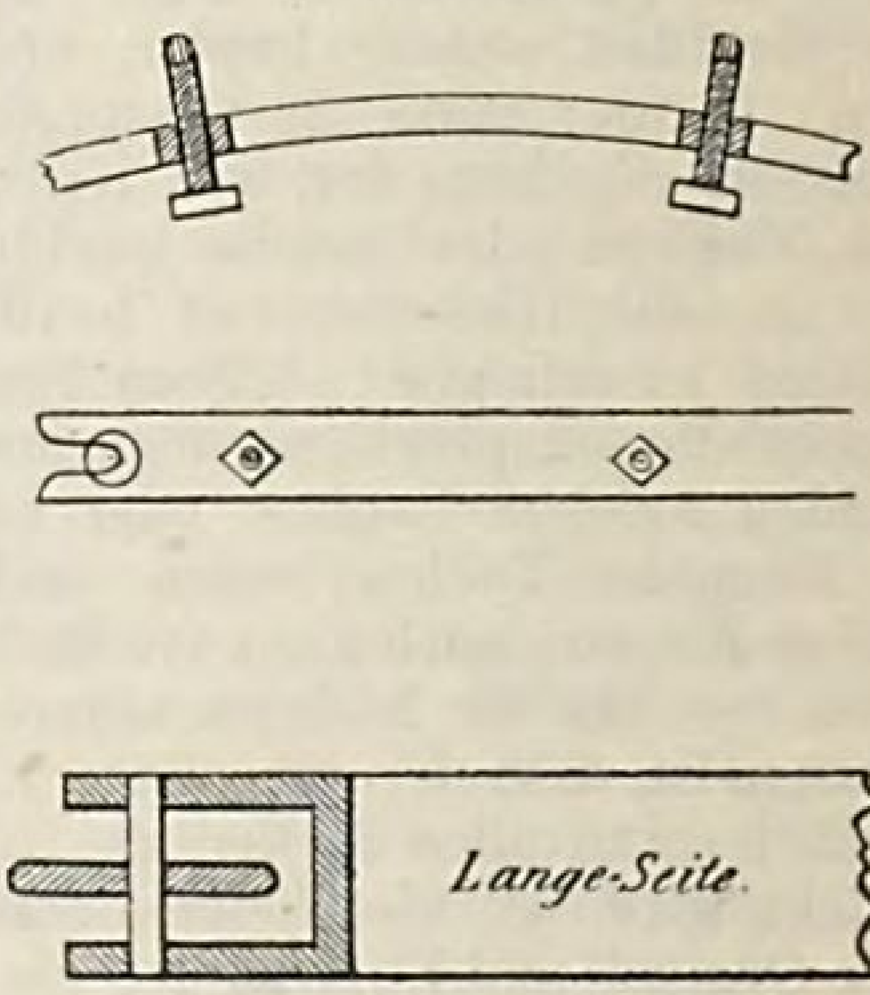
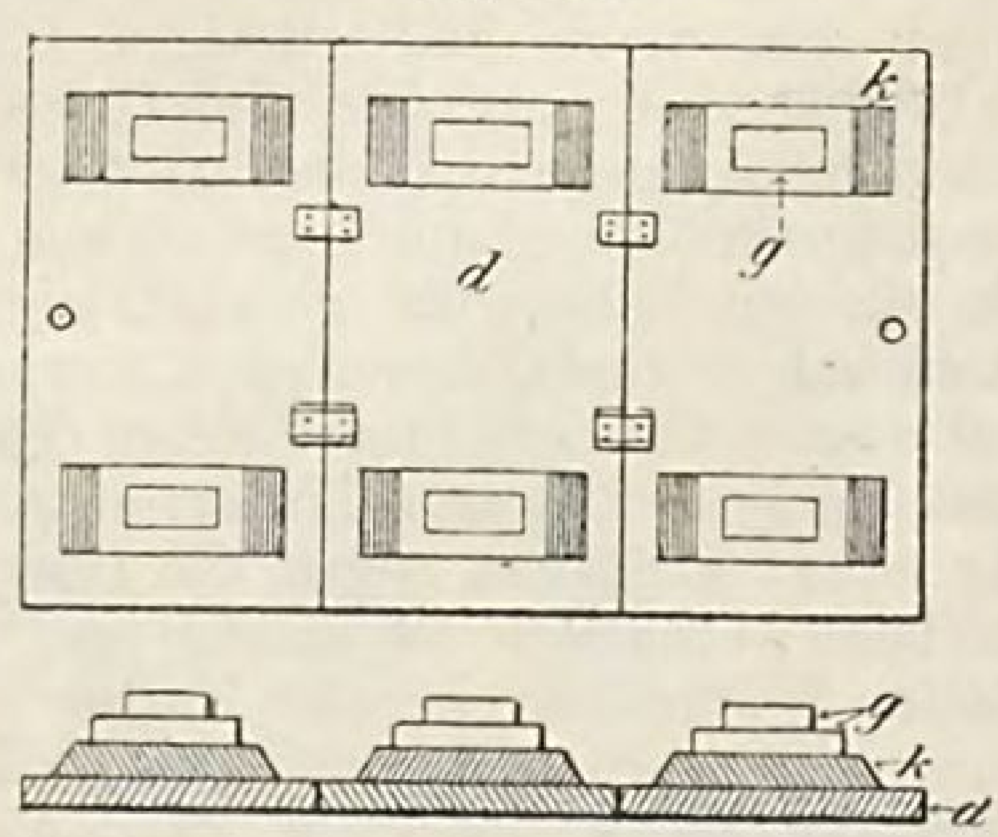


Fig. 1032.



Die Federn kann man auch, Fig. 1032, durch 3—4 cm hohe Holzklötze *k* ersetzen, die auf dem Klappdeckel *d* selbst angebracht werden. Auf dieselben werden je zwei 2 cm starke Scheiben Puffergummi *g* geleimt. Die Traversen müssen dann hinreichend, aber auch nicht übermässig stark, sondern federnd genommen werden und es sind genau an den Stellen über den Gummipuffern Kopfschrauben anzubringen, zu denen die Muttern in die Traverse fest eingefügt sind. Diese etwa 2 cm starken Schrauben wirken mittels breiter, auf die Gummipuffer sich legender Fussplatten. Die Traversen sind in diesem Falle nicht mit Scharnieren am Kopirrahm zu befestigen, sondern legen sich mit einem Ende frei unter den Kopf einer am Rahm vorhandenen kräftigen Schraube, während sie am andern mittels eines starken übergeschobenen Ringels gehalten werden, Fig. 1033. So erlangt man, im Gegensatz zu der Konstruktion mit Federn, eine an jeder Druckstelle nach Bedarf regulirbare Druckvorrichtung.

Um bei aussergewöhnlich grossen Kopir-Apparaten das Hinausschaffen aus dem Dunkelraum an die Belichtungsstelle zu erleichtern, kann man dieselben an einer schmalen Seite mit fest sitzenden Rollen oder Rädern von 10—15 cm Durchm. versehen, und dann den Apparat in aufrechter Lage hinaus schaffen.

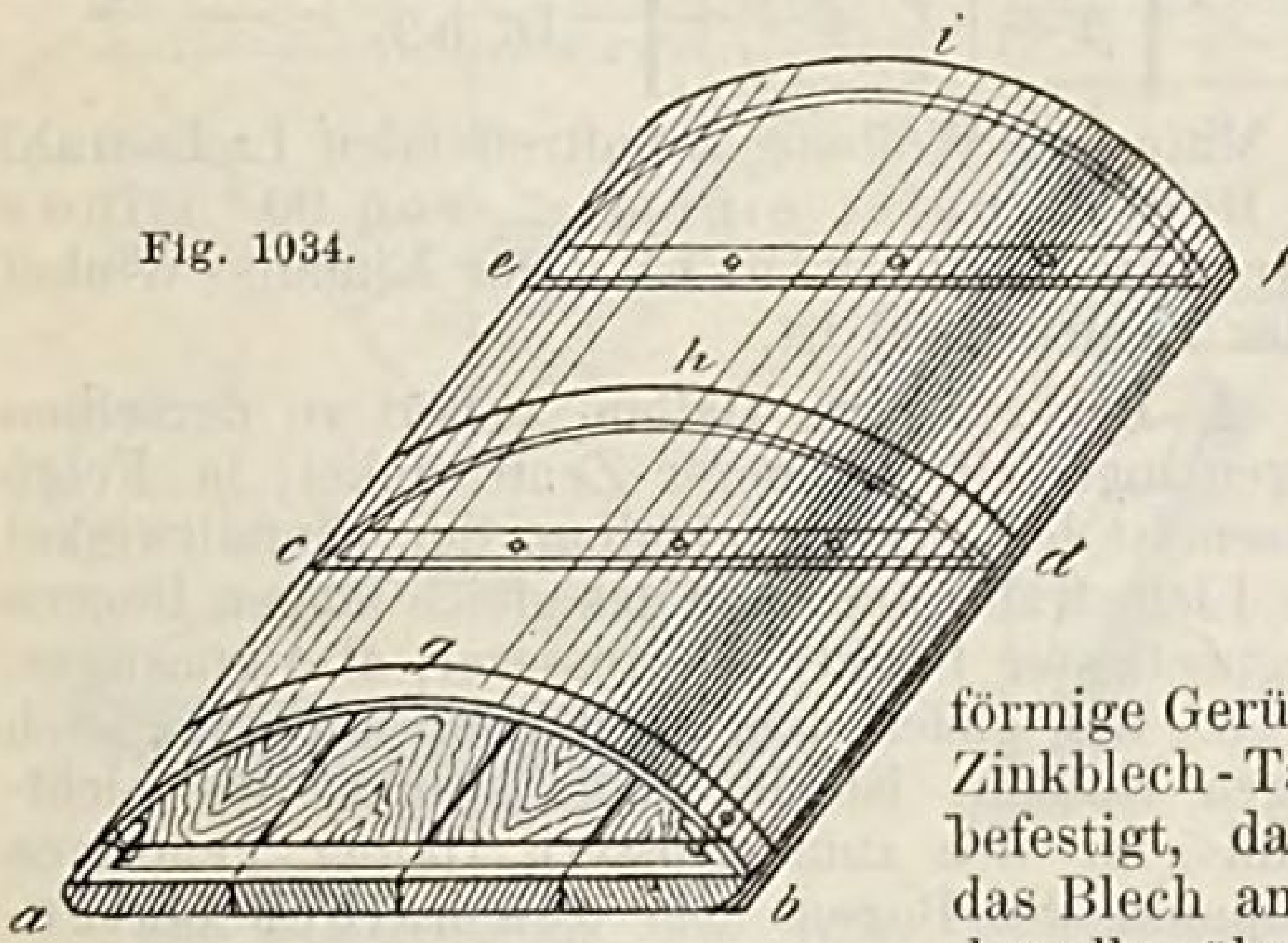
Es kommt mitunter vor, dass man lange Rollenzeichnungen zu kopiren hat, die nicht ihrer ganzen Länge nach in den Kopirrahm einlegbar sind und daher stückweise kopirt werden müssen. Damit das Original durch stückweises Hinein-

pressen in den Kopirrahm keine Kniffe und Falten annimmt, verwendet man einen Kopirrahm, in welchem an den beiden Schmalseiten die Glasplatte mit der Hinterseite des Rahms bündig liegt, so dass die lange Original-Zeichnung dem stückweisen Fortschreiten des Kopirprozesses entsprechend glatt über Glasplatte und Rahm fortgezogen werden kann.

Wenn man, um das lästige Hin- und Hertransportiren des grossen Kopirrahms zum Zweck der Untersuchung der Kopie auf Lichtreife zu vermeiden, mit einem Photometer oder einem kleinen Hilfs- oder Ueberwachungs-Kopirrahm arbeitet, so ist es nöthig, dass der grosse Kopirrahm, während der Zeit dass man die im kleinen Hilfs-Kopirapparat befindliche Kopie im Dunkelraum auf ihren Belichtungsgrad prüft, gegen Einwirkung des Lichts, sei es durch Umlegen oder Zudecken, geschützt wird. Für diesen Zweck ist zu empfehlen, an einer Schmalseite des grossen Kopirrahms und in ganzer Breite desselben ein Kästchen anzubringen, in welchem sich auf einer gelagerten Walze ein Licht nicht durchlassendes Wachstuch oder auch eine leichte Holz-Jalousie aufgerollt befindet, die an zwei vorstehenden Ringen angefasst, leicht beweglich, über die ganze Glasplatte gezogen und an der entgegengesetzten Schmalseite des Rahms mittels der beiden Ringe an zwei vorhandenenStiften befestigt werden kann. Zum schnellen Abdecken bringt man an der Rolle entweder eine Feder mit Arretirung oder auch ähnlich wie bei Fenster-Rouleaux, einen auf Rolle auf- und abwickelbaren starken Bindfaden an.

Verfasser dieses verwendet bereits seit Jahren einen von ihm konstruirten, für alle Grössen der Kopien ausreichenden, leicht zu handhabenden Kopirapparat, der weder Glasplatte, noch Pressbausch, Klappdeckel oder Federn, oder eine andere Druckvorrichtung besitzt, oder erfordert, und bei welchem in Folge der Entbehrlichkeit der Glasplatte die durch Benutzung einer solchen herbeigeführte Reflexion und Absorption des Lichts ganz vermieden wird, zum grossen Vortheil der erzeugten Kopien. Es ist dies der billigste, einfachste, am leichtesten zu handhabende, vollkommen ausreichende und unzerbrechlichste, also auch dauerhafteste Kopirapparat.

Fig. 1034.



Derselbe besteht Fig. 1034, aus einem Gerippe, hergestellt aus 3 oder mehreren durchaus gleichen eisernen Lehrbögen *a g b*, von 5 mm starkem und 30 mm breitem Bandeisen, welche in gleichen Abständen $ac = ce = 40$ cm mit ihren geraden Seiten rechtwinklig auf einen festen und dichten Holzboden aus weichem Holze verschraubt werden. Auf das so erhaltene sattelförmige Gerüst wird eine ebene, nicht zu schwache Zinkblech-Tafel derart gleichmässig gelegt und befestigt, dass man zuerst an der einen Seite, das Blech an dem Holzboden fest schraubt, dann dasselbe über die Lehrbögen gleichmässig biegt und an einzelnen Stellen durch Schrauben mit dem gebogenen Bandeisen verbindet und schliesslich auf der entgegengesetzt liegenden Seite die andere Langseite des Bleches am Holzboden mittels Schrauben befestigt. Alsdann wird die konvexe Fläche der Blechtafel mit einem Bogen reinen Papiers glatt überklebt, wonach der ganze Kopirapparat fertig ist.

Beim Gebrauch legt man auf den Sattelrücken des Blechs, möglichst in die Mitte, zu unterst das lichtempfindliche Papier, darauf das Original, überspannt das Ganze straff mit reinem und gut transparentem Pausleinen oder auch mit Pergamentpapier, welches man mittels Heftzwecken auf der Unterseite des Holzbodens befestigt, und setzt dann das Ganze, zugleich mit einem kleinen Hilfs-Kopirrähmchen, als Lichtmesser zur Ueberwachung, der Belichtung aus. Selbstverständlich muss der Hilfs-Kopirrahm in ganz gleicher Weise wie der grosse Kopirrahm beschickt werden, d. h. insbesondere ebenfalls mit Benutzung eines Stücks Paus- oder Pergamentpapiers, das auf der Original-Zeichnung liegt.

Richtet man die zu kopirenden Originale so ein, dass dieselben an beiden Schmalseiten einen freien (auf der Kopie nicht wieder zu gebenden) Streifen haben, so kann man Original- und Kopirpapier mittels zweier an diesen freien Stellen straff umgelegter Gummibänder fest und unverrückbar fest halten und ist in solchem Falle das Ueberdecken mit Pausleinen oder Pergamentpapier, welches lediglich den Zweck hat die Lage des Originals auf dem Kopirpapier zu sichern, nicht erforderlich.

Wendet man anstatt des Zinkblech-Bezugs einen tonnenähnlichen Holzbelag aus durchaus astfreiem und trocknem Holze für die Kopir-Vorrichtung an, welcher Belag aber nach einer genauen Lehre glatt bearbeitet werden muss, so erhält man einen Apparat auf welchem man einfach, ähnlich wie auf einem Zeichenbrett, mittels Heftzwecken das Original auf dem darunter liegenden Kopirpapier fest und straff heften und alsdann die Belichtung ausführen kann. Hierbei erzielt man den Vortheil durch Lösen eines Heftzweckens an einer Ecke die Kopie auf Lichtreife nachsehen zu können, ohne eine Verschiebung befürchten zu müssen.

Die gewölbte Form des Apparats hat nur den Zweck, ein sicheres und dichtes Anlegen des Originals an das Kopirpapier zu erzielen. Dazu muss die Wölbung an allen Stellen denselben Halbm. haben. Bei der Bestimmung der Länge desselben ist zu berücksichtigen, dass die Lichtstrahlen bei der Belichtung möglichst $\perp$ auf die ganze Fläche des zu kopirenden Originals treffen sollen, und dass dies um so weniger stattfindet, je kleiner der Halbm. der Wölbung bei derselben Bogenlänge oder je grösser der zugehörige Zentriwinkel ist.

In Fig. 1035 ist die Sehnenlänge der beiden Bögen gleich, aber:

Halbm. $ac <$ Halbm. ec und: Zentr. $\measuredangle \varphi >$ Zentr. $\measuredangle \delta$.

Der Lichtstrahl kc trifft in den Zenithpunkten bei b und f $\perp$ auf; am Rande aber, bei a, unter dem $\measuredangle\ \beta = 90^0 - \frac{\varphi}{2}$ und bei e unter dem $\measuredangle\ \gamma = 90^0 - \frac{\delta}{2}$.

Nun ist: $90^0 - \frac{\varphi}{2} < 90^0 - \frac{\delta}{2}$, daher auch: $\measuredangle\ \beta <$ als $\measuredangle\ \gamma$ und:

$$\measuredangle\ \gamma = \measuredangle\ (\beta + \alpha) = \measuredangle \left[\beta + \left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\delta}{2}\right)\right].$$ D. h.:

1. Ein Strahl, der dem in der Mitte der Wölbung $\perp$ auftreffenden Lichtstrahl parallel ist, trifft den Rand des Bogens unter einem $\measuredangle$ von 90^0 minus dem halben zum Bogen gehörigen Zentriwinkel. Der Einfalls-Winkel ist also um so grösser, je kleiner der Zentriwinkel ist.

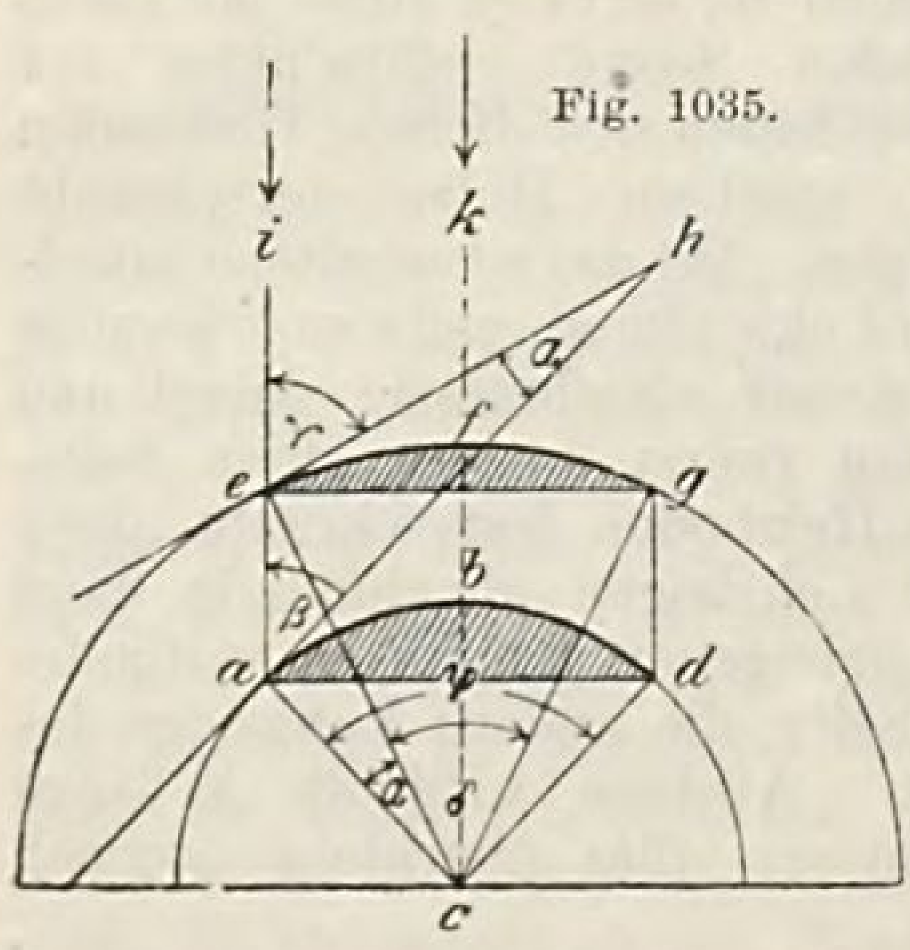


Fig. 1035.

2. Bei grösserm Halbm. gehört zu derselben Bogenlänge ein kleinerer Zentriwinkel; in Folge dessen ist bei grösserm Halbm. der Einfallswinkel des Lichtstrahls am Ende des gleich langen Bogens (ungünstigster Punkt) ein grösserer, also günstiger.

3. Bei gleich langen Bogen, aber ungleich langen Halbm., ist der Einfallswinkel des Lichtstrahls für den zum grössern Halbm. gehörigen Endpunkt des Bogens um den halben Unterschied der beiden Zentriwinkel grösser als der Einfallswinkel für den zum kleinern Halbm. gehörigen Endpunkt des Bogens.

Wird nun für den beschriebenen Kopirapparat als Grenzwerth für den Einfallswinkel am ungünstigsten Punkte 50^0 angenommen, so gehört zu einem solchen Bogenstück nach (1) ein Zentriwinkel $= 2\ (90 - 50) = 80^0$.

Einem Zentriwinkel dieser Grösse gehört ein Bogenstück zu $= \frac{80}{360}\ 2\, r\, \pi = \frac{4\ .\ 3{,}14}{9}\ r = 1{,}396\, r$ oder rot. $= 1{,}4\, r$. Wird diese spezielle Bogenlänge mit B bezeichnet, so ergiebt sich: $r = \frac{B}{1{,}4} = 0{,}714\ B$ und die zugehörige Sehne $S = 2\ .\ 0{,}714\ .\ \sin 40^0 = 2\ .\ 0{,}714\ .\ 0{,}643 = 0{,}918\, B$. Die unter Annahme des Grenz-

werths für den Einfallswinkel am Bogenende = 50° anzuwendenden Konstruktions-Elemente für den in Rede stehenden Kopirapparat sind der Fig. 1036 eingeschrieben.

Die Verschiedenheiten der Intensität der einen solchen gewölbten Kopirapparat unter 50 bis 90° treffenden Lichtstrahlen lassen sich noch ausgleichen, indem man, wie in Fig. 1037 angedeutet ist, dem Apparat an seinen beiden Kopfenden je einen unten flach abgerundeten Fuss *A* giebt und die ganze Vorrichtung während der Belichtung in einer leicht schaukelnden Bewegung erhält.

c. Kopirrahm-Gestelle.

Um die Kopir-Apparate, besonders die grossen (von der Grösse der Whatman-Bogen an) sowohl bei der Beschickung als auch während der Beleuchtung — beim Richten nach den Lichtstrahlen, beim Nachsehen auf Lichtreife etc. — leichter handhaben zu können, kann man Kopirrahm-Gestelle verwenden und die Kopir-Apparate an, bezw. auf diesen frei schwebend, um eine horizontale Achse drehbar und in jeder Lage feststellbar anbringen. In den Fig. 1038 u. 1039 sind zwei verschiedene Konstruktionen solcher Gestelle angegeben. Fig. 1038 stellt eine ziemlich primitive und weniger zu empfehlende Konstruktion als Fig. 1039 dar. Erstere ist in der Figur vollständig klar gelegt; nur sei bemerkt, dass die am Kopirrahm fest sitzenden Achsen-Zapfen mit den daran befindlichen, fest sitzenden Ringen etc. zum Anfassen und Herausheben genau in der Mitte in der Schwerpunkts-Axe der beiden Schmalseiten des Rahmens angebracht sein müssen.

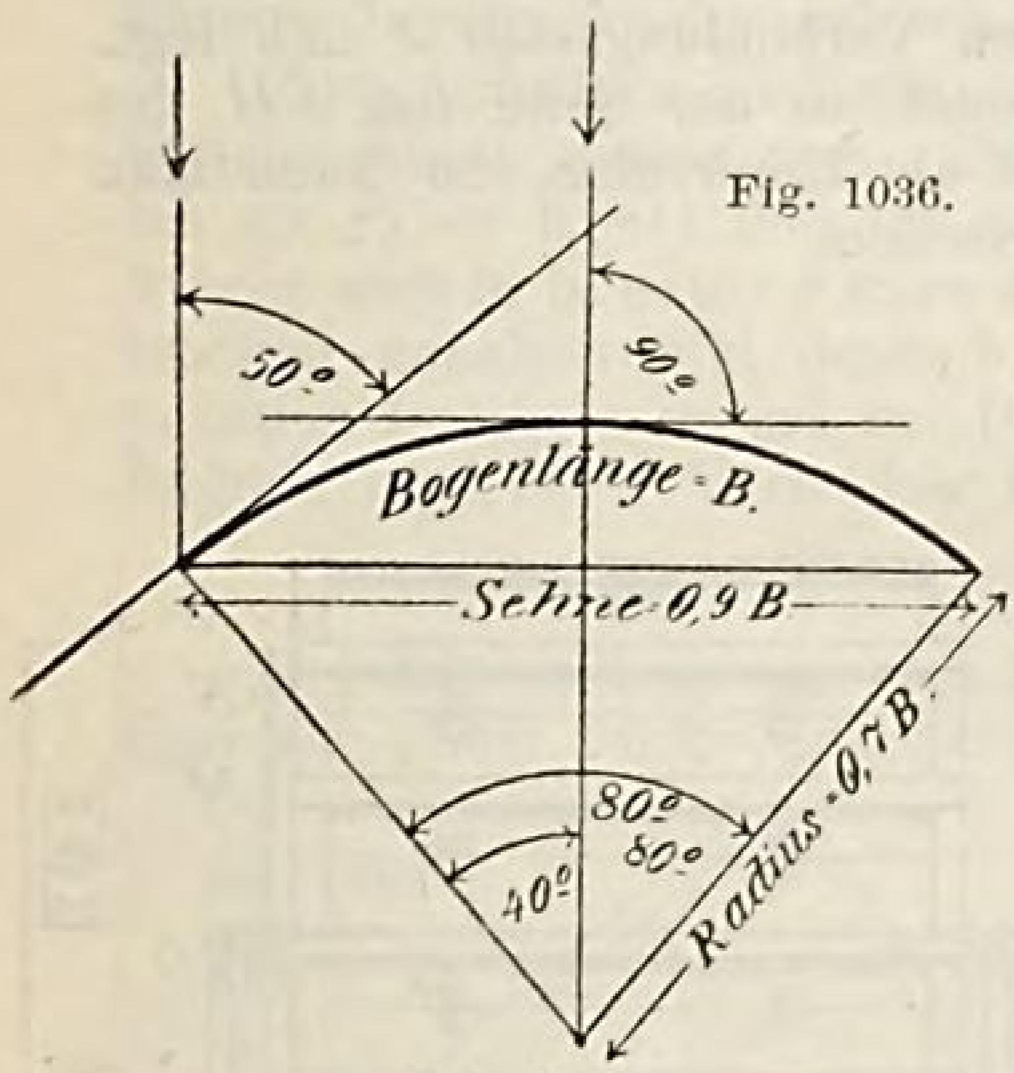
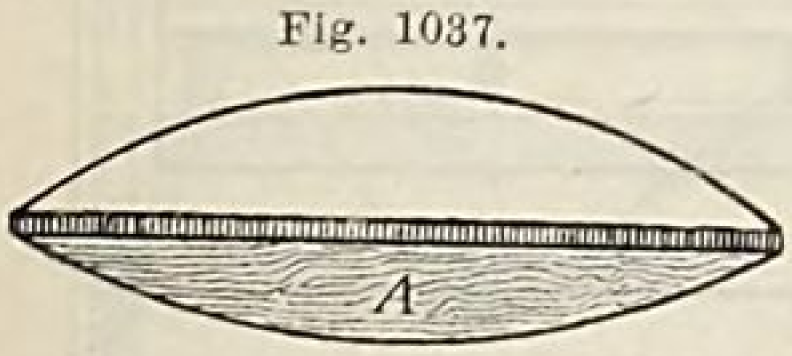


Fig. 1036.

Fig. 1037.



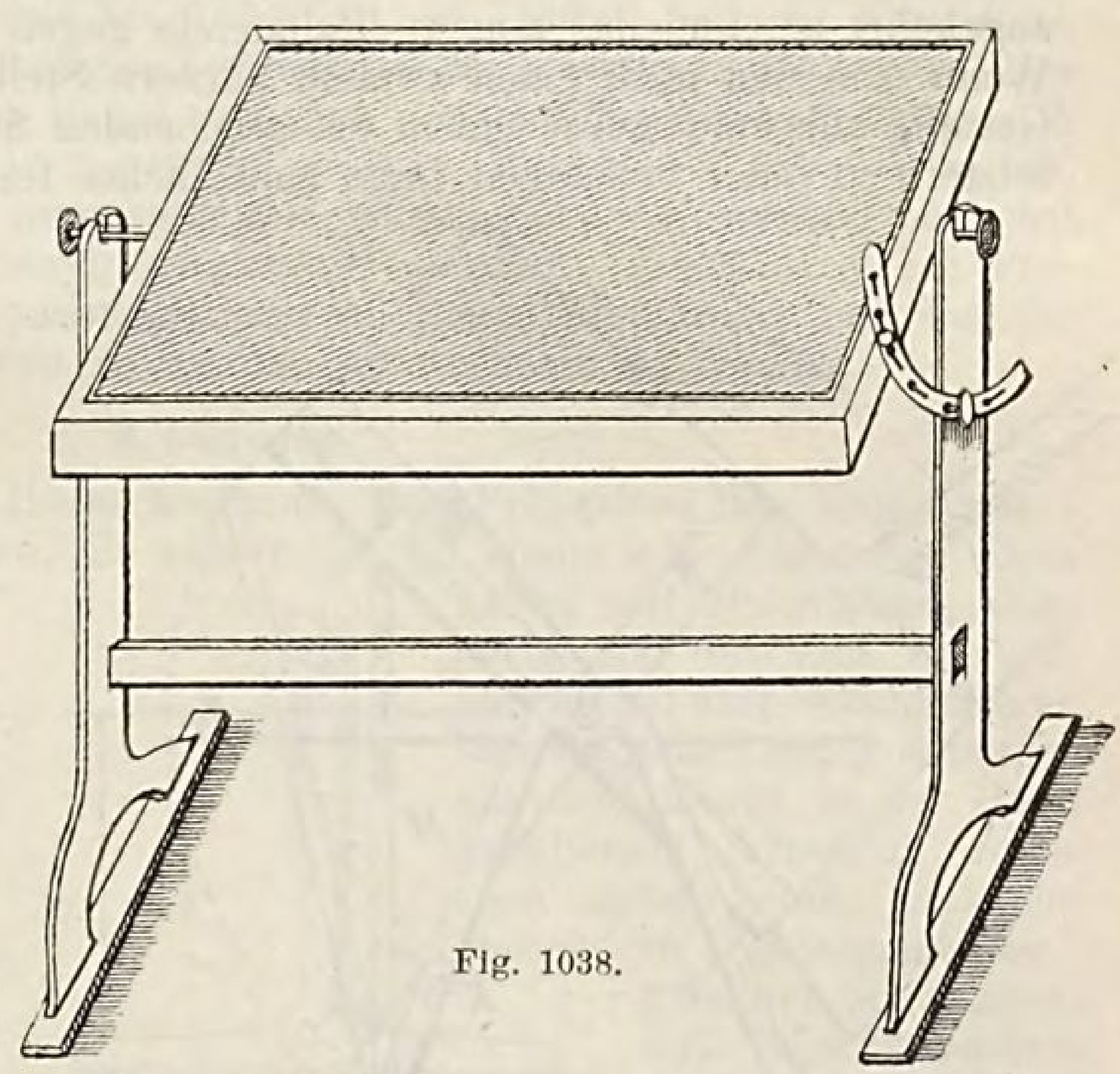


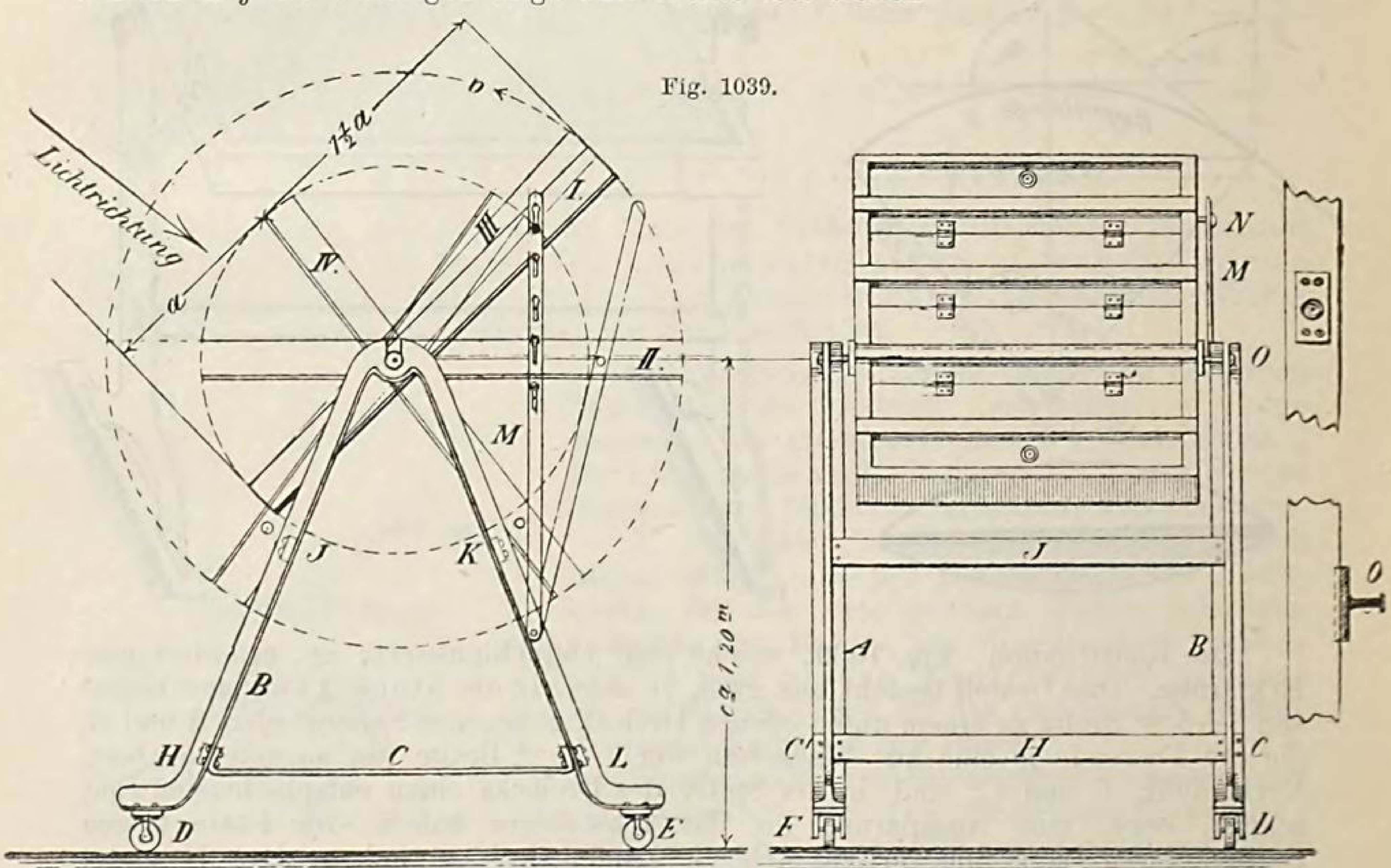
Fig. 1038.

Die Konstruktion, Fig. 1039, welche sehr empfehlenswerth ist, erfordert eine Erklärung. Dies Gestell besteht aus zwei, je aus einem Stück ⊥förmigen Eisens von 4—5 cm Breite zu einem unten offenen Dreieck gebogenen Seitentheilen *A* und *B*, die am Fussende je eine aus Flacheisen von 3—4 cm Breite fest angenietete Quer-Verbindung, *C* und *C'*, und, in der Spitze des Dreiecks einen entsprechenden Einschnitt, bezw. eine Aussparung für das Achsenlager haben. Die Füsse tragen Rollen, deren Lager um vertikal stehende Zapfen drehbar sind, so dass das ganze Gestell auf 4 Rollen *D*, *E*, *F*, *G* läuft. Die Verbindung der beiden Seitentheile erfolgt beiderseits durch zwei Flacheisenstäbe *H*, *J*, *K*, *L* von 4 — 5 cm Breite. An dem Gestell ist an der Innenseite eines Seitentheils der zum Stellen und Festhalten des Kopirrahms dienende, aus Flacheisen gefertigte Stellriegel *M* drehbar befestigt. Der Kopirrahm erhält an seinen beiden Langseiten je eine Platte mit darauf vernieteten Zapfen *O* von 1,5 — 2 cm Stärke, mit einem Nietkopf ähnlicher Endigung. Die in das Rahmholz auf halbe Holzstärke eingelassenen Platten werden nicht in der Mitte, sondern so angebracht,

dass zu einer Seite der Achse zwei, zur andern drei Längstheile des Rahmens sich befinden. Am Gestell sind nun die Verbindungsstäbe *J* und *K* in gleicher Höhe und zwar so angebracht, dass das kürzere Ende des Kopirrahms sich in beiden Richtungen durchschlagen lässt, hingegen das längere Ende gegen jene beiden Verbindungsstäbe schlägt. Der Kopirrahm wird in das Gestell so eingelegt, dass diejenige Seite, in der die Glasplatte liegt, nach unten gekehrt ist, und das längere Ende des Rahms nach der Seite des Gestells kommt, wo der Stellriegel *M* sich befindet. Dieser Stellung des Rahms wird der Stellriegel so angepasst, dass derselbe, wie in Fig. 1039, nahezu ⊥ steht, zugleich so, dass er mit dem obersten der in ihm befindlichen Löcher an der Seite des Kopirrahms anliegt. Nun wird die Stelle für den Stift *N* (Holzschraube) am Kopirrahm markirt und der Stift danach eingeschraubt. Damit ist der Rahm auf dem Gestell montirt.

Beim praktischen Gebrauch des Gestells ist das Spiel folgendes: In Fig. 1039 ist die Glasplatten-Seite des Rahms durch doppelte Linien gekennzeichnet. Der Kopirrahm bleibt dauernd, sowohl beim Beschicken als auch beim Belichten und Herausnehmen, auf dem Gestell. Die Beschickung, welche event. im Dunkelraum erfolgen kann, vollzieht sich am bequemsten bei horizontaler Lage des Kopirrahms (No. II in der Fig.) kann aber auch in der Lage No. I oder zwischen I und II vorgenommen werden. Den beschickten und geschlossenen Rahm fährt man in der Lage No. I (Glasplatte nach unten liegend) an's Licht, dreht ihn in der Richtung des Pfeils *b* in die Lage No. III, in welcher die Glasplatte dem Lichte zugekehrt ist, und das längere Rahmende gegen den Verbindungsstab *J* sich legt. Wenn man nun noch einen zweiten kürzern Stellriegel an der Seite von *JH* des Gestells anbringt, nebst einem entsprechenden Stift am Kopirrahm, so kann man letztern in jeder beliebigen Lage zum Lichte fest stellen.

Fig. 1039.



Man kann den Rahm auch fortdauernd in einer Lage erhalten, dass die Lichtstrahlen ⊥ auftreffen. Das geschieht, indem man einen auf den Rahm ⊥ gesetzten Stift daraufhin beobachtet, ob derselbe Schatten wirft. Indem man den Rahm in kurzen Zwischenräumen so dreht, dass ein Schattenwerfen des Stifts nicht erfolgt, bewahrt der Rahm seine Lage ⊥ zur Richtung der Lichtstrahlen.

Zum Nachsehen der Kopie auf Lichtreife ist es nicht erforderlich, den Rahm in's Dunkle zu transportiren. Man giebt ihm dazu durch rechts-sinnige Drehung

(gegen die Pfeilrichtung *b*) die Stellung IV, bei welcher die Glasplatte wieder nach unten und das lange Ende des Rahms an dem Verbindungsstabe *K* liegt, öffnet eine Traverse, hebt Klappdeckelfeld, Bausch- und Kopirpapier leicht auf und sieht die Kopie nach. Der ziemlich steil stehende Kopirrahm nebst dem aufgeklapptem Deckel wirkt als Schirm gegen das Licht.

Für die Benutzung des beschriebenen Gestells im Zimmer ist zu empfehlen, die Rollen an den Füssen mit Gummiringen zu belegen. —

Um bei kleinern Kopirrähmen den Vortheil der leichten Verstellbarkeit und des bequemen Richtens nach den Sonnenstrahlen zu erreichen, empfiehlt es sich, wie in Fig. 1040 angedeutet, an der Rückseite des Rahms, zwei an Scharnieren drehbare, hölzerne Stützen mit eingeschraubten eisernen Spitzen anzubringen. Die Spitzen der zugeklappten Stützen können event. versenkt im Holze der Längsseiten des Rahms liegen.

d. Pinsel.

Zum Präpariren der Kopir-Papiere giebt der Verfasser im allgemeinen den Pinseln, und zwar entweder den Dachshaar- oder den Biberhaar-Pinseln und entsprechenden Vertreiber-Pinseln zum schliesslichen Egalisiren der Präparirmasse, den Vorzug, Fig. 1041, 1042. Wo es auf Massen-Fabrikation des Kopirpapiers ankommt, wird sich indess die Benutzung maschinellen Betriebes empfehlen. Wer z. B. Präparations-Maschinen zur Benutzung bei der Präparirung von Rollenpapieren genauer kennen lernen will, sei auf die Patentschriften No. 12607 Kl. 57, A. Colas Patent (bereits wieder gelöscht) und No. 18535 Cl. 57 (Alfred Bertsch), verwiesen.

Zum Auftragen und zur vorläufigen Vertheilung der Lösung in stets paralleler Strichrichtung nimmt man runde Pinsel von etwa 3 cm Heftdurchmesser, oder auch bis zu 15 cm breit und bis zu 1 cm stark gefasste Pinsel. — Die Vertreiber, welche stets in breiter Fassung hergestellt sind, müssen bei der Benutzung möglichst trocken gehalten und deshalb häufig geschwenkt werden. Event. sind bei Präparation im grossen und bei Präparation mehrerer Bogen unmittelbar auf einander folgend mehrere Vertreiber bereit zu halten, um wechseln zu können.

e. Schwämme.

Bei Anwendung von sogen. Badeschwämmen zum Präpariren des Kopirpapiers sind vor allem solche auszuwählen, die eine möglichst runde oder birnartige Form haben und gleichmässig feinporig und durchaus rein gebleicht und ausgewaschen sind. Man trägt die Lösung entweder mit dem direkt in der Hand gehaltenen Schwamm, oder auch mittels eines in einem besondern Schwammhalter gefassten Schwammes auf. Beim Präpariren direkt mit der Hand nimmt man Schwämme von 6—7 cm Durchmesser und bei Anwendung eines Schwammhalters solche von 8—10 cm Durchmesser (im trocken Zustande). Im allgemeinen dürfen die Schwämme nicht zu stark mit Lösung gesättigt werden, damit sie die Eigenschaft behalten, beim Vertheilen und gleichmässigen Vertreiben der Lösung auf dem Papier die etwa überschüssig aufgetragene Lösung von neuem aufzunehmen.

Fig. 1040.

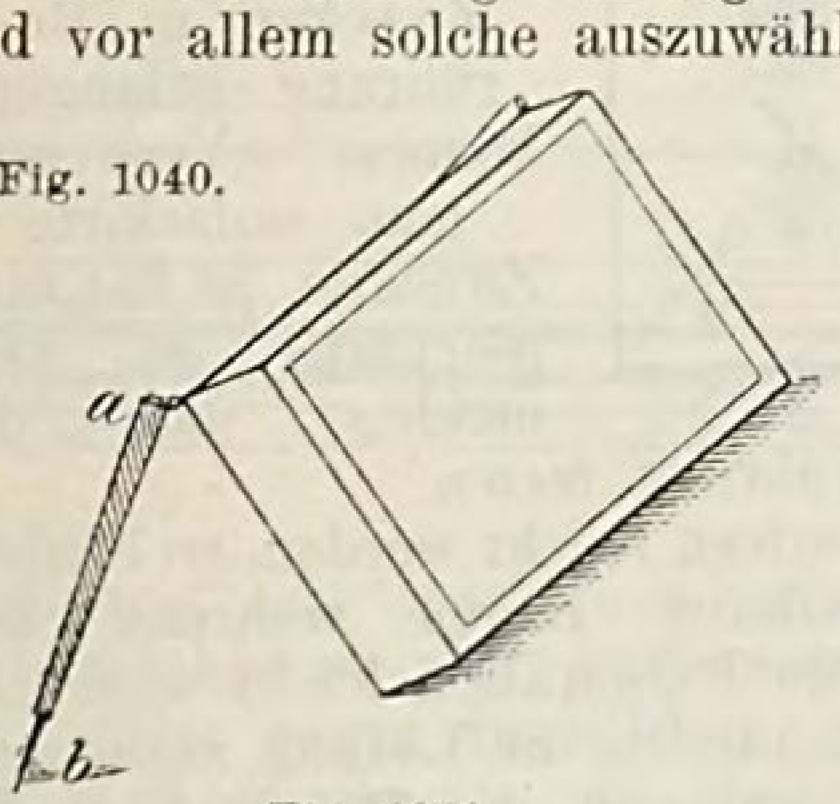


Fig. 1041.

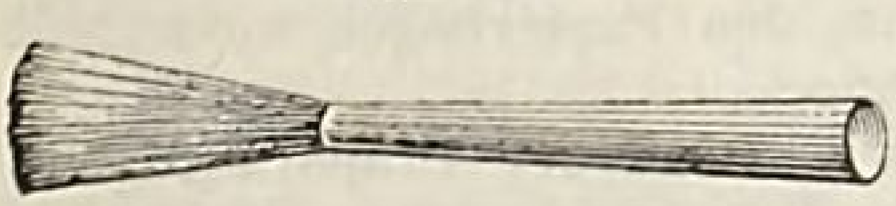
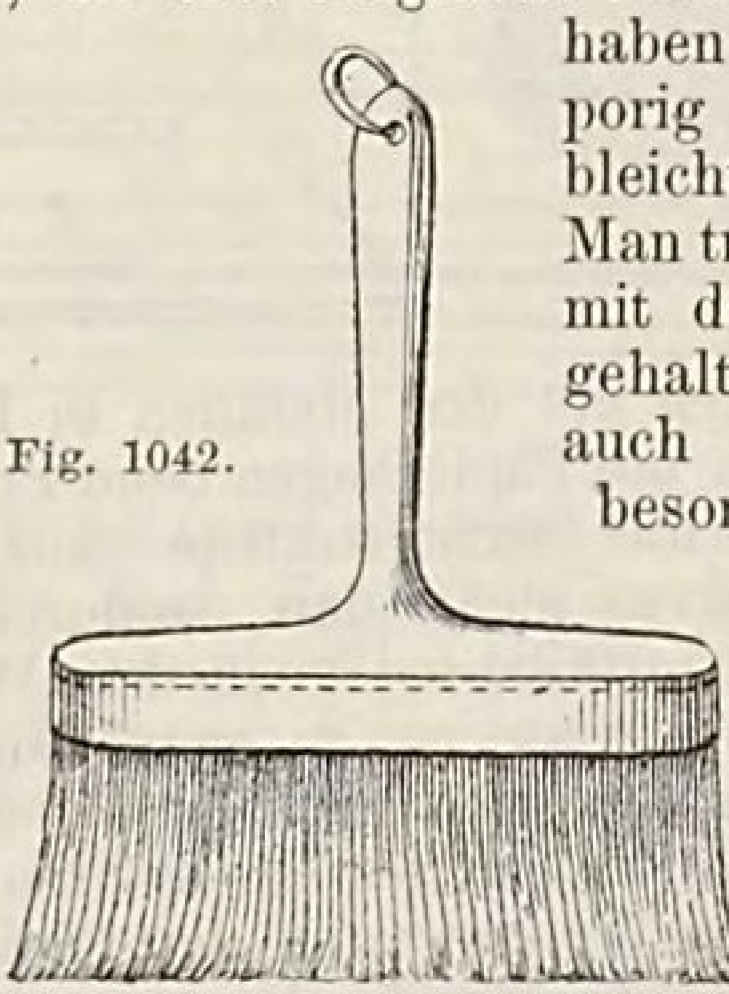


Fig. 1042.



f. Schwammhalter.

Der in Figur 1043 dargestellte Schwammhalter wird aus einem Stück festen und ganz trocknen Holz gefertigt, unten die halbkugelförmige Glocke eingedreht, oben der Keil *C* heraus geschnitten und dann das Holz durch einen vertikalen Schnitt in die gleichen Hälften *A* und *B* zerlegt. Unten in der

Glocke werden 6 Stück abgerundete und 6 mm weit vorstehende Eisenspitzen eingeschlagen oder auch eingeschraubt. Die Glocke, nebst den Stiften und der untere Rand der Fassung werden mit starker Schellack-Auflösung mehrere mal und reichlich lackirt, damit keine Feuchtigkeit von der Präparirlösung ins Holz eindringen und andererseits auch nicht an das Eisen der Stifte gelangen kann, um Zersetzung der Lösung und Rosten der Stifte zu verhüten. Endlich wird der Beschlag, bestehend aus der Spiralfeder oben, aus den beiderseits angeschraubten Drehpunkt-Platten und dem Schlusshaken unten, angebracht, worauf der Schwammhalter fertig ist.

Einen vollständig ausreichenden Schwammhalter kann man sich auch in der Weise fertigen, dass man, nach Fig. 1044 in der Glocke zwei schräg gehende Löcher *l* und *l'* bohrt und dann die Höhlung nebst Rand wie vor mit starker Schellacklösung bestreicht. Den Schwamm befestigt man in der Weise, dass man denselben mittels starken Bindfadens in der Mitte fest umschnürt, die Bindfaden-Enden durch die Löcher *l* und *l'* zieht und so die eine Hälfte des Schwammes durch Anziehen des Bindfadens in die Höhlung fest hinein holt, um schliesslich den Binfaden oben durch Drehung um den Haltergriff zu befestigen.

g. Heftzwecken; Vorrichtung zum Papierspannen.

Erstere dienen beim Lichtpausen hauptsächlich dazu, die zu präparirenden Papierbogen auf einer Unterlage (Tischplatte etc.) in straffem und glattem Zustande fest zu heften, oder auch um die präparirten Bogen an einer Latte, Tischkante etc. hängend zum Trocknen anzuheften. In beiden Fällen erscheint es rathsam, die Heftzwecken reichlich mit starker Schellacklösung zu überziehen, damit die Präparir-Lösungen nicht direkt mit dem Metall der Zwecken in Berührung gelangen können. Verwendet man unlackirte Zwecken, so hat man jedenfalls zu vermeiden, dass die Lösungen mit den Metallen in Berührung treten.

Fig. 1043.

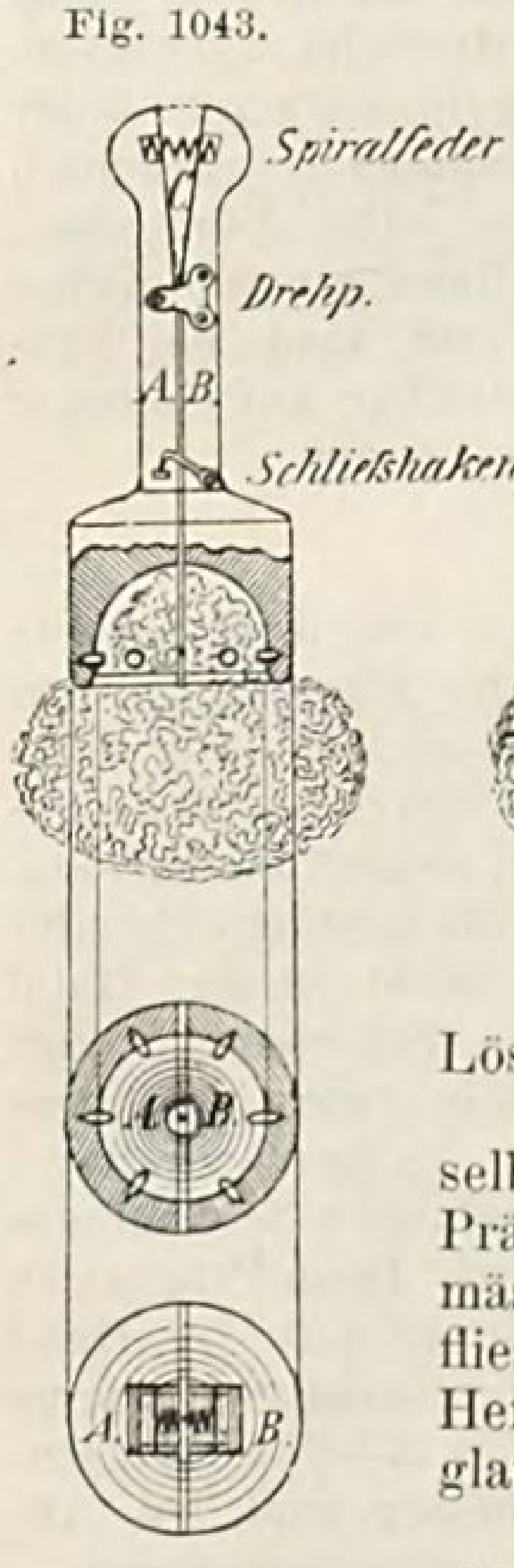


Fig. 1044.

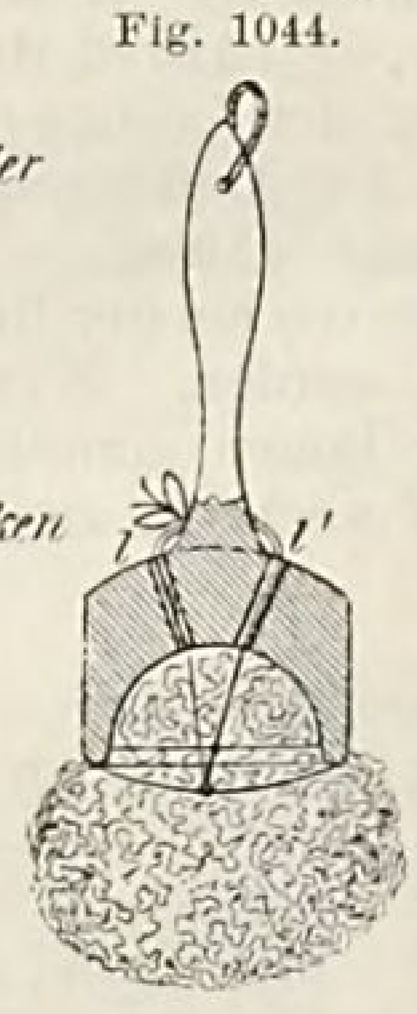
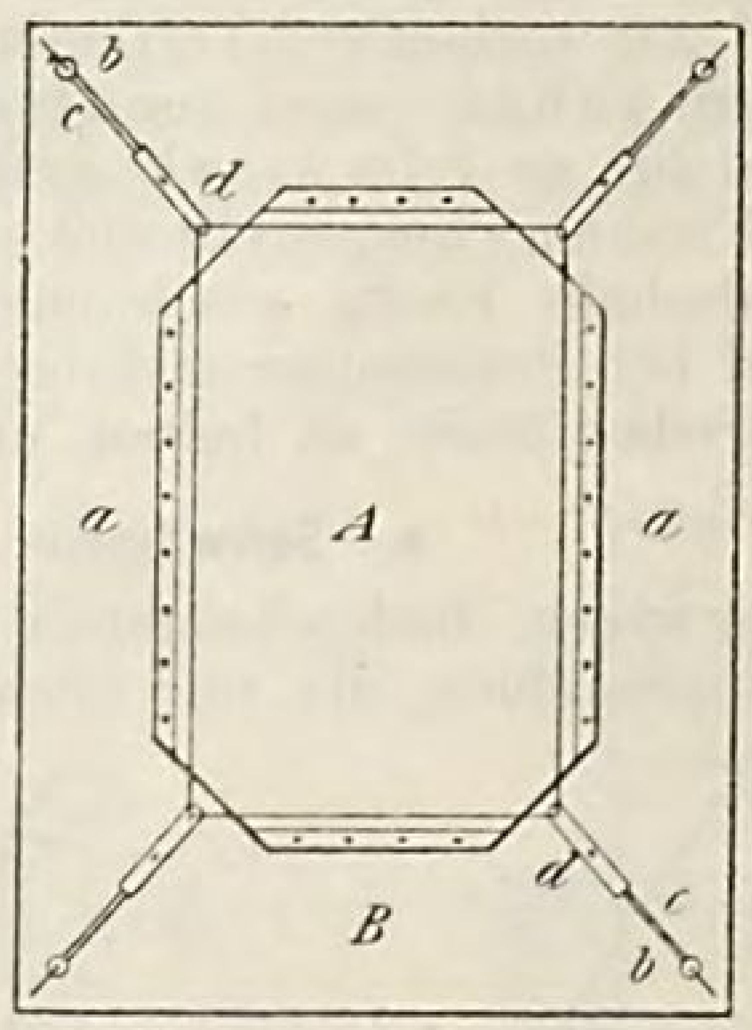


Fig. 1045.



Da die Papierbogen beim Präpariren feucht werden, so bleiben selbst die aufs straffste angehefteten Bogen während des Präparirens nicht glatt, wodurch die Präparation leicht ungleichmässig ausfällt, indem in den Wellentiefen die Lösung zusammen fliesst. Daher ist zu empfehlen, während der Präparation die Heftzwecken wiederholt zu lösen, um den Papierbogen wiederholt glatt ziehen und fest stecken zu können.

Das Wellenwerfen des Papiers während der Präparation wie auch gleichzeitig die Berührung der Präparir-Lösung mit Metalltheilen wird bei Benutzung einer Papier-Spann-Vorrichtung folgender Konstruktion vermieden:

Auf einer ebenen Tischplatte *B*, Fig. 1045, liegt die an den 4 Ecken abgestumpfte Glasplatte *A*, welche allerseits etwa 3 cm grösser als das zu präparirende Papierblatt sein muss. Diese Platte wird von den auf dem Tische verschraubten Holzleisten *a* unverrückt fest gehalten. Auf der Tischplatte sind ferner in diagonaler Richtung zur Glasplatte und in gleichem Abstande von den Ecken kleine Häkchen *b* fest angebracht, in welche die Ringe von den an Holzklammern *d* fest sitzenden Gummizügen *c* eingehängt resp eingehakt werden können.

Werden die überstehenden Ecken des Papierbogens von den Holzklammern gefasst und die Gummizüge in die Häkchen *b* eingehängt, so wird der Bogen stets

straff und glatt liegen, — selbst wenn beim Auftragen der Präparir-Lösung das Papier feucht wird und sich dehnt. Diese, aus der trefflichen Abhandlung über „Platinotypie" von Josef Pizzighelli und Arthur Baron Hübl entnommene Papier-Spann-Vorrichtung, kann Verfasser aus eigner Erfahrung aufs beste empfehlen.

Pinsel, Schwämme, Schwammhalter, Heftzwecken, Schalen etc., welche beim Präpariren benutzt wurden, sind sofort nach erfolgtem Gebrauche durch reichliches Ausspülen in reinem Wasser und Abtrocknen vollständig von der anhaftenden Lösung zu reinigen.

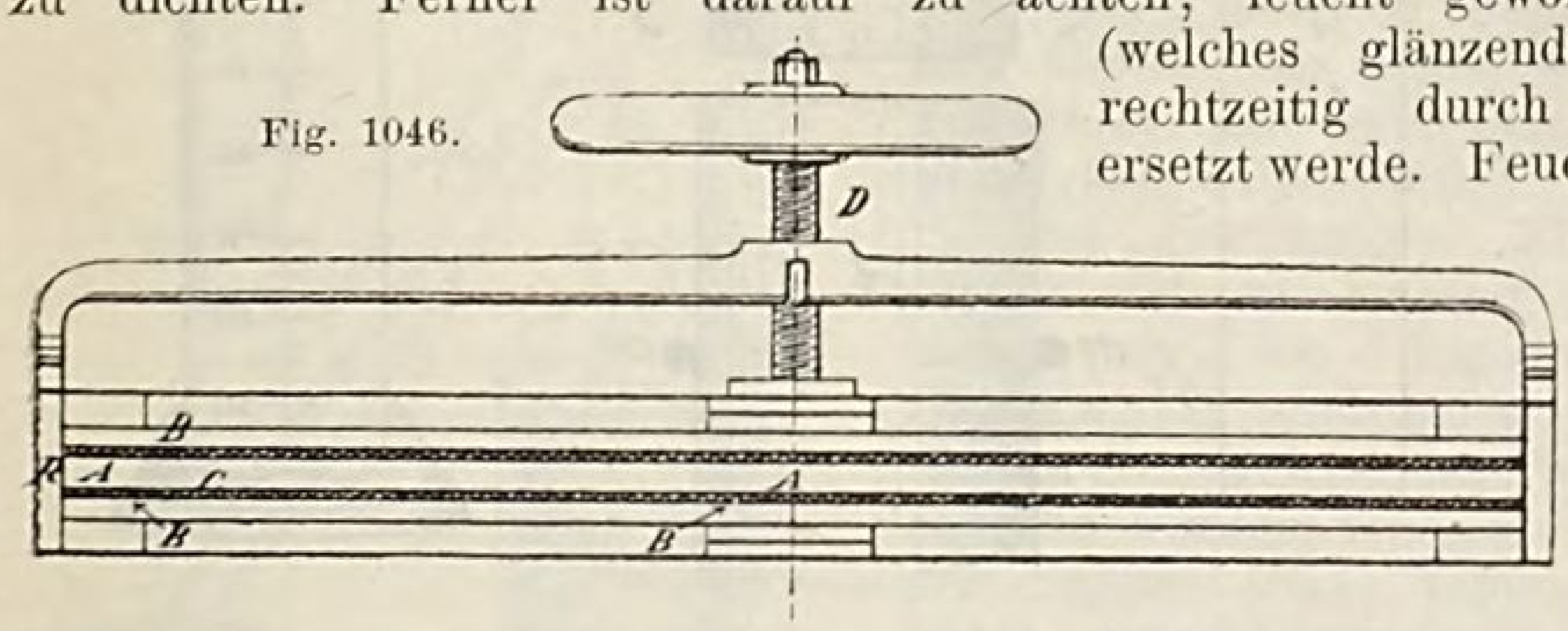
h. Aufbewahrungs-Büchsen, -Kästen, -Pressen etc.

Die Aufbewahrung der präparirten Papiere hat vor allem stets derart zu erfolgen, dass dieselben gegen Einwirkung des Tageslichts wie auch gegen Feuchtigkeit vollständig geschützt sind. Ausserdem ist in vielen Fällen erwünscht, dass auch der Luft — den Atmosphärilien — möglichst wenig Zutritt zu dem präparirten Papier gestattet werde.

Gegen Tageslicht und zugleich gegen Feuchtigkeit schützt man die präparirten Papiere indem man sie an einem im gewöhnlichen Sinne des Worts trocknen Orte im Dunkeln, entweder gerollt in einer Licht nicht durchlassenden Papier-Umhüllung, und event. noch in Papp- oder Blechbüchsen oder flach liegend in Mappen oder Schubladen aufbewahrt. Bei Papieren, deren Präparationsmasse hygroskopische Eigenschaft zeigt, wie z. B. bei den Platinotyp-Papieren, wendet man ausserdem hermetisch verschliessbare Büchsen oder Kästen mit eingesetzten, siebartig durchlöcherten Chlorcalcium-Behältern an. Das vollständig trocken eingehüllte Chlorcalcium zieht in Folge seiner hohen hygroskopischen Eigenschaft die etwa mit eingeschlossene oder neu hinzu tretende, oder sich entwickelnde Feuchtigkeit an, so dass sie von dem Papier fern gehalten wird.

Bei Anwendung von Chlorcalcium-Büchsen oder Kästen ist zu empfehlen, die Schliessfuge der Deckel durch übergestreifte Gummiringe möglichst hermetisch zu dichten. Ferner ist darauf zu achten, feucht gewordenes Chlorcalcium, (welches glänzendes Aussehen zeigt) rechtzeitig durch frisches, trocknes ersetzt werde. Feucht gewordenes Chlorcalcium kann in einem eisernen Gefäss, Schale oder auf einer Schaufel erhitzt, entwässert und wiederum brauchbar gemacht werden. Die Aufbewahrung eng und fest gerollt in hermetisch schliessenden Blechbüchsen ist im Vergleich zu der Aufbewahrung flach liegend, was den allgemeinen Schutz der Papiere gegen die Wirkung der Atmosphärilien betrifft, im Vorzuge. Indess ist man auch im Stande, die Papiere in einem Pressapparat der Einwirkung der Luft und gleichzeitig der des Lichts vollständig zu entziehen.*)

Fig. 1046.



Der dazu dienende Colas'sche Apparat ist nach Fig. 1046 eine einfache Presse, bestehend aus einem eisernen Gerippe mit der Pressschraube *D*, in welchem zwei, je auf ihrer innern Seite mit elastischen Kautschukplatten *C C* belegte Holztafeln *B B* sich befinden. — Das präparirte Papier *A* wird zwischen diese Platten gelegt, die Schraube *D* angezogen, wobei sich die elastischen Gummiplatten *C C* ausdehnen, gegen den Rand *R* des Pressen-Gerippes legen und so einen licht- und luftdichten Verschluss bilden.

Von den Clorcalcium-Büchsen haben sich diejenigen, bei welchen die präparirten Papiere auf einen engen mit Nessel ausgefütterten Draht-Zylinder gerollt worden, der das Chlorcalcium enthält, am besten bewährt. Die so erhaltene Rolle wird in einem dicht schliessenden Zylinder aus Zinkblech gesteckt.

*) Bei der Konstruktion nach Patent No. 12607 für A. Colas ist dies Patent im November 1882 wieder gelöscht worden.

Nachstehend sind zwei verschiedene Konstruktionen solcher Chlorcalcium-Büchsen mitgetheilt. Bei der Büchse von Marion, Fig. 1047, ist *A B* ein Zinkblech-Zylinder mit Deckel *A*. In der Büchse befindet sich ein engerer Drahtnetz-Zylinder *D E*, welcher mit in Shirting eingewickeltem trocknem Chlorcalcium gefüllt ist; um letztern Zylinder wickelt man zuerst ein Blatt Lösch- oder Filtrirpapier und dann erst die präparirten Papiere. Alsdann steckt man diesen Trockenzylinder in die Büchse hinein, setzt den Deckel fest auf und legt schliesslich, um den Verschluss vollständiger (hermetisch) zu machen, einen glatten Kautschukring *C* um die Schliessfuge des Deckels.

Die Chlorcalcium-Büchse von Josef Pizzighelli und Arthur Baron Hübl, Fig. 1048. Der untere grössere Raum *A* des Zinkblech-Zylinders dient zur Aufnahme des zusammen gerollten Papiers. Der Deckel besteht im wesentlichen aus 2 Theilen *C* und *B*. Theil *C*, welcher direkt auf bezw. in die Büchse eingesetzt wird, und einen siebartig durchlöcherten Einsatz *a* hat, worin das in Shirting oder einen andern Stoff eingewickelte, trockne Chlorcalcium sich befindet, und dem die Büchse oben umschliessenden Theil *B*. Der Deckel *D* dient zum Abschlusse des Chlorcalcium-Behälters *a*. Auch hier wird man die Schliessfugen *m* und *n* durch übergestreifte Gummiringe hermetisch dichten.

Fig. 1047.

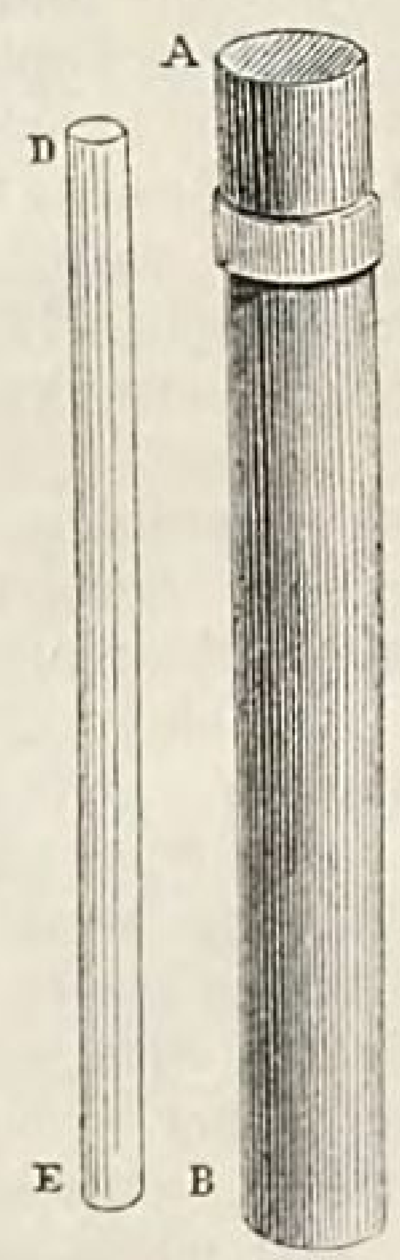


Fig. 1048.

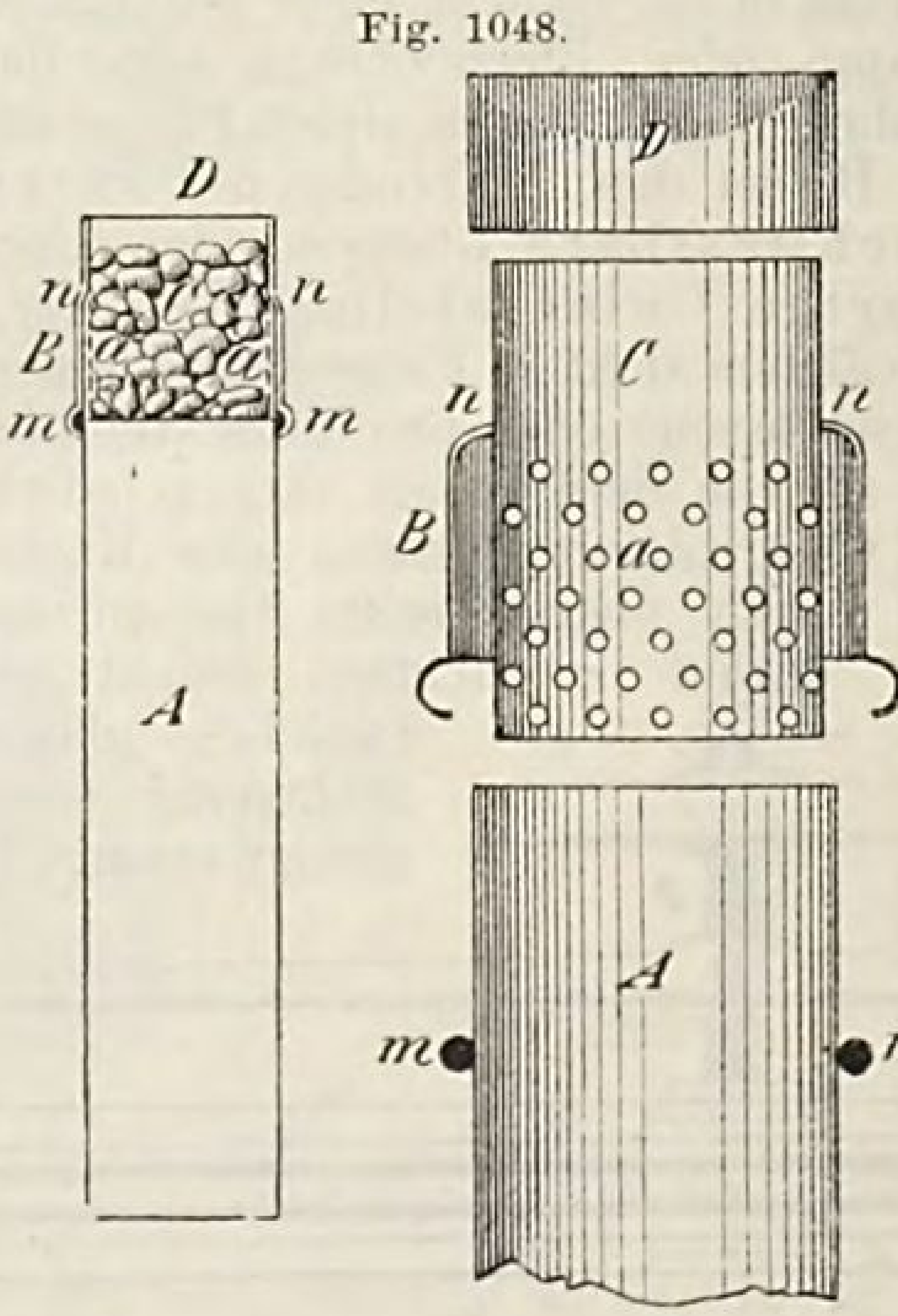
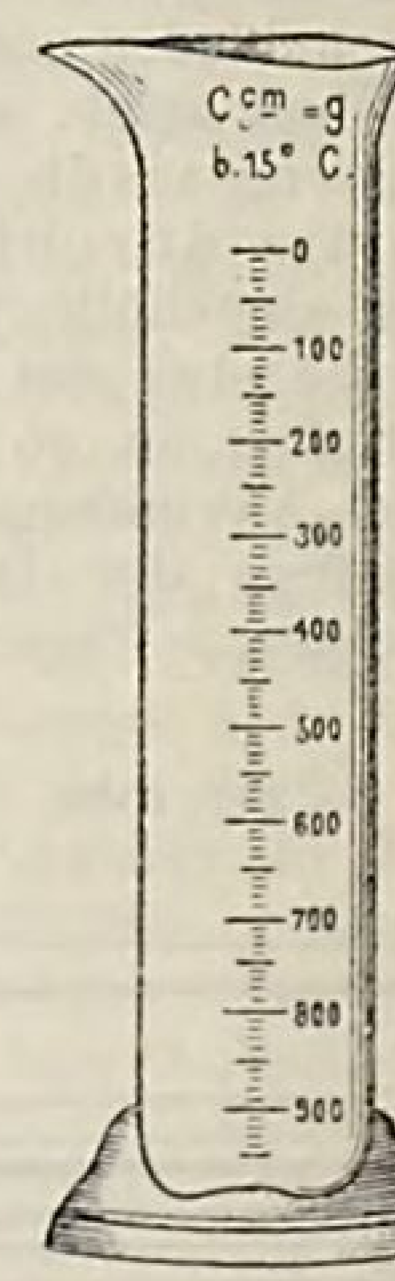


Fig. 1049.



i. Diverse Laboratoriums-Geräthe.

Ausser den bereits besprochenen Apparaten und Utensilien etc. sind für das Lichtpaus-Laboratorium noch folgende Gegenstände erforderlich bezw. erwünscht:

α. **Waage und Gewichte.** Eine einfache Tarirwaage, wie solche in jeder Apotheke angetroffen wird, genügt. Dieselbe muss möglichst empfindlich sein und von 0,5 bis 250 g genau wägen. Dazu als Zubehör auch die erforderlichen Gewichtsstücke, z. B. von 0,25, 0,5, 1, 2, 3, 5, 10, 20, 50, 100 und 200 g.

β. **Mensuren**, Fig 1049. Dies sind zum Abmessen von Flüssigkeiten (Wasser, Alkohol, Säuren etc.) dienende, auf der Aussenseite mit einer eingeätzten oder eingeritzten — ccm oder g anzeigenden — Skala versehene Glaszylinder, welche unten einen angegossenen Glasfuss und oben einen Ausguss haben. Unter Berücksichtigung des specif. Gewichts der Flüssigkeiten kann man mit einer für destillirtes Wasser getheilten Mensur auch andere Flüssigkeiten dem Gewichte nach abmessen. — Eine Mensur für destillirtes Wasser mit einer Skala, die von 0 bis 250 g reicht, an welcher je 2 g direkt ablesbar sind, genügt.

γ. **Glastrichter, Filtrirpapier, Glaswolle und Filtrir-Gestelle.** Glastrichter sind entweder ganz glatt oder an der Innenseite geriffelt, damit das aus Filtrirpapier geformte Filter sich nicht mit dichtem Schluss an die Trichterwandung

lege, sondern der Luft der Austritt gestattet bleibe, um so einen bessern Fortgang der Filtration zu erzielen. Die Riffelung der Trichterwand hat aber andererseits den Uebelstand, dass der Trichter weniger gut gereinigt werden kann. Da das Entweichen der Luft auch auf andere Weise erreichbar, ist den glattwandigen Trichtern der Vorzug zu geben.

Filtrir- oder Fliesspapier. Man wähle stets möglichst reines, sehe jedoch ab von dem theuren „schwedischen", welches durchaus nicht besser ist, als das gewöhnliche; letzteres kostet per Buch 60—80 Pf., während das schwedische 2,5 M. kostet.

Zum Filtriren schneidet man sich aus einem Bogen Filtrirpapier ein quadratisches Stück von der Grösse, dass durch nach der Mitte zusammen laufende Falten, Fig 1050, und im zusammen gelegten Zustande, wenn oben rund abgeschnitten, ein gefalteter Papiertrichter entsteht, welcher in den Glastrichter eingesetzt höchstens bis zum Rande des letztern reicht, weil bei grösserer Höhe in Folge der Kapillar-Wirkung die Flüssigkeit über den Rand des Trichters steigen könnte. Um bei direkt auf eine Flasche etc. gesetztem Filtrirtrichter der Luft den Austritt aus der Flasche und damit die Filtration überhaupt zu ermöglichen, legt man zwischen Trichterröhre und Flaschenhals ein am obern Ende mit einem dicken Knoten versehenes Stückchen Bindfaden, (bei *a* in Fig. 1051), wodurch eine zum Entweichen der Luft ausreichende Oeffnung gewonnen wird. Ebenso setzt man wohl, um ein schnelleres Filtriren zu erzielen, zwischen Papier und Glastrichter einige dünne Holz- oder Glasstäbchen, (bei *b* in Fig. 1051), damit das Papier von der Wandung fern bleibe. Das Filter wird mit Wasser angefeuchtet und erst dann die zu filtrirende Flüssigkeit aufgeschüttet.

Fig. 1050.

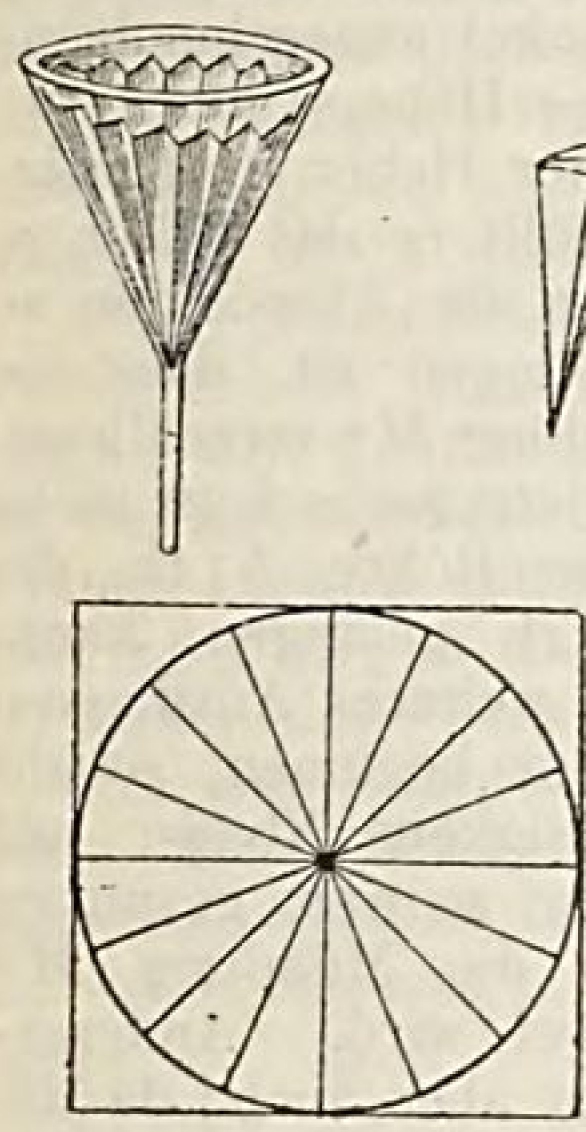


Fig. 1051.

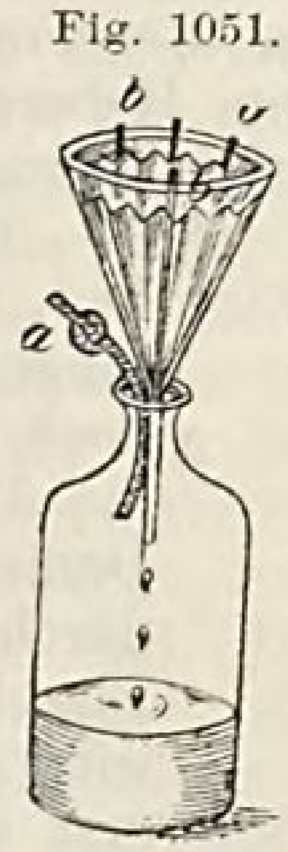


Fig. 1052.



Bei dickflüssigen Flüssigkeiten, welche schwer und nur langsam durchfiltriren, nimmt man statt des Papiers chemisch reine Baumwolle und bei ätzenden Flüssigkeiten, Säuren etc., welche das Papier zerfressen bezw. auflösen würden, zu feinen seidenartigen Fäden gesponnenes Glas, sogen. „Glaswolle" als Filter. Sowohl Baumwolle als Glaswolle werden in der Weise angewendet, dass man von oben in die nach unten konisch zulaufende Trichterröhre einen kleinen Pfropfen lose, jedoch so fest einsetzt, dass die Flüssigkeit den Pfropfen nicht hoch treiben kann, alsdann Wasser zum Festsetzen des Pfropfens und zum Fortspülen loser Fäden durchfliessen lässt und nun erst die zu filtrirende Flüssigkeit aufschüttet.

Bei gefülltem Filter, also bei höherm Drucke, erfolgt das Durchfiltriren schneller als bei geringer Trichterfüllung. Um diese Ungleichmässigkeit im Fortgange des Filtrirens zu beseitigen, d. h. die Flüssigkeit dauernd auf gleichem Niveau zu erhalten, ohne gezwungen zu sein, dem Vorgange weitere Aufmerksamkeit zuzuwenden, ist die Benutzung der nachstehend beschriebenen und dargestellten Heber-Vorrichtung Fig. 1052 zu empfehlen.

Die Flasche *A* mit der zu filtrirenden Flüssigkeit wird mit einem doppelt durchbohrten und mit zwei gebogenen, nach dem Filter führenden Glasröhren *a* und *b* versehenen Korkstopfen fest verkorkt und neben dem Filter *B* derart aufgestellt, dass der Boden der Flasche *A* um ein Weniges höher als das höchste Niveau des Filtertrichters liegt. Die eine der Glasröhren (*a*) hat als Heber zu wirken und

die Flüssigkeit aus der Flasche A auf das Filter B überzuführen; es muss dazu der in die Flasche A hinein reichende Schenkel des Hebers a fast bis zum Boden dieser Flasche hinab reichen, jedoch — um nicht den Bodensatz anzusaugen und aufzurühren, sondern um nur die klare Flüssigkeit von oben nach unten abzusaugen — am untern Ende bei c etwas nach oben gebogen sein. Die Ausgussöffnung M^a (Mündung von Röhre a) des Hebers auf dem Filter muss jedenfalls unter dem höchsten Filterniveau liegen. Die zweite Glasröhre (b) welche nur eben durch den Kork in die Flasche A hinab reicht, dient als Luftzuführungs-Rohr. Die Mündung M^b desselben muss mit dem höchsten Filterniveau überein stimmen, also über der Mündung M^a liegen. An dem äussern Heberschenkel sitzt das Ansaugerohr d (mit der Reservoir-Kugel e nach Mohr), welches bei f durch eine am Rohre d und an dem Heberschenkel angeschmolzene Glasstütze unterstützt ist und zur leichtern Inbetriebsetzung des Hebers dient.

Fig. 1053.

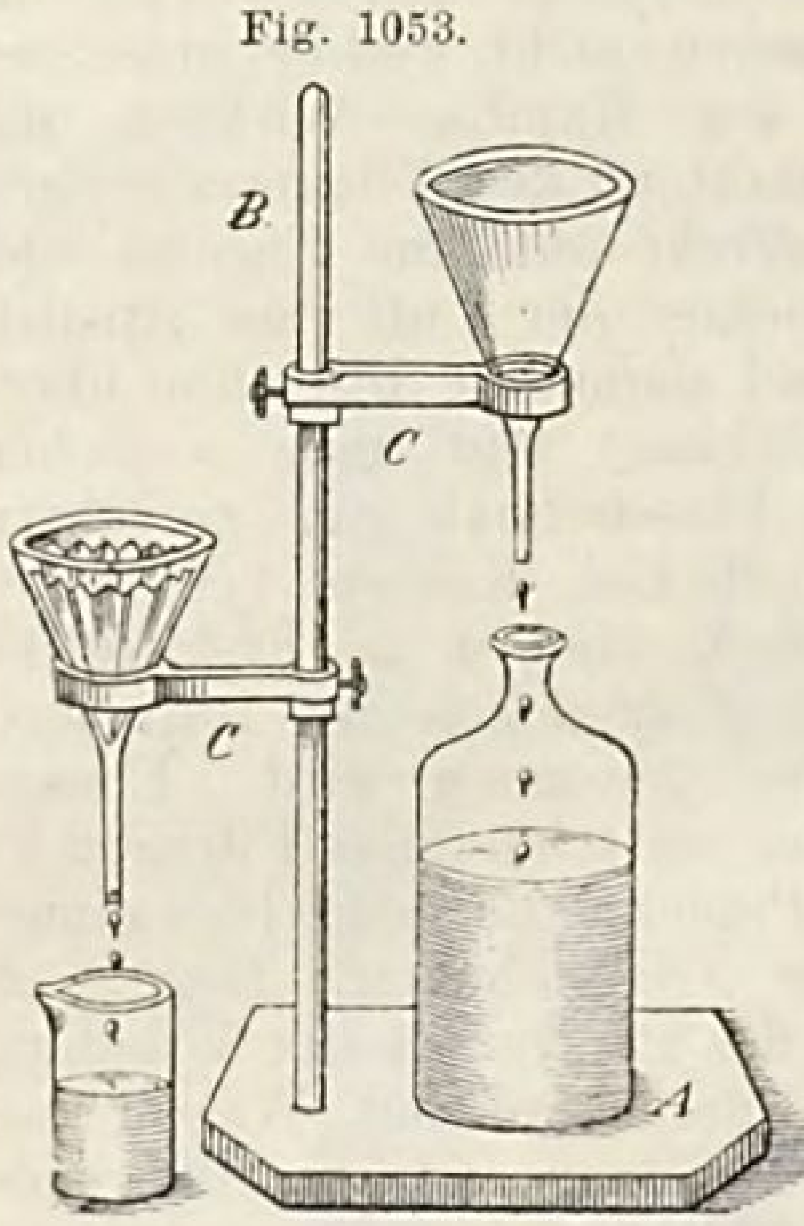
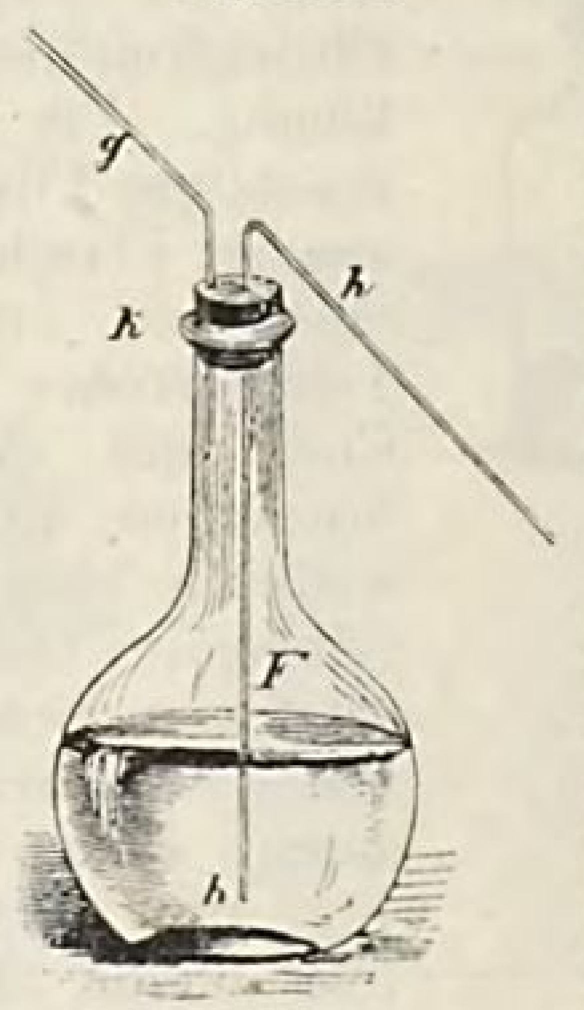


Fig. 1054.



Ist der Heber in Thätigkeit, so füllt er das Filter so lange, bis die Flüssigkeit so hoch gestiegen ist, dass sie die Mündung M^b verschliesst. Denn da jetzt keine Luft mehr durch die Röhre b in die Flasche A gelangen kann, wird ein weiteres Ausfliessen erst wieder beginnen, sobald das Flüssigkeits-Niveau auf dem Filter so weit gesunken ist, dass die Mündung M^b wieder frei wird. Andererseits bleibt aber auch, da die Mündung M^a des Hebers a tiefer als M^b liegt, der Heber gefüllt und ist deshalb stets von selbst wieder funktionsfähig. Somit kann ein höheres Aufsteigen der Flüssigkeit auf das Filter als bis zum höchsten „Soll-Niveau" nicht eintreten.

δ. **Filtrir-Gestelle** dienen dazu, die Trichter sammt den Filtern in entsprechenden, aus festem Holze gefertigten, horizontal wie vertikal verstell- und mittels Holzschrauben feststellbaren — Holzarmen angebrachten ringförmigen, nach unten konisch zulaufenden Ausschnitten zu tragen. Dies soll es ermöglichen, auch in flache und oben mit weiter Oeffnung versehene Gefässe, auf welche Trichter nicht gesetzt werden können, zu filtriren, und ferner das Aufsetzen des Trichters auf die Gefässe selbst zu vermeiden. Werden dieselben vom Filtrir-Gestell getragen, so bleibt zwischen Trichter und auffangendem Gefäss ausreichend Raum, um der verdrängten Luft den freien Austritt aus der Flasche etc. zu gestatten. Das Filtrir-Gestell Fig. 1053 besteht aus dem Fuss- oder Standbrett A mit darin fest sitzender, zylindrischer Holzsäule B, an welcher sich die Filterarme CC (2 — 5) sowohl in horizontaler Richtung drehen als auch in vertikaler Richtung auf- und nieder schieben und in jeder Lage mittels einer Pressschraube fest stellen lassen.

ε. **Spritzglas oder Spritzflasche.** Befestigt man eine enge, an einem Ende zu einer Spitze ausgezogene Glasröhre mittels eines durchbohrten Korks auf einer, etwa bis zur Hälfte mit Wasser gefüllten Flasche derart, dass die Spitze der Röhre nach aussen gekehrt ist und bläst alsdann mit dem Munde durch die Spitze Luft in die Flasche, so wird, wenn man die Flasche rasch umkehrt, vermöge Wirkung des Luftdrucks durch die Spitze der Glasröhre Wasser in Form eines feinen Strahls austreten; doch hört dieser Austritt bald wieder auf. Um einen dauernden Wasserstrahl zu erzielen, wendet man ein Kochfläschchen F, Fig. 1054, mit einem doppelt durchbohrten und mit zwei gebogenen Glasröhren, g und h, versehenen Kork k an. Die kürzere Glasröhre g dient zum Einblasen der Luft, während die längere h, h, welche bis zum Boden des Kochfläschchens reicht und aussen zu einer Spitze ausgezogen ist, dem Wasserstrahl den Austritt gestatten soll.

Spritzflaschen werden angewandt, um Niederschläge, die auf einem Filter beim Gebrauch sich angesammelt haben, mit Wasser auszulaugen, bezw. auszusüssen, oder von den Filterwandungen zu lösen und nach unten zu spülen; ferner auch um eine Flüssigkeit in feiner Vertheilung auf eine Fläche zu bringen. Auch kann man mittels der Spritzflasche anstatt einer Flüssigkeit eine *gasförmige* Masse zur feinen Vertheilung auf einer Papierfläche etc. bringen, eine Manipulation, welche man z. B. beim Anilindruck anwendet.

ζ. **Thermometer.** Für verschiedene Fälle ist der Besitz eines Thermometers, dessen Skala — 20 bis + 150° C. angiebt, erwünscht.

η. Als **Aräometer** oder Senkwagen werden Glasspindeln von in Fig. 1055 angegebener bekannter Form angewendet. Man unterscheidet Spiritus- oder Alkoholwagen (leichter als Wasser), bei welchen die Skala *von unten nach oben* steigt, und Oel-, Laugen-, Zuckerwagen etc. (schwerer als Wasser), bei welchen, weil diese Flüssigkeiten um so stärker sind, je weniger tief die Spindel darin einsinkt, die Skala *von oben nach unten* zählt.

Der bei den Silberbädern zur Anwendung kommende „*Silbermesser*" ist ein Aräometer der letztern Art, hat indess eine Skalentheilung, welche *nicht die Menge der gelösten schwereren Silbersalze direkt angiebt*, sondern nur wie viel Gewichtstheile *Wasser* auf 1 *Gew.-Theil salpetersaures Silber* in einer Lösung enthalten sind. Deshalb sind beim Silbermesser die Zahlen der Skala *von unten nach oben* steigend angeordnet, entsprechend dem, dass mit der Grösse des Wasserantheils das Gewicht der Lösung abnimmt.

Um eine Silberlösung auf ihren Silbergehalt zu bestimmen, füllt man mit derselben einen Glaszylinder *A*, Fig. 1056, so weit, dass nur etwa 3 cm Höhe des Zylinders ungefüllt bleiben, lässt dann den Silbermesser *B* langsam einsinken und liest — die betr. Zahl, z. B. 12,5 ab. — Diese Ablesung 12,5 besagt, dass auf 12,5 g Wasser 1 g salpetersaures Silber, d. i. 8%, in der Lösung vorhanden sind.

Fig. 1055.

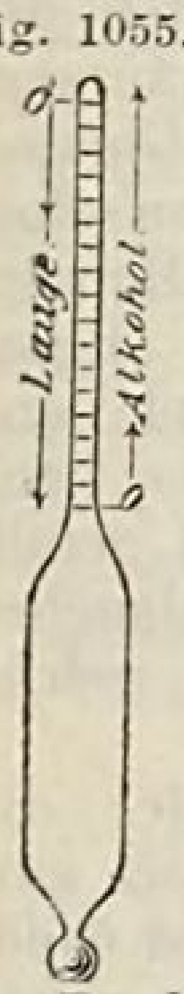


Fig. 1056.

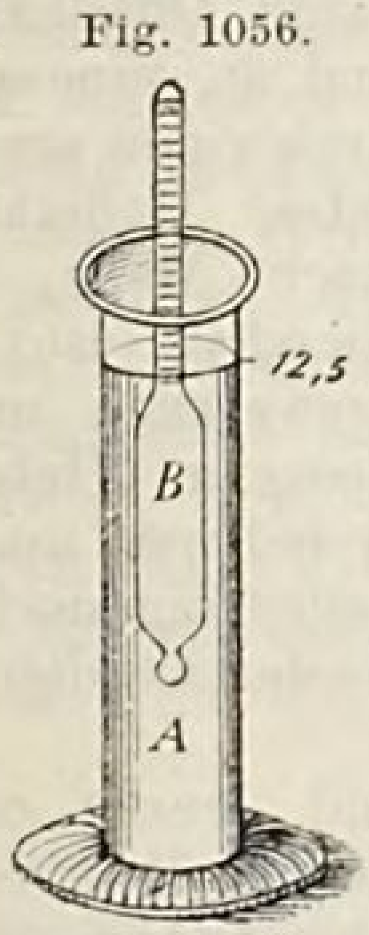
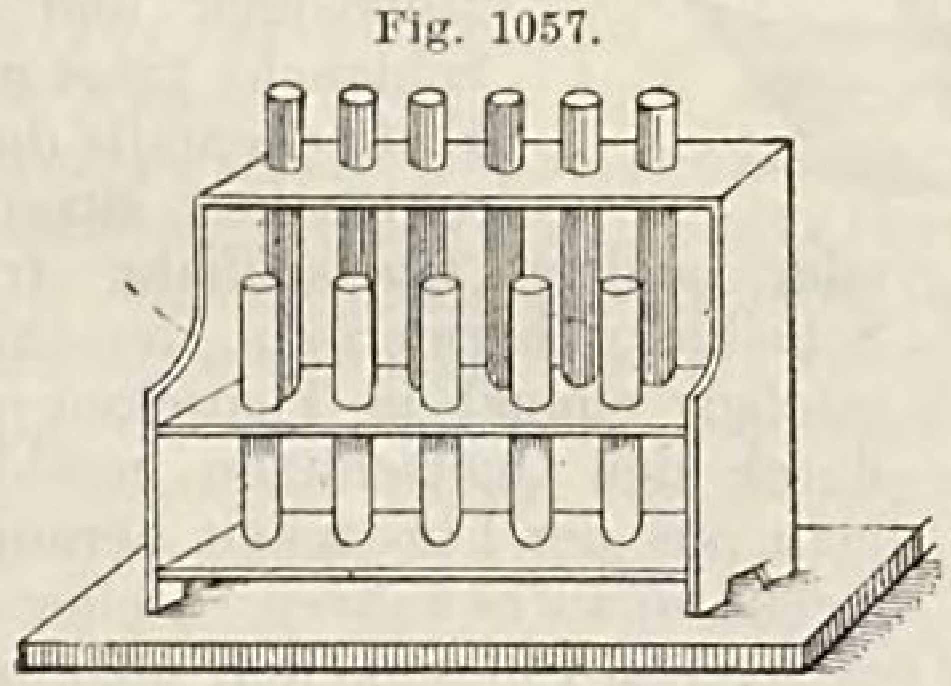


Fig. 1057.



ϑ. **Reagenz- oder Probirgläschen** sind zylindrische Gläsgefässe mit halbkugelförmig. Boden, welche, damit sie beim Kochen einer eingefüllten Flüssigkeit nicht springen, an allen Stellen gleichmässig dick ausgeblasen sein, u. kleine Wandstärke haben müssen.

Zur bequemern Aufstellung dient ein einfaches Holzgestell Fig. 1057. Diese Gläschen dienen um Versuche — Reaktionen etc. — im kleinen anzustellen.

ι. Von **Glasstäben** braucht man verschiedene und verschiedener Stärke. Sie werden benutzt zum Rühren, zum Einlegen zwischen Filter und Trichter beim Filtriren, zum Ausgiessen von Flüssigkeiten aus Gefässen ohne Ausguss — besonders aus flachen Gefässen — indem man die Flüssigkeit an dem vertikal an das Gefäss gehaltenen Glassstabe entlang laufen lässt etc.

κ. **Heber.** Hier ist nur bezüglich der praktischen Gestaltung und Benutzung für den besondern Fall Einiges anzuführen.

1. Um Heber für die Durchleitung ätzender oder giftiger Flüssigkeiten, Säuren etc., oder auch solche von grossen Dimensionen nicht mit dem Munde ansaugen zu müssen, trifft man folgende Anordnungen:

a. Man verwendet einen Heber mit Doppelschenkel, den man, anstatt mit dem Munde, mittels *Gummiballs* ansaugt.

b. An den längern — Abfluss- — Schenkel ist eine Kugel angeblasen, welche so viel Flüssigkeit fasst, um beim Ablaufen beide Schenkel mit der abzuziehenden, bezw. zu hebenden Flüssigkeit voll zu saugen, so dass der Heber von da ab einen gleichmässigen Ablauf zeigt.

c. Um mittels eines gewöhnlichen Hebers eine Flasche zu entleeren und den Heber *ohne anzusaugen* zum Laufen zu bringen, verschliesse man die Flasche dicht mit einem doppelt durchbohrten Kork, durch welchen der kürzere Heberarm

und ein zweites kurzes Glasrohr zum Hineinblasen von Luft reichen, um so einen Druck auf die Flüssigkeit in der Flasche ausüben zu können. Beim Einblasen wird die Flüssigkeit in dem Heberrohr in den längern Heberarm übersteigen und schliesslich gleichmässig weiter ausfliessen. Soll nur eine geringe Menge Flüssigkeit übergehoben werden, so verwendet man den Heber umgekehrt, indem man den längern Schenkel in die Flüssigkeit taucht; es wird dann das Ausfliessen aufhören, sobald man mit dem Lufteinblasen aufhört.

d. Heber mit am längern Schenkel befindlicher Saugepumpe nach Negretti, Fig. 1058, werden sowohl bei ätzenden Flüssigkeiten, als auch bei grossen Dimensionen mit Vortheil angewandt.

2. Heber, welche stets für gleiche Flüssigkeit benutzt werden, kann man so konstruiren, dass dieselben, wenn einmal mit Flüssigkeit gefüllt, stets gefüllt sind; sie bleiben entweder ganz in der Flüssigkeit; oder auch es wird nur der eine Schenkel in die Flüssigkeit eingetaucht erhalten.

Fig. 1058.

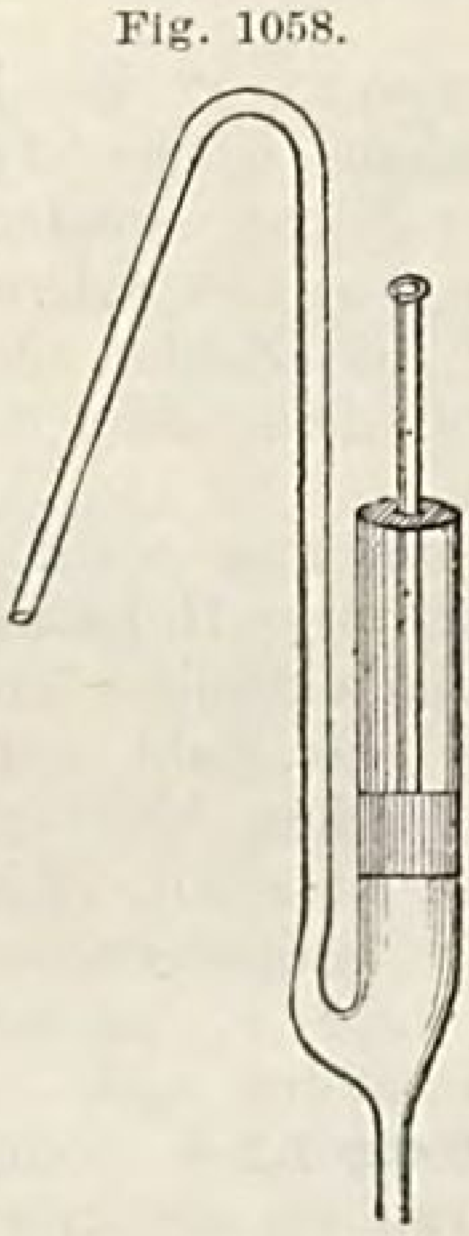


Fig. 1059.

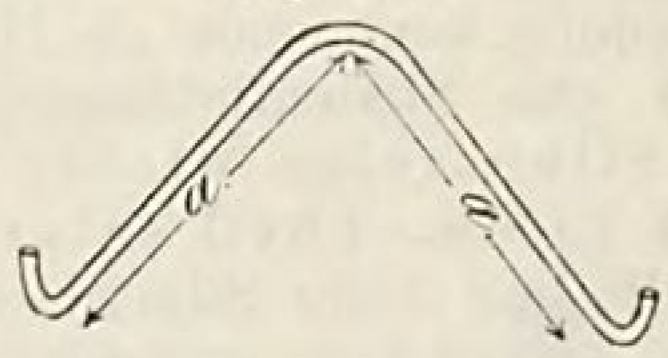


Fig. 1060.



a. Dazu verwendet man einen Heber irgend einer Konstruktion, versieht denselben aber an der Ausflussöffnung mit einem Stückchen Gummirohr oder Gummischlauch, den man am äussern Ende mittels eines daran sitzenden Hoffmann'schen Quetschhahns hermetisch verschliessen kann. Oder man verwendet als Heber einen Gummischlauch, der an seinen beiden Enden ein Stück eingestecktes Glasrohr als Mundstück und zum Offenhalten des Schlauchs trägt und an seinem äussern Ende ebenfalls durch einen am Gummischlauche sitzenden Hoffmann'schen oder andern Quetschhahn (nach Mohr, Bunzen, Scheibler) hermetisch verschliessbar ist. Einen solchen einmal in Thätigkeit gewesenen und dann durch den Quetschhahn geschlossenen Heber kann man aus der Flüssigkeit heraus nehmen und gefüllt irgendwo aufbewahren. Heber mit Gummischläuchen können selbstverständlich nur bei solchen Flüssigkeiten angewendet werden, welche Gummi nicht angreifen.

b. Wo man ein Gefäss nicht ganz bis auf den Grund leeren oder die Flüssigkeit vom Bodensatze vollständig klar abheben will, ohne den Bodensatz aufzuwühlen, z. B. beim Abheben der überstehenden Flüssigkeit bei Silber- und Gold-Rückständen, macht man von gleichschenkligen, an beiden Enden ein wenig nach oben umgebogenen Hebern Gebrauch, Fig. 1059. Einen solchen mit der betr. Flüssigkeit einmal gefüllten Heber braucht man nur mit dem einen Schenkel in die Flüssigkeit zu tauchen, um ihn alsbald wieder zum Laufen zu bringen. — Um beim Ausgiessen aus vollen Flaschen den stossweisen und unregelmässigen Austritt der Flüssigkeit zu vermeiden, steckt man ein Heberrohr mit einem Schenkel in den Flaschenhals, wodurch der Luft der Eintritt gestattet wird, Fig. 1060.

VII. Ausführung der bekannten Lichtpaus-Verfahren.*)

Seit Einführung des Lichtpaus-Prozesses (1870) in die Praxis sind die Techniker in den Besitz von fünfzehn verschiedenen Kopirverfahren gekommen, während die

*) Bezüglich einiger andern zur Vervielfältigung von Zeichnungen und Schriften aufgetauchten Verfahren — ohne Anwendung der Belichtung — hätten wir anzuführen: das „Polychrom-Verfahren" von Emil Holtzmann in Speyer, (Deutsche Bauzeitg. 1878 S. 361) wobei mit eigens präparirten Anilinfarben verschiedener Töne ein Original auf Papier gezeichnet und dann auf ein besonders präparirtes Papier — Negativpapier —, welches die Farben des Originals in negativer Stellung aufsaugt, umgedruckt wird, um von diesem Negativ bis 20 Kopien auf weissem Papier abklatschen zu können. Es ist dies Verfahren einfach ein Abklatsch-Verfahren, welches nur unsaubere, unscharfe und, der bekannten Eigenschaft der Anilinfarben wegen, nicht lichtbeständige Kopien liefert. Auch sind die Farbentöne nie den konventionellen Farben technischer Zeichnungen entsprechend. Es kann somit dasselbe ebenso wenig wie das sogen. hektographische Verfahren empfohlen werden.

Photographen bei einem viel grössern Alter ihrer Verfahrensweisen bis heute zum grössten Theile beim Silber-Positivprozess stehen geblieben sind, und nur ausnahmsweise den Pigment- und Platin-Prozess kennen und üben: diese Thatsache verdient als Merkwürdigkeit speziell hervor gehoben zu werden. Die allgemeine praktische Anwendung der Lichtpaus-Verfahren hat ihre hauptsächlichste Ursache in dem in den Jahren 1871—1876 bestandenen Mangel technischer Kräfte gegenüber der grossen Fülle zeichnerischer Aufgaben, die in jener Zeit gestellt wurden.

Die Eintheilung der Lichtpaus-Verfahren kann nach 3 Richtungen erfolgen:

1. mit Bezug auf die angewendeten lichtempfindlichen Stoffe;
2. mit Bezug auf die praktischen Ergebnisse, d. h. ob direkt Positive, ob Negative und in letzterm Falle ob kopirfähige Negative erhalten werden;
3. könnte ein Eintheilungsgrund auch von den erzielten Farbentönen: schwarz, braun, violett, blau etc. hergenommen werden.

Die übersichtlichste und einfachste Eintheilung ist die nach 1, die daher dem Folgenden zu Grunde liegt.

a. Verfahren mit Silbersalzen: erste Begründer: Fox Talbot,
b. Verfahren mit Eisensalzen: Sir John Herschel und Poitevin,
c. Verfahren mit Chromsalzen: Mungo Ponton und Fox Talbot,
d. Verfahren mit Uransalzen: Niépce de St. Victor und Burnett,
e. Verfahren mit Platinsalzen: William Willis und Pizzighelli.

a. Verfahren mit Silbersalzen.

Obgleich zu Lichtpaus-Zwecken das Verfahren auf gesilbertem Papier zu theuer und, weil viele Bäder und Waschungen erfordernd, auch zu zeitraubend ist, dasselbe ausserdem auch die meiste Uebung und die grösste Akkuratesse der Arbeit bedingt und deshalb zur allgemeinen Anwendung für die Techniker kaum mehr zu empfehlen ist, muss dasselbe doch als Grundlage und als zuerst in Aufnahme gekommenes Lichtpausverfahren, wie auch mit Rücksicht darauf, dass das Verfahren als bestes zur Herstellung kopirfähiger Negative sich auszeichnet, einer eingehendern Besprechung unterzogen werden. Negative werden damit besonders auf dünnem gesilberten Papier erzielt, nach denen man durch Anwendung eines billigern und einfachern Kopirverfahrens (z. B. der Cyanotypie) gute positive Kopien herstellen kann. Die Negative haben weisse Zeichnung auf braunem bis schwarzbraunem Grunde, die darnach hergestellten Positive auf gesilbertem Papier braune bis schwarzbraune Zeichnung auf weissem Grunde.

α. Auswahl der Rohpapiere.

Es eignen sich nur Rohpapiere, welche möglichst glatt, gleichartig fest und homogen sind, und ausserdem die aufgetragenen Chemikalien nicht tief in die Papierfaser eindringen lassen, sondern jene mehr auf der Oberfläche halten. Die Papiere müssen ferner möglichst frei von Eisentheilen und Eisenrost sein, weshalb bei der Fabrikation die Anwendung von Eisengeräthen peinlichst zu vermeiden ist, weil Rostflecke beim Silbern und Kopiren den Anlass zur Entstehung schwarzer Flecken geben.

Zur Zeit werden vornehmlich zwei Sorten Rohpapiere, die eine in Rives bei Grenoble und die andere von Steinbach in Malmedy hergestellt, verwendet.

β. Vorpräparation der Rohpapiere.

In den meisten Fällen werden die Roh-Papiere in eigens hierzu betriebenen Fabriken photographischer Papiere, um die Poren der Papierflächen zu schliessen und das Bild mehr auf der Oberfläche zu erhalten, entweder mit Arrowroot — „Arrowroot-Papiere“ —, oder mit Albumin (Eiweiss) — „Albumin- oder Eiweiss-Papiere“ — überzogen.

Für Lichtpaus-Zwecke sind die stumpfen — nicht albuminirten — Papiere vortheilhafter, weil diese weniger, fast gar keine Neigung zum Aufrollen zeigen und ausserdem sich leichter überzeichnen und retouchiren lassen.

Bei der Vorpräparation mit Arrowroot oder mit Albumin wird dem Ueberzuge gleichzeitig die zur Bildung von Chlorsilber erforderliche Menge eines leicht löslichen Chlorsalzes, z. B. Chlornatrium, Chlorammonium etc. zugesetzt, so dass

es zum Licht-Empfindlichmachen der Papiere nur erforderlich ist, dieselben ohne weitere Vorbereitung auf einer Silbernitrat-Lösung 1:10 in destillirtem Wasser schwimmen zu lassen und im Dunkeln zu trocknen.

γ. Selbst-Ausführung der Vorpräparation der Rohpapiere.

Zur Anfertigung von Lichtpausen ist es nicht durchaus erforderlich, die im Handel zu erhaltenden vorpräparirten Papiere zu benutzen, da man Steinbach-, Rives- oder auch jedes andere zu diesem Zwecke ausgewählte Papier selbst mit Chlorsalz-Lösung vorpräpariren kann; man nennt das betr. Verfahren einfach „Salzen" und bezeichnet das Papier als „gesalzenes oder Salz-Papier."

Man bereitet eine Lösung aus 1 Gew.-Theil Chlorammonium (Salmiak) oder Chlornatrium (Kochsalz) in 30 Th. Wasser, filtrirt die Lösung in eine flache Schale und taucht das Papier — blattweise — ganz in diese Lösung ein, unter Vermeidung des Ansetzens von Luftblasen an die Papierfläche. Die Dauer der Eintauchung ist etwa 2—3 Minuten. Alsdann nimmt man das Papier, welches vollständig und gleichmässig von der Lösung durchfeuchtet sein muss, heraus, lässt dasselbe abtropfen und hängt es in einem staubfreien Raume zum Trocknen auf.

Will man dem Papier gleichzeitig einen dünnen Ueberzug von Arrowroot zum Schliessen der Poren geben, so verfahre man wie folgt: 5 g Arrowroot-Mehl rühre man zu einen dünnen Brei mit ein wenig destillirtem Wasser an; andererseits löse man: 5 g chemisch reines Chlornatrium oder Chlorammonium oder auch Chlorbaryum in 150 g destillirtem Wasser, filtrire diese Lösung, erhitze sie bis zum Sieden und giesse den Arrowroot-Mehlbrei langsam, unter stetem Rühren der siedenden Lösung zu. Alsdann wird das Ganze durch ein Tuch gegossen und muss klar abstehen. Nach dem Erkalten trage man diese Mischung entweder mittels eines feinen, ganz reinen Schwammes oder mit Pinsel in parallelen Strichen, sowohl in der Länge als in der Breite, gleichmässig auf Papierbogen, vertreibe zur Erzielung grösserer Gleichmässigkeit der Schicht, event. noch mit einem zweiten Pinsel und — hänge alsdann den Bogen in einem durchaus staubfreien Raume zum Trocknen auf. So behandelte Papiere können, weil haltbar, in beliebigen Mengen zum voraus vorpräparirt werden.

Mit der beschriebenen Arrowroot-Chlorsalz-Lösung kann man auch dünne transparente Papiere, z. B. Pflanzenpapier, ungeöltes Pauspapier etc., zum demnächstigen Silbern vorpräpariren; man erhält auf solchen transparenten, demnächst gesilberten Papieren, bei Benutzung geeigneter Original-Zeichnungen und richtiger Behandlung, kopirfähige Negative mit fast glasklarer Zeichnung, so dass man nach ihnen bei kürzester Belichtungs-Dauer, sowohl unter Anwendung des Silber-, wie auch des Cyanotyp-Verfahrens vorzügliche positive Kopieen in beliebiger Anzahl erzielen kann.

δ. Lichtempfindlichmachen der Papiere und Trocknen.

Alle mit Chlorsalzen — und event. mit die Poren schliessenden Stoffen — vorpräparirten Papiere müssen, zur Erzielung der Lichtempfindlichkeit, auf ihrer Bildseite mit einer salpetersauren Silberlösung getränkt werden, wobei durch Wechselwirkung der im Papier vorhandenen löslichen Chlorsalze und des Silbernitrats sich in, bezw. auf dem Papier unlösliches Chlorsilber niederschlägt und andererseits ein Ueberschuss an nicht umgesetztem Silbernitrat von dem Papier aufgesaugt und darin, u. z. zur Erhöhung der Lichtempfindlichkeit des Chlorsilbers, zurück bleibt. Im allgemeinen wendet man eine vor jedesmaligem Gebrauche zu filtrirende und möglichst auf derselben Stärke zu erhaltende Lösung salpetersauren Silbers in destillirtem Wasser von 1:10 an, welche man behufs der Sensibilisirung der Papierbogen im Dunkelraume in eine geeignete, wasserdichte, vom Silberbade unangreifbare, andererseits auch das Silberbad nicht zersetzende, reine flache Schale unter Füllung derselben bis zu $1/3$ bringt. Dann werden die (event. mit Arrowroot oder Albumin vorpräparirten) Papiere bogenweise, unter Vermeidung der Entstehung von Luftblasen und unter gleichzeitiger Vermeidung dessen, dass Silberlösung auf die Rückseite der Bogen gelangt, mit der Bildseite auf dem Silberbade etwa 2—3 Minuten schwimmend erhalten, um sodann

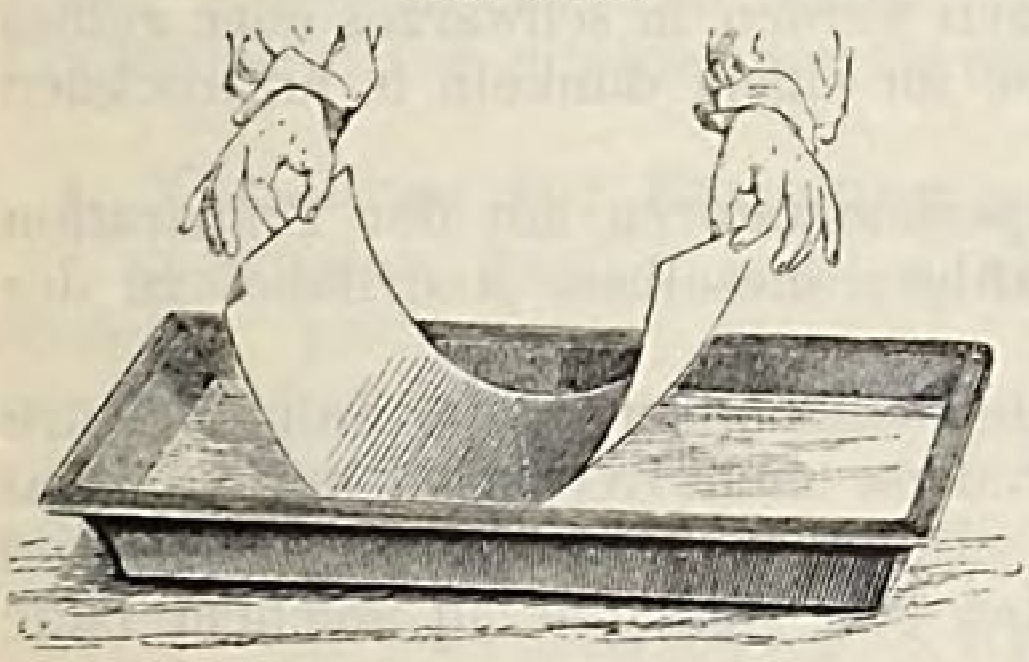
abgehoben zu werden. Die Manipulation hierbei ist durch Fig. 1061 veranschaulicht. Die ohne Verwendung von Arrowroot und Albumin, vorpräparirten Rohpapiere müssen in das Silberbad vollständig eingetaucht werden.

Um sich bei jedem Bogen zu überzeugen, dass keine Luftblasen unter dem Papier eingeschlossen sind — wodurch an diesen Stellen Unempfindlichkeit des Papiers bestehen bleiben würde — hebt man, sobald das Papier etwa $^1/_2$ Minute auf dem Bade gelegen, den Bogen leicht und vorsichtig hoch, zerstört durch Betupfen mit einem reinen Glasstabe die etwa vorhandenen Luftbläschen und lässt ebenso vorsichtig das Papier wieder auf das Bad nieder.

Beim Abheben lässt man das Papier in die Schale gut abtropfen und hängt es im Dunkelraum an einer Schnur mittels Holz-Klammern befestigt zum Trocknen auf. Die dann noch abfallenden Tropfen der Silberlösung fange man auf Fliesspapier oder in einer Schale auf.

Zur Feststellung der Sensibilisations-Dauer kann man mit Vortheil eine Sanduhr mit 2—3 Minuten Durchlaufszeit verwenden. Bei starken und frischen Bädern genügen zum Sensibilisiren 2 Minuten, bei gebrauchten und dadurch an Silber ärmer gewordenen sind bis 3 Minuten erforderlich.

Fig. 1061.



Zur Prüfung des Silberbades auf den normalen Gehalt an Silber von 1 : 10 wird von Zeit zu Zeit das S. 1083 beschriebene Silber-Aräometer in Benutzung genommen. Die Angaben dieses Instruments werden aber, und besonders bei vielfach gebrauchten Silberbädern, in Folge des Zutritts von aus den vorpräparirten Papieren stammenden Salzen etc. sehr unsicher; und zwar zeigen sie einen höhern Silbergehalt an, als den wirklich vorhandenen. Eine ganz sichere Methode den Silbergehalt zu bestimmen, ist von Prof. Dr. Vogel angegeben worden.*)

Der Silberverbrauch pro 1 qm Papier beträgt im Durchschnitt 8—10 g welche einen Werth von 1—1,5 M. besitzen.

Neben der Stärke des Silberbades ist dessen Reaktion: ob alkalisch, sauer oder neutral, zu beachten. Die besten Resultate liefert ein neutrales Silberbad. Um sich von dieser Beschaffenheit des Bades zu vergewissern, wendet man Streifen von rothem und blauem Lackmuspapier an, welche man mit einem Ende in das Bad eintaucht. Ist eine Flüssigkeit sauer, oder hat dieselbe saure Eigenschaft, so wird das blaue Lackmuspapier an der eingetauchten Stelle roth. In einer alkalischen Flüssigkeit wird das rothe umgekehrt blau; endlich werden in einer neutralen beide Reagenz-Papiere der Farbe nach nicht verändert. Letztere Erscheinung ist somit die für ein Silberbad günstigste. — Wenn das Bad sauer reagirt, so setze man so lange tropfenweise eine Auflösung von kohlensaurem Natron hinzu bis neutrale Reaktion eintritt. Umgekehrt neutralisirt man alkalische Silberbäder durch tropfenweisen Zusatz einer schwachen Säure, z. B. Essigsäure oder verdünnter, chemisch reiner Salpetersäure.

Nimmt ein Silberbad nach längerm Gebrauche durch Aufnahme organischer Stoffe aus den Papieren braune Färbung an, so ist es zum fernern gleichmässigen Silbern nicht mehr verwendbar und muss zuerst wieder wasserklar gemacht werden. Hierzu verwendet man eine Auflösung von 1 Thl. übermangansaurem Kali in 100 Thl. Wasser, der man 1 Thl. Salpetersäure zusetzt. — Von dieser Lösung setze man dem in einer Flasche befindlichen Silberbade so lange tropfenweise, und unter kräftigem Umschütteln zu, bis nach 2 Minuten langem Schütteln eine leichte Rosafärbung bleibt und nicht verschwindet. — Nach längerm Stehenbleiben geht die von dem Manganat herrührende Färbung allerdings wieder verloren. So lange aber organische Stoffe im Silberbade enthalten sind, tritt die Entfärbung sofort ein. — Zeigt das Bad in Folge grossen Gehalts an organischen Substanzen neben der Rosafärbung eine bräunliche Trübung, so muss es vor weiterm Gebrauche filtrirt werden.

*) Die Mittheilung derselben an dieser Stelle würde zu weit führen; es sei dazu verwiesen auf Prof. Vogels „Lehrbuch der Photographie", III. Aufl., S. 364—366.

Die nach vorstehenden Angaben gesilberten Papiere sind solche, wie sie in der Regel von den Photographen angewendet werden; sie müssen, weil nicht haltbar, stets am nächsten und spätestens am zweiten Tage zur Verwendung kommen. — Für Lichtpaus-Zwecke ist es von besonderm Werth, ein möglichst haltbares Papier, welches selbst noch nach Monaten gebrauchsfähig ist, zu besitzen. Erst, nachdem man das gesilberte Papier für längere Zeit haltbar zu präpariren verstand, konnte der Lichtpaus-Prozess grössern Eingang finden.

Zur Erzielung längerer Haltbarkeit handelt es sich nur um geeignete Modifikationen in der Zusammensetzung des Silberbades, während das Verfahren beim Sensibilisiren im allgemeinen dasselbe bleibt wie vor beschrieben. A. Ost in Wien war der erste, welcher in dem Zusatz von Citronensäure zum Silberbade ein Mittel entdeckte, um Papier von circa 6 Wochen Haltbarkeit zu erzielen. Die zur Zeit im Handel befindlichen gesilberten Lichtpauspapiere sind mehr oder weniger dem Ost'schen ähnlich präparirt. Ost giebt für das Silberbad folgende Zusammensetzung an:

1 g salpetersaures Silberoxyd (Silbernitrat), 12 g destillirtes Wasser, 1 g Citronensäure, 1 g Alkohol. — Die getrockneten Bogen werden in schwarzes oder gelbes Naturpapier eingerollt, in Papp- oder Zinkbüchse an einem dunkeln u. lufttrocknen Orte aufbewahrt.

In den letzten Jahren haben sich viele Experimentatoren mit der Präparation haltbarer gesilberter Papiere eingehend beschäftigt; dieselben sind dabei zu der Erkenntniss gelangt, dass:

1. Bedingung der Haltbarkeit ist, dass beim Sensibilisiren die Salpetersäure des Silbernitrats dauernd gebunden werde, damit diese nicht oxydirend auf die organischen Substanzen des Papiers wirken könne. Und: 2. der direkte Zusatz von Citronensäure zum Silberbade nicht zu empfehlen sei, weil die in solchem Bade präparirten Papiere schlecht und langsam tonen.

Demnächst wurden fast unzählige Anweisungen veröffentlicht, von denen hier nur die selbst erprobten und als vorzüglich befundenen mitgetheilt werden sollen:

1. Nach Willis wird das in gewöhnlicher Weise auf einem Silberbade 1 : 10 gesilberte Papier noch feucht, also halb trocken, mit der Rückseite auf eine in einer 2. Schale befindliche Lösung von Citronensäure 1 : 15 gelegt und darauf ca. 1 Min. schwimmend belassen. Jede Berührung der Citronensäure-Lösung mit der Vorderseite (gesilberten Seite) des Papiers ist sorgfältigst zu vermeiden. Solches Papier hält sich nach dem Trocknen und bei Aufbewahrung gegen Licht und Feuchtigkeit geschützt 2—3 Monate brauchbar.

2. Dr. van Monckhoven giebt folgendes Rezept: 100 g destillirtes Wasser, 12 g Silbernitrat und 12 g salpetersaure Magnesia. Das beim Silbern des Papiers dem Bade entnommene Silbersalz wird pro 1 qm gesilberten Papiers mit 8 g Silbernitrat dem Bade wiederum zugesetzt, in diesem Falle aber keine Magnesia zugegeben. Nur bei Wasserzusatz muss auch entsprechend Magnesium-Nitrat zugesetzt werden.

3. Nach Dr. A. Trapp soll man ein Silberbad folgender Zusammensetzung nehmen: 15 g destillirtes Wasser, 1 g Silbernitrat, 2 g kristallisirtes salpetersaures Ammoniak und 3 Tropfen Ammoniak.

4. Sehr empfehlenswerth ist folgende von Dr. F. Stolze in Berlin angegebene Präparirungsweise:

a. Papier wird auf einem gewöhnlichen Silberbade 1 : 10 etwa 3—4 Minuten sensibilisirt und wird alsdann die anhaftende überschüssige Silberlösung durch Ueberziehen über einen auf der Schale liegenden Glasstab abgestrichen und nun das noch feuchte Papier:

b. mit der Rückseite auf eine Lösung von citronensaurem Kali 1 : 30 gebracht, auf der es etwa 4—5 Minuten schwimmend bleibt. Alsdann taucht man:

c. den Bogen in eine dritte mit reinem Wasser gefüllten Schale, mit der gesilberten Seite nach unten, vollständig ein, spült etwa 20—40 Sekunden und hängt nun den Bogen zum Trocknen auf.

Der Vorgang bei diesem Verfahren ist der, dass sich durch Austausch citronensaures Silberoxyd und salpetersaures Kali (Salpeter) bilden; dieser löst sich in dem letzten Wasserbade zum grössten Theile auf.

5. Die beste und einfachste Präparirungsart von haltbarem Papier ist die von W. de Abney angegebene: Das in gewöhnlicher Weise auf einem Silberbade 1:10,

während der Dauer von 2—3 Min. sensibilisirte Papier wird in reinem Wasser 3—4 mal gut ausgewaschen und dann in einer Lösung von salpetrigsaurem Kali 1:20 etwa 2 Min. gebadet; man lässt dasselbe alsdann abtropfen und trocknen.

Um dünnes transparentes und mit Arrowroot und Chlorsalzen vorpräparirtes Papier (S. 1085) zu sensibilisiren, verfährt man am besten wie folgt: Man lasse das Papier mit der vorpräparirten Seite auf dem Silberbade etwa 3 Min. schwimmen, nehme es alsdann ab, lasse gut abtropfen und hänge es zum Trocknen auf, wobei das Papier mehrere mal umgehängt werden muss, um dasselbe zum gleichmässigen Trocknen zu bringen. Wenn das Papier noch eben feucht ist, klebt man es am besten auf einer Glasplatte mit Gummi arabicum rings herum fest, um es glatt und straff zu erhalten. Ist es ganz trocken geworden, wird es losgeschnitten und lose in Mappen aufbewahrt.

Schliesslich sei hier darauf hingewiesen, dass, wenn die Silber-Flüssigkeit mit organischen Stoffen in Berührung kommt, und diese der Einwirkung des Lichts ausgesetzt werden, schwarze, schwer vertilgbare Flecken entstehen, weshalb man Hände, Kleider, Wäsche sorgfältig vor Berührung schützen muss. Beim Silbern selbst empfiehlt es sich daher, die Finger durch Ueberziehen von sog. Gummi-Fingerlingen vor direkter Berührung mit der Flüssigkeit zu schützen.

ε. Verfahren zur Erzielung von Lichtpausen auf gesilbertem Papier.

Gesilbertes Papier, welches in Chlorcalcium-Büchsen aufbewahrt ward (vergl. S. 1080) muss 2 Tage vor dem beabsichtigten Gebrauch den Büchsen entnommen und in einem Schubfache etc. (selbstredend im Dunkeln) der Luft ausgesetzt werden, damit dasselbe wieder einige Feuchtigkeit aufnehme, da ganz trockne gesilberte Papiere erfahrungsmässig eine grosse Licht-Unempfindlichkeit zeigen.

1. Das Einlegen in den Kopirrahm und das Kopiren.

Man nimmt im Dunkelraum Klappdeckel, Pressbausch etc. bis auf die Glasplatte aus dem Kopirrahm heraus, stäubt die Glasplatte sauber ab und legt dann zuerst das Original flach und möglichst in der Mitte der Platte in den Kopirrahm.

Ist dasselbe auf dünnem transparenten (Paus-Papier, Leinwand oder sehr dünnem Druck-) Papier ausgeführt, so kann man durch eine einmalige Operation (direkt) eine Kopie in richtiger Stellung (positiv), in weisser Zeichnung auf braunem negativen Grunde erzielen. Es ist dazu das Original mit der Bildseite auf die Glasplatte und das Kopirpapier mit der gesilberten Seite hinter (auf) das Original, also auf die Rückseite desselben zu legen.

Ist das Original auf starkem noch lichtdurchlassenden Zeichen- oder Druck-Papier vorhanden, so muss dasselbe umgekehrt mit der Rückseite des Blattes auf die Glasplatte und mit der Bildseite nach oben eingelegt werden, so dass die lichtempfindliche Seite des Kopirpapiers auf die Bildseite des Originals zu liegen kommt. So erzielt man eine Kopie, die sowohl der Lage der Zeichnung nach, als auch der Farbe nach eine negative ist.

Originale, auf dickem Papier ausgeführt, mit der Bildseite auf die Glasplatte zu legen, um direkt Kopien in positiver Stellung zu erzielen, ist im allgemeinen nicht zu empfehlen, weil in Folge der Papierdicke der Original-Zeichnung die Kopie unscharf ausfällt. Wenn es aber möglich ist, in direkten Sonnenstrahlen derart zu belichten, dass während der ganzen Kopirzeit die Strahlen, durch entsprechende Regulirung der Lage des Kopirrahms, auf die ganze Fläche des Kopir-Apparats ⊥ auftreffen, so kann man auch von Originalen auf dickem Papier, durch nur eine Operation scharfe Kopien in positiver Lage erhalten.

Arbeitet man mit gesilbertem dünnen, transparenten Papier, so kann man auf solchem auch im zerstreuten Lichte von Originalen auf starkem Papier direkt Kopien in positiver Lage gewinnen, indem man das Original mit der Rückseite auf die Glasplatte, dann das gesilberte Papier mit der Rückseite auf das Original legt und demnächst durch Original und Kopierpapier hindurch belichtet.

In allen Fällen aber, wo zuerst ein kopirfähiges Negativ zum spätern Herstellen von Positiven erzielt werden soll, sind Original und Kopirpapier so ein-

zulegen, dass die Bildseite des Originals mit der präparirten Seite des Kopirpapiers in Berührung kommt. In gleicher Weise ist demnächst das Negativ einzulegen.

Sind Original- und Kopir-Papier in der einen oder andern Weise richtig in den Kopirrahm eingelegt, so legt man den Pressbausch und endlich den Klappdeckel vorsichtig hinein, schliesst die Traversen, überzeugt sich von der Glasplatten-Seite aus, ob alles glatt und richtig liegt, und bringt den nun fertig beschickten Kopirrahm aus dem Dunkelraum ans Tageslicht.

Die Belichtung ist als beendet zu betrachten, sobald die Kopie deutlich überkopirt erscheint, d. h. sobald beim Kopiren unter einer positiven Zeichnung die feinen Linien der Kopie zu verschwinden beginnen, also nicht mehr weiss, sondern als ankopirte bereits leicht braun erscheinen, bezw. beim Kopiren unter einem Negativ der Grund, welcher eigentlich weiss bleiben soll, bereits einen deutlich sichtbaren leichten Anflug von braun angenommen hat. Der reichliche Grad der Kopirung geht beim Fertigmachen, besonders beim Fixiren der Kopie wieder zurück, indem hierbei die Kopien etwas ausbleichen.

Hinsichtlich der Verfahrungsweisen zur Beurtheilung der Lichtreife der Kopie sind die früher gemachten betr. Angaben zu vergleichen. Hat die Kopie Lichtreife erlangt, so wird sie im Dunkelraum aus dem Kopirrahm genommen und in einem Schubfach, einer Mappe oder einer Büchse bis zum Fertigmachen (Waschen, Tonen, Fixiren etc.) gegen Licht geschützt aufbewahrt. —

Beim Beschicken des Kopirrahms ist ausser auf richtiges und glattes Aufeinanderliegen unter inniger Berührung vornehmlich darauf zu achten, dass sowohl das Original-, als auch das Kopirpapier, und der ganze Kopirrahm einschl. des Pressbausches vollständig lufttrocken sind, damit durch etwa vorhandene Feuchtigkeit keine Falten entstehen, dann auch das im Kopirpapier vorhandene lösliche Silbernitrat nicht in das Original gelange (und dies durch braune Flecken verderbe), und endlich die Lichtempfindlichkeit des Kopirpapiers die höchst mögliche sei. Letzteres findet beim lufttrocknen Zustande des Papiers statt.

Hat man grosse Originale oder Negative, die sich nur mit besonderer Mühe auf der Glasplatte glatt ausbreiten lassen, so kommt man meist am sichersten zum Ziele, wenn man das Original oder Negativ durch Ankleben mit Gummi arabicum rings herum direkt auf der Glasplatte des Kopirrahms straff ausspannt.

2. Waschen, Tonen, Fixiren (Lichtfestmachen) der Kopien.

a. Waschen der Kopien. Zuerst müssen die hinreichend belichteten Kopien behuf Entfernung des noch in denselben vorhandenen löslichen überschüssigen Silbernitrats im Dunkelraum in mehrmals (etwa 3 mal) erneutem Wasser gut ausgewaschen werden, wobei sich das Waschwasser milchig trübt, da die in ihm etwa vorhandenen Chloride (Chlorcalcium, Chlornatrium etc.) mit dem aus den Kopien gelösten Silbernitrat Chlorsilber bilden. Würde man dies lösliche Silbernitrat vor dem Einlegen in die Fixirsalz-Lösung nicht möglichst rein auswaschen, sondern die Kopie direkt in das Fixirbad bringen, so würde das salpetersaure Silberoxyd von dem unterschwefeligsauren Natron als unterschwefeligsaures Silber auf der Kopie niedergeschlagen werden, welches sich bald nachher in Schwefelsilber in Form schwarzer Punkte umsetzt, die nicht entfernbar sind. Eine solche Kopie würde daher in dem Weissen mit schwarzen Punkten übersäet, und sowohl als Negativ wie auch als Positiv unbrauchbar sein.*)

Würde man die Kopien unausgewaschen in das Ton- oder Goldbad bringen, so würde das vorhandene Silbernitrat reduzirend auf das gelöste Goldsalz wirken, das Gold metallisch ausfällen und so eine gute Tonung unmöglich machen.

Nach dem ausreichenden Waschen der Kopie kann dieselbe, wenn nur das anhaftende Wasser abgetropft ist, entweder sogleich in das Fixirbad gebracht, oder auch, um ihr einen schöneren kastanienbraunen bis blauschwarzen Ton zu geben, zuerst in einer sehr verdünnten Goldlösung getont werden.

b. Das Tonen oder Vergolden der Kopien ist im Dunkelraum, u. z. sofort nach dem Waschen auszuführen. Man kann alle Kopien auf gesilbertem

*) Diesen ersten Waschungs-Prozess, welcher einen Theil der Fixirung bildet, hatte Romain Talbot in seinen 1874—1878 heraus gegebenen Gebrauchs-Anweisungen unerwähnt gelassen, vielleicht um das Verfahren mit gesilbertem Papier einfacher darzustellen, als dasselbe in Wirklichkeit ist.

Papier in einem Goldbade tonen, wobei der hässliche Farbenton (erdiges gelb bis fuchsiges braun) der nicht getonten in einen angenehmen kastanienbraunen, bläulich-braunen bis bläulich-schwarzen umgewandelt wird. Für solche Negative jedoch, nach denen demnächst Positive hergestellt werden sollen, ist der Farbenton der ungetonten Kopien vortrefflich geeignet, weil derselbe weniger chemisch wirksame Lichtstrahlen durchlässt, als der durch Tonung erzielte.

Zu geeigneten Goldbädern sind fast unzählige Vorschriften vorhanden; diejenigen, welche Verfasser selbst angewendet hat, seien speziell angegeben:

1. 1 l destillirtes oder auch reines Regenwasser; 1 g Chlorgold; 30 g doppelt geschmolzenes essigsaures Natron.

2. 1 l Wasser wie vor; 3 g Goldchlorid-Natrium; 3 g kohlensaures Natron.

3. 1 l Wasser wie vor; 0,5 g Chlorgold; 10 g kristallisirtes essigsaures Natron; 2 g kohlensaures Natron. Dies Goldbad giebt sehr warme Töne.

4. 1 l Wasser wie vor; 1 g Chlorgold; 10 g krist. essigsaures Natron; 0,25 g Chlorkalk. Dies Bad liefert schwärzere Töne und ist deshalb für Lichtpausen sehr geeignet. Die Tonung in diesem Bade verläuft am regelmässigsten, wenn noch ein geringer Gehalt an salpetersaurem Silber in der Kopie vorhanden ist, weshalb man bei der Anwendung bei dem vorhergehenden Auswaschen der Kopie mit einer nur zweimaligen Erneuerung des Wassers sich begnügt.

5. 1 l Wasser wie vor; 15 g Borax; dies lösen und dann einen Zusatz von 20 ccm destillirtem Wasser nebst 0,4 g Goldchlorid-Kalium zu machen.

Das anzuwendende Goldbad giesst man in eine, der Grösse der Kopien entsprechende, flache Schale, u. z. in solcher Menge, dass die Kopie vollständig in das Bad eingetaucht und gleichmässig damit bespült werden kann. Die Eintauchung muss derart erfolgen, dass die ganze Kopie sofort und möglichst gleichmässig benetzt wird. Während die Kopie im Goldbade liegt, muss durch schaukelnde Bewegung der Schale die Flüssigkeit mit leichtem Wellenschlage stets über die Kopie hin und her laufen. Mehr als höchstens 3 Kopien soll man auf ein mal im Goldbade nicht liegen haben. Bei grossen Blättern ist das Tonen einzelner Blätter zu empfehlen, weil sonst die Kopien im Bade zusammen kleben und hieraus Ungleichmässigkeiten der Tonung sich ergeben würden. Die Kopie wird so lange im Bade belassen, bis sie eine chokoladenbraune bis violett-schwarze Farbe angenommen hat; dann nimmt man sie heraus, lässt abtropfen und legt sie in eine bereit stehende, mit reinem Wasser gefüllte Schale, deren Wasserfüllung 2 mal erneuert werden muss. Nach guter Ausspülung ist die Kopie zum Fixiren fertig.

Niemals beabsichtige man die Tonung durch längeres Belassen im Goldbade zu weit treiben zu wollen, sondern höre auf, wenn ein bläulicher oder blau-violetter Ton erzielt ist. Denn zu lange getonte Kopien zeigen einen wenig schön aussehenden fahlen, blaugrauen Ton, wogegen andererseits zu wenig getonte Kopien nach dem Fixiren fuchsbraun erscheinen.

Zum Ersatz des beim Tonen der Kopien in den Goldbädern den Lösungen entzogenen Goldes, proportional der Flächengrösse der getonten Kopien, muss denselben zeitweilig durch einen entsprechenden Zusatz einer in Vorrath gehaltenen Normal-Goldlösung eine Verstärkung ertheilt werden. Man nehme als Normal-Goldlösung eine Auflösung von Goldchlorid-Kalium 1 : 50 in destillirtem Wasser und setze von dieser dem zu verstärkenden Goldbade pro 1 qm darin getonter Fläche etwa 30 Tropfen zu.

c. Fixiren der Kopien. Im Dunkelraum auszuführen. Das Fixirbad besteht aus einer kalt gesättigten Lösung von unterschwefeligsaurem Natron in gewöhnlichem Wasser, welche 1 : 5 bis 1 : 4 entspricht. Gut ist es, dem Fixirbade zur Neutralisirung der vorhandenen freien Säure pro 1 Gew.-Th. Fixirsalz, 0,2 Gew.-Th. Salmiakgeist, d. i. pro 100 ccm Fixirsalz-Lösung ca. 6 ccm Salmiakgeist zuzusetzen. Diese Lösung wird in eine besonders hierzu (nie zu einem andern Zweck) zu benutzende flache Schale, die bis zu $^1/_4$ gefüllt ist, geschüttet und die Kopie mit durchaus reinen Händen, auch frei von Fixirsalz-Lösung und nach Abtropfung möglichst gleichmässig eingelegt und vollständig eingetaucht. Das Einlegen erfolgt entweder nach der dem Kopiren unmittelbar folgenden Waschung in 3 mal erneuertem Wasser, bezw. in der auf die Tonung folgenden Waschung in 2 mal erneuertem Wasser. Die Fixirsalz-Lösung muss durch leichtes Kippen der

Schale in Bewegung erhalten werden, damit das Blatt möglichst gleichmässig an allen Stellen davon bespült werde. In diesem Bade — welches stets klar und konzentrirt erhalten werden muss — lässt man die Kopie 10—12 Minuten lang liegen; alsdann nimmt man dieselbe heraus und legt sie in eine 2. bereit stehende, mit klarem Wasser gefüllte Schale zum Auswässern, das die Entfernung des vorhandenen Fixirnatrons zum Zweck hat. Zu der Entwässerung ist eine mindestens 8—10 malige Erneuerung des Wassers erforderlich; die ersten 4 Erneuerungen folgen sich in Abständen von 10 Minuten; die 5. — 8 liegen um 15—20 Min., und die beiden letzten um je 30 Min. aus einander, so dass die ganze Dauer der Auswässerung $2^1/_2$—3 Stunden beträgt. Beim Auswässern, wie überhaupt bei allen Bädern, ist darauf zu achten, dass, wenn mehrere Blätter zugleich eingelegt sind, dieselben nicht zusammen kleben, weil das den Zutritt des Wassers, bezw. der Lösungen zu allen Stellen, wie auch die gleichmässige Benetzung und Bespülung hindern würde.

Für den Umgang mit dem Fixirsalz ist besondere Achtsamkeit zu empfehlen. Nie darf man mit Fingern, an denen Fixirsalz haftet, Papier oder Kopien, seien letztere trocken oder feucht, berühren, da hierdurch unvermeidlich Flecken entstehen. Ausdrücklich sei auch darauf aufmerksam gemacht, dass das Fixirsalz nur in möglichst konzentrirter Lösung oder in grossem Ueberschuss eine befriedigende Wirkung auf die Kopien ausübt, während eine geringhaltige Lösung von schädlicher Wirkung ist. Es folgt hieraus, dass das Fixirbad nie vollständig ausgenutzt werden kann, sondern von Zeit zu Zeit einer Erneuerung bedarf.

Wenn Blätter nicht durch reichliches Auswaschen vollständig von dem anhaftenden Fixirsalz befreit werden, so zeigen sie sich in kurzer Zeit gelb und fleckig und verderben schliesslich vollkommen.

Um sich zu überzeugen, ob alles Fixirsalz aus den Blättern ausgewaschen wurde, kann folgende Probe empfohlen werden: In 300 Raum-Theilen Wasser werden 10 R.-Theile Jodkalium und 0,5 R.-Thl. sublimirtes Jod aufgelöst; ferner löse man 1 R.-Thl. Stärke in 100 R.-Thl. siedendem Wasser. Nach dem Erkalten der Stärkelösung mische man gleiche Theile dieser und der angegebenen Jodlösung, wobei eine Jod-Stärke-Lösung von blauer Farbe entsteht, welche die Eigenschaft besitzt, von Fixirnatron-Lösung sofort entfärbt zu werden. Eine solche Mischung ist, wenn man derselben einige Tropfen Karbolsäure zusetzt, Wochen lang haltbar.

Um nun das letzte Waschwasser darauf hin zu prüfen, ob in demselben noch Fixirnatron vorhanden ist, nimmt man 2 Reagenzgläser von gleichem Durchmesser, füllt beide ca. 1 ^{cm} hoch mit blauer Jod-Stärke-Flüssigkeit, füllt alsdann das eine Glas bis zu $^3/_4$ mit gewöhnlichem reinen Wasser und das andere eben so hoch mit dem zu prüfenden Waschwasser. Beide Mischungen werden gut durchgeschüttelt und alsdann auf Färbung verglichen. Zeigt die Mischung mit dem Waschwasser eine geringere Färbung als die Mischung mit reinem Wasser, so ist in dem Waschwasser noch Natron vorhanden, und es ist dann erforderlich, die betr. Kopien noch weiter zu waschen.

Die Fixirbad-Schale darf niemals zur Füllung mit Silber- oder Gold-Lösungen benutzt werden, auch selbst nicht, nachdem eine reichliche Ausspülung der Schale stattgefunden hat.

Sind die Kopien vollständig rein ausgewaschen, so können dieselben als fertig zum Trocknen aufgehängt werden.

Sollte eine Kopie etwa zu kräftig (zu dunkel) ausgefallen sein, so kann man dieselbe etwas bleichen, indem man sie noch feucht in eine Auflösung von Cyankalium 1:500 einlegt, fleissig bewegt und dann wieder in reinem Wasser mehrere mal auswäscht. Es wird hierdurch ein Theil des metallischen Silbers, aus welchem das Bild besteht, aufgelöst und dadurch die Kopie abgeschwächt.

Lichtpausen auf gesilbertem Papier erfordern zur Herstellung, voraus gesetzt, dass das lichtempfindliche Papier fertig präparirt vorhanden war, nach vorstehend gegebener genauer Beschreibung des Verfahrens folgende Operationen:

1. Wenn ohne Tonung (für Negative ausreichend):
 1. Einlegen in den Kopirrahm und Belichten;
 2. Waschen der Kopien im 3 mal erneuten Wasser*); . 10 Min.

*) Im Dunkel- bezw. Halbdunkel-Raum auszuführen.

3. Fixiren der Kopie im Fixirbade*); 10—12 Min.
4. Reichliches Auswaschen der fixirten Kopie mit mindestens 8—10 mal erneuetem Wasser; 150—180 „
5. Trocknen der Kopien.

= 2 St. 50 M. — 3 St. 22 M.

2. Mit Tonung:
1. Einlegen in den Kopirrahm und Belichten;
2. Waschen der Kopie in 3 mal erneuetem Wasser*); . 10 Min.
3. Tonen im Goldbade*); 5—10 „
4. Waschen in 2 mal erneuetem Wasser*); 4 „
5. Fixiren im Fixirbade*); 10—12 „
6. Reichliches Auswaschen der fixirten Kopie in mindestens 8—10 mal erneuetem Wasser; 150—180 „
7. Trocknen der Kopie.

= 2 St. 59 M. — 3 St. 36 M.

Für Diejenigen, welche viele Kopien auf gesilbertem Papier fertigen, sei angedeutet, dass die zuerst gebrauchten beiden Waschwässer der Kopien, durch Auflösen des in den Kopien vorhandenen Silbernitrats, eine ziemliche Menge Silber (ca. 50—55 % des überhaupt benutzten) enthalten, es daher vortheilhaft ist, diese Waschwässer in einem sog. Steintopfe zu sammeln und das Silber durch Zugabe von Kochsalz als Chlorsilber auszufällen. Nach klarem Abstehen, etwa nach 24 Stunden, kann dann die überstehende Flüssigkeit abgegossen oder besser mittels Heber abgehoben, und nun wieder neues Waschwasser zum Ausfällen aufgeschüttet werden. Man vermeide aber einen grossen Ueberschuss von Kochsalz, weil dabei das ausgefällte Chlorsilber in der Flüssigkeit länger suspendirt bleibt und sich nur langsam am Boden absetzt.

Den auf einem Tuche ausgewaschenen und getrockneten Chlorsilber-Schlamm kann man in Handlungen photographischer Chemikalien gegen salpetersaures Silber umtauschen.

Ebenso können alte Fixirnatron-Bäder und die beiden ersten Natron-Waschwässer in einem Steintopf gesammelt, und kann das darin enthaltene Silber (ca. 30—40 % des überhaupt verwendeten Silbers) mit einer Auflösung von Schwefelleber als Schwefelsilber gefällt werden. — Oder man stellt in die Fixirnatron-Wässer einige blank gescheuerte Kupferplatten, einfach gegen die Wand des Topfes gelehnt, auf denen sich in etwa 48 Stunden das vorhandene Silber in metallischer Form in feinen Schüppchen ablagert. — Man bürstet mit einer steifen Bürste das Silber von den Platten in den Steintopf und spült die Platten in demselben gut ab, lässt nun das feine Silberpulver sich absetzen, giesst die Flüssigkeit klar ab, und kann dann wieder neue Natronwässer zum Ausscheiden des Silbers aufgiessen.

Auch aus gesilbertem Papier und aus verdorbenen Kopien kann das vorhandene Silber wieder gewonnen werden. Es empfiehlt sich das aber nur bei noch nicht fixirten Kopien, weil die fixirten Kopien sehr silberarm sind, nur 3—5 % des im ganzen verarbeiteten Silbers enthalten. Papiere bezw. Kopien werden auf einem Bleche vollständig zu Asche verbrannt, und wird die Asche, zur Entfernung aller organischen Substanzen, noch eine Zeit lang der Hitze ausgesetzt. Alsdann mischt man: 100 R.-Thl. Asche mit 50 R.-Thl. trocknem, kohlensauren Natron und 25 R.-Thl. Quarzsand, füllt dies Gemenge in einen hessischen Schmelztiegel (bis zu reichlich 1/3 der Höhe) und setzt den Tiegel zum Schmelzen in ein starkes Coaksfeuer. — Sobald Alles geschmolzen, nimmt man den Tiegel heraus, lässt erkalten, zerschlägt ihn und nimmt den zusammen gesickerten Silberkuchen heraus. Dies Silber kann in Salpetersäure gelöst und wieder auf salpetersaures Silber zur direkten Benutzung zu Silberbädern verarbeitet werden.

b. Verfahren mit Eisensalzen.

Die lichtempfindlichen Eisenverbindungen sind für das Lichtpausen: 1. der grössern Billigkeit, 2. der einfachern Behandlung der Kopien wegen und 3. deswegen sehr wichtig, weil man mit ihnen unter gewissen Umständen nach positiven Zeichnungen direkt positive Kopien erzielen kann, was bei Verwendung von Silbersalzen unmöglich ist.

Von den zahlreichen Verfahren mit Eisensalzen sollen alle für den vorliegenden Zweck nicht geeigneten (Einstaubverfahren mittels Eisensalze, Herstellung von Abzügen in fetter Farbe etc.), und von den dann verbleibenden die wenig zu empfehlenden und lichtunbeständige Kopien gebenden, z. B. mit Jodstärke (Dr. Zöller 1860) hier ausser Betracht gelassen werden.

Die zur Benutzung kommden Eisenoxyd- oder Ferridsalze sind: oxalsaures (Ferridoxalat), weinsaures (Ferridtartarat), citronensaures Eisenoxyd (Ferridcitrat) und das Eisenchlorid, welches einem Eisenoxyd entspricht, während Eisenchlorür einem Eisenoxydul parallel zu stellen ist. Besser noch werden die Doppelsalze dieser Oxyde mit den Alkalien, z. B. citronensaurem Eisenoxyd-Ammon etc. angewendet. —

*) Im Dunkel- bezw. Halbdunkel-Raum auszuführen.

Wie mehrfach ausgeführt, werden die Lösungen dieser Salze, (wenn die Oxyde rein waren) von Ferrocyankalium (gelbem Blutlaugensalz), und zwar als Berlinerblau gefällt, während die zu Oxydul reduzirten Ferridsalze, also die Ferrosalze, von Ferridcyankalium (rothem Blutlaugensalz), als Turnbullsblau gefällt werden. Sowohl Berliner- als auch Turnbullsblau, lösen sich in Kalilauge (Aetzkali 1 : 50—1 : 100 in Wasser gelöst) auf, wobei sich gelbes Blutlaugensalz und Eisenoxyd-Hydrat bezw. rothes Blutlaugensalz und Eisenoxydul-Hydrat bilden. Man kann also eine solche Aetzkali-Lösung als ätzende, bezw. radirende Flüssigkeit bei den Eisensalz-Kopien benutzen.

Ein Papier mit einem Eisenoxyd-Salz oder dem Eisenchlorid (etwa 1 : 10 in Wasser gelöst) präparirt, im Dunkeln getrocknet und unter einer positiven Zeichnung belichtet, giebt mit einer Lösung von rothem Blutlaugensalz behandelt ein weisses Bild auf blauem Grunde, mit gelbem Blutlaugensalz dagegen ein blaues Bild auf weissem, resp. hellem Grunde. Behandelt man die Kopie mit einer schwachen Auflösung von Gallussäure, so bildet sich an den Zeichnungslinien mit dem nicht reduzirten Eisenoxyd Gallustinte, und man erhält ein „Tintenbild“ in dunkel-violetter Zeichnung auf weissem oder hellem Grunde.

Dies sind die Grundlagen für drei verschiedene Verfahren mit Eisensalzen, von denen das erste weisse Zeichnung auf blauem Grunde, also Negative, die beiden anderen blaue, bezw. dunkel-violette Zeichnung auf hellem Grunde, also direkt positive Kopien liefern.

Die blaue Färbung beim ersten Verfahren, welches „negatives Cyanotyp-Verfahren“ benannt werden soll, wie die beim zweiten, dem „positiven Cyanotyp- oder Ferrocyan-Verfahren“ lässt sich in die schwarze Färbung des dritten, des „Tintenbilder-Verfahrens“ überführen. Dazu tauche man die blauen Kopien, nachdem dieselben fertig gewaschen, event. auch schon getrocknet sind, in eine Auflösung von Aetzkali 1 : 50—1 : 100, so lange bis die blaue Farbe verschwunden und leicht gelb geworden ist, wasche dann die Kopien mehre Male in reinem Wasser gut aus und bringe sie in eine Auflösung von Gallussäure 1 : 50 oder Tannin (Gerbsäure) 1 : 30, worin die vorhin blaue Farbe in schöne schwarze haltbare Tintenfarbe übergeht. Nach dem Auswaschen in Wasser werden diese umgefärbten Kopien getrocknet.

Bei den drei verschiedenen Eisenverfahren ist je ein besonderes Entwickelungs- oder Färbungs-Bad nach der Belichtung erforderlich. Bei dem „negativen Cyanotyp-Verfahren“ kann die Entwickelungs-Lösung, wie schon früher angeführt ward, mit der lichtempfindlichen Eisenlösung direkt und zugleich, also gemischt mit dieser aufgetragen werden, da beide Lösungen nicht auf einander wirken. Bei den beiden positiven Verfahren mit Eisensalzen muss das Entwickeln, bezw. Färben stets gesondert, nach der Belichtung, erfolgen. Hieraus und unter Berücksichtigung dessen, dass man zu dem negativen Cyanotyp-Verfahren gute, haltbare präparirte Papiere käuflich erhalten kann, folgt, dass letzteres, das allereinfachste, sicherste und schnellste Lichtpaus-Verfahren bei grösster Schärfe der Kopien sein wird, da die Entwickelung und Färbung direkt und gleichzeitig bei der Belichtung erfolgt und nachher, ausser dem Auswaschen, keinerlei Manipulationen nöthig sind.

a. Negatives Cyanotyp-Verfahren.

Dies Verfahren erfordert die wenigste Uebung, die wenigsten Utensilien (nur einen Kopirrahm und eine Waschschale), und, wenn fertig präparirtes Papier verwendet wird, auch im allgemeinen keine Chemikalien, da die auf Cyanotyp-Papier erzielten Kopien zum Entwickeln, Färben, Fixiren und Auswaschen einzig des richtigen Auswaschens in reinem Wasser bedürfen. In allen Fällen, wo eine klare, scharfe Kopie in weisser Zeichnung auf tief-blauem Grunde genügt, kann die Anwendung dieses Verfahrens um so mehr empfohlen werden, als zur Ausübung untergeordnete Kräfte wie z. B. Bureaudiener etc. ausreichend sind.

Um lichtempfindliches Cyanotyp-Papier selbst zu bereiten, ist keinerlei Vorpräparation erforderlich, sondern nur nöthig, ein festes, gut geleimtes, möglichst glattes, rein weisses und weiss bleibendes Papier auf seiner glattesten Seite mit einer geeigneten Cyanotyp-Lösung im Dunkel- bezw.

im Halbdunkel-Raum möglichst gleichmässig zu überziehen, zu trocknen und bis zum Kopiren gegen Licht und Feuchtigkeit geschützt aufzubewahren. Papier mit gelbem Ton oder Papier das im Licht leicht gelb wird, ist nicht zu empfehlen, weil bei ihm das Weiss der Zeichnung nicht rein ausfällt, bezw. nicht rein weiss bleibt. Ebenso ist Papier, welches — um mehr weiss zu erscheinen — mit Ultramarin leicht bläulich gefärbt ward, zu verwerfen, weil bei ihm das Weiss der Zeichnung ebenfalls gelb ausfällt. Die Ultramarin-Färbung eines Roh-Papiers erkennt man leicht, wenn man ein Stück desselben in verdünnter Salzsäure badet, in reinem Wasser auswäscht und trocknet; dabei nimmt das mit Ultramarin gefärbte eine entschieden gelbe Färbung an.

Im allgemeinen ist mehr zu empfehlen ein im Handel befindliches fertig und haltbar präparirtes Cyanotyp-Papier zu verwenden, als die eigene Ausführung der Präparation, weil man, abgesehen von der Bequemlichkeit, sicher ist, ein geeignet ausgewähltes Rohpapier mit durchgehends gleichmässiger und einseitig reiner Präparation zu erhalten. Ferner ist auch die Zusammensetzung der Präparations-Lösung zu einem guten, haltbar präparirten Cyanotyp-Papier stets Geheimniss des Fabrikanten, so dass man nie in der Lage ist ein Papier von eben solcher Qualität selbst zu präpariren.

Es ist bei der Beschaffung von fertig präparirtem Papier immer zu empfehlen, dasselbe nicht von Händlern, sondern möglichst direkt vom Präparator, bezw. Fabrikanten zu beziehen, um sicher zu sein, stets frisch präparirtes Papier zu erhalten. Bei Bestellung betone man ausdrücklich „frisch präparirtes“ und decke seinen Bedarf nur in maximo auf 6—8 Wochen, um dann event. eine Neubestellung zu machen.

Um sich von der Frische und der Brauchbarkeit des erhaltenen Papiers schnell zu überzeugen, kann ausser der Farbe der Präparations-Schicht des Papiers, welche bei frischem gelb bis gelbgrün und bei älterm graugrün und endlich blaugrün bis graublau ist, folgende einfache Probe dienen: Man nehme von dem betr. Stück einen kleinen Abschnitt von etwa 5 ^{cm} Seitenlänge, hefte mit Heftzwecken in der Mitte desselben eine kleine, lichtundurchlässige Pappscheibe von etwa 2 ^{cm} Seitenlänge auf die präparirte Seite des Papiers und das Ganze glatt, fest und unverrückbar auf ein Brettchen. Dann belichte man so lange, bis das Papier an den unbedeckten Stellen grau geworden und wasche den Papierabschnitt in reinem Wasser aus. Wird nunmehr die Stelle, wo die Pappscheibe deckend gewirkt hat, rein weiss und der belichtete Grund schön blau, so ist das präparirte Papier gut und brauchbar.

Als ein in jeder Beziehung ausgezeichnetes Cyanotyp-Papier kann das, seit Mai 1884 nach der Rezeptur des Verfassers von Alfred Bertsch in Gundershofen im Elsass*) präparirte und unter der Aufschrift: „Blausaures Eisenpapier nach Ingenieur Kolk“ in den Handel gebrachte Papier empfohlen werden. — Dasselbe ist lange Zeit haltbar, hoch lichtempfindlich und giebt bei richtiger Behandlung schon bei kurzer Belichtung Kopien mit reinem weiss auf tief blauem, bedeutend nachdunkelndem — nicht bleichendem — Grunde.

Für Diejenigen die das Cyanotyp-Papier selbst präpariren wollen, seien dafür nachstehend einige der bekannt gegebenen Rezepturen mitgetheilt:

1. Rezept von Prof. Dr. Vogel (eigentlich von Halleur, aus 1853)
 a. 10 ^{g} rothes Blutlaugensalz gelöst in 100 ^{g} Wasser.
 b. 10 ^{g} oxalsaures Eisenoxyd-Ammoniak, 1 ^{g} Oxalsäure, beide gelöst in 100 ^{g} Wasser.

Die Lösungen ad a. und b. (zu gleichen Theilen) im Dunkeln gemischt geben eine Cyanotyp-Präparirlösung, welche, im Dunkeln aufbewahrt, Monate lang haltbar ist. Das mit dieser Lösung präparirte Papier ist dagegen, selbst im Dunkeln aufbewahrt, nur wenige Stunden haltbar und muss möglichst noch an dem Tage der Präparation verwendet werden.

2. Eine bessere und mehr zu empfehlende Lösung ist die bereits 1842 von Sir John Herschel bekannt gegebene, welche ein mehrere Tage haltbar präparirtes Papier liefert: 8 ^{g} rothes Blutlaugensalz und 10 ^{g} citronensaures Eisenoxyd-

*) Vertreter Ing. Philipp in Berlin.

Ammoniak, oder auch chlorürfreies, neutrales Eisenchlorid, werden in 100g Wasser gelöst. Die Lösung ist im Dunkeln zu filtriren und aufzubewahren.

Um Papier mit einer der angegebenen Lösungen lichtempfindlich zu präpariren, kann man (selbstverständlich im Dunkelraum oder doch im Halbdunkeln) entweder die Lösung mittels reinen Schwamms oder Pinsels auf das auf einem Tische flach ausgebreitete und mit Heftzwecken befestigte Papier gleichmässig auftragen, oder auch das Papier mit einer Seite über die in einer flachen Schale befindliche Lösung langsam fortziehen oder mit der ganzen Fläche etwa 2 Min. lang auf der Lösung schwimmen lassen. Das Papier wird sodann im Dunkelraum zum Trocknen aufgehängt, und ist nach eingetretener Trockenheit fertig.

Beabsichtigt man Leinen, Shirting oder auch dünnes transparentes Papier mit solcher Lösung zu präpariren, so verfährt man am besten so, dass man die Stoffe in die in einer Schale befindliche Lösung vollständig eintaucht und satt mit der Lösung tränkt, dann trocknet und möglichst gleich nach der Trocknung benutzt.

a. Einlegen in den Kopirrahm und Belichtung. Das Einlegen des Originals und des trocknen lichtempfindlichen Cyanotyp-Papiers in den Kopirrahm erfolgt wie beim Verfahren mit gesilbertem Papier. Jedoch wird man, weil hier im allgemeinen von der Erzielung kopirfähiger Negative abgesehen werden muss, Originalen auf dünnem, transparenten Papier den Vorzug geben, und diese stets mit der Bildseite auf die Glasplatte legen, um so direkt Kopien in positiver Lage weiss auf blauem Grunde zu erhalten. Unter Anwendung eines dünnen Cyanotyp-Papiers kann man, in ähnlicher Weise wie bei dem Verfahren mit Silbersalzen, auch beim Verfahren mit Eisensalzen event. von starken, aber noch lichtdurchlassenden Originalen, durch umgekehrtes Einlegen des Originals und des Kopirpapiers und demnächstige Belichtung durch Original und Kopirpapier hindurch, gute Kopien in positiver Lage erzielen.

Beim Kopiren auf präparirtes Leinen oder überhaupt auf Gewebe ist besonders darauf zu achten, dass beim Nachsehen der Kopie auf Lichtreife das mehr als Papier dehnbare Gewebe nicht im mindesten verzogen werde, weil beim etwaigen Weiterbelichten Unschärfe der Kopie entstehen würde. Kopien auf Gewebe und auf dünnem transparenten Cyanotyp-Papier bedürfen ausserdem, um kräftig genug auszufallen, einer etwas stärkern, d. i. kräftigern und längern Belichtung als Kopien auf gewöhnlichem Cyanotyp-Papier.

Bei der Belichtung findet eine sichtliche Farben-Veränderung der Cyanotyp-Präparate statt. Die ursprüngliche gelbe oder grünlich-gelbe Farbe nimmt immer mehr einen blauen Ton an und geht in Folge dessen von gelb in grünlich-gelb, gelb-grün, blau-grün, blau, grau-blau und endlich als Schlussfarbe der Lichtreife in lichtgrau über.

Sobald das Cyanotyp-Papier im freien Grunde eine fast kein blau mehr zeigende, lichtgraue Farbe angenommen hat und die feinen Linien des Originals auf der Kopie bläulich erscheinen, d. h. bereits durchkopirt, während die starken Linien meist noch in der ursprünglichen gelben bis grünlich-gelben Farbe vorhanden sind, ist die volle Lichtreife der Kopie eingetreten und kann diese aus dem Kopirrahm genommen werden.

b. Auswaschen der Kopie. Die Kopie wird alsdann zur Entwickelung, Färbung und Fixirung in einer flachen Schale in reinem Wasser reichlich ausgewaschen. Das Waschen muss, unter 4 bis 6maliger Erneuerung des Wassers, so lange erfolgen, bis das Waschwasser klar bleibt, von löslichen Stoffen aus der Kopie nicht mehr gefärbt wird und, worauf besonders zu achten, die Zeichnungslinien rein und blendend weiss erscheinen. Ein Papier, welches beim Waschen die Zeichnungslinien sehr schnell rein weiss erscheinen lässt, ist, weil auf demselben meist auch der blaue Grundton angegriffen und zum Theil ausgewaschen wird, weniger zu empfehlen als ein solches, bei dem die Entwickelung der Zeichnung nur langsam fortschreitet.

Besitzt das Papier jedoch alle nothwendigen guten Eigenschaften und ist dasselbe nicht zu alt, so muss es nach etwa 15 Minuten langem Waschen die Zeichnung rein entwickelt zeigen. Ein gutes Papier muss aber andererseits auch, selbst wenn seit der Präparirung schon mehrere Monate verflossen sind, bei längerm Liegenlassen in dem letzten Waschwasser noch gestatten, die Zeichnung

ziemlich weiss zu entwickeln, ohne dabei an Tiefe des blauen Grundtons zu verlieren. Man belasse daher die Kopien stets, voraus gesetzt, dass sie nicht zu lange belichtet wurden, und die Originale mit tief schwarzer, deckender Tusche gezeichnet waren, so lange in dem letzten Waschwasser, bis die Zeichnung rein weiss geworden ist und sich deutlich von dem blauen Grundton abhebt.

Nach Beendigung des Auswaschens wird die Kopie zum Trocknen aufgehängt und ist darnach fertig.

c. Anfertigung von positiven Cyanotypien nach Negativen. Um, unter Benutzung eines nach dem Original gefertigten Negativs, nach dem Eisensalz-Verfahren positive Kopien in blauer Zeichnung auf weissem Grunde zu erzielen, sind verschiedene Wege möglich. Man strebt entweder dahin, unter Anwendung einer geeigneten Cyanotyp-Lösung von dem Original ein kopirfähiges Cyanotyp-Negativ zu gewinnen, oder man fertigt zuerst ein gutes kopirfähiges Negativ auf gesilbertem Papier und benutzt der Einfachheit und Billigkeit wegen dieses zur Erzielung von Cyanotyp-Positiven; oder endlich man fertigt direkt für diesen Zweck auf zeichnerischem Wege ein sogen. „künstliches Negativ".

Es ist nun klar, dass in allen drei Fällen ein kopirfähiges Negativ auf möglichst dünnem, gleichmässigen transparenten Papier für die demnächstige Herstellung der Positive am geignetesten sein wird, weil hierbei die Belichtung für das Positiv am kürzesten ist und dieses am kräftigsten und schärfsten ausfällt.

Unter Anwendung einer Cyanotyp-Lösung lassen sich aber nur bei vieler Uebung und grosser Vorsicht und auch dann nur selten gute kopirfähige Negative auf dünnem transparenten Papier gewinnen. 1875—76 führte Baumstr. Dolmetsch in Stuttgart eine Modifikation des Cyanotyp-Verfahrens ein, indem er starkes, ungeleimtes Kupferdruck-Papier durch eine, Eisenchlorid enthaltende Cyanotyp-Lösung hindurch zog, also das Papier satt mit dieser Lösung tränkte, es dann im Dunkeln trocknete und nun unter einer positiven Zeichnung kräftig, und zwar so lange belichtete, bis die Zeichnung selbst auf der Rückseite des präparirten Papiers deutlich sichtbar wurde, die Belichtung also vollständig durch das Kupferdruck-Papier hindurch gewirkt hatte. Dolmetsch erzielte auf diese Weise allerdings gute, vollständig deckende und kopirfähige Negative; dennoch ist diese Modifikation für die Praxis nicht zu empfehlen, weil einmal die gleichmässige Präparation und das Auswaschen des ungeleimten, und in Folge dessen leicht zerreissbaren Papiers, besonders bei grossen Blättern, sehr schwierig ist und selten gelingt, dann auch, weil bei der Anwendung eines Negativs auf gesilbertem Papier oder eines künstlichen Negativs ein weitaus sichereres Resultat garantirt ist. Verfasser empfiehlt daher die Anwendung eines auf dünnem, transparenten gesilberten Papier durch Kopiren erzielten Negativs oder die eines künstlichen Negativs.*)

Die nach einem Negativ erzielten positiven Cyanotyp-Kopien können unter Anwendung von Aetzkalilauge und Gallussäure (S. 1067) leicht in schwarze Kopien auf weissem Grunde verwandelt werden.

d. Einige praktische Fingerzeige. Der voran gestellten ausführlichen Behandlung des negativen Cyanotyp-Verfahrens seien noch einige praktische Andeutungen hinzugefügt:

1. Ein gegen das Original an einer Seite vorstehender Streifen des Cyanotyp-Papiers von etwa 1 cm Breite kann für die ersten Belichtungsgrade und die Farbenveränderung des Kopirpapiers einen Anhalt gewähren; man ist daher nicht genöthigt bis dahin den Kopirrahm zu öffnen.

2. Ueberlichtete, d. h. zu lange belichtete Kopien können abgeschwächt werden, indem man dem zuletzt zur Anwendung kommenden Waschwasser einige Tropfen Salmiakgeist, zusetzt und diesen Zusatz so lange wirken lässt, bis die „Weissen" hinreichend gebleicht sind; dann giesse man ab und reines Wasser, dem man

*) Zur Anfertigung von positiven Cyanotypien nach Negativen, wobei also grosse weisse Flächen erzielt werden sollen, ist nur ein möglichst frisches, leicht und rein weisses, in Wasser auswaschbares und tief blaue Farbe gebendes Cyanotyp-Papier verwendbar, weshalb bei Beschaffung von fertig präparirtem Papier oder bei Selbstpräparation hierauf besonders geachtet werden muss.

einige Tropfen Salzsäure (etwa 1 : 200) zusetzt, wieder auf. In diesem angesäuerten Wasser erhält die ausgebleichte Kopie ihre tief blaue Farbe wieder.

3. Das Auswaschen der Kopien kann durch Zusatz von Weinessig zum Waschwasser (etwa 10 ccm pro 1 l Wasser), oder auch durch Anwendung von bis auf etwa 40° C. erwärmten Wasser wesentlich gefördert werden.

4. Setzt man allgemein dem letzten Waschwasser ein wenig Salzsäure, in der Lösung von etwa 1 : 200, zu, so erhält man ein tieferes Blau. Ferner kann man, wenn man diesem mit Salzsäure angesäuerten Wasser einige Körnchen Goldchlorid-Natrium zusetzt, das blaue Bild zum Theil in ein Goldbild (Chrysotypie oder Aurotypie) umformen. Man belasse die Kopie so lange in diesem Bade, bis das blau leicht röthlich — violettblau — erscheint; alsdann wasche man 2 mal in reinem Wasser aus und hänge zum Trocknen auf.

5. Ergänzungen und Korrekturen können mit einer weissen aus Deckweiss bestehenden Farbe oder auch mit einer Aetzkali- oder Aetznatron-Lösung 1 : 50, welcher man etwas Gummi arabicum zugesetzt hat, vorgenommen werden.

β. Positives Cyanotyp- oder Ferrocyan-Verfahren.

Dies Verfahren ist 1840 von Sir John Herschel begründet und später für die Praxis von Pellet 1878, Pizzighelli und Collache 1880 modifizirt worden. Man erzielt bei einmaligem Kopiren direkt positive, blaue Kopien auf weissem, bezw. hellem Grunde. Bei der Entwickelung (Niederschlag des nicht reduzirten Eisenoxyds mit gelbem Blutlaugensalz) entsteht Berlinerblau, welches von weit geringerer Lichtbeständigkeit als das beim Cyanotyp-Verfahren erzielte Turnbullsblau ist. Die blaue Zeichnung, welche in Folge ihrer oberflächlichen Entwickelung nur einen leichten Hauch von Farbenpulver an der Oberfläche des Papiers, nicht, wie beim negat. Cyanotyp-Verfahren, in den Papierfasern selbst hat, wird im Licht matter: sie bleicht aus. Auch wird beim Entwickeln der Grundton selbst unter Anwendung eines Säurebades selten rein, besonders nicht bei grossen Blättern. Und endlich erfordert das Verfahren in höherm Maasse als alle andern, speziell für Lichtpauszwecke, auf dünnem transparenten, möglichst weissem Papier, in tief schwarzer Tusche hergestellte Originale. Dies Alles zusammen gefasst und weiter noch in Berücksichtigung gezogen, dass das Verfahren sehr viel Sorgfalt, Sauberkeit und grosse Uebung verlangt, berechtigt zu dem Schlusse, dass, trotzdem das Ferrocyan-Papier bedeutend lichtempfindlicher ist als das Cyanotyp-Papier, jenes zur Massenreproduktion und für grosse Originale nur wenig geeignet ist. Daher seien im Nachstehenden die Details desselben nur in möglichst kurzer Zusammenfassung mitgetheilt:

a. Ferrocyan-Papier. Fertig präparirtes Ferrocyan-Papier ist bereits Handelsartikel, und kann u. a. auch vom Verfasser bezogen werden.

Wer dies Papier selbst präpariren will, achte vor allem darauf, dass die Präparir-Lösung sowohl beim Auftragen als auch beim darauf folgenden Trocknen nicht zu tief in den Papierkörper einsinke, sondern möglichst an der Oberfläche bleibe. Man wähle daher ein festes, nicht zu dünnes, gut geleimtes (möglichst animalisch geleimtes) und dabei glattes Rohpapier. Zu empfehlen ist es, das Papier vorher mit einem dünnen Stärkekleister gleichmässig zu überziehen und erst nach Trocknung dieses Ueberzugs die Präparation vorzunehmen.

Letztere erfolgt im Dunkelraum. Die Lösung wird auf das auf einem Tische ausgebreitete und mit Heftzwecken befestigte Papier, unter möglichst gleichmässiger und strichfreier Vertheilung mittels breit gefassten Borstenpinsels aufgetragen. Sobald der Pinsel beim Vertheilen am Papier zu kleben beginnt, wird die aufgetragene Schicht mit einem besondern und trocknen Vertreibpinsel egalisirt. Alsdann wird das Papier, um das Eindringen der Lösung in dessen Masse zu vermeiden, in einem auf 30—40° C. erwärmten Dunkelraume möglichst schnell getrocknet, und bis zum Gebrauche gegen Licht und Feuchtigkeit geschützt aufbewahrt. Auch das Aufbewahren, Zurechtschneiden, Einlegen in den Kopirrahm etc., wie Alles, ausser der Belichtung im Kopirrahm, hat im Dunkelraum zu erfolgen.

Ferrocyan-Papier ist, wenn es gegen Licht und Feuchtigkeit geschützt aufbewahrt wird, sehr lange, fast unbegrenzt haltbar. Auch lassen sich ver-

dorbene Papiere in den meisten Fällen leicht durch Auswaschen in reinem Wasser und darauf folgendes Trocknen im Dunkelraum wieder restauriren.

Während Sir John Herschel den Zusatz an schleimiger Flüssigkeit (Gummi arabicum) der Entwickelungs-Flüssigkeit zusetzte, wird heute, und zwar mit praktischem Vortheil, jener Zusatz zur Präparirlösung hinzugethan und schon mit dieser aufgetragen. Hierdurch erreicht man, dass die Lösung, weil dickflüssiger, weniger tief in die Papierfasern eindringt, und ferner dass, da bei der Belichtung das Gummi arabicum unlöslich wird, der sich bei der Entwickelung bildende, anfangs weisse und dann schnell blau werdende Niederschlag sich nicht direkt an die Papiermasse legen, oder in der Masse selbst sich niederschlagen kann.

Bei der nachherigen Behandlung der Kopie mit verdünnter Salzsäure wird die belichtete Gummischicht wieder löslich und sammt dem daran haftenden bläulichen Niederschlage von der Papierfläche abgeschwemmt, so dass nur das blaue Bild auf weissem Grunde zurück bleibt.

Die bekannt gewordenen Rezepturen zu bezüglichen Präparir-Lösungen sind folgende:

1. Nach Pellet, 1878:

10 g Eisenchlorid, 5 g Citronen- oder Weinsäure, 100 g Wasser; heute nicht mehr zu empfehlen.

2. Nach Pizzighelli, 1880: Folgende drei Lösungen setze man je für sich an:

a 20 g Gummi arabicum in 100 g Wasser,

b. 50 g citronensaures Eisenoxyd-Ammoniak in 100 g Wasser,

c. 50 g Eisenchlorid in 100 g Wasser.

Hiervon ist die Lösung ad a) stets frisch anzusetzen, weil sie schon in wenigen Tagen untauglich wird. Die beiden andern hingegen sind, in verschlossenen Gefässen aufbewahrt, mehrere Wochen haltbar.

Einige Stunden vor dem Gebrauche mische man im Dunkelraum, und zwar in der Reihenfolge a, b, c (weil sonst das Gummi koagulirt): 20 ccm der Lösung sub a, 8 ccm der Lösung sub b und 5 ccm der Lösung sub c. Es resultirt hieraus eine zu Anfang flüssige, alsdann aber trüb und zähe werdende Mischung, die indess nach einigen Stunden wieder weich und zur Präparation des Papiers geeignet wird. In diesem Zustande hält sich die Flüssigkeit im Dunkeln einige Tage brauchbar. Die beschriebene Lösung kann als die beste bekannte bezeichnet werden.

3. Nach Collache, 1880:

7—10 g Gummi arabicum, 2—3 g Citronensäure, 4—6 g Eisenchlorid-Lösung von 45° Baumé, 100 g Wasser. Mit dieser Lösung soll das Papier zwei mal gleichmässig bestrichen werden.

Pellet, welcher sich eingehend mit dem in Rede befindlichen Verfahren beschäftigte, hat die interessante Beobachtung gemacht, dass die Lichtempfindlichkeit dieser Flüssigkeiten, bezw. Lösungen durch Zusatz von aus frischen Runkelrüben-Blättern gepresstem Safte wesentlich erhöht wird. Er empfiehlt dem entsprechend, dass man statt 100 g Wasser 75 g Wasser und 25 g Rübensaft nehme, und den etwa hierbei entstehenden Niederschlag abfiltrire.

b. Einlegen in den Kopirrahm und Belichtung. Das Einlegen in den Kopirrahm erfolgt hier selbstverständlich derart, dass direkt eine Kopie, welche der Lage der Zeichnung nach ein Positiv ist, erzielt wird.

Bei den Ferrocyan-Papieren ist, weil dieselben an sich nur eine leichte gelbe Färbung haben, und im Lichte nur eine schwache Farben-Veränderung erleiden, die Beurtheilung der Lichtreife sehr schwierig. Am besten lässt sich die Lichtreife noch auf dem nach Pizzighelli präparirten Papier erkennen; dort ist die Lichtreife eingetreten, sobald die Zeichnung deutlich und scharf in hellgelber Farbe auf dunklerem, gebräunten Grunde erscheint. Um jedoch im Kopirrahm während der Belichtung die Farbenveränderung deutlicher wahrnehmen zu können, sei empfohlen, der Präparirlösung ein wenig Schwefelcyan-Ammonium, und zwar so viel zuzusetzen, bis das damit präparirte Papier eine deutlich rothe Farbe erlangt hat. Diese Farbe bleicht beim Belichten im Kopirrahm aus und man sieht daher die Zeichnung in rother Farbe auf hellgelbem Grunde.

Im allgemeinen gilt aber bei diesem Verfahren als Anhalt für die Lichtreife, dass auf dem demnächst zur Anwendung kommenden Entwickelungs-Bade der belichtete Grund keine blaue Färbung annehmen darf, sondern rein weiss oder gelb bleiben muss, hingegen die feinen Linien der Zeichnung sich noch deutlich blau färben und somit sicher auch die starken Linien. Färbt sich der Grund bläulich, so war die Belichtungsdauer zu kurz gewesen; nehmen aber die feinen Linien der Kopie nur langsam und spärlich Farbe an und bleiben matt, oder gar ganz aus, so war zu lange belichtet worden.

Es empfiehlt sich daher, dass man am Rande der Originalpause, ausserhalb des Feldes der Zeichnung, einige feine und auch stärkere Tuschstriche zieht, und an diesen Stellen einige Probestreifen des präparirten Papiers, etwas vortretend gegen das Original einlegt, diese während der Belichtung gleichsam als Photometer auf ihre Farbenveränderung beobachtet und, sobald man glaubt, dass die Lichtreife eingetreten, einen solchen Probestreifen auf seine Lichtreife durch Schwimmenlassen, mit der präparirten Seite nach unten, auf dem Entwickelungs-Bade genau prüft.

Die Belichtungsdauer dieses Papiers bis zur Lichtreife ist im Vergleich zu andern Verfahren eine sehr kurze; sie währt im direkten Sonnenlicht 1—2 Minuten, in zerstreutem Licht und bei bedecktem Himmel 5—15 Minuten, kann aber bei sehr trübem Wetter 30—60 Minuten lang sein. Sobald die Kopie Lichtreife erlangt hat, wird sie im Dunkelraum aus dem Kopirrahm genommen und kann sofort, oder nach einigen Tagen entwickelt und fertig gemacht werden, muss aber bis dahin jedenfalls im Dunkeln aufbewahrt werden.

c. Entwickeln. Zum Entwickelungs-Bade dient eine Glas-, Porzellan-, Papier-maché-Schale, oder bei grossen Blättern eine mit Blei wasserdicht ausgelegte Holzschale; das Bad selbst besteht aus: 80—120 g gelbem Blutlaugensalz, 1000 g Wasser, worin vorher 20 g Gummi arabicum gelöst wurden. Diese Lösung hält sich und kann in einer Flasche Monate lang aufbewahrt werden. Das dem Bade zugesetzte Gummi soll bewirken, dass der Grund bei der Entwickelung recht rein bleibt.

Beim Entwickeln der Kopie im Bade ist unter allen Umständen zu vermeiden, dass die Entwicklungs-Flüssigkeit auf die Rückseite der Kopie gelangt, weil dadurch blaue Flecke auf der Bildseite entstehen würden. Es empfiehlt sich daher die Ränder der Kopie vor dem Auflegen auf das Entwicklungs-Bad etwa 1 cm hoch aufzubiegen. Man legt die Kopie, unter Vermeidung der Bildung von Luftblasen, mit der Bildseite flach auf das Entwickelung-Bad, lässt dieselbe etwa 15—20 Sek. auf demselben schwimmen, hebt sie dann vorsichtig wieder ab und hält sie, hängend und unter Einwirkung des hellen Tageslichts (nicht aber direkten Sonnenlichts, da dies schadet), zur Beobachtung der weitern Entwicklung vor sich hin. Die Entwicklung ist als beendet anzusehen, wenn die auf dem Bade dunkelgrün bis bläulich gefärbten Linien, bei freiem Hängen der Kopie in der Luft, deutlich und tief blau geworden sind; dies erfolgt in ca. 40—80 Sek. Sollten sich von Luftblasen herrührende freie Stellen zeigen, so bestreiche man diese mittels eines weichen Haarpinsels leicht mit der Entwicklungs-Flüssigkeit; doch darf die Kopie, einmal vom Bade abgehoben, nicht wieder auf dasselbe gelegt werden, weil dann ebenfalls blaue Flecken entstehen würden. Zeigen die Linien der Zeichnung Neigung zum Zerfliessen, so ist das Entwicklungs-Bad zu konzentrirt und muss mit Wasser verdünnt werden. Wird der Grund beim Entwickeln blau, so war zu kurz belichtet; kommen aber die feinen Linien nur langsam und dabei zerfressen zum Vorschein, so wurde zu lange belichtet.

d Auswaschen und Aufheben der Entwicklung. Die vollständig entwickelte Kopie wird auf ein in einer Zinkschale befindliches reines Wasserbad, zuerst mit derselben Vorsicht, mit der Bildseite nach unten gelegt. Letztere darf an keiner Stelle den Boden der Schale berühren. Nach etwa 2 Minuten Dauer bespüle man die Rückseite mittels Brause oder Gummischlauchs gleichmässig mit reinem, klaren Wasser, wodurch der weitere Fortgang der Entwicklung aufgehoben wird.

e. Auflösen der Gummischicht und Reinigen des Grundes im Säurebade. In einer Flasche mische man: 80 g Salzsäure, 20—30 g Schwefelsäure und 1000 g Wasser, giesse die in ausreichender Menge hergestellte Mischung

in eine besondere Schale, wozu bei grossen Blättern ebenfalls eine mit Blei wasserdicht ausgelegte Holzschale benutzt werden kann. Die Kopie, aus dem Wasserbade ad 2 heraus gehoben, muss abtropfen und wird dann mit der Bildseite nach oben auf das Säurebad gelegt, welches durch entsprechendes Schaukeln und Kippen der Schale in leichtem Wellenschlage über die Kopie andauernd hinweg spülen muss; Die blaue Zeichnung wird nun kräftiger; der Grund verliert seine gelbe Färbung und wird bezw. muss nach 3, bis in max. 6 Min. Dauer rein weiss sein. Länger als 6 Min. lasse man das Blatt nicht in dem Säurebade, weil sonst die Papierfaser angegriffen wird.

f. Auswaschen und Trocknen der Kopie. Dazu nehme man eine vierte Schale (Zinkschale), oder auch die zum Auswaschen (ad 2) benutzte Zinkschale, die dann aber vorher vollständig von darin vorhandenem gelben Blutlaugensalz gereinigt und reichlich ausgespült sein muss. Man fülle diese Schale bis zur Hälfte mit reinem klaren Wasser, und lege die Kopie zum ausreichlichen Auswaschen und Bespülen auf beiden Seiten mittels einer Brause vollständig hinein. Sollte in diesem Wasserbade der Grund der Kopie noch gelb bleiben, so hatte das Säurebad nicht genügend gewirkt und ist die Gummischicht noch nicht vollständig löslich geworden. An einzelnen Stellen kann man bei Vorhandensein von gelben oder blauen Flecken mit einem weichen Pinsel nachhelfen; doch darf man an den Bildstellen den Pinsel nicht zu stark andrücken, weil man sonst den blauen, meist nur an der Oberfläche der Zeichnungslinien liegenden Niederschlag zerstören würde.

Nach reichlichem Auswaschen ist die Kopie zum Trocknen aufzuhängen. Zeigen sich nach der Trocknung einzelne blaue Flecken, welche nur selten ganz zu vermeiden sind, so können diese schon durch leichtes Betupfen mit einer Auflösung von Aetzkali 1 : 100 und demnächstiger Aufnahme der Lösung mit Löschpapier leicht entfernt werden. Ebenso können Theile der Zeichnung, zwecks Anbringung von Korrekturen, mit dieser Aetzkali-Lösung leicht entfernt werden. (Auch blaue Flecken an den Händen etc. beseitigt man mit derselben Lösung.)

Die so erzielten Kopien in blauer Zeichnung auf weissem Grunde lassen sich leicht in schwarz auf hellem Grunde umwandeln.

γ. Positives Tintenbilder-Verfahren.

Dieses Verfahren wurde 1860 von Poitevin begründet und geeignet modifizirt durch Colas 1880, Alfred Bertsch 1881, J. Kolk 1884.*) Es erfordert, ebenso wie das vorige ad β beschriebene, zum guten Gelingen der Kopien, ein dünnes, transparentes, möglichst weisses oder doch bläuliches Originalpapier, und eine in tiefem schwarz mit deckender Tusche speziell für Lichtpauszwecke hergestellte Original-Zeichnung und liefert ebenfalls direkt positive Kopien, u. z. in schwarzer Farbe auf weissem oder doch hellem Grunde. Dasselbe verdient daher, abgesehen davon, dass die Behandlung des käuflichen, haltbar präparirten Tintenbilder-Papiers zur Erzielung von guten Kopien bedeutend einfacher und sicherer ist, als die des Ferrocyan-Papiers, schon der mehr erwünschten schwarzen Farbe der Zeichnung wegen, den Vorzug vor dem Ferrocyan-Verfahren, welches blaue Zeichnung auf weissem oder hellem Grunde liefert.

Poitevin empfahl in seiner Veröffentlichung (1860), man solle festes, gut geleimtes Papier, welches man vorher event. noch (um die Poren des Papiers mehr zu schliessen und so das Einsinken der Lösung in den Papierkörper zu verhindern) mit einer gekochten Arrowroot-Auflösung (1 : 30) oder auch mit einer dünnen Gelatin-Schicht gleichmässig überzogen und getrocknet hat, mit einer Präparir-Lösung, bestehend aus: 100 g Wasser, 10 g Eisenchlorid und 3,3 g Weinsteinsäure, auf einer Seite — sei es durch Schwimmenlassen während 1—2 Min. auf der Lösung oder, was mehr zu empfehlen ist, durch langsames Ueberziehen über die Lösung — möglichst gleichmässig aber nicht zu satt präpariren und im Dunkeln bei mässiger Temperatur (30—40° C.) möglichst schnell trocknen, damit die Präparations-Masse an der Oberfläche bleibe und nicht in die Papiermasse eindringe.

*) Vergl. Deutsch. Bauzeitg. 1884, S. 406 u. 407; ferner auch Photograph. Wochenbl. von Dr. Fr. Stolze, 1884, S. 413—415.

Dabei erhält man ein lichtempfindliches Kopirpapier von gelber bis schwefelgelber Farbe, welches bei der Belichtung seine gelbe Farbe vollständig verliert und fast rein weiss gebleicht wird.

Belichtet man das vollständig trockne Papier unter einer dünnen, transparenten Zeichnung etc. im Kopirrahm, bei einer solchen Einlegung, dass die Kopie in positiver Lage erscheint, — so lange bis der Grundton des Papiers vollständig rein weiss ausgebleicht ist und die Zeichnung deutlich positiv, gelb auf weissem Grunde, erscheint, so hat man eine Zeichnung, bestehend aus gelbem Eisenchlorid (Oxyd) auf einem mit fast farblosen Eisenchlorür (Oxydul) belegten Grunde.

Taucht man dann diese als lichtreif aus dem Kopirrahm genommene Kopie im Halbdunkel oder auch im Dunkelraum in eine in einer flachen Guttaperchaschale befindliche Lösung von: 10 g Gallussäure aufgelöst in 100 ccm Alkohol und mit 1000 g Wasser verdünnt, oder auch einfach in eine kalt gesättigte Lösung von Gallussäure in Wasser (ohne Alkohol), unter Vermeidung der Bildung von Luftblasen, rasch und gleichmässig ein, so bildet sich in wenigen Minuten die Zeichnung in violetter bis tief schwarzer Gallustinte, während der Grundton des Blattes fast gar keine Färbung annimmt. Wird schliesslich das Blatt in einer Zinkschale in reinem Wasser — am besten in Regenwasser — reichlich ausgespült und dann getrocknet, so erhält man eine luft- und lichtbeständige Kopie in schwarzer Gallustinten-Farbe auf weissem oder doch hellem Grunde.

Die mit der Poitevin'schen Präparir-Lösung erzielten Kopien sind etwas grober Natur, zeigen die Zeichnungs-Linien meist zerflossen und anstatt auf der Papieroberfläche in der Papierschicht liegend. Auch ist die Auswahl eines geeigneten, sehr schwer zu beschaffenden Rohpapiers, wie die gleichmässige nur an der Oberfläche liegende Präparation desselben von besonderer Wichtigkeit. Diese, der allgemeinen Einführung des billigen und einfachen Verfahrens hinderlichen Momente zu beseitigen sind seit Jahren viele Experimentatoren bemüht gewesen.

Der Erste, der dasselbe für die Praxis ziemlich geeignet machte, war A. Colas in Neuilly, welcher ad No. 12607 (Juli 1880) ein Patent für das Deutsche Reich auf seine Verbesserung des Poitevin'schen Tintenbilder-Verfahrens erhielt;*) Gegenstand des Patents waren im wesentlichen: 1. eine verbesserte Präparir-Lösung, 2. eine Maschine zur mechanischen und gleichmässigen Auftragung der Präparir-Lösung und 3. eine Vorrichtung zur Aufbewahrung des präparirten Papiers. Die Colas'sche Präparir-Lösung besteht aus: 10 g schwefelsaurem Eisenoxyd, 20 ccm flüssigem Eisenchlorid (oder 20 g festem do.), 10 g Gelatine, 10 g Weinsteinsäure und 300 ccm destillirtem Wasser.

Nach Bekanntwerden der Colas'schen Verbesserung fand man aber bald verschiedene Mängel sowohl der Präparations-Maschine als der Präparirlösung. Die Maschine wurde von A. Bertsch 1881 verbessert und zur Patent-Anmeldung im deutschen Reiche gebracht. Bezüglich der — ungleich wichtigern — Präparirlösung gelang es nach vielen Versuchen dann dem Ingen. J. Kolk in Berlin durch Verbesserung der Präparirlösung und des Färbungspulvers jene auf die höchste Stufe der Vollkommenheit zu bringen. Das nach dieser Modifikation von dem Verfasser präparirte, und in den Handel gebrachte Papier ist von durchaus gleichmässiger Beschaffenheit und die Präparations-Masse liegt nur an der Oberfläche eines für das Verfahren durchaus geeigneten Rohpapiers. Ferner ist das Papier ohne besondere Vorrichtung, wenn nur gegen Licht und Feuchtigkeit aufbewahrt, längere Zeit, selbst Monate lang, haltbar und liefert bei genauer Beachtung der oben gegebenen Gebrauchs-Anweisung und Benutzung guter, für Lichtpaus-Zwecke geeignet angefertigter Originalpausen, durchaus tadellose Kopien.

Hier seien noch einige praktische Andeutungen zu dem Verfahren mitgetheilt:

1. Um die Belichtung und die Lichtreife des schwach gelb gefärbten Papiers besser überwachen und beurtheilen zu können, füge man der Präparirlösung bei Selbstpräparation des Papiers ein wenig Schwefelcyan-Ammonium (Rhodan-Ammonium) hinzu, wonach das Papier eine orangerothe Färbung erhält und die

*) Dies Patent ist seit 30. November 1882 gelöscht und dadurch das Verfahren zur allgemeinen und beliebigen Benutzung frei geworden.

lichtreife Kopie eine deutliche orangerothe Zeichnung auf weissem Grunde zeigt.

2. Bei ungenügender Belichtung nimmt der Grund der Kopie im Färbungs-Bad eine violette Färbung an; bei Ueberbelichtung bleiben die feinen Linien der Zeichnung mehr oder weniger aus.

3. Die lichtreife Kopie muss möglichst gleich nach der Belichtung gefärbt und fertig gemacht werden, weil bei längerm Liegen dieselbe bezüglich ihrer Lichtreife wieder zurück geht und ein weniger heller Grundton erzielt wird.

4. Das Entwicklungs- und Färbungs-Bad kann für mehrere Kopien und mindestens auf die Dauer von 3 Tagen benutzt werden. Es ist erst dann nöthig dasselbe zu erneuern, wenn es dunkelviolett gefärbt erscheint.

5. Flecken etc., auch Zeichnungslinien, können mit verdünnter Schwefelsäure (1 : 100) oder mit schwacher Citronensäure-Lösung (1 : 30) mittels Pinsels fortgeätzt werden. Die betr. Stelle muss hinterher mit einem in reines Wasser getauchten Pinsel und durch Aufnehmen mit Löschpapier von der anhaftenden Säure gereinigt werden.

6. Durch Bürsten mit einer reinen Bürste kann man den Kopien einen wohlthuenden Mattglanz verleihen; auch werden vielfach die Details hierdurch mehr hervor gehoben.

c. Verfahren mit Chromsalzen.

Für unsere Zwecke sind vornehmlich das chromsaure Kali und chromsaure Ammon, und zwar die sauren — mit doppeltem Gehalt an Chromsäure — nicht die neutralen (einfachen) Chrom-Verbindungen geeignet. Es sind dies die rothen Bichromate „doppelchromsaures-Kali“ und „doppelchromsaures Ammon“. Letzteres ist im Verhältniss sehr theuer; es kommt daher meist das erstere zur Verwendung.

In reinem Zustande sind Chromsäure und chromsaure Salze nicht lichtempfindlich; in Verbindung oder Berührung mit organischen Stoffen (Papierfasern) sind sie jedoch, besonders im trocknen Zustande, hoch lichtempfindlich und nächst Jod- und Brom-Silber wohl die lichtempfindlichsten Stoffe. Im Lichtpaus-Verfahren kommen sie entweder nur in Berührung mit Papier oder gleichzeitig mit Leim, (Gelatine) oder Gummi arabicum zur Anwendung. Man unterscheidet daher die Verfahren mit Chromsalzen auf Papier, Chromsalze und Leim (Gelatine) auf Papier, Chromsalze und Gummi, Albumin etc. auf Papier.

Die erste Beobachtung der Lichtempfindlichkeit der Chromsalze in Berührung mit Papier machte Mungo Ponton 1839. Er fand, dass an den belichteten Stellen sich unlösliches chromsaures Chromoxyd (Chromsuperoxyd) gebildet hatte, hingegen an den unbelichteten Stellen das Kalium-Bichromat unzersetzt und löslich geblieben war. Man erhält auf diese Weise nach einem Positiv ein weisses Bild auf braunem Grunde. Um solche Bilder zu färben, wendet man entweder Farbstoffe (Anilindruck) oder Metallsalz-Lösungen (Chromatypie) an.

α. Der Anilindruck.

Dieses interessante, direkt-positive Verfahren wurde 1865 von Willis in England erfunden; es gründet sich auf die von Fritsche 1837 gemachte Erfahrung, dass doppelt-chromsaures Kali in einer kalten und verdünnten Lösung von schwefelsaurem Anilin, oder auch einer wässerigen Lösung von Chromsäure, mit Anilin einen blauschwarzen Niederschlag giebt. 1878 wurde dies Verfahren als neue Erfindung von Ingenieur Schröder und Architekt Lother von letzterm sogar als trocknes (?) Verfahren in technischen Zeitschriften bekannt gegeben, ungeachtet schon 1867 Prof. Dr. Vogel im Atelier der Königl. Gewerbe-Akademie Berlins Kopien nach diesem Verfahren fertigte und Studirende in demselben unterrichtete. Verfasser hat ebenfalls, und zwar selbstständig und unabhängig von allen Andern, seit 1867 dies Verfahren mit bestem Erfolge geübt.*)

*) 1878 wurde von demselben für die städtischen Wasserwerke Berlins der gesammte Rohrnetz-Plan von Berlin im Massstabe 1 : 3000 in zehn Exemplaren nach dem Anilindruck-Prozess in einer Gesammtfläche von rot. 130 Quadratmetern reproduzirt; dass ist wohl die grösste Arbeit, welche bis jetzt im Zusammenhange im Lichtpaus-Verfahren ausgeführt wurde. Vergl. Photogr. Wochenbl. Jahrg. 1884, S. 413 — 415.

Das Anilindruck-Verfahren hat den grossen Vortheil, direkt positive Kopien in richtiger Lage, bei äusserst kurzer Belichtung, in tief violett-schwarzer Farbe auf hellem leicht grünlichen Grunde und, wenn richtig behandelt, — gut ausgewaschen —, von unbegrenzter Haltbarkeit zu liefern. Weisser Grund und schwarze Zeichnung sind aber beim „trocknen Verfahren" unmögliche Dinge.

Man löse in 100 ccm reinem Wasser 7—14 g doppelt-chromsaures Kali und gebe 70 ccm Phosphorsäure von 1,12 spez. Gewicht (Ph. G.*) hinzu, schüttle gut durch und setze dann noch 1 ccm Ammoniakgeist hinzu. 1 l dieser Lösung reicht für 25—30 qm Papier. Die Phosphorsäure ist vertretbar durch chemisch reine Schwefelsäure; ein gutes Rezept ist demnach: 100 ccm Wasser, 5,5 g doppelt chromsaures Kali und 3 ccm chem. reine Schwefelsäure.

Die Präparirlösung verwahre man in einer reinen Flasche mit Glasstöpsel gegen Staub und organische Substanzen geschützt und gut verschlossen an einem kühlen Orte. Dieselbe ist an und für sich nicht lichtempfindlich, sondern erst dann, wenn sie im trocknen Zustande in Berührung mit organischen Substanzen (Papier etc.) tritt. Es kann somit die mit Glasstöpsel — nicht Kork — verschlossene Flasche am Tageslichte aufbewahrt werden. Frische Präparir-Lösung ist der ältern stets vorzuziehen; solche älter als 6 Wochen sollte niemals benutzt werden.

Mit der Lösung wird glattes und gut animalisch geleimtes Papier — (zu empfehlen ist glattes Tauenpapier) — gleichmässig, aber nicht zu nass und nur in dünner Schicht präparirt, indem man dasselbe glatt ausgebreitet auf einem Tische, mit einem in die Lösung getauchten reinen Schwamm oder einem 10—15 cm breit gefassten Biberhaar-Pinsel in paralleler Strichführung und demnächst, zur Egalisirung, ohne jedoch neue Flüssigkeit aufzunehmen, mit einer Strichlage, die normal zur erstaufgetragenen ist, überstreicht, derart rasch, dass bis zur Vollendung keine Stelle auf dem Papier trocken wird. Diese Präparation kann, da das Papier erst im trocknen Zustande hoch lichtempfindlich ist,**) am Tageslicht (freilich nicht an Sonnenstrahlen!) erfolgen. Da aber die Lichtempfindlichkeit gleich nach Auftragen der Präparir-Lösung beginnt, muss man das Papier sofort aufnehmen, und dasselbe in einem dunkeln Raum oder bei Lampenlicht bei 20—30° C zum schnellen Trocknen aufhängen. Sobald völlige Trocknung eingetreten ist, legt man das Papier flach auf einen Tisch, (von jetzt ab Alles im Dunkelraum!), bürstet es auf der präparirten Seite mit einer Ziegenhaar-Bürste ab, wendet es um, und lässt es so bis zum Gebrauch im Dunkelraum gegen Tageslicht und Feuchtigkeit geschützt, liegen.

Schwamm, Pinsel und Schale müssen sofort nach der Benutzung reichlich ausgewaschen werden, damit keine Präparir-Lösung darin antrocknet, wodurch die Gefässe verdorben werden.

Die Schnelle der Trocknung hat den Zweck, die Präparirlösung an der Oberfläche des Papiers zurück zu halten, anstatt dieselbe in die Papierfaser eindringen zu lassen.

Das Papier muss noch am Tage der Präparation verbraucht werden. Je frischer und trockner desto empfindlicher das Papier und desto schärfer und intensiver die Kopien. Das präparirte wie auch das rohe — noch nicht präparirte — Papier ist sorgfältig gegen Berührung mit Anilindämpfen zu schützen, wie dasselbe auch von den fertigen, geräucherten (anilinhaltigen) Kopien fern gehalten werden muss. Hieraus folgt *eo ipso*, dass die erforderliche Räucher-Vorrichtung nicht in dem Papier-Aufbewahrungs- (bezw. Präparations-) Raume untergebracht werden darf.

Die Belichtung des trocknen chromgelben Papiers im Kopirrahm kann, je nach der Stärke des Papiers, auf welchem das Original gezeichnet ist, in zweifacher Weise erfolgen. Bei Originalen auf dünnem Papier lege man die Zeichnung dem Lichte zugekehrt und das präparirte (starke) Papier mit der präpa-

*) Phosporsäure von 1,124 spez. Gew. ist eine mit Wasser sehr verdünnte Säure und, weil offizinell, in jeder Apotheke zu erhalten. Das Anhydrit (wasserfreie Phosphorsäure) hat 2,15 spez. Gew. und ist in der verdünnten von 1,124 spez. Gew. nur zu 20 % vorhanden.

**) Hierin liegt ein Vortheil, indem man die Gleichmässigkeit der Präparation besser übersehen kann.

rirten gelben Seite hinter das Original. Bei Originalen auf starkem Papier ist es zu empfehlen, dünnes sog. Steinbach'sches photog. Rohpapier, statt des starken Tauenpapiers zu präpariren, und dann Original- sowohl als präparirtes Papier mit der Rückseite dem Lichte zuzukehren, so dass die Lichtstrahlen sowohl das Original- als auch das Kopirpapier durchdringen müssen.

Die belichteten Stellen werden grünlich — Chromoxyd, Chromoxydhydrat —, während die gegen Licht geschützten Stellen gelb bleiben müssen. Die Belichtung ist in allen Fällen und für jedes Original beendigt und die Kopie lichtreif, sobald auf der präparirten Seite des Kopirpapiers, beim vorsichtigen Nachsehen im Dunkelraum, der Grund frei von gelb, rein grünlich erscheint und die feinen (Haar-)Linien des Originals eben zu verschwinden beginnen. Dieses allein ist das stichhaltige Erkennungszeichen; der Gebrauch eines Photometers kann auch hier nur einen oberflächlichen — rohen — Anhalt gewähren. Die Resultate sind bei trockner und warmer Luft günstiger, als bei feuchter Luft.

Die lichtreife Kopie wird im Dunkelraum aus dem Kopirrahm genommen. Zu der nun erforderlichen Räucherung nehme man entweder: 1 eine gesättigte Lösung von Anilinöl (*Anilinum purum*) in 2 Thl. Benzin und 1 Thl. Aether oder: 2. eine gesättigte Lösung in Alkohol oder: 3. Steinkohlen-Benzol, darin pro 1 ccm 3 Tropfen Anilinöl enthalten sind. Da die Dämpfe dieser Lösungen entzündlich, ist Vorsicht geboten. Als Räucher-Vorrichtung kann man eine dichte, umgestülpte Holz-Kiste anwenden, unter die man eine der Grösse der zu räuchernden Kopie entsprechende dreifache Lage Filtrirpapier, mit der oben angegebenen Anilin-Essenz mässig besprengt legt und an deren nach oben gekehrten Boden man mittels Heftzwecken die Kopie befestigt hat. — Mehr zu empfehlen ist aber der Gebrauch einer aufrecht stehenden hermetisch schliessenden Deckelkiste (Räucherungs-Kiste Fig. 1062) Ein zuerst in Benutzung genommener Räucherkasten erfordert selbstredend mehr Räuchermasse, als ein bereits in Betrieb gewesener. Der Räucherungs-Raum muss gegen Licht geschützt sein. Gut ist auch Feuchtigkeit des Raumes, weil diese die Anilinfarbenbildung wesentl. fördert. Die Wirkung der Feuchtigkeit kann in einem trocknen Raume dadurch erzielt werden, dass man den Räucherkasten von aussen mit feuchten Tüchern behängt, Räucherkissen mit Wasser besprengt und vor dem Einbringen der Kopie den Kasten innen mit nassen Tüchern ausreibt. — Die Kopie darf auf der Bildseite nicht direkt befeuchtet werden, weil dann die Zeichnung (in Wasser lösliches Chromsalz) zerfliessen würde. Wohl aber kann man, um die Bildung der Anilinfarben zu fördern, die bereits 10 — 15 Min. lang geräucherte Kopie heraus nehmen und mit einen mässig feuchten Schwamm auf der Rückseite gleichmässig befeuchten; zum weitern Färben ist sie alsdann den Anilindämpfen in Räucherkasten abermals auszusetzen. Zeigt sich beim Räuchern, dass selbst nach Ablauf von 1 Stunde die feinen Linien noch nicht gefärbt sind, so war die Kopie zu lange belichtet — Ueberbelichtung. Ist hingegen die Zeichnung deutlich gefärbt und der Grund dunkel geworden, so war die Belichtungsdauer zu kurz — Unterbelichtung.

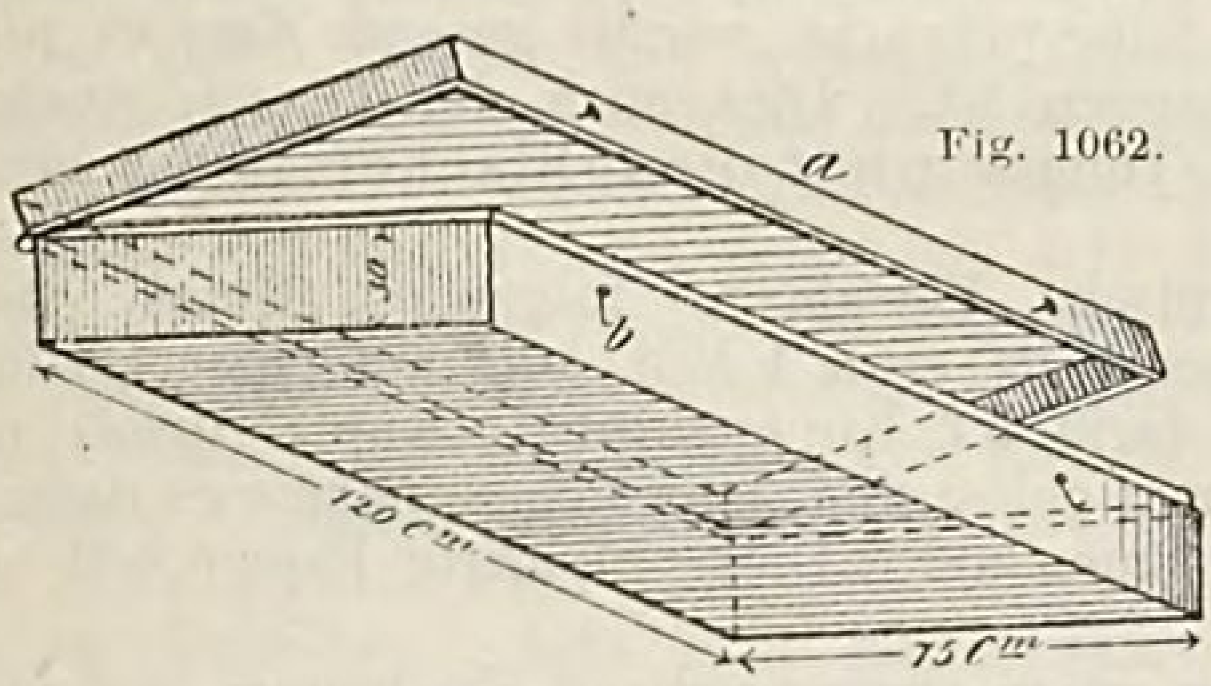


Fig. 1062.

Ist die Zeichnung vollständig und intensiv gefärbt, so nimmt man dieselbe heraus und schreitet, um die löslichen Bestandtheile und noch nicht zersetzte Chromsalze zu entfernen, zum Waschen: Fixiren. Hierbei werden phosphorsaures Kali, chromsaures Kali und ein Theil des Chromoxyds gelöst; das Waschen kann am Tageslicht erfolgen. Beim Waschen erscheinende Flecken verschwinden beim Trocknen vollständig. Man wasche die Kopie entweder in 6—8 mal erneutem reinen Wasser in einer flachen Zinkschale oder zwei mal in reinem Wasser, dann in Wasser, dem pro 100 ccm 0,5 ccm Schwefelsäure zugesetzt sind; dann in 3—4 malig erneutem Wasser und zuletzt in Wasser, dem pro 100 ccm 3 ccm Ammoniakgeist zugesetzt wurden. Sollte die Zeichnung auch alsdann noch grünlich

erscheinen, so setze man etwas Ammoniakgeist zu. — Durch Säure wird die Farbe der Zeichnung grün, durch Neutralisation der Säure mit Ammoniak aber dunkelblau. Die Farbe der Zeichnung ist die unter den Namen Mauvëin, auch Jndisin, Violin, Anilëin etc. bekannte Anilinfarbe, unslöslich in Wasser, Aether und Benzol. Mit Gallussäure behandelt wird diese Farbe dauerhaft schön grün.

Will man die Kopien beim Trocknen gegen Verziehen und Schwinden schützen, also eine massstäblich genaue Kopie haben, so muss die trockne, noch nicht geräucherte Kopie im Dunkelzimmer genau winklig und geradlinig beschnitten und der äussere Rand des Blattes auf einem Reissbrette genau angerissen werden. Die fertig gewaschene Kopie ist später noch eben feucht mit den äussern Rändern genau nach diesen Reisslinien auf dem Reissbrette mit Gummi arabicum fest zu kleben und muss in diesem Zustande vollständig trocknen.

β. Verfahren mit „Chromsalzen direkt auf Papier ohne Leim und Gummi“.

Dies ist die 1843 von R. Hunt erfundene und von F. Haugk 1880*) präziser beschriebene „Chromotypie“ und ferner das dieser, unter Benutzung der von Prof. Dr. J. M. Eder in Wien 1881 gegebenen Andeutung, entlehnte Verfahren von Cross & Vergeraud.**), welches ebenfalls — allerdings unter Anwendung von Silbersalzen — direkt positive Kopien in scharlachrother (rothes chromsaures Silber) bezw. in blau-violetter (Silberchlorür) oder in schwarzer (Schwefelsilber) Farbe auf hellbraunem bis weissem Grunde liefert.

Beide Verfahren gewähren andern bedeutend einfachern gegenüber keine Vortheile, und ausserdem ist das rothe chromsaure Silber der Kopien sehr empfindlich und nicht beständig. Selbst das fein vertheilte Schwefelsilber der durch Schwefelung erzielten schwarzen Kopien erleidet eine molekulare Veränderung, indem es sich unter Einwirkung der Atmosphärilien in eine gelb gefärbte Modifikation umsetzt und so das Verbleichen der Bilder bewirkt. Schwefelsilber an und für sich ist das beständigste Silberpräparat, voraus gesetzt, dass es nicht in fein vertheiltem Zustande vorhanden ist. Dies auch der Grund, weshalb man die eine Zeit lang übliche Schwefel-Tonung photographischer Bilder längst wieder verlassen hat.

Nach Haugk ist das „chromatypische Verfahren“ folgendes: Gutes, stark geleimtes Rohpapier lasse man mit einer Seite etwa 1 Min. lang auf einer Lösung, bezw. Mischung von: 35 ccm Wasser, darin 5 g Kupfersulphat (Kupfervitriol) und 10 ccm Wasser, darin 1,5 g Kaliumbichromat gelöst sind, schwimmen, nehme es dann ab und hänge es im Dunkelraum zum Trocknen auf. Dies präparirte Papier soll sich (nach R. Hunt) aufbewahren lassen.

Nach dem Trocknen belichtet man unter einer positiven Zeichnung, und zwar so lange, bis ein belichteter Probestreifen, auf das Entwickelungs- und Färbungsbad, bestehend aus: 1 : 80 in destillirtem Wasser gelösten salpetersaurem Silberoxyd (Höllenstein), gelegt, an den zeichnungsfreien Stellen keine rothe Färbung mehr annimmt. Man bemerkt dann auf dem Kopirpapier zwar eine schwache, aber immerhin noch deutlich sichtbare Kopie. Ist dieselbe so weit lichtreif, so wird sie mit der Bildseite auf das so eben beschriebene Entwickelungs-Bad gelegt, auf welchem sie so lange bleibt, bis das Bild, welches sofort in scharlachrother Farbe hervor tritt, vollständig gefärbt ist; dazu werden nur wenige Sekunden erfordert. Alsdann genügt zwecks Fixirung 5—6 maliges Auswaschen in möglichst kaltem reinen Wasser.

Um die rothe Farbe in eine violette bis lilablaue umzuwandeln, legt man die gut ausgewaschene Kopie noch feucht in eine Lösung von Kochsalz 1 : 25, in welcher man dieselbe so lange lässt, bis das Bild gänzlich verschwunden ist. Hierin wird das rothe chromsaure Silber (Silberchromat) in weisses lichtempfindliches Chlorsilber umgewandelt, welches sich demnächst, sowohl feucht, wie auch im trocknen Zustande, beim freien Belichten violett färbt. Um die Kopie schliesslich schwarz zu färben, ist nur erforderlich, dass man die erst erhaltene rothe Kopie (oder auch die belichtete violette) den Dämpfen von schwefliger Säure aussetzt, oder auch die Kopie in eine Lösung von schwefeligsaurem Kupfer-

*) Photogr. Wochenbl. 1880 S. 412. — **) Photogr. Wochenbl. 1883 S. 177.

oxyd und schwefeligsaurem Kali taucht. In beiden Fällen bildet sich schwarzes Schwefelsilber.

Nach Cross & Vergeraud ist das Verfahren im wesentlichen wie vor beschrieben; nur besteht die Präparir-Lösung aus: 100 ccm Wasser, 2 g doppeltchromsaurem Ammon und 15 g Glucose, und das Entwickelungsbad aus: 100 ccm Wasser (dest.), 1 g Silbernitrat und 10 ccm Essigsäure.

γ. Chromsalze und Leim (Gelatine) auf Papier.

Trägt man von einer Mischung Gelatine oder Leim mit Kaliumbichromat (doppelt chromsaurem Kali) eine Schicht auf Papier, Glas oder eine andere Unterlage und lässt dieselbe im Dunkeln trocknen, so ist die ganze Schicht, wenn nicht zu alt (möglichst an demselben Tage zu benutzen), und so lange noch kein Tageslicht darauf gewirkt hat, ebenso wie Leim im gewöhnlichen Zustande, in kaltem Wasser aufquellbar und in heissem Wasser löslich. Wird diese Schicht aber nach dem Trocknen dem Tageslichte ausgesetzt, so verliert sie an den belichteten Stellen beide Eigenschaften, sowohl die Quellbarkeit in kaltem, als auch die Löslichkeit in heissem Wasser, indem sich durch die Belichtung des Kaliumbichromats bei Berührung mit dem organ. Stoffe Chromoxyd bildet, welches nach der Beobachtung Fox Talbot's im Jahre 1852 und nach den weitern Untersuchungen Swan's und Dr. Eder's, ähnlich wie Gerbsäure und Alaun gerbend auf die Leimschicht wirkt. An den gegen das Licht geschützten Stellen bleibt — bei richtiger Belichtung — das Kaliumbichromat unzersetzt; es bildet sich kein Chromoxyd und es erhält sich an diesen Stellen die Leim- oder Gelatine-Schicht quellbar und löslich. Eine solche theilweise belichtete Bichromat-Leimschicht würde somit in kaltem Wasser an den nicht belichteten Stellen aufquellen, ein Relief bilden, hingegen mit heissem Wasser behandelt an denselben unbelichteten Stellen fortgelöst werden können, während die belichteten und somit gegerbten Theile weder quellen noch fortgelöst werden. Die belichteten Theile sind indifferent gegen Wasser und wässerige Lösungen, nehmen aber fette Stoffe, z. B. Druckfarbe etc. gut an, während die unbelichteten Stellen sich umgekehrt verhalten.

Auf diese Eigenschaften der Bichromat-Leimschicht gründet sich eine ganze Reihe von photographischen Verfahren, z. B. das Pigmentverfahren oder der Kohledruck, die Photolithographie, der Woodbury- oder Reliefdruck, der Lichtdruck oder die Albertypie etc. Uns interessirt hier speziell nur ein von Dr. Sobacchi 1879 beschriebenes, auf der Quellfähigkeit und der dann folgenden Klebrigkeit der unbelichteten Gelatine beruhendes direkt positives Lichtpaus-Verfahren, welches von Pizzighelli 1880 geübt und mit dem Namen Anthrakotypie belegt wurde. Mittels desselben erhält man durch später folgendes Einstäuben mit Farbenpulver — Pigmente — direkt positive Kopien nach Strichzeichnungen in jedem beliebigen Farbenton. Auch können darnach gute Bleistift-Originale oder schwache Tuschzeichnungen noch vortheilhaft reproduzirt werden, selbstverständlich nur grau bezw. matt.

Man nimmt ein glattes, festes und gut geleimtes Papier, lässt dieses in einer flachen Zinkschale, welche in einer etwas grössern zweiten Zinkschale in heissem Wasser von 40—50° C. steht, auf einer warmen Lösung (40—50° C.) von guter Lichtdruck-Gelatine (1 : 30 in Wasser) unter Vermeidung der Bildung von Luftblasen 2—3 Min. lang schwimmen. Dann hebt man den Bogen vorsichtig ab, lässt abtropfen und im warmen, staubfreien Raume mittels Heftzwecken angeheftet hängen, und nun während 5—6 Stunden vollständig trocknen. Der Bogen wird dann nochmals auf die warme, flüssige Gelatine-Lösung gebracht, um wiederum 2—3 Min. zu schwimmen. Beim dann folgenden Wiederaufhängen im Trockenraum muss diejenige Seite, welche beim erstmaligen Trocknen tief hing, nach oben kommen. Der zweite Gelatine-Auftrag erfolgt, um Gleichmässigkeit in der Decke der Gelatine-Schicht an allen Stellen des Papiers zu erzielen.

Da nach dem erstmaligen Trocknen das Papier zusammen gerollt liegt, kann dasselbe zum zweiten mal nicht sofort glatt auf die Gelatine-Lösung gebracht werden; deshalb lege man die ein Mal gelatinirten Bogen, nachdem man die Seite, welche nach unten gehangen, genau markirt hat, zum Glätten etwa 12 Stunden lang zwischen Reissbretter und gebe erst dann den zweiten Gelatineauftrag. Selbstverständlich kann das Gelatiniren, Trocknen etc. am Tageslicht und sogar am

Sonnenlicht erfolgen. Auch kann das gelatinirte Papier trocken beliebig lange aufbewahrt und somit zum Vorrath präparirt werden. Luftblasen-Ansatz ist aber beim Gelatiniren zu vermeiden, event. durch Betupfen mit der Fingerspitze zu entfernen.

Die Gelatinelösung stellt man sich am besten dar, indem man feste Gelatine in kleine Streifen zerschneidet, während 1 Stunde in kaltem Wasser aufquellen lässt und dann erst im Wasserbade bis zur vollständigen Auflösung erwärmt. Auch ist es, um Unreinigkeiten zu entfernen, sehr zu empfehlen, die warme Gelatine-Lösung durch ein reines Mousselintuch zu filtriren.

1 ^{dm} Papierfläche nimmt etwa 6 ^{ccm} Gelatine-Lösung auf; in der Schale muss die Lösung mindestens 2 ^{cm} hoch stehen.

Um die event. in Vorrath gelatinirten Papiere lichtempfindlich zu machen, bereitet man eine Lösung bestehend aus: 100 ^{ccm} Wasser, 4 ^{g} doppeltchromsaurem Kali, 20 ^{ccm} gewöhnlichen Spiritus und so viel Salmiakgeist, dass die Lösung strohgelb gefärbt ist und nach Ammoniak riecht. Spiritus und Salmiakgeist setze man erst zu, nachdem das Chromat sich im Wasser gelöst hat. Diese Lösung giesst man, nachdem dieselbe filtrirt wurde, in eine flache Schale, zieht das gelatinirte Papier zwei mal ganz, also mit beiden Seiten durch die Lösung, unter Vermeidung der Bildung von Luftblasen, lässt abtropfen und hängt dann das Papier zum Trocknen im Dunkeln auf.

Die Lösung kann, in einer zugekorkten Flasche aufbewahrt, beliebig oft weiter benutzt werden; das sensibilisirte Papier ist aber nicht haltbar; es muss möglichst an demselben Tage zur Verwendung kommen.

Sobald das Papier ganz trocken, wird es im Kopirrahm unter einer transparenten Zeichnung so lange dem Lichte ausgesetzt, bis es an zeichnungsfreien — belichteten — Stellen eine braune Färbung angenommen hat, die Zeichnung aber noch gelb auf braunem Grunde erscheint. Dieser Zeitpunkt wird in gutem Sonnenlicht in 15 Sek. bis 2 Minuten, in zerstreutem Lichte erst später erreicht. Dann wird die Kopie heraus genommen, in mehrmals erneutem Wasser so lange ausgewaschen, bis das Wasser keine gelbe Färbung mehr zeigt — also das löslich gebliebene Chromsalz ausgewaschen ist. Dann muss dieselbe abtropfen und in eine zweite flache Schale mit warmem Wasser von 30° C. (nicht höher!) 1—2 Min. lang eingetaucht werden. Hierbei erweichen die in dem kalten Wasser bereits reliefartig hervor gequollenen Linien der Zeichnung, werden klebrig und dadurch geeignet, feine Staubfarben anzunehmen.

Es wird nun das Blatt auf eine grosse Glasplatte blasenfrei flach ausgebreitet und mit Löschpapier überall und gleichmässig abgetupft, bis alle Feuchtigkeit von der Oberfläche entfernt ist. Alsdann wird die gepulverte Staubfarbe mittels eines ganz feinen Siebes über das ganze Blatt vertheilt und zur Entwickelung des Bildes mit Marderhaar-Pinsel in kreisförmiger Bewegung über die Zeichnung geführt. Hierbei bleibt die Staubfarbe an den Zeichnungslinien kleben, auf dem Nebengrunde — wenn richtig belichtet — aber nicht. Sobald dann das Bild vollständig eingestaubt und entwickelt ist, wird es in der Sonne oder in der Nähe eines Ofens bei bis 50° C. Temperatur, (nicht höher!) getrocknet und, wenn ganz trocken, in kaltem Wasser gebadet und mittels Schwamm von der überschüssigen Farbe befreit. Alsdann kann das Blatt getrocknet werden und ist fertig.

Bei zu kurzer Belichtung erhält man Farbenton auch im Grunde, der nicht zu entfernen ist; bei Ueberbelichtung nimmt die Zeichnung selbst die Farbe schlecht an und müssen solche Kopien oft wiederholt eingestäubt werden.

Als Farben zum Einstäuben können benutzt werden: Russ, feine Holzkohle, Rebenschwarz, Graphit oder auch farbige Pulver, z. B.: Ultramarinblau, Ultramaringrün, Sepia, Zinnober, Gold- und Silberbronze etc.

δ. Chromsalze und Gummi arabicum oder Albumin (Eiweiss) auf Papier.

Gemische aus Gummi arabicum oder Albumin (Eiweiss) oder auch Stärke mit Kaliumbichromat zeigen bei Belichtung etc. ein ähnliches Verhalten wie die vorhin betrachteten Bichromat-Leimschichten. Nur ist bei Gummi, Albumin und Stärke von einem Aufquellen weniger und fast gar nicht die Rede. Hinsichtlich der Löslichkeit kommt hier und besonders bei Albumin und Stärke nur kaltes (nicht heisses!) Wasser in Betracht.

Aufgetragene Schichten, bestehend aus Mischungen dieser Art, zeigen somit an den belichteten Stellen vornehmlich: 1. Unlöslichkeit in kaltem Wasser,

2. Anhaften von fetter Druckfarbe und ausserdem 3. noch, dass Säuren z. B. verdünnte Salzsäure lösend auf die belichteten Schichten wirken.

Von den verschiedenen hierauf basirenden Verfahren ist für den vorliegenden Zweck als brauchbar das von Ludwig v. Itterheim in Wien 1880 erfundene „negrographische Verfahren" zu empfehlen, welches ebenfalls direkt positive Kopien liefert.

Die Originale zu diesem Verfahren müssen auf gut transparentem Pauspapier und in tief deckender schwarzer Tusche ausgeführt sein. Man erhält dann, bei richtiger Behandlung, direkt positive Kopien in Druckerschwärze oder andern Farben auf weissem Grunde, welche das Ansehen von lithographisch hergestellten Autographien haben, meist aber etwas rohe, zackige Zeichnung auf mehr oder weniger unreinem, von dem letzten Säurebade angegriffenen (gelockerten) Grunde zeigen.

Das Verfahren ist wie folgt: Eine Lösung bestehend aus: 100 ^{ccm} Wasser 25 ^{g} Gummi arabicum, 7 ^{g} Kaliumbichromat und 2 ^{ccm} Alkohol, wird auf glattes, gut geleimtes Papier mit breitem Pinsel gleichmässig aufgetragen und wird alsdann der Bogen im Dunkeln bei ca. 30° C. (nicht höher!) getrocknet. Das trockene Blatt wird unter einer Original- (Paus-) Zeichnung im Kopirrahm dem Lichte ausgesetzt, bis die Zeichnung deutlich in der Urfarbe: gelb auf bräunlichem Grunde erscheint. Die feinen Haarlinien der Zeichnung müssen eben noch gelb auf dem Grunde zu unterscheiden sein. Die Belichtungs-Dauer ist hier, wie bei allen Chromat-Präparaten, äusserst kurz; sie währt im Sonnenlicht 3—10 Min.

Die Präparir-Lösung ist gegen Tageslicht geschützt aufzubewahren und im allgemeinen möglichst frisch zu verwenden. Das präparirte Papier hält sich längstens 3 Tage brauchbar, ist vortheilhafter aber nur frisch und möglichst am Tage der Präparation zu gebrauchen.

Sobald die Kopie Lichtreife erlangt hat, wird dieselbe aus dem Rahm genommen und während ca. 20 Min. in mehrfach erneutem kalten Wasser gewaschen, bis die löslichen Bildstellen vollständig verschwunden sind und die reine weisse Papierfläche — ohne Gummischleim — erscheint. Auf dem demnächst vollständig getrockneten Bogen wird nun — event. am Tageslicht — eine gleichmässig fein vertheilte Farblösung, bestehend aus 5 Thl. ungebleichtem Schellack in 100 Thl. Alkohol gelöst und mit 15 Thl. fein verriebenem Frankfurter Schwarz versetzt, mittels Schwamm auf der Bildseite über und über eingerieben, wobei besonders darauf zu achten ist, dass die Zeichnungs-Linien sämmtlich mit Farbe gedeckt sind. Man tauche dann dies eingeschwärzte Blatt, nachdem die Farbe getrocknet ist, in ein Bad bestehend aus 100 ^{ccm} Wasser und 2—3 ^{ccm} Schwefelsäure vollständig ein, und lasse dasselbe darin so lange liegen, bis mit einem Borsten-Pinsel oder einer Bürste durch sanftes Streichen alle Farbe ausser von der Zeichnung sich entfernen lässt.

Wenn die Zeichnung so vollständig rein auf weissem Papiergrunde entwickelt ist, wird das Blatt mit reinem Wasser gut abgespült und als fertig zum Trocknen aufgehängt.

Nimmt man statt Frankfurter Schwarz ein anderes Farbenpulver, so kann man auch jeden beliebigen andern Farbenton, sogar verschiedene Töne auf demselben Blatte erzielen.

Zu der in Rede befindlichen Gruppe von Lichtpaus-Verfahren gehören noch eine ganze Reihe von „Einstaub- und andern Verfahren". Von diesen sei nur ein sogen. „Kohle-Verfahren" mit schwarzer chinesischer Tusche, welches jedoch ein Negativ-Verfahren ist und ein Negativ erfordert, kurz angeführt:

Zu Schnee geschlagenes Eiweiss lasse man abstehen, giesse klar ab, verdünne mit gleichem Vol. Wasser, färbe die Flüssigkeit mit flüssiger Tusche tief schwarz, bis ein auf Papier aufgetragener Tropfen nach dem Trocknen tief schwarz erscheint, trage diese gut gemischte Lösung mittels Pinsel auf weisses Papier möglichst gleichmässig auf und lasse so aufgehängt trocknen. Solche Papiere können in Vorrath präparirt werden.

Kurz vor dem Gebrauche überstreiche man den flach ausgebreiteten Bogen (dünnes photographisches Rohpapier) auf der Rückseite mittels breiten Pinsels

gleichmässig mit einer Auflösung von Kalium-Bichromat 1 : 8 in Wasser und hänge im Dunkeln zum Trocknen auf.

Das trockene Papier lege man mit der schwarzen Seite auf die Zeichnungsfläche des Originals und so in den Kopirrahm zur Belichtung. Die Lichtreife ist eingetreten, sobald die Zeichnung auf der Rückseite des Kopirpapiers deutlich sichtbar ist. Dann nimmt man die Kopie heraus, taucht einige Minuten in reines Wasser, dem einige Tropfen Salmiakgeist zugesetzt wurden, spült mit reinem Wasser ab, legt das Blatt mit der Bildseite nach oben auf eine reine Glasplatte — im Halbdunkeln — und fährt mit breitem weichen Pinsel über das Blatt, um die löslich gebliebenen Farbentheile zu entfernen. Wenn alle Zeichnungs-Linien gelb auf schwarzem Grunde entwickelt sind, legt man das Blatt in mehrmals erneutes Wasser, um alles lösliche Chromsalz zu beseitigen — bis die Zeichnung rein weiss auf schwarz erschienen ist — spült in reinem Wasser gut ab und lässt trocknen. Man erhält so ein Negativ, nach welchem man bei Wiederholung ein Positiv in schwarzer Tuschzeichnung auf weissem Grunde erzielen kann. Bei vorhandenen guten Negativen oder künstlichen Negativen kann man aber auch nach diesem Verfahren direkt positive Kopien in schwarzer Tuschzeichnung erlangen.

d. Verfahren mit Uransalzen.

Dieselben liefern negative Kopien, welche nicht wieder kopirfähig sind. Das Verhalten der Uransalze im Lichte ist dem der Eisensalze analog: sie werden wie jene reduzirt. Uran ist ein seltenes Metall, dessen Verbindungen indess als Farbstoffe eine Rolle spielen.

Das bekannteste für den vorliegenden Zweck anwendbare Salz ist salpetersaures Uranoxyd, welches, nach der zuerst von Burnett 1840 gemachten Beobachtung, im Lichte zu salpetersaurem Uranoxydul reduzirt wird, doch nur in Kontakt mit organischen Substanzen, z. B. Papierfaser. In reinem Zustande verändern sich Uransalze, ähnlich den Eisensalzen, im Lichte nicht. Später haben sich mit der Untersuchung und Anwendung der Uransalze noch Nièpce de St. Victor und Wothly beschäftigt. Von den bekannten Verfahren haben folgende für uns Interesse:

1. Papier mit einer Lösung 1 : 5 von salpetersaurem Uranoxyd (Uran-Nitrat) in Wasser präparirt und unter einem Negativ belichtet giebt ein kaum sichtbares grünes Bild, bestehend aus salpeters. Uranoxydul auf gelbem Grunde. Taucht man dasselbe nach der Belichtung im Dunkeln in eine neutrale Silber- (salpeters. Silberoxyd) oder Gold- (neutrales Chlorgold) Lösung, so wird an den Bildstellen das Silber bezw. Gold in Folge der reduzirenden Wirkung des Uranoxyduls zu metallischem Pulver reduzirt und man erhält ein braunes (Silber-) bezw. violettes (Gold-) Bild, welches durch einfaches Auswaschen in Wasser fixirt wird.

2. Man lässt Papier auf einem Bade, bestehend aus 1000 Gew. Th. Wasser, 160 Gew. Th. salpeters. Uranoxyd und 2 Gew. Th. Chlorgold 3—4 Minuten im Dunkeln schwimmen, hängt es zum Trocknen auf und belichtet es unter einem Negativ im Sonnenlichte ca. 10 — 15 Min. lang. Dann wäscht man die Kopie tüchtig in mehrere mal erneutem Wasser und erhält so ein fixirtes Bild, dessen Grundlage metallisches Gold ist.

3. Papier wie ad 1 mit einer Uran-Nitrat-Lösung 1 : 5 im Dunkeln präparirt, getrocknet, unter einem Negativ so lange belichtet, bis schwache grüne Zeichnung auf gelbem Grunde deutlich zu sehen ist und im Dunkeln in warmen (40° C.) Wasser ausgewaschen giebt:

a. Durch Eintauchen in eine Lösung 1 : 50 von rothem Blutlaugensalz ein ziegelrothes Bild, und:

b. durch dann folgendes Eintauchen des noch feuchten, aber gut in Wasser ausgewaschenen, ziegelrothen Bildes in eine Eisenchlorid-Lösung 1 : 50 ein grünes Bild.

Beide Bilder werden durch gutes Auswaschen in reinem Wasser fixirt. Das zuletzt erhaltene (grüne) Bild wird aber vortheilhaft an einem lebhaften Feuer getrocknet.

Belichtet man die mit Uran-Nitrat präparirten Papiere statt unter einem Negativ unter einer positiven Zeichnung, so erhält man umgekehrt nach dem Verfahren ad 1 und 2 weisse Zeichnung auf braunem oder violettem, bezw. nach dem Verfahren ad 3 auf ziegelrothem oder grünem Grunde.

e. Verfahren mit Platinsalzen. Negative Verfahren.

Die ersten Beobachtungen über die Lichtempfindlichkeit der Platin-Verbindungen machte 1832 Sir John Herschel; dann folgten Döbereiner und Hunt (1844). Das als „Platinotypie“ bezeichnete Verfahren wurde zuerst von William Willis jun. in Bromley erfunden und demselben für England, Frankreich und Belgien 1873 patentirt. — Es ist hinsichtlich der Haltbarkeit der Kopien — metallisches Platin — ein wichtiges und bezüglich des künstlerischen Effekts ein bedeutungsvolles Kopirverfahren. Die Arbeiten Pizzighellis und Hübels auf diesem Gebiete haben bereits früher Erwähnung gefunden.

Bei den Vorzügen der Platinotypie als: grosse Lichtempfindlichkeit (dreifach im Vergleich zu Chlorsilber-Papier), Unveränderlichkeit der Kopien, (wenigstens grössere Garantie als bei Silber-Kopien), dem in künstlerischer Beziehung eigenthümlichen Charakter (rein schwarze Tiefen, rein weisse Lichter und zarte Uebergänge, also Halbtöne) der Bilder ist es bedauerlich, dass dieselbe für Anfertigung von Lichtpausen, besonders in grossem Format, zu theuer und zu komplizirt ist. Auch bietet die hohe hygroskopische Eigenschaft der präparirten Papiere für Lichtpaus-Zwecke bedeutende Schwierigkeiten und bringt häufiges Misslingen mit sich. Die präparirt bezogenen Papiere halten sich in maximo 8 Wochen brauchbar, müssen aber mit grösster Peinlichkeit trocken — in Chlorcalcium-Büchse — aufbewahrt werden; verdorbene Papiere lassen sich nicht mehr restauriren.

Für photographisch-künstlerische Reproduktionen, z. B. Landschaften, Vergrösserungen ist die Platinotypie dagegen wie geschaffen. Hierzu sei auf die Pizzighelli-Hübelsche Schrift verwiesen, was um so mehr genügt als das präparirte Papier nebst ausführlicher Gebrauchsanweisung im Handel zu erhalten ist, die Vornahme der Selbstpräparation, welche ziemlich schwierig ist, auch nicht empfohlen werden kann.

VIII. Praktische Erfahrungen und Bemerkungen zur Ausführung des Lichtpausens.

1. Eine Fläche *cd* Fig. 1063 (in der Lage eines Kopirrahms gedacht) wird, indem sie von einem Punkte *S*, der die Sonne vorstellt, Lichtstrahlen empfängt, relativ schwächer als eine Fläche *ce* beleuchtet. Bezeichnet I die Lichtintensität für die Fläche *ce* und i dasselbe für die Fläche *cd*, so ist: $i = I \sin \alpha$. Hieraus folgt, dass bei senkrechter Beleuchtung, d. i. „beim senkrechten Auftreffen der Lichtstrahlen auf den Kopirrahm die Intensität am grössten ist“ ($i = I$). Dagegen würde bei $\alpha = 0^0$ $i = 0$ werden. Dies ist nun freilich bei Sonnenlicht-Beleuchtung nicht der Fall, da hierbei noch die Wirkung des sogen. reflektirten (zerstreuten) Lichts zur Geltung kommt. Doch ist auch bei Sonnenlicht-Beleuchtung die Intensität für $\alpha = 0^0$ die möglichst geringste.

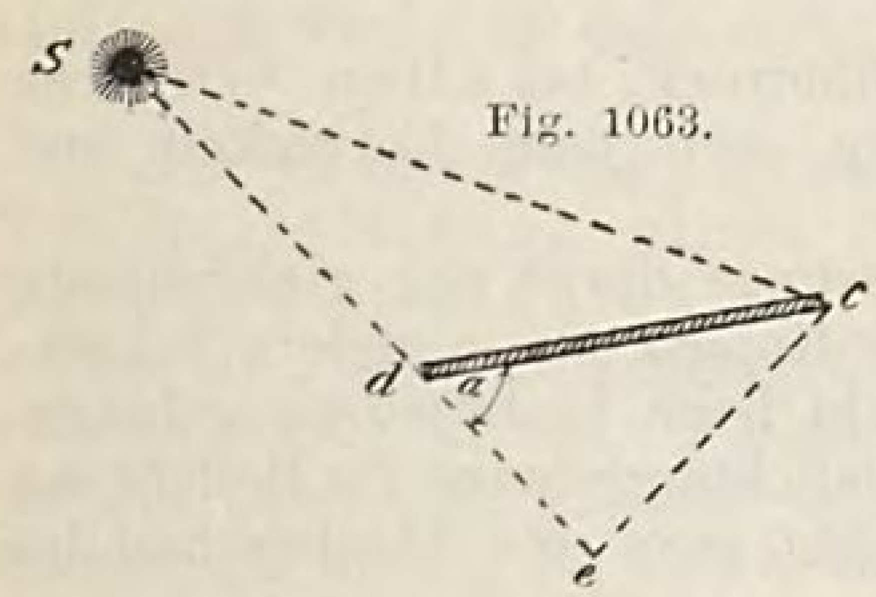


Fig. 1063.

2. Von Glasplatten (Spiegelscheiben), die beim gewöhnlichen Kopirrahm zur Anwendung kommen, werden bedeutende Lichtmengen reflektirt, indem die Platten wie Spiegel niederer Ordnung wirken. So wird bei senkrecht auffallendem Licht $^1/_{20}$ — $^1/_{15}$ des einfallenden Lichts reflektirt. Die Reflexion der Glasplatte wird durch des Verfassers Kopir-Vorrichtung, welche S. 1073 beschrieben ist, vermieden, die ausserdem, wie hervor gehoben, ein sicheres und dichtes Anlegen des Originals an das Kopirpapier ermöglicht.

3. Es ist sehr zu empfehlen, das zu sensibilisirende Papier mehrere Tage vor der Präparation schon vor Tageslicht geschützt oder im Dunkelraum aufzubewahren, da in Folge der Phosphoreszenz des weissen Papiers ein Theil der Lichtstrahlen gleichsam vom Papier aufgesaugt und demnächst im Dunkeln erst wieder abgegeben wird, was zersetzende Wirkungen auf das direkt auf das Papier aufgetragene Präparat mit sich bringen kann.

4. Wenn Rohpapier von Ultramarin bläulich gefärbt ist, zeigen die Kopien nach Fertigstellung oft einen gelblichen Ton in den „Weissen“. Man überzeuge sich vor Auswahl und Verwendung des Rohpapiers, ob diese Gelbfärbung eintritt, z. B.

durch Behandlung mit verdünnter Salzsäure. Jedenfalls ist ein mit Ultramarin gefärbtes Papier dann zu verwerfen, wenn dasselbe auch bei Behandlung mit den betr. Lösungen des anzuwendenden Lichtpaus-Verfahrens, u. z beim Auswaschen, in den „Weissen“ Gelbfärbung zeigt.

5. Beim Einlegen zum Kopiren ist im allgemeinen darauf zu achten, dass: a. möglichst auf kürzestem Wege eine Kopie in der gewünschten positiven Stellung erreicht wird und: b. der Abstand von der Bildfläche des Originals bis zu der präparirten Fläche des lichtempfindlichen Papiers möglichst gering sei, damit die höchste erzielbare Schärfe der Zeichnung erreicht werde.

6. Bei Anwendung des Silber-Verfahrens ist für Lichtpausen das stumpfe — nicht albuminirte — Papier das vortheilhaftere, weil es sich weniger rollt und auch leichter auf demselben gezeichnet und retouchirt werden kann.

7. Beim Präpariren von Papier ist sehr darauf zu achten, dass das Präparat nicht auf die Rückseite gelangt und auch möglichst an der Oberfläche des Papiers bleibt. Deshalb ist möglichst schnelles Trocknen, doch nur bei einer Temperatur die 35° C. nicht übersteigt, zu empfehlen.

8. Um Papiere beim Schwimmen oder mittels Fortziehen über die Lösung zu präpariren, werden dieselben muldenförmig gebogen, zuerst mit der Mitte — Muldentiefstes — auf die Lösung gelegt und dann zugleich die beiden Enden gleichmässig unter Vermeidung der Bildung von Luftblasen gesenkt. Zum Anfassen beim Herausnehmen wird eine Ecke umgekniffen.

9. Die präparirten Papiere müssen stets trocken und gegen Licht geschützt, aber in nicht höherer Temperatur als 35° C. aufbewahrt werden. Auch darf das Trocknen der präparirten Papiere nicht bei einer höhern Temperatur als dieser erfolgen, da sonst auch bei Lichtabschluss Zersetzung der Präparate eintreten würde.

10. Alle Papiere, sowohl unpräparirte als auch präparirte, und die noch nicht fixirten Kopien dürfen stets nur mit trocknen und reinen Händen angefasst werden.

11. Negative können event. mit Deckfarben (als Zinnober, Braun etc.) oder auch mit schwarzer Tusche retouchirt werden, um erst dann die positive Kopie darnach anzufertigen. Man kann auch ganze Theile der Zeichnung, welche im demnächstigen Positiv fort bleiben sollen, abdecken; diese Abdeckung kann event. auf der Rückseite erfolgen.

12. Bei symmetrischen Original-Zeichnungen von Façaden, Ornamenten etc. ist es nur nöthig eine Hälfte, und zwar ein wenig über die Axe hinaus, zu kopiren; es werden dann event. zwei solcher Theile genau richtig zum Ganzen zusammen gesetzt.

13. Im allgemeinen wird man, ausser beim Anilindruck, bei allen Verfahren eher ein wenig über- als unter-belichten dürfen, weil beim Entwickeln und Fixiren die Kopien meist etwas zurück gehen.

14. Im Winter erhält man bei reflektirendem Schnee durch das gleichmässig reflektirte Licht verhältnissmässig schneller lichtreife Kopien, als in andern Jahreszeiten; daher ist wenn Schnee liegt besondere Vorsicht beim Lichtpausen geboten.

15. Selbstverständlich muss während der ganzen Belichtungsdauer die Belichtung auf der ganzen Fläche gleichmässig sein — nicht etwa ein Flächentheil im Schatten und ein anderer in der Sonne liegen.

16. Von dünnen Originalen (auf Pauspapier, Pausleinen), können stets und bei allen Verfahren Kopien in richtiger Stellung, wenn auch in negativer Farbe, erzielt werden, indem man das Original mit der Zeichnungsseite gegen die Spiegelscheibe, bezw. dem Lichte zuwendet, und das Kopirpapier mit der präparirten Seite hinter das Original legt. Hierbei wirkt die Stärke des Original-Papiers auf die Schärfe der Kopie nur unwesentlich. — Anders bei starkem Original-Papier: Um auch von diesen scharfe Kopien in richtiger Stellung zu erzielen, verfahre man umgekehrt wie vor, indem man ein möglichst dünnes Kopirpapier wählt, das Original mit der Kehrseite dem Lichte zuwendet und das Kopirpapier mit der Kehrseite auf das Original legt, so dass die präparirte Seite dem Lichte abgewendet zu liegen kommt. — Selbstverständlich dauert die Belichtung sehr viel länger, weil die Lichtstrahlen das Original- und das Kopirpapier durchdringen müssen, bevor sie auf das Präparat wirken können.

17. Alle Waschungen erfordern reichlich Wasser, damit alle empfindlichen und auf das Papier später noch wirkenden Stoffe entfernt werden. Es hängt gerade hiervon die Reinheit und Beständigkeit der Kopien wesentlich ab.

18. Für sämmtliche Bäder und Waschungen, die im kalten, nicht in einem bestimmten erwärmten Zustande angewendet werden sollen, ist eine Temperatur von nicht unter 18°, und nicht über 30°, also in medio 24—25° zu nehmen.

19. Zeigen fertige und trockene Kopien beim Beschreiben etc. durch ein Zerfliessen der frischen Schrift, dass die Papierfaser durch die Behandlung gelockert wurde, so tauche man beim künftigen Weiterarbeiten nach der letzten Waschung die Kopien noch feucht in eine kalt gesättigte Alaunlösung, spüle in reinem Wasser ab und trockene. In den meisten Fällen wird alsdann ein Zerfliessen der auf der trocknen Kopie ausgeführten Schrift unterbleiben.

IX. Summarischer Ueberblick nebst Beurtheilung der beschriebenen Lichtpaus-Verfahren.

Auf der nächstfolgenden Seite ist in Tabellenform eine summarische Zusammenfassung über die beschriebenen Verfahren gegeben, mit einer Gliederung derselben in 3 Gruppen. Wenn von Besonderheiten des Zwecks abgesehen wird, können innerhalb der einzelnen Gruppen die Verfahren nach folgender absteigenden Ordnung rangirt werden.

A. Direkt-positive Verfahren.

1. Das Tintenbilder-Verfahren, nach den Verbesserungen desselben von Colas, Bertsch und Kolk. — 2. Der Anilindruck, das einfachste Verfahren dieser Gruppe. — 3. Die Anthrakotypie. — 4. Die Negrographie. — 5. Das positive Cyanotyp-Verfahren. — 6. Die Chromatypie.

B. Negativ-Verfahren mit Lieferung kopirfähiger Negative.

1. Das negative Cyanotyp-Verfahren nach Kolk, das einfachste Verfahren dieser Gruppe. — 2. Das Silber-Verfahren; theuer. — 3. Das negative Cyanotyp-Verfahren nach Dolmetsch; schwierig besonders bei grossen Blättern. — 4. Die Platinotypie; sehr theuer und daher bei grossen Blättern kaum anwendbar.

C. Negativ-Verfahren mit Lieferung nicht kopirfähiger Negative.

1. Das negative Cyanotyp-Verfahren (gewöhnliche Cyanotypie); das einfachste aller bekannten Verfahren. — 2. Die Uranotypie; wenig zu empfehlen und auch wenig im Gebrauch.

Zur Beantwortung der schliesslich noch aufzuwerfenden Frage: wann die Vervielfältigung einer Zeichnung etc. mittels Lichtpausen überhaupt zu empfehlen sei? mag bemerkt werden, dass die Antwort hierauf vornehmlich sich nach der Anzahl der Kopien, welche man zu erhalten wünscht, richten wird. In allen Fällen, wo das Original zur Vervielfältigung mittels Lichtpausen überhaupt geeignet ist, und wo die Zahl der gewünschten Kopien 20 nicht übersteigt, dürfte die Anwendung eines dem besondern Zwecke angepassten Lichtpaus-Verfahrens wohl zu empfehlen sein. Wo aber mehr als 20 Kopien nach demselben Original verlangt werden, wird die Vervielfältigung durch Lichtpausen nur selten noch geeignet, vielmehr einem anderweiten Reproduktions- (Druck-) Verfahren vom ökonomischen Standpunkte aus der Vorzug zu geben sein. Bei Anwendung des Pressendrucks zur Vervielfältigung der Zeichnungen gestatten auch die meisten Verfahren, z. B. Lithographie, Photolithographie, Lichtdruck etc.: eine beliebige Veränderung des Maassstabes, um so entweder eine Reduktion oder eine Vergrösserung des Originals zu erzielen, während die durch Lichtpausen erzielten Kopien stets im Maassstabe des Originals sind.

Summarischer Ueberblick nebst Beurtheilung der beschriebenen Lichtpaus-Verfahren.

	Angabe der Verfahren	Haltbarkeit des präp. Papiers	Licht-Empfindlichkeit des präp. Papiers	Ausführung der Verfahren	Farbe der Zeichnung der Kopie	Farbe des Grundes der Kopie	Beschaffenheit der Kopie	Beständigkeit der Kopie	Einfluss auf das Kopir-Papier	Erfunden im Jahre von:
	Gruppe A. Direkt positive Verfahren.									
1.	Pos. Cyanotyp-Verfahren	ziemlich	hoch	erf. viel Sorgfalt, Sauberkeit und grosse Uebung.	Berlinerblau	gelblich-weiss	mittelmässig	bleicht im Licht aus; wird im Dunk. wied. blau.	leichter Angriff durch Säure.	Herschel (1840); Pellet (1878); Pizzighelli (1880).
2.	Tintenbilder-Verfahren .	do.	mittlere	zieml. einfach	violett-schwarz	grau bis leicht violett	meist etwas grob	lichtbeständig	geringe Lockerung d. Struktur.	Poitevin (1860); Colas (1880); Bertsch (1881); J. Kolk (1884).
3.	Anilindruck- „ . .	nicht haltbar	sehr hoch	erf. einige Uebung, ist dann aber sicher	violett bis blau-schwarz	bräunlich bis grün-grau	oft etwas verschwommen, oft auch sehr scharf.	vollk. lichtfest, wenn gut gewaschen wurde	wie zu 1	W. Willis (1865); J. Kolk und Hoppe (1878).
4.	Anthrakotyp- „ . .	do.	do.	abges. v. d. Präparation d. Pap. zieml. einfach.	schwarz, doch auch jede andere Farbe.	leicht bräunlich	wie zu 2; körnig	von der angewendeten Farbe abhängig	fast kein Angreifen	Sobacchi (1879); Pizzighelli (1880).
5.	Negrographisches „ . .	do.	do.	Erfordert einige Uebung	do.	grau bis weiss, meist unrein.	Autographien ähnlich.	do.; doch meist lichtfest.	stark angreifend	v. Itterheim (1880).
6.	Chromotyp- „ . .	do.	do.	wie zu 2	scharl.-roth. violett, schw.-braun	bräunlich-grau	scharf	nur schwarzbraune lichtfest	wie zu 1	Hunt (1843); Haugk (1880); Cross & Vergeraud.
	Gruppe B. Negative Verfahren, welche kopirfähige Negative liefern.									
1.	Silber-Verfahren	wechselnd doch meist ein paar Monate	mittlere	die umständlichsten, sehr grosse Sauberk. erfordernden.	weiss	braun bis braun-schwarz	scharf	bei richtig. Behandlg. lichtfest	geringes Angreifen	Fox Talbot (1839).
2.	Negativ. Cyanotyp-Verf. auf ungeleimtem Papier	nur wenige Tage.	do.	bei grossen Blätt. schwierig u. unsicher.	do.	blau	do.	ziemlich lichtfest	do.	Dolmetsch (1875—76).
3.	Negativ. Cyanotyp-Verf. auf geleimtem u. auch auf transparent. Pap.	sehr lange	do.	leicht	do.	dunkel-blau	do.	lichtfest. u. nachdunkelnd	wie zu A. 4	J. Kolk (1878).
4.	Platinotyp-Verfahren . .	je nach Aufbewahrungsweise	sehr hoch	wie zu A. 4	do.	matt-schwarz	do.	sehr lichtfest	wie zu B. 1	W. Willis (1873); Pizzighelli und Hübel (1882).
	Gruppe C. Negative Verfahren, welche keine kopirfähigen Negative liefern.									
1.	Negativ. Cyanotyp-Verf. (gewöhnl. Cyanotypie)	wie zu B. 1	gering b. mittelmässig.	die allereinfachste	bläulich oder gelblich-weiss bis weiss.	blau in versch. Nuancen	scharf	mehr oder weniger lichtfest.	wie zu A. 4	Herschel (1840).
2.	Uranotyp-Verfahren . . .	wie zu A. 3	mittlere	leicht	grau bis weiss	roth, grün, violett, braun etc.	do.	mit Ausnahmen wenig lichtfest.	wie zu B. 1	Burnett (1840); später Nièpce de St. Victor.

XIV.
Grundzüge der Meteorologie.

Theil I.: Temperatur und Feuchtigkeit der Luft; Niederschläge; Bewegung und Druck der Luft.

Litteratur.

Dove. Klimatologische Beiträge, Bd. I. Klimatologie von Deutschland, Bd. II. Witterungs-Erscheinungen des nördlichen Deutschlands, VI. — Kämtz. Meteorol., Bd. I und Repertorium f. Meteorologie. — L. v. Rothe. Lehrb. d. Klimatologie. — Mohn. Grundzüge d. Meteorol.; 3. Aufl. Berlin 1883. — Hann. Handbuch d. Klimatolog.; Stuttgart 1883. — Schübler. Grundsätze d. Meteorolog. Neu bearb. v. Jahn. — Prestel. Boden, Klima und Witterung von Ostfriesland. — v. Bebber. Die Regenverhältnisse Deutschlands; München 1877. — Möllendorff. Regenverhältnisse Deutschlands.

I. Allgemeines.

Die Meteorologie sucht die atmosphärischen Erscheinungen auf bekannte physikalische Gesetze zurück zu führen und die Gesetze, nach denen sich die atmosph. Vorgänge regeln, zu erforschen.

Die meteorologischen Elemente: Temperatur, Feuchtigkeit und Druck der Luft, Wind, atmosphär. Niederschläge etc. stellen den Zustand der Atmosphäre an einem bestimmten Orte in seiner Gesammtheit dar.

Klima ist der durchschnittliche Zustand der meteorolog. Elemente mit Einschluss ihrer periodischen Veränderungen an einem bestimmten Orte. Das sogen. physische oder reale Klima ist bedingt 1: durch die ungleichmässige Vertheilung von Wasser und Land auf der Erdoberfläche: auf der nördlichen Erdhälfte 40 % Land und 60 % Wasserbedeckung, auf der südlichen 13 % Land und 87 % Wasser, so dass also 75 % des Festlandes überhaupt der nördlichen Erdhälfte angehören, und: 2. durch die verschiedene Erhebung des Festlandes über die Erdoberfläche.

Trockene atmosph. Luft besteht aus einem Gemenge von 79 Volumprozenten Stickstoff und 21 Volumprozenten Sauerstoff; das Verhältniss ist überall dasselbe. Neben der reinen Luft enthält die Atmosphäre stets eine veränderliche Menge Wasserdampf, höchstens 3—4 %, welcher eine bedeutende Rolle spielt, ferner einen geringen Prozentsatz Kohlensäure, etwa 0,03 bis 0,04 %. Lokale Beimengungen oder Verunreinigungen der Luft gröberer Natur sind Staub — in dem trocknen Innern Asiens, Afrikas und Australiens — und Rauch, hervorgerufen durch Gras- und Moorbrände Reine insbesondere von organischen Beimengungen freie ozonhaltige Luft findet sich namentlich über dem Meere und an den Küsten bei Seewind. Die Seeluft enthält etwas Salz und Spuren von Jod. Auch die Wüstenluft ist rein und gesund, ferner die Luft hoher Gebirgs-Gegenden. In bewohnten Räumen und in verdorbener Luft fehlt die Ozon-Reaktion.

II. Temperatur.

Die Haupt-Wärmequelle ist die Sonne. Die Intensität der Bestrahlung ist in ertser Linie von der Höhe der Sonne über dem Horizonte abhängig.

Bezeichnet h diese Höhe, z die Zenithdistanz, t den Stundenwinkel, δ die Deklination der Sonne, φ die geogr. Breite oder Polhöhe des Orts, so ist in dem sphär. Dreieck: Pol, Zenith, Gestirn:

$$\sin h = \cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t,$$

oder für die numerische Rechnung bequemer:

$$\sin h = \cos z = \cos (\varphi - M) \operatorname{cosec.} M \sin \delta, \text{ wo } \operatorname{tang} M = \operatorname{tang} \delta \sec t.$$

δ liegt zwischen den Grenzen — 23°,5 (am 21. Dezbr.) und + 23°,5 (am 21. Juni). Die Aenderung von δ ist am grössten zur Zeit der Tag- und Nachtgleichen (pro Stunde 1 Min.) und am geringsten zur Zeit der Solstitien (pro Stunde noch nicht 1 Sek.). In Folge dieser Aenderung sind die den gleichen vor- und nachmittägigen Stundenwinkeln entsprechenden Sonnenhöhen nicht ganz gleich. Die beobachteten Höhen sind in Folge der Refraktion (S. 997) etwas grösser als die berechneten. Grösste Sonnenhöhe am Mittag des 21. Juni: $90 - \varphi + 23°,5$, beispielsw. für Berlin: $90 - 52°,5 + 23°,5 = 61°$.

Sonnenhöhen für volle Stunden Vor- und Nachmittag für Berlin.

	0^h	1^h	2^h	3^h	4^h	5^h	6^h	7^h	8^h
21. Januar	17,6°	16,4°	13,0°	7,7°	0°	—	—	—	—
21. Februar	26,9°	25,6°	21,9°	16,1°	8,8°	0°	—	—	—
22. März	37,5°	36,0°	31,8°	25,4°	17,7°	9,0°	0°	—	—
22. April	49,7°	47,9°	43,1°	36,0°	27,7°	18,8°	9,7°	0°	—
22. Mai	57,9°	55,7°	50,4°	42,8°	34,2°	25,0°	16,0°	7,0°	0°
21. Juni	61,0°	58,8°	53,1°	45,3°	36,5°	27,4°	18,4°	9,3°	2 3°
22. Juli	57,9°	55,7°	50,4°	42,8°	34,2°	25,0°	16,0°	7,0°	0
22. August	49,3°	47,6°	42,8°	35,7°	27,4°	18,5°	9,4°	0°	—
23. Septbr.	37,5°	36,0°	31,8°	25,4°	17,7°	9,0°	0	—	—
22. Oktober	26,4°	25,2°	21,4°	15,7°	8,4°	0°	—	—	—
21. Novbr.	17,6°	16,4°	13,0°	7,7°	0°	—	—	—	—
21. Dezbr.	14,1°	13,0°	10,0°	4,8°	—	—	—	—	—

Ist t_0 der halbe Tagbogen, so ist $\cos t_0 = \operatorname{tang} \varphi \operatorname{tang} \delta$, demnach $\frac{2\,t_0}{15}$ die Taglänge in Zeit. Bezeichnet A_0 das Azimuth des Auf- oder Untergangs, so ist $\cos A_0 = \frac{\sin \delta}{\cos \varphi}$. Für die genaue Ermittelung ist die Aenderung der Deklination in Rechnung zu ziehen, ausserdem zu berücksichtigen, dass die Refraktion den Aufgang der Gestirne beschleunigt und den Untergang derselben verzögert.

Die Intensität der Bestrahlung durch die Sonne ist zur Zeit des Perihels (1. Jan.) grösser als zur Zeit des Aphels (Anfangs Juli). Daher kommt es dass der Unterschied zwischen der Sonnen- und Schatten-Temp. im Sommer der südlichen Erdhälfte (Australien etc.) viel grösser ist als im Sommer der nördlichen, eine Erscheinung auf die, nach Dove's Angabe, zuerst Sir John Herschel aufmerksam gemacht hat.

In der erwärmenden Kraft der Sonne selbst hatte man bisher keine Veränderung nachweisen können. Man vermuthet, dass die Sonnenwärme langsame periodische Aenderungen erleidet im Zusammenhang mit der Periode der Sonnenflecken. Neuerdings hat Dr. Fröhlich*) rasch verlaufende Schwankungen der Sonnenwärme konstatirt

Die Atmosphäre absorbirt einen bedeutenden Theil (0,5 — 0,6), — feuchte Luft mehr als trockne — der Sonnenwärme. Die Intensität der Bestrahlung nimmt mit der Höhe über dem Meere zu. Die Atmosphäre übt in quantitativer und qualitativer Hinsicht einen Einfluss auf die Sonnenstrahlung (Insolation) aus. Bei heiterm Himmel absorbirt die Atmosphäre eine um so grössere Strahlenmenge einen je längern Weg letztere durch dieselbe zurücklegen muss. Die Intensität der Bestrahlung nimmt deshalb mit tiefer sinkender Sonne rascher ab, als es ohne die Atmosphäre der Fall sein würde. Die Atmosphäre absorbirt (S. 1009 ff.) ausserdem die verschiedenen Strahlengattungen in sehr verschiedenem Maasse, die leuchtenden Strahlen am wenigsten, die an der Grenze des Spektrums liegenden am meisten und die Intensität der gesammten Strahlung kann deshalb nicht stets der Intensität des Lichts proportional gesetzt werden. Die chemische sowohl als die wärmende Wirkung nimmt bei sinkender Sonne viel rascher ab als die Lichtwirkung.

*) Vergl. Elektrotechn. Zeitschr., Januarheft 1884.

Bunsen und Roscoe haben die chemische Intensität der Sonnenstrahlen durch Anwendung eines Gemenges von gleichen Theilen Chlorgas und Wasserstoffgas, (von Bunsen Chlor-Knallgas genannt) ermittelt. Dieses Gemenge hat die Eigenschaft, sich bei starkem Lichte unter Explosion, bei diffusem Lichte langsam zu Salzsäure zu verbinden. Die Menge derselben ist der chemischen Lichtintensität proportional.

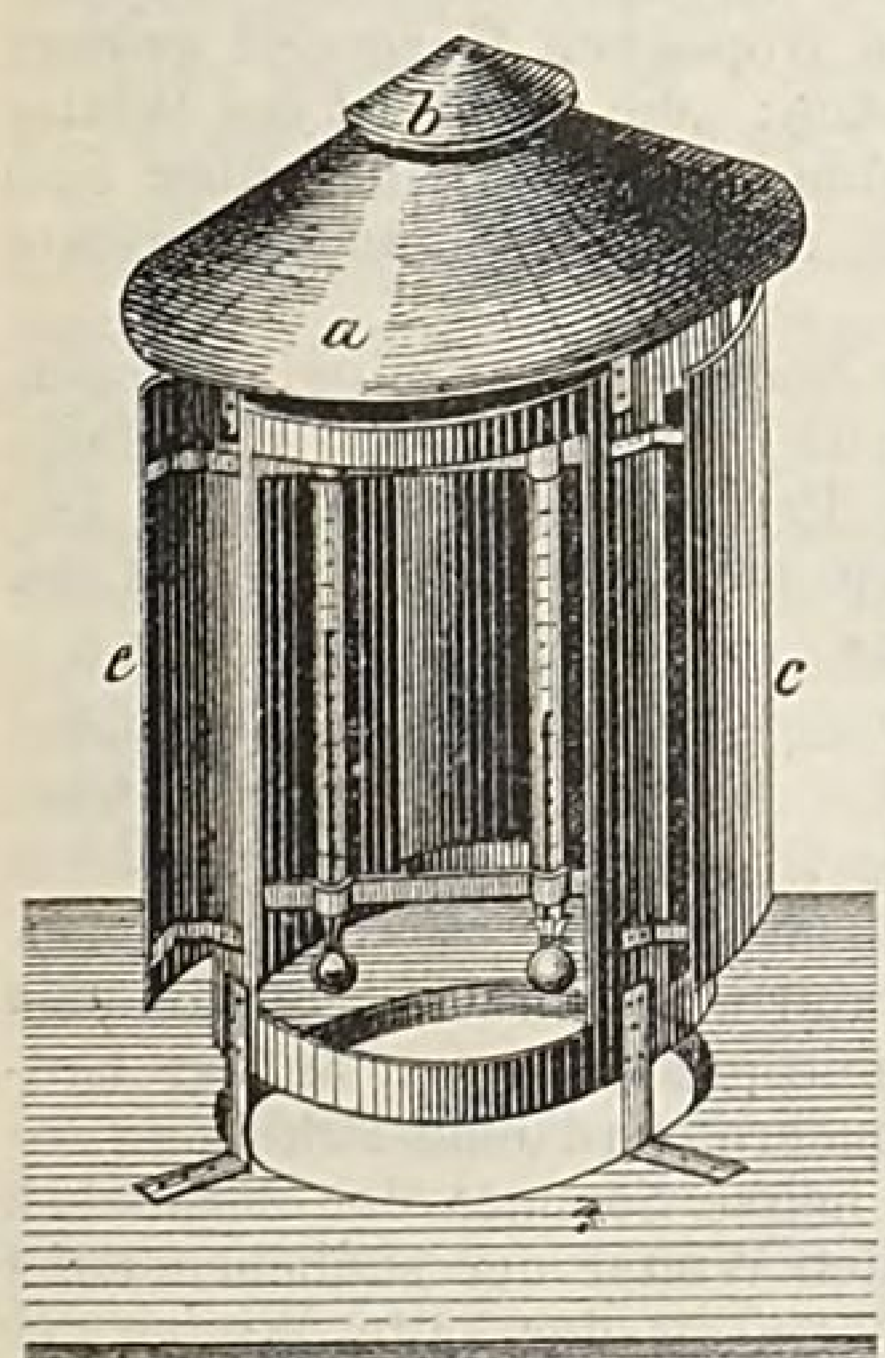
Die ganze Wärmemenge, welche der Erde von der Sonne im Laufe eines Jahres zugeführt wird, würde, wenn man dieselbe gleichmässig über die Erdoberfläche vertheilen könnte, ausreichen eine Eisschicht von 30 ^{m} Höhe zu schmelzen.

Die Erwärmung der Erdoberfläche hängt von der Natur der Körper ab, die von den Sonnenstrahlen getroffen werden; das Land erwärmt sich schneller und stärker (Wüstensand bis 70° C.) als das Meer (bis 35° im Rothen Meere), dunkler Basaltboden leichter als ein heller Kalkboden, der neben den Lichtstrahlen grosse Mengen Wärmestrahlen reflektirt. Mit Pflanzenwuchs bedeckter Boden erwärmt sich langsamer, weil ein bedeutender Theil der Wärme beim Verdunsten gebunden wird. Die Erwärmung des Wassers geht langsam vor sich weil: 1. ein Theil der Wärmestrahlen reflektirt wird; 2. ein Theil durch das Wasser hindurch geht; 3. ein Theil zur Verdunstung gebraucht wird. Dazu kommt endlich, dass die spezif. Wärme des Wassers (S. 798) sehr hoch ist, so dass also die Erwärmung nur sehr langsam erfolgen kann. — Die Ausstrahlung ist gleichfalls von der Natur der Erdoberfläche und ausserdem von der Beschaffenheit der Atmosphäre abhängig. Die Temp. des Weltenraums wird auf — 140° C. geschätzt.

Zur Beobachtung der Luft-Temp. dienen fast ausschliesslich Quecksilber-Thermometer mit Skalen nach Celsius oder Réaumur oder Fahrenheit. Ueber die Beziehungen dieser 3 Skalen ist S. 798 zu vergleichen. Im gegenwärtigen Abschnitt ist immer, wo nicht eine besondere Angabe hinzu gefügt ist, die Skala nach Celsius verstanden. Ueber Konstruktion und Aufstellung der Thermometer sei hier kurz Folgendes bemerkt:

Der innere Querschnitt der Röhre eines guten Thermometers soll auf der ganzen Länge der Skala genau derselbe sein. — Auf die sichere Befestigung der Milchglas-Skala bei denjenigen Thermometern, deren Kapillarrohr von einem weitern unten an das Quecksilber-Gefäss angeblasenen Glasrohr umschlossen wird, ist besonders Gewicht zu legen. In vollkommenster Weise wird diese Befestigung durch die dem Mechaniker Fuess in Berlin patentirte Einrichtung (D. R.-P. 389) erzielt.

Fig. 1064.



Um richtige Angaben zu erhalten darf ein Thermometer weder den direkten noch den reflektirten Strahlen, noch der Einwirkung anderer Körper oder Gegenstände, deren Temp. von derjen. der Luft abweicht, ausgesetzt werden. Es darf daher nur gegen Norden freien Horizont haben und muss von Gebäuden sowohl als vom Erdboden einige Meter entfernt bleiben. Das Gehäuse darf ebenso wenig weder während, noch einige Stunden vor der Ablesung von der Sonne beschienen werden; dasselbe muss zur Abhaltung von Regen und Schneefall überdacht sein. Fig. 1064 giebt die Einrichtung eines Gehäuses aus Zinkblech, unter Weglassung einer die Oeffnung an der Vorderseite verschliessenden Thür. Dieses Gehäuse erhält in etwa 60 ^{cm} Abstand eine Ummantelung aus Brettern, welche an der nach Norden gekehrten Seite offen ist.

Maximum-Thermometer, 1. ein horizontal liegendes Quecksilber-Thermometer, in dessen Röhre ein Stahlstiftchen liegt, welches bei zunehmender Wärme durch das Quecksilber fortgeschoben wird und an der dem Maximum der Temp. entsprechenden Stelle liegen bleibt. 2. ein horizontal liegendes Quecksilber-Thermometer, dessen Quecksilber-Säule nahe bei der Thermometerkugel, entweder durch ein fest-

geklemmtes Glassplitterchen (Negretti & Zambsa) oder durch eine kleine Luftblase (Casella) in 2 Theile getheilt ist. Der das Kapillarrohr nicht vollständig ausfüllende Glassplitter gestattet die Ausdehnung des Quecksilbers bei zunehmender Temp., verhindert aber das Zurückgehen des Quecksilber-Fadens bei abnehmender. Bei dem Casella'schen Thermometer treibt das sich ausdehnende Quecksilber die kleine Luftblase und demnach auch den Quecksilberfaden vorwärts und lässt ihn in der dem Maximum der Temp. entsprechenden Stellung liegen. — Beide Thermometer werden für den Gebrauch vorbereitet, indem man dieselben in aufrechter Lage auf- und abbewegt, so dass der äussere lose Theil der Quecksilbersäule so tief als möglich herabsinkt.

Minimum-Thermometer, ein wagerecht liegendes Weingeist-Thermometer; innerhalb der Weingeistsäule befindet sich ein Glasstäbchen, welches bei abnehmender Temp. vermöge der grössern Dichte der durch die dichtere Oberfläche des sich zusammen ziehenden Weingeistes mitgenommen wird.

Thermometrograph (von Six) zur Angabe des Minimums und Maximums der Temp., ein ⊂förmig gebogenes Weingeist-Thermom., dessen Weingeistsäule an der Biegungsstelle durch eine Quecksilbersäule unterbrochen ist. Von den in beiden Schenkeln befindlichen, mittels eines von aussen an die Röhre gehaltenen Magnets verschiebbaren Indizes zeigt der eine das Maximum, der andere das Minimum der Temp.

Metall-Thermometrograph (von Hermann & Pfister), ein aus Stahl und Messing bestehender spiralförmig gebogener Metallstreif, dessen inneres Ende an einem festen Metallzapfen befestigt ist. Die in Folge der ungleichen Ausdehnung beider Metalle eintretende Bewegung des äussern freien Endes der Spirale wird auf 2 Zeiger übertragen, von denen der eine das Maxim., der andere das Minim. angiebt. —

Die mittlere Lufttemp. eines Tages (Mittel aus den 24, stündlich gemachten Beobachtungen) wird nahezu richtig erhalten aus 3 Beobachtungen: 6^h Morgens, 2^h Nachmittags und 10^h Abends, oder auch aus Beobachtungen um 7, 2 und 9 nach dem Ausdruck: $0{,}25\ (7 + 2 + 2 \,.\, 9)$.

Die mittlere Temp. des Monats ist das arithmet. Mittel aus den 30 oder 31 Tagesmitteln. Das Jahresmittel ist das der 12 Monatsmittel. Die mittlere monatliche Temp. für Hauptorte nach Dove ergiebt die unten stehende Tabelle.

Die tägliche Schwankung der Temp. ist in den tropischen Gegenden grösser als die jährliche, so dass mit Recht gesagt werden kann: „die Nacht ist der Winter der Tropen." Die tägliche Aenderung der Temp. nimmt mit der Höhe über dem Meere ab; sie ist im Winter geringer als im Sommer, in den Binnenländern grösser als an den Küsten.

Dove hat auf Grund der für 1000 Orte berechneten Normal-Monatsmittel die sogen. Monats-Isothermen (Linien gleicher Monats-Wärme) konstruirt und mit Hülfe dieser Karten die normalen Monats-Temp. der Parallelkreise von 10 zu 10° fortschreitend ermittelt; die normalen Jahres-Temp. sind hiernach in Grad. Cels.

90° nördl.	Br.	— 16,5°	40° nördl.	Br.	+ 13,6°	10° südl.	Br.	+ 25,5
80 „	„	— 14,0	30 „	„	+ 21,0	20 „	„	+ 23,4
70 „	„	— 8,9	20 „	„	+ 25,3	30 „	„	+ 19,4
60 „	„	— 1,0	10 „	„	+ 26,6	40 „	„	+ 12,5
50 „	„	+ 5,4	Aequator		+ 26,5			

Da die Sonne eine grössere Festland-Fläche bestrahlt wenn ihre Deklination eine nördliche ist — in unserm Sommer — so kann die mittlere Lufttemp. an der Erdoberfläche nicht das ganze Jahr konstant bleiben, sondern wird eine Erhöhung erfahren im Sommer der nördlichen Erdhälfte. Der heisse Sommer der nördlichen Erdhälfte in Verbindung mit dem gleichzeitigen milden Winter der südlichen muss eine höhere mittlere Temp. für die ganze Erde ergeben, als der kalte Winter der nördlichen Erdhälfte in Verbindung mit dem gleichzeitigen kühlen Sommer der südlichen. Dove hat zuerst auf diese jährliche Periode in der mittlern Lufttemp. der Erde aufmerksam gemacht und er fand die mittlere Gesammttemp. im Juli zu 16°,8, im Januar zu 12°,3.

Die Differenz zwischen der Normaltemp. eines Orts und der Normaltemp. seines Parallelkreises nennt Dove: die thermische Anomalie, und die

Linien, welche Orte gleicher thermischer Anomalie mit einander verbinden: thermische Isanomalen.

Ob das Klima eines Ortes ein für seine Lage günstiges oder ungünstiges sei, lässt sich in Beziehung auf die Temp. nur beurtheilen, wenn man die thermische Anomalie des Ortes kennt. Aus der folgenden Tafel ergiebt sich dieselbe für Berlin.

	Berlin Normal-Temp.	Temp. d. Parallel-kreis. v. Berlin	Thermische Anomalie	Petersburg Normal-temp.		Berlin Normal-Temp.	Temp. d. Parallel-kreis. v. Berlin	Thermische Anomalie	Petersburg Normal-temp.
Januar	—0,4°	—9,0°	8,6°	—9,9°	Juli	18,9°	16,1°	2,8°	17,5°
Februar	1,1	—7,4	8,5	—8,1	August	18,1	15,1	3,0	16,0
März	3,6	—3,4	7,0	—4,6	September	14,4	11,0	3,4	10,8
April	8,5	+3,8	4,7	+2,0	Oktober	9,3	5,0	4,3	4,4
Mai	13,1	9,4	3,7	8,9	November	3,7	—2,0	5,7	—1,6
Juni	17,4	13,9	3,5	14,9	December	0,7	—7,0	7,7	—6,5

Die Wärme, welche Berlin seinem Parallelkreise nach zukommt, ist nach den Angaben vorstehender Tabelle sehr nahe diejenige, welche Petersburg wirklich hat; darnach erscheint Berlin klimatisch sehr begünstigt.

Für die Darstellung der nicht periodischen Aenderungen der Temp.-Vertheilung erweisen sich die Monate als zu grosse Zeiträume; von Dove sind deshalb die 5tägigen Pentaden-Mittel eingeführt, durch welche das Jahr in 73 gleiche Abschnitte getheilt wird. Dove hat durch die theils auf monatliche theils auf 5tägige Mittel gegründete Darstellung der Witterungs-Erscheinungen vom Jahre 1719 an nachgewiesen:

1. dass grössere Abweichungen vom normalen Gange der Temp. nicht lokal auftreten, sondern dass sie sich gleichzeitig über grössere Theile der Erdoberfläche verbreitet zeigen;

2. dass eine zu grosse Kälte oder eine zu grosse Wärme nicht gleichzeitig über die ganze Erde verbreitet ist, sondern dass jedes an irgend einer Stelle auftretende Extrem sein Aequivalent in einer entgegen gesetzten Abweichung an andern Stellen findet, so dass es also höchst wahrscheinlich ist, dass stets dasselbe Quantum Wärme auf der Erdoberfläche verbreitet ist und anomale Witterungs-Verhältnisse nicht kosmischen, sondern nur tellurischen Ursprungs sind.

Der Ausspruch ad 2 erscheint nach den oben erwähnten Beobachtungen von Dr. Fröhlich nicht mehr ganz zutreffend.

Auf No. 1 gründet sich das von Dove u. A. vielfach befolgte Verfahren, mit Hülfe von sogen. Normal-Stationen die Ergebnisse der nur wenige Jahre umfassender Temp.-Beobachtungen von Nebenstationen auf vieljährige Mittelwerthe zu reduziren. Sind z. B. an einer Nebenstation nur durch 10 Jahre Beobachtungen angestellt worden, während welcher Zeit auch an einer nicht sehr entfernten Normalstation gleichzeitig beobachtet wurde, so liefert der Unterschied der an der Normalstation aus diesen 10 Jahren erhaltenen Mittelwerthe, und der an derselben aus 25 Beobachtungjahren ermittelten, die an den Zahlen der Nebenstationen anzubringenden Korrektionen, um annähernd diejenigen Werthe zu bestimmen, welche man erhalten haben würde, wenn auch an dieser wirklich 25 Jahre hindurch beobachtet worden wäre. In dieser Weise sind von dem Verf. für mehr als hundert Orte Deutschlands die 25jährigen, 5tägigen und monatlichen Temp.-Mittel für den Zeitraum 1848—1872 berechnet, bezw. reduzirt worden.

Die Normal-Stationen an denen während des ganzen Zeitraums von der Gründung des K. Preussischen meteorologischen Instituts im Jahre 1848 an bis gegenwärtig beobachtet worden ist, sind: Memel, Tilsit, Klaussen, Königsberg i. Pr., Cöslin, Stettin, Bromberg, Posen, Zechen-Guhrau, Ratibor, Görlitz, Frankfurt a./O., Berlin, Hinrichshagen, Dresden, Torgau, Leipzig, Erfurt, Heiligenstadt, Gütersloh, Kleve, Crefeld, Cöln, Boppard, Darmstadt.

Von Dr. Hellmann, dem zeitigen Vorsteher des Meteorolog. Instituts in Berlin ist, nachdem 10 Jahre hinzu gekommen, die erwähnte Arbeit des Verf. theilweise auf den 35jährigen Zeitraum 1848—1882 ausgedehnt worden. S. Tabelle, S. 1120.

Abnahme der Temp. mit der Höhe (nach Gay-Lussac, A. v. Humboldt und Glaisher) auf 100^{m} 0,50—0,54°. Bei allmäligen Erhebungen in Thälern

Tafeln der Temperaturen, nach Dr. Hellmann in Berlin.*)

Orte	Geographische Breite	Geographische Länge von Greenwich	Höhe über Meer m	I. Mittlere Monats-Temperaturen Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dezb.	II. Mittlere Temp. der wärmst. Pentaden des Jahres	II. kältest. Pentaden des Jahres	III. Temp. aussergewöhnlich warm. Pentaden	III. kalter Pentaden	IV. Beobachtete Temp.-Extreme Wärm.	IV. Kälte
Memel	55° 43′	21° 8′	9	−3,2	−2,6	−0,3	4,7	9,8	15,0	17,1	16,6	12,8	7,7	2,1	−1,5	17,9	−3,6	25,9	−21,6	—	—
Tilsit	55° 5′	21° 54′	14	−4,5	−3,6	−0,6	5,4	10,9	16,1	17,6	16,7	12,4	6,8	0,8	−3,1	18,5	−5,0	—	—	—	—
Königsberg i. Pr.	54° 43′	20° 30′	23	−3,6	−2,6	0,1	5,5	10,5	15,4	17,2	16,7	12,8	7,4	1,5	−2,0	18,0	−4,0	25,3	−20,4	—	—
Klaussen b. Lyck	53° 48′	22° 7′	134	−5,2	−4,4	−1,1	5,5	11,3	16,3	17,6	16,6	12,2	6,6	0,5	−3,8	18,3	−5,9	25,0	−22,8	—	—
Konitz	53° 42′	17° 34′	157	−3,4	−2,3	0,4	5,8	10,9	15,8	17,3	16,3	12,2	7,0	1,2	−2,1	17,9	−3,9	25,7	−19,0	—	—
Köslin	54° 11′	16° 11′	47	−2,0	−1,1	1,3	5,8	10,4	15,1	16,8	16,3	12,6	7,8	2,4	−0,7	17,4	−2,4	—	—	—	—
Stettin	53° 25′	14° 34′	39	−1,2	0,1	2,6	7,5	12,1	16,7	18,2	17,6	13,8	8,7	3,0	0,1	18,9	−1,8	26,4	−15,0	—	—
Berlin	52° 31′	13° 25′	49	−0,4	1,1	3,6	8,5	13,1	17,4	18,9	18,1	14,4	9,3	3,7	0,7	19,6	−1,2	26,2	−13,6	37,0	25,0
Frankfurt a. O.	52° 22′	14° 33′	41	−1,4	0,4	2,9	8,0	12,6	17,0	18,4	17,6	13,9	8,8	3,1	−0,1	19,3	−2,2	26,2	−16,1	—	—
Posen	52° 21′	16° 56′	82	−2,2	−0,9	1,9	7,4	12,5	17,1	18,4	17,6	13,4	8,4	2,4	−1,1	19,3	−3,0	—	—	—	—
Guhrau	—	—	100	−1,9	−0,4	2,5	7,8	12,5	17,1	18,4	17,6	13,6	8,6	2,7	−0,9	19,2	−2,9	—	—	—	—
Breslau	51° 7′	17° 2′	147	−2,0	−0,5	2,4	7,9	12,7	17,1	18,5	17,9	13,9	8,8	2,7	−1,1	19,4	−3,0	25,5	−14,8	37,8	30,8
Görlitz	51° 9′	14° 59′	217	−1,8	−0,4	2,4	7,5	12,1	16,4	17,8	17,2	13,4	8,5	2,5	−0,8	18,6	−2,6	25,0	−14,9	—	—
Torgau	51° 34′	13° 0′	102	−0,7	0,9	3,4	8,4	12,9	17,1	18,7	17,9	14,1	9,2	3,4	0,3	19,6	−1,4	25,5	−13,0	—	—
Halle	51° 29′	11° 58′	111	−0,7	1,0	3,4	8,4	12,3	17,2	18,8	17,9	14,1	8,9	3,6	0,4	19,6	−1,5	—	—	—	—
Erfurt	50° 59′	11° 2′	203	−1,1	0,9	3,3	7,8	12,1	16,0	17,7	17,0	13,4	8,5	2,9	0,0	18,5	−2,0	24,1	−18,7	—	—
Heiligenstadt	51° 22′	10° 8′	269	−0,8	0,6	2,7	7,3	11,6	15,7	17,2	16,2	12,8	8,2	2,9	0,2	17,9	−1,4	—	—	—	—
Hannover	52° 22′	9° 44′	62	0,7	1,9	3,8	8,3	12,2	16,4	18,0	17,3	14,0	9,3	4,2	1,7	18,9	0,1	—	—	—	—
Gütersloh	51° 4′	8° 23′	81	0,7	2,0	3,9	8,4	12,4	16,2	17,7	16,9	13,8	9,3	4,1	1,6	18,5	0,2	25,1	−12,8	—	—
Emden	53° 22′	7° 13′	9	0,5	1,5	3,3	7,2	11,0	15,2	16,9	16,6	13,4	8,8	3,9	1,8	17,7	0,1	—	—	—	—
Kiel	54° 19′	10° 8′	5	0,4	1,3	2,8	7,0	11,0	15,2	16,9	16,6	13,4	9,0	4,0	1,6	17,8	−0,3	—	—	—	—
Kleve	51° 48′	6° 7′	51	1,1	2,7	4,4	8,3	12,0	15,9	17,4	16,8	13,7	9,3	3,9	2,1	18,4	0,8	24,6	−10,9	—	—
Köln	50° 56′	6° 57′	60	1,8	3,3	5,3	9,6	13,4	17,1	18,6	18,0	15,0	10,4	5,3	2,6	19,5	1,4	25,9	−9,1	—	—
Trier	49° 45′	6° 38′	150	0,9	2,9	5,1	9,6	13,2	17,1	18,7	17,8	14,4	9,8	4,8	1,7	19,6	0,4	—	—	—	—
Darmstadt	49° 52′	8° 39′	148	0,9	2,8	5,3	10,1	14,1	18,0	19,6	18,7	15,0	9,9	4,7	1,5	20,6	0,3	24,7	−12,0	—	—

*) Vergl. Zeitschr. d. K. preuss. Statist. Būreaus, 23. Jahrg. 1883, H. 3, 4.

1. Die Zahlen der Tafeln I.—IV. beruhen auf 35jährigen Beobachtungen der betr. Stationen (1848—1882), in denen für 14 Stationen vereinzelt kleine Lücken vorlagen. In solchen Fällen haben Ergänzungen stattgefunden, auf Grund der Beobachtungen an benachbart liegenden Stationen (Reduktionen, S. 1119); dieselben beeinflussen das Endergebniss nur sehr unerheblich. Das Nähere hierüber ist in der angezogenen Quelle nachzulesen.

2. Die Angaben über Höhenlage der Beobachtungs-Stationen beziehen sich auf die Höhenlage der Beobachtungs-Stelle, nicht des Orts; dieselben sind nur annähernd genau.

3. Für Berlin und Köln sind die Angaben der Tabellen deshalb etwas zu hoch, weil die Beobachtungs-Stationen inmitten grosser Gebäude-Komplexe liegen. Für Berlin ist die Temperatur in der nähern Umgebung der Stadt konstant um reichlich 1° niedriger, als an der innerhalb der Stadt gelegenen Beobachtungs-Station.

4. Die Stationen sind in 7 Gruppen zerlegt (durch den Druck markirt), entsprechend der Aehnlichkeit in dem Gange der Temperatur, welche sich für die zu einer Gruppe gehörenden Beobachtungs-Stationen heraus gestellt hat.

oder auf Hochebenen erfolgt die Abnahme langsamer als bei steiler Hebung des Terrains auf einen Berggipfel. Als allgemeines Mittel gilt für die aussertropischen Gegenden (bis 60° N. Br.) nach Hann: 0,57° für 100 m. Im Sommer ist die Abnahme stärker als im Winter, in trockner Luft viel grösser als in feuchter. —

Die nächtliche Strahlung bei heiterm Himmel und ruhiger Luft bewirkt eine bedeutende Differenz zwischen der Temp. der Luft und der der Erdoberfläche: bei uns 10 — 11°, so dass selbst im Juni die Temp. der Erdoberfläche in der Nacht unter 0° sinken kann, während die der Luft in einer Höhe von 3—4 m weit über 0° liegt.

Die Erdwärme wird bestimmt durch Thermometer, deren Kugeln in einer bestimmten Tiefe eingegraben sind und deren Skalen bis über die Oberfläche hervor ragen. Nach den Beobachtungen des Preussischen Meteorologischen Instituts war für Berlin während des Zeitraums 1851 — 1867:

Das absol. Maxim. d. Temp. in der Tiefe v.	1,00 m	am	22.—24. Juli 1865	= 17,6°
„ „ „ „ „ „ „ „ „	1,67 „	„	14.—17. Sept. 1857	= 15,6
„ „ Minim. „ „ „ „ „ „	1 „	„	1.—3. März 1865	= 0,6
„ „ „ „ „ „ „ „ „	1,67 „	„	3.—5. April 1865	= 2,0.

Eine Schneedecke verhindert das Eindringen des Frostes in das Erdreich. Dass aber eine Rasendecke ein viel wirksameres Mittel in dieser Beziehung bietet hat Becquerel durch Versuche in dem aussergewöhnlich starken Winter 1879/80 im Pariser *Jardin des plantes* erwiesen*). Bei der geringen Leitungsfähigkeit des Bodens für Wärme verspäten sich die Zeiten des Maximums und Minimums. In einer Tiefe von 8 m tritt die höchste Temp. zwischen November und Januar ein, die niedrigste im Juni und Juli. Die tägliche sowohl, wie die jährliche Temp.-Kurve werden mit zunehmender Tiefe flacher. Die tägliche Periode hört in unsern Breiten in einer Tiefe von 1 m auf. In 3 m Tiefe verschwinden die monatlichen Unterschiede, in 20 m Tiefe werden kaum noch die jährlichen Extreme wahrgenommen. In dem Keller des Pariser Observatoriums, 27,6 m unter dem Boden, im Jahre 1773 aufgestellte Thermometer zeigen konstant 11,8°, während die mittlere Jahreswärme der Luft in der Nähe der Station nur 10,8° beträgt.

Je tiefer man in das Erdinnere eindringt, um so höher steigt die Temp. Auf 30 m rechnet man im Durchschn. 1°; doch stimmen die praktischen Beobachtungen (beim Absenken tiefer Bohrlöcher) hiermit nicht immer überein.**) In Gegenden, wo die Temp. der Luft weit unter 0° fällt, wie in Sibirien, bleibt die Erde in bestimmter Tiefe dauernd gefroren. In Jakutsk fand man in der Tiefe von 116,5 m noch — 0,6°.

Zur Bestimmung der Temp. des Wassers in grösserer Tiefe, werden Thermometer angewandt, welche im wesentlichen mit dem Maximum-Thermometer von Negretti & Zambsa (S. 1119) überein stimmen. Ein solches Therm. wird in aufrechter Lage in die Tiefe gelassen. Das Thermometer-Gehäuse ist so eingerichtet, dass das Instrument umgekehrt werden kann, sobald es die Tiefe erreicht hat, in der die Temp. gemessen werden soll. Die Länge des auf diese Weise abgetrennten Quecksilber-Fadens ist ein Maass für die Temp. die das Instrument im Augenblick des Wendens besass.

Die Oberfläche des Wassers kann durch Bestrahlung nicht so warm und durch Ausstrahlung nicht so kalt werden, als der feste Erdboden. Das Wasser stumpft die Temp.-Extreme ab und überträgt diesen Einfluss auch auf die Küsten. (Seeklima und Kontinental-Klima.) Die ungleiche Erwärmung des Wassers hat Strömungen zur Folge. Die an der Oberfläche durch Ausstrahlung oder in Folge der Verdunstung abgekühlten Wasserschichten senken sich so lange zu Boden, bis die ganze Wassermasse die Temp. des Wassers im Zustande seiner grössten Dichte zeigt. Diese ist für süsses Wassers 4°, für Salzwasser geringer, nach Versuchen — 2°. In Landseen herrscht im Winter sowohl wie im Sommer in der Tiefe, in welcher die Strahlung aufhört, eine Gleich-Temp. von nahezu 4°. — Bei stehenden Gewässern beginnt die Bildung des Eises an der Oberfläche. Die

*) Deutsche Bauzeitg. Jahrg. 1881, S. 56.

**) In Rüdersdorf und in Neusalzwerk wurde 1° für je 29 m, in Grenelle 1° für je 30 m beobachtet. In Sperenberg fand man:

220 m Tiefe	21,59°	408 m Tiefe	26,88°	596 m Tiefe	33,13°
282 m „	23,47	470 m „	29,10	659 m „	35,83
345 m „	26,43	533 m „	30,92	1064 m „	46,55

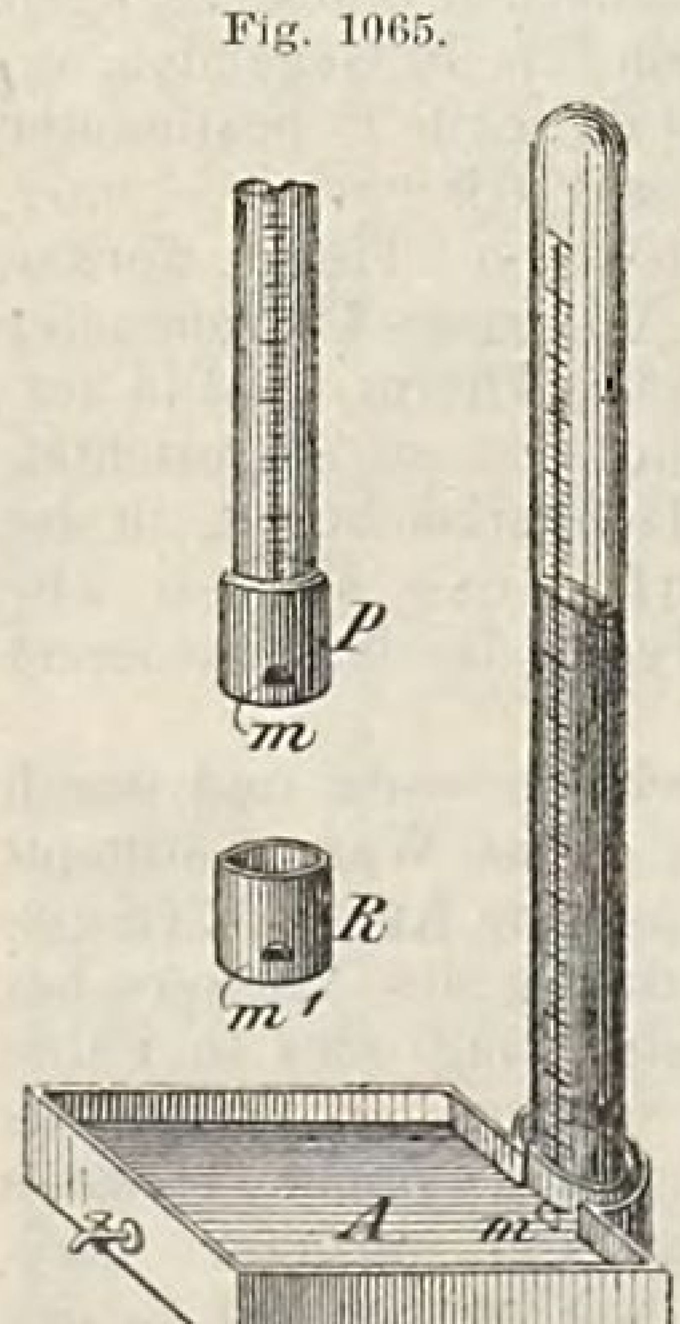
Eisdecke nimmt wegen der schlechten Wärmeleitung des Eises dann nur allmälig zu. Dicht unter dem Eise herrscht eine Temp. von 0°, die mit der Tiefe bis etwa 4° zunimmt. Bei bewegten, nicht sehr tiefen Gewässern geht, namentlich in sternenhellen Nächten, die Eisbildung zuerst auf der Sohle vor sich, indem diese ihre Wärme rascher ausstrahlt, als das darüber hinfliessende Wasser: Grundeis. Das Grundeis haftet häufig an den Steinen des Bodens und reisst sich erst in grössern Schollen ab, wenn diese im Stande sind die Steine des Grundes mit sich an die Oberfläche zu bringen. In der Sitzung des Elektrotechn. Vereins vom 27. 2. 1883 machte der Geh. Postrath Massmann die Mittheilung, dass dass im Memeler Tief auf 572 m Länge versenkte 3000 kg schwere, durch 5 Anker à 235 kg beschwerte Telegraphenkabel im Januar 1883 durch Grundeis theilweise an die Oberfläche gebracht worden sei und dass der Durchm. der Eisumhüllung etwa 2 m betragen habe.

Die Temp., welche man in den Tiefen des Meeres gefunden hat, ist sehr niedrig. Im Atlant. Ozean beträgt die Temp. in der Tiefe von etwa 3800 m an bis zum Grunde 2°; im Stillen Ozean von 2800 m an etwa 2°. In den arktischen und antarktischen Meeren sinkt die Temp. am Grunde auf — 1°,3 bis — 1°,4. Es ist anzunehmen, dass die kalten Gewässer, die den Boden der grossen Einsenkungen der Weltmeere bedecken, durch Strömungen aus den eiskalten Polarmeeren, dorthin geführt werden. Da wo das kalte Wasser durch die Form des Meeresbodens am Vordringen gehindert wird, findet man höhere Temp. So z. B. besitzt das Mittelmeer, jedenfalls in Folge der Erhebung des Bodens in der Meerenge von Gibraltar, (375 m) in einer Tiefe von 180—2800 m eine gleichförmige konstante Temp. von 12°,8, während der Atlant. Ozean ausserhalb Gibraltar in derselben Tiefe von 2800 m nur die Temp. von 3° hat.

III. Feuchtigkeit der Luft.

Wasser geht entweder durch Kochen oder durch Verdunstung in den dampfförmigen Zustand über. Der Siedepunkt des Wassers ist abhängig von dem Drucke unter dem dasselbe steht. Bei einem Barometerstande von 760 mm siedet Wasser bei 100°; bei 380 mm liegt der Siedepunkt an 82° und bei einem Drucke von 4,6 mm sogar an 0°. Die Verdunstung findet bei jeder Temp. statt, sogar das Eis verdunstet. Die zur Bestimmung der Grösse der Verdunstung dienenden Apparate: Atmometer, Evaporimeter, bestehen in der Regel aus einem runden flachen zylindrischen Gefässe, in welches ein nach Maass oder Gewicht bestimmtes Wasserquantum gefüllt wird. Aus der verdunsteten Wassermenge und dem Querschnitt des Gefässes findet man unmittelbar die Höhe der verdunsteten Wasserschicht. Man hat gefunden, dass Salzwasser langsamer verdunstet als süsses Wasser.

Fig. 1065.



Die Angaben der Atmometer weichen auch unter sonst ziemlich gleichen Umständen sehr von einander ab, was theils in der Konstruktions- und Aufstellungsweise, theils in Einflüssen, die noch nicht genügend ermittelt sind, seine Ursache haben kann. Ein Atmometer von Prestel*) konstruirt, welches sehr befriedigende Resultate liefern soll, ist in Fig. 1066 dargestellt. Dasselbe besteht aus einem oben offenen Blechgefäss *A* mit einem zylindrischen Ansatz an einer der Seiten, und einem kalibrirten, mit Skala versehenen, oben geschlossenen Maasszylinder, der in den zylindr. Ansatz gestellt wird. Aus diesem wird das in *A* verdunstete Wasser kontinuirlich ersetzt, und es kann an der Skala des Maasszylinders, der in beliebig langen oder kurzen Zeitabschnitten erfolgte Ersatz — also die Verdunstungsmenge — unmittelbar abgelesen worden. Für den Abfluss enthält der Maasszylinder am untern Ende eine kleine Oeffnung *m*. Diese Oeffnung ist mittels eines aufzuschiebenden Zylinders *R*

*) Prestel. A. a. O. S. 298.

(von etwas grösserm Durchmesser), der eine korrespondirende Oeffnung m' hat, zu öffnen oder zu schliessen. Handelt es sich darum, den Apparat in Betrieb zu setzen, so wird der Maasszylinder mit Wasser gefüllt, dann der (dicht schliessende) Zylinder R aufgesteckt und nunmehr wird durch m (bezw. m') so viel Wasser abgelassen, dass der Spiegel desselben mit dem (oben liegenden) Nullpunkt der Skala koindizirt. Alsdann wird nach Schliessung von m der Maasszylinder in den Ansatz des Kastens gestellt und m wieder geöffnet. In demselben Maasse als der Wasserspiegel in A sinkt, wird aus dem Maasszylinder Ersatz geleistet. — Wenn das Gefäss A mit Erde, Sand etc. gefüllt und vor die Oeffnung m ein Gazenetz gebracht wird, kann der Apparat auch zur Bestimmung der Verdunstungsmengen, die aus Erdschichten erfolgen, dienen.

Auf die Verdunstung (welche häufig, doch ohne jede eigentliche Begründung zu $^1/_3$ angenommen wird) sind von Einfluss die Bewegung der Atmosphäre, der Feuchtigkeitsgrad der Luft, der Luftdruck und die Beschaffenheit und Bedeckung des Bodens.

Einen besondern Einfluss äussert der Wald. Man hat gefunden, dass wenn die Verdunstung im Walde = 1 gesetzt wird, die relativen Verdunstungs-Zahlen für das Freie sind:

Frühling 2,32; Sommer 2,85; Herbst 3,01; Winter 2,83.

Dass diese Zahlen keine allgemeine Gültigkeit haben, sondern nur unter Umständen, welche denen ähnlich sind, aus denen sie ermittelt wurden, liegt auf der Hand. Dasselbe gilt von den folgenden Resultaten, welche aus 2jährigen Beobachtungen von Ebermayer*) sich ergaben:

1. Der Wald allein, ohne Streubedeckung des Bodens, vermindert die Verdunstung des Bodenwassers um etwa 62 Proz.
2. Eine Streubedeckung vermindert die Verdunstung um weitere 22 Proz.
3. Wald und Streudecke zusammen wirkend, vermindern die Verdunstung um 85 Proz.

Es würden hiernach bei Waldboden nur 38 bezw. 15 Proz. der gefallenen Regenmenge zum Versickern, bezw. zum Ablauf in die Flüsse, bezw. zur Quellenspeisung verbleiben.

v. Bebber**) gelangt aus den Beobachtungen, welche über die Beziehungen des Waldes zu Temp. und Verdunstung vorliegen, zu folgenden Schlüssen:

1. Auf den absoluten Wasserdampfgehalt der Luft übt der Wald keinen oder doch nur einen geringen Einfluss.
2. Dagegen ist die Waldluft relativ feuchter als die Luft im Freien; es beträgt nach Beobachtungen der Dampfgehalt der Luft durchschnittlich:

Im Freien:	Frühling 57;	Sommer 71,9;	Herbst 82,7;	Winter 84,2 Proz.
„ Walde:	„ 80,7;	„ 81,2;	„ 87,9;	„ 89,4 „

3. Durch den Wald werden die Temp.-Extreme abgestumpft, ohne dass die mittlere Wärme eine merkliche Aenderung erleidet. Durch grössere Entwaldungen werden die Temp.-Extreme einander schroffer gegenüber gebracht.
4. Durch Entwaldungen wird die Luft trockner, und wird namentlich im Sommer eine Periode der Dürre hervor gerufen.
5. Streunutzung befördert die Verdunstung und beeinträchtigt die Bodenfeuchtigkeit. —

Die Grösse der Verdunstung hat eine tägliche und eine jährl. Periode, die beide den entsprechenden Luft-Temp.-Perioden folgen.

Wenn die Luft so viel Wasser in Dampfform (nicht tropfenförmig) enthält, als die betr. Temperat. derselben es gestattet, so sagt man sie sei mit Wasserdampf gesättigt. In diesem Zustande ist das Maximum des Drucks oder der Spannkraft des Wasserdampfes vorhanden und diejenige Temp. die dem Zustande der Sättigung entspricht, heisst der Thaupunkt. Das in 1 $^{\mathrm{cbm}}$ Luft bei der Sättigung vorhandene Gewicht P des Wasserdampfes bestimmt sich nach der Formel:

$$P = 1000 \frac{0{,}6225 \,.\, 1{,}29}{1 + \alpha t} \frac{s}{760} \text{ (Gramm)}.$$

Darin bedeutet α den Ausdehnungskoeffiz. der Luft (= 0,003665), t die zugehörige

*) Ebermayer. Wirkungen des Waldes auf das Klima.
**) A. a. O. S. 104 ff.

Temp. und s die Dampfspannung, welche aus der weiter unten folgenden betr. Tabelle zu entnehmen ist.

Die Formel liefert die Werthe, die in der folgenden Tabelle zusammen gestellten Werthe des Wasserdampfgehalts der Luft beim Zustande der Sättigung:

Temp.	D. Gew.	Temp.	D. Gew.	Temp.	D. Gew.	Temp.	D. Gew.	Temp.	D. Gew.	Temp.	D. Gew.	Temp.	D. Gew.
— 20	1,06	4	6,38	12	10,6	20	17,2	28	27,1	40	51,0	133,9	1623
— 15	1,39	5	6,81	13	11,3	21	18,3	29	28,6	50	82,7	144	2112
— 10	2,30	6	7,27	14	12,0	22	19,4	30	30,2	60	13,0	152,2	2592
— 5	3,36	7	7,77	15	12,8	23	20,5	31	31,9	70	19,7	159,2	3060
± 0	4,89	8	8,27	16	13,6	24	21,6	32	33,7	80	29,1	165,3	3514
1	5,23	9	8,82	17	14,4	25	23,0	33	35,5	90	42,1	170,8	3971
2	5,59	10	9,38	18	15,1	26	24,3	34	37,4	100	59,2	175,8	4418
3	5,98	11	9,99	19	16,3	27	25,7	35	39,5	120,6	1120	180,3	4857

Gewöhnlich befindet sich die Luft nicht im Zustande der Sättigung. Die sogen. relative Feuchtigkeit, d. i. das Verhältniss des absoluten Feuchtigkeitsgehalts zum Maximum desselben, welches die Luft der jeweiligen Temp. entsprechend enthalten könnte, in Prozenten ausgedrückt, ist in der Regel geringer als 100. Bei Abkühlung der Luft wird die relative Feuchtigkeit grösser. Bei weiterer Abkühlung tritt der Zustand der Sättigung ein, und jede fernere Temp.-Erniedrigung hat dann die Ausscheidung von Wasserdampf zur Folge. Wird Luft im gesättigten Zustande z. B. von 25° auf 20° abgekühlt, so verliert 1 cbm 5,8 g Wasserdampf, der sich in irgend einer Niederschlagsform ausscheidet. Die bei der Kondensation frei werdende Wärme verlangsamt den Kondensations-Prozess. — Im metrischen Maasssystem entspricht das Gewicht des Wasserdampfes in 1 cbm Luft in g nahezu der Spannkraft des Wasserdampfes in mm Wassersäulenhöhe ausgedrückt. Enthält 1 cbm Luft z. B. 6 g Wasserdampf, so beträgt der Druck desselben fast genau 6 mm. Wäre die Temp. dieser Luft 10°, so wäre demnach die relative Feuchtigkeit:

$$\frac{6}{9,4} 100 = 64\,\%.\text{*)}$$

Tafel der Maximalspannung s des Wasserdampfes bei den Temperaturen — 30 bis + 40° in mm.

Temp.	s mm	Temp.	s mm	Temp.	s mm	Temp.	s mm	Temp.	s mm	Temp.	s mm	Temp.	Atm.
— 30	0,4	— 4	3,4	6	7,0	16	13,5	26	25,0	36	44,2	100	1
— 25	0,6	— 3	3,6	7	7,5	17	14,4	27	26,5	37	46,7	120,6	2
— 20	0,9	— 2	3,9	8	8,0	18	15,4	28	28,1	38	49,3	133,9	3
— 18	1,1	— 1	4,3	9	8,6	19	16,4	29	29,8	39	52,0	144	4
— 16	1,3	± 0	4,6	10	9,2	20	17,4	30	31,6	40	54,9	152,2	5
— 14	1,5	1	4,9	11	9,8	21	18,5	31	33,4	50	92,0	159,2	6
12	1,8	2	5,3	12	10,5	22	19,7	32	35,4	60	148,8	165,3	7
— 10	2,1	3	5,7	13	11,2	23	20,9	33	37,4	70	233,1	170,8	8
— 8	2,5	4	6,1	14	11,9	24	22,2	34	39,6	80	354,6	175,8	9
— 6	2,9	5	6,5	15	12,7	25	23,6	35	41,8	90	525,5	180,3	10
— 5	3,1												

In einer täglichen Periode nimmt die relative Feuchtigkeit regelmässig von den kältesten nach den wärmsten Stunden hin ab, nicht so in der jährlichen Periode. Nicht der Juli hat die trockenste Luft: von Ostpreussen bis Trier ist es der Mai oder Juni. Für Berlin ist die relative Feuchtigkeit im Durchschnitt:

Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Septbr.	Oktbr.	Novbr.	Dezbr.	Jahr.
84	80	76	69	65	66	67	69	73	79	83	84	75

Nach Vivenot nennt man ein Klima:

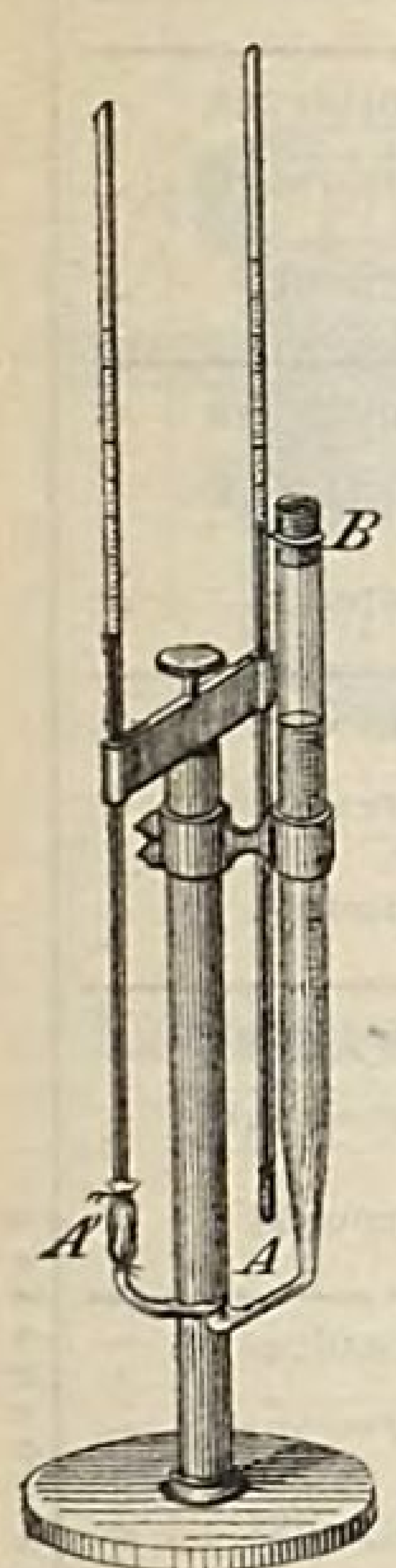
„sehr trocken", wenn die relative Feuchtigk. durchschnittl. unter 55 %,
„mässig trocken", „ „ „ „ „ „ 56—70 %,
„mässig feucht", „ „ „ „ „ „ 71—85 %,
„sehr feucht", „ „ „ „ „ „ 86—100 %.

Die verschiedenen Methoden zur Ermittelung des Feuchtigkeitsgehalts der Luft bezwecken entweder: 1. unmittelbar das Gewicht des in 1 cbm Luft enthaltenen Wasserdampfes fest zu stellen (unter Anwendung von Chlorcalcium, oder mit konzentrirter Schwefelsäure getränktem Bimstein), oder: 2. den Thaupunkt (mit dem Daniell'schen Hygrometer), oder: 3. die relative Feuchtigkeit (mittels Hygrometer, insbesondere des Saussure'schen), oder: 4. die Verdunstungskälte (mit dem August'schen Psychrometer) unmittelbar zu beobachten.

*) Vergl. hierzu S. 835.

Die Ermittelung des Feuchtigkeitsgehalts durch das August'sche Psychrometer zeichnet sich durch grosse Einfachheit und Leichtigkeit aus.

Fig. 1066.



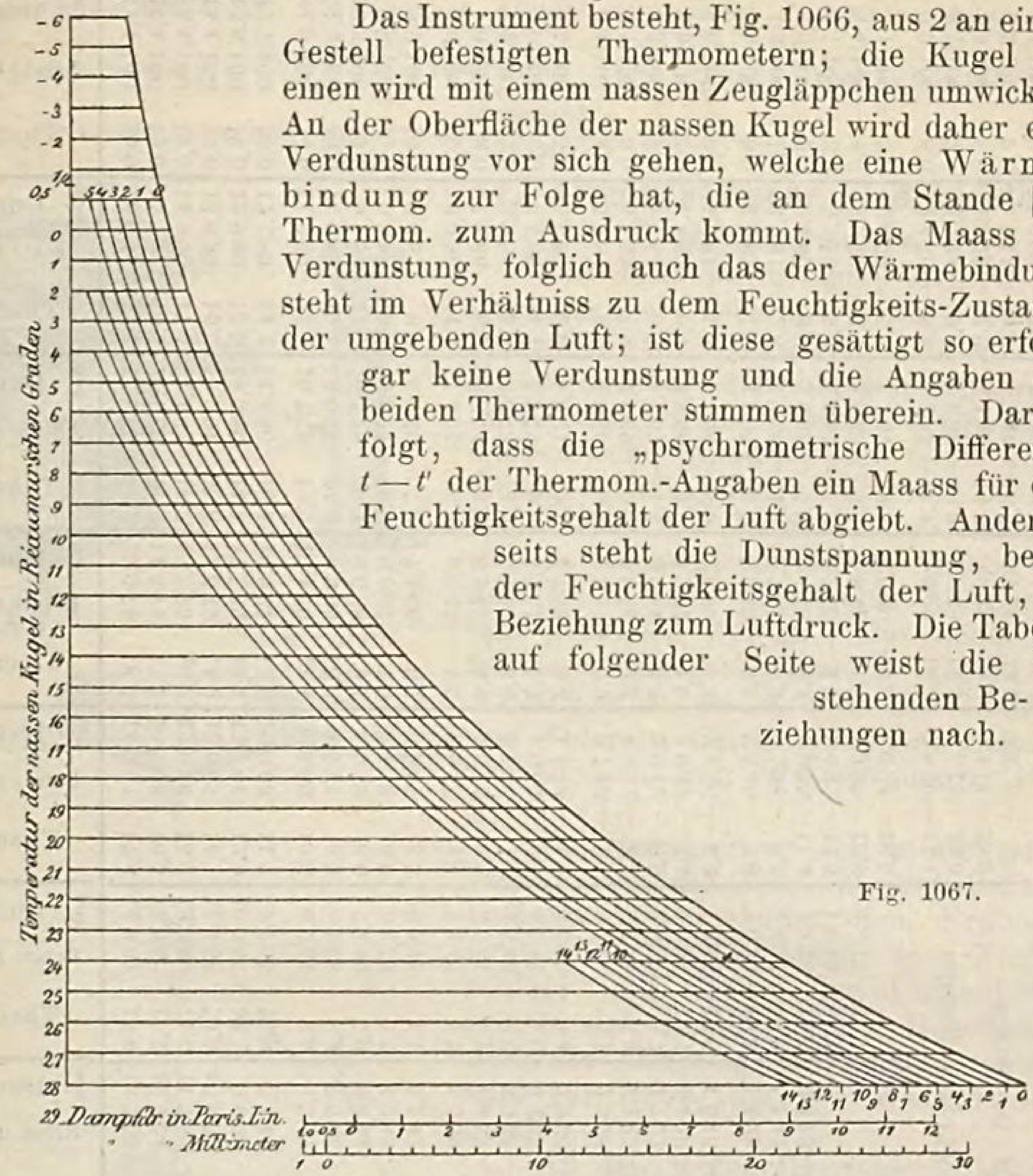


Fig. 1067.

Das Instrument besteht, Fig. 1066, aus 2 an einem Gestell befestigten Thermometern; die Kugel des einen wird mit einem nassen Zeugläppchen umwickelt. An der Oberfläche der nassen Kugel wird daher eine Verdunstung vor sich gehen, welche eine Wärmebindung zur Folge hat, die an dem Stande des Thermom. zum Ausdruck kommt. Das Maass der Verdunstung, folglich auch das der Wärmebindung, steht im Verhältniss zu dem Feuchtigkeits-Zustande der umgebenden Luft; ist diese gesättigt so erfolgt gar keine Verdunstung und die Angaben der beiden Thermometer stimmen überein. Daraus folgt, dass die „psychrometrische Differenz" $t - t'$ der Thermom.-Angaben ein Maass für den Feuchtigkeitsgehalt der Luft abgiebt. Andererseits steht die Dunstspannung, bezw. der Feuchtigkeitsgehalt der Luft, in Beziehung zum Luftdruck. Die Tabelle auf folgender Seite weist die bestehenden Beziehungen nach.

Köpcke hat (nach August's Angaben) ein Diagramm, Fig. 1067, hergestellt, welches direkt die Dunstspannung und mittels einer einfachen Division den entsprechenden Feuchtigkeitsgehalt in Prozenten ergiebt. In dem Diagramm stellt die äusserste Kurve die Dunstspannung beim Thaupunkt (in Qucksilbersäule gemessen) nach einem der Figur beigegebenen Maassstäben dar. Die übrigen nahezu äquidistanten Kurven, welche niedrigere Dunstdrucke als jenen darstellen, sind so bestimmt, dass jedes Intervall, welches auf derselben Ordin. zwischen 2 Kurven liegt (nach Reaumur'schen Skala gemessen), 1° Differenz in den Angaben der beiden Thermometer des Psychrometers entspricht. Bei Benutzung des Diagramms wird zunächst die Ordin. zu der Angabe des trocknen Thermometers auf der äussersten Kurve bestimmt, alsdann die Differenz gegen die Angabe des nassen Thermometers ermittelt, und es ist nun auf der erstgefundenen Ordin. so weit rückwärts zu messen, als diese Differenz auf einem der dem Diagramm beigefügten Maassstäbe beträgt.

Beispiel. Es zeigen in demselben Augenblick: das trockne Thermometer 18,3°, das nasse 13,7° (R). Welche Dunstspannung und welcher Sättigungsgrad ergeben sich hieraus? Für 18,3° ist die Länge der Ordin., d. h. der Dunstdruck beim Thaupunkt 20,5^{mm} (bezw. 9 par. Lin.). Die Differenz $18,3 - 13,7 = 4,6$. Geht man im Diagramm um 4,6 Ordin.-Intervalle aufwärts und bewegt sich dabei äquidistant mit den zu beiden Seiten liegenden Kurven so erhält man mit der auf der Abszissenaxe im Punkte 13,7 errichteten Ordin. einen Schnittpunkt, zu welchem die Ordin. 11^{mm} (5 par. Lin.) gehört. Demnach ist:

Augenblickliche Dunstspannung: 11^{mm} (bezw. 5 par. Lin.).

Augenblicklicher Feuchtigkeitsgehalt der Luft: $\frac{11 . 100}{2,05} = 53,2$ Proz.

Zu einer nähern Einsicht in die Beziehungen zwischen Druck, Gewicht und Dampfgehalt feuchter atmosph. Luft führt ein nach den betr. Gleichgn. auf Seite 835 berechnetes Zahlenbeispiel:

Psychrometer-Tafel.

Feuchtes Therm.	$t - t' = 0^0$ Dunstdruck mm	Relat. Feuchtigk.	Thaupunkt	$t - t' = 1^0$ Dunstdruck mm	Relat. Feuchtigk.	Thaupunkt	$t - t' = 2^0$ Dunstdruck mm	Relat. Feuchtigk.	Thaupunkt	$t - t' = 3^0$ Dunstdruck mm	Relat. Feuchtigk.	Thaupunkt
20	17,4	100	20,0	16,8	91	19,4	16,2	82	18,2	15,6	74	18,2
19	16,4	100	19,0	15,7	91	18,4	15,1	82	17,8	14,5	74	17,1
18	15,4	100	18,0	14,8	90	17,4	14,1	81	16,7	13,5	73	16,0
17	14,4	100	17,0	13,8	90	16,3	13,2	81	15,6	12,6	72	14,9
16	13,5	100	16,0	12,9	90	15,3	12,3	80	14,5	11,7	72	13,7
15	12,7	100	15,0	12,1	89	14,2	11,5	80	13,4	10,9	71	12,6
14	11,9	100	14,0	11,3	89	13,2	10,7	79	12,3	10,1	70	11,4
13	11,2	100	13,0	10,6	89	12,1	10,0	78	11,2	9,3	69	10,3
12	10,5	100	12,0	9,9	88	11,1	9,3	78	10,1	8,6	68	9,1
11	9,8	100	11,0	9,2	88	10,0	8,6	77	9,0	8,0	67	7,9
10	9,2	100	10,0	8,6	87	9,0	8,0	76	7,9	7,4	66	6,7
9	8,6	100	9,0	8,0	86	7,9	7,4	75	6,8	6,8	65	5,5
8	8,0	100	8,0	7,4	86	6,9	6,8	74	5,6	6,2	63	4,2
7	7,5	100	7,0	6,9	86	5,8	6,3	73	4,5	5,7	62	3,0
6	7,0	100	6,0	6,4	85	4,7	5,8	72	3,3	5,2	61	1,7
5	6,5	100	5,0	5,9	85	3,6	5,3	71	2,1	4,7	59	0,4
4	6,1	100	4,0	5,5	84	2,5	4,9	70	0,9	4,3	57	− 0,9
3	5,7	100	3,0	5,1	83	1,5	4,5	69	− 0,3	3,9	56	− 2,2
2	5,3	100	2,0	4,7	83	0,3	4,1	67	− 1,5	3,5	54	− 3,5
1	4,9	100	1,0	4,4	82	− 0,7	3,8	66	− 2,7	3,2	52	− 4,9
0	4,6	100	0,0	4,0	81	− 1,8	3,4	64	− 3,9	2,8	50	− 6,3
− 0	4,6	100	0,0	4,1	82	− 1,7	3,5	67	− 3,5	3,0	53	− 5,5
− 1	4,3	100	− 1,0	3,7	81	− 2,8	3,2	65	− 4,6	2,7	51	− 6,9
− 2	4,0	100	− 2,0	3,4	80	− 3,8	2,9	63	− 5,9	2,4	48	− 8,4
− 3	3,7	100	− 3,0	3,1	79	− 5,0	2,6	61	− 7,3	2,1	45	− 9,9
− 4	3,4	100	− 4,0	2,9	78	− 6,1	2,3	59	− 8,6	1,8	43	−11,6
− 5	3,1	100	− 5,0	2,6	77	− 7,3	2,1	57	− 9,9	1,6	40	−13,5
− 6	2,9	100	− 6,0	2,4	76	− 8,4	1,9	55	−11,4	1,3	36	−15,5
− 7	2,7	100	− 7,0	2,2	74	− 9,6	1,6	52	−13,0	1,1	32	−17,7
− 8	2,5	100	− 8,0	1,9	73	−10,9	1,4	49	−14,7	0,9	28	−20,2
− 9	2,3	100	− 9,0	1,7	71	−12,2	1,2	46	−16,5	0,7	24	−23,1
−10	2,1	100	−10,0	1,6	69	−13,6	1,0	42	−18,5	0,5	20	−26,4

Feuchtes Therm.	$t - t' = 4^0$ Dunstdruck mm	Relat. Feuchtigk.	Thaupunkt	$t - t' = 5^0$ Dunstdruck mm	Relat. Feuchtigk.	Thaupunkt	$t - t' = 6^0$ Dunstdruck mm	Relat. Feuchtigk.	Thaupunkt	$t - t' = 7^0$ Dunstdruck mm	Relat. Feuchtigk.	Thaupunkt
20	14,9	67	17,6	14,3	61	16,9	13,7	55	16,2	13,1	49	15,5
19	13,9	66	16,5	13,3	60	15,7	12,7	54	14,9	12,1	48	14,2
18	12,9	66	15,2	12,3	59	14,5	11,7	53	13,7	11,1	47	12,9
17	12,0	65	14,1	11,4	58	13,3	10,8	52	12,5	10,1	46	11,5
16	11,1	64	12,9	10,5	57	12,1	9,9	50	11,1	9,3	44	10,2
15	10,3	63	11,7	9,7	55	10,8	9,1	49	9,8	8,4	43	8,8
14	9,5	62	10,5	8,9	54	9,5	8,3	47	8,4	7,7	41	7,3
13	8,7	61	9,3	8,1	53	8,2	7,5	46	7,1	6,9	40	5,8
12	8,0	59	8,0	7,4	52	6,9	6,8	44	5,6	6,2	38	4,3
11	7,4	58	6,8	6,8	50	5,5	6,2	43	4,1	5,6	36	2,7
10	6,8	57	5,5	6,2	48	4,1	5,5	41	2,6	4,9	34	1,0
9	6,2	55	4,1	5,6	47	2,7	5,0	39	1,1	4,4	32	− 0,7
8	5,6	54	2,8	5,0	45	1,2	4,4	37	− 0,6	3,8	30	− 2,5
7	5,1	52	1,5	4,5	43	− 0,3	3,9	35	− 2,2	3,3	28	− 4,4
6	4,6	50	0,0	4,0	41	− 1,9	3,4	33	− 4,0	2,8	25	− 6,4
5	4,1	48	− 1,4	3,5	39	− 3,4	2,9	30	− 5,8	2,3	22	− 8,6
4	3,7	46	− 2,8	3,1	36	− 5,1	2,5	28	− 7,7	1,9	19	−11,0
3	3,3	44	− 4,3	2,7	34	− 6,8	2,1	25	− 9,8	1,5	16	−13,9
2	2,9	42	− 5,9	2,3	31	− 8,7	1,7	22	−12,3	1,1	13	−17,5
1	2,6	39	− 7,5	2,0	28	−10,7	1,4	18	−15,1	0,8	10	−21,8
0	2,2	36	− 9,2	1,6	25	−13,0	1,0	15	−18,5	0,4	6	−28,0
− 0	2,5	40	− 7,8	2,0	30	−10,5	1,4	20	−15,1	0,9	12	
− 1	2,2	38	− 9,5	1,6	27	−12,9	1,1	17	−17,5			
− 2	1,9	35	−11,4	1,3	23	−15,5	0,8	13	−21,5			
− 3	1,6	32	−13,5	1,0	19	−18,4						
− 4	1,3	28	−15,8	0,8	15	−21,7						
− 5	1,0	24	−18,5									
− 6	0,8	20	−21,4									
− 7	0,6	16	−25,0									
− 8	0,4	11	−29,8									
− 9	0,2	6										

Feuchtes Therm.	$t - t' = 8^0$ Dunstdruck mm	Relat. Feuchtigk.	Thaupunkt	$t - t' = 9^0$ Dunstdruck mm	Relat. Feuchtigk.	Thaupunkt	$t - t' = 10^0$ Dunstdruck mm	Relat. Feuchtigk.	Thaupunkt	$t - t' = 11^0$ Dunstdruck mm	Relat. Feuchtigk.	Thaupunkt
20	12,5	44	14,7	11,9	40	13,9	11,3	36	13,0	10,6	32	12,3
19	11,4	43	13,4	10,8	39	12,5	10,2	34	11,6	9,6	30	10,7
18	10,5	42	12,0	9,9	37	11,1	9,2	33	10,1	8,5	29	9,1
17	9,5	40	10,6	8,9	36	9,6	8,3	31	8,5	7,7	27	7,4
16	8,7	39	9,2	8,1	34	8,1	7,4	30	6,9	6,8	26	5,6
15	7,8	37	7,7	7,2	33	6,5	6,6	28	5,2	6,0	24	3,8
14	7,0	36	6,1	6,4	31	4,8	5,8	26	3,4	5,2	22	1,8
13	6,3	34	4,5	5,7	29	3,0	5,1	25	1,4	4,5	20	− 0,3
12	5,6	32	2,8	5,0	27	1,2	4,4	22	− 0,6	3,8	18	− 2,5
11	5,0	30	1,0	4,4	25	− 0,7	3,7	20	− 2,7	3,1	16	− 5,0
10	4,3	28	− 0,8	3,7	23	− 2,8	3,1	18	− 5,0	2,5	14	− 7,7
9	3,8	26	− 2,7	3,2	20	− 4,9	2,5	16	− 7,6	1,9	11	−10,9
8	3,2	24	− 4,7	2,6	18	− 7,3	2,0	13	−10,5	1,4	9	−14,0
7	2,7	21	− 6,9	2,1	15	−10,0	1,5	10	−14,2	0,9	6	−20,4
6	2,2	18	− 9,3	1,6	13	−13,2	1,0	7	−18,9	0,4	3	−29,2
5	1,7	16	−12,2	1,1	10	−17,4	0,5	4	−26,0			
4	1,3	13	−15,7									
3	0,9	9	−20,0									
2	0,5	6	−26,2									
1	0,2	2										

Beispiel. Feuchte atmosph. Luft von $t = 20^0$ habe eine Thaupunkts-Temperat. $t_s = 10^0$ und eine spezif. Pressung $p = 10000$ kg (entsprech. einem Barom.-Stande $= 735{,}51$ mm). Wegen $t_s = 10^0$ ist: $\gamma_s = 0{,}00921$ und: $p_s = p_d = 124{,}6$ kg,

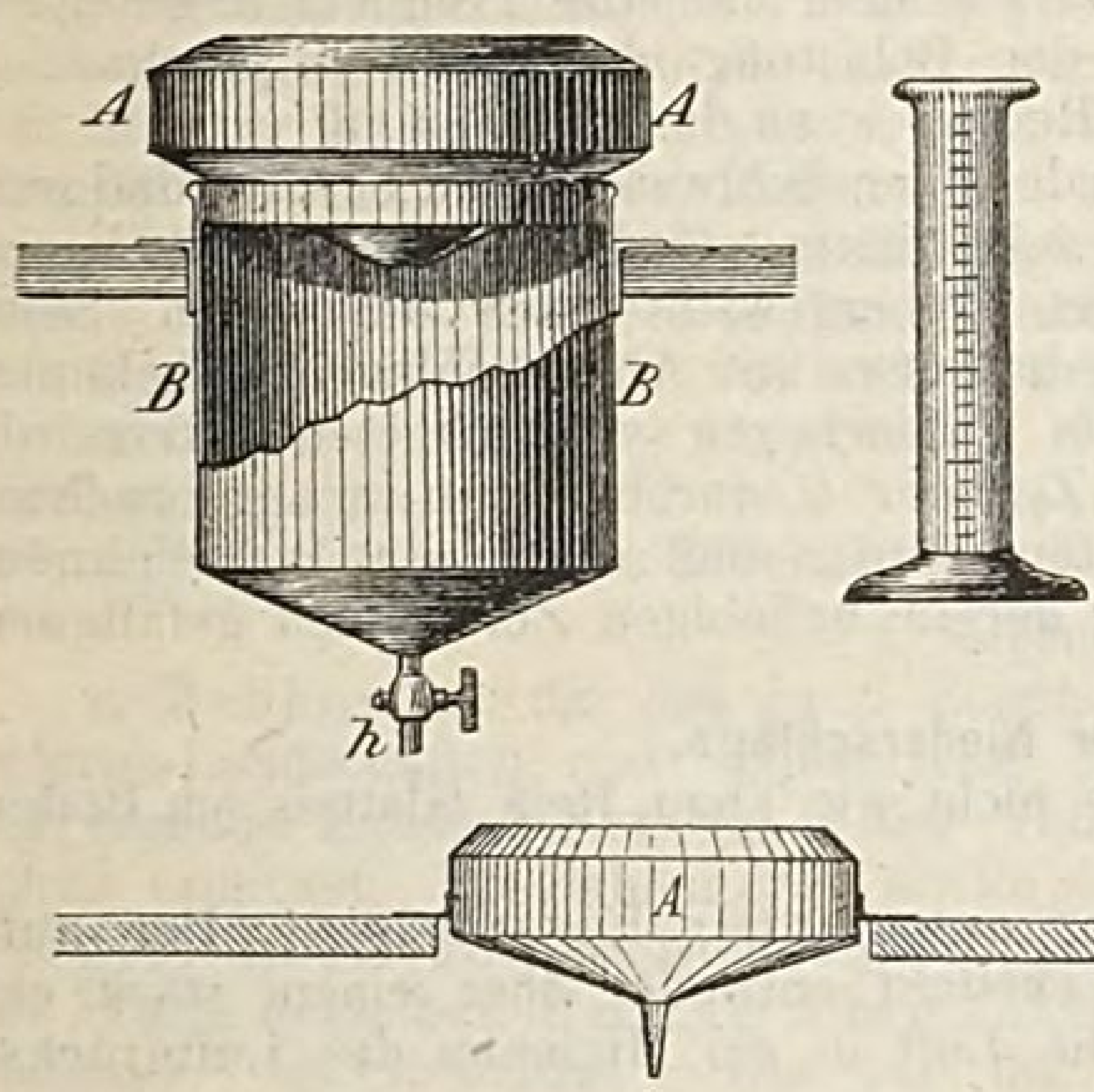
mithin: $P = 12{,}63$ und folglich: $\gamma_d = 0{,}00921 \, \frac{270{,}37}{280{,}37} = 0{,}0088815$ kg.

Ferner ist: $p_l = 10000 - 124{,}6 = 9875{,}4$ kg und dem zufolge: $\gamma_l = \frac{9875{,}4}{29{,}27 \, . \, 293} = 1{,}1515$ kg, so dass also 1 cbm der Mischung das Gew.: $\gamma = \gamma_l + \gamma_d = 1{,}1604$ kg hat.

Wäre die Luft bei $p = 10000^{kg}$ und $t = 20^0$ absolut trocken, so würde 1^{cbm} $1{,}16603^{kg}$ wiegen; feuchte Luft ist also (wie sich übrigens auch leicht allgemein beweisen lässt) spezif. leichter, als trockne.

Durch Vergleichung der Werthe von γ_l und γ_d ergiebt sich endlich, dass unter obigen Verhältnissen 1^{kg} trockene Luft $\frac{0{,}0088815}{1{,}1515} = 0{,}007713^{kg}$ (überhitzten) Wasserdampf beigemengt enthält. Die relat. Feuchtigkeit ist: $s = \frac{0{,}0088815}{0{,}01703} = 52{,}5$ Proz.

Fig. 1068.



VI. Atmosphärische Niederschläge.

a. Messinstrumente.

Die Instrumente zum Messen der Regenmenge heissen Ombrometer, Pluviometer, Udometer oder auch Hyetometer. Es sind kupferne nach unten sich trichterförmig verjüngende Gefässe mit quadratischer oder kreisförmiger Auffangfläche von 200—250 ^{qcm}, Fig. 1068. Die Niederschläge sammeln sich in einem zylindrischen Ansatz, aus dem sie in eine Maassröhre abgelassen und gemessen werden. Bei Schneefall ist ein vorheriges Schmelzen des in das Auffanggefäss gelangten Schnees nöthig; das Volumen frisch gefallenen Schnees verhält sich zum Wasservolumen etwa wie 15 : 1.

Der Regenmesser soll so aufgestellt werden, dass die Oberkante des Auffanggefässes sich 1^m über dem Erdboden befindet. Aus Volumen des Niederschlags und Grösse der Auffangfläche ergiebt sich unmittelbar die Regenhöhe; wenn die Ablesung in Beziehung gesetzt wird zur Zeit, die pro Zeiteinheit gefallene.

An den meteorologischen Stationen werden bisher nur die in längern Perioden (8 — 12 Stunden) gefallenen Regenmengen bestimmt. Die Kenntniss dieser Mengen ist für die Technik von geringerer Bedeutung als die der verschiedenen Intensitäten eines Regenfalls, und der entsprechenden Zeiten.

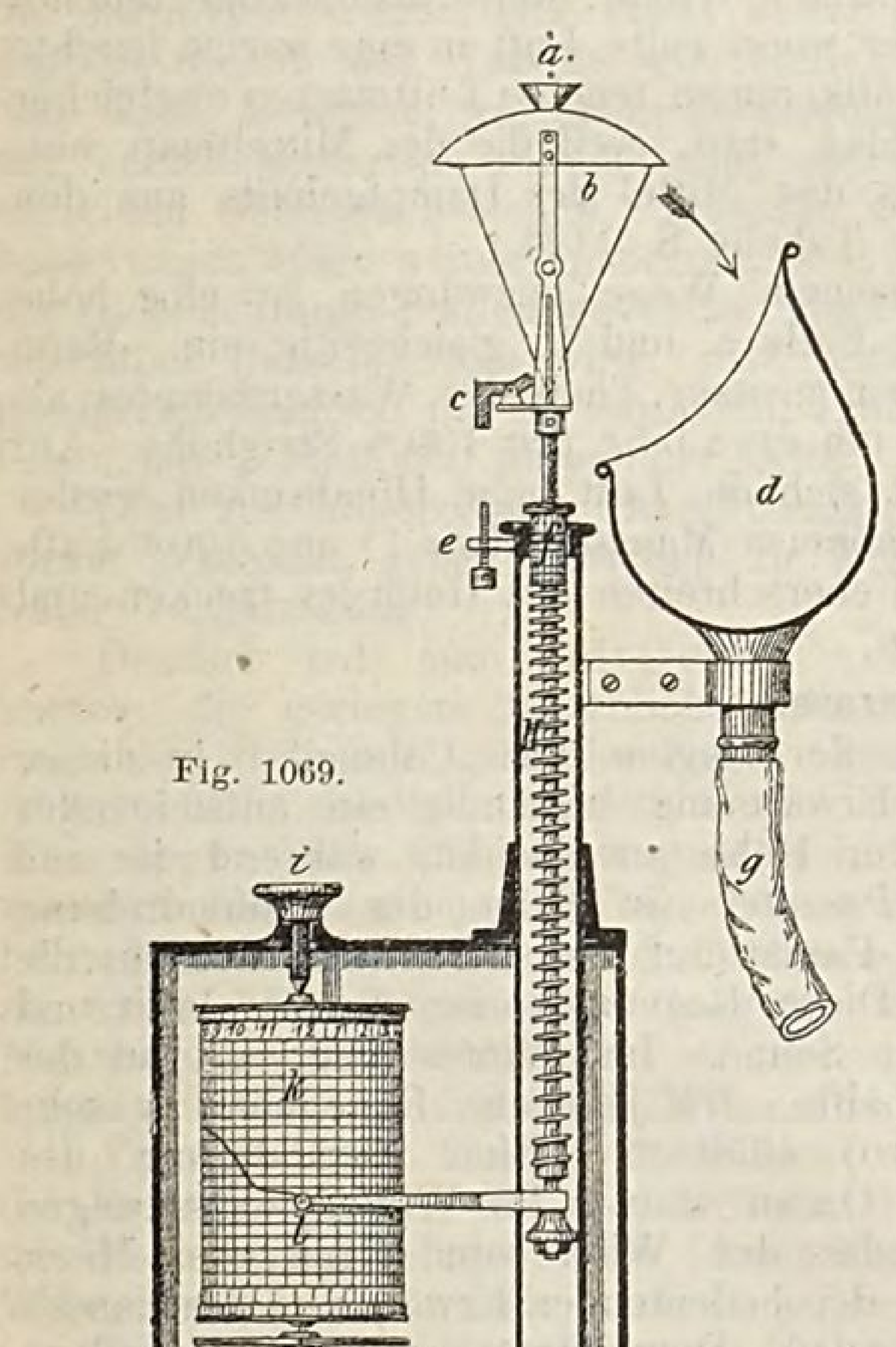


Fig. 1069.

Bis zu einem gewissen Genauigkeitsgrade gestatten zwar auch die gewöhnlichen Regenmesser diese Bestimmungen; doch ist dabei allzuviel von dem persönlichem Eifer des Beobachters abhängig und die Leistung auch eine zu schwierige, als dass anders als ausnahmsweise der Verlauf eines schweren Regenfalls nach Intensitäten und Zeiten bestimmbar wäre. Diesem Mangel ist nur abzuhelfen durch Benutzung selbstregistrirender Regenmesser, welche eine kontinuirliche grafische Darstellung des Verlaufs eines Regens liefern. Aus neuerer Zeit liegt eine bezügliche einfache Konstruktion von Dr. Maurer in Zürich vor, welche von der mechan. Werkstätte von Hottinger & Cie. in Zürich ausgeführt wird; dieselbe

ist in Fig. 1069 dargestellt. Der Konstruktion liegt das Prinzip der Federwage zu Grunde. *A* ist das Auffanggefäss von 250 qcm Grösse, aus welchem das Wasser (Schnee wird durch Anbringen einer kleinen Flamme unter dem Boden von *A* geschmolzen) in ein Kippgefäss *b* gelangt, das nach unten hin in einem Stahlstäbchen sich fortsetzt, welches am Ende einen Schreibstift *l* trägt, und mit letzterm sich auf eine Spiralfeder *H* stützt. *H* ist oben an einer Regulirschraube *f*, welche zum freien Durchgang des Stahlstäbchens hohl ausgeführt ist, befestigt. Der Schreibstift verzeichnet auf dem um eine Trommel *k* gelegten quadrirten Papierblatt eine Kurve, die der Belastung durch die Kippschale *b* entspricht. Letztere fasst genau 500 ccm Regen; wenn diese Belastung erreicht ist, stösst ein kleiner Kniehebel *c* auf das Ende einer Schraube *e* und bewirkt dadurch leicht eine Auslösung des sich alsbald selbstthätig wieder einstellenden Kippgefässes — welches ohnehin ein kleines Uebergewicht nach der einen Seite besitzt. Die dann erfolgende Entleerung in einen mit Ablaufschlauch versehenen Trichter *d* markirt sich in der auf dem Papierbogen verzeichneten Kurve als gerade und senkrechte Linie. Da der Zylinder *k* durch ein in *m* angebrachtes Uhrwerk in beständiger Drehung erhalten wird, sind durch das verzeichnete Diagramm alle Elemente zur Bestimmung der in beliebigen Zeiträumen gefallenen Regenhöhen gegeben.

b. Entstehung der Niederschläge.

Die wässerigen Niederschläge, welche nicht wie Thau, Reif, Glatteis am Boden selbst sich bilden, können entstehen:

a. durch die Wirkung des Aufsteigens erwärmter Luftschichten. Der aufsteigende Luftstrom, *courant ascendant*, entsteht entweder über einem stark erwärmten Boden, oder aber auch, indem die Luft in ein Minimum des Luftdrucks, einen Wirbel hinein gezogen wird;

b. durch die Vermischung ungleich warmer Winde: wenn also warme feuchte Winde über kalte Gegenden streichen, oder wenn kalte Luft in eine warme feuchte Luftmasse eindringt. Mischen sich zwei vollkommen feuchte Luftmassen ungleicher Temp., so findet jedesmal ein Niederschlag statt, weil die der Mitteltemp. entsprechende Dampfmenge geringer ist, als das Mittel des Dampfgehalts aus den beiden sich mischenden Massen (vergl. die Tabelle S. 1124.)

Wenn ein feuchter Luftstrom auf seinem Wege gezwungen ist eine hohe Bergkette zu überschreiten, so treten die Fälle a. und b. gleichzeitig ein. Beim Emporsteigen des Stroms scheidet sich ein grosser Theil des Wasserdampfes als Regen oder Schnee aus. Die Temp. sinkt um etwa 0,5° pro 100 m Steighöhe. Auf der andern Seite der Bergkette erwärmt sich die Luft beim Hinabsinken wieder und zwar, da sie nun trockner ist, in viel höherm Maasse: etwa 1° pro 100 m Fallhöhe, so dass also der Wind durch das Ueberschreiten des Gebirges trocken und heiss wird, wie z. B. der Schweizer „Föhn".

c. Regenzonen.

1. Zone der tropischen Regen in der Region der „Calmen". In dieser Region herrscht in Folge der starken Erwärmung beständig ein aufsteigender Luftstrom, der seinen Dampfgehalt mit der Höhe ausscheidet, während die von Norden und Süden unten eindringenden „Passate" (in Folge der Erdumdrehung N. O.-Passat auf der nördlichen und S. O.-Passat auf der südlichen Erdhälfte) die entstandene Lücke auszufüllen suchen. Diese Regenzone ist etwa 6° breit und wandert, wie die beiden Passate, mit der Sonne. Im Winter liegt sie auf der südl., im Sommer auf der nördlichen Erdhälfte. Die jährliche Regenhöhe ist sehr bedeutend, z. B. in Vera Cruz (Mexico) 4650 mm. Eine Veränderung des N. O.-Passats findet u. a. im Indischen Ozean statt. Im Winter weht wegen der bedeutenden Abkühlung des Festlandes der Wind vom Land zum Meer, (N. O.-Monsun) und im Sommer wegen der bedeutenden Erwärmung des Landes beständig vom Meer zum Land (S. W.-Monsun). Dem letztern und dem Hymalaya verdankt Vorder-Indien seine ungemein grosse Regenmenge. Grösste beobachtete Regenmenge auf der Erde in Cherraponjee (nordöstl. von Calcutta) jenseits des nördl. Wendekreises, 1250 m über dem Meere, 15480 mm (610 engl. Zoll).

2. Zone der subtropischen Regen. In der Region der beiden Passate herrscht im allgemeinen Regenlosigkeit (so weit nicht die Kontinente Abweichungen hervor rufen) weil die aus kältern Gegenden kommende Luft auf ihrem Wege über

wärmere Striche relativ trockner wird. In Folge des Wanderns der Passate mit der Sonne werden die Gegenden an den Polargrenzen derselben (zwischen dem 30. und 40. Parallelkreise) zeitweise von ihnen aufgenommen (auf der nördl. Erdhälfte im Sommer) also regenlos sein, und zeitweise ausserhalb der Passatzone liegen (auf der nördl. Erdhälfte im Winter). Diese an der Polargrenze der Passate gelegene Zone ist die der subtropischen Regen. In Europa läuft die nördliche Grenze der subtropischen Regen parallel zur Nordküste von Spanien, durchschneidet die Pyrenäen, durchläuft das Po-Thal und wendet sich dann nach Konstantinopel, und von da nach der Mitte des kaspischen Meeres.

In den höhern Breiten kommt eine eigentliche Regenzeit nicht vor. In Europa fällt die grösste Regenmenge auf verschiedene Zeiten; auch ist die Regenhöhe für verschied. Orte sehr ungleich. Für das mittlere Europa lassen sich nach v. Bebber zwei verschiedene Zonen des Niederschlags unterscheiden:

1. Das Gebiet mit vorwaltenden Herbstregen, an den Westküsten; 2. das Gebiet mit überwiegenden Sommerregen im Innern Europas. Die Herbstregen werden durch Vermischung horizontal gerichteter Luftströme, die Sommerregen hauptsächlich durch den *courant ascendant* hervor gerufen.

d. Regenmengen.

v. Bebber hat für das in 3 Zonen: norddeutsches Tiefland, mitteldeutsche Gebirgs-Landschaften und süddeutsche Mittelgebirgs-Landschaften, sowie einige angrenzende Landschaften die in der Tabelle S. 1130, 1131 verzeichneten Regenhöhen ermittelt. Die Zahlen der Tabelle sind keineswegs alle aus gleich langen sowie aus gleichzeitigen Beobachtungs-Perioden hervor gegangen, und ausserdem wird der Werth derselben durch die Ungleichheiten in der Vertheilung der Beobachtungs-Stationen beeinträchtigt. Die bei der obigen Zusammenfassung in Gruppen erlangten Mittelzahlen (einfache arithmetiche Mittel) haben deshalb auch nur bedingten Werth; eine etwas weiter gehende Annäherung an die Wirklichkeit dürften die in der Tabelle gleichfalls aufgeführten Mittelwerthe M_1, M_2, M_3 und bezw. M bieten, welche in ersichtlich gemachter Weise unter Berücksichtigung der Verschiedenheiten gebildet sind, welche in der Anzahl der Stationen in den einzelnen Gebieten bestehen. Indessen auch noch diese Zahlen lassen zu Verbesserungen einen weiten Spielraum, weil in ihnen das in der ungleich dichten Lage der Beobachtungs-Stellen gegebene Moment ausser Betracht geblieben ist. Wie wesentlich dasselbe sein wird, tritt hervor wenn man in der Tabelle z. B. das Königreich Sachsen mit 28 Stationen, Lothringen mit nur 1 Station und die Provinz Posen mit 2 Stationen aufgeführt sieht.

Dies zur allgemeinen Charakterisirung des Werthes der Zahlen der Tabelle vorauf geschickt, geben dieselben zu folgenden weitern Bemerkungen allgemeiner Natur Veranlassung:

Deutlich tritt eine zeitliche Periode in der Vertheilung der Regenhöhe hervor: die geringste Regenhöhe fällt im Monat Februar, die grösste je nach Lage der Stationen, nahe der Küste oder mehr im Binnenlande, in den Juli oder August. Die einzelnen Monate in den zeitlichen 3 Gruppen: Januar, Februar, März bezw. Juni, Juli und August, sowie September, Oktober, November, weisen ziemlich übereinstimmende Regenhöhen auf; eine noch grössere Uebereinstimmung herrscht aber unter den beiden Monaten Mai und Dezember. — Vom Februar an nimmt die Regenmenge langsam mit ziemlicher Gleichmässigkeit bis zum Maximum im Juli oder August zu, um von da zunächst ziemlich rasch und weiterhin langsamer in unregelmässiger Weise sich wieder zu vermindern.

Von W. nach O. und noch mehr von SW. nach NO. fortschreitend nimmt die Regenmenge ab, aus dem Grunde, dass die aus südlicher Richtung kommende mit Wasserdampf beladene Luft, (deren Richtung vorwiegend südwestlich ist) von ihren Wasserdampf um so mehr verliert, je weiter sie nach N. und O. vordringt.

Dieser allgemeine Gang im Fallen der Regenmenge wird modifizirt einerseits durch die Belegenheit der Stationen: ob Küsten- oder Binnenland, andrerseits durch die Höhenlage derselben: ob Tief- oder Bergland. An denjenigen Stationen, welche unter dem Einfluss der Nordsee stehen, verschieben sich Regen-Minimum und Regen-Maximum etwas dem Herbste zu und, sind die Regenfälle in der 1. Hälfte des Jahres gering. Gleichartige Erscheinungen treten in den sub D. der Tabelle aufgeführten Nachbar-Gebieten ein.

Tabelle über **mittlere monatliche, vierteljährliche** und **jährliche** Niederschlagshöhen.

	Zahl d. Beob.-Stat. $= n$	Regenhöhe in mm												Vierteljahr				Pro Jahr
		Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Oktobr.	Novbr.	Dezbr.	1.	2.	3.	4.	
A. Norddeutsches Tiefland.																		
1. Schleswig-Holstein																		
a. Nordsee-Küste	7	45,5	38	**36**	44	41	56,5	60	75	**96,5**	70	62	62,5	119,5	141,5	231,5	194,5	687
b. Ostsee-Küste	12	43,5	35,5	**34**	35,5	43	58	59,5	68,5	**74**	55	55	58,5	113	136,5	202	168,5	620
2. Mecklenburg	9	32,5	31	**29,5**	31,5	39,5	56	**66,5**	56,5	44,5	37,5	37	42	93	127	167,5	116,5	504
3. Pommern	6	35	**32**	32,5	41	44	60,5	**69,5**	69	52	46,5	46,5	43,5	99,5	145,5	190,5	136,5	572
4. Westpreussen	3	29,5	**25**	28,5	26	47	56,5	**68,5**	67	49,5	38	42	32,5	83	129,5	185	112,5	510
5. Ostpreussen	4	34	**29**	30	34,5	48,5	67	**82,5**	76,5	61	53	46,5	36,5	93	150	220	136	599
6. Hannover und Oldenburg	5	50,5	**41**	44	40,5	50,5	61	69,5	**87**	79,5	67,5	65,5	61	135,5	152	236	194	718
	7	44,5	**39**	45,5	43	54,5	70	**79**	74	56	50	51	55,5	129	167,5	209	156,5	662
7. Brandenburg	11	**35,5**	**35,5**	36,5	40	46,5	65	**67,5**	62	40	**35,5**	41	43	107,5	151,5	169,5	119,5	548
8. Posen	2	30	31,5	**28**	36	43	64	62,5	**69**	43,5	33,5	30	35	89,5	143	175	107,5	515
9. Schlesische Ebene	10	29,5	**27**	35	40,5	53	**79,5**	75,5	73	47,5	41,5	38,5	35,5	91,5	173	196	115,5	576
10. Westfalen	6	52	56	**49**	53,5	60,5	79	77	**79,5**	59,5	66,5	66,5	66	157	193	216	199	765
11. Niederrhein	6	52	50	51	**45,5**	56	64,5	66,5	**67,5**	58	63,5	55,5	63	153	166	192	182	693
Mittel: $\frac{S_1}{N_1} = \frac{S_1}{88} =$	88 —	39,5	**36,2**	36,9	39,3	48,2	64,4	69,5	**71,1**	58,6	50,6	49	48,8	113	152	199	149	613
$M_1 = \frac{n_0 s_0 + n_1 s_1 + n_2 s_2 \ldots}{n_0 + n_1 + n_2 \ldots} =$	—	39,8	**36,3**	37,2	39,7	47,9	64,7	69	**70**	58,7	50,4	49,2	49,9	113,3	152,3	197,7	149,5	613
B. Mitteldeutsche Mittelgebirgs-Landschaften.																		
12. Rhein. Schiefergebirge	6	52,5	**38**	42,5	45,5	57	66	**69**	61	50	54	55,5	53	133	168,5	180	162,5	644
13. Hessen	8	43,5	**36**	37,5	45	56,5	70	**72**	66	44	56,5	51	50	117	171,5	182	157,5	628
14. Prov. Hessen und Thüringen	13	**32,5**	38	37,5	47	55,5	71	**73,5**	64	45	46,5	50,5	44	108	173,5	182,5	141	605
15. Harz	6	**59**	66	67	63,5	69,5	96	**109,5**	93	77	70,5	73,5	80,5	192	229	279,5	224,5	925
16. Königreich Sachsen	28	**30,5**	40	42	53,5	58	**79,5**	77	63,5	38	45,5	56,5	50	112,5	191	178,5	152	634
17. Schlesisches Gebirge	8	**34**	**34**	46	55,5	69,5	90	**94**	93,5	61	44	47,5	45	114	215	248,5	136,5	714
Mittel: $\frac{S_2}{N_2} = \frac{S_2}{69} =$	69 —	**42**	**42**	45,4	51,7	61	78,8	**82,5**	73,5	52,5	52,8	55,8	53,7	129,5	191,5	208,5	162,5	692
$M_2 = \frac{n_0 s_0 + n_1 s_1 + n_2 s_2 \ldots}{n_0 + n_1 + n_2 \ldots} =$	—	**37,2**	40,6	43,3	51,7	59,6	78,3	**79,9**	69,7	47,1	49,7	55,1	51,2	121	189	197	156	663

	Zahl d. Beob.-Stat. $= n$	Regenhöhe in mm												Vierteljahr				Pro Jahr
		Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	Oktobr.	Novbr.	Dezbr.	1.	2.	3.	4.	
C. Süddeutsche Mittelgebirgs-Landschaften.																		
18. Rheinpfalz	4	48,5	**26,5**	37,5	47,5	57,5	**67,5**	62	55	50,5	55	52,5	53	112,5	172,5	167,5	160,5	613
19. Lothringen	1	49	**40,5**	45,5	46,5	49	52	64	**67**	58,5	55	64,5	56,5	135	147,5	189,5	176	648
20. Elsass a. Vogesen	3	**152**	110	131	**93**	97	105	109	111,5	99	111	116	125,5	393	295	319,5	352,5	1360
b. Rhein.-Ebene	5	49	**36**	47	49,5	68	**70**	69	67	58,5	54,5	54	45,5	132	187,5	194,5	154	668
21. Baden	12	**47,5**	48	57,5	70	**99**	89	90	**99**	70	94,5	89	64,5	153	258	259	248	918
22. Württemberg	24	44,5	**37,5**	51	50	68,5	83,5	77,5	**84,5**	59	56	58	48	133	202	221	162	718
23. Bayern a. Nördliches	10	**38**	47	48,5	49,5	65,5	**92,5**	67	77,5	49,5	60,5	74,5	66	133,5	207,5	194	201	736
b. Südliches	8	54,5	**48**	55	75	96	105,5	**131,5**	121	78	75,5	53	46	157,5	276,5	330,5	174,5	939
	67																	
Mittel: $\frac{S_3}{N_3} = \frac{S_3}{67} =$	—	60,4	**49,2**	59,1	60,1	75,1	83,1	**83,7**	85,2	65,3	70,2	70	63,1	168,7	218,3	234,2	203,3	825
$M_3 = \frac{n_0 s_0 + n_1 s_1 + n_2 s_2 \ldots}{n_0 + n_1 + n_2 \ldots} =$	—	50,7	**44,3**	54,7	58,2	77,1	**87**	84,3	88,3	63	68,2	67,5	57,1	149,5	222,5	235,5	192,5	800
Mittel: $\frac{1}{3}\left(\frac{S_1}{N_1} + \frac{S_2}{N_2} + \frac{S_3}{N_3}\right) =$	—	47	**42,5**	47,5	50,5	61,5	75,5	**78,5**	76,5	59	58	58,5	55	137	187,5	214	171,5	710
$M = \frac{M_1 N_1 + M_2 N_2 + M_3 N_3}{N_1 + N_2 + N_3} =$	—	42,5	**40,5**	44,5	49	60,5	75,5	**77**	75	56,5	55,5	56	52,5	127,5	184,5	209	164	685
D. Nachbar-Gebiete.																		
24. Niederlande	13	48	43	43	**36,5**	46	51,5	64	**76**	67	68	59	53	134	134	207	180	655
25. Belgische Niederung	3	56	57	**47**	61	59,5	69	63	69,5	**74**	68,5	61	45,5	160	189,5	206,5	175	731
26. West- u. nordfranzös. Tiefland	5	83,5	74,5	95	78,5	**62,5**	71,5	88	91	85	**107**	121	83,5	241,5	236	250,5	313	1041
27. Dänemark	7	46	37	**34**	36,6	58,5	63	64,5	**78**	56	57,5	50,5	49	132	129	205,5	164	630
28. Norwegische Küste	4	94,5	69	58	57,5	**54**	56	79,5	98,5	113,5	113,5	119	**125**	221,5	157,5	301,5	357,5	1038
Für **Berlin** sind die monatlichen und jährlichen Niederschlagshöhen in verschiedenen Beobachtungsreihen wie folgt ermittelt:																		
1. Reihe 1728—1739	—	34,2	34,6	29,6	33,2	47,6	68	64,5	48,8	46,2	35,5	36,3	43,5	98,4	148,8	159,5	115,3	522
2. „ 1848—1870	—	37,9	43,3	38,7	43,9	50,8	71,6	72	64,3	40,2	41,4	41,4	52	119,9	166,3	176,5	134,8	597,5
Bis 1884 ermittelt rd.	—	40	44	42	41	49	69	70	60	40	43	46	50	126	159	170	139	594

An den unter dem Einfluss der Ostsee stehenden Stationen zeigt sich das Maximum der Regenmenge im Herbst, vermuthlich wegen der längern Bewahrung der Wärme durch das Wasser der Ostsee bei sinkender Lufttemperatur.

Der Einfluss welchen Gebirge auf die Regenmenge ausüben, markirt sich in der Tabelle sehr deutlich. Nicht nur dass die Regenmenge wesentlich höher ist, sie vertheilt sich auch zeitlich wesentlich anders. Das Sommer-Maximum ermässigt sich; dagegen fällt den Regenhöhen im Winter und Frühjahr diese Ermässigung zu. Die grössten Jahres-Regenmengen fallen in Deutschland überall auf hoch liegende Punkte:

Brockengipfel	1239 mm;	Isny	1393 mm;
Syndicat	1374 „	Klausthal	1427 „
Hohenschwand	1377 „	Baden	1445 „
Freudenstadt	1386 „	Elsass	1540 „

Die geringsten Jahres-Regenmengen weisen in Deutschland folgende Stationen auf:

Sigmaringen	374 mm;	Mühlhausen	413 mm;
Breslau	400 „	Poel	414 „
Dürkheim	403 „	Pammin	417 „

Das Verhältniss der grössten zur kleinsten Regenmenge beträgt darnach:

$$1540 : 374 = 4,1 : 1.$$

v. Bebber*) macht den Einfluss, welchen in Deutschland Gebirge auf die Regenhöhe ausüben, durch folgende Tabelle ersichtlich:

Höhe über Meer mm	Zahl der Stationen	Mittlere Regenhöhe mm	Höhe über Meer mm	Zahl der Stationen	Mittlere Regenhöhe mm
0—100	70	648,6	600—700	4	915,3
100—200	36	582,5	700—800	8	981,3
200—300	30	650,0	800—900	1	1195,3
300—400	19	696,2	900—1000	3	963,6
400—500	13	782,4	1000—1100	1	1376,6
500—600	6	787,9	1100—1200	1	1239,8

Zu den Anomalien, welche diese Zusammenstellung aufweist, ist zu bemerken, dass die Stationen mit einer Höhenlage zwischen 0 und 100 m grösstentheils Küstenstationen des norddeutschen Tieflandes sind, oder doch durch ihre nähere Lage zur Küste hinsichtlich ihrer Regenmenge unter dem Einfluss der benachbarten Meere stehen, d. h. grössere Regenhöhen aufzuweisen haben als mehr landeinwärts liegende Stationen derselben Höhenlage. Die Sprünge, welche sich in der 2. Hälfte der Tabelle zeigen, finden ihre Erklärung einfach in der zu kleinen Zahl der Stationen; den betr. Zahlen ist also eine relativ geringere Glaubwürdigkeit beizulegen. —

Auch kleine Höhenunterschiede, wie sie bei Aufstellung der Regenmesser in nicht weit von einander entfernten Stationen vorkommen, äussern einen Einfluss auf die Regenmenge; v. Bebber**) gelangt aus dem vorliegenden Material zu folgenden Schlussfolgerungen:

1. In der freien Atmosphäre nimmt die Regenmenge ab mit der Höhe. Diese Abnahme erfolgt aber nicht proportional der Höhe, sondern in den untern Schichten viel rascher als in den obern.

2. Die Abnahme ist in der kältern Jahreszeit grösser als in der wärmern und ist auch in verschiedenen Jahren grossen Schwankungen unterworfen.

3. Die Abnahme ist für verschiedene Orte ungleich.

Die hier besprochene auffällige Thatsache findet ihre einfache Erklärung darin, dass die mit geringer Temperatur niederfallenden Regentropfen durch Kondensation von Wasserdampf aus den untern wärmern Luftschichten an Grösse zunehmen. Da die so gewonnene Vermehrung der Regenmenge nicht gerade gering ist, so sollten um zu gleichwerthigen Zahlen zu gelangen, die Regenmesser in möglichst geringer und einerlei Höhe über Terrain aufgestellt werden.

Einfluss des Waldes. Wichtig nicht nur wegen der direkten Einwirkung auf die Regenverhältnisse, sondern auch wegen der mittelbaren ist der Wald. v. Bebber***) fasst die bezügl. Schlussfolgerungen wie folgt zusammen:

*) A. a. O. S. 31. — **) Das. S. 26. — ***) Das. S. 119.

1. Die Disposition zu Niederschlägen wird durch den Wald vermehrt, also die „Regenwahrscheinlichkeit“ durch den Einfluss des Waldes grösser. Die Regenmenge wird indess in der Ebene durch den Wald nicht merklich gesteigert; wohl aber ist dies im Gebirge der Fall.

2. Die Häufigkeit der Regen nimmt durch Entwaldungen ab, hauptsächlich im Sommer.

3. Eine Streudecke setzt dem Abfluss des Wassers ein mechanisches Hinderniss entgegen. Durch Entwaldungen wird der fruchtbare Boden abgeschwemmt und werden benachbarte Gegenden in Mitleidenschaft gezogen.

4. Der Wald bietet ein Mittel zur Bildung und Erhaltung des Quellenreichthums; er erhält die Bodenfeuchtigkeit und regelt den Abfluss der fliessenden Wasser. Durch Entwaldungen werden Bodenfeuchtigkeit und Quellenreichthum vermindert.

5. Der Stand der Flüsse wird durch Entwaldungen exzessiver und die Ueberschwemmungen werden häufiger.

Eine Verminderung der jährlichen Regenmenge, wie sie hier und da wohl behauptet ist, hat bis jetzt für keine Station nachgewiesen werden können.

Zahl der Regentage und Regendichte. Unter „Regendichte“ wird die Regenhöhe (mm) verstanden, welche jeder Niederschlags-Tag durchschnittlich bringt. Für die Zahl der Regentage und die Regendichte giebt v. Bebber zwei Tabellen, welche nachstehend zu einer einzigen zusammen gefasst sind:*)

	Zahl der Beob.-Station	Regentage und bezw. Regendichte mm												Vierteljahr				Zusammen
		Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	Oktobr.	Novbr.	Dezbr.	1.	2.	3.	4.	
A. Norddeutsches Tiefland.																		
1. Schleswig-Holstein	3	12,9	12,1	13	10,8	9,7	12,1	12,9	12,5	12,3	12	13,1	12,5	38	32,6	37,7	37,6	145,9
	2	3,6	3,2	3,05	3,4	4,3	5,3	5,05	6,05	5,5	4,1	3,8	4,4	3,28	4,33	5,33	4,1	4,31
2. Hannover-Oldenburg	6	14,3	12,5	15,1	12,7	13,1	14,7	15,1	14,2	14,2	12	12,9	12,5	41,9	40,5	43,5	37,4	163,3
	„	3,2	2,57	3,17	3,15	4,08	5,22	5,55	5,15	4	3,97	3,88	3,52	2,98	4,15	4,9	3,79	3,96
3. Nordöstl. Deutschland	7	14,3	13,8	15,2	13,2	12,7	14,1	14,6	13,9	12	12,1	14,1	14,9	33,9	40	40,5	41,1	164,9
4. Posen	2	14,4	13,9	15,8	13,3	12,1	14,7	14	13,9	11,4	10,7	14,1	15,5	44,1	40,1	39,3	40,3	163,8
	„	2,2	2,15	2	2,7	3,05	4,05	4,3	5,1	3,85	2,6	2,75	2,3	2,05	3,27	4,42	2,55	3,07
5. Schlesische Ebene	7	11,3	10,3	13	11,4	11	12,3	12,4	11	9,6	9,6	12	11,4	34,6	34,7	33	33	135,3
	5	2,62	2,2	2,7	3,96	5,2	7,04	5,74	5,62	5,42	4,66	3,22	2,96	2,51	5,4	5,59	3,61	4,28
Mittel der Regentage	25	12,8	12,3	14,3	12,3	11,9	13,6	13,9	13	11,8	11,2	13,1	13,1	39,4	37,8	38,7	37,4	153,3
„ „ Regendichte	15	2,93	2,47	2,84	3,33	4,35	5,68	5,38	5,42	4,65	3,77	3,5	3,29	2,75	4,45	5,15	3,52	3,98

*) Die Werthe der „Mittel“ in diesen Tabellen weichen hier und da etwas von denjenigen in den Original-Tabellen ab. Die Unterschiede begründen sich darauf, dass hier der Einfluss, den die Zahl der Beobacht.-Stationen ausübt, berücksichtigt worden ist, während in den Original-Tabellen einfach die arithmetischen Mittel angegeben sind. Welches Verfahren zu einer grössern Annäherung an die Wirklichkeit führt, kann vorläufig als offene Frage betrachtet werden.

	Zahl der Beob.-Station	Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	Oktbr.	Novbr.	Dezbr.	1. Vierteljahr	2. Vierteljahr	3. Vierteljahr	4. Vierteljahr	Zusammen
		Regentage und bezw Regendichte mm																
B. Mitteldeutsche Mittelgebirgs-Landschaften.																		
6. Harz	2	15,2	13,3	18	14,6	13,7	14	15,9	14,4	13,1	11,1	13	15,2	46,5	42,3	43,6	39,3	171,7
	„	5,2	3,25	5,35	4,25	4,95	6,55	8,35	7,4	4,5	5,5	5,25	6,7	4,6	5,25	6,75	5,82	5,6
7. Westfalen und Rheinland	6	14,9	12,9	15,3	13,3	13,1	13,8	14,3	13,3	12,1	12,9	13,8	14,6	43,1	40,2	39,7	41,3	164,3
	„	3,88	3,45	3,15	3,7	4,47	5,07	5	4,93	4,68	4,72	4,18	4,23	3,49	4,41	4,87	4,38	4,29
8. Hessen und Rheinpfalz	6	14,5	12,8	14	12,1	13,3	13,4	13,1	11,8	10,6	12,1	13,8	13,9	41,3	38,8	35,5	39,8	155,4
	5	4,2	3	3	3,92	4,34	5,66	5,66	5,3	5,14	4,94	4,82	4,34	3,4	4,64	5,37	4,7	4,53
9. Königreich Sachsen	4	14,2	14,4	15	14,3	14,5	15,6	14,4	14,4	12,2	12,2	14,1	13,7	43,6	44,4	41	40	169
	3	1,73	2,23	2,23	3,8	4,53	4,57	5,17	3,93	3	2,83	2,83	2,67	2,06	4,3	4,03	2,78	3,29
10. Schlesisches Gebirge	3	12,7	11	13,3	12,7	12	12,7	11,7	11	9	11	13	11,3	37	37,4	31,7	35,3	141,4
	2	3,3	2,15	2,85	4,1	5,1	7,35	7,4	6,8	6,6	3,65	3,4	4,55	2,77	5,52	6,96	3,87	4,77
Mittel der Regentage	21	14,4	12,9	14,8	13,2	13,3	13,9	13,8	12,9	11,3	12,1	13,7	13,9	42,1	40,4	37	39,7	160,2
„ „ Regendichte	18	3,69	2,96	3,17	3,88	4,57	5,57	5,85	5,35	4,72	4,43	4,17	4,31	3,27	4,67	5,31	4,31	4,39
C. Süddeutsche Mittelgebirgs-Landschaften.																		
11. Baden mit Elsass	5	13,5	12,5	13,5	13,5	14,1	13,6	13,9	13,4	11,4	12,6	13,5	13	39,5	41,2	38,7	39,1	158,5
	„	3,28	3,04	3,4	3,88	4,92	5,7	6,04	5,96	4,92	4,36	4,12	3,18	3,24	4,83	5,64	3,89	4,4
12. Württemberg	5	13,9	12,2	14	13,4	14,3	14,1	13,7	13	11,3	12,6	13,6	12	40,1	41,8	38	38,2	158,1
	3	2,9	2,77	3,1	3,27	4,27	5,03	5,4	5,93	4,77	4,1	4,07	3,07	2,92	4,19	5,37	3,75	4,06
13. Bayern: a. Nördliches	10	12,5	11,4	12,5	12,1	12,7	13,9	12	12,6	9,6	11,6	13,1	14,7	36,4	38,7	34,2	39,4	148,7
	„	3,2	4,35	3,98	4,15	5,28	6,71	5,63	6,31	5,35	5,31	5,77	4,49	3,84	5,38	5,76	5,19	5,04
b. Südliches	9	11,3	11,5	12,3	13,6	14,6	16	15,1	14,7	10,2	12	10,8	10,6	35,1	44,2	40	33,4	152,7
	8	4,64	4,55	4,84	5,94	6,77	8,32	8,77	8,45	7,77	6,79	5,1	4,22	4,68	7,01	8,33	5,37	6,35
Mittel der Regentage	29	12,5	11,8	12,9	13	13,8	14,5	13,6	13,5	10,4	12	12,5	12,7	37,2	41,3	37,5	37,2	153,2
„ „ Regendichte	26	3,62	3,98	4,03	4,55	5,55	6,82	6,65	6,86	5,91	5,44	5,05	3,99	3,88	5,64	6,47	4,83	5,20
$M_t = \frac{M_1 N_1 + M_2 N_2 + M_3 N_3}{N_1 + N_2 + N_3} =$	75	13,01	12,28	13,91	12,83	13,04	14,02	13,72	13,13	11,14	11,8	13,04	13,13	39,2	39,87	37,99	37,97	155,03
$M_d =$ „ $=$	59	3,47	3,28	3,46	4,03	4,94	6,15	6,08	6,03	5,23	4,71	4,38	3,91	3,4	5,04	5,78	4,33	4,64
D. Nachbar-Gebiete.																		
14. Belgien	—	12,6	10,4	13,2	14,4	15,2	15,6	15,7	15	14,5	15,7	14,9	12,9	36,2	45,2	45,2	43,5	170,1
15. Westküste von Frankreich	—	10,8	11	11,5	12	11,5	11,1	10,5	8,4	10,2	11,8	13,2	12,7	33,3	34,6	29,1	37,7	134,7
16. Dänemark	—	12,4	11,8	11,2	9,6	10,5	10,8	11,8	13,3	12,9	13,9	14,4	13,4	35,4	30,9	38	41,7	146
17. Gemäss. Norwegen	—	13,6	13,6	11,8	10,8	10,2	11,1	10,8	12,7	14,1	14,6	15,6	15,2	39	32,1	37,6	45,4	154,1

Da nach der Tabelle für das ganze Gebiet von Deutschland die Anzahl der Regentage im Jahre 155 beträgt, so berechnet sich die „Regenwahrscheinlichkeit" zu $\frac{155}{365} = 0{,}425$. D. h. unter 1000 Tagen sind 425 Regentage zu erwarten. Die Regenwahrscheinlichk. für die 3 Einzelgebiete sind: für das norddeutsche Tiefland 0,419; für die mitteldeutschen und die süddeutschen Gebirgslandschaften übereinstimmend 0,438. Darnach findet eine grosse Uebereinstimmung in der Regenwahrscheinlichk. statt. Die grösste Anzahl der Regentage hat der Harz, 172, die geringste die schlesische Ebene, 135, und nächstdem folgt mit 141 Tagen die schlesische Gebirgslandschaft. Die Station Leobschütz hat die kleinste Anzahl von Regentagen, 99, wogegen die Station Bingen mit 209 die grösste Anzahl von Regentagen aufweist.

Zeitlich fällt die grösste Regenwahrscheinlichkeit zumeist auf den Monat März, die geringste auf April, Mai und Oktober; letztere 3 Monate werden sich also als relativ trocken und heiter ergeben. Von Mai an nimmt die Regenwahrscheinlichkeit bis zum Juli wieder zu, um sich während dieses und theils auch des folgenden Monats ziemlich auf gleicher Höhe zu halten und sodann bis zum Oktober wieder zu sinken. Im November erfolgt wiederum eine langsame Zunahme der Regenwahrscheinlichk., die sich auch durch den Dezember fortsetzt. Im Januar und Februar hält sich die Regenwahrscheinlichk. auf einer mittlern Höhe.

Wesentlich abweichend von der Regenwahrscheinlichk. verhält sich die Regendichte. Das Minimum derselben fällt in den Februar und März; letzterer Monat wird darnach wohl zahlreiche, aber nur wenig ergiebige Regen aufweisen. Im April und Mai steigt die Regendichte sehr rasch bis in die Sommermonate, wo sie sich im Juni, Juli und August annähernd auf gleicher Höhe erhält, um gegen das Jahresende hin langsam wieder abzunehmen. Daraus ist zu schliessen — wie es auch die noch folgenden anderweiten Tabellen bestätigen — dass in den Sommermonaten die Intensitäten mit welchen die Niederschläge erfolgen, wesentlich grösser als in den übrigen Monaten des Jahres sind.

Tafel der grössten monatlichen bezw. täglichen Niederschlagshöhen (mm)
nach Dr. Hellmann.

Lfd. No.	Orte.	Höhen über d. Meere m	Zahl d. Beobacht. Jahre	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	September	Oktober	November	Dezember	Mittel
1	Tilsit	10	m. 64	107	108	83	95	148	**225**	201	190	157	190	163	129	—
			t. 36	26	24	20	28	56	59	**78**	69	43	41	38	25	39
2	Königsberg i. Pr.	20	m. 36	81	65	79	69	126	143	138	168	**181**	116	136	86	—
			t. „	24	25	17	18	52	55	45	58	**69**	27	31	17	33
3	Klaussen b. Lyck	130	m. 54	68	59	72	69	99	171	296	**310**	120	134	99	68	—
			t. 34	13	19	12	13	35	35	**77**	28	37	23	22	17	27
4	Danzig	15	m. 27	57	48	79	71	107	99	**207**	153	101	84	94	68	—
5	Bromberg	45	m. 23	65	56	77	96	101	125	127	**160**	102	81	100	72	—
			t. „	21	17	15	17	33	36	31	43	**47**	36	**47**	21	—
6	Konitz	160	m. 31	82	79	115	82	88	144	**173**	150	98	110	93	103	—
			t. „	22	20	22	16	29	50	**52**	42	28	29	19	25	30
7	Köslin	50	m. 36	102	71	80	100	98	123	187	**196**	103	169	129	100	—
			t. „	29	23	43	42	32	38	59	64	**79**	34	43	24	38
8	Regenwalde	50	m. 25	86	69	132	99	110	116	146	**195**	96	134	110	98	—
			t. „	30	21	24	51	53	53	**61**	59	43	36	27	28	36
9	Stettin	40	m. 36	58	57	74	71	93	137	150	**205**	113	86	81	84	—
			t. „	24	17	21	28	32	47	62	**85**	44	25	20	28	33
10	Putbus	60	m. 31	69	64	74	71	77	114	116	**191**	128	148	97	99	—
			t. 33	19	28	19	19	49	46	48	**67**	57	30	26	—	35
11	Rostock	20	m. 32	100	111	101	76	101	88	**189**	148	108	143	87	109	—
			t. 29	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	26
12	Schönberg i. Mklb.	10	t. 33	30	31	33	18	28	46	**47**	44	38	31	28	25	30
13	Hinrichshagen b. Woldegk	100	t. 29	29	35	29	34	35	39	35	**68**	35	36	34	32	32
14	Berlin	40	m. 36	88	124	134	82	116	142	**236**	154	97	134	118	111	—
			t. „	20	19	26	27	43	55	**67**	32	34	40	35	19	30
15	Frankfurt a. O. .	40	m. 36	50	74	89	100	127	125	**178**	162	80	85	135	112	—
			t. „	12	20	19	38	57	46	**94**	60	29	25	35	21	34
16	Posen	80	m. 36	84	78	76	96	99	134	**148**	117	103	83	112	79	—
			t. „	29	18	18	29	25	43	**83**	50	43	32	31	19	34

Lfd. No.	Orte	Höhen über Meer m	Zahl d. Beobacht. Jahre	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	September	Oktober	November	Dezember	Mittel
17	Zechen b. Guhrau	100	m. 36	54	74	84	76	105	150	154	**254**	125	109	110	76	—
			t. 24	15	19	13	28	42	42	62	61	**66**	20	14	20	34
18	Breslau	130	m. 36	72	90	57	98	118	153	166	**229**	111	72	93	82	—
			t. 33	21	23	31	21	42	54	56	**95**	61	28	43	27	39
19	Ratibor	190	m. 35	58	79	84	90	137	188	153	**218**	149	90	96	80	—
			t. „	21	34	26	27	32	68	46	59	**89**	42	40	30	39
20	Eichberg b. Hirchberg	345	m. 25	76	91	96	101	156	204	**211**	170	130	91	77	87	—
			t. „	27	19	28	28	**91**	72	78	63	61	29	64	22	47
21	Görlitz	210	m. 36	81	115	128	95	112	147	**198**	179	145	121	118	115	—
			t. „	26	37	28	38	35	40	60	**68**	52	31	32	22	38
22	Torgau	100	m. 36	72	85	89	103	103	**174**	162	142	124	111	98	133	—
			t. „	20	26	18	38	46	**63**	51	30	38	26	26	31	30
23	Halle a. S.	110	m. 33	70	85	73	100	105	163	**206**	113	114	125	148	101	—
			t. „	45	25	22	38	40	60	**89**	51	34	32	28	42	38
24	Erfurt	200	m. 36	60	54	60	142	123	129	**202**	148	116	109	78	70	—
			t. „	24	35	22	63	47	73	**82**	33	35	42	42	30	39
25	Jena	160	m. 41	98	64	74	125	148	150	**186**	134	126	96	75	89	—
26	Sondershausen	206	m. 23	82	96	85	92	98	173	**239**	146	99	136	100	116	—
27	Mühlhausen i. Th.	205	t. 26	19	41	17	19	50	39	35	**54**	39	46	22	45	—
28	Heiligenstadt	260	m. 36	70	83	120	98	104	**185**	177	142	143	154	179	148	—
			t. „	27	**58**	29	39	28	47	**58**	29	51	36	34	43	32
29	Göttingen	145	m. 27	79	78	98	109	82	122	**177**	152	92	123	109	128	—
			t. „	21	19	16	28	23	27	35	**48**	40	21	25	29	29
30	Klausthal	590	m. 29	253	328	314	302	153	374	310	282	206	177	306	**456**	—
			t. „	48	39	49	40	42	**116**	107	61	40	39	64	49	51
31	Hannover	60	m. 29	74	108	94	105	89	159	161	143	103	**166**	107	154	—
			t. „	21	27	33	26	25	**62**	50	43	43	41	34	37	33
32	Salzwedel	20	t. 20	27	22	16	30	23	50	45	**78**	44	40	43	29	34
33	Lüneburg	15	m. 29	69	90	94	98	111	**200**	128	117	99	115	96	128	—
			t. „	16	17	21	27	52	**53**	29	52	42	38	27	23	32
34	Altona	25	m. 27	139	121	85	128	92	128	**181**	171	113	153	103	162	—
35	Kiel	5	m. 33	91	99	131	96	111	125	**161**	133	136	152	133	143	—
36	Bremen	5	m. 47	138	108	142	106	178	176	**235**	198	153	153	138	185	—
37	Elsfleth	5	m. 24	86	109	120	115	88	190	161	**210**	135	100	120	130	—
38	Eutin	35	t. 28	27	21	45	19	37	46	45	**47**	40	34	35	45	32
39	Otterndorf	5	t. 29	26	14	20	28	26	45	**66**	39	35	37	23	22	31
40	Oldenburg	10	m. 27	86	110	110	180	114	163	**190**	177	149	114	145	153	—
			t. „	26	24	25	25	28	60	43	**62**	38	30	27	31	31
41	Jever	15	m. 27	109	151	115	93	97	154	159	**200**	149	169	141	143	—
42	Emden	8	m. 30	117	123	99	85	109	148	**176**	174	164	140	135	147	—
			t. „	30	30	26	16	24	50	33	**60**	36	33	25	27	31
43	Löningen	30	m, 28	93	152	116	91	132	**175**	166	139	122	127	128	157	—
			t. „	23	31	27	27	28	53	**83**	42	32	27	31	26	32
44	Lingen	25	m. 29	99	86	106	101	122	131	**178**	136	125	146	129	148	—
			t. „	22	24	27	17	26	**46**	32	26	27	23	24	22	25
45	Münster i. W.	60	m. 31	104	119	113	104	133	158	158	141	128	122	**164**	145	—
			t. „	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	30
46	Gütersloh	80	m. 47	125	133	131	147	116	**208**	189	173	119	168	127	187	—
			t. 36	32	37	26	28	58	86	**90**	33	36	27	29	35	36
47	Kleve	50	m. 36	106	137	122	111	130	162	167	**172**	144	151	153	162	—
			t. „	21	36	34	29	36	47	60	**62**	55	41	45	43	37
48	Krefeld	40	m. 36	109	98	116	116	106	141	154	157	110	139	145	**173**	—
49	Köln	50	m. 36	88	98	152	168	98	163	155	**187**	98	125	135	135	—
			t. „	25	26	30	44	43	58	52	**63**	55	32	37	46	36
50	Boppard	95	m. 38	92	93	97	147	118	162	180	**182**	127	145	114	127	—
			t. 29	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	30
51	Trier	150	m. 36	104	110	114	129	139	152	151	166	124	153	**181**	146	—
			t. „	33	23	24	32	30	**73**	31	63	41	38	33	32	32
52	Frankfurt a. M.	100	m. 36	93	84	110	146	173	196	**208**	173	91	147	153	106	—
																Zus.
53	Zürich*)	470	m. 36	15	191	287	183	190	430	—	—	—	—	—	—	1276
54	Lugano	275	„ „	91	8	96	497	173	284	—	—	—	—	—	—	1149
55	Affoltern (Bern)	795	„ „	38	131	260	154	117	385	—	—	—	—	—	—	1085
56	Altstätten	478	„ „	64	120	244	87	139	325	—	—	—	—	—	—	979
57	Castasegna	700	„ „	19	5	150	466	164	147	—	—	—	—	—	—	951

*) Die ad 53—64 mitgetheilten Angaben beziehen sich auf das sehr regenreiche 1. Halbjahr 1876 der Schweiz; einige Zahlen, die keine Maxima darstellen, sind nur der Vollständigkeit wegen aufgenommen. Als Quelle diente eine Mittheilung vom Chef des meteorolog. Büreaus in Zürich R. Billwiller. (Vergl. Eisenb. 1876, Bd. V. S. 77).

Lfd. No.	Orte.	Höhe über d. Meer m	Zahl d. Beobacht. Jahre	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	September	Oktober	November	Dezember	Zus.
58	Altorf	454	m. 36	59	170	188	128	122	264	—	—	—	—	—	—	931
59	St. Bernhard . . .	2478	"	47	139	265	199	74	194	—	—	—	—	—	—	918
60	Neuenburg	488	"	17	147	202	107	41	113	—	—	—	—	—	—	627
61	Sils	1810	"	14	14	107	292	116	31	—	—	—	—	—	—	614
62	Chaumont	1090	"	14	85	112	144	40	91	—	—	—	—	—	—	486
63	Genf	408	"	5	72	126	141	40	84	—	—	—	—	—	—	468
64	Basel	278	"	15	72	91	84	44	153	—	—	—	—	—	—	449
65	Heilbronn	160	t. 15	Kleinste Mittel				16		Grösste Mittel				**61**		42
66	Bruchsal	120	" "	"				26		"				**84**		43
67	Cannstatt	220	" 14	"				27		"				**70**		44
68	Stuttgart	260	" 15	"				26		"				**63**		36
69	Calw , .	340	" "	"				26		"				**61**		35
70	Heidenheim	490	" "	"				25		"				**75**		42
71	Ulm	470	" "	"				27		"				**58**		42
72	Kirchheim u. T. .	320	" "	"				30		"				**114**		52
73	Schopfloch	760	" "	"				30		"				**98**		58
74	Isny	720	" "	"				29		"				**91**		58
75	Friedrichshafen .	400	" "	"				23		"				**115**		53
76	Freudenstadt . . .	730	" "	"				41		"				**106**		65

Fasst man zunächst nur die Monatsmittel ins Auge, so zeigt sich, dass, abgesehen von einzelnen Stationen mit aussergewöhnlichen Verhältnissen, hinsichtlich der Grösse des Maximal-Betrages keine nennenswerthen Unterschiede sowohl bei den norddeutschen Stationen unter sich als bei den süddeutschen Stationen unter sich stattfinden; bei erstern liegen für 17 Stationen die grössten monatl. Regenhöhen sämmtlich zwischen 200 und 254 mm, für 10 Stationen sogar zwischen 200 und 211 mm. Hieraus folgt, dass monatliche Regenhöhen von 200 — 250 mm nichts Seltenes sind, dass vereinzelt auch grössere monatliche Regenfälle, bis 300 mm und darüber, vorkommen.

Der Januar zeigt das kleinste Monats-Maximum; Juli und August haben die grössten Maxima. Letztgenannten beiden Monate weisen auch die grösste Zahl der Fälle in der Vertheilung der absoluten Monats-Maxima auf die einzelnen Monate auf (Juni 6, Juli 20, August 14, Septbr. 1 Fall). — Beziehungen zwischen der grössten und der mittlern monatl. Niederschlagsmenge sind nicht erkennbar.

Ganz ähnliche Verhältnisse liegen bei dem Tages-Maxima vor: Gleichartigkeit im norddeutschen Flachlande und Periodizität, sowohl in der Höhe der Regenfälle als in der Zahl der Fälle bezogen auf die einzelnen Monate des Jahres. Dr. Hellmann hat die Angaben zur Aufstellung einer Tabelle benutzt, aus welcher für eine beschränkte Anzahl von Stationen, die in den einzelnen Monaten des Jahres mit Wahrscheinlichkeit zu erwartenden Maxima der täglichen Regenhöhen zu entnehmen sind. Diese Tabelle ist folgende:

Orte	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.
	Wahrscheinl. zu erwartendes Tages-Maxima der Niederschl. in mm											
1. Königsberg i. Pr. . .	9	8	7	8	13	18	18	**23**	20	14	11	9
2. Klaussen b. Lyck . .	6	6	6	7	14	16	**18**	16	10	8	8	7
3. Berlin	8	9	10	11	16	**19**	18	13	11	12	10	10
4. Frankfurt a. O. . . .	7	8	8	11	15	16	**21**	20	13	11	10	9
5. Posen	9	8	8	10	12	**22**	20	21	13	13	10	9
6. Breslau	8	10	10	12	17	20	21	**27**	17	12	11	9
7. Görlitz	9	11	11	13	17	18	24	**27**	16	12	11	10
8. Halle a. S. . , ...	8	8	9	10	14	**23**	**23**	15	10	11	10	10
9. Erfurt	9	10	12	15	19	**24**	23	16	15	17	15	12
10. Gütersloh	13	12	12	12	16	**23**	20	18	17	14	13	14
11. Kleve	14	14	12	13	16	18	22	**23**	16	17	16	16
12. Köln	12	10	10	13	15	18	**20**	19	17	13	14	13
13. Trier	13	10	11	12	17	**20**	19	19	16	16	13	13

Insofern als die einzelnen Gruppen der Stationen als Repräsentanten grösserer Gebiete betrachtet werden dürfen erscheint es zulässig, die Zahlen dieser Tabelle auch als für grössere Gebiete gültig anzusehen.

Die durchschnittl. Zahl der Niederschlags-Stunden, welche auf 1 Niederschlags-Tag entfallen, hat sich für Zechen aus 7 jährigen Beobachtungen zu 4,3 ergeben, mit Extremen von 2,8 und 7,3; desgl. für Wernigerode aus 9 jährigen Beobachtungen zu 4,7, mit Extremen von 2,6 und 7,6. —

Zu der unten folgenden Zusammenstellung der Fälle grösster täglicher Regenmengen ist zu bemerken, dass diese Tabelle ein grosses geschlossenes Gebiet umfasst, wie es bisher wohl noch nicht zusammenhängend bearbeitet ward, und dass in dieselbe diejenigen Angaben, welche die Tabelle S. 1135 ff. bereits enthält, nicht abermals aufgenommen wurden.

Die Zahl der Beobachtungsjahre ist für die preussischen Stationen aus der Tabelle S. 1135 ff. ersichtlich; für die Mehrzahl der Stationen im Königr. Sachsen gilt der Zeitraum 1863—79, für die andern theilweise ein längerer. Die Angaben für bayerische Stationen beziehen sich auf den — zu kurzen — Zeitraum 1879—83. Für Württemberg umfassen die Angaben meist die Jahre 1865—79, für Baden 1871—83, für Elsass-Lothringen 1874—82. Das Beobachtungs-Material aus Oesterreich-Ungarn reicht grösstentheils bis zum Jahre 1848 zurück.

Besondere Fälle grösster **täglicher** Niederschlagshöhen, nach Dr. Hellmann.

	Höhe über Meer m	Datum 18	Datum Mon. Tag	Regenhöhe mm
1. Preussen.				
1. Klaussen b. Lyck	130	44	17. 8	100
2. Kurwien b. Johannisburg	120	76	9. 9	104
3. Neufahrwasser	4	82	9. 7	69
4. Pammin b. Arnswalde	50	83	1. 8	75
5. Lauenburg i. Pomm.	30	82	10. 7	60
6. Kolberg	5	80	7. 9	102
7. Grünberg i. Schlesien	150	82	9. 7	68
8. Oppeln	160	80	5. 8	79
		81	22. 7	74
9. Beuthen O. S.	290	81	4. 9	74
		82	24. 7	110
10. Bunzlau	190	82	22. 9	75
11. Bad Landeck	445	83	20. 6	112
12. Stadt Landeck	435	„	„	139
13. Glatzer Schneeberg	1210	„	„	153
14. Ebersdorf	420	„	„	69
15. Hain b. Glatz	480	„	„	83
16. Hausdorf b. Neurode	520	„	„	140
17. Friedland, Kr. Waldbg.	500	„	„	105
18. Karlsberg a. Heusch.	690	79	13. 6	61
		75	24. 7	71
19. Kammerswaldau bei Hirschberg	450	83	20. 6	120
		82	17. 7	94
20. Wang, Kirche	870	„	„	154
		83	20. 6	125
21. Schneekoppe	1600	„	„	129
		82	17. 7	227
22. Schreiberhau	625	58	1. 8	122
		83	20. 6	74
23. Flinsberg	470	„	„	122
24. Ringelsdorf b. Genth.	40	82	26. 7	114
25. Kiel	5	59	14. 8	100
26. Flensburg	10	79	4. 8	65
27. Apenrade	10	„	„	68
28. Hadersleben	15	„	„	76
29. Brocken	1140	58	31. 7	127
30. Büchenberg bei Elbingerode	500	55	22. 7	248
31. Münster i. Westf.	55	73	14. 1	51
32. Frankfurt a. M.	100	39	19. 8	69
		70	10. 8	63
33. Hanau	115	81	13. 8	68
		82	21. 7	70
34. Schlüchtern	205	84	2. 9	125
35. Boppard	100	80	21. 6	53
36. Aachen	170	75	24. 6	75
2. Mecklenburg.				
37. Schwerin	45	61	27. 6	76
38. Rostock	25	80	23. 7	69
3. Anhalt. u. sächs. Staaten.				
39. Ballenstedt	200	82	26. 7	102
40. Harzgerode	400	„	„	121
41. Gotha	305	47	26. 8	58
42. Waltershausen	335	84	14. 8	108
43. Greiz	270	73	15. 7	68
44. Salzungen	240	83	16. 9	68
45. Hamburg	20	79	17. 6	86
		81	26. 7	70
46. Giessen	140	62	30. 7	116
4. Königr. Sachsen.				
47. Leipzig	115	82	22. 9	74
48. Dresden	125	63	13. 6	84
49. Wermsdorf	180	65	27. 7	70
		75	5. 6	62
50. Bautzen	220	74	30. 6	52
		75	24. 6	63
51. Bischdorf b. Löbau	250	82	?	104
52. Zittau	250	78	7. 8	76
53. Zwickau	270	70	8. 8	54
54. Markersbach bei Königstein	—	83	?	99
55. Plauen	370	73	15. 6	69
56. Grüllenburg	380	65	14. 8	51
		66	21. 7	55
57. Freiberg	400	41	8. 6	59
		52	6. 2	51
58. Elster	480	65	14. 8	55
		77	9. 8	66
59. Rohrfeld	680	66	21. 7	80
60. Georgengrün	710	65	26. 5	70
		68	9. 11	63
61. Reitzenhain	770	79	5. 8	63
		65	14. 8	80
62. Oberwiesenthal	920	74	29. 6	70

	Höhe über Meer m	Datum 18	Datum Mon. Tag	Regenhöhe mm
5. Bayern.				
63. Hof	470	80	21. 8	67
64. Kissingen	200	„	4. 3	56
65. Speyer	105	„	13. 6	69
66. Landau	145	79	22. 8	51
67. Zweibrücken	220	„	20. 10	57
		80	13. 6	56
68. Nürnberg	315	79	10. 5	70
69. Amberg	515	83	8. 7	54
70. Rabenstein	680	82	26. 12	64
		83	?	54
71. Regensburg	350	81	2. 9	50
72. Weissenburg a. S.	420	79	10. 5	50
73. Augsburg	495	80	14. 12	50
74. München	520	81	28. 5	92
75. Eggenfelden	410	„	27. 5	55
76. Rosenhain	440	79	9. 7	61
		82	4. 9	76
		83	13. 7	57
77. Memmingen	590	81	3 9	64
78. Kempten	690	80	27. 10	62
		81	3. 9	53
		82	27. 12	55
79. Magnetsried	650	81	28. 5	59
		82	5. 6	51
80. Hohenpeissenburg	990	„	„	51
81. Kreuth	840	„	27. 12	94
		83	?	80
82. Traunstein	590	79	9. 7	50
		80	18. 9	60
		81	22. 7	68
		83	19. 7	54
83. Lindau	400	79	2. 7	67
		80	23. 2	50
		81	3. 9	112
6. Württemberg.				
84. Mergentheim	220	67	25. 6	71
		78	24 7	79
85. Grossaltdorf	410	70	11. 8	93
86. Oehringen	240	„	„	77
		75	19. 6	87
87. Bruchsal	120	73	24. 6	76
88. Cannstatt	220	74	28. 6	68
89. Stuttgart	260	24	25. 9	82
		51	1. 8	71
90. Kirchheim u. T.	320	67	23. 8	110
91. Heidenheim	490	69	15. 5	75
92. Schopfloch	760	75	19. 6	91
93. Tübingen	320	70	10. 8	77
94. Sulz	430	77	19 2	78
95. Ulm	470	—	—	58
96. Biberach	530	72	25. 5	66
97. Friedrichshafen	400	„	„	103
98. Isny	720	67	27. 8	90
7. Baden.				
99. Wertheim	145	80	12. 6	86
100. Buchen	330	„	13. 12	95
101. Bretten	185	„	12. 6	100
102. Mannheim	110	„	„	115
103. Heidelberg	120	„	„	80
104. Karlsruhe	120	77	8. 9	92
105. Freiburg	290	72	25. 5	99
106. Auggen	290	77	24. 7	98
107. Meersburg	405	73	18. 6	89
		75	22. 9	100
		76	11. 6	135
		81	1. 9	103
		82	18. 9	100
108. Badenweiler	420	77	24. 7	119
109. Schopfheim	385	72	25. 5	100
		80	27. 10	91
110. Schweigmatt	730	72	25. 5	104
		73	18. 4	98
		77	13. 2	118
		78	23. 5	84
		79	19. 10	98
		82	8. 11	101
111. Höhenschwand	1010	74	19. 11	132
		76	16. 2	126
		80	27. 10	141
		81	27. 8	97
		82	28. 9	84
		„	17. 12	93
112. Baden-Baden	200	75	4. 8	105
		79	21. 10	91
		80	14. 6	124
		81	2 9	117
		82	18. 9	100
113. Donaueschingen	690	73	20. 1	67
114. Villingen	715	72	25. 5	77
8. Elsass-Lothring.				
115. Saargemünd	195	80	17. 6	67
116. Kehl	140	„	13. 6	73
117. Melkerei	930	82	27. 12	101
118. Odorn	460	79	16. 8	91
119. Sewen	500	82	26. 12	83
120. St. Amarin	400	80	22. 8	90
121. Altbreisach	190	77	6. 6	63
Oester.-Ungarn. 9. Schlesien.				
122. Würbenthal	510	80	4. 8	97
123. Wigstadtl	470	82	28. 7	90
124. Freistadt	230	80	3. 8	132
125. Leskowetz	315	„	4. 8	145
126. Kotzobendz	345	„	5. 8	156
127. Teschen	300	58	26. 5	106
128. Althammer	415	82	28. 7	97
10. Mähren.				
129. Ostrawitz	425	80	4. 8	179
130. Rozna	—	„	„	200
131. Brünn	230	57	7. 8	96
		71	13. 6	89
11. Böhmen.				
132. Elbfall-Baude	1285	82	17. 7	212
133. Kleinaupa	975	„	„	148
134. Riesenhain	810	„	„	146
135. Czaslau	275	70	12. 7	138
136. Prag	200	68	9. 11	53
12. Galizien und Bukowina.				
137. Biala	340	61	4. 6	72
138. Rzeszow	210	67	9. 7	81
139. Lemberg	295	66	12. 8	93
140. Czernowitz	255	53	4. 6	96
13. Nied.-Oesterreich.				
141. Oberhollabrunn	245	70	18. 7	118
142. Hadersdorf	230	81	11. 5	174
143. Wien	200	64	30. 6	69
		82	28. 7	104
		85	15. 5	151
144. Mödling	290	„	„	102
145. Reichenau	490	67	17. 4	115

	Höhe über Meer m	Datum 18	Mon. Tag	Regenhöhe mm
14. Ob.-Oesterreich.				
146. Kremsmünster	380	55 70	15. 7 6. 8	108 102
147. St. Wolfgang	550	82	28. 7	158
15. Salzburg.				
148. Abtenau	710	78	16. 1	110
149. Gastein	1020	„	15.11	102
150. Rathausberg	2000	82	24. 3	119
16. Tirol und Vorarlberg.				
151. Wilten	585	70	1.11	102
152. Trient	325	76	25. 8	110
153. Riva	80	82	15. 9	106
154. Bregenz	410	70	9. 8	108
155. Lardaro	740	74	5. 4	108
17. Steiermark.				
156. Markt Aussee	660	77	14. 2	110
157. Admont	670	74	4.12	102
158. Graz	340	39	? 7	62
159. Edelschrott	790	82	17. 9	141
160. Tüffer	220	76	25. 8	103
18. Kärnthen.				
161. St. Peter	1220	59	17. 9	121
162. St. Jakob	940	61	27. 9	174
163. Wurmlach	710	68	8.11	118
164. Eberstein	695	76	13. 3	127
165. Sachsenburg	550	69	11. 8	101
166. Oberdrauburg	610	82	28.10	120
167. Berg Greifenberg	710	78	14.11	120
168. Cornat	1070	82	27.10	136
169. Tröpolach	590	80	18.11	110
170. Pontafel	570	74 77 80	15. 8 22. 9 17.11	143 132 135
171. Saifnitz	790	72	3.12	121
172. Raibl	980			
In dem 17 jähr. Zeitraume von 1864—82 wurden 18 Fälle mit 71 mm als kleinster und 240 mm als grösster tägl. Niederschl. beob. Mittel des grössten Niederschl. aus 17 Jahr.	—	—	—	143
19. Krain.				
173. Laibach	290	67	8.10	104
174. Feistritz	545	72	25. 3	121
175. St. Katharina	730	73	7. 9	120
176. Gradatz	180	78	10. 9	110

	Höhe über Meer m	Datum 18	Mon. Tag	Regenhöhe mm
20. Görz, Küstenland u. Dalmatien.				
177. Görz	94	71 78	3. 6 22. 9	122 149
178. Triest	30	49 59 69	6.11 31. 8 19.10	140 125 107
179. Pola	30	79	26. 9	101
180. Lesina	20	81	10.10	173
181. Lissa	20	„	„	178
182. Curzola	20	57	?	99
183. Ragusa	15	59 72	17. 8 13.12	218 298
184. Punta d'Ostro	60	78	26. 9	111
21. Ungarn m. Zubeh.				
185. Trentschin	230	73	7. 6	267
186. Schemnitz	610	78	31. 8	133
187. Budapest	150	75 78	26. 6 31. 7	103 108
188. Bornstein	610	79	4. 5	113
189. Szegled	90	73	21. 5	123
190 Schässburg	340	64	19. 6	119
191. Oravicza	270	68	6. 7	126
192. Pancsova	60	60	15. 7	155
193. Esseg	90	76	23.12	110
194. Lokve	720	74	19.12	174
195. Fiume	20	72	19. 9	130

22. Schweiz.		Regenh. der 3 Tage 10.—12. Juni 1876			
St. Gallen	660	314	—	—	—
Wintherthur	441	305	—	—	—
Zürich*)	470	272	76	11. 6.	171
Rorschach	455	270	„	„	188
Gäbris	1253	266	„	„	170
Kreuzlingen	428	265	„	„	126
Zug	440	246	„	„	121
Reiden	459	221	„	„	119
Meersburg	442	217	„	„	135
Sursee	505	207	„	„	124
Luzern	590	206	„	„	117
Schwyz	545	202	„	„	136
Aarau	406	181	„	„	83
Friedrichshafen	407	179	„	„	97
Auen	821	175	„	„	97
Vitznau	440	150	„	„	81
Olten	393	149	„	„	74
Affoltern (Bern)	795	144	„	„	86
Monte Ceneri	560	138	„	„	78
Glarus	466	132	„	„	91
Altorf	454	118	„	„	64
Ragatz	541	115	„	„	83

*) Die Züricher Beobachtungen sind auch zu einigen Bestimmungen über den Wechsel in der Intensität des Regens benutzt worden. Es fielen darnach bei dem Regenfall am 10.—12. Juni 1876 in Zürich:

10./11. in 14 Stunden pro Stunde 4,0 mm Regen
11./12. „ 20 „ „ „ 7,5 „ „
12. „ 4 „ „ „ 4,8 „ „
12. „ 4 „ „ „ 3,8 „ „
12./13. „ 16 „ „ „ 2,1 „ „
13. „ 8 „ „ „ 0,8 „ „

und liegen die Stunden, wie zur Beurtheilung der Zahlen hinzu gefügt werden muss, in zusammenhängender Folge.

*) Nach einer Mittheilung des Chefs des meteorolog. Bureaus in Zürich, R. Billwiller in „Die Eisenbahn“ 1876, Bd. V. S. 76.

Grösste **stündliche** Niederschlagshöhen nach Dr. Hellmann.

Orte	Datum 18	Datum Mon. Tag	Dauer Min.	Regenhöhe insges. mm	Regenhöhe pro Stunde mm
1. Annaberg i. S.	67	10. 9	15	24	96 *
2. Berlin	58	11, 7	660	67	6,1
3. Beuthen O. S.	82	24. 7	180	110	36,7
4. Breslau	58	6. 8	90	95	63,3
5. Brockengipfel	58	11. 7	1080	127	7,1
6. Dresden	62	9. 6	20	22	66,0 *
	74	23. 6	90	75	50
	76	13. 6	30	41	82 *
7. Eichberg b. Hirschberg . .	65	25. 5	180	91	30,3
8. Elsfleth	59	17. 6	180	42	14
9. Elster i. S. . .	67	31. 5	60	36	36
10. Erfurt	62	30. 7	240	82	20,5
11. Gotha	50	15. 8	180	50	16,7
12. Gütersloh . . .	38	29. 7	7	14,3	122,6 *
13. Kiel	57	6. 7	120	21	10,5
	59	14. 8	300	89	17,8
	63	25. 6	300	35	7
	66	29. 5	300	20	4
	67	10. 9	180	41	13,7
	79	4. 8	420	37	5,3
	„	3.10	20	23,6	70,8 *
14. Klausthal . . .	58	11. 7	1080	105	5,9
	61	28. 6	900	107	7,1
	„	29. 6	1140	116	6,1
	64	25. 7	25	36	86,4 *
15. Kleve	75	20. 7	150	60	24
16. Königsberg i. Pr.	64	16. 6	45	55	68,8 *
	67	27. 8	120	58	29

Orte	Datum 18	Datum Mon. Tag.	Dauer Min.	Regenhöhe insges. mm	Regenhöhe pro Stunde mm
17. Kolberg	80	7. 9	420	102	14,6
	„	„	30	28,2	56,4 *
18. Konitz	71	4. 7	630	52	5
	78	5. 7	300	50	10
	79	23. 8	210	42	12
19. Löningen . . .	57	20. 7	120	57	28,5
20. Marnitz in Mecklbg. . . .	84	6. 7	300	68	13,6
21. Mühlhausen in Th.	50	15. 8	60	54	54
22. Otterndorf . .	72	13. 7	180	43	14,3
23. Posen	63	26 6	20	24	72 *
24. Ratibor	81	„ „	90	68	45,3
25. Salzwedel . .	62	19. 8	165	78	28,4
26. Schlüchtern .	84	2. 9	180	125	41,7
27. Schönberg in Mecklbg. . . .	67	23. 7	60	25,3	25,3
28. Sondershausen	82	1. 7	90	52	34,7
29. Tharand . . .	81	28. 5	60	58	58
30. Tilsit	50	24. 8	420	41	5,9
	51	2. 8	240	33	8,2
	57	8. 7	660	78	7,1
	63	14. 6	120	57	28,5
	72	12. 6	360	59	9,8
31. Torgau	53	8. 6	60	60	60
32. Trier	56	17. 6	60	73,2	73,2
33. Waltershausen	84	14. 8	60	75	75
34. Wormsdorf i.S.	67	9. 5	15	31,4	125,6 *
35. Wernigerode .	?	?	30	39,4	78,8 *

Folgende Angaben sind anderweiten Quellen entlehnt.

Posen	54	1. 7	1440	83	3,5
Zechen	58	13. 5	60	44	44
Elberfeld	82	26. 8	10	8	48 *
Berlin	69	1. 8	60	24	24
Zürich	76	9. 9	10	21	126 *

Wien	1853	22
„	1855	19
„	1881	29
„	1882	28
„	1884	21

Die Dauer stärkerer Niederschläge pflegt sehr überschätzt zu werden; schon Regen von 24 stündiger Dauer gehören zu den grössten Seltenheiten. In Zechen bei Guhrau wurden in dem 7jährigen Zeitraum von 1857—63 folgende Beobachtungen über längste Dauer von Niederschlägen gemacht:

22. 1. 61 — 23 Stdn.	25. 5. 63 — $16^1/_4$ Stdn.	12. 9. 61 — $36^1/_2$ Stdn. { 75 mm R. H.
5. 2. 62 — 18 „	17. 6. 60 — $19^3/_4$ „	29. 10. 58 — $21^1/_2$ „
30. 3. 60 — $18^1/_4$ „	12. 7. 60 — $17^1/_2$ „	1. 11. 61 — $18^1/_2$ „
21. 4. 60 — $22^1/_4$ „	8. 8. 57 — $15^3/_4$ „	24. 12. 57 — $23^1/_2$ „

Die Dauer der stärksten Niederschläge bleibt gewöhnlich hinter den S. 1138 angegebenen Durchschnitts-Zahlen über die Dauer der Niederschlags-Stunden von 1 Tag zurück und nimmt im allgemeinen mit der Intensität des Regenfalls ab. Die oben stehende Tabelle, in welcher 56 aussergewöhnliche Regenfälle auf norddeutschen Stationen verzeichnet sind, bestätigt dies. In derselben sind 5 Fälle verzeichnet, in denen die Regenhöhen 54, 58, 60, 73,2 und 75 mm bei der gleichen Zeitdauer von einer Stunde betrugen, und nur 2 Fälle mit bezw. 50 und 63,3 mm Regenhöhe, wo die Zeitdauer $1^1/_2$ Stunden erreichte. In einer Anzahl von Fällen, in denen sich noch grössere als die eben angegebenen Niederschlags-Höhen für 1 Stunde als Zeiteinheit ergaben, (66, 70,8, 78,8, 82, 86,4, 96, 122,6 und 125,6 mm) war die Zeitdauer mehr oder weniger erheblich geringer als 1 Stunde, während sie bei denjenigen Fällen, in denen die Niederschlags-Höhe unter 50 mm pro Stunde betrug, theilweise eine ziemliche Anzahl von Stunden umfasst.

Was die Beziehungen zwischen Jahreszeit und grössten Niederschlags-Höhen betrifft, so ergiebt die Tabelle 4 Fälle = 7 Proz. für Mai, 14 Fälle = 25 Proz. für Juni, 18 Fälle = 32 Proz. für Juli, 11 Fälle = 20 Proz. für August und 5 Fälle

= 9 Proz. für September. In Zechen bei Guhrau wurden in einem 6jährigen Zeitraum folgende Beobachtungen über grösste Niederschlags-Höhen mit Bezug auf die Jahreszeit gemacht:

12. 1. 59 — 10,8^mm^ Regenh.	13. 5. 58 — 44,3^mm^ Regenh.	2. 9. 60 — 42,1^mm^ Regenh.
27. 2. 59 — 5,4 „ „	28. 6. 61 — 40,2 „ „	20. 10. 60 — 6,3 „ „
14. 3. 59 — 8,9 „ „	29. 7. 57 — 43,9 „ „	1. 11. 61 — 6,4 „ „
23. 4. 59 — 27,2 „ „	19. 8. 62 — 37,1 „ „	15. 12. 61 — 6,1 „ „

Als allgemeine Schlussfolgerung lassen die vorliegenden Daten diejenige zu: dass das ebene Norddeutschland sowohl hinsichtlich der Dauer als der Regenmengen bei den grössten Niederschlägen keine erheblichen Unterschiede für einzelne Orte aufweist, und dass hier überall auf Stunden-Maxima des Regenfalls von 50—75 mm gerechnet werden muss.

V. Luftdruck.

Luftdruck ist der Druck, mit dem die Luft in Folge ihrer Expansivkraft nach allen Seiten hin wirkt. Winddruck ist dagegen der Druck, den die bewegte Luft, d. h. der Wind, (eine Folge der ungleichen Grösse des Luftdrucks an verschiedenen Stellen der Atmosphäre) ausübt.

Ein Maass für den Luftdruck ist die Barometer-Höhe. Da 1 *ccm* Quecksilber 13,59603 g schwer ist, so bezeichnet eine Höhe von h (cm) einen Druck pro qcm in g von: $p = 13{,}59603\, h$. Im mittlern Europa beträgt in Meereshöhe die Barometer-Höhe 760 mm. Diese Höhe, oder den ihr entsprechenden Druck bezeichnet man als den Normal-Luftdruck oder als 1 Atmosphäre. Auf 1 qcm drückt also 1 Atm. mit $76 \times 13{,}59603 = 1033{,}2983$ g, auf 1 qm also also mit 10332,983 kg. Da dieser Druck von allen Seiten auf die Körper wirkt, selbst durch das ganze Innere des thierischen Organismus, so tritt er nirgends, ausser wenn er einseitig vorhanden, wahrnehmbar hervor.

Da der Druck der Luft theilweise eine Folge ihres Gewichts ist und da der Dunstkreis der Erde eine begrenzte Ausdehnung hat, so folgt, dass der Luftdruck mit zunehmender Höhe abnehmen muss. Diese Abnahme findet statt nach dem Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetz, welches lautet:

$$\frac{p_1}{\gamma_1} = \frac{p}{\gamma}\,\frac{273 + t}{273 + t_1}.$$

Höhe — in Meter — einer Luftsäule, deren Druck 1 mm beträgt.

Luftdruck	Temperatur der Luft												
mm	30°	28°	26°	24°	22°	20°	18°	16°	14°	12°	10°	8°	6°
780	11,48	11,40	11,31	11,23	11,14	11,06	10,97	10,89	10,82	10,74	10,66	10,57	10,49
770	11,63	11,55	11,46	11,38	11,29	11,21	11.12	11,04	10,96	10,88	10,80	10,71	10,63
760	11,78	11,70	11,61	11,53	11,44	11,36	11,27	11,19	11,11	11.02	10,94	10,85	10,77
750	11.94	11,85	11,77	11,68	11,60	11,51	11,43	11,34	11,25	11,17	11,08	11,00	10,91
740	12,10	12,01	11,93	11,84	11,75	11,67	11,58	11,49	11,41	11,32	11,23	11,15	11,06
730	12,25	12,17	12,08	11,99	11,90	11,82	11,73	11,64	11,55	11,47	11,38	11,29	11,20
720	12,43	12.35	12,26	12,17	12,08	11,99	11,90	11,81	11,72	11,63	11,55	11,46	11,37
710	12.61	12,52	12,43	12,34	12,25	12,16	12,07	11,98	11,89	11,80	11,71	11,62	11,53
700	12,79	12,70	12,61	12,51	12,42	12.33	12,24	12,15	12,06	11,97	11,87	11,78	11,69
690	12,98	12.88	12,79	12,70	12,61	12,51	12,42	12,33	12,23	12,14	12,05	11,96	11,86
680	13,16	13,07	12,98	12,88	12,79	12,69	12,60	12,51	12,41	12,32	12,22	12,13	12,04
670	13,37	13,27	13,18	13,08	12,99	12,89	12,79	12,70	12,60	12,51	12,41	12,32	12 22

Luftdruck	Temperatur der Luft												
mm	4°	2°	0°	— 2°	— 4°	— 6°	— 8°	— 10°	— 12°	— 14°	— 16°	— 18°	— 20°
780	10,41	10,39	10,25	10,18	10,10	10,02	9,95	9,87	9,80	9,72	9,65	9,57	9,50
770	10,55	10,46	10,38	10,30	10,22	10,15	10,08	10,00	9,92	9,85	9,77	9,70	9,62
760	10,69	10,60	10,51	10,43	10,36	10,28	10,20	10,13	10,05	9,97	9,90	9,82	9,74
750	10,83	10,74	10,65	10,57	10,49	10,42	10,34	10,26	10,18	10,10	10,03	9,95	9,87
740	10,97	10,89	10,80	10,72	10,64	10,56	10,48	10,40	10,32	10,25	10,17	10,09	10,01
730	11,12	11,03	10,95	10,87	10,79	10,71	10,63	10,55	10,47	10,38	10,30	10,22	10,14
720	11,28	11,19	11,10	11,02	10,94	10,86	10,78	10,70	10,61	10,53	10,45	10,37	10,29
710	11.44	11,35	11,26	11,18	11,10	11.02	10,93	10,85	10,77	10,68	10,60	10,52	10,44
600	11,60	11,51	11,42	11,34	11,25	11,17	11,08	11,00	10,92	10,83	10,75	10,66	10,58
690	11,77	11,68	11,58	11,50	11,41	11,33	11.24	11,16	11,07	10,99	10,90	10,82	10,73
680	11,94	11,85	11,75	11,66	11,58	11,49	11,41	11,32	11,23	11,15	11,06	10,98	10,89
670	12,13	12,03	11,93	11,84	11,75	11,67	11,58	11,49	11,40	11,31	11,23	11,14	11,05

Die vorstehende Tabelle giebt an, wie hoch bei Verschiedenheit des Drucks und der Temp. eine Luftsäule sein muss, damit ihr Druck 1 mm betrage, oder was dasselbe sagt, um wie viel Meter hoch man steigen muss, damit der Luftdruck um 1 mm falle. Die Tafel ist zugleich zur Reduktion des Barometerstandes auf das Meeres-Niveau verwendbar, wenn die Höhe des Orts bekannt ist. Diese Reduktion ist dann erforderlich, wenn es sich um eine Vergleichung des Luftdrucks verschiedener Orte behufs Herstellung der sogen. Isobaren handelt.

Periodische Aenderung des Luftdrucks. Eine auftretende tägliche Periode zeigt an den meisten Orten 2 Maxima, Vormittag und Abend zwischen 9 und bezw. 11 Uhr und 2 Minima, am Morgen und im Laufe des Nachmittags zwischen 3 und bezw. 5 Uhr. Die Aenderung des Luftdrucks ist am Tage stärker als in der Nacht. In den tropischen Gegenden findet die tägliche Aenderung mit grosser Regelmässigkeit und stärker (etwa 3 mm) statt, als in den gemässigten und kalten Zonen, so dass in letztern eine längere Beobachtungs-Reihe erfordertlich ist, um den Einfluss der nicht periodischen Aenderung zu eliminiren.

Die tägliche Aenderung des Luftdrucks erklärt sich aus der täglichen Periode der Temp. und des Wasserdampfs. Wäre nur der Einfluss der Temp. wirksam, so würde die tägliche Kurve des Luftdrucks nur ein Maximum und gleichfalls nur ein Minimum zeigen, in der Weise, dass dem Steigen der Temp. ein Fallen des Barom. und dem Fallen der Temp. ein Steigen des Barom. entspräche. Die Wirkung des Wasserdampfes modifizirt diese Aenderung in der Art, dass die am Morgen lebhaft vor sich gehende Verdunstung ein Steigen des Barom. bis zum Vormittags-Maximum bewirkt.

In Folge des raschen Aufsteigens des Luftstroms fliesst die Luft in den obern Regionen der Atmosphäre nach den Seiten hin ab: der Luftdruck sinkt, das Barom. fällt nnd zwar am schnellsten, nach dem Aufhören des aufsteigenden Luftstroms also nach dem Mittags-Maximum der Temp. Kühlt sich nun am Abend die Erde wieder ab, so sinken die Luft und der Wasserdampf wieder herab und es entsteht ein absteigender Luftstrom, der das Steigen des Barom. am Abend veranlasst. In Folge der Kondensation der Wasserdämpfe während der Nacht nimmt der Dampfdruck ab, und das Barom. sinkt bis zu seinem Morgen-Minimum.

Auch die jährliche Periode des Luftdrucks ist denselben Bedingungen unterworfen. Im Innern der grossen Kontinente, in denen die Luft trocken ist, wie beispielsweise im Innern von Asien, spiegelt sich der Gang der Temp. in der jährlichen Kurve des Luftdrucks wieder. Es fällt das Maximum desselben in den Winter, das Minimum in den Sommer und es steigt der Unterschied zwischen Maximum und Minimum bis auf 20 mm.

Bedeutender als die period. Schwankungen des Barom. sind die nicht periodischen. Für Berlin war während des Zeitraums 1848—1872:

das absolute Maximum des Luftdrucks am 10. Dez. 1852 = 781 mm
das absolute Minimum „ am 20. Jan. 1863 = 723,5 mm,
die Differenz von 57,5 mm ist mehr als der 14. Theil des Atmosphären-Drucks.

Isobarische Linien oder Isobaren (von dem schottischen Meteorologen Alexander Buchan zuerst eingeführt) verbinden Orte gleichen Barometerstandes mit einander. Für die in ungleichen Höhen gelegenen Orte ist die Reduktion auf das Meeres-Niveau erforderlich (S. oben).

Die Isobaren zeigen, dass über den Kontinenten im Winter hoher, im Sommer niedriger Luftdruck herrscht, und dass über den grossen Meeren der Luftdruck in den verschiedenen Jahreszeiten gleichmässiger vertheilt ist.

Barometrischer Gradient. Hierunter versteht man die Aenderung des Luftdrucks in der zu den Isobaren senkrechten Richtung. Die Grösse desselben wird durch die Anzahl mm ausgedrückt um welche der Luftdruck abnimmt, während man sich in der Richtung des Gradienten um 1 Aequatorgrad weiter bewegt. Sind die Isobaren konzentr. Kreise, deren Mittelpunkt ein barometrisches Maximum oder Minimum ist, so haben die Gradienten eine radiale Richtung, während die Richtung dieselbe sein muss, wenn die Isobaren parallele gerade Linien sind. Ausserdem ist ersichtlich, dass der Gradient um so grösser ausfallen muss, je geringer der Abstand der Isobaren ist.

Bewegung der Luft, Wind, ist die Folge der ungleichen Vertheilung des Luftdrucks. Wenn der Luftdruck allein für den Wind bestimmend wäre, so würde seine Richtung mit der des barometrischen Gradienten vollkommen überein stimmen. Die Richtung wird aber durch die Erd-Umdrehung modifizirt, in deren Folge der Wind, im Sinne der Bewegung, auf der nördlichen Erdhälfte nach rechts, auf der südlichen nach links abgelenkt wird. Die Drehgeschwindigkeit der einzelnen Punkte der Erdoberfläche verhält sich wie die Halbmesser der Parallelkreise, unter denen sie liegen; sie nimmt also von den Polen, wo sie = 0 ist, zu, bis zum Aequator, wo sie am grössten ist. Im Zustande der Ruhe nimmt die Luft an der Drehungsgeschwindigkeit des Ortes Theil, über dem sie sich befindet. Wenn sie das Bestreben besitzt, in der Richtung eines Parallelkreises zu fliessen, so wird die Drehung der Erde geringern Einfluss auf sie äussern. Wird aber die Luft auf der nördlichen Erdhälfte senkrecht zur Richtung der Parallelkreise, z. B. vom N nach S getrieben, so kommt sie von Orten deren Dreh-Geschwindigkeit gering ist nach Orten, an welchen diese grösser ist. Die Luft dreht sich dann mit einer geringern Geschwindigkeit nach O, als die Orte, mit welchen sie in Berührung tritt; sie scheint daher aus östlicher Richtung zu kommen. Wird die Luft von S nach N getrieben, so wird ihre Richtung eine westlichere werden. In beiden Fällen erfährt die Richtung der Bewegung eine Ablenkung nach rechts. Auf der südlichen Erdhälfte geschieht die Ablenkung stets nach links.

In Folge der ablenkenden Kraft der Erdumdrehung gerathen die nach dem Orte eines barometrischen Minimums hinströmenden, oder von dem Orte eines barom. Maximums fortströmenden Luftmassen in eine drehende, wirbelnde Bewegung. Strömt die Luft nach einem Minimum hin: zyclonische Luftbewegung, so findet auf der nördlichen Erdhälfte die Drehung entgegengesetzt der Bewegung eines Uhrzeigers, auf der südlichen Erdhälfte im Sinne desselben statt. Strömt dagegen die Luft vom Orte eines Maximums fort: antizyclonische Luftbewegung, so findet die drehende Bewegung auf der nördlichen Erdhälfte im Sinne der Bewegung eines Uhrzeigers, auf der südlichen im entgegengesetzten Sinne statt. Dabei entsteht im Minimum ein aufsteigender, im Maximum ein absteigender Luftstrom.

Eine vollständige Ausgleichung des Luftdrucks kann niemals eintreten, da die Ursachen, welche die Verschiedenheiten des Luftdrucks hervor rufen, ununterbrochen fortwirken.

Barometrische Maxima bleiben in unsern Gegenden in der Regel längere Zeit über den Orten, an denen sie sich gebildet haben, bestehen. Tritt eine Bewegung ein, so findet dieselbe nur langsam, bald nach der einen Seite, bald nach der andern statt. Die barometrische Minima dagegen bewegen sich fast stets, und zwar in der nördlichen gemässigten und kalten Zone in den meisten Fällen von W nach O, mit einer Geschwindigkeit die bis 90 ^{km} pro Stunde betragen kann.

Die Region der nördlichen Halbkugel in welcher die barometr. Minima am häufigsten vorkommen und sich bewegen, umfasst die nordamerikanischen Seen, Neufundland und das Meer zwischen Neufundland und Grönland sowie auch Island, das Meer zwischen Island, Jan-Mayen, Spitzbergen, der Bäreninsel und Norwegen, und weiter östlich das Meer zwischen der Bäreninsel, Spitzbergen und Nowaja-Semlya.

Der Vorübergang eines Wirbels an einem Orte hat eine Drehung des Windes an demselben zur Folge. Liegt der Ort auf der nördlichen Erdhälfte, so muss beim Vorübergange einer Cyclone nördlich vom Beobachtungsorte die Windfahne sich von SO über S und SW nach W und nach NW drehen, also mit der Sonne. Auf der südlichen Erdhälfte dagegen, wo die Drehung des Wirbels um das Minimum in entgegengesetzter Richtung erfolgt, dreht sich die Windfahne von NO über N und NW nach W und SW, wenn eine solches Minimum auf der Polarseite des Beobachtungsortes (als südlich von demselben) vorüber zieht, in beiden Erdhälften also mit dem scheinbaren täglichen Sonnenlauf.

Dies ist das sogen. Dove'sche Drehungsgesetz des Windes. Man erkennt, dass dasselbe nicht für alle Orte der Erdoberfläche gilt, sondern nur für diejenigen, welche auf der Aequatorseite der Hauptwege der atmosphärischen Wirbel liegen.

Die mittlere Windrichtung ist in Mitteleuropa die westliche; sie fällt aber im Winter mehr auf die Südseite, im Sommer mehr auf die Nordwestseite.

Die Stürme der gemässigten Zone führte Dove auf folgende (heute freilich nicht mehr allgemein anerkannte) 4 Grundformen zurück:

1. Aus der heissen Zone in die gemässigte eindringende Wirbelstürme, die in der heissen als Westindia-Hurricanes von SO nach NW fortschreiten, an der äussern Grenze der Passat-Zone rechtwinklich umbiegen und dann in der gemässigten Zone sich stets erweiternd von SW nach NO fortrücken.

2. Südweststürme. Der von der äussern Grenze des Passats herab kommende obere Aequatorialstrom dringt mit stürmischer Schnelle in höhere Breiten vor. Dies sind die, häufig Aequatorial-Stürme genannten Stürme, die als Scirocco ihren Wasserdampf an dem Südabhange der Alpen in den mächtigsten Niederschlägen verlieren, zuerst im südlichen Europa sich zeigen und später weiter heraufrücken. Ihr Ursprung ist im westindischen Meere zu suchen.

3. Nordweststürme. Hat ein Sturm der Grundform ad 2 über Europa geherrscht und eine Auflockerung der Atmosphäre erzeugt, die einem von SW nach NO gerichteten Längenthale vergleichbar ist, so bricht häufig in diesen SW-Strom ein kalter Polarstrom als NW-Strom ein, der besonders im Winter auf einem breiten Streifen Gewitter hervor bringt, aber dann wiederum häufig dem SW unterliegt, der von neuem die Temperatur steigert. Die Stürme dieser Klasse sind die für Deutschland gefährlichsten. Die Stürme vom 20. Jan. 1863, 17. Novbr. 1866, 6. und 7. Dez 1868 gehören dieser Klasse an.

4. Staustürme treten dann ein, wenn dem heftig nach NO vordringenden Aequatorial-Strom ein Polarstrom gerade entgegen weht. An der Berührungsstelle steigt plötzlich das Barometer zu bedeutender Höhe. Das Hin- und Herwogen des so eingeleiteten Kampfes spricht sich ausser in dem barometrischen Zucken ebenso deutlich in den plötzlichen Uebergängen heftigen Schneetreibens und lebhaften Thauwetters aus. Diese Art Stürme zeigt sich vorzugsweise in Osteuropa; ihre Form ist der Verderben bringende Orkan der Steppe. —

Apparate zum Messen der Geschwindigkeit des Windes, Anemometer. Sie gründen sich auf verschiedene Prinzipien. Entweder wird der Ausschlagswinkel einer vertikalen Scheibe gemessen, die um eine horizontale, normal zur Windrichtung gestellte Achse drehbar ist (Anemometer von Schmidt, Kreil u. A.), oder es wird dem Winde eine Scheibe entgegen gehalten und durch sie eine Feder zusammen gedrückt (Anemometer von Nollet, Beaufoy, Jelinek), oder es wird die Zahl der Umdrehungen eines durch den Wind schneller oder langsamer bewegten vierarmigen Flügels während einer bestimmten Zeit beobachtet. (Anemometer nach Robinson s. Abbildung in Rühlmann, Allgem. Maschinenlehre, Bd. 1). Letztere Art ist die am häufigsten angewendete.

Die grösste Geschwindigkeit der Stürme Mitteleuropas in freier Lage wird vielfach zu etwa 30 m pro Sek. angegeben. Uebrigens liegen folgende nähern Angaben vor:

1. Nach den Beobachtungen der Seewarte in Hamburg betrug in der Nacht vom 23. zum 24. Januar 1884 die mittlere Geschwindigkeit des Windes pro Sekunde:

von 12—1 h = 23,7 m	von 4—5 h = 27,6 m
„ 1—2 „ = 23,7 „	„ 5—6 „ = 29,2 „
„ 2—3 „ = 28,4 „	„ 6—7 „ = 26,8 „
„ 3—4 „ = 30,4 „	„ 7—8 „ = 27,2 „

2. Auf der Sternwarte in Greenwich ist als grösste Wind-Geschwindigkeit diejenige am 8. Dezbr. 1872 bekannt, welche 80 km pro Stunde = 22,2 m pro Sek. betrug.

3. In Aberdeen wurde am 27. Januar 1879 (dem Tage des Einsturzes der Taybrücke) die Windgeschwindigkeit von 114 km pro Stunde = 31,7 m pro Sek. registrirt.

4. Auf dem Observatorium zu Wien wurde bei einem Sturm im Januar 1874 eine grösste Geschwindigkeit von 35,6 m registrirt*).

5. Daselbst am 10. März 1881 bei einem nahezu 24 Stunden währenden Sturm abermals 35,6 m. Die grösse Heftigkeit dieses Sturmes hielt ohne wesentliche Aenderungen etwa 2 Stunden lang an.**)

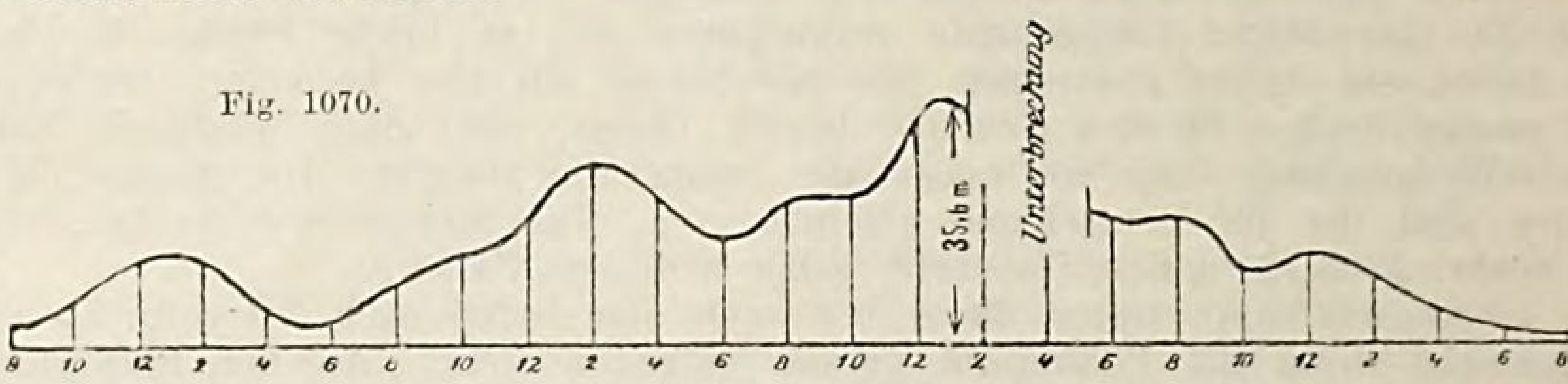
*) Wochenschr. d. östr. Ingen. u. Arch.-Vereins 1884, S. 344. — **) Das. 1881, S. 100. — Das. 1884, S. 343.

6. Daselbst am 10. Dezbr. 1884 während zwei auf einander folgenden Stunden 36,1 und bezw. 35,3 m. Dieser Sturm bewahrte seine grössere Heftigkeit 5 Stunden lang und hatte am Anfang 25,3 am Ende 16,1 m.*)

Sehr hohe Geschwindigkeiten werden nach den Beobachtungen des „*Signal Office*“ in Washington**) bei den in den nordwestlichen Theilen der Vereinigten Staaten öfter auftretenden sogen. Tornados erreicht. Es wurden mit dem Robinson'schen Anemometer Geschw. von 36 m pro Sek. bestimmt, und es wird eine Geschw. von 60 m der aufsteigenden Bewegung der Luft im Zentrum eines Tornados als „nichts Seltenes“ bezeichnet. Letztere Bestimmung ist aus Beobachtungen über die Wirkung derartiger aufsteigenden Luftströme entnommen.

Die Heftigkeit stärkerer Stürme wechselt meist in nicht gerade langen Intervallen erheblich; die allergrössten Heftigkeiten sind Stössen vergleichbar, von relativ kurzer Dauer. Ein anschauliches Bild von derartigen Schwankungen liefert die grafische Darstellung des Verlaufs des ad 5 oben erwähnten Sturmes zu Wien welche in Fig. 1070 beigefügt ist. Die Lücke im Diagramm ist durch einen Bruch des Instruments verursacht.

Fig. 1070.



Beaufort hat für die Unterscheidung der Windstärken folgende Skala aufgestellt:

		Geschwindigkeit engl. Meile pro Stunde	Geschwindigkeit m pro Sek.			Geschwindigkeit engl. Meile pro Stunde	Geschwindigkeit m pro Sek.
0	Ruhig	3	1,5	7	Mässiger Wind . . .	40	18
1	Leicht bewegte Luft .	8	3,5	8	Frischer „ . . .	48	21
2	Leichte Brise	13	6	9	Starker „ . . .	56	25
3	Gelinde „	18	8	10	Voller „ . . .	65	29
4	Mässige „	23	10	11	Sturm	75	33,5
5	Frische „	28	12,5	12	Orkan	90	40
6	Starke „	34	15				

Die sogen. Smeaton'sche Skala, welche auch den Winddruck berücksichtigt, ist folgende:

Geschwindigk. pro Stunde engl. Meilen	Geschwindigk. pro Sek. m	Winddruck pro □Fuss engl. Pfund engl.	Winddruck pro qm kg	Geschwindigk. pro Stunde engl. Meilen	Geschwindigk. pro Sek. m	Winddruck pro □Fuss engl. Pfund engl.	Winddruck pro qm kg	Geschwindigk. pro Stunde engl. Meilen	Geschwindigk. pro Sek. m	Winddruck pro □Fuss engl. Pfund engl.	Winddruck pro qm kg
1	0,44	0,005	0,024	15	6,6	1,107	5,4	45	19,8	11	97
2	0,88	0,02	0,098	20	8,8	1,968	9,6	50	22	12	107
3	1,32	0,044	0,21	25	11	3,075	15,0	60	26,4	18	129
4	1,76	0,079	0,39	30	13,2	4,429	21,5	80	35,2	32	172
5	2,2	0,123	0,60	35	15,4	6,027	29,5	100	44	50	214
10	4,4	0,492	2,38	40	17,6	7,873	38,5				

Wie beim „hydrometrischen Flügel“ hat jedes Anemometer seine Konstanten, deren genaue Bestimmung hier indess, weil die Bewegung der Luft der Sichtbarkeit entbehrt, und weil die Verschieblichkeit der einzelnen Theile derselben grösser als beim Wasser ist, grössere Schwierigkeiten bietet, als die Bestimmung der Konstanten der hydrometr. Flügel. Daraus erklärt es sich, dass die Angaben der Anemometer einen höhern Sicherheitsgrad nicht besitzen, und dass Vergleiche von Windgeschwindigkeiten die mit verschiedenen Arten von Instrumenten gemessen wurden, unzulässig sind.

In noch höherm Maasse besteht Ungewissheit über den Druck***) den der Wind bei bestimmten Geschwindigkeiten ausübt. Der Druck auf ebene Flächen von beschränkter Ausdehnung lässt sich durch praktische Versuche oder mit

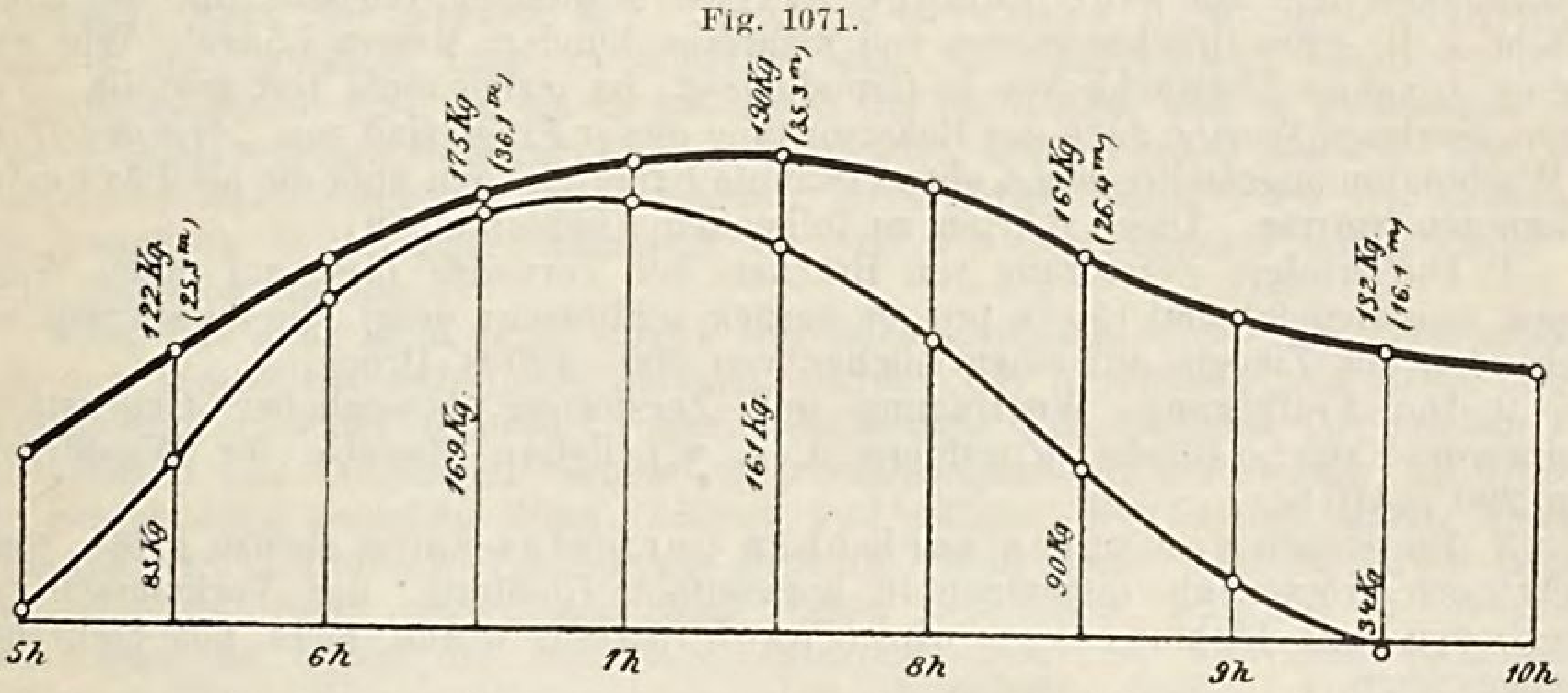
*) Vergl. hierzu auch die folgende Seite.

**) Vergl. „Die Natur“; neue Folge, 11. Jahrg. S. 329, nach einer Mittheilung *in Ciel et Terre.*

***) Vergl. hierzu auch S. 844.

Instrumenten in denen Federkraft oder eine Quecksilbersäule als Messwerkzeug dient, annähernd genau bestimmen. Auf den Resultaten solcher Versuche beruht die vielfach benutzte Formel: (1) $P = \xi F v^2$, worin ξ ein Koeffiz., der zu 0,12 bis 0,13 angenommen wird. Eine andere von Buys-Ballot gegebene Formel lautet: (2) $P = F\,(0{,}2\,v + 0{,}04\,\sqrt{v^2} - 1)$. Die nach der Formel (1) bestimmten Werthe sind im allgemeinen kleiner, als die nach der Smeaton'schen Skala ermittelten. Ein Beispiel für den Unterschied der nach dieser Formel ermittelten Werthe gegen die mittels eines Federapparats direkt bestimmten bietet das Diagramm, Fig. 1071, welches sich auf den oben ad 6 mitgetheilten Beobachtungsfall auf dem Wiener Observatorium am 10. Dezbr. 1884 bezieht.

Fig. 1071.



Eine gewisse Uebereinstimmung findet hier nur bei den höchsten Werthen statt, und die Differenz nimmt zu in dem Maasse als die Drücke bezw. die Windgeschwindigkeiten sich vermindern. Dieser Spezialfall bietet eine praktische Illustration zu dem was oben über die Zweifelhaftigkeit der Angaben der betr. Instrumente angeführt worden ist.

Ueber den Druck, den Stürme von grösster Heftigkeit ausüben, liegen folgende genauere Beobachtungen von Spezialfällen vor.

1. Zu Dundee gab am Tage des Einsturzes der Taybrücke (27. Januar 1879) der Druckmesser 42 Pfd. pro □ Fuss englisch = 204^{kg} pro ^{qm} an.

2. Der grösste bis 1879 auf der Sternwarte zu Greenwich beobachtete Sturm, am 8. Dezbr. 1872, äusserte zeitweilig mehr als 40 Pfd. pro □ Fuss engl = 195^{kg} pro ^{qm} Druck.

3. Bei einem Sturme, der am 12. März 1876 über Belgien und Rheinland fortging, wurde von Quételet in Brüssel der höchste Winddruck zu 144^{kg} pro ^{qm} ermittelt.

4. Bei dem Sturme zu Hamburg am 23./24. Januar 1884 überstieg der Winddruck während 1 Stunde mehrfach 150^{kg} pro ^{qm}.

5. Bei dem Sturme zu Wien am 10 März. 1881 wurde auf dem Observatorium während länger als 1 Stunde ein Winddruck von mehr als 145^{kg} pro ^{qm} registrirt; die Berechnung nach der S. 1146 mitgetheilten Formel liefert 155^{kg} (vergl. hierzu das Diagramm Fig. 1070.

6. Bei dem Sturme zu Wien am 10. Dezbr. 1884 wurden auf dem Observatorium in 5 auf einander folgenden Stunden die im Diagramm, Fig. 1071, angegebenden Winddrücke registrirt von bezw. 122^{kg}, 175^{kg}, 190^{kg}, 161^{kg}, 132^{kg}.

Schliesslich sei noch mitgetheilt, dass von Rankine als höchster in England beobachteter Winddruck 268^{kg} pro ^{qm} angegeben, die Richtigkeit dieser Angabe aber von anderer Seite bezweifelt wird.

Jedenfalls spielt, wie auch die oben mitgetheilten Spezialfälle darthun, die „Lokalität“ bei der Grösse des Winddrucks eine sehr bedeutende Rolle.

Sind schon die Angaben über die absolute Grösse des Winddrucks mit Zweifeln umgeben, so können dieselben doch als einigermaassen bestimmt und auch umfassend genug angesehen werden, wenn man sie vergleicht mit denjenigen Angaben, die über die genauern Verhältnisse zeitlicher und örtlicher Natur bei heftigen Stürmen vorliegen.

Zeitlich ist die Heftigkeit der Stürme grossen Schwankungen unterworfen; die grössten Heftigkeits-Ausbrüche sind rasch vorüber gehenden Stössen zu vergleichen. Bei der Schwierigkeit, sowohl dass die Instrumente solchem Wechseln genau folgen, als der andern, von demselben, sei es sogleich sei es erst nachträglich, ausreichende Kenntniss zu erlangen, wird auf eine Vervollkommnung der Beobachtungen in dieser Richtung vielleicht noch für auf lange Verzicht geleistet werden müssen.

Noch schwieriger in der Lösung ist das Problem der Bestimmung der örtlichen Ausdehnung des grössten Winddrucks, dessen Lösung für die Baukonstruktionslehre von Wichtigkeit sein würde. Man nimmt an, dass heftige Windstösse ihre Wirksamkeit nur auf eine geringe Fläche ausdehnen, niemals auf die ganze Fläche z. B. eines Brückenträgers von mehreren hundert Metern Länge. Wie weit dieser Annahme Thatsächliches zu Grunde liegt, ist bisher nicht fest gestellt. Von einem gewissen Werthe auch zur Beantwortung dieser Frage sind vom „*Signal Office*“ in Washington angestellte schon oben erwähnte Ermittelungen über die als Tornados bekannten Stürme. Diese führten zu folgenden Feststellungen:

1. Die erfolgte Zerstörung von Brücken bei Tornados lässt auf einen Winddruck zwischen 90 und 130 ^{kg} pro ^{qm} zurück schliessen; desgl. die Zerstörung von Gebäuden aus Ziegeln auf einen solchen von 290—420 ^{kg} Druck.

2. Die Entführung, Wegtragung und Zerstörung beweglicher Gegenstände (schwerer Fässer, Blöcke, Zugthiere u. s. w.) liefern Beweise für Winddrücke von 290—410 ^{kg}.

3 Pressionen von unten nach oben gerichtet waren ebenso gross, wenn nicht noch grösser als diejenigen in horizontaler Richtung; das Vorkommen von Pressionen mit Richtung von oben nach unten wurde nicht mit Sicherheit nachgewiesen.

4. Drücke, wie die ad 1 und 2 mitgetheilten, wurden — wie Beobachtungen ergaben — nur auf kleine Flächen (1, 2 oder 10 ^{qm}) ausgeübt. Der Weg der grössten Zerstörung ist wohl mehrere Kilometer lang, erstreckt sich aber nur auf einige hundert Meter in die Breite, und die Linie des Maximums der Heftigkeit hat eine noch geringere Breite. Die angeführten ausserordentlichen Drücke werden nur auf kleinen, nicht 10 ^{qm} messenden Flächen beobachtet, welche längs des Weges, den der Sturm nimmt, ungleich vertheilt sind. Die Tornados haben durchgehends eine Geschw. von 130 ^{km} pro Stunde (36 ^{m} pro Sek.) bei einer Breiten-Ausdehnung von 300 ^{m}.

5. Die Bahn der grössten Zerstörung umfasst ihrer ganzen Längenerstreckung nach Winde, welche aus entgegen gesetzten Richtungen kommen. Deshalb besteht in gewissen Augenblicken die Wirkung des Windes nicht etwa darin, einen Gegenstand umzuwerfen, wegzuführen oder ihn zu zermalmen, sondern darin denselben — um eine vertikale Axe drehend, zu würgen. Daher rühren Hebungen von Gebäuden, mit Rückkehr in ihre frühere Stelle nachdem eine Zertrümmerung stattgefunden hat, Baum-Entwurzelungen etc.

6. Die Zeit, während welcher ein Gegenstand der Wirkung eines Tornados ausgesetzt bleibt, beträgt von 6—60 Sek.; die Maximal-Gewalt im Zentrum hält wahrscheinlich weit über die untere Grenze hinaus an. Ein der Einwirkung eines Tornado ausgesetztes Gebäude empfängt nur einen einzigen, einem Hammerschlage vergleichbaren Stoss, mit welchem die Zerstörung vollendet ist.

7. In der Gegend des Mittelpunktes (Trichter) eines Tornados entsteht ein vertikal aufwärts gehender Strom, dessen Bestreben, mit hinweg zu führen und zu zerstören, durch die innerhalb des Trichters vorhandene lokale barometr. Depression gefördert wird. Die in einem Gebäude etc. eingeschlossene, unter viel höherm Druck stehende Luft sucht nach aussen frei zu werden. Der dabei stattfindende Ueberdruck wird oft grösser als 20 ^{mm} Quecksilbersäule, d. h. 350 ^{kg} pro ^{qm}; derselbe kann aber noch 10 mal stärker werden.

Eine Spezialstudie über die Wirbelstürme liegt vor in der Schrift: Dr. Reyn. Die Wirbelstürme etc.; Hannover 1872.

Theil II.: Wetter-Vorausbestimmungen: Prognosen.

Bearbeitet von **Möller**, Regier.-Baumeister in **Hamburg**.

I. Allgemeines.

Die Bestrebungen, das kommende Wetter im voraus zu erkennen, sind sehr alt, und die Erfahrungen auf diesem Gebiete sind nicht unbedeutend. Doch gehören tiefer gehende Bemühungen, die Witterungs-Erscheinungen auf ihre Ursachen zurück zu führen und in ihrer Gesammtheit und wechselweisen Abhängigkeit, also gleichzeitig an vielen Orten eines grossen Länder-Komplexes zu erkennen, ganz der Neuzeit an. Die Alten verstanden nicht durch kunstfertige Statistik das geistige Auge zu schärfen und für Unterschiede empfänglich zu machen; es fehlte auch an einem Austausch der Ansichten, und es entwickelte sich kein Wissen, welches Gemeingut jedes Lernenden hätte werden können. Die verschiedenen Beobachter eigneten sich nur persönliche Fertigkeiten im Erkennen des jeweiligen Witterungs-Charakters an, die mit den Personen selbst wieder zu Grab getragen wurden.

Erst mit dem nicht weit zurück liegenden Zeitpunkte, wo die Wissenschaft sich der Wetter-Beobachtungen annahm, wurden die Kenntnisse und Erfahrungen intensiv und extensiv gefördert. Man beschäftigte sich zunächst mit solchen Erscheinungen und Vorgängen, welche am fruchtbringendsten erschienen. Es wurden die Beziehungen zwischen Wind-Richtung und -Stärke, Bewölkungs-Grad, Niederschlägen und Luftdruck-Vertheilung geprüft. Man fand, dass an Orten relativ niedrigen Luftdrucks sogen. schlechtes Wetter sich zeigte, während im Umkreise, und zumal an Orten des höchsten Luftdrucks besseres, zuweilen wolkenloses Wetter auftrat. Ferner erkannte man, dass die Gebilde niedern Drucks, welche man „Depressionen" nannte, ihren Ort schnell wechseln, und gewisse Zugstrassen verfolgen, dass aber die Gebilde hohen Drucks weniger beweglich sind. Es ergab sich, dass man mit einiger Sicherheit aus dem Auftauchen einer schlechtes Wetter verkündenden Depression über Nord-England für 1 bis 2 Tage die Witterung von Nordwest und Zentral-Europa bestimmen könne.

Man ging nun in den Untersuchungen weiter, gewann ein Bild von den Vorgängen in den untern Schichten der Atmosph., und suchte gleichfalls in grössern Zügen die sichtbaren Erscheinungen für die höhern Luftschichten zu verfolgen. Die telegraph. Mittheilungen über die Elemente des Witterungs-Zustandes von den Stationen eines halben Welttheils an eine Zentralstelle gesendet, genügten, um mit etwa 80 % Sicherheit, das Wetter für ein beschränktes Gebiet, z. B. ein einzelnes Land auf 30—40 Stunden im voraus angeben zu können, wobei selbstredend die Ankündigungen für die verschiedenen Theile des Landes verschieden lauten müssen, je nachdem sogen. „Wetterscheiden" sich bilden. Diesem Erfolge und dem Wunsche praktischer Verwerthung desselben wird die Gründung „Meteorologischer Institute" für ausübende Wetterkunde verdankt.

In Deutschland bildet die als Reichs-Institut in Hamburg errichtete „Deutsche Seewarte" die Zentralstelle für Wetterkunde. Die dazu hier eingehenden Sammel-Telegramme werden zusammen gestellt und nach Gruppen an die Wetterwarten und Zeitungen des Binnenlandes befördert. Die Depeschen der kontinentalen — nicht der entferntesten — Stationen laufen bei der Seewarte Mitte Vormittag ein, diejenigen von England etwas später; es findet sofort die Weiter-Beförderung statt, so dass z. B. in Berlin schon um 2 Uhr Nachm. ein ganzes Sammel-Telegramm mit erläuterndem Text über die Bewegung der Depressionen u. s. w. einzutreffen pflegt.

Die heutige ausübende Meteorologie verfolgt die Verschiebung der Witterungs-Verhältnisse, und bemüht sich durch Statistik die wahrscheinlichsten „Wetterbahnen" fest zu legen, dieselben zu gliedern und durch feinere Unterscheidungen aus veränderten allgemeinen Wetterlagen auch entsprechend verschiedene Resultate abzuleiten. Um diese Leistungen zu verwirklichen bedürfen die meteorologischen Zentral-Stationen eines gut ausgebildeten Netzes von Einzel-Beobachtungs-Stationen, zumal gegen Westen hin, ferner ausgedehnter telegr. Verbindungen von dort, weil die Wetterbahnen vorzugsweise ihre Richtung von W. nach

O. nehmen. Die deutsche Seewarte empfängt Telegramme von mehr denn 100 Stationen Europas. Neuerdings hofft man durch eine Kabel-Leitung über Island und Grönland den Nord-Westen aufzuschliessen und Anschluss an Amerika zu gewinnen.

Die Gründung der deutschen Seewarte geschah speziell mit der Absicht zur Förderung maritimer Interessen und für den Zweck des Schutzes der Küsten. Darnach bezogen sich die Studien der Seewarte besonders auf diejenigen Beobachtungs-Elem., welche mit der Aenderung der Windrichtung, und Stärke, bezw. mit der „Sturmgefahr“ in engster Beziehung stehen.

Der Zuschnitt der ganzen Organisation meteorologischer Institute ist entsprechend dem der Seewarte, auch an solchen Orten den Erfahrungen der Sturmwarnungs-Stationen nachgebildet, wo andere bisher wenig berücksichtigte Beobachtungs-Elem. in Frage kommen. Vor allem sind die Beobachtungen der Wolkenformen, des Wolkenzuges und deren Beziehung zur Witterungs-Gestaltung noch wenig erforscht, obwohl die Wolkenformen und die Zug-Richtungen der Wolken im engsten Zusammenhange zur Regenbildung stehen. Es wird die Aufgabe der binnenländischen Stationen sein, solchen Beobachtungs-Objekten besondere Aufmerksamkeit zu schenken und sowohl genügende Mittel für die Beobachtung, als auch für die wissenschaftliche Verwerthung des in sich selbst todten Stoffes aufzuwenden. Denn Neues wird auf dem Gebiet der Wetterkunde nur durch emsiges Forschen, nicht aber durch Zufälligkeiten und kleine Untersuchungen gefunden. Weil grosse Länderstrecken und mühevolle Statistik in Frage kommen, sind Privatmittel unzureichend. —

Spricht man von der „Bahnrichtung der Depressionen“ und der „Wetter-Reihenfolge“, die durch den Vorübergang einer Depr. veranlasst wird, so klingt dies zwar fasslich, und erscheint die Aufstellung der Prognose leicht; doch ist dem in Wirklichkeit nicht so. Die Veränderlichkeit der Witterung ist ausserordentlich gross: die Depr. bewegen sich nicht stetig, sie machen Winkelzüge, bleiben plötzlich still auf einem Flecke liegen, eilen am nächsten Tage schnell vorwärts, erweitern sich, verschwinden, entwickeln Theilgebilde. Ja in einem und demselben Depr.-Gebiete, dessen Luftdruck sich kaum geändert hat, herrscht zu verschiedenen Zeiten ganz verschiedenes Wetter.

Um in das Chaos der möglichen Witterungs-Kombinationen eindringen zu können, bedarf es einer ausgedehnten Statistik, eines systemat. geordneten Materials, welches zu jeder Zeit schnell durch Nachschlagen dasjenige Wetter finden lässt, welches bei einer gewissen früheren Wetterlage gefolgt ist. Die Aufstellung guter Prognosen erfordert daher ein umfassendes Wissen eine scharfe Zergliederung des Wissens, feine Beobachtung, Vorstellungskraft und ein gutes Gedächtniss, wie auch die übersichtliche Zusammenstellung des empir. Hülfsmaterials; d. h. es handelt sich um Fertigkeiten und Kenntnisse, die nur in einer Reihe von Jahren gewonnen werden können.

Gute Prognosen sollen an Zeitbestimmungen wenn thunlich Anfang, und event. Dauer des zu erwartenden guten oder schlechten Wetters enthalten. Die Tragweite der Prognose muss sich den wahren Verhältnissen anpassen, und in solchen Fällen sich über eine grössere Zeitspanne ausdehnen, wo die Wetterlage eine klar hervortretende ist. Auch erscheint es zweckmässig, den Wahrscheinlichkeitsgrad des Eintreffens der einzelnen Angaben unmittelbar diesen beizufügen, u. zw. etwa in den 3 Formen als: „sehr wahrscheinlich“, „wahrscheinlich“, „halb wahrscheinlich“.

II. Erfahrungsmässiges Wissen.

a. Wetter-Indizien.

α. Das Barometer.

Das wichtigste Instrument des Meteorologen ist das Barometer. Sein Fallen bedeutet die Annäherung einer Depression mit Regen und Wind, sein Steigen gewöhnlich demnächst besseres Wetter. Doch ist es nicht möglich, aus dem Stande oder dem Gange des Barom. allein das kommende Wetter vorher zu sagen, wenn nicht andere Elemente der Beobachtung zu Hülfe genommen werden.

Bei einem Barometerstande von 770 mm erfolgen sehr selten Niederschläge, bei 765 mm ziemlich selten; bei 760 mm ist die Witterung veränderlich; bei 750 mm oder tieferem Stande folgt bei windigem Wetter fast stets Regen.

Für Orte, die beträchtlich über dem Meeres-Niveau liegen, ist bei Berücksichtigung der Temp. eine Reduktion des wahren Barometerstandes auf den des Meeresspiegels erforderlich. Etwa 10 m Höhendifferenz geben 1 mm Quecksilbersäulen-Differenz (vergl. Genaueres in der Tabelle, S. 1142), so dass bei etwa + 30 m Höhenlage der mittlere Barometerstand anstatt 760 nur etwa 757 sein würde. Nahe der Küste sinkt bei grossen Stürmen das Barom. von seinem Stande in Meereshöhe = 760 mm bisweilen auf 730, selbst 720 mm und auf dem Ozean sogar unter 700 herab.

Von grösserer Bedeutung als die Höhe des Luftdrucks ist der Gang desselben; die Witterung ist weniger von der lokalen Höhe des Drucks alsvon den Schwankungen in der Vertheilung desselben und dem Winde abhängig. Die „Regen-Wahrscheinlichkeit" (S. 1135) wächst mit der Stärke sowohl der SO.-, S.- und SSW.-, sowie der N.-Winde.

Windstille und schwaches Fallen des Barom. von 0 bis 1 mm in 12 Stunden deutet auf wenig oder keinen Regen. Starker S.-Wind und Fallen um 1 bis 2 mm mehr Regen, starker S.-Wind und Fallen um 6 bis 8 mm sehr viel Regen. Geringere Niederschläge treten bei W.-Wind und westl. Zuge der Wolken ein.

Die seltenen, im Hochsommer 1- oder 2 mal vorkommenden Wetterlagen, welche den Ostseeländern viel Regen bringen, entsprechen dem Steigen des Drucks über England, Stillstand des Barom. in Hamburg und Fallen desselben im östlichen Deutschland. (Vergl. Diagramm, Fig. 1085, S. 1062.)

Vollzieht sich starkes Fallen des Barom. bei schwachem Winde, so ist, auf das Regenwetter folgend, starker Wind zu erwarten, welcher aus einer Richtung bläst, die um 120° nach S. und W. gegen die Richtung des ursprünglichen schwachen Windes abweicht. Bei sehr starkem Winde, zumal bei SO.-Wind folgt auf die Niederschläge Windstille und erhebt sich erst nach ferneren 8 Stunden stärkerer Hinterwind, falls während der Windstille der Regen einige Stunden bei immer noch fallendem Barom. anhält.

Beispiele. 1. Am 3. Dezbr. 82 herrschte in Berlin starker Frost; Mitt. erschien Cirrus aus NW., der Himmel wurde Abds. heiter, das Barom. sank bei SO.-Wind. Nachts wurde der Frost sehr stark (— 11°). Am Morgen des 4. war das Barom. um 12 mm gefallen; es wehte scharfer OSO.-Wind. Der Himmel bezog sich mit Cirrusgewölk aus W.; darunter folgte dunkles Ober- und Mittel-Gewölk aus SW. Von Mitt. 11 U. bis Abends 6 U. herrschte Schneesturm aus OSO. mit langsam steigender Temp. Um 8 U. Abds. trat Thauwetter und Windstille ein; das Barom. stand nun still. — Auch am folgenden Tage herrschte nur leichter Wind bei gebrochener Bewölkung und schwachen Regenfällen. Man nennt das Druck-Gebilde, das ein solches Wetter veranlasst, „Theilminimum".

2. Nachdem während einiger Tage nebliges Wetter bei hohem Stande des Barom. bestanden hatte, sank in Witten a. d. Ruhr an einem Sonnabend früh das Barom. äusserst schnell, die Unterwolken verschwanden, Cirruswolken erschienen und der SO.-Wind wuchs schnell bis 11 U. Vorm. zu Sturmesstärke an. Cirröses Gewölk bezog den Himmel, Wolken-Wulste und -Bänder vereinigten sich und der Himmel nahm um 1 U. eine tief blaugraue Färbung an, Wolkenkonturen waren nicht mehr zu erkennen. Der Regen begann alsbald bei Windstille und wurde sehr heftig. Während der ganzen Zeit fiel das Barom. äusserst schnell und deutete somit auf Zunahme des Windes, welcher Abds. stark auffrischte und am Sonntag früh als WSW.-Wind orkanartige Stärke annahm.

Sehr schnelles Steigen des Barom. ist nur dann ein Zeichen kommenden guten Wetters, wenn das Steigen von Regenfall begleitet ist. Schnelles Steigen des Drucks bei heiterm Himmel und kräftigem Winde, aus tiefem zu mässig hohem Barom.-Stande hat meist erneuertes, starkes Fallen des Barom. und schlechtes Wetter zur Folge. Bei einem Barom.-Stande von 10 mm über Mittel pflegt jedoch Druck-Zunahme bei heiterm Himmel stattzufinden, ohne dass ein Rückfall zu befürchten wäre. Steigt von ziemlich tiefem Stande, etwa von 745 mm aus, das Barom. langsam, so ist eine Periode trockner Tage zu erwarten.

Ueberhaupt ist die zu erwartende Regenmenge mehr vom Winde, als vom Luftdruck abhängig.

β. Der Wind.*)

Es ward bereits hervorgehoben, dass lebhafte O., SO., S. und SSW.-Winde Regen bringen, während dieselben in W.-Wind übergehen. Während des Regens

*) Vergl. die Arbeit des Verf. über Luftbewegung in der Atmosphäre, und deren Einfluss auf die Witterungs-Gestaltung in der Deutsch. Bauzeitg., Jahrg. 1885.

nimmt die Windstärke zunächst ab. Die Drehung des Windes gegen N. und NO. bringt heitern Himmel hervor.

γ. Die Temperatur.

Zur Winterszeit, im Herbste und im Frühjahrs-Anfang dient auch die Beobachtung der Thermom.-Schwankungen zur Vorherbestimmung der Niederschläge. Der Wechsel der Windrichtung, welcher dem Regenwetter oft 6 — 12 Stunden vorauf geht, verursacht gleichzeitig eine Aenderung der Temp. Da in der Regel bei veränderlicher Witterung zur kältern Jahreszeit in SW. höhere Temp. herrscht, wird die Wendung des Windes von NW. nach SW. ein Steigen der Temp. zur Folge haben, oder in hellen Nächten wenigstens das Sinken derselben verlangsamen. Das Thermom. zeigt die bevor stehende Aenderung in der Windrichtung bisweilen schon an, wenn in der Tiefe noch Windstille herrscht, weil der SW.-Wind sich in der Höhe früher einzustellen pflegt und die Temp. der tiefern Schichten beeinflusst, bevor diese ihre Bewegungs-Richtung ändern.

Nach einer längern Frostperiode kann jedoch der S.-Wind oft 1 bis 2 Tage den Küstenländern intensive Kälte zutragen, weil die Kälte im Binnenlande grösser war als an der Küste. In diesem Falle täuscht das Thermometer.

δ. Die Niederschläge.

Die Form des Niederschlags gewährt häufig einigen Anhalt zur Beurtheilung des Wetters. Die vorhandenen Beziehungen sind jedoch bisher keiner nähern Untersuchung unterzogen, und es können daher hier nur einige beiläufig gefundene Regeln gegeben werden.

Regenfall, welcher mit grossen Tropfen beginnt, ist meist von kurzer Dauer. Feinem Regen bei südl. Winde folgt wiederholt nach etwa 6 Stunden ein Regenschauer bei W.-Wind, selbst wenn in der Zwischenzeit heiterer Himmel sich zeigt.

Stärkere Regenwetter zeigen oft eine 24- bis 30stündige Periode (vergl. S. 1141 ff.), während welcher Zeit sich die Witterungs- und Luftdruck-Verhältnisse ähnlich wiederholen. Diese Periode wird zuweilen auf die wechselnde Einwirkung der erwärmenden Wirkung der Sonnenstrahlen zurück geführt, ist aber wahrscheinlich nur zum kleinsten Theil durch diese veranlasst, sondern vorwiegend wohl durch eine schwankende Bewegung der ganzen Luftmasse hervor gerufen. Die Luft folgt einmal dem Gefälle, erlangt eine grosse Geschw., und dringt vermöge der durch die Erdumdrehung erlittene Richtungs-Aenderung hernach in die Zone hohen Drucks ein, wodurch heiteres Wetter entsteht. Diese zwischen Beschleunigung und Verzögerung hin und her schwankende Bewegung der ganzen Luftmasse bei vorhandenen Gefällen (Gradient, S. 1143) ist bislang weder theoret. Untersuchungen unterzogen, noch an praktischen Beispielen studirt worden, obwohl diese Beziehungen nach Ansicht des Verf. zur Erklärung der Theil-Minima führen würden, und für die Wetterkunde von ausserordentlicher Bedeutung werden könnten.

Es wurde schon hervor gehoben, dass Regenfall bei langsam steigendem Barom. andauernd höhern Luftdruck erwarten lässt, während im Gegentheil rasches Steigen bei heiterm Himmel und starkem Winde häufig auf erneutes Fallen des Barom. deutet.

Im Winter stellt sich bei dem Uebergang von Frost zu Thauwetter gewöhnlich die höhere Temp. schon in obern Schichten ein, bevor die Kälte unten gewichen ist. Der etwa fallende Schnee wird feucht und geht in Regen über, so dass diese Form des Niederschlags Thauwetter bringt.

ε. Fallender und steigender Nebel.

Das plötzliche Verschwinden des Nebels aus den Tiefen gilt mit Recht als Zeichen kommenden Regens. Man sagt: der Nebel „steigt", während in Wahrheit gerade das Fallen der untern Luftschichten eine Verdampfung des Nebels veranlasst, welcher, verschwindend, die obere vorhandene Wolkendecke nicht mehr verhüllt. Bei Bildung der Wolken verschwindet wohl der Nebel; aber es bildet sich aus dem Nebel der Tiefe nicht die Wolke in der Höhe. Bei dem Herannahen eines Luftgebiets aufsteigender Strömung bildet sich am Umfange und vorn eine Gegenströmung, ein Fallen der Luft, weil der aufsteigende Strom Luft fortsaugt und der umgebenden Luft die Basis entzieht, so dass diese fällt. Im aufsteigenden Strom bilden sich die Wolken, und diese breiten sich schirmartig über das Gebiet des fallenden Stroms aus.

Befinden sich über dem verschwindenden Nebel keine Wolken, ist derselbe vermöge der Sonnenwärme, oder auch von trocknem Landwind aufgenommen worden, so sagt der Laie: der Nebel ist „gefallen"; es giebt „gut Wetter"! Verschwindet dagegen der Nebel in Folge des durch das aufziehende Regenwetter verursachten vordern fallenden Gegenstroms, welcher den Nebel zuerst unten verschwinden macht, während derselbe in mittlerer Höhe noch sichtbar ist, bis zuletzt auch hier Auftrocknung erfolgt, und nun in der Höhe die Wolken erkennbar werden, so sagt der Laie: der Nebel ist „gestiegen; es giebt Regen! Dem plötzlichen Verschwinden des Nebels bei vorhandener Wolkendecke folgt also in der That nach Ablauf von $^1/_2$ — 2 Stund. Regen, dessen Stärke von der Windrichtung und dem Fallen des Barom. abhängig ist.

Beispiel. Nachdem am 25. Sept. 1884 Vorm. leichter Sprühregen gefallen war, trat Mitt. Nebel ein, welcher bei leichtem SW. um 1 U. verschwand. Ueber den Wolken mittlerer Höhe zog sodann um $2^1/_2$ U. eine „Schäfchendecke" herauf, welche auch als Vorbote des bald folgenden von böigem W.-Winde begleiteten Regenschauers sich erwies. Der Regen folgte 2 Stund. nach dem Verschwinden des Nebels, $^1/_2$ Stund. nach dem Sichtbarwerden der weissen, wohlgeordneten Schäfchendecke.

ζ. Die Wolken.

1. Zweck der Wolken-Beobachtung.

Während das Studium des Luftdrucks von der modernen Meteorologie besonders begünstigt wird, verschafft sich die Wolken-Beobachtung leichter bei Praktikern Eingang. Die Wolken-Formationen und die Zugrichtung derselben gewähren, in Verbindung mit dem Verhalten des Barom., werthvollen Anhalt zur Vorherbestimmung des zunächst kommenden Wetters, des Wetters „von heute". Es ist aber durchaus wahrscheinlich, dass nicht allein für eine kürzere Zeitspanne die Wolken-Beobachtung die besten Wetteranzeichen liefern wird, sondern dass voraussichtlich auch eine schärfere Beurtheilung ganzer Wetterperioden und die Wetterlage grosser Distrikte unter Beobachtung der Wolken und richtiger Auslegung erreicht werden kann. Vor der Hand bieten Wolken-Beobachtungen der Zentralstation nur geringen Anhalt zur Beurtheilung der Witterung, aus dem Grunde dass man noch sehr wenig über die vorhandenen Beziehungen weiss.

2. Bezeichnung der Wolken.

Ueber die Benennung der Wolken bestehen bisher keine Vereinbarungen. Es trat zwar vor 3 Jahren eine internationale Kommission zusammen, welche eine Eintheilung der Cirruswolken fest legen und Anleitung zur Beobachtung geben wollte; doch hat diese Kommission bisher nichts veröffentlicht.

3. Neubildung von Wolken.

Luft, welche empor steigt, in schwächern Druck gelangt und expandirt, erkaltet. Die eintretende Abkühlung bewirkt ein Ausscheiden von Wasserdampf, der unten als Gas unsichtbar, in gewisser Höhe kondensirt und zu Nebel oder Wolken sich umbildet.

α. **Die Ballenwolke.** Die einfachste Wolke ist die Haufen- oder Ballenwolke, die aus einer grossen, zusammen hängenden, empor dringenden Luftmasse entsteht, welche in der Höhe nicht auf störende Winde trifft, sondern eine blasige ballenartige Form behält. Dieser Wolke entströmt der „Platzregen", der „Gewitterregen" und der Hagel, wofern sich vor derselben feine faden- und schleierartige Wolkenmassen bilden, die das Blau des Himmels trüben, und oft büschelförmig dem obern Wolkenrande entsteigen. Diese Faden- oder Cirrus-Wolken, welche mit der Ballenwolke so innig verwachsen sind, gehören der unten zu besprechenden Wolken-Formation an.

β. **Die Schichtwolke.** Nicht immer steigt die Luft in gesonderter Masse empor; zumal bei W.-Winden und in kältern Jahreszeiten ist die Bildung des aufsteigenden, die Wolken verursachenden „Luftstroms nicht durch kleine lokale Ursachen bedingt, sondern durch grössere Gleichgewichts-Störungen in der Atmosph. In geschlossener Masse dringt die Luft empor, hebt sich aber nicht in vertikaler Richtung, sondern es schiebt sich langsam ansteigend eine Luftschicht über eine andere fort. In der ganzen steigenden Schicht werden dann „Wolkenschleier" gebildet, welche sich alsbald innerhalb weniger Minuten zu vielen Einzelknötchen gruppiren und eine Schäfchendecke bilden. Die grössern dieser Wölkchen,

von denen jedes in Folge der durch Kondensation frei gewordenen Wärme für sich empor dringen möchte, gewinnen über die kleinern einen Vorsprung, nehmen an Umfang zu, während zwischen je 2 aufwärts dringenden Wölkchen fallender Luftstrom und heiterer Himmel entsteht. Kleine Wolkentheile werden durch Gegenströme abwärts geführt und verdampfen, verschwinden. So entsteht die — getheilte — Schichtwolke, welche im frühen Stadium ihrer Entstehung regelmässig gebaut ist und „Schäfchengewölk" genannt wird. Gar zu massenhaftes Empordringen von Luft ruft „massiges" Gewölk hervor.

γ. **Unterwolken.** Wolken in der Nähe der Erdoberfläche sind zerrissen, besitzen keinen bestimmten Kontur, weil in der Nähe der Erdoberfläche fast nur horizontale Luftströme oder kleine Wirbelbildungen entstehen können, nicht aber geschlossene, einheitlich aufsteigende Luftströme, wie solche zur Ausbildung schärfer begrenzter Wolkenformen nothwendig sind.

4. Das aufgelöste Gewölk.

Wolken, die mit trockner Luft zu inniger Berührung gelangen, oder welche, abwärts sinkend, eine Erhöhung der Temp. des Luftmaterials durch Kompressions-Wärme erfahren, verdampfen und lösen sich auf. Dabei verschwindet die ursprüngliche Form theilweise, und es nimmt das ganze Gewölk das Aussehen eines vielfach zerrissenen durchsichtigen Schleiers an. Die untern Wolken, welche keine dichten Massen und keine besondern Gruppirungen besitzen, lösen sich in „Wolken-Fetzen" auf und verschwinden, ohne ihr Aussehen zuvor wesentlich geändert zu haben. Die grossen Ballenwolken dagegen besitzen, je dichter sie sind, Wolkenmaterial von ungleicher Struktur, im Innern dichtere Nebelstränge, dazwischen lichtere Streifen, welche theils vertikal, am Kopf mehr gewunden, empor drängen.

Fig. 1072.



Fig. 1073.

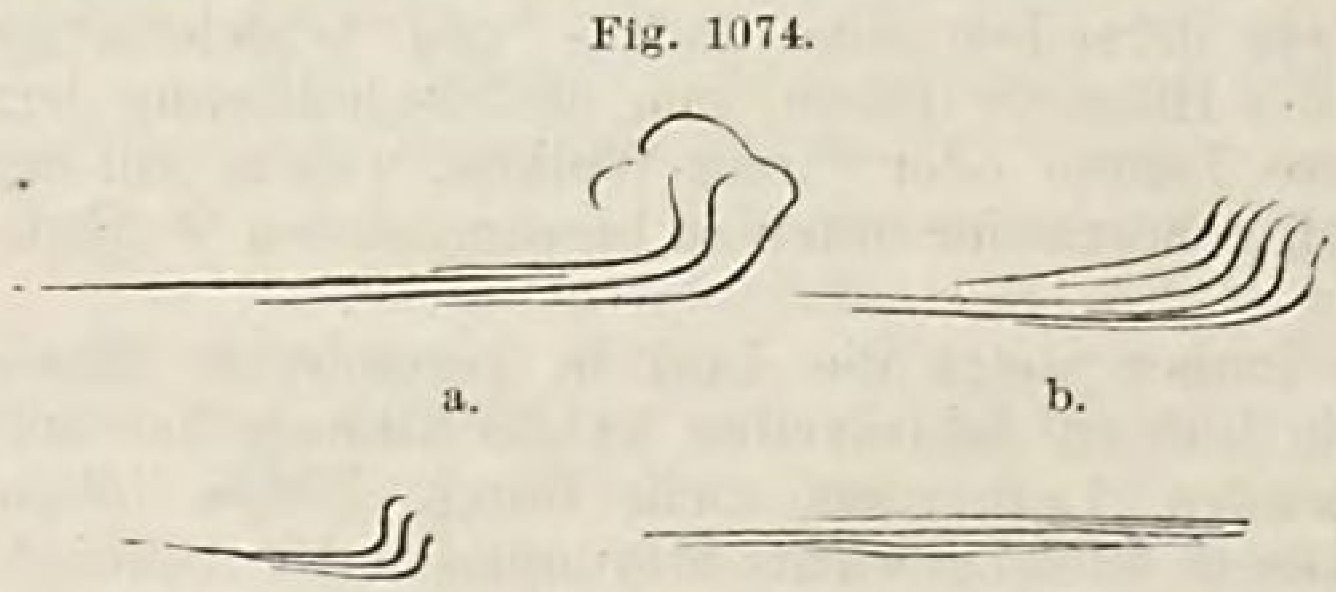


Bei dem Auftrocknen der Wolken werden die lichtern Stellen zuerst durchscheinend und die innern, dichtern „Adern" treten als weisse, vertikale oder geschwungene Streifen in die Erscheinung. Es zeigt dann das Wolkenskelett ein „faseriges" Gefüge, Fig. 1072 und 1073.

Ein ähnlicher Vorgang vollzieht sich bei Schichtgewölk, welches in Ausbildung begriffen ist. Nur tritt hierbei ausser der Skelettfaser noch die ältere Gruppirung der Wolkenschicht deutlich hervor, während die „Skelett-Streifen" der Masse ein Aussehen gleich auseinander gepflückter Watte verleihen. Man nennt solches Gewölk „cirrös", weil dasselbe einige Eigenschaften der sogen. Cirrus- oder Windwolke besitzt.

α. **Die Auskämmung.** Eine andere Faserbildung erfährt die Wolke durch ein Eingreifen des Unterwindes in einen obern Luftstrom (seltener umgekehrt). Die Wolke treibt im Oberwinde; ihre Basis reicht bis zur untern Grenzschicht, wo die Luft durch Reibung an andern, sich anders bewegenden, oder auch ruhenden Luftmassen verzögert oder seitwärts geführt wird. Der Wolkenfuss folgt theilweise der untern Strömung und wird zu feinen Fäden und Bändern aus einander gezogen, Fig. 1074. Da gewöhnlich gleichzeitig viele oder alle Wölkchen derselben Schicht zerfasert werden, so erscheint der Wolkenhimmel gewissermassen wie mit Besen gekehrt.

Fig. 1074.

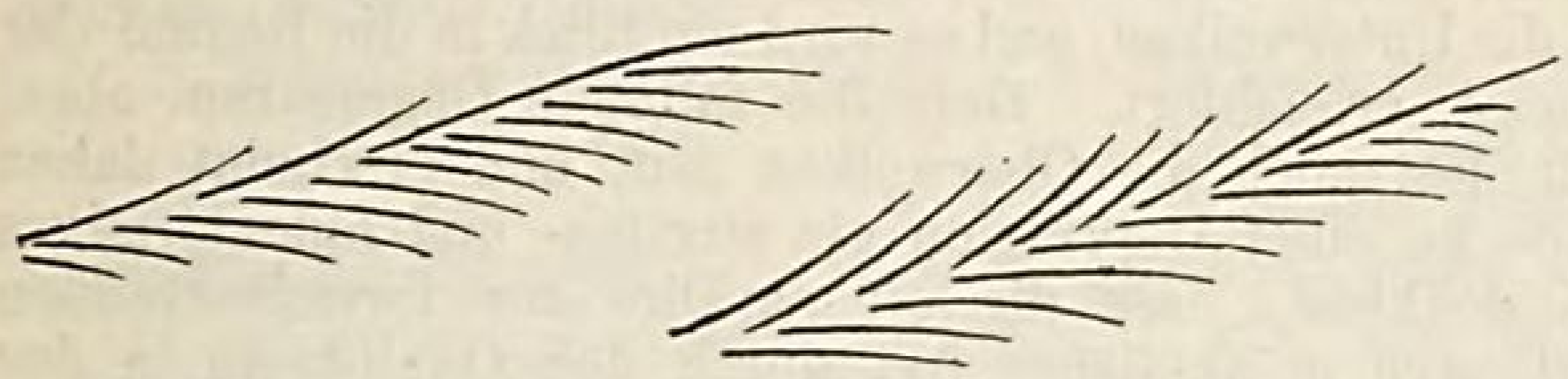


Die Wolken erlangen die stärkste Kämmung, wenn sie abwärts fallend die Basis des obern Luftstroms erreichen. Dass dabei die Wolken gleichzeitig verdampfen, sich auflösen und vertikal oder steil gerichtete Skelettstreifen zeigen ist einleuchtend. Es entsteht aus der Wolke *a* die Wolkenart *b*, und durch das Verschwinden des vordern Köpfchens der „Kralle" die Fadenform *c*.

Vermöge mehrfacher Wechsel in Richtung und Stärke des Ober und Unterwindes wird die Wolke zuweilen nach einander verschiedene Auskämmungs-Richtungen

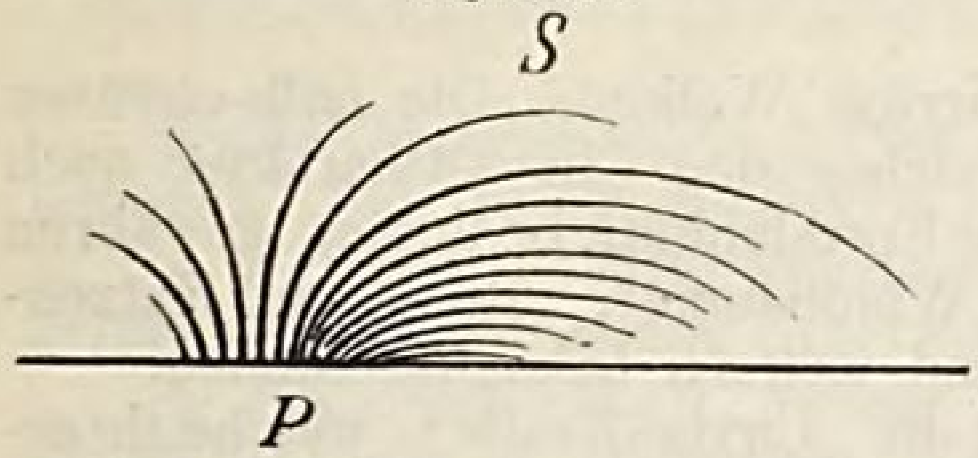
aufweisen. Diese wie die gleichzeitig vorhandenen Skelettfasern geben dem Cirrus-Gewölk ein buntes, verworrenes Aussehen, Fig. 1075.

Fig. 1075.



β. **Wolkenstrahlen.** Sehr grossen Depressionen geht häufig die „Cirruswolke“ in Form von Strahlenbüscheln vorauf. Wie die Schienen eines Gleises oder die Sonnenstrahlen im perspektivischen Verschwindungs-Punkt zusammen zu laufen scheinen, so besitzen auch die Wolkenstrahlen einen Verschwindungs-Punkt, einen „Pol“. Liegt der Wolkenpol in N., so nennt man die Strahlen „Polarbanden“. Den obern höchsten Theil *S*, Fig. 1076, der scheinbar gebogenen Strahlen können wir als Scheitel bezeichnen.

Fig. 1076.



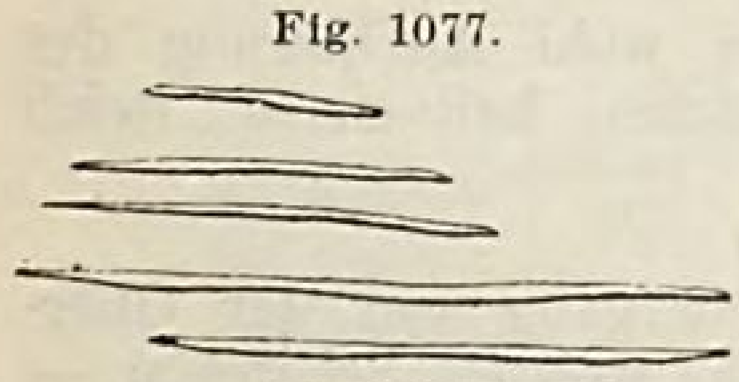
5. Eintheilung der Wolken und Bedeutung der Wolken für die Witterungs-Prognose.

Jedes grosse Regenwetter besitzt die drei Haupt-Wolkengattungen: Oberwolken, Mittelwolken und Unterwolken. Selbst ein einzelnes Gewitter, ein einzelnes Regenschauer, ist ein individuelles atmosphär. Gebilde, welches die 3 Haupt-Wolkengattungen aufweist.

Die Meteorologie hat bisher für ein Regenwetter, als atmosphär. Gebilde aufgefasst, keine Bezeichnung; wir wollen dasselbe „Quellstrom“ nennen, weil in dem Gebilde Luft aus tiefern Schichten zu grosser Höhe empor steigt. Jeder Quellstrom von nur einiger Bedeutung ist bei uns durch eine Wolkendecke gekrönt und lässt Regen, Schnee oder Hagel fallen.

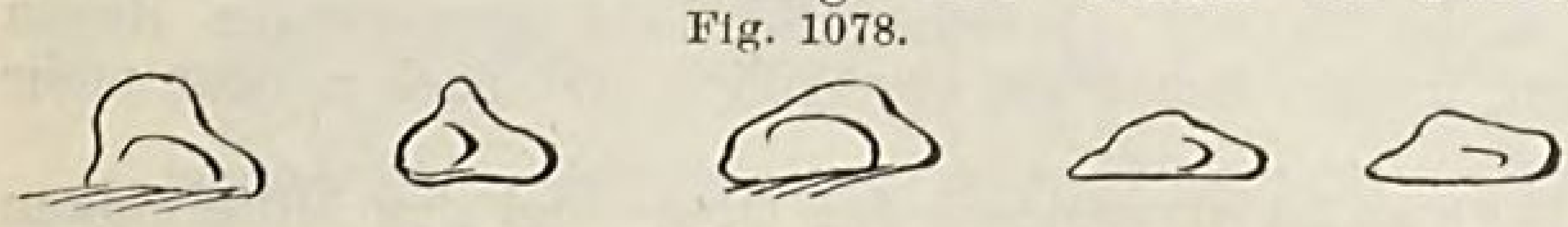
Jeder grössere Quellstrom breitet die in ihm aufgestiegenen Luftmassen in der Höhe aus; er führt also die in tiefern Schichten feuchtere Luft empor und erzeugt durch Abkühlung Wolken. Diese Wolken können entweder in der Nähe des Erdbodens sich befinden, und sollen alsdann Unterwolken genannt werden; sie können in mittlerer Höhe sich befinden, und werden dann als Mittelwolken bezeichnet; oder sie können in sehr grosser Höhe erscheinen, und werden Oberwolken genannt. Der Quellstrom besitzt in der mittlern Schicht die stärkste vertikale Komponente, scheidet hier am schnellsten Wasserdampf aus, und bildet daher in mittlerer Höhe das massive, meist dunkle Mittelgewölk, welches den Hauptheil der Niederschläge bringt. Dieses Regengewölk ist je nach der schwächern oder stärkern Verzerrung durch Windgegensätze entweder kompaktes „Ballengewölk“, grob getheiltes „Schichtgewölk“, oder eine homogene Masse ohne bestimmten Kontur.

Fig. 1077.



Die Oberwolke erscheint am Tage weiss, nur nach Sonnenuntergang zuweilen grau. Ihre Zugrichtung weicht von der Zugrichtung der übrigen Wolken meist erheblich ab; die Oberwolke zieht oft aus einer rechts vom Winde liegenden Himmelsrichtung, und je nachdem sie im Zustande der Bildung begriffen ist, oder aus früher entstandenem Wolkenmaterial besteht, welches sich auflöst, zeigt ihre Gestalt die Form kleiner, feiner Wellengruppen, die Form von weissen Wölkchen nebst Skelett- und Auskämmungs-Streifen.

Fig. 1078.



α. **Oberwolken.** 1. Im Entstehen begriffene Oberwolken.

2. Wellenwölkchen. Dies sind Gruppen feiner „Wolkenbänder“, welche meistens quer zu ihrer Längen-Erstreckung sich fortbewegen, Fig. 1077.

3. Reihenwölkchen. Sie bilden sich in schräg ansteigenden Luftströmen, in welchen lokale Temp.-Unterschiede die Entstehung zusammen hängender Wolkenmassen hindern, Fig. 1078.

4. Weisse, dichte Schäfchenwolken. Sie sind den Reihenwölkchen verwandt und gehen oft einem Regenwetter um $^1/_2$ bis 2 Stunden vorauf.

β. **Sich auflösendes Gewölk.** Die Oberwolken sind meistens am besten zu beobachten, wenn ein Quellstrom naht, da dem Aufsteigen von Luft das Fallen voraufgeht. Dadurch verschwinden die Unterwolken, und es wird ein Blick in die Region der obern Wolken ermöglicht, bezw. erleichtert. Derselbe fallende Gegenstrom aber, der die Unterwolken zertheilt, löst auch die Oberwolken auf, und erscheint daher der Vorderrand der Wolkendecke einer Depression als streifen- und fadenförmiges Cirrusgewölk. Es ist auch denkbar, dass die oft parallel zur fortschreitenden Bewegung verlaufenden Streifungen in ähnlicher Art durch den Quellstrom in der Höhe hervor gebracht sind, wie die weiterhin zu beschreibenden „Wolkenwellen" am obern Rande eines „Wolkenkragens".

Wir unterscheiden halb-cirröse oder ganz-cirröse Wolken. Die halb-cirrösen Wolken tragen Reste andern Gewölks in sich, welches den Cirrus-Charakter noch nicht besitzt. Die vielfachen Umstände, welche die Formbildung bedingen, gewähren dem Cirrusgewölk die wechselvollste Gestaltung: „Windbäume", „Ross- und Katzenschwänze", „Federwolken", „Streifwolken" etc. sind vielfach bekannte Namen.

Durch Auflösung der Reihenwölkchen entsteht die „Cirrus-Kralle", welche ihrerseits wieder in den einfachen „Cirrusfaden" übergeht, wenn das Köpfchen der Wolke zuletzt gänzlich verschwindet.

Bei dem Herannahen des Quellstroms einer Depression, erscheint gewöhnlich zuerst der Cirrusfaden, oder schon gleich die Cirruskralle, oft auch das Wellenwölkchen. In etwa 8 Stund. zeigen sich oft halb-cirröse Wolkentheile im Cirrusschleier und es folgen dann auch Wolken mittlerer Höhe, „blasse Schäfchen" und zuletzt gröbere Wolken darunter, welche den Regen bringen.

Die Zeitspanne zwischen der Beobachtung der Cirruswolke und dem kommenden Regen ist insbesondere von der allgemeinen Wetterlage abhängig, ferner von der Zugrichtung und -Geschwindigkeit, wie dem Aussehen der Wolke. Allgemeine Regeln sind kaum aufstellbar und es können die gemachten Erfahrungen nur im Zusammenhange mit den übrigen Beobachtungs-Elementen (Vergl. unter Wetter-Reihen) mitgetheilt werden. Nur folgende Angaben erscheinen zulässig:

Dem Erscheinen von Cirrusgewölk mit einer Zugrichtung, welche annähernd $\perp$ zur Richtung der Fäden oder Strahlen ist, folgt fast stets ein grösseres Regenwetter.

Der Zug der Oberwolken aus NW. bringt unter 100 Fällen innerhalb der nächsten 15 bis 24 Stunden 75 mal Regen.

Bei einem Cirruszug aus SW. bis W. hat man in 70 Fällen innerhalb 5—15 Stunden Regen und im Sommer häufig Gewitter zu erwarten.

Cirruszug aus S. bringt bei östl. Winde Regen, Cirruszug aus SO. bei nordwestl. Winde, Cirruszug aus NO. meist nur im Sommer, und zwar bei NW.-Wind; Cirruszug aus NW. und W. führt bei westl. bis südwestl. Winde zu mässigen Niederschlägen.

Grossen Depress. geht ein „Cirrusschleier" weit voraus, wenn beständiges, trocknes Wetter geherrscht hatte.

Bei bewegter Witterung zeigt sich vor dem Sturm wohl Aufklärung des Himmels, aber oft nur wenig Cirrusgewölk, dessen Aussehen halb-cirrös, weich und grau erscheint.

γ. **Die Mittelwolken.** 1. Schichtwolken.

2. Das matte Schäfchen. Dieses bildet den Uebergang von der Ober- zur Mittelwolke und erscheint im Gegensatz zum dichten, weissen Schäfchen — dem Anzeichen eines sehr bald eintretenden Regenwetters — blass, hat weniger scharfe Konturen und ist nicht als ein Anzeichen für bald eintretenden Regen zu betrachten, da dieser dem blassen Schäfchen gewöhnlich erst nach 8 oder mehr Stunden folgt.

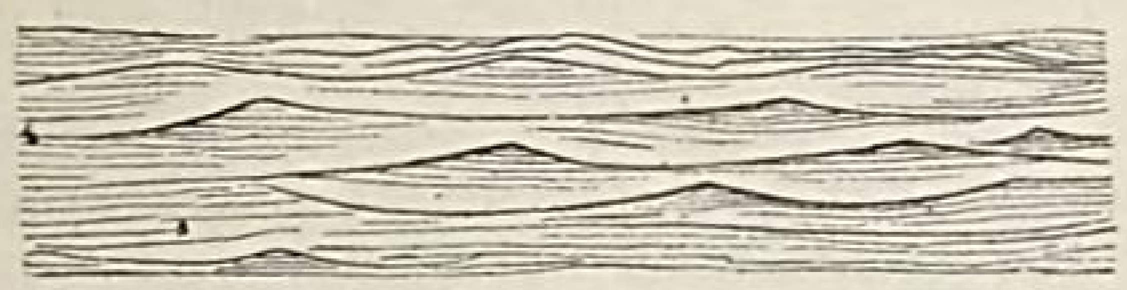
3. Das massive Wolkenband ist zugleich den Ober- und den Mittelwolken verwandt. Dasselbe besitzt ziemlich geschlossenes Gefüge, also recht scharfe Konturen, und erscheint als Streifen- oder Wolkenbank in NW., N. oder NO., bei sonst meist heiterm Himmel; es trägt uns eine Depr. aus N. zu wenn das Gewölk aus N., NW., N. oder NO. zieht, wobei wir westlichen bis nordwestlichen Wind haben. Der Regen folgt am nächsten Tage.

4. Das getheilte Schichtgewölk mittlerer Höhe ist ein unregelmässig grob gebildetes Schäfchengewölk, welches unter dem Mantel einer Cirrusschicht

dunkle Färbung besitzt. ½ bis 1 Stund. nach Erscheinen der groben Mittelwolken beginnt gewöhnlich der Regen, wofern der Wolkenzug von der südl., in eine mehr südwestl. Richtung übergeht, desgleichen wenn NW.-Wind sich in N.-Wind verwandelt. Bei entgegen gesetzter Drehung löst sich das Gewölk auf und dann entsteht heiterer Himmel.

5 Faltenwolken. Wenn der Himmel mit einem Schichtgewölk mittlerer Höhe bezogen ist, das vielfach zwar weiche, aber deutlich markirte Streifen, und zugleich eine Untersicht zeigt, die wie ein in horizontalen Falten aufgenommenes Gewand erscheint, Fig. 1079, so folgt gewöhnlich in 1 bis 3 Stund. ein fein anfangender, mässiger Landregen.

Fig. 1079.



6. Ballen-Gewölk. Das Ballengewölk ist als Nachzügler des Landregens bekannt. Wir unterscheiden:

a. Einzelballen, welche zwar oft weiss und voll, aber von keinen Schäfchen, keinen Cirren und keinen Unterwolken begleitet sind. Dieselben geben keinen Regen.

b. Ballenwolken, welche bei buntem Wolkenhimmel auftreten, mit einzelnen Schäfchengruppen, getheilten Wolken, Wolkenbändern und losen, tief gehenden Wolken untermengt sind. Sie geben meistens starke Regengüsse. In der Frühe ist der Himmel bei einer bezüglichen Wetterlage oft heiter, WSW.- oder W.-Wind weht. Es zeigen sich nach Sonnenaufgang Wolkenköpfe am Horizont, welche an der Spitze hell und gelblich, an der Basis schwarz aussehen, während graue, wenig farbige Wolkenbänder die Ballen theilweise verdecken und zu kreuzen scheinen. Hernach nehmen die Ballenwolken an Grösse zu und lassen etwas Regen fallen. Starker Regen ist jedoch nur aus solchen Wolken zu erwarten, welche einen Cirrusschopf am Haupte besitzen, der sich vor der Wolke ausbreitet und von dem in und unter der Wolke vorhandenen Quellstrom Anzeige giebt, Fig. 1080.

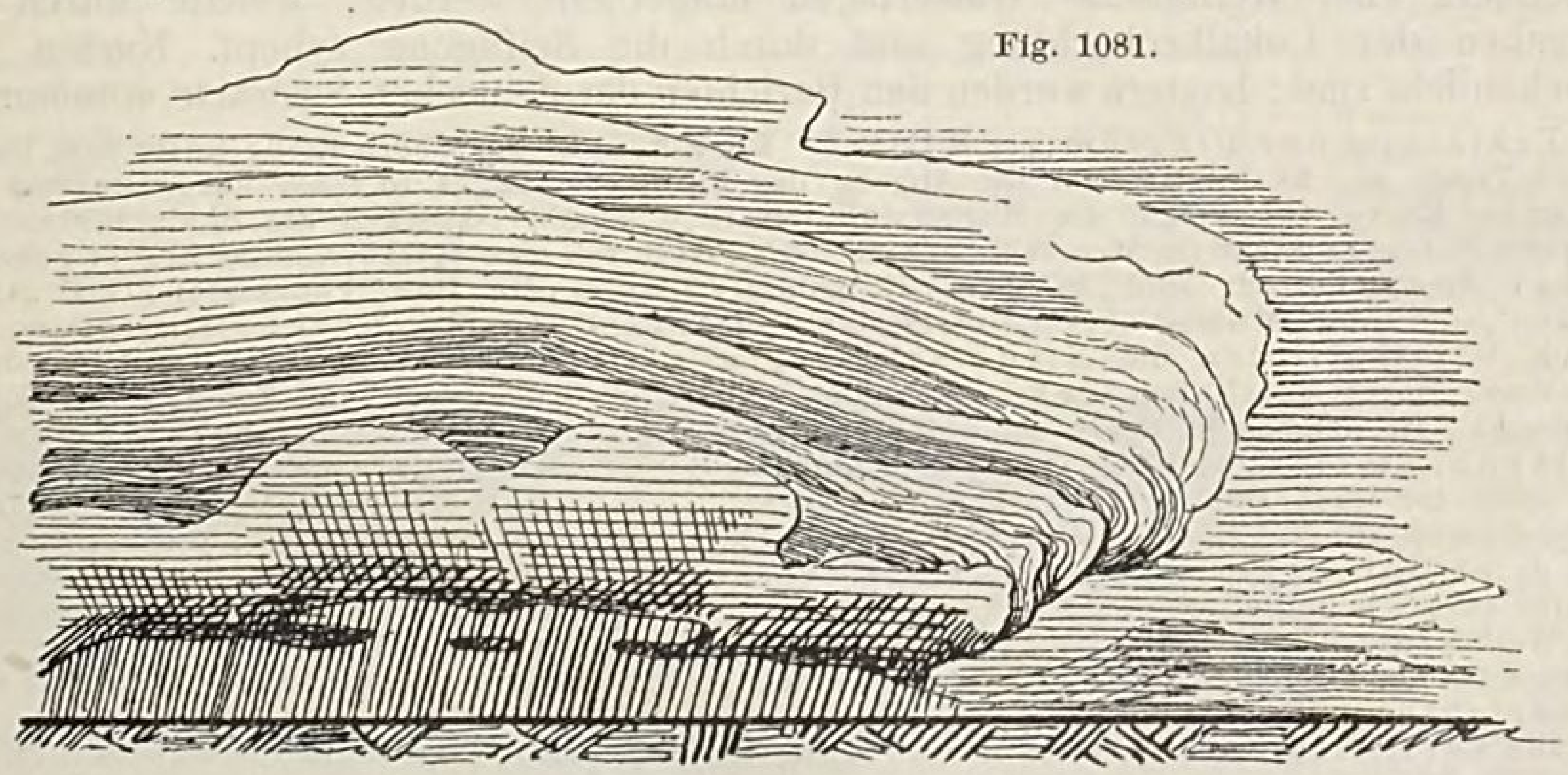
Fig. 1080.



Kombinationen aus dem Ballengewölk und der getheilten Schichtwolke geben Uebergänge zwischen beiden Wolkenarten.

7. Sturmkragen. Schwere Gewitter weisen bei ihrem Emporziehen die verschiedenartigsten Wolkengebilde auf, unter denen die Ballenwolke besonders hervor tritt. Dem schweren Gewitter geht das Erscheinen eines dichtern Cirrusschleiers ½ oder 1½ Stund. vorauf; ein Gemisch von Ballenwolken, Cirrusschichten und

Fig. 1081.



dichten Schäfchen steigt empor. Die blendende Färbung der Ballenhäupter und die mattweisslich graue des verschwommenen Cirrusgewölks geht in das tiefe Blaugrau der Gewitterwolke über. Plötzlich zeigen sich in einiger Höhe in matter Färbung bogenförmige, weiche Streifungen, welche in den früher schon vorhandenen Wolken entstehen, und so aussehen, als ob durch das Eindringen neuer Massen in ein dickflüssiges Material dieses ringförmig verdrängt würde. Unter den Bögen

schiebt sich eine Luftmasse vor, welche aus kalter Luft besteht, und den nach etwa 15 Min. anhebenden Sturmwind erzeugt. Wir sehen unter den Wolkenbögen eine lichtgraue Masse schnell vom Horizont aufsteigen, deren matt gelblicher grauer Oberrand im Gegensatz zum vordern Gewölk hell erscheint und blasenartige Kuppen, fast ohne jegliche feinere Zeichnung besitzt

Dieser Wolkenbogen — der „Wolkenkragen" — Fig. 1081, ist am Fusse tief dunkel, reicht aber nicht bis zum Horizont, sondern bricht unten plötzlich in Fetzen ab und lässt ein grünlich schimmerndes, wundersam erleuchtetes Segment frei, in welchem einzelne tief schwarze Wolkenfetzen daher eilen. Schauen wir auf die Mitte des Bogens, so eilt der wie Rauch aussehende Wulst, in seinen obern Theilen von links nach rechts abweichend, auf uns zu, während der untere Wolkenrand und die schwarzen Fetzen eine Bewegung von rechts nach links, und nach vorn gerichtet besitzen. Die rauchähnlichen Gebilde erreichen den Zenith; es wird sehr dunkel, bleibt aber noch so lange trocken und still, bis das viel hellere grünlich scheinende Segment den Zenith erreicht; dann setzen plötzlich Gewitter, Sturm, Regen und Hagel ein.

b. Wetter-Reihen.

Erfahrung auf dem Gebiet der Witterungs-Vorgänge sammelt man: 1. durch übersichtliche Verzeichnung des Wetters eines Orts, und 2. durch Herstellung synoptischer Karten, in welchen der Witterungszustand von vielen Stationen eines Erdtheils zu bestimmter Tagesstunde verzeichnet wird.

Man findet sowohl aus den lokalen Beobachtungen, als aus den synopt. Karten wiederholt sehr ähnliche Wetterreihen, welche zeigen, dass zu gleichen Jahreszeiten aus gleichen Verhältnissen sich auch gleiches, bezw. ähnliches Wetter ergiebt.

Die richtige Prognose ist das Resultat mehrerer Arbeiten: 1. der Einsammlung des laufenden lokalen Beobachtungsmaterials und dessen grafische Darstellung; 2. die Gewinnung der synopt. Karten; 3. die Bearbeitung des Materials; 4. die systematische Zusammenstellung der gefundenen Resultate in einer Weise, dass der ausübende Meteorolog wie in einem Katalog, unter Zugrundelegung der heute gemachten Beobachtungen, schnell diejenigen Fälle in seinen Verzeichnissen ausfindig machen kann, welche Aehnliches boten, um durch Vergleich das Maass der jeweiligen Abweichung zu schätzen

Die Aufsuchung von Wetter-Anzeichen ist bislang noch nicht zum Gegenstand organisirter Bestrebungen gemacht worden. Insbesondere hat man noch nicht versucht, die vielseitigen Unterscheidungs-Merkmale des lokalen Wetters genauer zu beachten. Aus der Fülle des Materials können in Folgendem nur einzelne besonders charakteristische Wetterlagen mitgetheilt werden, welche durch die Angaben der Lokalbeobachtung und durch die Beifügung synopt. Karten veranschaulicht sind; letztere wurden den Berichten der deutschen Seewarte entnommen.

Erklärung der Diagramme, S. 1159 ff. Die Ziffern in der obern Reihe unter dem Datum geben Temp. an. Es folgt weiter die Angabe des Barometerganges in einer unregelmässig verlaufenden Kurve, für welche die Horizontallinien in 5 zu 5 mm Abstand die Skala bilden; der mittlere Barometerstand (in Meereshöhe) von 760 mm ist durch eine stärkere Linie hervor gehoben. Ueber diesem Strich sind in drei Horizontal-Spalten die Bewölkungsarten, als „Oberwolken", darunter „Mittel-" bezw. „Unterwolken" markirt. Unter der 760 mm = Horizontalen sind durch Vertikallinien die Niederschläge, u. z. Regen durch Striche, Schnee durch Kreuze, Hagel durch Dreiecke angegeben. Gewitter sind durch das Zeichen des Blitzes vermerkt. In demselben Felde ist gelegentlich in Form von Kreisen die Projektion des Wolkenhimmels angegeben, wenn die Himmelsgegend, aus welcher eine Wolkenbank aufzog, von Interesse war. In den 6 untern Horizontal-Spalten ist oben die Totalbewölkung, dann folgend bezw. die Bewölkung durch Oberwolken, durch Mittelwolken, Ballenwolken und durch Unterwolken verzeichnet, u. z. so, dass die Zahlen die Bewölkungsstärke angeben; beispielsweise bedeutet eine Zahl 3: „Der Himmel ist zu $^3/_{10}$ bedeckt". Die Pfeile kennzeichnen den Wolkenzug; u. z. bedeutet ein Pfeil mit Richtung der Spitze nach unten Zug aus Nord. Ganz unten sind noch Angaben über die Windstärke (1 — 12, Beaufort'sche Skala, S. 1146), und die Windrichtung gemacht.

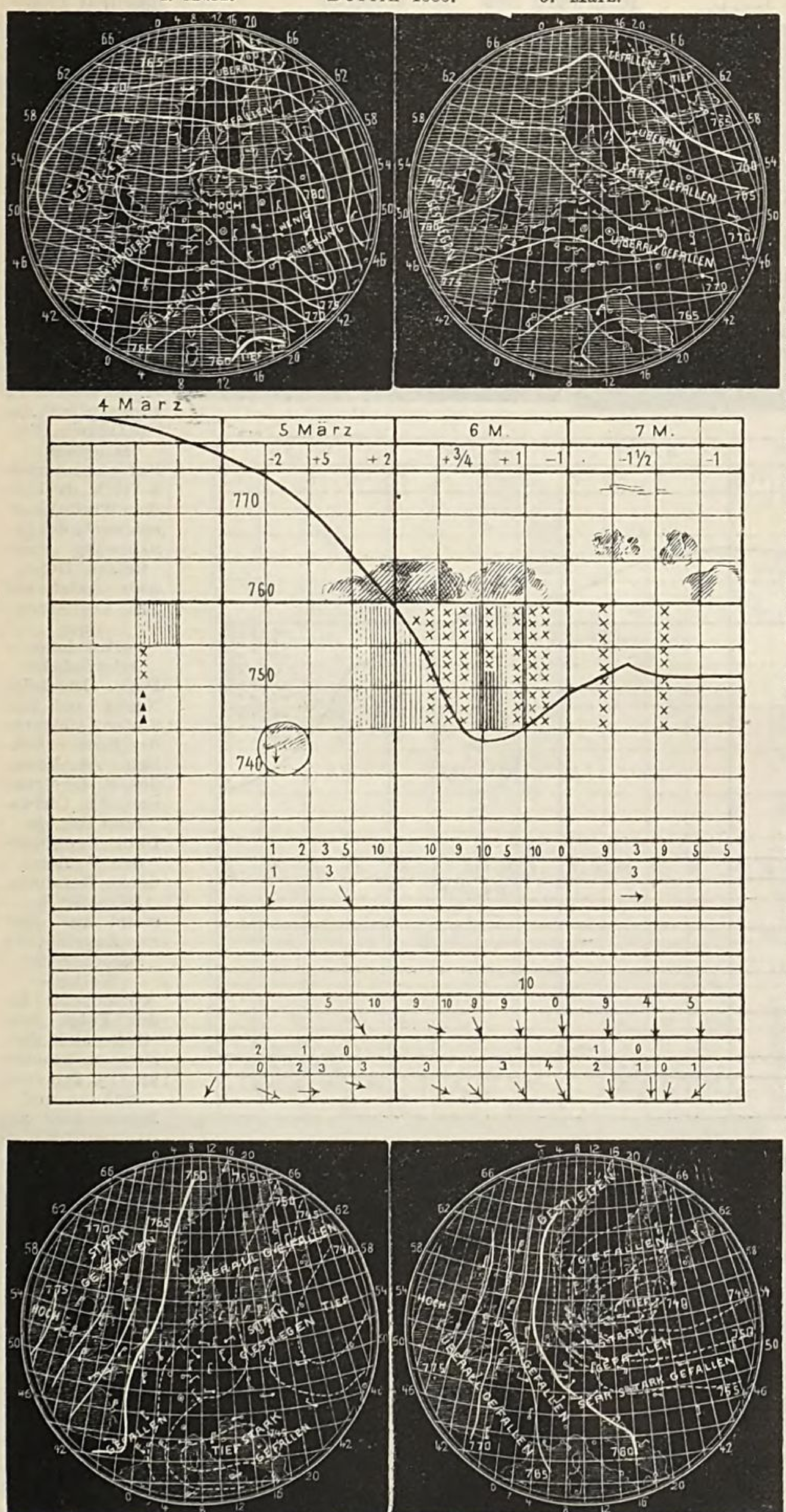
Die vertikale Theilung giebt die Zeit an; jedes Intervall repräsentirt 6 Stunden; Mitternacht ist durch einen stärkern Strich hervor gehoben.

Aus der Fülle der täglich sich ändernden Wetterlagen sind folgende charakteristische Witterungs-Gestaltungen zur Darstellung gelangt.

Uebergang von gutem zu schlechtem Wetter: Diagramm Fig. 1082 u. 1083.
Dauernd schlechtes oder veränderliches Wetter: „ Fig. 1084 — 1086.
Uebergang von schlechtem zu besserm Wetter: „ Fig. 1087 — 1089.

Diagramm Fig. 1082.

4. März. Berlin 1883. 5. März.



. März. 7. März.

α. Frühlings-Anfang: Uebergang zu Schnee und Kälte.

Im Frühjahr findet der Uebergang von gutem zu schlechtem Wetter häufig durch das Eindringen von Depr. aus dem Norden statt.

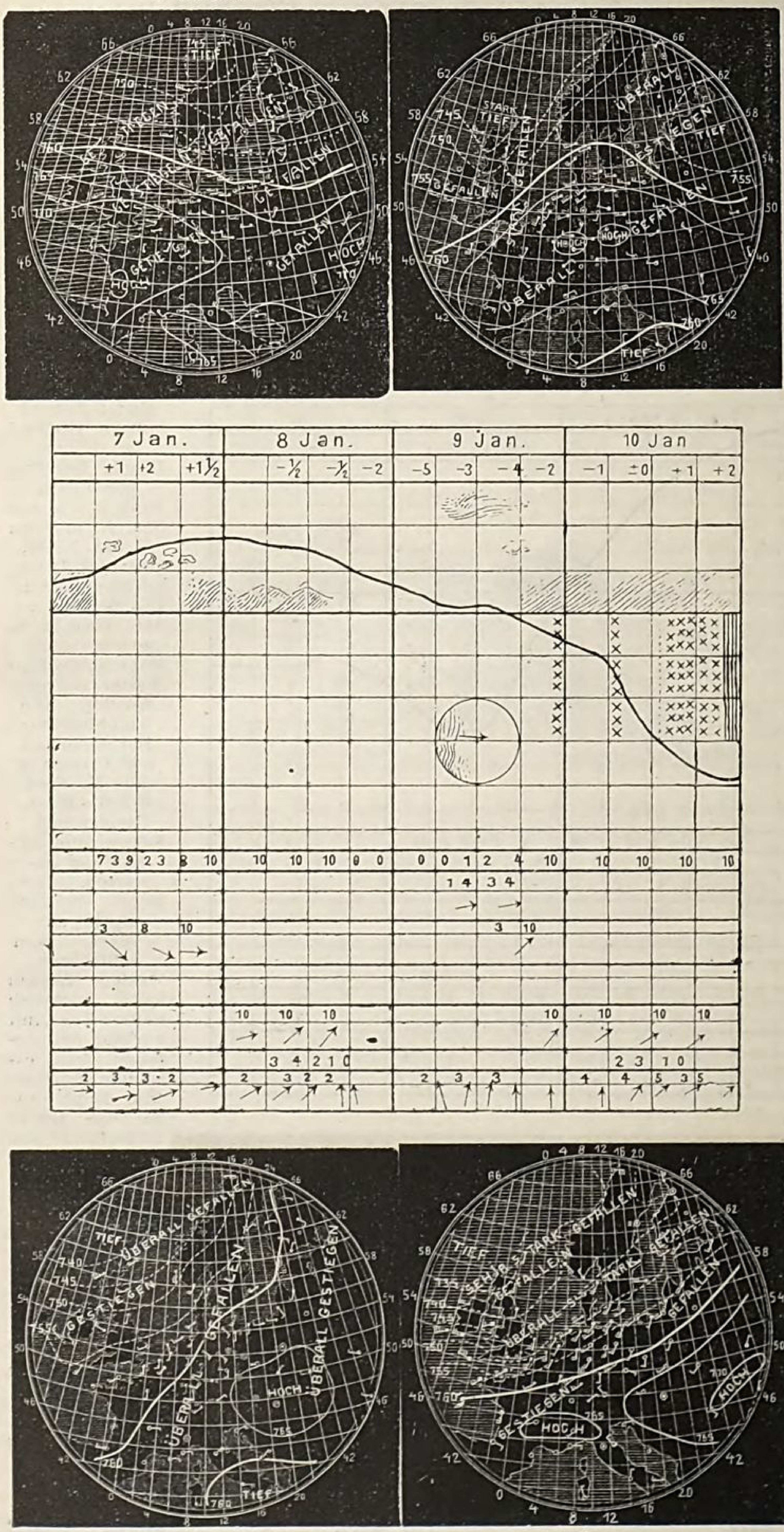
Diagramm Fig. 1082. Vom 2.—4. März hatte Mittel-Europa heitern Himmel bei hohem Druck. Der Zug der obern Wolken war aus NO., N. und am 5. aus NNW. gerichtet. Dieser nördliche Cirruszug deutete an, dass etwa in N. erscheinende Depr. schlechtes Wetter bringen würden. Die Kombination: Barometerfall und Cirruszug aus N. lässt WNW.-Wind, Regen und Schnee und Abkühlung erwarten. Die Depr. erreichte Berlin am 6. März. Dem schlechten Wetter folgten kalte, ziemlich heitere Tage, mit leichten Schneefällen; dann erschien abermals eine Depr. aus N. und starke Kälte, fast 9°, und viel Schnee.

β. Winter: Uebergang zu Thau-Wetter.

Während das Frostwetter sich in NW.-Europa bei hohem Luftdruck über England und Skandinavien einstellt, bringt

Diagramm Fig. 1083.
Hamburg 1885.

7. Januar. 8. Januar.



9. Januar. 10. Januar.

tiefer Druck daselbst Thauwetter hervor.

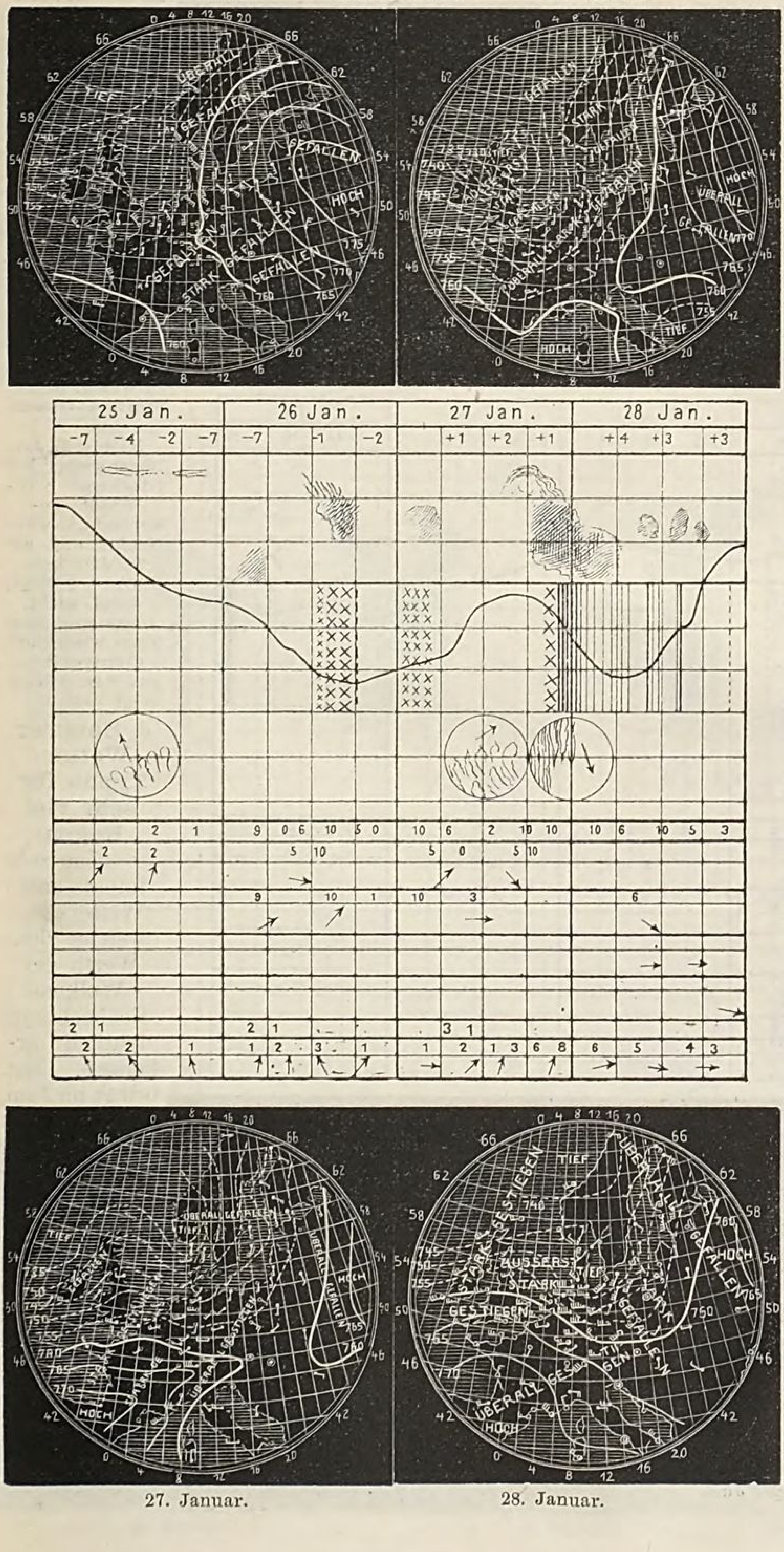
Diagramm Fig. 1083. Nach einer längern Periode leichten Frostwetters hatten W.-Winde in Folge der Depr. vom 7. Jan. die Temp. über Null gesteigert; auch am 8. Jan. verhinderte eine tief gehende Wolkenschicht Abkühlung, bis am Abend der Himmel bei S.-Wind aufklärte. Dieses plötzliche Aufklären bei fallendem Barom. und nach S. sich drehendem Winde kennzeichnete die Annäherung einer tiefern Depr., oder deutete auf die Vertiefung einer vorhandenen schwächern Depr. Die helle Nacht auf den 9. Jan. steigerte den Frost erheblich. Am Vorm. des 9. erreichte nun der Cirrusrand der zur Depr. gehörenden Wolkendecke Hamburg. Derselbe bestand aus quer zur Zugrichtung angeordneten Wolkenstreifchen. In der Folge vertiefte sich die Depr. u. brachte am 10. Jan. viel Schnee und Regen und am 11. Jan. SW.-Sturm in Deutschland, NW.-Sturm in England und NO.-Sturm in Skandinavien hervor.

γ. Winter: Sturm und Regen.

Die Gefahr auf stürmisch. W. bezw. SW. ist am grössten, wenn in Frankreich und Süd-

Diagramm Fig. 1084.

25. Januar. Berlin 1883. 26. Januar.



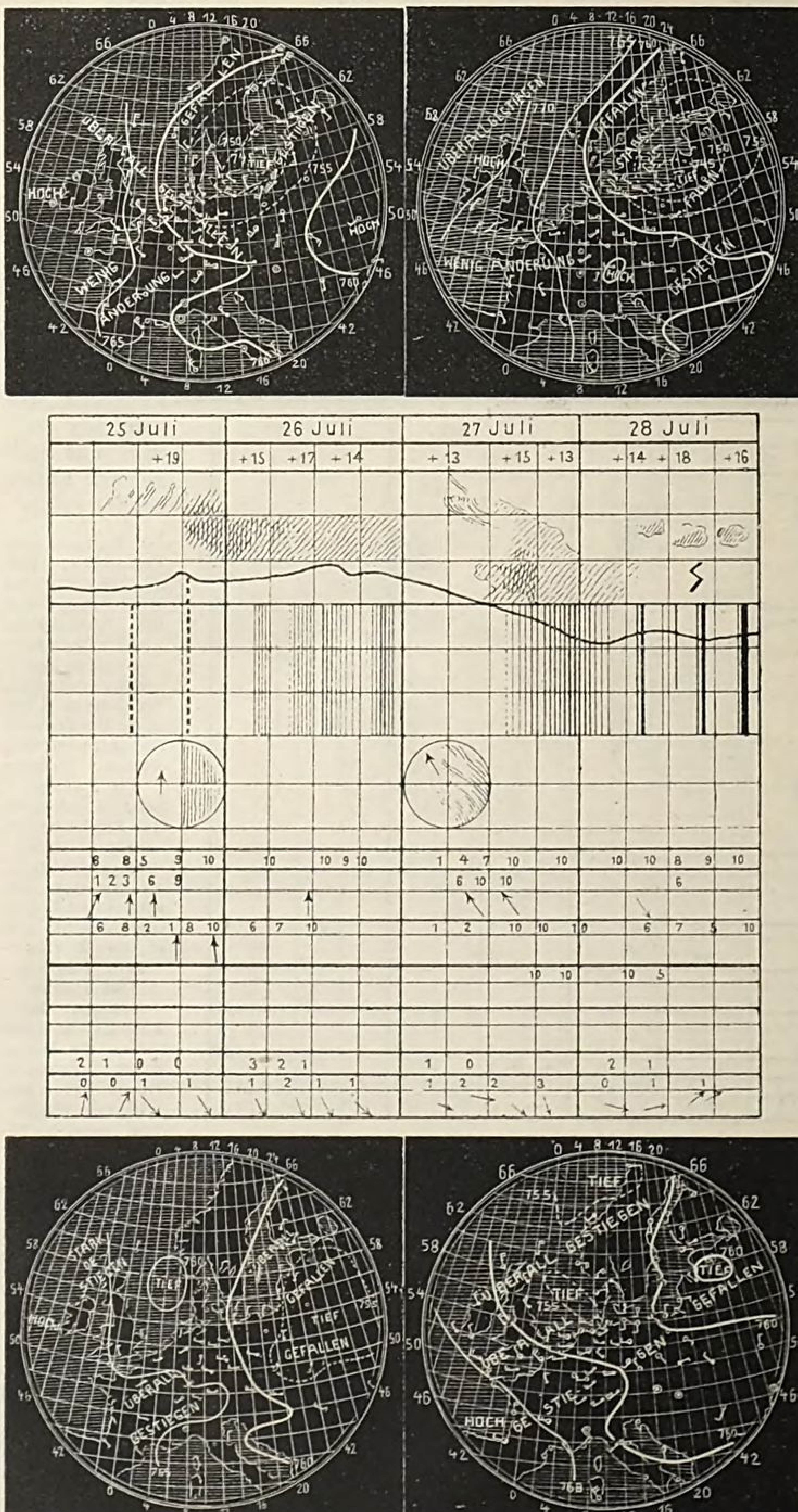
27. Januar. 28. Januar.

Deutschland hoher Druck liegt, während gleichzeitig über England oder Skandinavien eine Depr. erscheint. Bei einer solchen Wetterlage führt etwa innerhalb 24 bis 30 Stunden das Barom. je eine Schwankung aus, bei welcher sowohl das Steigen wie Fallen schnell erfolgt.

Diagramm Fig. 1084. Am 27. Jan. war die Wetterlage eine für Ausbildung stürmischen Wetters besonders günstige. An jenem Tage stieg bei freundlichem, ziemlich hellem Wetter das Barom. schnell. Nur in der Frühe waren einige Cirruswolken sichtbar, welche dem abziehenden Regen der Nacht aus südwestl. Richtung folgten. Das starke Steigen des Drucks vor einer tiefen, in Dänemark liegenden Depr. bei westlichem Winde und west-nordwestlichem Wolkenzuge war kein gutes Zeichen; es war hervor gerufen durch die zeitweilig in den hohen Druck eindringende Luftbewegung oberer Schichten, welche Bewegung alsbald erlahmen musste, weil die lebend. Kraft durch den Druck verzehrt wurde, da das Eindringen in hohen Druck, gleichsam

Diagramm Fig. 1085.

25. Juli. Berlin 1883. 26. Juli.



27. Juli. 28. Juli.

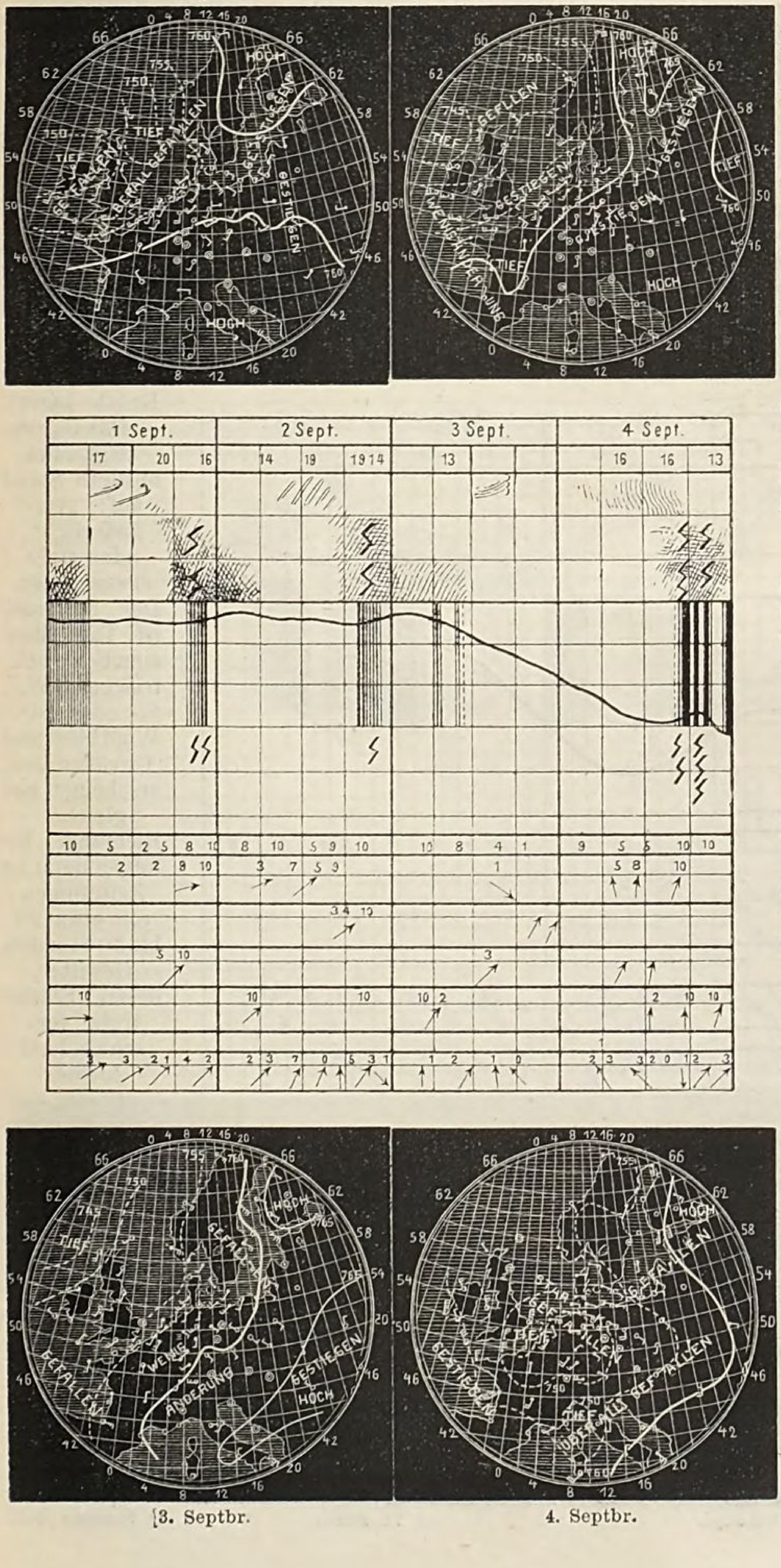
dem Emporeilen auf schiefer Ebene vergleichbar, einen Arbeitsaufwand erfordert. Die Umkehrung der Bewegungs-Richtung in den untern Luftschichten trat Abends 5 U. sehr plötzlich ein. Der ganze Himmel im W. bedeckte sich äusserst schnell mit Cirruswolken, welche aus N N W. zogen, während der Wind nach S. umsprang u. in wenig. Stund. Sturmes-Gewalt annahm.

Hätte a. 27. Jan. Regenwetter bei frischem S W.-Winde geherrscht, so wäre Nachts und am 28. Jan. kein Sturm gefolgt; desgl. nicht, wenn an jenem Tage wiederholt Cirruswolken aus S O. sich gezeigt hätten.

δ. Sommer Wetter: Typus für sehr viel Regen.

Eine sehr interessante Wetterlage, welche den Werth der Wolken-Beobachtung deutlich erkennen. lässt, bringt im Juni, Juli u. August fast jedes Jahr einmal in ganz Mitteleuropa, zumal in Mittel- und Ost-Deutschland, schwere Regenfälle hervor. Die Zentralstation für Wettertelegraphie, welche, der modernen

Diagramm Fig. 1086.
1. Septbr. Hamburg 1884. 2. Septbr.



3. Septbr. 4. Septbr.

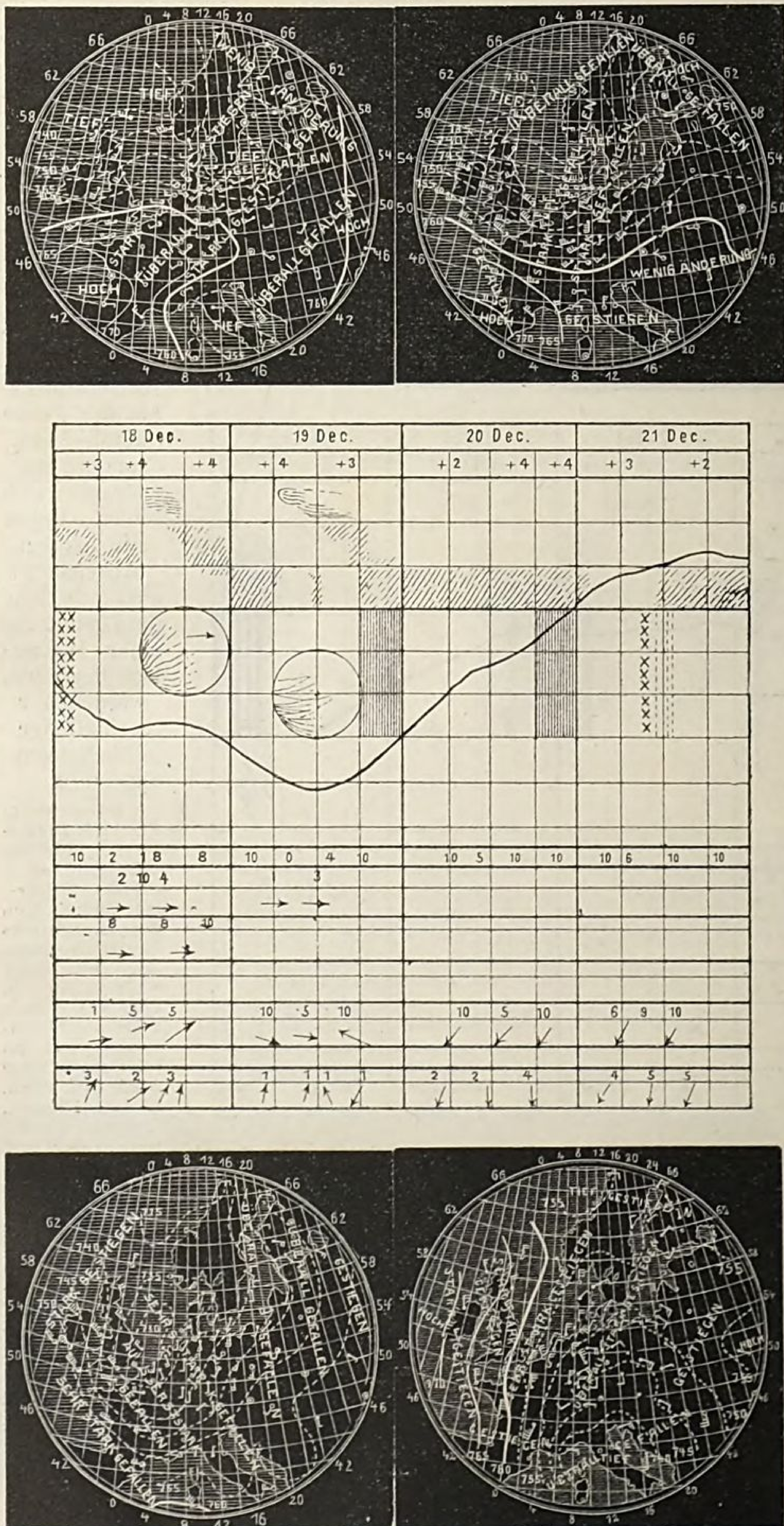
Richtung folgend, fast einzig die Prognose auf die Zugrichtung der Depr. aufbaut, kann diese wichtige Wetterlage erst dann erkennen, wenn der Regen da ist, nicht vorher, weil dieser anhaltende Regen nicht aus der Ferne heran zieht, sondern am Orte selbst sich bildet. Ueber die lokalen Anzeichen aber, welche die Umbildung einer Wetterlage begleiten, werden nur geringfügige Erhebungen angestellt.

Diagramm Fig. 1085. Die Anzeichen für die Ausbildung dieser Wetterlage sind: Steigen des Luftdrucks in der Nordsee, Zug der obern Wolken aus S. oder S O. in ganz West- und Mittel-Deutschland. Es folgt am 2. Tage nordwestl. Wind, u. darauf Regen. Es entwickelt sich in der östl. Ostsee und südl. derselben eine Depression, welche gelegentliche Vorstösse nach SW., wie am 28. Juli, ausführt. Diese Vorstösse sind durch Zug der Cirrus-Wolken aus O. angezeigt.

Wie jede einzelne der Wetterlagen, so verdient im besondern diese Regenperiode sorgfältige Berücksichtigung, zu-

Diagramm Fig. 1087.

18. Dezbr. Hamburg 1884. 19. Dezbr.



20. Dezbr. 21. Dezbr.

mal durch die anhaltenden Sommerregen häufig die Ernte geschädigt wird.

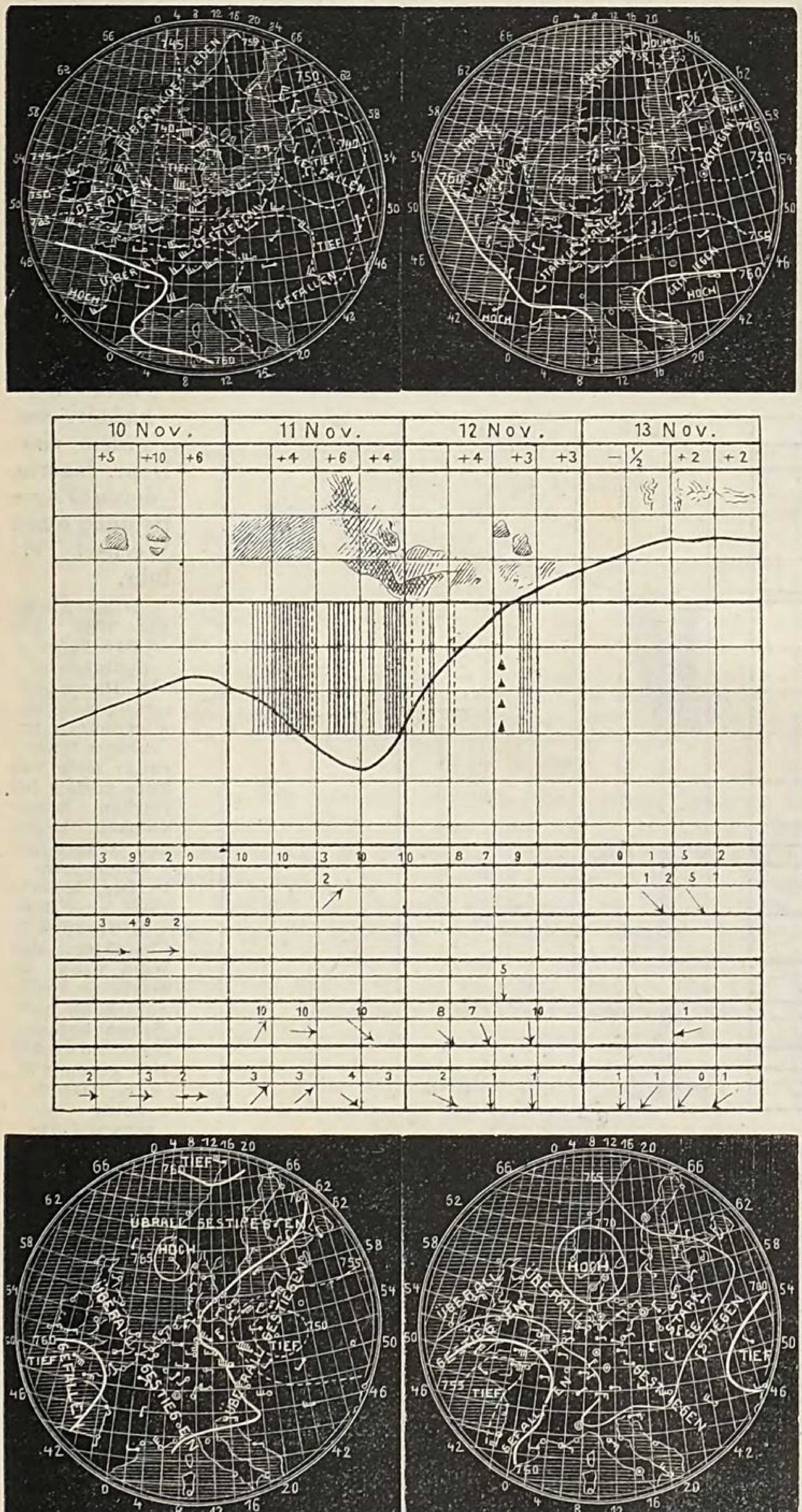
ε. Sommer: Gewitter-Typus.

Gefahr auf Gewitter mit viel Regen ist stets vorhanden, wenn im Spätsommer in W. niedriger Druck, in O. mässig hoher Druck lagert. Das Barom. zeigt etwa mittlern Stand auf: „veränderlich", oder steht etwas tiefer. Der Himmel ist Tags über ziemlich hell, frischer SW.-, S.- oder SO.-Wind bläst und Cirruswolken erscheinen aus gleicher Richtung. Es folgen dann in Zeiträumen von etwa 24 bis 30 Stunden Gewitter, deren Stärke trotz verschwindend kleiner Barom.-Schwankungen recht erheblich sein kann.

Diagramm Fig. 1086. Starker SO.-Wind, schneller Zug der obern Wolken aus S., und gleichzeitig schnelles Fallen des Barom. deuten, wie am 4. Sept., auf sehr schwere Gewitter. Der Gewitter-Regen tritt fast gleichzeitig mit 1 oder 2 Stunden Zeit-

Diagramm Fig. 1088.

10. November. Berlin 1882. 11. November.



12. November. 13. November.

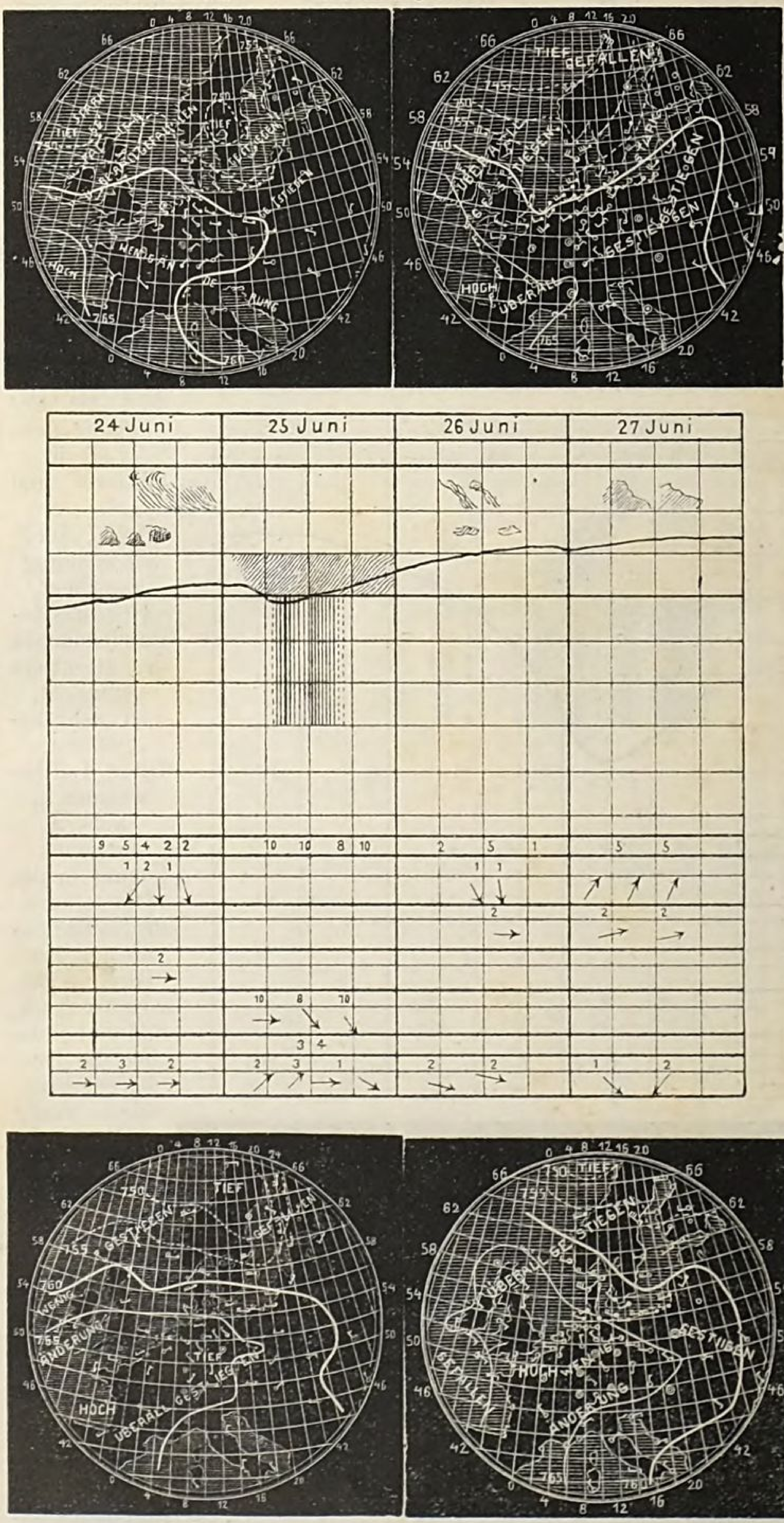
unterschied in West- u. Mittel-Deutschland auf. Die Tage nach dem 4. Septbr. brachten noch viel Regen bei langsam steigendem Barom. Nach dem 9. Septbr. trat besseres, hernach sehr schönes, anhaltend trocknes Wetter, bei hohem Luftdruck und östl. Winde ein.

Es ist wohl ersichtlich, dass die Bewegung der Luft in mittlerer und grösserer Höhe einer Schwankung unterliegt, welche das Zustandekommen des Gewitters veranlasst, oder sehr beeinflusst. Diese Luftbewegung in höhern Regionen kommt in der Darstellung des Luftdrucks an den Isobaren nicht zum Ausdruck, und bieten daher die Isobarenkarten allein wenig Anhalt zur Beurtheilung der Gewitter-Periode.

ζ. Winter: Uebergang zu besserem Wetter; Depression nach SO. rückend. Der Uebergang von schlechtem zu gutem Wetter

Diagramm Fig. 1089.

24. Juni. Hamburg 1884. 25. Juni.



26. Juni. 27. Juni.

ist zwar häufig ein allmäliger in Bezug auf die Bewölkung und die Niederschläge, nicht aber so in Bezug auf die Druckverhältnisse eines Erdtheils. Wir finden meist, dass höherer Druck recht plötzlich sich gerade dort entwickelt, wo vordem eine Depr. lagerte, deren Zugrichtung einen Wechsel erfuhr.

Diagramm, Fig. 1087. Die Druckvertheilung am 18. Dezember entsprach im allgemeinen unruhiger Witterung; auch war kurz vorher bei starkem Winde vielfach Regen und Schnee gefallen. Am 18. Dez. änderte sich aber der Witterungs-Charakter: Der Wind nahm an Stärke ab, zeigte keine Schwankungen mehr, und drehte sich gegen S.W. u. S. Gleichzeitig verschwand das Maximum des Drucks in S.W. Theil-Depressionen bildeten sich am S.-Rande des Haupt-Depress.-gebiets und verlegten somit das Zentrum des niedrigen Drucks südwärts. Der Zug der höchsten Wolken, welcher vorher aus N.W. gerichtet war, wurde W. und S.W.; die Wolkenstrahlen liefen im SSW. zu

einem „Wolkenpol" zusammen und bedeckten zumal den S.-Horizont. Diese Abschwächung der Witterungs-Vorgänge: schwacher Wind und wenig Niederschlag vor der Depr., waren die Anzeichen für die nun folgende gänzliche Umgestaltung des Luftdrucks, welche am Abend des 20. begann und am 21. früh von England bis Holland schon 30 mm Drucksteigerung gebracht hatte. Die Depr. füllte sich aus, entfernte sich nach S. O., und ein Gebiet hohen Drucks entwickelte sich in England, Skandinavien und den Ostseeländern. Die Drucksteigerung im N. und N W., wo vor dem 20. 2 Wochen hindurch stets niedrigerer Druck vorhanden gewesen war, brachte N O.-Winde, und nach einigen Tagen ruhiges, meist trocknes Wetter mit leichtem Frost.

η. Herbst: Uebergang zu gutem Wetter; Depression auf dem Lande.

Depressionen, welche von S W. nach N O. wandern, sind meist von neuen Depr. gefolgt, die eine Wiederholung des schlechten Wetters bedingen. Depr., welche dagegen mehr eine von N W. nach S O. gerichtete Bahn einschlagen, und mit dem Zentrum über dem Lande, nicht über dem Meere liegen, füllen sich aus, und es entwickelt sich gleichzeitig hinter denselben hoher Druck und einige Tage ruhiges, besseres Wetter.

Diagramm Fig. 1088. Am 10. Novbr. lagerte bei Dänemark eine tiefe Depr., das Barom. stieg in Berlin ziemlich stark; das Wetter war hell bei mässigem W.-Winde. Das Steigen des Barom. bei W.-Wind und hellem Himmel deutete darauf hin, dass die Depr. am folgenden Tage einen erheblichen Vorstoss machen werde. Es regnete dann auch in ganz Nord- und Mitteldeutschland von früh bis spät, und zwar auch bei dem Steigen des Barom., ein Zeichen, dass fernere Entwickelung hohen Drucks und mehrere ruhige, gute Tage und nördl. Winde folgen würden.

ϑ. Sommer: Uebergang zu gutem Wetter; Theildepression im Gebiet hohen Drucks.

Es ist S. 1165 beschrieben worden, wie der Uebergang von schlechtem zu gutem Wetter durch den Vorübergang einer Einzel-Depr. von S W. nach N O., wie auch durch die Wendung der Zone niedrigen Drucks gegen S.O. entsteht. Noch muss eine 3. häufig auftretende Umgestaltung der Wetterlage, welche im Sommer bisweilen eine längere Periode guter Tage, im Winter einige trockne Frosttage bringt, angeführt werden:

Diagramm Fig. 1089. Es handelt sich um das Eindringen eines Theil-Minimums in ein Gebiet hohen Drucks, wobei das Barom. an jenem Orte, woselbst das Theil-Minimum sich zeigt, nicht viel sinkt, wohl aber daselbst, und zumal während des Steigens des Barom., Regen fällt. In der Folge entwickelt sich an jenem Orte ein Gebiet hohen Luftdrucks.

ι. Gut Wetter.

Trocknes, ziemlich ruhiges und zumal im Sommer heiteres Wetter tritt nach der Ausbildung hohen Luftdrucks ein, und erhält sich dann dieser Witterungs-Charakter gewöhnlich noch einige Tage, während das Barom. schon fällt.

Barom.-Maxima, deren Zentren in Süd-Schweden lagern, bringen N W.-Europa gutes Wetter. Maxima in Finnland bedingen im Winter trübe Witterung mit leichten Regen- und Schneefällen, im Sommer ziemlich heitern Himmel, aber gelegentlich Gewitter. Maxima, welche von N O. nach S W., etwa von Finnland nach Süd-Skandinavien und Preussen wandern, bringen uns sehr schönes Wetter. Ein Maximum, dessen Zentrum in Süd-Frankreich und Spanien lagert, trägt fast immer die Gefahr auf Regenwetter, häufig Gefahr auf Sturm in sich.

III. Aufstellung der Prognose.

a. Durch die Zentralstationen.

Die Zentralstationen für angewandte Wetterkunde befassen sich mit der Aufstellung der Prognose und Veröffentlichung derselben am Orte selbst und für auswärts.

Für die Aufstellung der Prognose wird die Wetterlage des vorher gehenden Tages mit der Wetterlage des laufenden Tages verglichen und untersucht, welche Verschiebungen und Umgestaltungen sich vollzogen haben.

Die Abfassung der Prognose gründet sich im wesentlichen auf die Untersuchung darüber: welche Witterung sich demjenigen Gebiete nähert, für welches die Prognose abgegeben werden soll.

Der Meteorolog sucht sich mit der Zeit Erfahrungen darüber zu sammeln, in welcher Weise diese Annäherung gewöhnlich geschieht, und welche Umbildungen die vorhandene Wetterlage dabei erfährt. Wer die Witterungs-Gestaltung genau verfolgt, wird aber erkennen, dass die Annäherung eines Wetters aus der Ferne nur unter gewissen lokalen Verhältnissen möglich ist, und dass daher,

entgegen der ursprünglichen Idee der Wetter-Telegraphie, auf Verschiebung der Wetter basirend, das Studium des lokalen Wetters und das der Umgestaltung der Wetterlage in Zukunft grössere Bedeutung gewinnen wird, als bis jetzt geglaubt wurde.

b. Aufstellung auf Grund eigener Beobachtung unter Mitbenutzung von Wetterkarten.

Da die Beurtheilung der Witterung nicht auf Grund einer Berechnung, sondern auf Grund einer Schätzung erfolgt, ist das Resultat der Beurtheilung niemals ganz fehlerfrei. Es erfordert die sorgfältigste Statistik, die peinlichste Aufmerksamkeit und ruhigste Ueberlegung, um aus den vielseitig auftretenden Erscheinungen ein Gesammt-Urtheil über das kommende Wetter zu gewinnen. Insbesondere gilt dies von der Bestimmung des Wahrscheinlichkeits-Grades für das Eintreffen einer gewissen, als möglich erkannten Witterungs-Entwickelung, deren Ausbildung vielleicht durch einige Anzeichen angedeutet, durch andere in Frage gestellt wird. Es erscheint zweckmässig, bei Aufstellung der Prognose das Endresultat aus Einzelschlüssen zu konstruiren, welche sich auf folgende Verhältnisse stützen:

α. Schlussfolgerung auf Grund der allgemeinen Witterungs-Vertheilung.

Im Zentrum hohen Drucks, bei Windstille, ist die Regenwahrscheinkeit am kleinsten; meistens ist der Himmel daselbst vollkommen heiter.

Wahrscheinlichkeit auf Regen ist vorhanden, wenn im SW. der Luftdruck 10 oder 15 mm höher ist als bei uns, oder wenn der Druck in N. oder O. 15 bis 20 mm den lokalen Druck übersteigt. Die Wahrscheinlichkeit auf Regen wächst mit der Stärke des S.-Windes, sowie Richtungs-Aenderung gegen SSW. und SW. In diesem Falle wandert das Gebiet hohen Drucks in O. von N. nach S.

Die Regen-Wahrscheinlichkeit nimmt zu, wenn westl. oder nordwestl. von uns sich ein Gebiet tiefen Barometerstandes zeigt. Im Hochsommer ist auch das Vorhandensein eines Depressions-Gebiets in NO., O. und SO. in Bezug auf Bewölkung und Regen gefährlich, wenn die obern Wolken aus südl. bezw. östl. Richtung ziehen. Je grösser die Druck-Unterschiede zwischen hohem und niederm Druck sind, desto grösser ist im allgemeinen die Regenwahrscheinlichkeit für diejenigen Orte, welche zwischen dem Zentrum des Gebiets tiefen Drucks und dem Gebiet hohen Drucks liegen.

β. Absolute Höhe des Luftdrucks.

Für die verschiedenen Witterungs-Verhältnisse kommt die absolute Höhe des Drucks wenig in Frage, fast allein massgebend sind die relativen Druck-Differenzen. Immerhin kann man sagen, dass der Uebergang von gutem zu schlechtem Wetter sich gewöhnlich bei vorher vorhandenem relativ sehr hohem Druck etwas langsamer vollzieht und dass eine erhebliche absolute Höhe des Drucks die Regen-Wahrscheinlichkeit vermindert.

γ. Gang des Barometers.

Die Schwankung im Luftdruck zeigt uns an, ob ein Depressions-Gebiet sich nähert, ob ein Druckmaximum zerfällt, oder aber ob eine Depr. sich entfernt. Es giebt gewisse Wetterlagen (S. 1162), bei denen ein geringes Steigen des Barom. die Regen-Wahrscheinlichkeit keineswegs herab mindert.

Ein Fallen des Barom. um einige mm bei veränderlichem Wetter deutet fast immer schlechtes Wetter an. Man hält sich am besten an die Regel, dass nach beständig gutem Wetter bei relativ hohem Druck dem Fallen zunächst Abnahme der Bewölkung, sodann, nach 5—10 mm Fallen, Zunahme der Bewölkung, zumal durch Wolken grosser Höhe, und endlich nach 1—3 Tagen Regen folgt. Tritt das Sinken des Luftdrucks sehr langsam ein, beträgt dasselbe nur 0,5—1 mm für ½ Tag, so folgt der Regen oder Schnee nach 2—4 Tagen oder gar nicht. Sinkt das Barom. im Anfang an einem Tage 5 mm so folgt der Regen nach 1—2 Tagen, sinkt es schneller, schon am nächsten Tage.

Es ist S. 1164 hervor gehoben worden, dass starkes Fallen des Barom. zumal bei lebhaftem S.- oder O.-Winde viel Regen bringt.

Nach und bei einem Regenwetter steigt das Barom. fast stets; es ist dieses Steigen an sich kein Anzeichen für besseres Wetter; vielmehr folgt einem rapiden Ansteigen des Drucks meist. auch ein schnelles Fallen, zumal wenn das Steigen

bei heiterm Himmel und lebhaftem westlichen Winde stattfindet. Hingegen ist die fortgesetzte Druckzunahme bei anhaltendem Regenwetter ein Anzeichen für grössere Drucksteigerung und baldige erhebliche Besserung der Wetterlage.

δ. Bewölkung.

Bewölkungs-Art und Zugrichtung der Wolken dienen ferner in der bereits oben besprochenen Weise zur Beurtheilung des kommenden Wetters. Zum Theil ist das Erscheinen von Cirruswolken in grösseren Mengen an sich schon ein Anzeichen für Regen; zum Theil ist die Form der Wolke, ihre Zugrichtung quer zur Richtung der Fäden und Strahlen ein hervor ragendes Anzeichen für schlechtes Wetter, und endlich dient bei besondern Wetterlagen die Zugrichtung der Cirruswolke dazu, anzuzeigen, dass sich eine Depr. z. B. aus O. nähert, welche nur bei südl. und östl. Cirruszug für uns Gefahr auf Regen in sich trägt, gewöhnlich aber gegen O. sich entfernt, ohne uns Regen zu bringen. Für solche Depr. bietet der Wolkenzug die bedeutendsten Witterungs-Merkmale.

Die Beobachtung der Wolken dient endlich dazu, im grossen und ganzen den vorhandenen Wetter-Charakter fest legen zu können. Das Studium des Wolkenhimmels bietet viele Merkzeichen zur Beurtheilung der Witterung, welche zum Theil schon von den Beobachtern auf dem Lande und auf der See aufgefasst sind, über deren Vorhandensein und Bedeutung aber der Wissenschaft bisher nur Weniges zugetragen worden ist.

c. Aufstellung des Resultats.

Je nachdem die Wetter-Anzeichen auf schlechtes Wetter deuten oder sich widersprechen, wird in der Prognose mit mehr oder minderer Bestimmtheit der zu erwartende Witterungs-Charakter als wahrscheinlich hingestellt werden können. Es wird bei aufmerksam durchgeführter Statistik ein jedes Hauptobjekt: Druck-Vertheilung, Barom.-Gang, Bewölkung, hinreichenden Aufschluss über die Witterungslage und ihre Veränderung gewähren, um daraus erkennen zu können, ob „recht schlechtes“, „unbeständiges“, „gutes“ oder „sehr schönes“ Wetter erwartet werden kann, und ob ferner dieses Resultat als „halb wahrscheinlich“, „wahrscheinlich“ oder „sehr wahrscheinlich“ bezeichnet werden muss.

Eine feinere Zergliederung der möglichen Witterungs-Erscheinungen in die häufiger auftretenden Witterungslagen und Reihenfolgen gewinnt man durch ein Vergleichen der täglichen Witterungs-Erscheinungen mit den Wetterkarten, wie sie von der Seewarte veröffentlicht werden.

d. Beurtheilung des Wetters auf Grund lokaler Beobachtung ohne Benutzung von Wetterkarten.

Wind-Richtung und Windstärke geben dem Beobachter zunächst Aufschluss über die Lage der Depression:

S O.	weht bei einer Depr. in W.	N W.	weht bei einer Depr. in O.
S.	„ „ „ „ „ N W.	N.	„ „ „ „ „ S O.
S W.	„ „ „ „ „ N.	N O.	„ „ „ „ „ S.
W.	„ „ „ „ „ N O.	O.	„ „ „ „ „ S W.

Mittlere Bewölkung und die Niederschlags-Verhältnisse der vergangenen Tage bieten einen Anhalt zur Beurtheilung der Lage des Druck-Zentrums. Meist heiterer Himmel deutet auf die Nähe des höchsten Drucks, stärkere Bewölkung und Regen auf grössere Entfernung desselben. Nachdem aus diesen Beobachtungs-Objekten fest gelegt worden ist, ob die Wetterlage überhaupt Neigung zur Regenbildung und zu windigem Wetter besitzt, oder ob beständig trocknes Wetter sich einstellen zu wollen scheint, müssen auch die Anzeichen auf schlechtes oder gutes Wetter, welche die Barom.-Beobachtung bietet, als eine Aussicht auf eine Verschlechterung oder Besserung der schon vorhandenen Wetterlage aufgefasst werden, und muss daher unter Voraussetzung gleichen Barom.-Falles bei unruhiger Wetterlage schlechteres Wetter für den folgenden Tag erwartet werden, als es bei vordem ganz beständigem Wetter erfolgen würde.

Bei scharfen O.-Winden kann im Sommer der Uebergang von trocken zu viel Regen ein ganz plötzlicher sein; daher ist Wetter mit starkem Winde, selbst bei heiterm Himmel, zur Gattung des unbeständigen Wetters zu rechnen.

Dass die Drehung des Windes von SO. nach NO. und N., besonders aber diejenige von SO. und S. nach SW. Regen bringt, wurde schon oben hervor gehoben. Dem Erscheinen der Cirruswolken folgt zumal dann Regen, wenn die Hauptmasse des Gewölks in jener Richtung am Himmel auftaucht, welche um 45 — 90° nach rechts von der Windrichtung abweicht. Bläst der Wind dem Beobachter ins Gesicht, so muss das Cirrusgewölk rechts vom Beobachter erscheinen.

e. Zeitbestimmung.

Bei den einzelnen als Witterungs-Anzeichen dienenden Beobachtungs-Objekten wurde angedeutet, wie viel Zeit zwischen dem Auftreten der Erscheinung und dem Beginn des Regens gewöhnlich verstreicht. Es geht daraus hervor, dass zunächst die Aufklärung, das Verschwinden der Wolken mittlerer Höhe, meistens auch der tiefen Wolken eintritt, darauf das Erscheinen der Oberwolken oder der streifigen Mittelwolken folgt. Nur bei Depr. aus NW. ist der Himmel während des Barom.-Falles oft schon mit Unterwolken bedeckt.

In einem so innigen Zusammenhange stehen die Witterungs-Verhältnisse von heute und morgen an einem Orte bei stürmischem Wetter, dass selbst der tiefste Barom.-Fall über England in der normalen Reihenfolge: 12 Stunden Regenwetter mit starkem Winde, 12 Stunden Aufklärung, wenig ändern kann. Es ist schon hervor gehoben, dass diese Schwankung in den Wetter-Erscheinungen auf die Trägheit der Luft zurück zu führen ist, welche abwechselnd sich mit Beschleunigung und Verzögerung bewegt.

Nur bei ziemlich ruhigem Wetter kann ein Regen in der Ebene länger als 10 Stunden anhalten. Der Regen, welcher längere Dauer hat, beginnt gewöhnlich mit einzelnen, ziemlich feinen Tropfen und geht erst allmählig in dichtern Tropfenfall über. Beginnt der Regen mit O., so erreicht seine Dauer oft 12 Stunden, beginnt derselbe mit S., meistens 6—10 Stunden, bei SW.- und W.-Wind 2—6 Stunden.

Es folgt dem anhaltenden, dem sogen. Landregen, gewöhnlich, zumal im Sommer, Ballengewölk mit Strichregen nach. Die Ballen- oder Gewitterwolken lassen oft heftigen Platzregen fallen. Ihre Ausbildung erfolgt, zumal dann, wenn das Landregen-Gewölk bei tiefem Barom.-Stande mit gerader Begrenzungslinie brach, und der helle Himmel sich zeigte. Erfolgt diese Aufklärung Tags über, so tritt der Strichregen gewöhnlich am Nachmittag oder Abend ein. Erfolgt die Aufklärung Abends, so bringt häufig erst der folgende Morgen das Strichregen-Gewölk. Landregen fällt gewöhnlich bei sinkendem, Strichregen bei steigendem Barom. und tiefem Stande desselben, während nach erfolgtem Steigen des Luftdrucks intensives Ballengewölk nicht mehr zur Ausbildung gelangt.

f. Zukunft der Wetterkunde.

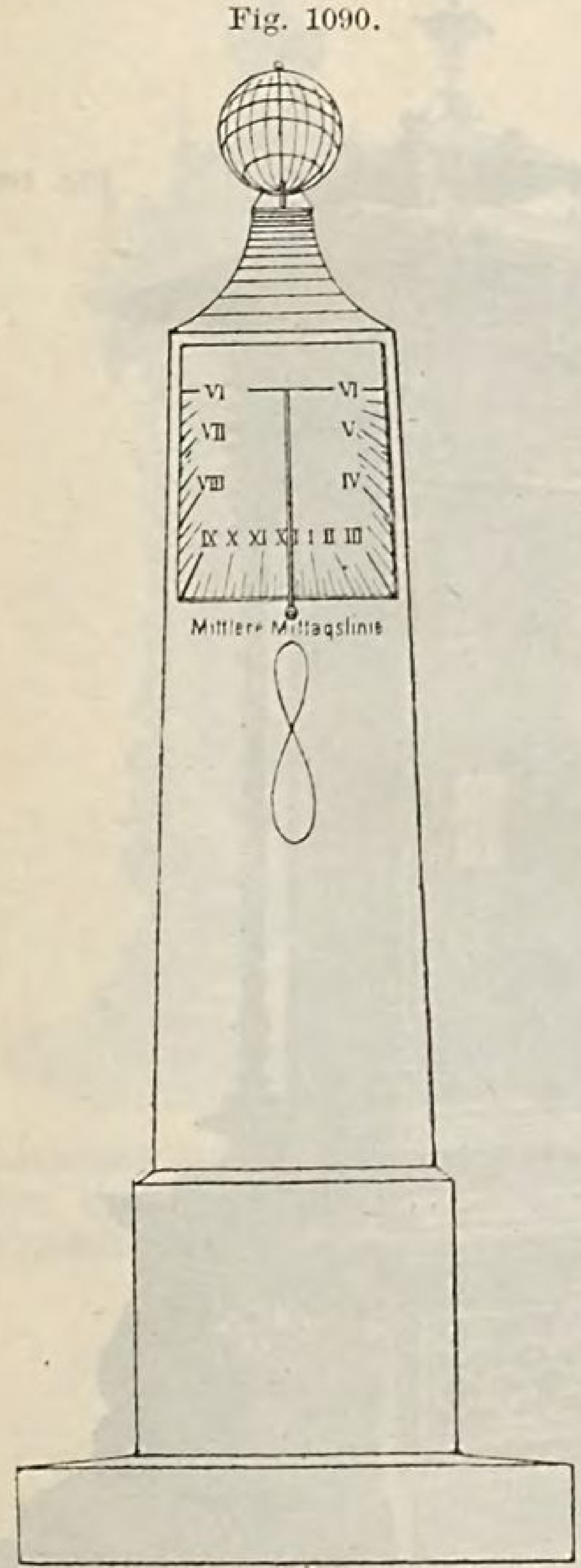
Während in allen Zweigen der Wissenschaft und Industrie Tausende von Männern thätig sind, durch geistige Anstrengung, durch zufällige Entdeckung und durch das Experiment das vorhandene Wissen und Können zu vervollkommnen, arbeiten auf dem Gebiete der Meteorologie nur wenige Fachmänner, und von diesen stellen sich nur einzelne die Aufgabe, im Dienste der *Vervollkommnung der Prognose* zu wirken. Als besonders erschwerender Umstand tritt hinzu, dass eine Erweiterung des praktischen Wissens nur durch solche Anstrengungen gewonnen werden kann, welche nach Ort und Zeit sich über grosse Räume ausdehnen und daher „kostspielig" sind. Der Chemiker oder Physiker, der Arzt vermag Studien in Laboratorien der Universitäten und anderer öffentl. Anstalten verschiedenster Art anzustellen, bei welchen die Untersuchung eines einzelnen Studien-Gegenstandes möglich ist, im Laufe eines bestimmten Zeitraums zum Abschluss gebracht werden kann, und wobei sich die Arbeitszeit auf bestimmte passende Tagesstunden beschränkt. Der Ausbau der Witterungskunde dagegen erfordert *beständige* Aufmerksamkeit bezüglich der äussern Witterungs-Vorgänge, Mittheilungen aus fernen Ländern, eine Korrespondenz mit Beobachtern und Fachmännern, bildliche Darstellung der Beobachtungs-Objekte, genaue Statistik, mühsame Arbeiten zur Zusammenstellung der massenhaft sich häufenden Notizen: alles *Arbeitsleistungen, welche nur durch das Zusammenwirken vieler Kräfte, nicht durch einzelne Fachmänner bewältigt werden können.*

Daher hat eine allgemeine Verwerthung der Prognose die Gründung eines Instituts für Wetter-Studien zur nothwendigen Voraussetzung! —

III. Anhang: Wettersäulen.

Mit dem Namen „Wettersäulen“ oder Wetterhäuschen werden kleine Bauwerke bezeichnet, die auf öffentlichen Plätzen in Städten oder in Anlagen für den Zweck der Vermittelung von Nachrichten meteorologischer, geographischer, physikalischer, geschichtlicher Natur, so weit dabei die Lokalität in Frage kommt, errichtet werden. In Hamburg werden die Wettersäulen fernerweit noch zur Anbringung sogen. „Affichen“, Reklame-Anzeigen aller Art, benutzt und werden aus dieser Art der Benutzung die Kosten des Baues und der Unterhaltung derselben sowie die der telegraphischen Beförderung der Prognose, die den Veröffentlichungen der Seewarte entnommen wird, bestritten.

Fig. 1090.



Angaben, bezw. Apparate, welche an reichen ausgestatteten Wettersäulen zu finden sind, betreffen:

a. Thermometer: ein gewöhnliches, daneben Maximum- und Minimum-Thermometer; Psychrometer, Thermograph zum selbstthätigen Verzeichnen der Kurve der Temp.; Boden-Thermometer zur Beobachtung der Erdwärme; Sonnenschein-Thermometer.

b. Barometer: Quecksilber- und Aneroid-Barometer; Barograph zur selbstthätigen Verzeichnung der Luftdruck-Kurven; Regenmesser.

c. Wetterkarten, Wetterprognose; Tabellen über mittlere MorgenTemp.; Mittelwerthe des Luftdrucks, der relativen Feuchtigkeit; Angaben über geographische Länge und Breite; Höhe über Meer; Mittagszeit; Länge des Sekundenpendels; Erdakzeleration; magnetische Abweichungen und Aehnliches

Die Ansprüche, welche der Oertlichkeit nach an die äussere Erscheinung, den Aufstellungsplatz, und in Bezug auf Bequemlichkeit der Benutzung gestellt werden, befinden sich nur selten in Einklang mit den vom Standpunkte des Meteorologen aus zu erhebenden Ansprüchen auf möglichste Genauigkeit der laufenden Angaben der an den Wettersäulen angebrachten Instrumente. Daher sind diese Angaben — und darunter namentlich die der Thermometer — nothwendig mit ziemlich grossen Fehlern behaftet. Ob der Körper der Säule aus Stein, Mauer oder Metall hergestellt wird, immer werden diese Massen thermisch stark beeinflusst und daher ihrerseits auch die Thermometer stark beeinflussen.

Die Wettersäulen, im Grundriss viereckig, sind genau nach der wirklichen Himmelsrichtung zu orientiren. Es finden alsdann auf der Nordseite diejenigen Thermometer Platz, welche das Messen der Luftwärme zum Zweck haben, während diejenigen Apparate, durch welche Strahlungswärme gemessen werden soll, selbstverständlich auf der Südseite anzubringen sind. Auf der Ost- und Westseite werden die Apparate zum Messen des Luftdrucks angebracht, wie auch eine oder beide dieser Seiten für das Aushängen der Wetter-Prognosen und -Berichte und der übrigen Nachrichten, welche an der Wettersäule veröffentlicht werden sollen, zu benutzen sind.

Nachstehend folgen einige Beispiele ausgeführter Wettersäulen:

1. Wettersäule, Fig. 1090, in der Louisen-Anlage zu Saarbrücken. Ein einfacher Obelisk mit Weltkugel-Bekrönung, errichtet 1876. Näheres darüber findet

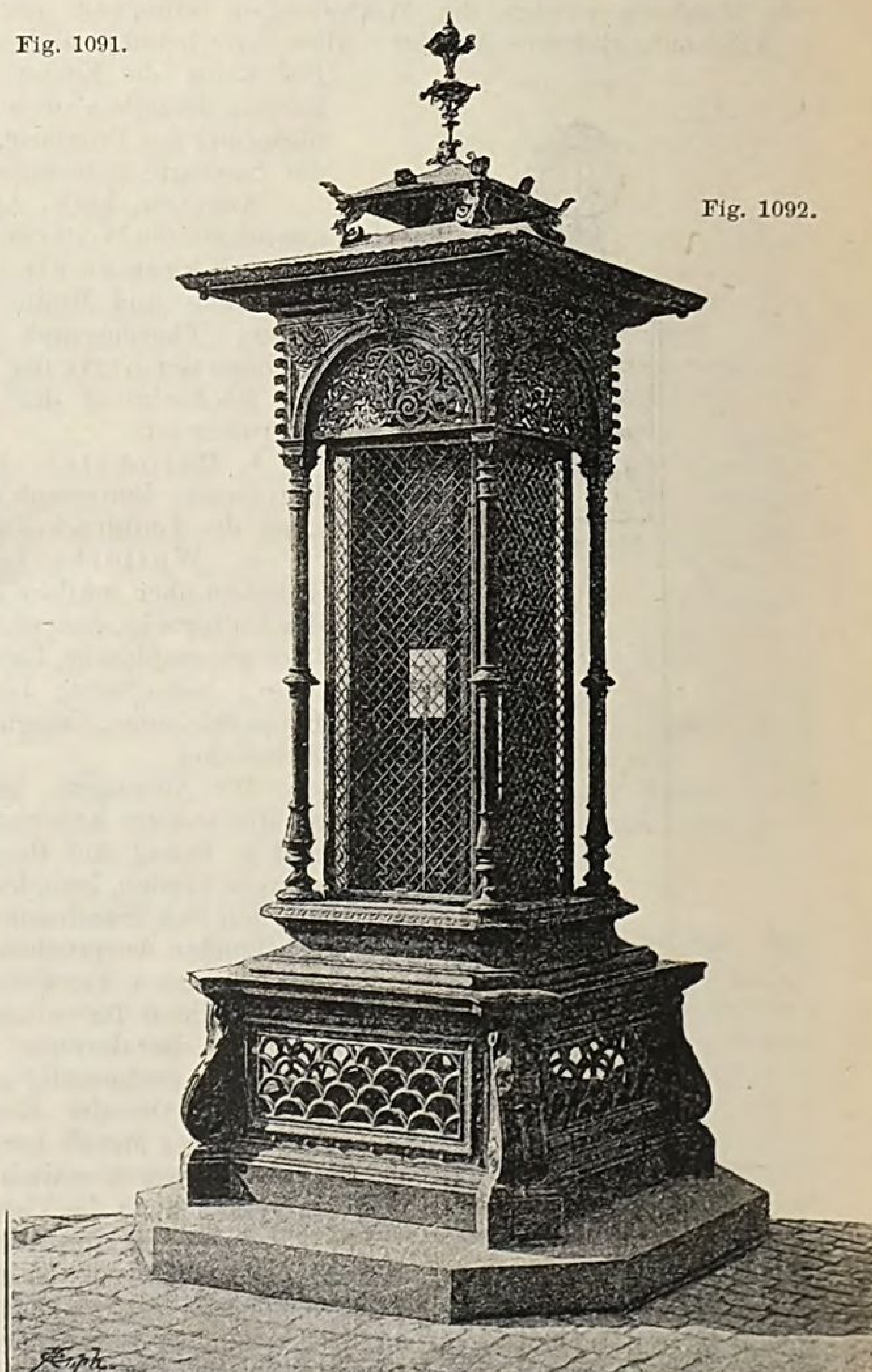
sich in der kleinen Schrift: Dihm. Die Wettersäule in der Louisen-Anlage zu Saarbrücken. Saarbrücken; H. Siebert.

2. Wettersäule in Bern, nach einem Entwurfe vom Archit. Jahn in Bern ausgeführt, Fig. 1091. Ein aus Werkstein verschiedener Farben mit reicherer Gliederung hergestelltes ansprechendes Bauwerk, welches, verglichen mit dem vorigen den Vorzug besitzt, in den zurück tretenden Mittelfeldern der Seitenflächen den aufgehängten Instrumenten einigen Schutz vor Beschädigungen zu gewähren.

Fig. 1091.



Fig. 1092.

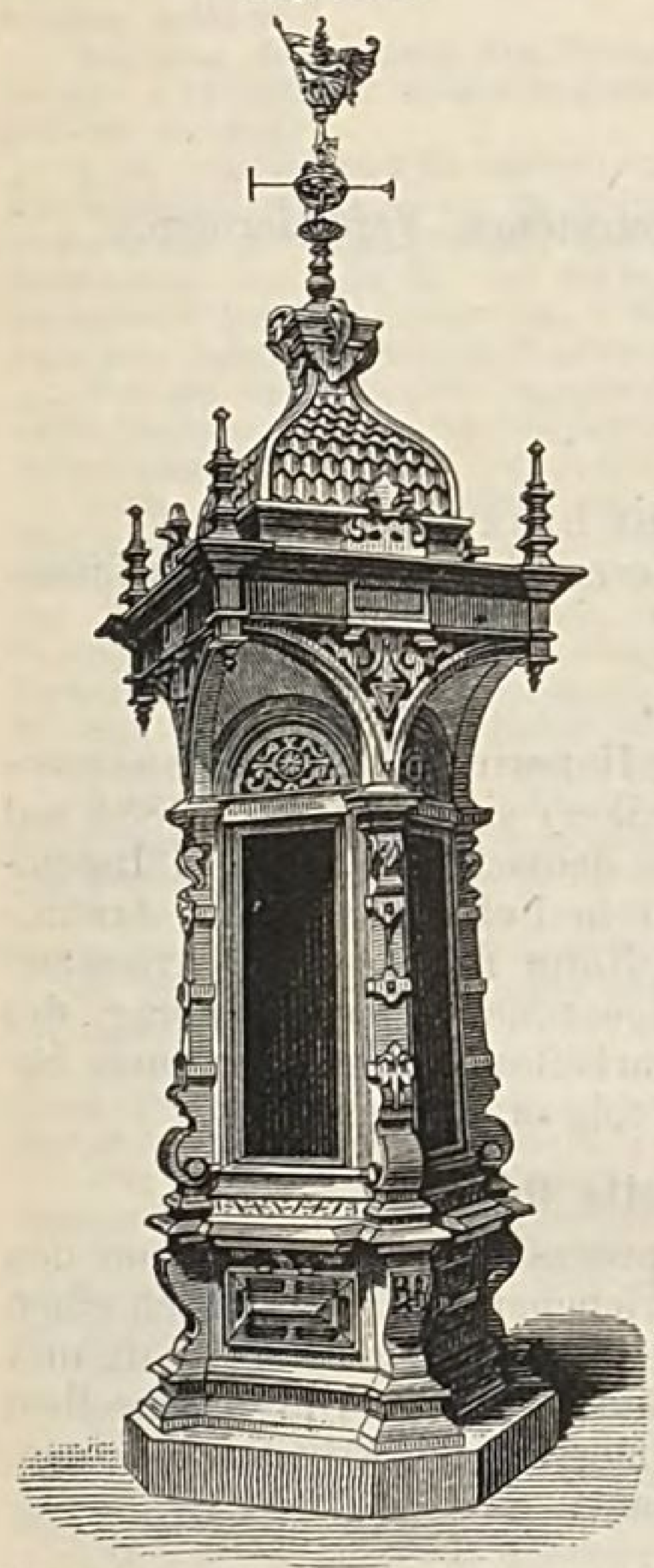


Es ist ersichtlich, dass vermöge der grossen Massen spezifisch schweren Materials, welche in den beiden ad 1 und 2 angeführten Bauwerken enthalten sind, die Wärmeschwankungen derselben von denjenigen der Luft zeitlich sowohl als ihrer Grösse nach erheblich abweichen können. Daher werden die Angaben der an diesen Wettersäulen angebrachten Thermometer zum Theil mit recht grossen Fehlern behaftet sein müssen.

3. Wetterhäuschen mit Gehäuse aus Eisenguss, Fig. 1092, nach einem Entwurf von Prof. Luthmer, ausgeführt von der Firma Joh. Friedr. Mack in

Frankfurt a. M. und in einer grössern Anzahl von Städten Deutschlands (u. a. Frankfurt a. M., Mannheim, Würzburg, Bamberg, Mainz, Offenburg, Duisburg) aufgestellt. Die Instrumente sind in, bezw. an einem aus Holz hergestellten Kasten angebracht, welcher den Kern des Häuschens bildet. Dieser wird in einigem Abstande von 4 Drahtgittern umgeben, welche als schliessbare bewegliche Flügel gestaltet sind. Ausgenommen den Steinsockel und die Instrumente kostet ein derartiges Wetterhäuschen frei Fabrik 500 M. bei einem Gewicht von etwa 600 kg.

Fig. 1093.



Der innern (unter Zuziehung eines Meteorologen getroffenen) Einrichtung ist für ihren Zweck eine ungleich grössere Vollkommenheit beizulegen, als den entsprechenden Einrichtungen der ad 1 und 2 erwähnten Wettersäulen. Einmal sind die Apparate gut geschützt und sodann auch, vermöge des relativ grossen Abstandes, in dem sie sich von den Hauptmassen des Aufbaues befinden, in ihren Angaben in nicht besonders hohem Grade von dem für Wärme-Wirkungen allerdings sehr empfänglichen Material abhängig.

4. Wetterhäuschen, Fig. 1093, v. Jos. Mayer, Spenglermeister in Würzburg, vollständig in getriebenem Zink hergestellt. Ein Exemplar dieses Häuschens war auf der Bayer. Landes-Ausstellung zu Nürnberg 1883 ausgestellt. Auch hier ist ein hölzerner Einbau zur Aufnahme der Instrumente anzubringen und sind diese durch Drahtgitter gegen Beschädigungen gesichert. Mit der sonach vorhandenen zweckmässigen technischen Einrichtung, welche durch die relative Geringfügigkeit der Metallmasse des Häuschens noch erhöht wird, verbindet sich ein sehr gefälliges Aeusseres, das durch Farbenzuthaten zu hoher Vollendung gebracht werden kann.

Auch ganz aus Zinkguss werden Wetterhäuschen ausgeführt zum Preise von etwa 600 M., ausgenommen die Instrumente. Ein derartiges Wetterhäuschen, von der Firma Camozzi & Schlösser in Frankfurt a. M. geliefert, ist u. a. in Barmen aufgestellt. —

Nachträge

enthaltend die während des Drucks eingetretenen Veränderungen und Ergänzungen.

1. Zu Seite 48.

In dem Litteratur-Verzeichniss ad D. daselbst, ist hinzu zu fügen:

R. Scheck. Anleitung zur Ausführung und Veranschlagung von Faschinenbauten. Berlin 1885; A. Seydel.

2. Zu Seite 95 oben.

Die Arbeiten zur Schaffung von Normen für die Honorirung von Ingenieur-Arbeiten (eingeschlossen die der Maschinen-Techniker) sind im Jahre 1884 auf der Stuttgarter General-Versammlung des Verbandes deutscher Archit.- u. Ingen.-Vereine wiederum aufgenommen worden, und es hat in Folge davon der Archit.- und Ingen.-Verein zu Hannover den „Entwurf einer Norm für Ingenieur-Arbeiten“ im Winter 1884/85 fertig gestellt. Die 1885er Abgeordneten-Versammlung des Verbandes (zu Breslau) hat vorläufig eine Weiterbearbeitung dieses Entwurfs beschlossen, die zu mehreren Abänderungen desselben führen dürfte.

3. Ebenda unten und zu Seite 96.

Die früher mehrfach bestandene Befreiung der preussischen Behörden von den im Feldmesser-Reglement vom 2. März 1871 vorgeschriebenen Sätzen ist durch einen gemeinsamen Erlass der Ministerien der öffentl. Arbeiten, der Landwirthschaft und der Finanzen, datirt vom 26. August 1885, eingeschränkt worden. Durch denselben sind ebenfalls vielfach neue Bezahlungs-Sätze für feldmesserische Arbeiten getreten. Der Erlass hat in dem betr. Theile folgenden Wortlaut:

Abänderung
des Reglements für die öffentlich anzustellenden Land-(Feld-)messer vom 2. März 1871
(G.-S. 1871, S. 101/112).

Die Bestimmungen sub Nr. IV. des Feldmesser-Reglements vom 2. März 1871, § 36—57, betreffend die Bezahlung der Feldmesserarbeiten, werden vom 1. Juli d. J. ab aufgehoben, und treten an Stelle derselben nachfolgende Bestimmungen in Kraft.

IV. Bezahlung der Land-(Feld-)messerarbeiten.

§ 36. Allgemeine Bestimmungen. Für die Bezahlung der Arbeiten der von den Auseinandersetzungs-Behörden ausschliesslich und dauernd beschäftigten Vermessungs-Beamten, nicht minder für die Bezahlung der Vermessungs-Arbeiten im Bereiche der Verwaltung des Grund- und Gebäudesteuer-Katasters sind die dafür bestehenden besondern Vorschriften maassgebend.

Hinsichtlich der Gebühren des Landgeometers in Frankfurt a. M. verbleibt es bei der Verordnung, betr. die Bildung der Feldgerichte u. s. w., v. 10. März 1825 (Frankfurter Ges. u. Statuten-Samml. Bd. IV, S. 7—27).

Im übrigen gelten für die Bezahlung der im Auftrage der Staatsbehörden angefertigten Land-(Feld-)messerarbeiten, sofern nicht besondere Entschädigungssätze von der zuständigen Behörde fest gestellt, oder von den Betheiligten vereinbart worden sind, nachstehende Bestimmungen:

§ 37. Art der Bezahlung. Die Bezahlung der Land-(Feld-)messerarbeiten soll in der Regel, und mangels anderweiter Vereinbarung, durch Diäten stattfinden. Insbesondere tritt die Bezahlung nach Gebührensätzen, ausser in dem Falle der Vereinbarung, nur insoweit ein, als für den einen oder andern Zweig des Staatsdienstes diese Art der Bezahlung besonders vorgeschrieben werden sollte.

§ 38. Dauer der täglichen Arbeit. Die Bezahlung durch Diäten setzt eine Arbeitsdauer von mindestens 8 Stunden täglich voraus.

§ 39. Diäten der Vermessungs-Revisoren. Vermessungs-Revisoren werden für die Geschäfte und Reisen, welche sie behufs Feststellung der Richtigkeit von Feldmesserarbeiten auszuführen haben, sowie für die ihnen übertragenen Rektifikationen als unrichtig erkannter Arbeiten nach denselben Bestimmungen bezahlt, welche nach Inhalt des gegenwärtigen Reglements für die übrigen Land-(Feld-)messer gelten.

§ 40. Diätensätze. Für jeden Arbeits- und für jeden Reisetag, ohne Unterschied, ob an den letztern auch gearbeitet worden ist, oder nicht, wird ein Diätensatz von 8 M. gewährt.

Bei Arbeiten ausserhalb des Wohnorts des Land-(Feld-)messers können die Diäten auch liquidirt werden:

1. für solche Tage, an denen die Witterung das Arbeiten im Felde verhindert,

2. für die zwischen den Arbeitstagen liegenden Sonn- und Festtage, mit Ausschluss derjenigen Fälle, in denen ein Sonn- und ein Festtag oder mehrere Festtage unmittelbar auf einander folgen insoweit diese Tage von dem Land-(Feld)messer ausserhalb seines Wohnortes haben zugebracht werden müssen.

Dagegen darf neben den Diäten (für die volle Zahl der Kalendertage) mit den Ausnahmen, welche sich aus § 36 dieses Reglements ergeben, keine Bezahlung für Ueberstunden in Rechnung gestellt werden.

§ 41. Feld- und Reisezulage. Ausser den Diäten erhält der Land-(Feld-)messer für jeden Kalendertag, welchen er im Interesse der Arbeiten ganz oder theilweise und zwar in nicht weniger als 2 km Entfernung, ausserhalb seines Wohnortes zubringen musste, eine Feld- oder Reisezulage von 4,50 M., bei mehrtägiger Abwesenheit und dadurch bedingter Uebernachtung ausserhalb des Wohnortes von 6 M., worin die Entschädigung für die Zurücklegung des Weges zwischen Nachtquartier und Arbeitsstelle mit enthalten ist.

Die im Staatsdienste angestellten Land-(Feld-)messer, welche für ihr diesfälliges Amt eine volle Besoldung aus der Staatskasse beziehen, erhalten in beiden Fällen nur eine Feld- oder Reisezulage von 1,50 M neben den ihnen nach § 40 zustehenden Tagegeldern.

§ 42. Auslagen. Wenn den Land-(Feld-)messern die zu den Arbeiten auf dem Felde erforderlichen brauchbaren und geübten Handarbeiter nicht gestellt werden, so können sie dieselben für Rechnung der Interessenten in der erforderlichen Zahl annehmen und denselben je nach der Schwierigkeit der Arbeit einen den ortsüblichen bis zu 30 Prozent übersteigenden Tagelohn bewilligen. Die Anschaffungskosten der zu den Vermessungen und Nivellements erforderlichen Pfähle, Stangen u. s. w., sowie baare Auslagen für Kahnmiethe, Botengänge u. s. w. werden, sofern die Betheiligten ablehnen, ihrerseits Lieferungen und Leistungen dieser Art unmittelbar zu übernehmen, gegen quittirte Beläge vergütigt.

§ 43. Reisekosten. Die Land-(Feld-)messer erhalten an Reisekosten, um sich von ihrem derzeitigen Aufenthaltsorte an den Ort der Vermessung und zurück zu begeben, einschliesslich der Entschädigung für die Fortschaffung des Gepäcks, der Karten und Instrumente:

a. bei Reisen auf Eisenbahnen oder Dampfschiffen für das km 13 Pfennige und ausserdem für jeden Zu- und Abgang nach und von der Eisenbahn je 3 M.,

b. bei Reisen, welche nicht auf Dampfschiffen oder Eisenbahnen zurückgelegt werden können, für das km 40 Pfennige.

Die Reisekosten werden für die Hin- und Rückreise besonders berechnet. Hat jedoch ein Land-(Feld-)messer Geschäfte an verschiedenen Orten nach einander ausgerichtet, so ist der von Ort zu Ort wirklich zurückgelegte Weg ungetheilt der Berechnung der Reisekosten zu Grunde zu legen.

Für Geschäfte in geringerer Entfernung als 2 km vom Wohnsitz, bezw. Aufenthaltsort, werden Reisekosten nicht gezahlt.

Bei Berechnung der Entfernungen wird jedes angefangene km für ein volles km gerechnet. Bei Reisen von nicht weniger als 2 km, aber unter 8 km, sind die Fuhrkosten für 8 km zu gewähren.

Haben erweislich höhere Reisekosten als vorstehend bestimmte aufgewendet werden müssen, so werden diese erstattet.

§ 44. Vergütung für Zeichenpapier. Für das zu den Karten und Zeichnungen zu verwendende Zeichenpapier bester Qualität werden für 0,1 qm 25 Pfennige, wenn dasselbe aber auf Kattun oder auf Leinwand aufgezogen ist, 50 Pfennige vergütet.

Andere Auslagen für Schreib- und Zeichenmaterialien können nicht liquidirt werden.

§ 45. Tage- und Feldbücher. Das Tagebuch, welches von dem Land-(Feld-)messer zu führen und jeden Abend pflichtmässig zu vervollständigen ist, und die Feldbücher, Nivellementstabellen, die trigonometrischen, die Flächen- und Eintheilungs-Berechnungen müssen am Schlusse jedes Tags das Geleistete vollständig nachweisen.

Das Tagebuch ist den einzelnen Diäten-Liquidationen jedesmal beizufügen.

§ 46. Der Land-(Feld-)messer ist für die Richtigkeit der Angaben im Tagebuche, im Feldbuche und in den Berechnungen verantwortlich, und hat für den Fall absichtlich unrichtiger Angaben die Einleitung des Verfahrens wegen Zurücknahme der Bestallung (§ 4) zu gewärtigen.

§ 47. Abzuliefernde Arbeiten. Nach Vollendung seiner Arbeiten hat der Land-(Feld-)messer, sofern nicht bei Ertheilung des Auftrags andere Bestimmungen oder Vereinbarungen getroffen worden sind, folgende Gegenstände gehörig geordnet abzuliefern:

a. die nach § 12 aufgenommenen Verhandlungen und Erläuterungen, sowie die bei Ausführung des Geschäfts geführten Akten;

b. die sämmtlichen in § 13 bezeichneten Vermessungs- und Nivellements-Manuale (Feldbücher), desgleichen die Messtischblätter, überhaupt alle Arbeiten, die zur Auftragung gedient haben, ebenso die etwaigen Berechnungen, trigonometrischen Sätze, sowie die speziellen Flächenberechnungen, dieselben mögen nach Original- oder Zirkelmaassen oder mit besondern zur Flächenberechnung geeigneten Instrumenten bewirkt sein;

c. die Urschrift des Vermessungs-Registers in der für die Auseinandersetzungs-Arbeiten erforderlichen Form und eine Reinschrift desselben;

d. einen nach § 16 vorschriftsmässig aufgetragenen und deutlich, ohne Färbung zu grosser Flächen, gezeichneten Ur-(Brouillon-)Plan;

e. eine Kopie des Ur-(Brouillon-)Plans, als Reinkarte gezeichnet, ohne Eintragung der Stationslinien, jedoch mit Angabe und Eintheilung der gemessenen oder trigonometrisch berechneten Hauptlinien und Dreiecke.

Sowohl zum Ur-(Brouillon-)Plan, als zur Reinkarte muss Velinpapier guter Qualität genommen werden, welches auf feine Leinwand oder Kattun so lange Zeit vor dem Gebrauche sorgfältig aufzuziehen ist, dass ein nachtheiliges Verziehen nicht mehr stattfinden kann.

§ 48. Festsetzung der Liquidation. Entstehen Zweifel über die Richtigkeit der von Land-(Feld-)messern für die Ausführung von Aufträgen der Staatsbehörden aufgestellten Liquidationen der Diäten, Gebühren oder Auslagen, sei es, weil die angenommenen Sätze bestritten, oder weil die

ungenügende Beschaffenheit der abzuliefernden Gegenstände oder ungenügende Leistungen in der verwendeten Zeit behauptet werden, so erfolgt die Festsetzung der Liquidation durch den Regierungspräsidenten (Regierung), oder die betr. Auseinandersetzungs-Behörde nach Einholung des Gutachtens eines Beamten, welcher die Land-(Feld-)messer-Prüfung bestanden hat. Dieser Beamte ist verpflichtet, die Arbeiten des Land-(Feld-)messers mit den Feldbüchern, Tagebüchern und Berechnungen genau zu vergleichen und sodann die etwa für nöthig erachteten Reduktionen gehörig zu begründen,

Die Kosten dieser Revision trägt die extrahirende Behörde, unbeschadet ihres etwaigen Regresses an den Feldmesser, sofern die Liquidationen desselben in wesentlichen Punkten unrichtig befunden werden sollten.

§ 49. Berufnng. Gegen diese Festsetzung (§ 48) ist binnen 6 Wochen die Berufung zulässig, welche bei Arbeiten, die im Auftrage einer Auseinandersetzungs-Behörde ausgeführt sind, an das Ministerium für Landwirthschaft, Domänen und Forsten, in allen andern Fällen an das Ministerium der öffentlichen Arbeiten zu richten ist.

Die Entscheidung des Ministeriums ist endgültig.

§ 50. Die obigen Bestimmungen über das Verfahren bei Prüfung und Festsetzug der Land-(Feld)messer-Liquidationen (§§ 48, 49) für Aufträge, welche von Staatsbehörden ertheilt sind, greifen auch dann Platz, wenn andere, als die in diesem Reglement festgesetzten Diäten-, Reisekosten- und Entschädigungssätze zwischen den Behörden und den Land-(Feld-)messern vereinbart sein sollten, es sei denn, dass durch rechtsgültige Abmachung zwischen der betheiligten Behörde und dem Land-(Feld-)messer ein Sachverständiger, welchem die Festsetzung der Liquidationen mit Ausschluss der für den Streitfall getroffenen Bestimmungen dieses Reglements obliegen soll, ausdrücklich bestimmt worden wäre.

Berlin, den 26. August 1885.

Der Minister der öffentlichen Arbeiten. gez. Maybach.

Der Minister für Landwirthschaft, Domänen und Forsten. In Vertretung: gez. Marcard.

Der Finanzminister. Im Auftrage: gez. Gauss.

4. Zu Seite 102.

In der Schweiz sind seit dem Jahre 1883 Bestrebungen zur Schaffung eines Honorar-Tarifs für Ingenieure im Gange, bis Mitte des Jahres 1885 aber noch nicht zu einem Abschluss gediehen. Ein erst im Jahre 1883 aufgestellter noch unvollständiger Entwurf ist veröffentlicht in „Schweizerische Bauzeitung“, 1883, Band II. S. 21 ff.

5. Zu Seite 103.

Ueber Honorarsätze der Architekten in Spanien findet sich eine Notiz im Zentralbl. d. Bauverwaltg., 1884, S. 326. Das Honorar beträgt 5 Proz. der Bausumme, wenn diese den Betrag von 20 000 M. nicht überschreitet. Bei höhern Bausummen Ermässigung bis auf 2 Proz. herab, welche eintritt, wenn die Bausumme 400 000 M. und darüber beträgt. Eine Unterscheidung zwischen Nützlichkeitsbauten und solchen künstlerischer Haltung findet nicht statt. Bei öffentlichen Gebäuden gilt im allgemeinen das Doppelte der obigen Sätze, wenn nicht vorher besondere Bestimmungen bezw. Vereinbarungen getroffen worden sind.

6. Zu Seite 107.

Im Litteratur-Verzeichniss ad 5 ist hinzu zu fügen:

Dr. G. Freudenstein. Die Reform des Submissionswesens bei baulichen Verdingungen, und die Reorganisation des Zuschlags-Prinzips nebst positiven praktischen Vorschlägen, Minden 1884; J. C. C. Bruns.

Dr. F. C. Huber. Reform des Submissionswesens. Denkschrift auf Veranlassung der Delegirten-Konferenz der deutschen Gewerbekammern, bezw. Handels- und Gewerbekammern, Tübingen 1885; H. Laupp'sche Buchhandlung.

Das Hubersche Werk ist durch grosse Reichhaltigkeit und Vielseitigkeit der Gesichtspunkte der Beurtheilung ausgezeichnet. Die vorhandene Litteratur ist beinahe ausnahmslos angeführt, bezw. berücksichtigt. In einem Anhange sind mitgetheilt:

Die französischen Normen über das Submissions-Verfahren; die Entschliessung des bayerischen Kriegsministeriums, betr. das militärische Beschaffungswesen v. 12. Oktober 1882; ein Erlass des badischen Finanzministeriums v. 9. Mai 1885, betr. das Verfahren bei Vergebung von Arbeiten und Lieferungen zu Hochbauten; eine Instruktion für die grossherzogl. Hessen-Darmstädtischen Kreisbauämter, betr. die Vergebung von Bauarbeiten; die preussischen Vorschriften über das Verdingungswesen von 1880 und 1885, ausgenommen die allgem. Vertragsbedingungen für die Ausführung von Hochbauten.

7. Zu Seiten 110, 111 ff., auch zu Seite 161 und 162.

Die preussischen Vorschriften über das Verdingungswesen v. 24. Juni 1880 sind durch einen Erlass des Ministers der öffentl. Arb. v. 17. Juli 1885 aufgehoben. An deren Stelle sind die im Folgenden wörtlich mitgetheilten Bestimmungen getreten:

An Stelle der durch Erlass v. 24. Juni 1880 eingeführten „Allgemeinen Bestimmungen, betr. die Vergebung von Leistungen und Lieferungen im Bereiche des Ministeriums der öffentlichen Arbeiten“ treten die nachstehenden anderweit festgestellten „Allgemeinen Bestimmungen, betr. die Vergebung von Leistungen und Lieferungen“ in Kraft.

An Stelle der durch Erlass von demselben Tage den Provinzialbehörden zugefertigten „Allgemeinen Bedingungen, betr. die Ausführung von Arbeiten und Lieferungen bei den Hochbauten der Staatsverwaltung“ sind die nachstehend unter II. folgenden „Allgemeinen Vertragsbedingungen für die Ausführung von Hochbauten“ in Anwendung zu bringen.

Die durch denselben Erlass mitgetheilten „Submissionsbedingungen für die öffentliche Vergebung von Arbeiten und Lieferungen bei den Hochbauten der Staatsverwaltung“ kommen mit Rücksicht auf die unter II. 5 der Allgemeinen Bestimmungen festgestellten „Bedingungen für die Bewerbung um Arbeiten und Lieferungen“ in Wegfall.

Der Erlass vom 5. Aug. 1880, betr. das Verfahren des Abbietens nach Prozenten, wird aufgehoben.

Im übrigen wird Folgendes bemerkt:

1. Bei Lieferungen darf ein bestimmter Produktionsort nicht vorgeschrieben, insbesondere nicht der ausländische Ursprung der Waare zur Bedingung gemacht werden.

2. Die genaue Beachtung der Vorschrift unter II. 1. Abs. 7 der Allgem. Bestimmungen ist im Interesse der Staatskasse geboten, insofern die Beschaffung von Waaren, welche in Abmessung und Beschaffenheit von den im Handel üblichen abweichen, mit besondern Schwierigkeiten verbunden und deshalb in der Regel nur gegen Bewilligung höherer Preise zu erreichen sein wird.

3. Der Aufnahme einer Bemerkung über den Vorbehalt der Auswahl unter mehreren Mindestfordernden oder unter sämmtlichen Bewerbern in die Bekanntmachungen, welche bezüglich öffentlicher Ausschreibungen erlassen werden, bedarf es nicht.

4. Für die Ermittelung des Mindestgebotes bei Lieferungen für die Eisenbahnverwaltung — mit Rücksicht auf die frachtfrei oder zu ermässigten Sätzen erfolgende Beförderung des Eisenbahndienstgutes — sind die Bestimmungen des an die Königl. Eisenbahn-Direktion gerichteten Erlasses v. 20. April 1885 maassgebend.

5. Diejenigen Fälle, in welchen bei einem öffentlichen oder engern Ausschreibungs-Verfahren die gewählten Unternehmer nicht die Mindestfordernden waren, sind in einer besondern Anlage zu der Abnahme-Verhandlung über die betr. Rechnung zusammen zu stellen, wobei die Stellung der Forderungen dieser Unternehmer zu den abgegebenen Minderforderungen zu bezeichnen ist, und kurz die Gründe anzugeben sind, welche für die Wahl der betr. Unternehmer unter Ausschluss der Minderfordernden Ausschlag gebend waren.

6. Sofern Aenderungen der Allgem. Vertragsbedingungen für die Ausführung von Hochbauten in Fällen, in welchen nicht ausdrücklich eine abweichende Regelung durch die besondern Vertragsbedingungen als zulässig bezeichnet ist, angezeigt erscheinen, ist meine Genehmigung dazu einzuholen.

Mit Bezug auf § 14 letzter Abs. der Allgem. Vertragsbedingungen für die Ausführung von Hochbauten steht nichts entgegen, auch ferner eine ständige Unterkasse der Kasse der bauleitenden Behörde durch die besondern Vertragsbedingungen zur zahlenden Kasse zu bestimmen. Die Zahlungsleistung durch eine Spezialbaukasse darf dagegen, wie ich mit Bezug auf den Erlass v. 21. April 1881 und den Erlass v. 12. November 1881 bemerke, nur bei Bauten von neuen Eisenbahnen zugesichert werden. In allen andern Fällen bedarf es hierzu meiner Genehmigung.

7. Die Frage, ob ein zur Kautions-Bestellung angebotener Wechsel als sicher zu erachten, ist von der zuständigen Behörde unter sorgsamer Erwägung aller in dem gegebenen Falle in Betracht kommenden Umstände — insbesondere mit Rücksicht auf die Höhe der Wechselsumme und die Dauer der durch die Kaution zu sichernden Verpflichtungen sowie die Kreditwürdigkeit der Wechselverpflichteten — nach pflichtmässigem Ermessen zu entscheiden.

In den der Verdingung von Bauten zu Grunde zu legenden Verdingungs-Anschlägen ist, so weit erforderlich, auch über die für die Berechnung der ausgeführten Leistungen in Anwenduug zu bringenden Grundsätze (bezüglich der Stärke der Backsteinmauern, Durchführung von Dezimalstellen u. s. w.) Bestimmung zu treffen.

I.

Allgemeine Bestimmungen, betreffend die Vergebung von Leistungen und Lieferungen.

Inhalts-Uebersicht.

I. Arten der Vergebung;
II. Verfahren bei Ausschreibungen;
 1. Gegenstand der Ausschreibung;
 2. Bekanntmachung der Ausschreibung;
 3. Bestimmung des Eröffnungs-Termins;
 4. Zuschlagsfrist;
 5. Bedingungen für die Bewerbung um Arbeiten und Lieferungen;
 6. Termin zur Eröffnung der Angebote;
 7. Zuschlags-Ertheilung;
III. Form und Fassung der Verträge;
 1. Form der Verträge;
 2. Fassung der Verträge;
IV. Inhalt und Ausführung der Verträge
 1. Zahlung;
 2. Sicherheits-Stellung;
 3. Mehr- oder Minderaufträge;
 4. Konventional-Strafen;
 5. Kontrole der Ausführung;
 6. Meinungs-Verschiedenheiten;
 7. Kosten und Stempel der Verträge;
Anlagen:
 Bedingungen für die Bewerbung um Arbeiten und Lieferungen.
 Allgem. Vertragsbedingungen für die Ausführung von Hochbauten.

I. Arten der Vergebung.

Leistungen und Lieferungen sind in der Regel öffentlich auszuschreiben.

Mit Ausschluss der Oeffentlichkeit zu engerer Bewerbung können ausgeschrieben werden:

1. Leistungen und Lieferungen, welche nur ein beschränkter Kreis von Unternehmern in geeigneter Weise ausführt;

2. Leistungen und Lieferungen, bezüglich deren in einer abgehaltenen öffentlichen Ausschreibung ein geeignetes Ergebniss nicht erzielt worden ist.

Unter Ausschluss jeder Ausschreibung kann die Vergebung erfolgen:

1. bei Gegenständen, deren überschläglicher Werth den Betrag von 1000 M. nicht übersteigt,

2. bei Dringlichkeit des Bedarfs;

3. bei Leistungen und Lieferungen, deren Ausführung besondere Kunstfertigkeit erfordert;

4. bei Nachbestellung von Materialien zur Ergänzung des für einen bestimmten Zweck ausgeschriebenen Gesammtbedarfs, sofern kein höherer Preis vereinbart wird als für die Hauptlieferung.

II. Verfahren bei Ausschreibungen.

1. Gegenstand der Ausschreibung. Der Gegenstand der Ausschreibung ist in allen wesentlichen Beziehungen bestimmt zu bezeichnen. Ueber alle für die Preisberechnung erheblichen Nebenumstände sind vollständige, eine zutreffende Beurtheilung der Bedeutung derselben ermöglichende Angaben zu machen. Für Bauarbeiten sind zur Verabfolgung an die Bewerber bestimmte Verdingungs-Anschläge aufzustellen, in welchen sämmtliche Hauptleistungen, sowie die erheblichern Nebenleistungen in besondern Positionen aufzuführen sind. Dieselben dürfen von der Behörde ermittelte Preisansätze nicht enthalten.

Die Zeitperioden für Lieferungen zur Deckung eines fortlaufenden Bedarfs sind nach den besondern Verhältnissen des einzelnen Falles zu bemessen.

Umfangreichere Ausschreibungen sind derart zu zerlegen, dass auch kleinern Gewerbtreibenden und Handwerkern die Betheiligung an der Bewerbung ermöglicht wird. Bei grössern Hochbauten hat daher die Vergebung nach den einzelnen Titeln des Anschlags — den verschiedenen Gewerbs- und Handwerkszweigen entsprechend — zu erfolgen. Besonders umfangreiche Anschlagstitel sind in mehrere Loose zu theilen.

Bezüglich der Beschaffenheit zu liefernder Waaren und der Abmessung zu liefernder Gegenstände sind ungewöhnliche, im Handel nicht übliche Anforderungen nur insoweit zu stellen, als dies unbedingt nothwendig ist. Ist bei Lieferungen von Fabrikaten der Kenntniss der Bezugsquelle (der Fabrik) eine besondere Bedeutung für die Beurtheilung der Güte beizumessen, so ist von dem Bewerber die Namhaftmachung des Fabrikanten, von welchem die Waaren bezogen werden sollen, zu verlangen.

Für die Ausführung der Arbeiten oder Lieferungen sind ausreichend bemessene Fristen zu bewilligen. Muss bei dringendem Bedarf die Frist für eine Lieferung ausnahmsweise kurz gestellt werden, so ist die besondere Beschleunigung nur für die zunächst erforderliche Menge vorzuschreiben.

2. Bekanntmachung der Ausschreibung. Bei der Bekanntmachung öffentlicher Ausschreibungen durch die Zeitungen sind die bezüglich der Benutzung amtlicher Blätter ergangenen Vorschriften zu beobachten. Die Bekanntmachungen müssen in gedrängter Form diejenigen Angaben vollständig enthalten, welche für die Entschliessung der Interessenten, ob sie einer Betheiligung an der Bewerbung näher treten wollen, von Wichtigkeit sind. Insbesondere sind darin aufzuführen:

Gegenstand und Umfang der Leistung oder Lieferung nach den wesentlichsten Beziehungen, wobei die Theilung des Gegenstandes nach Handwerkssweigen, Loosen u. s. w. hervor zu heben ist;

der Termin zur Eröffnung der Angebote;

die für den Zuschlag vorbehaltene Frist;

der Preis der Verdingungs-Anschläge, Zeichnungen, Bedingungen u. s. w. und die Gelegenheit für die Einsichtnahme und den Bezug derselben.

Die Insertionskosten werden von der ausschreibenden Behörde getragen.

3. Bestimmung des Eröffnungs-Termins. Um den Bewerbern die nothwendige Zeit zur sachgemässen Vorbereitung der Angebote zu gewähren, ist — vorbehaltlich einer durch besondere Umstände gebotenen grösseren Beschleunigung — der Termin zur Eröffnung bei kleinern Arbeiten und leicht zu beschaffenden Lieferungen unter Bestimmung einer Frist von 14 Tagen, bei grössern Arbeiten mit einer solchen von 4—6 Wochen anzuberaumen.

4. Zuschlagsfrist. Die Zuschlagsfristen sind in allen Fällen, insbesondere aber bei Lieferungen solcher Materialien, deren Preise häufigen Schwankungen unterliegen, möglichst kurz zu bemessen. Dieselben dürfen den Zeitraum von 14 Tagen, bezw. wenn die Genehmigung höherer Instanzen einzuholen ist, von 4 Wochen in der Regel nicht überschreiten.

5. Bedingungen für die Bewerbung um Arbeiten und Lieferungen. Den öffentlichen Ausschreibungen sind die in der Anlage zusammen gestellten, von Zeit zu Zeit öffentlich bekannt zu machenden, Bedingungen zu Grunde zu legen. In den Ausschreibungen selbst ist demnächst nur auf diese Bekanntmachungen zu verweisen. Auf das Verfahren bei engern Ausschreiben finden diese Bedingungen mit der Maassgabe entsprechende Anwendung, dass für die Verdingungs-Anschläge, Zeichnungen, Bedingungen u. s. w. (§ 2), welche den zur Bewerbung aufgeforderten Unternehmern zugestellt werden, eine Erstattung von Kosten nicht beansprucht wird.

6. Termin zur Eröffnung der Angebote. Zu dem Termin zur Eröffnung der Angebote haben nur die Bewerber und deren Bevollmächtigte, nicht aber unbetheiligte Personen Zutritt. Die eingegangenen Angebote werden im Termin eröffnet und — mit Ausschluss der darin enthaltenen Angaben über Bezugsquellen — verlesen. Ueber den Gang der Verhandlungen wird ein Protokoll aufgenommen, in welchem die Angebote nach dem Namen der Bewerber und dem Datum aufzuführen sind. Die Angebotsschreiben selbst werden dem Protokolle beigefügt und von dem den Termin leitenden Beamten mit einem entsprechenden Vermerke versehen. Das Protokoll wird verlesen und von den erschienenen Bewerbern und Bevollmächtigten mit vollzogen. Eine Veröffentlichung der Angebote sowie des Terminprotokolls, ist nicht statthaft.

Sofern die Feststellung des annehmbarsten Gebotes (vergl. unter 7) besondere Ermittelungen nicht erfordert, und der den Termin abhaltende Beamte zur selbständigen Entscheidung über den Zuschlag zuständig ist, kann die Ertheilung des Zuschlags im Termin zu dem von dem gewählten Unternehmer mit zu vollziehenden Protokoll erfolgen.

7. Zuschlags-Ertheilung. Die niedrigste Geldforderung als solche ist bei der Zuschlags-Ertheilung keineswegs vorzugsweise zu berücksichtigen. Der Zuschlag darf nur auf ein in jeder Beziehung annehmbares, die tüchtige und rechtzeitige Ausführung der betr. Arbeit oder Lieferung Gewähr leistendes Gebot ertheilt werden. Ausgeschlossen von der Berücksichtigung sind solche Angebote:

a. welche den der Ausschreibung zu Grunde gelegten Bedingungen oder Proben nicht entsprechen;

b. welche nach den von den Bewerbern eingereichten Proben für den vorliegenden Zweck nicht geeignet sind;

c. welche eine in offenbarem Missverhältniss zu der betreffenden Leistung oder Lieferung stehende Preisforderung enthalten, so dass nach dem geforderten Preise an und für sich eine tüchtige Ausführung nicht erwartet werden kann.

Nur ausnahmsweise darf in dem letztern Falle (zu c) der Zuschlag ertheilt werden, sofern der Bewerber als zuverlässig und leistungsfähig bekannt ist und ausreichende Gründe für die Abgabe des ausnahmsweise niedrigen Gebotes beigebracht sind, oder auf Befragen beigebracht werden. Im übrigen ist bei öffentlichen Ausschreibungen der Zuschlag demjenigen der drei Mindestfordernden zu ertheilen, dessen Angebot unter Berücksichtigung aller in Betracht kommenden Umstände als das annehmbarste zu erachten ist.

Bei engern Ausschreibungen hat unter sonst gleichwerthigen Angeboten die Vergebung an den Mindestfordernden zu erfolgen. Sind ausnahmsweise den Bewerbern die nähern Vorschläge in Betreff der im einzelnen zu wählenden Konstruktionen und Einrichtungen überlassen worden, so ist der Zuschlag auf dasjenige Angebot zu ertheilen, welches für den gegebenen Fall als das geeignetste und zugleich in Abwägung aller in Betracht kommenden Umstände als das preiswürdigste erscheint. Ist keines der hiernach in Betracht kommenden Mindestgebote für annehmbar zu erachten, so sind sämtliche Gebote abzulehnen.

Bei der Vergebung von Bauarbeiten sind im Falle gleicher Preisstellung die am Orte der Ausführung oder in der Nähe desselben wohnenden Gewerbetreibenden vorzugsweise zu berücksichtigen.

III. Form und Fassung der Verträge.

1. Form der Verträge. Ueber den durch die Ertheilung des Zuschlags zu Stande gekommenen Vertrag ist der Regel nach eine schriftliche Urkunde zu errichten.

Hiervon kann, unter der Voraussetzung, dass die Rechtsgültigkeit des Uebereinkommens dadurch nicht in Frage gestellt wird, abgesehen werden:

a. bei Gegenständen bis zum Werth von 1000 M. einschliesslich;

b. bei Zug um Zug bewirkten Leistungen und Lieferungen;

c. bei einfachen Vertragsverhältnissen, über welche eine alle wesentlichen Bedingungen vereinbarende Korrespondenz vorliegt.

Wird in solchen Fällen von der Aufstellung eines schriftlichen Vertrags Abstand genommen, so ist in anderer geeigneter Weise — z. B. durch Bestellzettel, schriftliche, gegenseitig anerkannte Notizen u. s. w. — für die Sicherung der Beweisführung über den wesentlichen Inhalt des Uebereinkommens Vorsorge zu treffen.

2. Fassung der Verträge. Die Fassung der Vertragsbedingungen muss knapp, aber bestimmt und deutlich sein.

Für die einzelnen Gruppen von häufiger vorkommenden Arbeiten oder Lieferungen sind allgemeine Vertragsbedingungen ein für allemal fest zu stellen und in geeigneter Weise bekannt zu machen.

Bei der Anwendung solcher Vertrags-Bedingungen auf Vertrags-Gegenstände anderer Art sind die durch die Verschiedenheit des Gegenstandes bedingten Aenderungen vorzunehmen.

In der Vertragsurkunde müssen ausser der Bezeichnung der Vertrag schliessenden Parteien, und der Angabe, ob dem Vertrags-Abschlusse ein öffentliches oder ein engeres Ausschreibungs-Verfahren voran gegangen ist oder nicht, — zutreffenden Falls auch ob der gewählte Unternehmer in einem solchen Verfahren Mindestfordernder geblieben, die besondern der Verdingung zu Grunde gelegten Bedingungen enthalten sein. Hierbei kommen namentlich in Betracht:

a. der Gegenstand der Verdingung unter Bezeichnung der Bezugsquelle, falls eine derartige Angabe verlangt ist;

b. die Vollendungsfrist und die etwaigen Theilfristen;

c. die Höhe der Vergütung und die Kasse, durch welche die Zahlungen zu erfolgen haben;

d. die Höhe einer etwaigen Konventionalstrafe, sowie die Voraussetzungen, unter welchen dieselbe fällig wird;

e. die Höhe einer etwa zu bestellenden Kaution unter genauer Bezeichnung derjenigen Verbindlichkeiten, für deren Erfüllung dieselbe haften soll, sowie derjenigen Voraussetzungen, unter welchen die Rückgabe zu erfolgen hat;

f. das Nähere in Betreff der Abnahme der Arbeiten oder Lieferungen, sowie der Dauer und des Umfangs der von dem Unternehmer zu leistenden Garantie;

g. das zur Ergänzung der allgemeinen Vertragsbedingungen Erforderliche in Betreff der Ernennung der Schiedsrichter und der Wahl eines Obmanns.

Die auf den Gegenstand der Verdingung bezüglichen Verdingungs-Anschläge und Zeichnungen, sowie umfangreichere technische Vorschriften sind dem Vertrage als Anlagen beizufügen und als solche beiderseits anzuerkennen. Die allgemeinen Vertrags-Bedingungen sind, insofern nicht bei einfachen Vertrags-Verhältnissen zweckmässiger die Aufnahme der wesentlichsten Bestimmungen derselben in den Vertrag selbst erfolgt, der Vertragsurkunde beizufügen und im Vertrage selbst — unter Hervorhebung derjenigen Aenderungen und Streichungen, welche in den zur Verwendung gelangenden Druck- oder Umdruck-Formularen vorgenommen sind, — in Bezug zu nehmen.

IV. Inhalt und Ausführung der Verträge.

Die Verbindlichkeiten, welche den Unternehmern auferlegt werden, dürfen dasjenige Maass nicht übersteigen, welches Privatpersonen sich in ähnlichen Fällen auszubedingen pflegen. In den Verträgen sind nicht nur die Pflichten, sondern auch die denselben entsprechenden Rechte der Unternehmer zu verzeichnen.

Im einzelnen.

1. Zahlung. Die Zahlungen sind aufs äusserste zu beschleunigen. Die Abnahme hat alsbald nach Fertigstellung oder Ablieferung der Arbeit oder Lieferung zu erfolgen. Verzögert sich die Zahlung infolge der nothwendigen genauen Feststellung des Geleisteten oder Gelieferten, oder erstreckt sich die Ausführung über einen längern Zeitraum, so sind angemessene Abschlags-Zahlungen zu bewilligen.

Abschlags-Zahlungen haben sich auf die ganze Höhe des jeweilig verdienten Guthabens zu erstrecken. Ist die genaue Feststellung des Umfanges und der Güte des Geleisteten ohne weitläufige Ermittlungen nicht angängig, so sind Abschlags-Zahlungen bis zu demjenigen Betrage zu leisten, welchen der abnehmende Beamte nach pflichtmässigem Ermessen zu vertreten vermag. Zur Verstärkung der Kaution dürfen Abschlags-Zahlungen nur insoweit einbehalten werden, als bereits Ansprüche gegen den Unternehmer entstanden sind, für welche die in der Kaution gebotene Deckung nicht ausreicht.

Auf Antrag der Unternehmer sind Zahlungen an dieselben durch Vermittlung der Reichsbank zu leisten.

2. Sicherheitsstellung. Die Zulassung zu dem Ausschreibungs-Verfahren ist von einer vorgängigen Sicherheitsstellung nicht abhängig zu machen; dagegen kann in den hierzu geeigneten Fällen vor der Ertheilung des Zuschlags die ungesäumte Sicherheitsstellung verlangt werden. Die Sicherheit kann durch Bürgen oder durch Kautionen gestellt werden. Bei Bemessung der Höhe der Kaution und der Bestimmung darüber, ob dieselbe auch während der Garantiezeit ganz oder theilweise einbehalten wird, ist über dasjenige Maass nicht hinaus zu gehen, welches geboten ist, um die Verwaltung vor Schaden zu bewahren.

Der Regel nach ist die Kaution nicht höher als auf 5 Prozent der Vertragssumme zu bemessen. Wenn die Vertragssumme 1000 M. nicht erreicht, oder die zu hinterlegende Kaution den Betrag von 50 M. nicht erreichen würde, so kann auf Sicherheitsstellung überhaupt verzichtet werden. Kautionen bis zu 300 M. können durch Einbehaltung von den Abschlags-Zahlungen eingezogen werden.

Die Kautions-Bestellung kann nach Wahl des Unternehmers in baarem Gelde oder in guten Werthpapieren oder in sichern (gezogenen) Wechseln oder Sparkassenbüchern erfolgen. Die vom Deutschen Reiche oder von einem deutschen Bundesstaate ausgestellten oder garantirten Schuldverschreibungen, sowie die Stamm- und Stamm-Prioritäts-Aktien und die Prioritäts-Obligationen derjenigen Eisenbahnen, deren Erwerb durch den preussischen Staat gesetzlich genehmigt ist, sind zum vollen Kurswerthe als Kaution anzunehmen. Auch die übrigen bei der Deutschen Reichsbank beleihbaren Effekten sind zu dem daselbst beleihbaren Bruchtheile des Kurswerthes als Kaution zuzulassen. Eine Ergänzung der Kaution ist für den Fall vorzubehalten, dass demnächst infolge Sinkens des Kurses der Kurswerth, bezw. der entsprechende Bruchtheil desselben für den Betrag der Kaution nicht mehr Deckung bieten sollte. Die Zinsscheine der Werthpapiere für denjenigen Zeitraum, während dessen voraussichtlich die Leistung oder Lieferung noch in der Ausführung begriffen sein wird, können in den geeigneten Fällen den Unternehmern belassen werden; die Talons zu den Kautionseffekten sind regelmässig mit einzufordern.

Baar gestellte Kautionen werden nicht verzinst.

Die Rückgabe der Kaution hat, nachdem die Verpflichtungen, zu deren Sicherung dieselbe gedient hat, sämmtlich erfüllt sind, ohne Verzug zu erfolgen.

3. Mehr- und Minderaufträge. Von dem Vorbehalt einer einseitigen Vermehrung oder Verminderung der verdungenen Lieferungen und Leistungen unter Beibehaltung der bedungenen Preiseinheitssätze ist Abstand zu nehmen.

4. Konventionalstrafen. Konventionalstrafen sind nur auszubedingen, wenn ein erhebliches Interesse an der rechtzeitigen Vertrags-Erfüllung besteht. Die Höhe der Konventionalstrafsätze ist in angemessenen Grenzen zu halten. Von der Vereinbarung derselben ist ganz abzusehen, wenn der Verdingungs-Gegenstand vorkommenden Falls ohne weiteres in der bedungenen Menge und Güte anderweit zu beschaffen ist.

5. Kontrole der Ausführung. Der Verwaltung ist das Recht vorzubehalten, in geeigneter Weise die Ausführung verdungener Arbeiten auf den Werken, in den Werkstätten, auf den Arbeitsplätzen u. s. w. zu überwachen. Die Kontrole bei Bauarbeiten hat sich auch darauf zu erstrecken, dass der Unternehmer seine Verbindlichkeiten aus dem Arbeitsvertrage gegenüber den von ihm beschäftigten Handwerkern und Arbeitern pünktlich erfüllt. Für den Fall, dass der Unternehmer diesen Verbindlichkeiten nicht nachkommen, und hierdurch das angemessene Fortschreiten der Arbeiten in Frage gestellt werden sollte, ist das Recht vorzubehalten, Zahlungen für Rechnung des Unternehmers unmittelbar an die Betheiligten zu leisten. Die Kosten der Kontrole und Abnahme der Arbeiten trägt die Verwaltung. Den von dem Lieferanten als Bezugsquelle bezeichneten Fabrikanten ist Mittheilung zu machen, wenn sich Anstände bezüglich der Ausführung der betreffenden Lieferungen ergeben.

6. Meinungs-Verschiedenheiten. Für die Entscheidung über etwaige den Inhalt oder die Ausführung des Vertrages betreffende Meinungs-Verschiedenheiten ist die Bildung eines Schiedsgerichts zu vereinbaren. Ueber eine Ergänzung des Schiedsgerichts für den Fall, dass unter den erwählten Schiedsrichtern Stimmengleichheit sich ergeben sollte, ist ausdrücklich Bestimmung zu treffen.

Gegen Anordnungen, welche die Art der Ausführung eines Baues betreffen, ist die Anrufung eines Schiedsgerichts nur wegen der dadurch etwa begründeten Entschädigungs-Ansprüche zuzulassen.

7. Kosten und Stempel der Verträge. Die Kosten des Vertrags-Abschlusses sind von jedem Theile zur Hälfte zu tragen. Bezüglich der Uebernahme von Stempelkosten auf die Verwaltung sind die gesetzlichen Vorschriften maassgebend.

Briefe, Depeschen und andere Mittheilungen im Interesse des Abschlusses und der Ausführung der Verträge sind beiderseits zu frankiren.

Anlagen.

I.

Bedingungen für die Bewerbung um Arbeiten und Lieferungen.

§ 1. Persönliche Tüchtigkeit und Leistungsfähigkeit der Bewerber. Bei der Vergebung von Arbeiten oder Lieferungen hat niemand Aussicht als Unternehmer angenommen zu werden, der nicht für die tüchtige, pünktliche und vollständige Ausführung derselben — auch in technischer Hinsicht — die erforderliche Sicherheit bietet.

§ 2. Einsicht und Bezug der Verdingungs-Anschläge u. s. w. Verdingungs-Anschläge, Zeichnungen, Bedingungen u. s. w. sind an den in der Ausschreibung bezeichneten Stellen einzusehen und werden auf Ersuchen gegen Erstattung der Selbstkosten verabfolgt.

§ 3. Form und Inhalt der Angebote. Die Angebote sind unter Benutzung der etwa vorgeschriebenen Formulare, von den Bewerbern unterschrieben, mit der in der Ausschreibung geforderten Ueberschrift versehen, versiegelt und frankirt bis zu dem angegebenen Termine einzureichen. Die Angebote müssen enthalten:

a. die ausdrückliche Erklärung, dass der Bewerber sich den Bedingungen, welche der Ausschreibung zu Grunde gelegt sind, unterwirft;

b. die Angabe der geforderten Preise nach Reichswährung, und zwar sowohl die Angabe der Preise für die Einheiten als auch der Gesammtforderung. Stimmt die Gesammtforderung mit den Einheitspreisen nicht überein, so sollen die letzteren maassgebend sein;

c. die genaue Bezeichnung und Adresse des Bewerbers;

d. seitens gemeinschaftlich bietender Personen die Erklärung, dass sie sich für das Angebot solidarisch verbindlich machen, und die Bezeichnung eines zur Geschäftsführung und zur Empfangnahme der Zahlungen Bevollmächtigten; letzteres Erforderniss gilt auch für die Gebote von Gesellschaften;

e. nähere Angaben über die Bezeichnung der etwa mit eingereichten Proben. Die Proben selbst müssen ebenfalls vor dem Bietungstermine eingesandt und derartig bezeichnet sein, dass sich ohne weiteres erkennen lässt, zu welchem Angebot sie gehören;

f. die etwa vorgeschriebenen Angaben über die Bezugsquellen von Fabrikaten.

Angebote, welche diesen Vorschriften nicht entsprechen, insbesondere solche, welche bis zu der festgesetzten Terminsstunde bei der Behörde nicht eingegangen sind, welche bezüglich des Gegenstandes von der Ausschreibung selbst abweichen, oder das Gebot an Sonderbedingungen knüpfen, haben keine Aussicht auf Berücksichtigung. Es sollen indessen solche Angebote nicht ausgeschlossen sein, in welchen der Bewerber erklärt, sich nur während einer kürzern als der in der Ausschreibung angegebenen Zuschlagsfrist an sein Angebot gebunden halten zu wollen.

§ 4. Wirkung des Angebots. Die Bewerber bleiben von dem Eintreffen des Angebots bei der ausschreibenden Behörde bis zum Ablauf der festgesetzten Zuschlagsfrist, bezw. der von ihnen bezeichneten kürzern Frist (§ 3 letzter Absatz) an ihre Angebote gebunden.

Die Bewerber unterwerfen sich mit Abgabe des Angebots in Bezug auf alle für sie daraus entstehenden Verbindlichkeiten der Gerichtsbarkeit des Orts, an welchem die ausschreibende Behörde ihren Sitz hat und woselbst auch sie auf Erfordern Domizil nehmen müssen.

§ 5. Zulassung zum Eröffnungs-Termin. Den Bewerbern und deren Bevollmächtigten steht der Zutritt zu dem Eröffnungs-Termine frei. Eine Veröffentlichung der abgegebenen Gebote ist nicht gestattet.

§ 6. Ertheilung des Zuschlags. Der Zuschlag wird von dem ausschreibenden Beamten oder von der ausschreibenden Behörde oder von einer dieser übergeordneten Behörde entweder im Eröffnungs-Termin zu dem von dem gewählten Unternehmer mit zu vollziehenden Protokoll oder durch besondere schriftliche Mittheilung ertheilt. Letzteren Falls ist derselbe mit bindender Kraft erfolgt, wenn die Benachrichtigung hiervon innerhalb der Zuschlagsfrist als Depesche oder Brief dem Telegraphen- oder Postamt zur Beförderung an die in dem Angebot bezeichnete Adresse übergeben worden ist.

Trifft die Benachrichtigung trotz rechtzeitiger Absendung erst nach demjenigen Zeitpunkt bei dem Empfänger ein, für welchen dieser bei ordnungsmässiger Beförderung den Eingang eines rechtzeitig abgesendeten Briefes erwarten darf, so ist der Empfänger an sein Angebot nicht mehr gebunden, falls er ohne Verzug nach dem verspäteten Eintreffen der Zuschlags-Erklärung von seinem Rücktritt Nachricht gegeben hat.

Nachricht an diejenigen Bewerber, welche den Zuschlag nicht erhalten, wird nur dann ertheilt, wenn dieselben bei Einreichung des Angebots unter Beifügung des erforderlichen Frankatur-Betrages einen desfallsigen Wunsch zu erkennen gegeben haben. Proben werden nur dann zurück gegeben, wenn dies in dem Angebotsschreiben ausdrücklich verlangt wird, und erfolgt alsdann die Rücksendung auf Kosten des betr. Bewerbers. Eine Rückgabe findet im Falle der Annahme des Angebots nicht statt; ebenso kann im Falle der Ablehnung desselben die Rückgabe insoweit nicht verlangt werden, als die Proben bei den Prüfungen verbraucht sind. Eingereichte Entwürfe werden auf Verlangen zurück gegeben.

Den Empfang des Zuschlagsschreibens hat der Untern. umgehend schriftlich zu bestätigen.

§ 7. Vertragsabschluss. Der Bewerber, welcher den Zuschlag erhält, ist verpflichtet, auf Erfordern über den durch die Ertheilung des Zuschlags zu Stande gekommenen Vertrag eine schriftliche Urkunde zu vollziehen. Sofern die Unterschrift des Bewerbers der Behörde nicht bekannt ist, bleibt vorbehalten, eine Beglaubigung derselben zu verlangen. Die der Ausschreibung zu Grunde liegenden Verdingungsanschläge, Zeichnungen u. s. w., welche bereits durch das Angebot anerkannt sind, hat der Bewerber bei Abschluss des Vertrags mit zu unterzeichnen.

§ 8. Kautionsstellung. Innerhalb 14 Tagen nach der Ertheilung des Zuschlags hat der Unternehmer die vorgeschriebene Kaution zu bestellen, widrigenfalls die Behörde befugt ist, von dem Vertrage zurück zu treten und Schadenersatz zu beanspruchen.

§ 9. Kosten der Ausschreibung. Zu den durch die Ausschreibung selbst entstehenden Kosten hat der Unternehmer nicht beizutragen.

II.

Allgemeine Vertrags-Bedingungen für die Ausführung von Hochbauten.

§ 1. Gegenstand des Vertrags. Den Gegenstand des Unternehmens bildet die Herstellung der im Vertrage bezeichneten Bauwerke. Im einzelnen bestimmt sich Art und Umfang der dem Unternehmer obliegenden Leistungen nach den Verdingungs-Anschlägen, den zugehörigen Zeichnungen und sonstigen als zum Vertrage gehörig bezeichneten Unterlagen. Die in den Verdingungs-Anschlägen angenommenen Vordersätze unterliegen jedoch denjenigen nähern Feststellungen, welche — ohne wesentliche Aenderung der dem Vertrage zu Grunde gelegten Bau-Entwürfe — bei der Ausführung der betr. Bauwerke sich ergeben.

Abänderungen der Bau-Entwürfe anzuordnen, bleibt der bauleitenden Behörde vorbehalten. Leistungen, welche in den Bau-Entwürfen nicht vorgesehen sind, können dem Unternehmer nur mit seiner Zustimmung übertragen werden.

§ 2. Berechnung der Vergütung. Die dem Unternehmer zukommende Vergütung wird nach den wirklichen Leistungen bezw. Lieferungen, unter Zugrundelegung der vertragsmässigen Einheitspreise berechnet. Die Vergütung für Tagelohnsarbeiten erfolgt nach den vertragsmässig vereinbarten Lohnsätzen.

Ausschluss einer besondern Vergütung für Nebenleistungen, Vorhalten von Werkzeug und Geräthen, Rüstungen u. s. w. Insoweit in den Verdingungs-Anschlägen für Nebenleistungen, sowie für das Vorhalten von Werkzeug und Geräthen, Rüstungen u. s. w. nicht besondere Preisansätze vorgesehen sind, umfassen die vereinbarten Preise und Tagelohnsätze zugleich die Vergütung für die zur planmässigen Herstellung des Bauwerks gehörenden Nebenleistungen aller Art, insbesondere auch für die Heranschaffung der zu den Bauarbeiten erforderlichen Materialien aus den auf der Baustelle befindlichen Lagerplätzen nach der Verwendungsstelle am Bau, sowie die Entschädigung für Vorhaltung von Werkzeug, Geräthen u. s. w.

Auch die Gestellung der zu den Absteckungen, Höhenmessungen und Abnahme-Vermessungen erforderlichen Arbeitskräfte und Geräthe liegt dem Unternehmer ob, ohne dass demselben eine besondere Entschädigung hierfür gewährt wird.

§ 3. Mehrleistungen gegen den Vertrag. Ohne ausdrückliche schriftliche Anordnung oder Genehmigung des bauleitenden Beamten darf der Unternehmer keinerlei vom Vertrage abweichende oder im Verdingungs-Anschlage nicht vorgesehene Arbeiten oder Lieferungen ausführen. Diesem Verbot zuwider einseitig von dem Unternehmer bewirkte Leistungen ist der bauleitende Beamte ebenso wie die bauleitende Behörde befugt, auf dessen Gefahr und Kosten wieder beseitigen zu lassen; auch hat der Unternehmer nicht nur keinerlei Vergütung für derartige Arbeiten und Lieferungen zu beanspruchen, sondern muss auch für allen Schaden aufkommen, welcher etwa durch diese Abweichungen vom Vertrage für die Staatskasse entstanden ist.

§ 4. Minderleistung gegen den Vertrag. Bleiben die ausgeführten Arbeiten oder Lieferungen zufolge der von der bauleitenden Behörde oder dem bauleitenden Beamten getroffenen Anordnungen unter der im Vertrage fest verdungenen Menge zurück, so hat der Unternehmer Anspruch auf den Ersatz des ihm nachweislich hieraus entstandenen wirklichen Schadens. Nöthigenfalls entscheidet hierüber das Schiedsgericht (§ 19).

§ 5. Beginn, Fortführung und Vollendung der Arbeiten u. s. w., Konventionalstrafe. Der Beginn, die Fortführung und Vollendung der Arbeiten und Lieferungen hat nach den in den besondern Bedingungen festgesetzten Fristen zu erfolgen. Ist über den Beginn der Arbeiten u. s w. in den besondern Bedingungen eine Vereinbarung nicht enthalten, so hat der Unternehmer spätestens 14 Tage nach schriftlicher Aufforderung seitens des bauleitenden Beamten mit den Arbeiten oder Lieferungen zu beginnen.

Die Arbeit oder Lieferung muss im Verhältniss zu den bedungenen Vollendungsfristen fortgesetzt angemessen gefördert werden. Die Zahl der zu verwendenden Arbeitskräfte und Geräthe, sowie die Vorräthe an Materialien müssen allezeit den übernommenen Leistungen entsprechen.

Eine im Vertrage bedungene Konventionalstrafe gilt nicht für erlassen, wenn die verspätete Vertrags-Erfüllung ganz oder theilweise ohne Vorbehalt angenommen worden ist. Eine tageweise zu berechnende Konventionalstrafe für verspätete Ausführung von Bauarbeiten bleibt für die in die Zeit einer Verzögerung fallenden Sonntage und allgemeinen Feiertage ausser Ansatz.

§ 6. Hinderungen der Bauausführung. Glaubt der Unternehmer sich in der ordnungsmässigen Fortführung der übernommenen Arbeiten durch Anordnungen der bauleitenden Behörde oder des bauleitenden Beamten, oder durch das nicht gehörige Fortschreiten der Arbeiten anderer Unternehmer behindert, so hat er dem bauleitenden Beamten oder der bauleitenden Behörde hiervon Anzeige zu erstatten. Andernfalls werden schon wegen der unterlassenen Anzeige keinerlei auf die betr., angeblich hindernden, Umstände begründete Ansprüche oder Einwendungen zugelassen. Nach Beseitigung derartiger Hinderungen sind die Arbeiten ohne weitere Aufforderung ungesäumt wieder aufzunehmen. Der bauleitenden Behörde bleibt vorbehalten, falls die bezüglichen Beschwerden des Unternehmers für begründet zu erachten sind, eine angemessene Verlängerung der im Vertrage festgesetzten Vollendungsfristen — längstens bis zur Dauer der betr. Arbeitshinderung — zu bewilligen.

Für die bei Eintritt einer Unterbrechung der Bauausführung bereits ausgeführten Leistungen erhält der Unternehmer die den vertragsmässig bedungenen Preisen entsprechende Vergütigung. Ist für verschiedenwerthige Leistungen ein nach dem Durchschnitt bemessener Einheitspreis vereinbart, so ist, unter Berücksichtigung des höhern oder geringern Werths der ausgeführten Leistungen gegenüber den noch rückständigen, ein von dem verabredeten Durchschnittspreise entsprechend abweichender neuer Einheitspreis für das Geleistete besonders zu ermitteln und danach die zu gewährende Vergütung zu berechnen.

Ausserdem kann der Unternehmer im Fall einer Unterbrechung oder gänzlichen Abstandnahme von der Bauausführung den Ersatz des ihm nachweislich entstandenen wirklichen Schadens beanspruchen, wenn die die Fortsetzung des Baues hindernden Umstände entweder von der bauleitenden Behörde oder deren Organen verschuldet sind, oder — insoweit zufällige, von dem Willen der Behörde unabhängige Umstände in Frage stehen, — sich auf Seiten der bauleitenden Behörden zugetragen haben.

Eine Entschädigung für entgangenen Gewinn kann in keinem Falle beansprucht werden.

In gleicher Weise ist der Unternehmer zum Schadenersatz verpflichtet, wenn die betr., die Fortführung des Baues hindernden Umstände von ihm verschuldet sind, oder auf seiner Seite sich zugetragen haben.

Auf die gegen den Unternehmer geltend zu machenden Schadenersatz-Forderungen kommen die etwa eingezogenen oder verwirkten Konventionalstrafen in Anrechnung. Ist die Schadenersatz-Forderung niedriger als die Konventionalstrafe, so kommt nur die letztere zur Einziehung.

In Ermangelung gütlicher Einigung entscheidet über die bezüglichen Ansprüche das Schiedsgericht (§ 19).

Dauert die Unterbrechung der Bauausführung länger als 6 Monate, so steht jeder der beiden Vertragsparteien der Rücktritt vom Vertrage frei. Die Rücktrittserklärung muss schriftlich und spätestens 14 Tage nach Ablauf jener 6 Monate dem anderen Theile zugestellt werden; andernfalls bleibt — unbeschadet der inzwischen etwa erwachsenen Ansprüche auf Schadenersatz oder Konventionalstrafe — der Vertrag mit der Maassgabe in Kraft, dass die in demselben ausbedungene Vollendungsfrist um die Dauer der Bau-Unterbrechung verlängert wird.

§ 7. Güte der Arbeitsleistungen und der Materialien. Die Arbeitsleistungen müssen den besten Regeln der Technik und den besondern Bestimmuugen des Verdingungs-Anschlags und des Vertrags entsprechen.

Bei den Arbeiten dürfen nur tüchtige und geübte Arbeiter beschäftigt werden.

Arbeitsleistungen, welche der bauleitende Beamte den gedachten Bedingungen nicht entsprechend findet, sind sofort, und unter Ausschluss der Anrufung eines Schiedsgerichts, zu beseitigen und durch untadelhafte zu ersetzen. Für hierbei entstehende Verluste an Materialien hat der Unternehmer die Staatskasse schadlos zu halten.

Arbeiter, welche nach dem Urtheil des bauleitenden Beamten untüchtig sind, müssen auf Verlangen entlassen und durch tüchtige ersetzt werden.

Materialien, welche dem Anschlage, bezw. den besondern Bedingungen oder den dem Vertrage zu Grunde gelegten Proben nicht entsprechen, sind auf Anordnung des bauleitenden Beamten innerhalb einer von ihm zu bestimmenden Frist von der Baustelle zu entfernen.

Behufs Ueberwachung der Ausführung der Arbeiten steht dem bauleitenden Beamten oder den von demselben zu beauftragenden Personen jederzeit während der Arbeitsstunden der Zutritt zu den Arbeitsplätzen und Werkstätten frei, in welchen zu dem Unternehmen gehörige Arbeiten angefertigt werden.

§ 8. Erfüllung der dem Unternehmer, Handwerkern und Arbeitern gegenüber obliegenden Verbindlichkeiten. Der Unternehmer hat der bauleitenden Behörde und dem bauleitenden Beamten über die mit Handwerkern und Arbeitern in betreff der Ausführung der Arbeit geschlossenen Verträge jederzeit auf Erfordern Auskunft zu ertheilen.

Sollte das angemessene Fortschreiten der Arbeiten dadurch in Frage gestellt werden, dass der Unternehmer Handwerkern oder Arbeitern gegenüber die Verpflichtungen aus dem Arbeitsvertrage nicht oder nicht pünktlich erfüllt, so bleibt der bauleitenden Behörde das Recht vorbehalten, die von dem Unternehmer geschuldeten Beträge für dessen Rechnung unmittelbar an die Berechtigten zu zahlen. Der Unternehmer hat die hierzu erforderlichen Unterlagen, Lohnlisten u. s. w. der bauleitenden Behörde bezw. dem bauleitenden Beamten zur Verfügung zu stellen.

§ 9. Entziehung der Arbeit u. s. w. Die bauleitende Behörde ist befugt, dem Unternehmer die Arbeiten und Lieferungen ganz oder theilweise zu entziehen, und den noch nicht vollendeten Theil auf seine Kosten ausführen zu lassen, oder selbst für seine Rechnung auszuführen, wenn:

a. seine Leistungen untüchtig sind, oder:

b. die Arbeiten nach Maassgabe der verlaufenen Zeit nicht genügend gefördert sind, oder:

c. der Unternehmer den von der bauleitenden Behörden gemäss § 8 getroffenen Anordnungen nicht nachkommt.

Vor der Entziehung der Arbeiten u. s. w. ist der Unternehmer, zur Beseitigung der vorliegenden Mängel, bezw. zur Befolgung der getroffenen Anordnungen unter Bewilligung einer angemessenen Frist aufzufordern. Von der verfügten Arbeitsentziehung wird dem Unternehmer durch eingeschriebenen Brief Eröffnung gemacht.

Auf die Berechnung der für die ausgeführten Leistungen dem Unternehmer zustehenden Vergütung und den Umfang der Verpflichtung desselben zum Schadenersatz finden die Bestimmungen im § 6 gleichmässige Anwendung.

Nach beendeter Arbeit oder Lieferung wird dem Unternehmer eine Abrechnung über die für ihn sich ergebende Forderung und Schuld mitgetheilt.

Abschlagszahlungen können im Falle der Arbeitsentziehung dem Unternehmer nur innerhalb desjenigen Betrages gewährt werden, welcher als sicheres Guthaben desselben unter Berücksichtigung der entstandenen Gegenansprüche ermittelt ist. Ueber die infolge der Arbeitsentziehung etwa zu erhebenden vermögensrechtlichen Ansprüche entscheidet in Ermangelung gütlicher Einigung das Schiedsgericht (§ 19).

§ 10. Ordnungs-Vorschriften. Der Unternehmer oder dessen Vertreter muss sich zufolge Aufforderung des bauleitenden Beamten auf der Baustelle einfinden, so oft nach dem Ermessen des Letztern die zu treffenden baulichen Anordnungen ein mündliches Benehmen auf der Baustelle erforderlich machen Die sämmtlichen auf dem Bau beschäftigten Bevollmächtigten, Gehülfen und Arbeiter des Unternehmers sind bezüglich der Bauausführung und der Aufrechterhaltung der Ordnung auf dem Bauplatze den Anordnungen des bauleitenden Beamten, bezw. dessen Stellvertreters unterworfen. Im Falle des Ungehorsams kann ihre sofortige Entfernung von der Baustelle verlangt werden.

Der Unternehmer hat, wenn nicht ein Anderes ausdrücklich vereinbart worden ist, für das Unterkommen seiner Arbeiter, insoweit dies von dem bauleitenden Beamten für erforderlich erachtet wird, selbst zu sorgen. Er muss für seine Arbeiter auf eigene Kosten an den ihm angewiesenen Orten die nöthigen Abtritte herstellen, sowie für deren Reinigung, Desinfektion und demnächstige Beseitigung Sorge tragen. Für die Bewachung seiner Gerüste, Werkzeuge u. s. w. sowie seiner auf der Baustelle lagernden Materialien Sorge zu tragen ist lediglich Sache des Unternehmers.

Mitbenutzung von Rüstungen. Die von dem Unternehmer hergestellten Rüstungen sind während ihres Bestehens auch anderen Bauhandwerkern unentgeltlich zur Benutzung zu überlassen. Aenderungen an den Rüstungen im Interesse der bequemern Benutzung seitens der übrigen Bauhandwerker vorzunehmen ist der Unternehmer nicht verpflichtet.

§ 11. Beobachtung polizeilicher Vorschriften. Haftung des Unternehmers für seine Angestellten u. s. w. Für die Befolgung der für Bauausführungen bestehenden polizeilichen Vorschriften und der etwa besonders ergehenden polizeilichen Anordnungen ist der Unternehmer für den ganzen Umfang seiner vertragsmässigen Verpflichtungen verantwortlich. Kosten, welche ihm dadurch erwachsen, können der Staatskasse gegenüber nicht in Rechnung gestellt werden.

Der Unternehmer trägt insbesondere die Verantwortung für die gehörige Stärke und sonstige Tüchtigkeit der Rüstungen. Dieser Verantwortung unbeschadet ist er aber auch verpflichtet, eine von dem bauleitenden Beamten angeordnete Ergänzung und Verstärkung der Rüstungen unverzüglich auf eigene Kosten zu bewirken.

Für alle Ansprüche, die wegen einer ihm selbst oder seinen Bevollmächtigten, Gehülfen oder Arbeitern zur Last fallenden Vernachlässigung polizeilicher Vorschriften an die Verwaltung erhoben werden, hat der Unternehmer in jeder Hinsicht aufzukommen. Ueberhaupt haftet er in Ausführung des Vertrags für alle Handlungen seiner Bevollmächtigten, Gehülfen und Arbeiter persönlich. Er hat insbesondere jeden Schaden an Person oder Eigenthum zu vertreten, welcher durch ihn oder seine Organe Dritten oder der Staatskasse zugefügt wird.

§ 12. Aufmessungen während des Baues und Abnahme. Der bauleitende Beamte ist berechtigt, zu verlangen, dass über alle später nicht mehr nachzumessenden Arbeiten von den beiderseits zu bezeichnenden Beauftragten während der Ausführung gegenseitig anzuerkennende Notizen geführt werden, welche demnächst der Berechnung zu Grunde zu legen sind.

Von der Vollendung der Arbeiten oder Lieferungen hat der Unternehmer dem bauleitenden Beamten durch eingeschriebenen Brief Anzeige zu machen, worauf der Termin für die Abnahme mit thunlichster Beschleunigung anberaumt, und dem Unternehmer schriftlich gegen Behändigungsschein oder mittels eingeschriebenen Briefes bekannt gegeben wird.

Ueber die Abnahme wird in der Regel eine Verhandlung aufgenommen; auf Verlangen des Unternehmers muss dies geschehen. Die Verhandlung ist von dem Unternehmer bezw. dem für denselben etwa erschienenen Stellvertreter mit zu vollziehen. Von der über die Abnahme aufgenommenen Verhandlung wird dem Unternehmer auf Verlangen beglaubigte Abschrift mitgetheilt.

Erscheint in dem zur Abnahme anberaumten Termine, gehöriger Benachrichtigung ungeachtet, weder der Unternehmer selbst noch ein Bevollmächtigter desselben, so gelten die durch die Organe der bauleitenden Behörde bewirkten Aufnahmen, Notirungen u. s. w. als anerkannt.

Auf die Feststellung des von dem Unternehmer Geleisteten im Falle der Arbeitsentziehung (§ 9) finden diese Bestimmungen gleichmässige Anwendung.

Müssen Theillieferungen sofort nach ihrer Anlieferung abgenommen werden, so bedarf es einer besondern Benachrichtigung des Unternehmers hiervon nicht; vielmehr ist es Sache desselben, für seine Anwesenheit oder Vertretung bei der Abnahme Sorge tragen.

§ 13. Rechnungs-Aufstellung. Bezüglich der formellen Aufstellung der Rechnung, welche in der Form, Ausdrucksweise, Bezeichnung der Räume und Reihenfolge der Positions-Nummern genau nach dem Verdingungs-Anschlage einzurichten ist, hat der Unternehmer den von der bauleitendenden Behörde, bezw. dem bauleitenden Beamten gestellten Anforderungen zu entsprechen.

Etwaige Mehrarbeiten sind in besonderer Rechnung nachzuweisen, unter deutlichem Hinweis auf die schriftlichen Vereinbarungen, welche bezüglich derselben getroffen worden sind.

Tagelohn-Rechnungen. Werden im Auftrage des bauleitenden Beamten seitens des Unternehmers Arbeiten im Tagelohn ausgeführt, so ist die Liste der hierbei beschäftigten Arbeiter dem bauleitenden Beamten oder dessen Vertreter behufs Prüfung ihrer Richtigkeit täglich vorzulegen. Etwaige Ausstellungen dagegen sind dem Unternehmer binnen längstens 8 Tagen mitzutheilen. Die Tagelohn-Rechnungen sind längstens von 2 zu 2 Wochen dem bauleitenden Beamten einzureichen.

§ 14. Zahlungen. Die Schlusszahlung erfolgt auf die vom Unternehmer einzureichende Kostenrechnung alsbald nach vollendeter Prüfung und Feststellung derselben.

Abschlags-Zahlungen werden dem Unternehmer in angemessenen Fristen auf Antrag, nach Massgabe des jeweilig Geleisteten, bis zu der von dem bauleitenden Beamten mit Sicherheit vertretbaren Höhe gewährt.

Bleiben bei der Schluss-Abrechnung Meinungs-Verschiedenheiten zwischen dem bauleitenden Beamten oder der bauleitenden Behörde und dem Unternehmer bestehen, so soll das dem Letztern unbestritten zustehende Guthaben demselben gleichwohl nicht vorenthalten werden.

Verzicht auf spätere Geltendmachung aller nicht ausdrücklich vorbehaltenen Ansprüche. Vor Empfangnahme des von dem bauleitenden Beamten oder der bauleitenden Behörde als Restguthaben zur Auszahlung angebotenen Betrages muss der Unternehmer alle Ansprüche, welche er aus dem Vertragsverhältniss über die behördlicherseits anerkannten hinaus etwa noch zu haben vermeint, bestimmt bezeichnen und sich vorbehalten, widrigenfalls die Geltendmachung dieser Ansprüche später ausgeschlossen ist.

Zahlende Kasse. Alle Zahlungen erfolgen, sofern nicht in den besondern Bedingungen etwas Anderes festgesetzt ist, aus der Kasse der bauleitenden Behörde.

§ 15. Gewährleistung. Die in den besondern Bedingungen des Vertrags vorgesehene, in Ermangelung solcher nach den allgemeinen gesetzlichen Vorschriften sich bestimmende Frist für die dem Unternehmer obliegende Gewährleistung für die Güte der Arbeit oder der Materialien beginnt mit dem Zeitpunkte der Abnahme der Arbeit oder Lieferung. Der Einwand nicht rechtzeitiger Anzeige von Mängeln gelieferter Waaren (Art. 347 des Handelsgesetzbuches) ist nicht statthaft.

§ 16. Sicherheitsstellung. Bürgen. Bürgen haben als Selbstschuldner in den Vertrag mit einzutreten.

Kautionen. Kautionen können in baarem Gelde oder guten Werthpapieren oder sichern — gezogenen — Wechseln oder Sparkassenbüchern bestellt werden. Die Schuldverschreibungen, welche von dem Deutschen Reiche oder von einem deutschen Bundesstaate ausgestellt oder garantirt sind, sowie die Stamm- und Stamm-Prioritäts-Aktien und die Prioritäts-Obligationen

derjenigen Eisenbahnen, deren Erwerb durch den preussischen Staat gesetzlich genehmigt ist, werden zum vollen Kurswerthe als Kaution angenommen. Die übrigen bei der Deutschen Reichsbank beleihbaren Effekten werden zu dem daselbst beleihbaren Bruchtheil des Kurswerthes als Kaution angenommen.

Die Ergänzung einer in Werthpapieren bestellten Kaution kann gefordert werden, falls in Folge eines Kursrückganges der Kurswerth bezw. der zulässige Bruchtheil desselben für den Betrag der Kaution nicht mehr Deckung bietet.

Baar hinterlegte Kautionen werden nicht verzinst. Zins tragenden Werthpapieren sind die Talons und Zinsscheine, insoweit bezüglich der letztern in den besondern Bedingungen nicht etwas Anderes bestimmt wird, beizufügen. Die Zinsscheine werden so lange, als nicht eine Veräusserung der Werthpapiere zur Deckung entstandener Verbindlichkeiten in Aussicht genommen werden muss, an den Fälligkeits-Terminen dem Unternehmer ausgehändigt. Für den Umtausch der Talons, die Einlösung und den Ersatz ausgelooster Werthpapiere sowie den Ersatz abgelaufener Wechsel hat der Unternehmer zu sorgen.

Falls der Unternehmer in irgend einer Beziehung seinen Verbindlichkeiten nicht nachkommt, kann die Behörde zu ihrer Schadloshaltung auf dem einfachsten gesetzlich zulässigen Wege die hinterlegten Werthpapiere und Wechsel veräussern bezw. einkassiren.

Die Rückgabe der Kaution, soweit dieselbe für Verbindlichkeiten des Untern. nicht in Anspruch zu nehmen ist, erfolgt, nachdem der Untern. die ihm obliegenden Verpflichtungen vollständig erfüllt hat, und insoweit die Kaution zur Sicherung der Garantie-Verpflichtung dient, nachdem die Garantiezeit abgelaufen ist. In Ermangelung anderweiter Verabredung gilt als bedungen, dass die Kaution in ganzer Höhe zur Deckung der Garantie-Verbindlichkeit einzubehalten ist.

§ 17. Uebertragbarkeit des Vertrags. Ohne Genehmigung der bauleitenden Behörde darf der Unternehmer seine vertragsmässigen Verpflichtungen nicht auf Andere übertragen.

Verfällt der Unternehmer vor Erfüllung des Vertrags in Konkurs, so ist die bauleitende Behörde berechtigt, den Vertrag mit dem Tage der Konkurs-Eröffnung aufzuheben. Bezüglich der in diesem Falle zu gewährenden Vergütung sowie der Gewährung von Abschlags-Zahlungen finden die Bestimmungen des § 9 sinngemässe Anwendung.

Für den Fall, dass der Unternehmer mit Tode abgehen sollte, bevor der Vertrag vollständig erfüllt ist, hat die bauleitende Behörde die Wahl, ob sie das Vertragsverhältniss mit den Erben desselben fortsetzen oder dasselbe als aufgelöst betrachten will.

§ 18. Gerichtsstand. Für die aus diesem Vertrage entspringenden Rechts-Streitigkeiten hat der Unternehmer — unbeschadet der im § 19 vorgesehenen Zuständigkeit eines Schiedsgerichts — bei dem für den Ort der Bauausführung zuständigen Gerichte Recht zu nehmen.

§ 19. Schiedsgericht. Streitigkeiten über die durch den Vertrag begründeten Rechte und Pflichten, sowie über die Ausführung des Vertrags sind, wenn die Beilegung im Wege der Verhandlung zwischen dem bauleitenden Beamten und dem Unternehmer nicht gelingen sollte, zunächst der bauleitenden Behörde zur Entscheidung vorzulegen.

Gegen die Entscheidung dieser Behörde wird die Anrufung eines Schiedsgerichts zugelassen. Die Fortführung der Bauarbeiten nach Maassgabe der von der bauleitenden Behörde getroffenen Anordnungen darf hierdurch nicht aufgehalten werden.

Für die Bildung des Schiedsgerichts und das Verfahren vor demselben kommen die Vorschriften der Deutschen Zivil-Prozess-Ordnung vom 30. Januar 1877 §§ 851—872 in Anwendung. Bezüglich der Ernennung der Schiedsrichter sind abweichende, in den besondern Vertragsbedingungen getroffene Bestimmungen in erster Reihe maassgebend.

Falls die Schiedsrichter den Parteien anzeigen, dass sich unter ihnen Stimmengleichheit ergeben habe, wird das Schiedsgericht durch einen Obmann ergänzt. Die Ernennung desselben erfolgt — mangels anderweiter Festsetzung in den besondern Bedingungen — durch den Präsidenten oder Vorsitzenden einer benachbarten Provinzialbehörde desjenigen Verwaltungszweiges, welchem die Vertrag schliessende Behörde angehört.

Ueber die Tragung der Kosten des schiedsrichterlichen Verfahrens entscheidet das Schiedsgericht nach billigem Ermessen.

§ 20. Kosten und Stempel. Briefe und Depeschen, welche den Abschluss und die Ausführung des Vertrags betreffen, werden beiderseits frankirt. Die Portokosten für solche Geld- und sonstige Sendungen, welche im ausschliesslichen Interesse des Unternehmers erfolgen, trägt der Letztere. Die Kosten des Vertragsstempels trägt der Unternehmer nach Maassgabe der gesetzlichen Bestimmungen. Die übrigen Kosten des Vertrags-Abschlusses fallen jedem Theile zur Hälfte zur Last.

8. Zu den Seiten 120 und 124.

Die Untersuchung auf den Kalkgehalt eines Mörtels oder auf den Festgehalt eingelöschten Kalkes kann in sicherer Weise mit einem von Dr. Frühling erfundenen Apparat durchgeführt werden. Beschreibung und Abbildung desselben sowie Angabe des Verfahrens finden sich mitgetheilt in Deutsche Bauzeitg. 1884 S. 409.

9. Zu den Seiten 129—132.

Die Aufstellung von technischen Bedingungen für die Lieferung von Eisenkonstruktionen hat den Verband deutscher Architekten- und Ingenieur-Vereine mehre Jahre beschäftigt. Unter verschiedenen Entwürfen welche vorliegen, bildet ein vom Sächs. Ingen.- und Archit.-Verein 1885 aufgestellter den letzten bisher vorliegenden Derselbe soll nach Beschluss der 1885er Abgeordn.-Versammlung zu Breslau zur Grundlage einer endgültigen Fassung genommen worden, welche erst später durch Berechnung mit andern technischen Vereinigungen herzustellen ist.

10. Zu den Seiten 159—167.

Hier sind die Angaben zu vergleichen, welche ad 6 oben über den Inhalt des Huber'schen Werkes über Reform des Submissionswesens gemacht wurden.

Speziell zu Seite 163 kommt ein Erlass des preuss. Ministeriums der öffentl. Arb. v. 9. September 1885 in Betracht, durch welchen angeordnet wird, dass in Verträgen über Zementlieferungen eine mindestens auf 3 Jahre zu bemessende Garantiezeit fest zu setzen ist.

11. Zu Seite 232.

Durch R.-G. v. 28. Mai 1885 (R.-G.-Bl. S. 159, § 15) ist die Pflicht zur Krankenversicherung der Arbeiter auf den gesammten Betrieb der Eisenbahn-Verwaltungen einschliesslich der Bauten, welche von den Post-, Telegraphen-, Eisenbahn-, Marine- und Heeres-Verwaltungen ausgeführt werden, ausgedehnt worden, so dass Betriebskrankenkassen zu errichten sind.

12. Zu Seite 238.

Die vom Reichstage angenommenen Ackermann'schen Anträge sind auch im Bundesrath zur Annahme gelangt. Durch Reichsgesetz v. 8. Dezember 1884 (R.-G.-B. S. 255) sind die höhern Verwaltungsbehörden ermächtigt, nach Anhören der Aufsichtsbehörde für den Bezirk solcher Innungen, deren Thätigkeit auf dem Gebiete des Lehrlingswesens sich bewährt hat, widerruflich zu bestimmen, dass ausserhalb der Innung stehende, aber zum Eintritt in dieselbe befähigte Arbeitgeber keine Lehrlinge mehr annehmen dürfen. Hiervon ist vielfach Gebrauch gemacht, z. B. in Berlin zu gunsten der Baugewerken-Innung: „Bund der Bau-, Maurer- und Zimmermeister.“

13. Zu Seite 250.

Die Betriebs-Unfalls-Versicherungspflicht ist durch R.-G. vom 28. Mai 1885 § 1 ausgedehnt nicht allein auf den gesammten Betrieb der Post-, Telegraphen-, Eisenbahn-, Marine- und Heeres-Verwaltungen, sondern auch auf die von diesen Verwaltungen für eigene Rechnung ausgeführte Bauten.

Durch kais. Verordn. v. 25. September 1885 ist der 1. Oktober 1885 als Anfangstermin des Unfallsversicherungs-Zwangs festgestellt.

14. Zu den Seiten 320 ff.

Der S. 321 ff. mitgetheilte Entwurf zu Normativ-Bestimmungen zwischen Techniker und Auftraggeber hat eine weitere Bearbeitung im Verbande erfahren, die zu einigen, jedoch nicht wesentlichen Abänderungen desselben geführt hat. Ueber den der 1885er Abgeordneten-Versammlung zu Breslau vorgelegten neuen Entwurf ist beschlossen worden, dass vor der Veröffentlichung eine redaktionelle Feststellung vorzunehmen sei, welche für Anfang 1886 zu erwarten ist.

15. Zu Seite 344.

Eine Zusammenstellung der über die Erhaltung der Kunstdenkmäler ergangenen Gesetzes- und sonstigen Bestimmungen ist mitgetheilt in dem Werke:

A. v. Wussow, Geh. O.-Regier.-Rath. Die Erhaltung der Denkmäler in den Kulturstaaten der Gegenwart; Berlin 1885, C. Heymann.

Zum Litteratur-Verzeichniss zu der Abtheilung „Baupolizei-Recht“ ist nachzutragen:

Jäschke. Die Baupolizei-Gesetze des preussischen Staats 2. Aufl., bearb. von Seydel; Berlin 1882, C. Heymann.

Einige Beispiele zu dem Abschnitt Mechanik der gas- und dampfförmigen Körper.

1. Zu Seite 835, ad k.

In eine Trockenkammer für Baumwollenzeug werden in 1 Stunde 3000 kg nasse Waaren eingeführt, welche 1360 kg Wasser enthalten. Die Temperat. der Waaren sei beim Einbringen 15°, beim Wiederherausnehmen = 35°; die in die Trockenkammer eintretende Luft habe ebenfalls die Temp. = 15° und besitze einen Sättigungsgrad von 50 %; die austretende Luft sei 35° warm, ihr Sättigungsgrad 90 %. Der Barometerstand sei 735,51 mm, also: $p = 10000$ kg.

Der in 1 cbm der feuchten Luft von 15° Temp. enthaltene Wasserdampf wiegt: $\gamma_d = 0,5 . 0,01260 = 0,00630$ kg; der Thaupunkt der Luft ist darnach nahezu = 5°, mithin: $p_s = p_d = 88,84$ kg und $P: = 11,6$.

Hieraus folgt mit Hilfe von Gleichg. (51) der genaue Werth von γ_s zu: $\gamma_s = 0,0063 \frac{276,4}{266,4} = 0,00654$, wofür t_s sehr nahe an 5° liegt. Nimmt man deshalb: $p_s = p_d = 88,8$ kg, so wird: $p_l = 10000 - 88,8 = 9911,2$ kg und: $\gamma_l = \frac{9911,2}{29,27 . 288} = 1,17574$ kg. Es enthält also 1 kg trockne Luft von 15° beigemengt $\frac{0,0063}{1,17574} = 0,005358$ überhitzten Wasserdampf.

Für die aus der Trockenkammer austretende Luft ergiebt sich auf analoge Weise: $\gamma_d = 0,9 . 0,03931 = 0,035379$, folgl. ihr Thaupunkt auf wenig mehr als 33°. Nimmt man: $p_s = p_d = 510$ kg an, so wird: $p_l = 10000 - 510 = 9490$ kg und: $\gamma_l = \frac{9490}{29,27 . 308} = 1,05267$ kg; es enthält also 1 kg trockne Luft von 35° beigemengt: $\frac{0,035379}{1,05267} = 0,033609$ kg überhitzten Wasserdampf.

Hiernach kann je 1 kg durch die Trockenkammer fliessende Luft unter obigen Verhältnissen: $0,033609 - 0,005358 = 0,028251$ kg Wasserdampf mitnehmen.

Um 1360 kg Wasser in 1 Stunde aus der Trockenkammer zu entfernen, müssen in 1 Std.: $\frac{1360}{0,028251} = 48140$ kg trockene Luft durch dieselbe geführt werden, welche hierbei eine Temp.-Erhöhung von 20° erfahren. Ferner ist der in dieser Luft schon vorhandenen Wasserdampf-Menge von $0,005358 . 48140 = 258$ kg ebenfalls eine Temp.-Erhöhung von 20° zu ertheilen. Weiter sind 1360 kg Wasser von 15° in gesättigten Dampf von 33° Temp. zu verwandeln, und ist dieser alsdann auf 35° zu überhitzen, und endlich ist die Temp. der Waare selbst, deren Gewicht $3000 - 1360 = 1640$ kg beträgt, um 20° zu erhöhen. Die hierzu erforderliche Wärmemenge ist, wenn die spezif. Wärme der Waare = 0,2 gesetzt wird:

$$Q = 0,2375 . 48140 . 20 + 0,4805 . 258 . 20 + 1360\,(616,565 - 15,005) + 0,4805 . 1360 . 2 + 0,2 . 1640 . 20$$
$$= 228665,00 + 2479,38 + 818121,60 + 1306,96 + 6560,00 = 1057133 \text{ W. E.}$$

2. Zu Seite 837.

Durch eine aus schmiedeisernen Röhren von 0,300 m Durchm., also 0,0707 qm Querschn. zusammen gebaute Windleitung sollen stündlich 7600 kg Luft aus einem Sammelbehälter nach den innerhalb eines Tunnels befindlichen Gesteins-Bohrmaschinen geleitet werden. Die Länge der Rohrleitung sei: $s = 6000$ m, der Endp. derselben liege 200 m über dem Sammelbehälter. Die absol. Pressung in letzterm, also auch am Anfang der Leitung, betrage das 6 fache des äussern Luftdrucks, welcher einem mittlern Barometerstande von $b' = 820$ mm Quecksilbersäule entspreche. Wegen der Erwärmung der Luft bei der Kompression soll die mittlere Temperat. derselben zu 27°, also $T_1 = T_2 = 273 + 27 = 300°$ angenommen werden.

Es ist die Geschw. u_2 und die spezif. Pressung p_2, welche die Luft am Ende der Rohrleitung besitzt, zu ermitteln.

Wegen des Feuchtigk.-Gehalt der Luft werde $R = 29,4$ angenommen. Ferner ist:

$$p_1 = 10\,000 \, \frac{6 . 720}{735,51} = 58\,735 \text{ kg, folglich das spezif. Volumen:}$$

$$v_1 = \frac{29,4 . 300}{58735} = 0,150166.$$

Hiermit ergiebt sich die Luftgeschw. am Anfang der Rohrleitung:

$$u_1 = \frac{0,150166 . 7600}{0,0707 . 3600} = 4,484 \text{ m und: } H_1 = \frac{u_1^2}{2g} = 1,0248 \text{ m, demnach: } \lambda = 0,0202.$$

Nunmehr erhält man aus Gleichg. (14), da $- s \cos \psi = + 200$ m,

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{u_1^2}{u_2^2}\, 1 - \frac{2}{29,4 . 300}\left(0,0202 \, \frac{6000}{0,3}\, 1,0248 + 200\right) = 0,86077, \qquad (63)$$

$$\text{folglich: } u_2 = \frac{4,484}{0,92778} = 4,833 \text{ m und: } p_2 = 58\,735 . 0,92778 = 54493 \text{ kg.}$$

In Folge der atmosphär. Druckabnahme ergiebt sich der Barometerstand b'' am Ende der Rohrleitung, sofern als mittlere absolute Lufttemperat. 273 + 12 = 285° angenommen wird, aus der Gleichg.:

$$ln \, \frac{b'}{b''} = \frac{200}{29,4 . 285} = 0,0238692 \text{ zu : } b'' = \frac{720}{1,02416} = 703 \text{ mm},$$

mithin die spezif. Pressung der äussern Luft:

$$p'' = 10\,000 \frac{703}{753{,}51} = 9330^{\text{kg}}.$$

Während also das Verhältniss der Windpressung im Innern der Leitung zum äussern Luftdruck am Anfange derselben $\frac{p_1}{p'} = 6$ ist, beträgt dasselbe am Ende der Leitung $\frac{p_2}{p''} = \frac{54\,493}{9330} = 5{,}84$.

3. Zu Seite 838 ad β.

2. Ein Dampfkessel-Schornstein soll stündlich die Verbrennungs-Produkte von 400 kg Steinkohle, durch welche 4 Kessel geheizt werden, abführen, so dass in 1 Sek. durch jeden Querschn. desselben ein Gasgewicht: $G = \frac{22{,}3 \,.\, 400}{3600} = 2{,}478^{\text{kg}}$, strömt. Die Ausströmungs-Geschw. der Gase aus der Schornsteinmündung sei: $u_2 = 3{,}7^{\text{m}}$, die Temp. daselbst: $T_2 = 273 + 150 = 423^0$; $R = 28{,}64$ $\lambda = 0{,}08$ und $p_2 = 10200^{\text{kg}}$. folglich der Querschn. der Schornstein-Mündung nach Gleichg. (10) S 837:

$$F_2 = \frac{2{,}478 \,.\, 28{,}64 \,.\, 423}{3{,}7 \,.\, 10200} = 0{,}79545^{\text{qm}},$$

demnach der Durchm. derselben abger. $d_2 = 1{,}0^{\text{m}}$; Der Durchm. im Schornsteinfusse sei: $d_1 = 1{,}4^{\text{m}}$ folglich der mittlere Durchm.: $d_m = 1{,}2^{\text{m}}$.

Da der Querschn. im Schornsteinfuss $F_1 = 1{,}5394^{\text{qm}}$, so wird unter der Annahme, dass daselbst die Temperat. der Rauchgase $T_1 = 273 + 187 = 460^0$:

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{F_2}{F_1} \frac{T_1}{T_2} = \frac{0{,}79545 \,.\, 460}{1{,}5394 \,.\, 423} = 0{,}562$$

und:

$$\frac{u_m}{u_2} = 0{,}5 \left(\frac{u_1}{u_2} + 1\right) = 0{,}781.$$

Die mittlere Temp. der Rauchgase sei: $T_m = 442^0$, die äussere Lufttemp. $T_0 = 273 + 17 = 290^0$, die Pressungs-Differenz $p_0 - p_1 = 10^{\text{kg}}$, $\gamma_0 = 1{,}25^{\text{kg}}$, so ergiebt sich aus Gleichg. (23):

$$h = \frac{442}{152} 8 + \frac{290}{152} 0{,}69776 \left[1 - 0{,}562^2 + 0{,}08 \frac{h}{1{,}2} 0{,}781^2\right] \text{ oder:}$$

$$h = 23{,}263 + 0{,}9108 + 0{,}05413\, h$$

und hieraus die Schornsteinhöhe: $h = 25{,}557^{\text{m}}$, abger. 26^{m}.

4. Zu den Seiten 843, 844.

Beispiel: 1 stationärer Dampfkessel habe eine Heizfläche $F_x = 80^{\text{qm}}$ und entwickle bei normalem Betriebe pro 1 qm Heizfl. und 1 Sek. die Dampfmenge: $x = 0{,}006^{\text{kg}}$ (d. h. pro 1 Stunde: $0{,}006 \,.\, 3600 = 21{,}6^{\text{kg}}$) von: $p_1 = 6$ Atm. absol. Spannung, also da $p = 1$ Atm., von: $p_1 - p = 5$ Atm. Ueberdruck.

Hiernach ist $G = 0{,}006 \,.\, 80 = 0{,}48^{\text{kg}}$; für $p_0 = 1{,}25 \,.\, 6 = 7{,}5$ Atm. wird nach Gleichg. (76) der freie Ventilrohr-Querschnitt: $F = \frac{531 \,.\, 0{,}48}{7{,}053} = 36{,}1378^{\text{qcm}}$.

Vergrössert man diesen Werth wegen der Verengung des Ventilrohrs durch die Führungsstege um 20 %, so wird: $1{,}2\,F = 43{,}3654^{\text{qcm}}$ und hiernach der Durchm. des Ventilrohrs: $d = 7{,}435^{\text{cm}}$, oder abgerundet 75^{mm}.

Macht man die Ventilsitzfläche $1{,}5^{\text{mm}}$ breit, so wird:

$$F = 47{,}7836 - 44{,}1786 = 3{,}605^{\text{qcm}},$$

mithin der in Gleichg. (77) einzusetzende Werth $F + \varphi F = 46{,}3416$ und demzufolge die erforderliche Ventilbelastung (incl. Eigengewicht des Ventiltellers):

$$P = 46{,}3416 \,.\, 5 = 231{,}708^{\text{kg}}.$$

W. Moeser Hofbuchdruckerei, Berlin, Stallschreiberstrasse 34. 35.

Im gleichen Verlage ist vorräthig:

Baukunde des Architekten.

(2. Band des Deutschen Bauhandbuchs.)

Unter Mitwirkung

von

Fachmännern der verschiedenen Einzelgebiete

bearbeitet von

den Herausgebern der Deutschen Bauzeitung und des Deutschen Baukalenders.

Erster Theil.

Mit etwa 1600 Holzschnitten.

INHALT:

Maurer- und Steinmetz-Arbeiten. Zimmer-, Tischler-, Schlosser-, Schmiede- und Gusseisen-Arbeiten. Eindeckung der Dächer. Oberlicht-Konstruktionen. Dachdeckungen in Metall. Klempner-Arbeiten. Glaser-Arbeiten. Massive Fussbodenbelege. Dekorations-Bekleidungen von Wänden und Decken. Anstreicher-Arbeiten und Malereien. Haustelegraphen, Sprachrohre etc. Aufzüge. Tresor-Anlagen. Versorgung der Gebäude mit Wasser. Einrichtungen zur künstlichen Beleuchtung. Heiz- und Ventilations-Anlagen. Abtritts-Anlagen. Umbauten.

Preis M. 10,–. eleg. geb. M. 11,50.

Zweiter Theil.

Mit etwa 1600 Holzschnitten.

INHALT:

Landwirthschaftliche Bauten und ländliche Wohngebäude. Städtische Wohngebäude. Kultus-Anlagen. Unterrichts- und Erziehungs-Gebäude. Schullehrer-Seminare. Kasernen. Krankenhäuser. Irren-Anstalten. Alterversorgungs-Anstalten. Gefängnisse. Arbeitshäuser. Gerichtsgebäude. Verwaltungsgebäude. Museen. Bibliotheken. Theater. Konzertsäle. Panoramen. Saalbauten. Gasthäuser. Bade-Anstalten. Gewächshäuser. Börsen. Speicher. Markthallen. Schlachthäuser.

Preis M. 22,–. eleg. geb. M. 23,50.

Baukunde des Ingenieurs.

(3. Band des Deutschen Bauhandbuchs.)

Mit etwa 1650 Holzschnitten.

INHALT:

Wasserbau. Brückenbau. Strassenbau. Eisenbahnbau. Bearbeitung der hauptsächlichsten Metalle. Baumaschinen. Feuerlöschwesen und Sicherheitsmittel bei und gegen Feuerausbruch.

Preis M. 12,–. eleg. geb. M. 13,50.

W. Moeser Hofbuchdruckerei, Berlin.

A. BOSE
Buchbinde
MÜNCHE

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Hülfswissenschaften zur Baukunde

Berlin 1885

A.civ. 44 k,I-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11536041-9